

Adott tengerrészletre és időszakra összegyűjtött tengerszint-adatokhoz illeszkedő potenciálérték becslése

Tudományos diákköri dolgozat

Cziráki Kamilla

III. évf. földtudományi alapszakos (geofizikus specializáció) hallgató

Témavezető: Dr. Timár Gábor tanszékvezető egyetemi tanár



ELTE
EÖTVÖS LORÁND
TUDOMÁNYEGYETEM



ELTE Geofizikai és Űrtudományi Tanszék

2024

A Kulturális és Innovációs Minisztérium ÚNKP-23-1 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	4
2. Adatok	8
2.1. A geoidmodell	8
2.2. A tengerszint-adatok	8
3. Módszerek	10
3.1. A tengerszint-adatok előkészítése	10
3.2. A nehézségi potenciál kiszámítása	10
5. Eredmények	13
6. Diskusszió	14
6.1. A kapott adatokból a tengerrészletre értett potenciálérték kiszámítása	14
6.2. A kapott értékek összehasonlítása a geoid potenciálértékével.....	Error! Bookmark not defined.
6.3. Wajima állomás különböző időszakokra vonatkozó adatainak elemzése	14
7. Konklúzió	16
8. Felhasznált irodalom jegyzéke	17
9. Képek és ábrák jegyzéke.....	19
10. Függelék.....	20
10.1. A felhasznált állomások adatai	20
10.2. A potenciálérték kiszámításához készített függvény	20
10.3. A kapott eredmények részletesen minden rendelkezésre álló időszakra.....	21

1. Bevezetés

Már az ókorban is felmerült, például Arkhimédész munkásságában, hogy a Föld alakját a tenger szintjéhez kössük. Tőle származik ugyanis a gondolat, hogy a pohár víz felszíne nem sík, hanem valójában egy gömbfelület része, melynek középpontjában a Föld tömegközéppontja található. Ehhez hasonlóan a tenger szintje is egy ilyenhez állna be, mely a Föld elméleti alakját adhatná, ami az ő feltevése szerint egy gömb (Rorres 2016).

A XVII. századtól terjedt el a gondolat, hogy a gömbi közelítés nem teljesen fedi a valóságot, ezért a forgási ellipszoiddal való definiálás lett tudományos körökben elfogadott, ezt elsőképp Newton (1687) vetette fel. Ezt aztán Huygens (1690) kötötte a tengerekhez, vagyis mondta ki, hogy a tenger felszíne forgási ellipszoid alakú.

Később aztán egyértelművé vált, hogy ez az alak ezeknél bonyolultabb, és egyik közelítés sem fedi a valóságot. Ezt Gauss (1828) mondta ki, aki művében leírta, hogy a Föld elméleti alakját nem geometriai testhez kell kötni, hanem gyakorlatilag egy újat kell definiálni ehhez. Ez a felszín a földi nehézségi erőter egy kitüntetett potenciálértékéhez tartozik, mely a legjobban illeszkedik a közepes tengerszinthez. Ezt Gauss tanítványa, Listing (1872) nevezte el geoidnak, leírása pedig Legendre (1784) módszere alapján gömbfüggvény-sorok végtelen összegeként történik. A geoid leírásához tehát szükség van a gömbfüggvény-sorok együtthatóira, és a nyugalmi tengerszint magasságára. Ebből kapható meg aztán hogy mekkora az a potenciálérték, mely (adott időszakban) a geoidot definiálja.

Előbbi a műholdas technológiák elterjedése óta azok pályaelemeinek elhajlása alapján számítják, és így készülnek el a geoid modellek, melyek bizonyos fokig és rendig tartalmazzák a gömbfüggvény-sorok együtthatóit. A végtelen összeg tehát végessé szűkül, és valamilyen szinten biztosan közelítésekkel fog élni. Napjainkban már 2000 fok és rend feletti modellek is rendelkezésre állnak, például az EGM 2008 (Pavlis et al 2012), ezek már rendkívüli pontosságúak. Fontos azonban kiemelni, hogy az együtthatók közül messze a legnagyobb a $2;0$ -s, mely azt írja le, mennyire forgási ellipszoid szerű a Föld. Ez nagyobb, mint az összes többi együttható összesen. Ez várható is volt, hiszen a Föld forgásának hatása jelentős torzítást jelent.

A másik, szintén nagy kihívást jelentő tényező a tengerszint leírása. Ez az egyszerűnek tűnő paraméter közel sem egyértelmű, leírása számos problémába ütközik. Egyrészt a

tengerfelszínek magasságát rengeteg periodikus jelensége torzítja, az árapálytól kezdve a hosszabb periódusidejű évszakos, vagy akár évtizedes változásokig (Holgate 2007). Emellett komoly hatással van rá a légnyomás is, amely szintén jelentősen befolyásolja a tenger szintjét, valamint a tengerpartokon található mérőállomásokat a tengeröblök alakja, és a parti területek vertikális mozgása is jelentősen torzítja.

