

Kötött pályájú exobolygók légkörzésének kísérleti és numerikus modellezése

Tudományos Diákköri Dolgozat

Készítette:

Vass Bálint

Fizika BSc II.

Kadlecsik Ádám

Fizika MSc I.

Témavezető:

Dr. Vincze Miklós

tudományos főmunkatárs,
HUN-REN-ELTE Elméleti Fizikai Kutatócsoport

ELTE TTK

Fizikai Intézet

Kármán Környezeti Áramlások Laboratórium

2023

Kivonat

Az óceáni vízkörzés és mérsékelt égövi légkörzés modellezhető differenciálisan fűtött és forgatott „rotating annulus” kísérlettel. Ebben az elrendezésben a vizsgált folyadékrész két koncentrikus rézhenger között helyezkedik el. A vizet a belső hengeren keresztül hűtjük, míg a külső falon melegítjük, ezzel imitálva a hideg Északi Sarkot, és a délebbre elhelyezkedő melegebb tartományokat. Az elrendezést forgóasztalra helyezve megfigyelhetők a forgatás során kialakuló áramlási minták, például hőkamerával. Az így kapott eredmények jól bemutatják az atmoszférával rendelkező bolygókon, így a Földön is kialakulható hőhullámainak mozgását.

Ez a kísérlet a hőmérsékleti peremfeltételek geometriájának módosításával alkalmassá tehető kötött keringésű exobolygólégkörök áramlási rendszerének modellezésére is. Az ismert kisebb méretű, s ezért valószínűleg szilárd felszínnel rendelkező exobolygók jellemzően nagyon közel keringenek központi csillagukhoz – éppen ezzel könnyítve meg felfedezésüket a Földről illetve űreszközökről. Így keringésük mindenképpen kötött kell hogy legyen, vagyis az ilyen exobolygókon a központi csillaguk körüli keringés („év”) és a tengely körüli fordulat („nap”) időtartama megegyezik. A hozzánk legközelebbi, a Proxima Centauri B esetében ez a periódusidő kb. 11,2 földi nap: elég rövid ahhoz, hogy a tengely körüli forgás miatt fellépő Coriolis-erő jelentős hatást gyakoroljon a bolygó légkörének áramlási rendszereire. A kötött keringés miatt a központi csillag mindig a bolygó ugyanazon oldalát világítja meg, vagyis az égitestnek létezik egy permanens nappali és éjszakai oldala. Az áramlási rendszer tehát egy olyan forgatott, a „rotating annulus” konfigurációhoz hasonló elrendezésben modellezhető, amelynek oldalsó, a légkör modelljéül szolgáló vízzel együtt forgó külső peremén írunk elő azimutális irányban egy dipól-szerű hőfluxus-peremfeltételt.

Mindezt nem csak kísérletekkel lehet vizsgálni. Érdekes lehet számítógépes hidrodinamikai szimulációkat készíteni, melyekkel új vizualizációs eszközök tárulnának elénk. Ezzel a módszerrel képesek lehetünk megjósolni, hogy egyes elrendezésekben milyen jelenségre számíthatunk, továbbá átfogóbb képet is kaphatunk a kialakuló sebességterekről.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés és motiváció	3
1.1. Áramlástan hasonlóság forgatott rendszerekben	3
1.2. Bolygó légkörök Rossby-számai	5
1.3. Néhány egyszerű gondolat a kötött keringésű exobolygókról	6
2. Kísérleti elrendezés	8
2.1. A mérőeszköz	8
3. Kiértékelési módszerek	10
4. Numerikus szimulációk	11
4.1. Navier–Stokes-egyenletek	11
4.2. OpenFOAM	11
4.2.1. A mesh és a tér- és időfelbontás	12
4.2.2. A turbulencia modellezése	13
4.2.3. A hőmérséklet dinamikájának modellezése	14
4.2.4. A szimulációban szereplő mennyiségek	16
4.2.5. A határfeltételek meghatározása	16
4.3. <i>ParaView</i>	17
5. Eredmények	18
5.1. Kísérleti eredmények	18
5.2. Szimulációs eredmények	21
5.2.1. <i>buoyantPimpleFoam</i>	21
5.2.2. <i>buoyantBoussinesqPimpleFoam</i>	24
6. Összefoglalás	29

1. Bevezetés és motiváció

Az áramlástani hasonlóság elve lehetővé teszi, hogy bolygóméretű légköri áramlásokat modellezhessünk laboratóriumi elrendezésekben. Az ilyen szerkezetekben elvégzett kísérletekre úgy is tekinthetünk, mint szimulációkra „analóg számítógépeken”, amelyek a mozgásegyenleteik hasonló alakja révén olyan megoldásokat eredményeznek, amelyek tényleges környezeti áramlásoknak is megfeleltethetők.