A tengerszint ezért mindenképpen valamilyen időszakra vett átlagként értendő, léteznek havi, és éves, vagy 5 éves periódusú adatok is. Ez valójában már nem is a Gauss (1828) által leírt nyugalmi tengerszint, hanem annak egy modellje, ami a különböző periodikus hatásoktól mentes, de bizonyos időszakra a legjobban illeszkedik a valós, megfigyelhető tengerszinthez (Sánchez et al 2016). Ha a tengerszintet, mint a geoid potenciálértékének kiszámításához használt bemenő adatot értelmezzük, fontos szempont az is, hogy milyen forrásból származnak a mérések. Egyrészt lehetséges in situ mérésekkel is vizsgálni a tengerszintet, a távérzékelés elterjedésével további technológiák is kifejlesztésre kerültek.

A tengerpartokon már évszázados hagyományra tekint vissza a tengerszint mérése mareográfokkal. Ezek az eszközök a parthoz vannak rögzítve, és erről olvassák le, hogy aktuálisan milyen a tenger szintje. Az ezáltal kapott adatok felbecsülhetetlen értékű információkat nyújtanak a tengerszint hosszútávú megváltozásairól, hiszen akár a XVIII. század óta szolgáltatnak adatokat (Ekman 1988). Ugyanakkor az ilyen régre visszanyúló adatsorok jelentősen korlátozódnak a Földközi-, a Balti- és az Északi-tenger jelentős kikötőire, itt kezdődtek ugyanis az ilyen mérések az újkorban, és napjainkban is jellemző, hogy földrajzilag nem egyenletes a mareográfok elhelyezkedése, például az Északi-félgömbön jóval több található belőlük, mint a Déli-félgömbön.

Geodéziai használatukat azonban több tényező is nehezíti, egyrészt az, hogy sokszor adataik nincsenek közös referenciaszinthez mérve, ami a hosszútávú analízist gyakorlatilag ellehetetleníti, másrészt pedig fontos probléma a tengerpartok torzító hatása, és a vertikális mozgások is (Wöppelmann et al 2015). Ezek jelentősen torzíthatják adataikat.

Napjainkban a felhasználhatóságuk kulcsa az, hogy a mareográfok közel GNSS-vevőállomást telepítenek, ennek köszönhetően pedig pontos helyzetük és mozgásuk is monitorozható. Ennél fontos szempont az is, hogy ez a vevőállomás minél közelebb legyen magához a mareográfhoz, ugyanis ellenkező esetben bizonytalansági tényezőt jelent a kettő közt lévő távolság (Wöppelmann et al 2015).

A mareográfok után a tengerszint megfigyelésében a komoly fejlődést a távérzékelés hozta el, amely eszközei, például a műholdas altimetria, vagy a GNSS rengeteg információt szolgáltatnak a témáról. Fő előnyük, hogy nincsenek a tengerparthoz kötve, ennek köszönhetően kevésbé zavarják őket a vertikális mozgások, valamint jóval nagyobb területről is képesek adatot szolgáltatni. Ugyanakkor azt is meg kell jegyezni, hogy tengerpartok közelében a módszer nem megbízható, a szárazföldek ugyanis megzavarhatják a mérést, így okozva hibát.

Napjainkig a legelterjedtebb tengerszint-mérési módszer a műholdas altimetria. Ennek lényege, hogy a tenger felszínére bocsátott radarhullámok visszatérési idejét méri a műhold, ebből pedig kiszámítható a tengerszint távolsága a Föld tömegközéppontjától. Ezért aztán nagy előnye a módszernek, hogy az közvetlenül olyan adatot szolgáltat, ami például a geoid meghatározásához szükséges.

Mint ahogy a fentiekből is látszik, a geoid potenciálértékének meghatározása nagyon nagyban függ a bemenő adatoktól, amik akár jelentősen különbözőek is lehetnek a módszerektől függően. Ugyanakkor fontos, hogy a geoid potenciálértéke állandó legyen (bizonyos időszakban), hiszen elengedhetetlen referenciafelület például a magasságok megállapításához. Emiatt konvención alapul, hogy a jelenleg elfogadott $W_0 = 62,636,830.0 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ (Moritz 1980) érték jellemzi a geoidot, noha ez az 1980-as évben lett kiszámítva. A változtatás igénye akkor merülhet fel, hogyha jelentősen megváltozott ez az érték, ugyanakkor mivel az állandóság is kiemelkedően fontos, erre általában kevés a hajlandóság (Sánchez et al 2016).

Érdekesség, hogy ennek leírásához egyáltalán nem használják a mareográfok adatait, noha ez a legközvetlenebb mérési technikája a tenger szintjének. Ennek fő oka, hogy ezekre sokkal több tényező van befolyással, mint például a műholdas altimetria adataira. Ugyanakkor olyan szempontból is érdekes vizsgálni ezt, hogy a mareográfok adatai sokkal régebbre nyúlnak vissza, mint a műholdas mérések, ezért aztán sokkal nagyobb időtávról képesek információt adni a geoid potenciálértékéről is.

Pályamunkámban egy olyan módszert fogok bemutatni, mellyel kiszámítható az adott mareográf-adathoz (vagyis a tengerszint magasságához a Föld tömegközéppontjától) a nehézségi erőter potenciálértéke. Ezzel a mareográfok adataiból bizonyos időszakra megbecsülhető az adott tengerrészletre jellemző potenciálérték is. Ennek további jelentősége,

hogy korábbi időintervallumokra is alkalmazható, amelynek köszönhetően múltbeli változások is elemezhetőek. A módszert a Japán-tenger példáján mutatom be, ahol 9 mareográf-állomás adatait dolgoztam fel.

2. Adatok

2.1. A geoidmodell

A munkámhoz szükségem volt egy geoidmodellre, amely tartalmazza a nehézségi erőter leírásához szükséges gömbfüggvény-sorok együtthatóit. Ehhez az EGM2008 modellt használtam (Pavlis et al 2008), mely a legújabb globális geoidmodell. Ennek megalkotásához már felhasználták a „Gravity Recovery and Climate Experiment”, vagyis a GRACE adatait is, mely egyedülálló technológiájának köszönhetően felülmúlta a korábbi mérések pontosságát. A misszió keretein belül ugyanis 2 „Tom és Jerry” névre hallgató műholdat állítottak azonos pályára, melynek köszönhetően távolságuk megváltozását is mérni lehetett (Chen et al 2005).

Ez 2160 fokig és rendig tartalmazza a normalizált együtthatókat. Én a kutatásom során 18 fokig és rendig használtam fel ezeket, ami ugyan kevésbé nagy felbontású, de pontossága így is megfelelő, például a WGS84-hez felhasznált (NGA 2014) modell is ekkora fokszámmal dolgozott.

A modell a <https://earth-info.nga.mil/> honlapról származik, ahonnan letöltve .dat formátumban érhetőek el a koefficiensek, valamint egy rövid leírás és útmutató a felhasználásához.

2.2. A tengerszint-adatok

Ahhoz, hogy a potenciálérték számítható legyen a tengerpartokon, szükségesek a mareográfok adatai is. A felhasznált állomások kiválasztásánál fontos szempont, hogy a mareográf rendelkezzen egy lokális referenciaszinttel (RLR, revised local reference), amelyre az összes mareográf-adat át van számolva. Ez teszi lehetővé azt, hogy az egy helyről származó, különböző időpontban mért adatokat összehasonlítsuk. Ez általában 7000 mm-el van a tengerszint alatt, melynek az a szerepe, hogy ne jelenjenek meg negatív számok a mért adatok között.

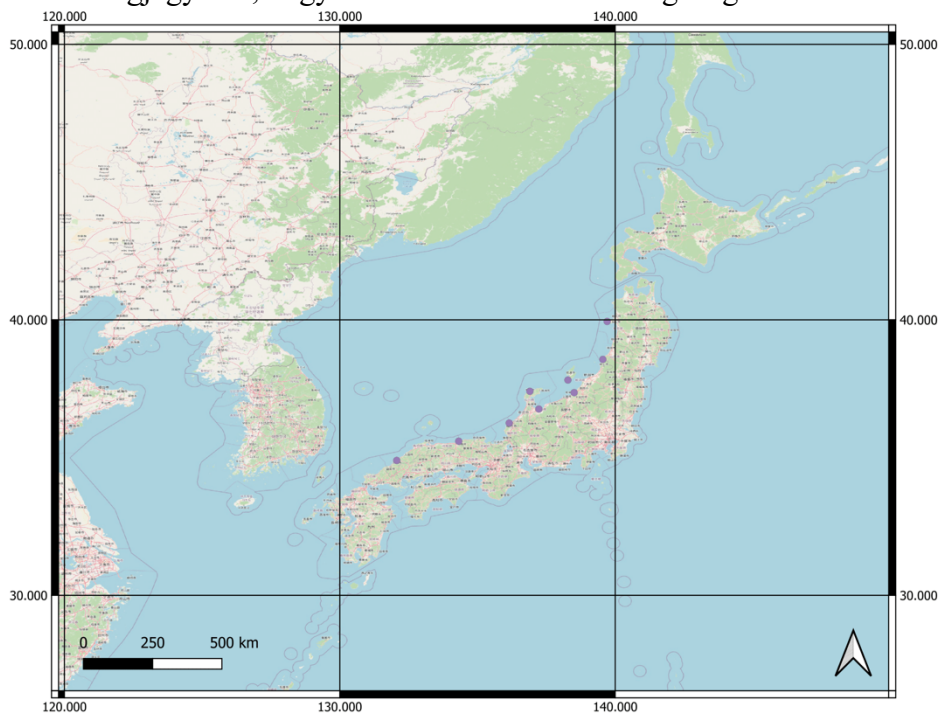
Továbbá különös fontosságú az, hogy a mareográfok rendelkezzenek kapcsolattal a referenciaellipszoidhoz, hiszen kizárólag ennek segítségével lehet meghatározni a tengerfelszín tömegközépponttól vett távolságát. Ehhez arra van szükség, hogy legyen a mareográfok mellett egy fix GNSS-állomás is, mellyel megállapítható, hogy mekkora a referenciaszint ellipszoid feletti magassága. Ez az állomások egyre szélesebb körben való