Természetesen a környezeti áramlások bonyolult folyamatainak csak egy része vizsgálható meg ilyen laboratóriumi kísérletekkel. Megalkothatunk kísérleti eszközöket, amelyekben a mozgásegyenletek sok tagja közül néhány áramlástani értelemben hasonló alakú a valódi bolygólégkörök áramlásait befolyásolókhöz, de nem lehetséges az, hogy a jellemző méret- és időskálákkal eltérő módon változó különböző részjelenségeket egyszerre tegyük a valósághoz hasonlóvá. Ezt kizárólag számítógépes szimulációval tehetjük meg, ahol azonban a felbontás és a futási idő végessége jelent komoly korlátokat. Éppen ezért érdekes és hasznos egy bolygó légkörzésének jobb megértéséhez (a megfigyelések mellett, amennyiben ez lehetséges) egyszerre alkalmazni laborkísérleteket és szimulációkat. Ezt tesszük ebben a dolgozatban is.

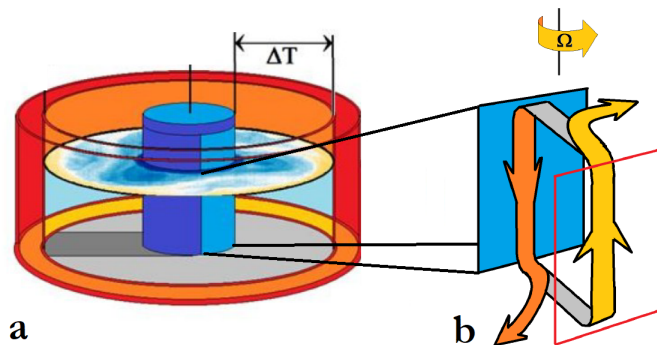
1.1. Áramlástani hasonlóság forgatott rendszerekben

Egy vízzel feltöltött és szimmetriatengelye körül forgatott, koncentrikus hengerpalástok által tagolt tartály (rotating annulus), amelynek hengeres oldalfalait különböző hőmérséklet-értékeken tartjuk, alkalmas a Föld – vagy más bolygók – mérsékelt éghajlati övében zajló légköri áramlások modellezésére (ezt a kísérleti elrendezést az 1950-es években fejlesztette ki egymástól függetlenül két csoport, David *Fultz* és Raymond *Hide* vezetésével [2]). Akárcsak a bolygólégkörök esetében, a folytonos közeg mozgását itt is a peremek (a „sarkvidék” és az „Egyenlítő”) közötti hőmérsékletkülönbség indítja be. Így amennyiben csak nagyon lassan (vagy egyáltalán nem) forog a tartály, akkor az áramlások a hőmérsékletgradiens – illetve az ennek hatására létrejövő nyomásgradiens – irányában történének. Egy ilyen rendszerben a nagyobb szögben beeső napsugárzás hatására jobban felmelegedő „trópusi” vidékek, és a hideg „sarkvidéki” területek között egy olyan konvekciós cella alakul ki, amely (féltekénként) egyetlen szállítószalagként köti össze a felmelegedés hatására létrejövő feláramlást és a lehűlés következtében történő lesüllyedést. Ilyen egyszerű légkörzés található Naprendszerünkben a Vénusz bolygón, amely olyan lassan fordul meg a tengelye körül (egy teljes körbefordulása 243 földi napig tart), hogy a forgás áramlásokat eltérítő hatásától szinte teljesen eltekinthetünk.

Ha a tartály (illetve a bolygó) ennél lényegesen gyorsabban forog, jelentősen befolyásolja az áramlást a Coriolis-erő, amely tehetetlenségi erőként hat a forgó rendszerekben mozgó testekre, folyadékelemekre. Egy $\vec{\Omega}$ szögsebességvektorral jellemezhető forgó rendszerben, az azzal együttforgó koordináta-rendszerhez képest $\vec{v}$ sebességgel mozgó részecske Coriolis-gyorsulása:

$$\vec{a}_{\text{Coriolis}} = \vec{v} \times 2\vec{\Omega}, \quad (1)$$

vagyis a pozitív – „földről” nézve az óramutató járásával ellentétes irányú – forgás, illetve vízszintes sebességek és függőleges forgástengely esetén ($\vec{\Omega}\vec{v} = 0$) a Coriolis-erő eltérítő hatása tisztán olyan, hogy az áramlást mindenkor haladási iránya szerint jobbra téríti el, s a fenti egyenletből következően ún. *tehetetlenségi körmozgásra* igyekszik kényszeríteni [3], melynek sugara – kihasználva a merőlegességet és a gyorsulást egyenlővé téve a



1.1. ábra. A klasszikus „rotating annulus” kísérleti elrendezés sematikus vázlata (a), illetve a belső és külső hengeres fal közötti ΔT hőmérséklet-különbség (kék: hideg, piros: meleg) hatására beinduló konvekciós vízkörzés vázlata (b). Forgatás hiányában a falak mentén le- és feláramló folyadékelemek alul és felül a szürke „futószalaggal” jelölt sugárirányú vízszintes pályákon haladnának, ám a forgatás miatt fellépő Coriolis-erő eltéríti őket a haladási irány szerinti jobb kéz felé („északi féltekés” forgásirány esetén).

centripetális gyorsulással – így adható meg:

$$R_C = \frac{U}{2\Omega}, \quad (2)$$

ahol U a $\vec{v}$ sebességvektor abszolútértékének valamely tipikus átlagértéke a rendszerben. Legyen nagyságrendi becslésként $\tau = L/U$ az a karakterisztikus idő, amelyet a vizsgált tartomány L jellemző vízszintes kiterjedése – amely lehet például a kísérleti tartály vagy a bolygó sugara – illetve U , az ezen áthaladó áramlás fentebb említett karakterisztikus sebesség nagysága definiál. Amennyiben τ lényegesen kisebb, mint a tehetetlenségi körmozgás $T = 2\pi/(2\Omega)$ periódusideje, akkor a vizsgált áramlás szempontjából a Coriolis-erő elhanyagolható. (Vegyük észre, hogy ez ekvivalens az $L \ll R_C$ feltétellel.)

Amennyiben azonban τ és T összemérhető, a Coriolis-hatás figyelembevételétől már nem tekinthetünk el, $\tau \gg T$ esetén, azaz több fordulatnyi (napnyi) skálájú mozgásoknál pedig a Coriolis-erő válik a legfontosabb, az áramlást befolyásoló tényezővé (ekkor $L \gg R_C$).

A két időskála T/τ aránya tehát paraméterezi a forgatás eltérítő hatásának relatív fontosságát. A fentiek értelmében ez az időskála-arányszám tehát:

$$Ro = \frac{U}{2\Omega L}, \quad (3)$$

amely Carl-Gustaf Rossby svéd-amerikai meteorológus nyomán a Rossby-szám (Ro) nevet kapta. Ro a forgatott, Coriolis-erő által befolyásolt áramlások legfontosabb dimenziótlan hasonlósági paramétere¹.

¹Az olyan áramlásokban, amelyek szempontjából a bolygó forgása elhanyagolható, a mozgásra ható legfontosabb eltérítő hatás nem a Coriolis-erő, hanem közegellenállás, a viszkózus csillapítás. Ezért a legtöbb mérnöki áramlástani problémában nem a Ro , hanem az áramlás τ időskáláját a viszkózus csillapítás időskálájának arányaként is értelmezhető Reynolds-szám (Re) jelenti a fő hasonlósági paramétert. Ám az itt vizsgált problémák szempontjából a Ro nagyságrendekkel lényegesebb.