elterjedésének köszönhetően sok állomás esetén biztosított, azonban továbbra is probléma, hogy ezek sokszor messze (akár több km-es távolságokban) vannak a mareográfoktól, aminek köszönhetően bizonytalanságot okoz a kettő közti távolság átszintezése.

A mareográfok a PSMSL, vagyis a „Permanent Service for Mean Sea Level” oldaláról származnak, amely a legnagyobb online elérhető adatbázis a mareográfok adataival (Holgate et al 2013, PSMSL 2023). Innen azon mareográfok közül válogattam, melyek rendelkeznek ellipszoidi kapcsolattal, valamint RLR-re is át vannak számolva.

Az adatokat a honlapról bevittem a Microsoft Excel programba, ahol aztán további számításokat végeztem velük. Az év és a tengerszint RLR feletti magassága mellett egy minőségellenőrzési tényező is helyet kapott a táblázatokban, amiből kiderül például, ha az adott évben legalább 30 napról hiányzik adat. Emellett a honlapról a mareográf földrajzi koordinátáit, továbbá az RLR és az ellipszoid közötti távolságot is letöltöttem, hiszen a későbbiekben szükség van rájuk a számítások elvégzéséhez.

Azok közül a tengerészletek közül, melyekre több ilyen mareográf adat is rendelkezésre állt, választottam ki egyet, a Japán-tengert, melynek adatai alapján aztán elvégeztem a számításokat. Az állomások részletes adatai, koordinátái megtalálhatóak az 1.függelékben. Fontos azonban megjegyezni, hogy a módszer a többi adat segítségével is működőképes.



1. ábra: A felhasznált mareográfok térképen
forrás: PSMSL (2023), OpenStreetMap, QGIS

3. Módszerek

3.1. A tengerszint-adatok előkészítése

A kapott tengerszintadatokat a Microsoft Excel programban készítettem elő, hogy megfelelően fel tudjam őket használni a potenciálértékek kiszámításánál. Elsőként szűrtem az adatokat, ugyanis előfordult, hogy bizonyos évekhez nem tartozott megfelelő érték, ekkor a PSMSL (2023) adatbázisban alapértelmezetten a -99999 jelent meg, ami nem csak hogy nem helyes, de jelentősen torzítja is a további számításokhoz felhasznált átlagokat. Amennyiben egy év volt csak ilyen, az azt megelőző és az azt követő év átlagát vettem, ezzel kiküszöbölve a problémát, ha azonban egymás után többel is probléma volt, vagy az 5 éves időszakokban, amiket kijelöltem, többször is előfordult, arra az időszakra nem számoltam átlagot.

Ezt követően kiszámoltam a tengerszint adatok öt éves átlagait. Mivel ez az RLR szintjétől értendő, ezt adtam hozzá annak tömegközépponttól való távolságához. Utóbbi számításához szükséges egyrészt az RLR távolsága a referencia ellipszoidtól, mely adat a PSMSL (2023) adatbázisból elérhető, valamint az adott szélességen az ellipszoid sugara, amelyet Excelben számítottam ki. Az így kapott adat a tengerszint távolsága a Föld tömegközéppontjától, ez szükséges a későbbiekhez.