Az U sebességskálát – mint említettük – a termikus peremfeltételek, vagyis az L méretű tartomány szélei közötti ΔT hőmérsékletkülönbség állítja be. Ismert [4], hogy ekkor az ún. termikus szélsősebesség jellemző értéke így becsülhető:

$$U = \frac{gH\alpha\Delta T}{2\Omega L}, \quad (4)$$

ahol α az áramló közeg térfogati hőtágulási együtthatója, g a gravitációs gyorsulás, H pedig a rendszer függőleges méretskálája (rendszerint a légkör, vagy a kísérleti vízréteg karakterisztikus vastagsága). U ezen alakját a Rossby-szám (3. egyenlet) szerinti definíciójába helyettesítve kapjuk a *termikus Rossby-szám* alábbi képletét:

$$Ro = \frac{gH\alpha\Delta T}{4\Omega^2 L^2}, \quad (5)$$

amely rendkívül hasznos alak a hőmérsékletkülönbség-hajtotta és forgatott áramlások összevetéséhez. Megmutatható [3], hogy amennyiben a képletben szereplő paramétereket úgy állítjuk be, hogy a dimenziótlan Ro értéke két rendszerben azonos legyen, akkor bennük az áramlás is hasonló jellegű lesz.

1.2. Bolygólégkörök Rossby-számai

Az 5. képletben szereplő paraméterek, vagyis a ΔT „sarkvidék-egyenlítő” hőmérsékletkülönbség, a légkör karakterisztikus H vastagsága, a bolygó sugara mint L méretskála, illetve az α hőtágulási együttható nagyságrendileg megbecsülhető a Naprendszer légkörrel és szilárd felszínnel rendelkező égitestjeire.

Ezek a belső, Föld-szerű bolygók (Vénusz, Föld, Mars), illetve a Szaturnusz legnagyobb holdja, a Titán, az egyetlen olyan hold a Naprendszerben, amely számottevő légkörrel rendelkezik. Read szerint [5] a Rossby-szám értéke ezen bolygótestekre a következőképp becsülhető (1. táblázat). A Rossby-szám értéke nagyban befolyásolja a légkör áramlásai-

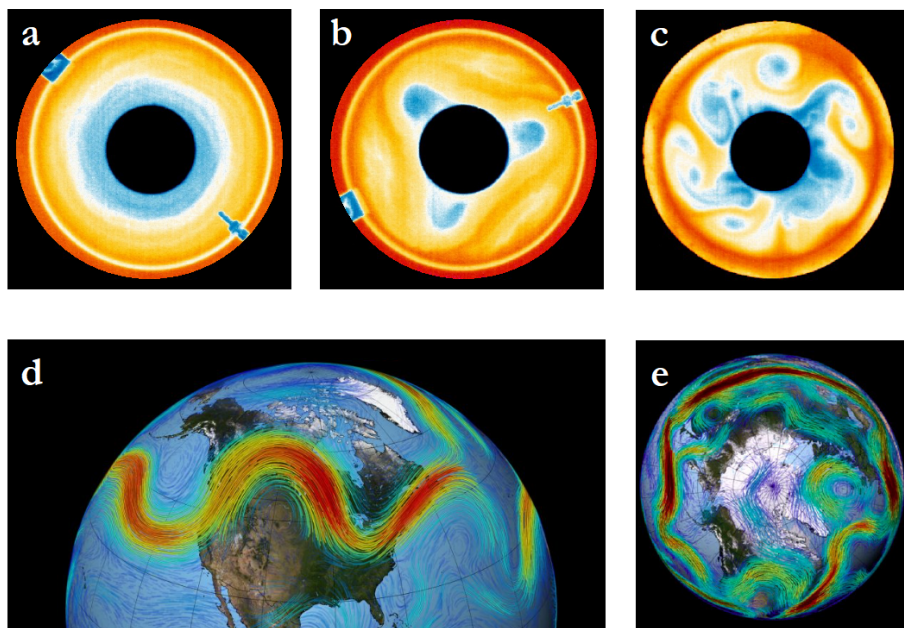
bolygótest	Ro
Föld	0.06
Mars	0.2
Vénusz	370
Titán	18

1. táblázat. Bolygótestek légkörzésének jellemző Rossby-számai Read nyomán [5].

nak képét. A klasszikus „hűtött-fűtött-forgatott” kísérleti elrendezésben beállítva a Titán, a Mars és a Föld jellemző Rossby-számaikat, a vízfelszíni hőmérséklet 1.2. ábrán látható mintázatait kaphatjuk (infrakamerás mérésekkel).