Egy további fontos előkészítő lépés a mareográfok szélességkoordinátáinak átszámítása geodetikus rendszerből geocentrikusba, ugyanis egyrészt a későbbiekben ez szükséges a potenciál számításához, másrészt az ellipszoid sugarának számításához is ezt használtam fel. A kettő közti különbség, hogy a szélességet definiáló szög az Egyenlítő síkjának a felszínre merőleges egyenessel (geodetikus), vagy pedig az adott pont és a Föld tömegközéppontjának összekötéséből származó egyenessel (geocentrikus) bezárt szöge. Ez a kettő gömb esetén megegyezik, forgási ellipszoid esetén például viszont a geodetikus sugár nem metszi a tömegközéppontot, a geocentrikus pedig nem merőleges a felszínre.

3.2. A nehézségi potenciál kiszámítása

A kapott tengerszint-adatokból a potenciálértéket egy python-program segítségével számítottam ki. Ebben a nehézségi potenciál 2 komponenséből állítottam elő (1. egyenlet), melyek a V gravitációs, és ϕ centrifugális potenciál.

$$W(r, \varphi, \lambda) = V + \phi$$

1. egyenlet: A nehézségi potenciál a gravitációs és centrifugális potenciál összegeként

A gravitációs potenciál számításánál a gömbfüggvény-sorok együtthatói mellett (Pavlis et al 2008) az a , vagyis az egyenlítői sugár, és a GM , vagyis az univerzális gravitációs állandó és a Föld tömegének szorzatát, mint állandókat használtam még fel. Az előbbi érték $a=6\,378\,136.3$ m, utóbbi $GM=3\,986\,004,415 \cdot 10^8 \text{ m}^3\text{s}^{-2}$ számításaimban Pavlis et al (2008) alapján.

A számításhoz szükséges képlet (2. egyenlet) bemenő paraméterei, vagyis amik ahhoz szükségesek, hogy meghatározzuk adott pontban a gravitációs potenciálértéket, az r , vagyis a középponttól vett távolság, $\bar{\varphi}$, a geocentrikus szélesség és λ , a hosszúság (a geocentrikus és geodetikus hosszúság közt nincs különbség). Továbbá szükséges még a számításhoz a P_{nm} , vagyis az asszociált Legendre-polinom kiszámítása. Ezt pythonban a `scipy` modul `scipy.special.lpmv` függvényével számítottam ki.

$$V(r, \varphi', \lambda) = \frac{GM}{r} \left(1 + \sum_{n=2}^{18} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda)) \bar{P}_{nm}(\sin(\varphi')) \right)$$

2. egyenlet: A gravitációs potenciál általános alakja $n=18$ -ig

forrás: NGA 2014

A felhasznált együtthatók normalizáltak, emiatt az asszociált Legendre-polinomokat is normalizálni kellett. Ennek a tényezője a 3. egyenletben olvasható, mely az NGA (2014) standard szerinti normalizáció. A képletben szereplő k értéke 1, ha $m=0$ és 2, ha $m \neq 0$.

$$\bar{P}_{nm}(\sin\varphi') = \sqrt{\frac{(n-m)!(2n+1)k}{(n+m)!}} P_{nm}(\sin\varphi')$$

3. egyenlet: Az asszociált Legendre-polinom normalizálása

forrás: NGA 2014

A nehézségi potenciál másik tényezője, a centrifugális potenciál kiszámítása során felhasznált állandó a Föld forgási szögsebessége, melynek értéke $\omega=7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$. Ennek felhasználásával, továbbá a kérdéses pont középponttól való sugarának és geocentrikus szélességének ismeretével számítottam ki a centrifugális potenciál értékét a 4. egyenlet alapján.

$$\phi(r, \varphi') = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \cos(\varphi')^2$$

4. *egyenlet: A centrifugális potenciál kiszámításához használt képlet*

forrás: NGA 2014

A fent bemutatott összefüggések felhasználásával készítettem el tehát a Python-programot, melyben az általam készített függvény megadja a megfelelő paraméterpárok esetén, hogy mekkora a nehézségi potenciál értéke az adott helyen. Ehhez felhasználtam a math, numpy és scipy modulok függvényeit is. A program lefutási ideje alapvetően nem hosszú, ez főképp annak köszönhető, hogy csak 18 fokig és rendig szerepelnek az asszociált Legendre-polinomok. A függvény részletes kódját az 2. függelékben lehet megtalálni.

5. Eredmények

Az így elkészült program segítségével számítottam ki a potenciál-értékeket 5 éves időszakokban a mareográf-adatokhoz. A legkorábbi adat, amivel dolgoztam az 1956-1960-as időszakhoz tartozik, mely a Wajimában található mérőállomásról származik. Szerencsére csak 4 esetben kellett a sok hiányzó adat miatt bizonyos időszakokat figyelmen kívül hagynom, és a legrövidebb rendelkezésre álló adatsor is már 1986-tól kezdődött, ez a Hamada2 állomás eredménye.

A kapott eredmények minden mareográf állomásra részletesen a 3. függelékben olvashatóak, az 1. táblázatban pedig a 2016-2020-as időszakra vonatkozó eredmények láthatóak, hiszen ezeket számítottam a legfrissebb adatokból.

Mareográf-állomás	A számított potenciál értéke (m²/s²)
Hamada2	62 636 205,27
Kashiwazaki	62 636 402,36
Mikuni	62 636 335,32
Nezugaseki	62 636 446,01
Oga	62 636 489,59
Ogi	62 636 409,85
Tajiri	62 636 267,50
Toyama	62 636 359,22
Wajima	62 636 364,93
<i>GS1980 (Moritz 1980)</i>	<i>62 636 830</i>

1. Táblázat: Az eredményül kapott potenciálértékek a 2016-2020-as időszakban, és a geoid értéke az 1980. évi geodéziai rendszer szerint

Ahogy látható az 1. táblázat adataiból, a legnagyobb potenciálérték Oga állomására, a legkisebb pedig Hamada2-re jellemző. Kiszámítottam továbbá a közepes értéket is, mely az egész tengerrészletet jellemzi, ez részletesebben a 6.1. pontban olvasható.

6. Diskusszió

6.1. A kapott adatokból a tengerrészletre értett potenciálérték kiszámítása

A kapott 9 potenciáladatból kiszámítottam azt is, hogy a tengerrészletre mekkora a jellemző potenciálérték a mareográfok adatai alapján. Sajnos mivel a Japán-tenger kontinentális túlpártjáról nem rendelkezem adattal, ez csak Honsú sziget környékére korlátozódik.

Ennek kiszámításakor nem az értékek átlagát vettem, hanem kerestem azt a potenciálértéket, melyre az eltérések négyzetösszege a kapott adatoktól minimális. Ezt szintén egy python program segítségével oldottam meg, melyben egy ciklus segítségével kerestem a minimális négyzetösszeget és a hozzá tartozó potenciálértéket. A számításaim eredményeképpen ez az érték $62636364,4540 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ -nek adódott, 4 tizedesjegy pontossággal.

A kapott érték $465,55 \text{ m}^2/\text{s}^2$ -sel kisebb, mint a geoid 1980-as évekből származó referenciaértéke. Ez nagyjából 46,5 métert jelent, ennyivel kisebb sugarat. Ez abból adódhat, hogy a két érték teljesen más módszerrel, más adatok alapján lett kiszámítva, például a mareográfok alapján számolt adatok a lokális tengerszint torzító hatásait is tartalmazzák. A továbbiakban ezeket a különbségeket szeretném tovább vizsgálni további mareográf-állomások adatai alapján világszerte, továbbá azt, hogy milyen hatása van a tengerszint emelkedésének és a lemeztektonikának.

6.2. Wajima állomás különböző időszakokra vonatkozó adatainak elemzése

Időszak	Potenciál-érték (m^2/s^2)	Az RLR feletti tengerszint (mm)
1956-1960	62 636 365,38	7035,2
1961-1965	62 636 365,58	7015
1966-1970	62 636 365,82	6990,4
1971-1975	62 636 365,52	7021,6
1976-1980	62 636 365,79	6992,9
1981-1985	62 636 365,78	6994
1986-1990	62 636 365,74	6998

1991-1995	62 636 365,54	7019,2
1996-2000	62 636 365,27	7046,51
2001-2005	62 636 365,21	7052
2006-2010	62 636 365,20	7053,2
2011-2015	62 636 365,15	7058
2016-2020	62 636 364,93	7081

2. Táblázat: Wajima állomás RLR feletti magasságadatai és a kapott potenciálértékek

A 2. táblázat az általam felhasznált adatok közül leghosszabb folyamatos mérés, Wajima eredményeit tartalmazza, amely 1956-tól egészen 2020-ig terjed. Ezen is szépen látszik, hogy 5 éves periódusban 10-50 mm-es változásokat mutat, ami már befolyásolja a geoid potenciálértékét is. Ilyen hosszútávú adatnál érdekes az is, hogy a terület milyen mozgásban van. Ez az évi pár mm már hatással lehet a kapott eredményre.

7. Konklúzió

Kutatásom során a földi nehézségi erőter azon potenciálfelületeit kerestem, mely a legjobban illeszkedik az adott 5 éves időszakban az adott mareográfok tengerszint-adataihoz, vagyis azt, hogy milyen potenciálérték tartozik a tenger szintjéhez a megadott helyeken a megadott időpontokban.