A kisebb Rossby-számokkal jellemezhető rendszerekben a Coriolis-erő és a hőmérsékleti peremfeltételek összjátéka (az ún. baroklin instabilitás) „észak-déli” irányú hullámmozgásra kényszeríti az izotermákat (illetve az áramvonalakat). Az így kialakuló Rossby- vagy planetáris hullámok meandereinek jellemző görbületi sugarát nagyságrendileg a 2. egyenlet szerinti R_C sugárral közelíthetjük.

Így a nagyobb Rossby-számokhoz jellemzően nagyobb hullámhosszú, vagyis kisebb hullámszámú Rossby-hullámok tartoznak. A Mars esetében az $m = 1-3$ hullámszám dominál, vagyis a Rossby-hullám jellemző hullámhossza a középvonalát alkotó kör kerületének harmada, vagy nagyobb (az 1.2b ábra egy $m = 3$ alakzatot mutat). A kisebb



1.2. ábra. A „rotating annulus” kísérlet néhány hőkamerás felvétele (a–c): lassú forgatás axiálisan szimmetrikus áramlási mintázattal (a); gyorsabb forgatás szabályos $m = 3$ hullámszámú Rossby-hullámmal (b); szabálytalan, turbulensebb jellegű Rossby-hullám még gyorsabb forgatás esetén. A szélmező által kirajzolt Rossby-hullámok a Föld északi féltekéjén két nézetből (d és e) – forrás: NOAA.

Rossby-számmal jellemezhető Föld Rossby-hullámai ennél szabálytalanabbak és tipikusan $m = 4-8$ hullámszámúak (1.2c,d,e ábra).

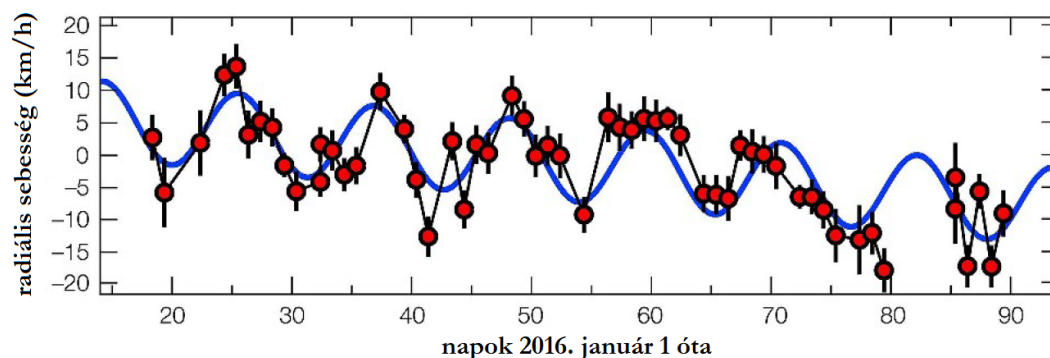
Gyors forgású és/vagy (pl. valamilyen erős üvegházgáz jelenléte miatt) alacsony ΔT értékkel jellemezhető gázbolygók esetében a Rossby szám nagyságrendje 0,001 is lehet: Naprendszerünkben ilyen például az alig tíz óra alatt körbeforduló óriási Jupiter légköre. A dolgozatban bemutatott kísérletek során az ilyen alacsony Rossby-számok felderítését tűztük ki célul, de a projekt folytatásaként a nagyobb Rossby-számok áramlásainak vizsgálatát is tervezzük.

1.3. Néhány egyszerű gondolat a kötött keringésű exobolygókról

A precíziós csillagászati műszertechnika rohamos fejlődésének köszönhetően mára több mint ötezer extraszoláris – vagyis más csillagok körül keringő – bolygó, röviden *exobolygó* létezéséről van tudomásunk, s számuk napról napra folyamatosan nő [6]. Ezen világok közül legalább hatszáz becsült méretük alapján Föld-szerű (azaz minden bizonnyal légkörrel és szilárd felszínnel rendelkező), s ezek mintegy tizede esetében nem kizárható az sem, hogy felszíni viszonyaik lehetővé teszik a folyékony víz jelenlétét.