Ehhez először a mareográfok adatait kellett feldolgoznom úgy, hogy 5 éves időszakonként megkapjam, milyen messze van a tengerszint a Föld tömegközéppontjától. Ezt követően egy Python program segítségével számítottam ki a potenciálértékeket, mely a gravitációs és a centrifugális potenciál összegeképp állt elő. Előbbihez az EGM2008 (Pavlis 2022) geoidmodellből használtam fel az gömbfüggvény-sorok együtthatóit $n=18$ -ig.

A programot és a módszert a Japán-tenger 9 mareográf-állomásán teszteltem, melyek mindegyikéről több, mint 20 évnyi adat állt rendelkezésre. Először kiszámítottam 5 éves időszakokra a potenciálértékeket, majd pedig a 2016-2020-ig tartó időszakra meghatároztam, hogy a tengerrészletre mekkora lenne az átlagos potenciálérték. Ez $W=62636364,4540 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ -nek adódott.

Az egy helyről, de eltérő időpontokból származó eredményeken látható az is, hogy a tengerszint néhány 10 mm-es éves megváltozása, hogy befolyásolja az adott potenciálértéket. Ez legszebben a Wajima mérőállomás adataiból látható, mely több mint fél évszázada, 1956 óta van feljegyezve hiány nélkül.

8. Felhasznált irodalom jegyzéke

- Chen, J.L. Wilson, C.R.; Famiglietti, J.S.; Rodell, M. (2005) 'Spatial sensitivity of the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) time-variable gravity observations', *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. American Geophysical Union (AGU), 110(B8). doi: 10.1029/2004jb003536.
- Ekman, M. (1988) 'The world's longest continued series of sea level observations', *Pure and Applied Geophysics*, 127(1), pp. 73–77. doi: 10.1007/bf00878691.
- Gauss, C. F. (1828) *Bestimmung des Breitenunterschiedes zwischen den Sternwarten von Göttingen und Altona*. Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen, 84 p.
- Holgate, S. J. (2007) 'On the decadal rates of sea level change during the twentieth century', *Geophysical Research Letters*. 34(1). doi: 10.1029/2006gl028492.
- Holgate, S.J.; Matthews, A.; Woodworth, P.L.; Rickards; L.J.; Tamisiea, M.E.; Bradshaw; E.; Foden, P.R.; Gordon, K.M.; Jevrejeva, S.; Pugh. J. (2012) 'New Data Systems and Products at the Permanent Service for Mean Sea Level', *Journal of Coastal Research*, 29(3), pp. 493–504. doi: 10.2112/jcoastres-d-12-00175.1.
- Huygens, C. (1690) *Traité de la lumière*. Pierre Vander, Leiden, 190 p.
- Listing, J. B. (1872) 'Über unsere jetzige Kenntniss der Gestalt und Grösse der Erde (aus den Nachrichten der K. Ges. der Wiss)'. Deiterich, Göttingen, 66 p.
- National Geospatial-Intelligence Agency (NGA) (2004) 'World Geodetic System 1984, its definition and relationships with local geodetic systems' NGA.STND.0036_1.0.0_WGS84
- Newton, I. (1687) *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Pepys, London, 510 p.
- Pavlis, N.K.; Holmes, S.A.; Kenyon, S.C.; Factor J.K. (2009) 'An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008' *Presented at the EGU General Assembly, Vienna Austria, April, 13-18*.
- Pavlis, N.K.; Holmes, S.A.; Kenyon, S.C.; Factor, J.K. (2012) 'The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)', *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 117(B4). doi: 10.1029/2011jb008916.

- Permanent Service for Mean Sea Level (PSMSL) (2023) ‘Tide gauge data’ Retrieved 25 Oct 2023 from <http://www.psmsl.org/data/obtaining/>.
- Rorres, C. (2016) ‘Archimedes’ floating bodies on a spherical Earth’, *American Journal of Physics*. 84(1), pp. 61–70. doi: 10.1119/1.4934660.
- Sánchez, L.; Čunderlík, R.; Dayoub, N.; Mikula, K.; Minarechová, Z.; Šíma, Z.; Vátrt, V.; Vojtíšková, M. (2016) ‘A conventional value for the geoid reference potential W_0 ’, *Journal of Geodesy*. 90(9), pp. 815–835. doi: 10.1007/s00190-016-0913-x.
- Wöppelmann, G. and Marcos, M. (2016) ‘Vertical land motion as a key to understanding sea level change and variability’, *Reviews of Geophysics*, 54(1), pp. 64–92. doi: 10.1002/2015rg000502.