Az exobolygó-kereső (többnyire műholdas) programok egyértelmű mérési torzítása, hogy a limitált idejű megfigyelési lehetőségek miatt szinte kizárólag olyan bolygók detektálásáról lehet szó, amelyek rendkívül rövid periódusidővel kerülnek meg központi csillagukat, mindössze napok-hetek alatt (az ismert exobolygók mintegy 85%-a ilyen).

Az égimechanika törvényei azt diktálják, hogy egy bolygó méretű objektum, amely annyi-



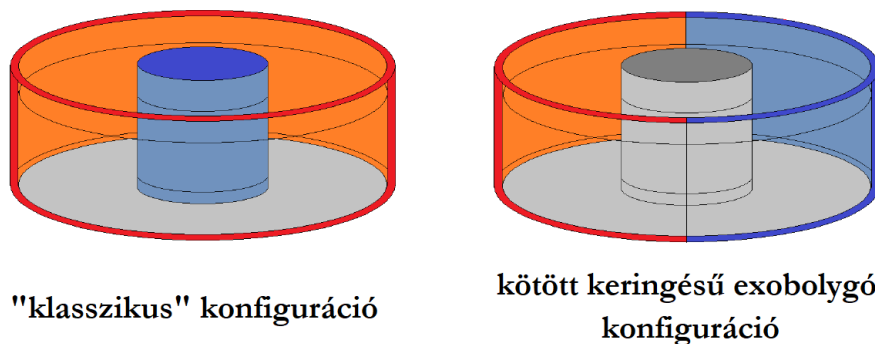
1.3. ábra. A hozzánk legközelebbi potenciálisan lakható exobolygó, a Proxima Centauri b keringési periódusidejét mutató idősor, melyet a központi csillagnak – a Proxima Centaurinak – radiális (látóirányú) sebesség-ingadozásának Doppler-méréséből kaphattak meg. Forrás: ESO/G

ra közel kering egy csillaghoz, hogy ilyen gyorsan megkerülje, az árapályerők miatt óhatatlanul kötött („tidally locked”) keringést kell hogy végezzen, hasonlóan a Hold Földünk körüli mozgásához.

Ez azt jelenti, hogy az ilyen bolygóknek létezik egy örökös nappali és egy folyamatosan sötét (éjszakai) oldala. Ilyen a legközelebbi, az alig 4,2 fényévnyi távolságra lévő Proxima Centauri b is, amely 11,2 földi nap alatt kerüli meg a központi csillagát (1.3. ábra), s a Coriolis-erő szempontjából ez jelenti egy tengely körüli fordulat periódusidejét is. (Habár a bolygó ennyire közel, a Nap-Föld távolság 5%-ányira kering csillaga körül, annak luminozitása annyira csekély, hogy a Proxima Centauri b-n légkör és folyékony víz is létezhet.)

Az ilyen kötött keringésű exobolygók áramlási rendszerei a tartósan aszimmetrikus hőmérsékleti peremfeltételek miatt nagyban különbözhetnek a Naprendszerben ismert bolygólégkörökétől. Kísérleteink alapötletét az adja, hogy a Föld-szerű bolygókra jellemző Rossby-szám nagyságrendjébe eső paramétertartományt vizsgáljuk meg, ám olyan módosított geometriájú hőmérsékleti peremfeltételekkel, amelyek a kötött keringésű exobolygókéhoz hasonlítanak, azaz nem „meridionális” (észak-déli), hanem „zonális” (kelet-nyugati) hőmérsékletgradienst preparálva a peremeken (1.4. ábra).

Célunk annak vizsgálata, hogy milyen áramlási mintázatok alakulnak ki egy ilyen módosított elrendezésben, s hogyan függenek azok tulajdonságai az 5. egyenlet szerinti termikus Rossby-számtól mint skálaparamétertől.



1.4. ábra. A klasszikus „rotating annulus” elrendezés (balra), illetve a módosított, „kötött keringésű exobolygó” konfiguráció (jobbra) hőmérsékleti peremfeltételeinek sematikus vázolata. A kék szín az átlagosnál hidegebb (hűtő), a piros az átlagosnál melegebb (fűtő) tartományokat jelöl.

2. Kísérleti elrendezés

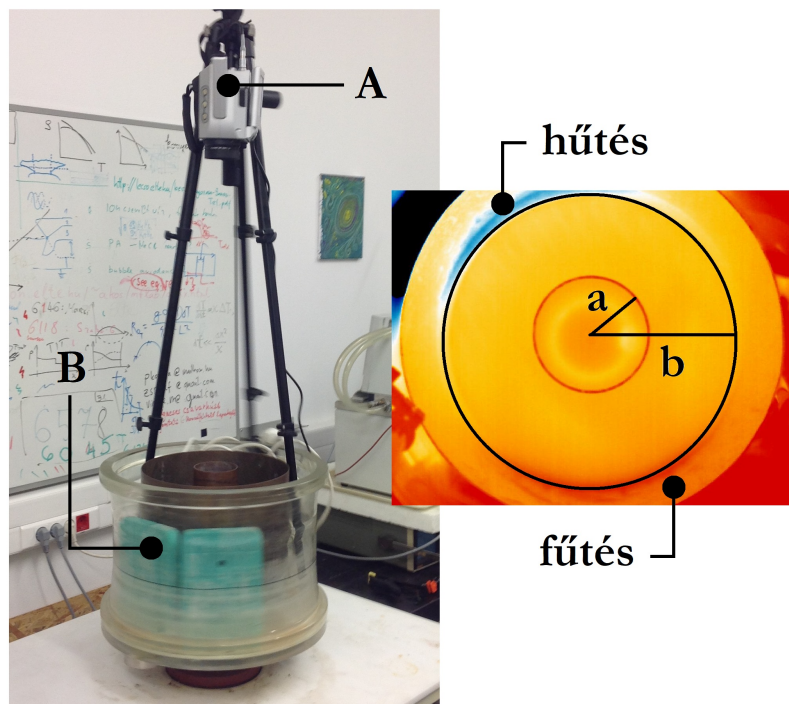
A kísérletekben egy módosított Flutz—Hide-féle kísérleti elrendezést használtunk. Ezt a berendezést először David Flutz használta, majd tőle függetlenül Raymond Hide, az 1950-es években. Ezen elrendezés használata azóta is elterjedt nagyskálájú légköri képződmények laboratóriumi modellezésére. Az elrendezés működési alapelve az, hogy figyelembe veszi a légköri folyamatokat alakító legfontosabb hatásokat. A forgóasztalon elhelyezett kádát két koncentrikusan elhelyezett, jó hővezető réz hengerpalást osztja három részre. Az eredeti elrendezésben a középső részben elhelyezett víz-jég keverék biztosította a hűtő hatást, ami a pólusokra jellemző hidegnek felelt meg, a szoba meleg levegőjével érintkező henger pedig a trópusi meleg levegőt szimulálta. Az elrendezést úgy módosítottuk, hogy alkalmas legyen kötőtpályájú exobolygók légkörében lejátszódó folyamatok modellezésére. Ehhez nem a két rézhenger között hoztunk létre hőmérsékletkülönbséget, hanem a külső rézhenger két „szemközti oldala” között, ezzel imitálva a kötött pályájú exobolygók légkörének peremfeltételeit.

A hőmérsékletkülönbség azért fontos az áramlás szempontjából, mert ha a kád nem forogna, akkor a melegített fallal érintkező víz felmelegedne, így csökkenne a sűrűsége, felemelkedne a felszínre, a hidegebb fal irányába áramlana, ahol lehülne, leáramlana, majd alul visszaáramlana a melegebb falhoz. Ez egy egyszerűbb áramlást eredményezne, kísérletünkben azonban a kád az exobolygókhoz hasonlóan forog, így a mozgásba jövő folyadékokra hat a Coriolis-erő is, ennek következtében jól megfigyelhető örvények alakulnak ki az elrendezésben.

2.1. A mérőeszköz

A méréshez használt kád a Kármán Környezeti Áramlások Laboratóriumában található, és már számos korábbi kísérlethez használták. A kád egy nagy üveghengerből és két koncentrikusan elhelyezett réz hengerpalástból áll, melyek három részre osztják a kádát. A rézhengerek jól vezetnek a hőt, ezzel biztosítva a rekeszek közti hőcserét, konvektív áramlás azonban nincs a kád három része között. Az egész üveghenger egy változtatható

szögsebességű forgópadra van rögzítve.