9. Képek és ábrák jegyzéke

1. ábra: A felhasznált mareográfok térképen, forrás: PSMSL (2023), OpenStreetMap, QGIS
1. egyenlet: A nehézségi potenciál a gravitációs és centrifugális potenciál összegeként
2. egyenlet: A gravitációs potenciál általános alakja $n=18$ -ig, forrás: NGA 2014
3. egyenlet: Az asszociált Legendre-polinom normalizálása, forrás: NGA 2014
4. egyenlet: A centrifugális potenciál kiszámításához használt képlet, forrás: NGA 2014
1. táblázat: Az eredményül kapott potenciálértékek a 2016-2020-as időszakban
2. táblázat: Wajima állomás RLR feletti magasságadatai és a kapott potenciálértékek

10. Függelék

10.1. A felhasznált állomások adatai

Mareográf	Azonosító	Szélesség	Hosszúság
Hamada2	1585	34,897222	132,066111
Kashiwazaki	753	37,356667	138,508333
Mikuni	1190	36,254722	136,148889
Nezugaseki	752	38,563333	139,54833
Oga	1264	39,942222	139,705833
Ogi	1344	37,814722	138,281111
Tajiri	1148	35,593611	134,315833
Toyama	1389	36,762222	137,224722
Wajima	132	37,405833	136,900278

10.2. A potenciálérték kiszámításához készített függvény

```
def potencial_calc(r,fi,lamda,spherical_harmonics):
    GM=3986004.415*math.pow(10,8)
    a=6378136.3
    omega=7.292115*math.pow(10,-5)
    sum=0
    i=0
    for n in range(2,19):
        m=0
        mnsum=0
        while int(spherical_harmonics[i,0])==n:
            if m==0:
                k=1
            else:
                k=2
            normlegendre=scipy.special.lpmv(m,n,math.sin(fi*math.pi/180))*math.pow((math.factorial(n-m)*(2*n+1))*k/(math.factorial(n+m)),1/2)
            mnsum=mnsum+(spherical_harmonics[i,2]*math.cos(m*(lamda*math.pi/180))+
spherical_harmonics[i,3]*math.sin(m*(lamda*math.pi/180)))*normlegendre
            m=m+1
            i=i+1
        sum=sum+math.pow(a/r,n)*mnsum
    U=(GM/r)*(1+sum)+math.pow(omega,2)*math.pow(r,2)*math.pow(math.cos(fi*math.pi/180),2)/2
    return U
```

10.3. A kapott eredmények részletesen minden rendelkezésre álló időszakra

Az adatok m²/s² mértékegységben értendők.

Időszak	Hamada2	Kashiwazaki	Mikuni	Nezugaseki
1956-1960		62636402,5981		
1961-1965		62636402,6667		62636448,8691
1966-1970		62636402,9606		62636448,5555
1971-1975		62636402,6863	62636336,9481	-
1976-1980		62636402,9508	62636337,1734	-
1981-1985		62636402,8823	62636337,1832	62636447,0168
1986-1990	62636206,8650	-	62636336,9579	62636446,7522
1991-1995	62636206,5907	-	62636336,6345	62636446,8110
1996-2000	62636206,2870	62636402,4315	62636336,3896	62636446,6836
2001-2005	62636206,0617	62636402,1865	62636335,7723	62636446,3798
2006-2010	62636205,9049	62636401,9611	62636335,4783	62636446,4386
2011-2015	62636205,6208	62636402,1571	62636335,6841	62636446,2425
2016-2020	62636205,2779	62636402,3629	62636335,3216	62636446,0171

Időszak	Oga	Ogi	Tajiri	Toyama	Wajima
1956-1960					62636365,3851
1961-1965					62636365,5811
1966-1970			62636269,4856		62636365,8261
1971-1975			62636268,9761		62636365,5223
1976-1980	62636488,5951	62636409,9284	62636269,0741	62636360,5944	62636365,7967
1981-1985	62636488,9480	62636409,8304	62636268,9173	62636360,4768	62636365,7869
1986-1990	62636489,1440	62636409,8108	62636268,9075	62636360,3984	62636365,7477
1991-1995	62636489,3009	62636409,5462	62636268,7507	62636360,1241	62636365,5419
1996-2000	62636489,2224	62636409,4188	62636268,5842	62636359,9183	62636365,2773
2001-2005	62636489,0852	62636409,2718	62636268,4372	62636359,5263	62636365,2185
2006-2010	62636489,2813	62636409,0758	62636268,3197	62636359,4675	62636365,2087
2011-2015	62636489,3597	62636409,7324	62636267,8984	62636359,3597	62636365,159
2016-2020	62636489,5949	62636409,8500	62636267,5065	62636359,2226	62636364,9343