2.1. ábra. A forgóasztalon elhelyezett kísérleti elrendezés fényképe (balra) – A: a tartállyal együtt forgó VarioCam hőkamera; B: az oldalsó hűtést biztosító jégakkuk. Jobbra: a hőkamera egy kalibrációs felvétele a tartályról (nem forgatott kísérlet), a hűtő és fűtő oldalak, illetve a belső és külső hengerek sugarának (rendre: a és b) megjelölésével.

Az elrendezés geometriai paraméterei a következők:

- $a = 4,5$ cm,
- $b = 14,75$ cm,
- $H = 14,52$ cm,

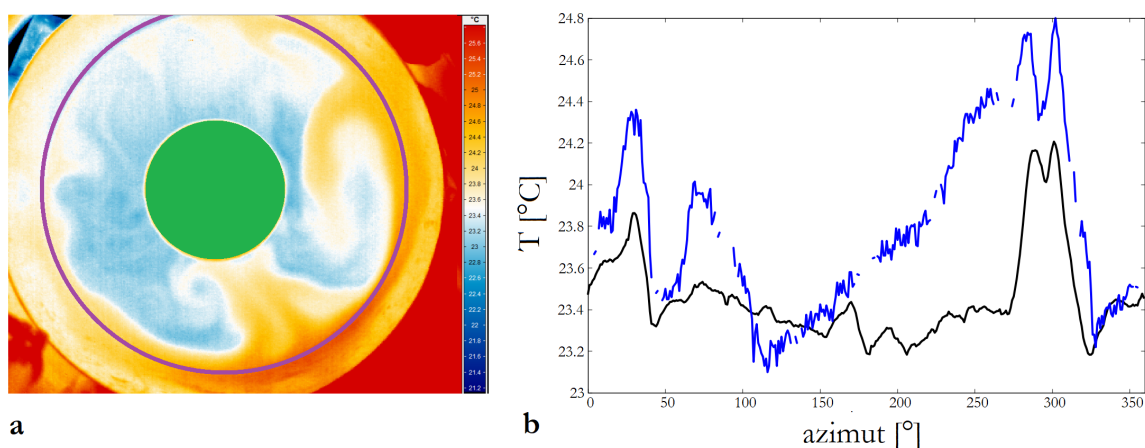
ahol a a belső rézhenger sugara, b a külső rézhenger sugara, H pedig a vízréteg vastagsága. Ezt az elrendezést a következőképpen alakítottuk át: a külső rézhenger és a kád külső fala közé elhelyeztünk egy melegítő övet, nagyjából félkörív hosszan. Az öv felmelegíti a rézhengert, ami így jól szimulálja a kötött pályán mozgó exobolygónak a csillaga felé néző oldalát. Az övvel átellenben jégakkukat helyeztünk el a külső rézhenger és a kád fala közé, ezzel növelve a hőmérsékletkülönbséget. A melegítő öv hőmérséklete három fokozat szerint állítható, így szabályozhattuk a hőmérsékletkülönbséget, de öv nélkül, csak jégakkukkal is végeztünk méréseket, ekkor a meleg oldalt a szoba meleg levegője fűtötte (2.1. ábra).

A kádra erősítettünk egy, a rendszerrel együtt forgó VarioCAM HR Inspect (680/30mm) típusú hőkamerát, amellyel rögzíthettük a kádban kialakuló áramlások pillanatnyi állapotát. A kamera térbeli felbontása 640×480 pixel, hőmérsékleti felbontása $0,01$ °C.

A Rossby-szám (5. egyenlet) szerinti alakjának kiszámításához a kísérletekben az $L = b - a$ vízszintes méretskálát választottuk, továbbá a víz térfogati hőtágulási együtthatóját $\alpha = 2,07 \cdot 10^{-4} (\text{°C})^{-1}$ -nek vettük.

3. Kiértékelési módszerek

A mért adatokat Jupyter Notebook környezetben, Python nyelv segítségével dolgoztuk fel. A kiértékelés során a *numpy* és a *pandas* beépített könyvtárakat használtuk. Az infrakamera az adatokat egy 640×480 -as mátrixban tárolja el, amelynek minden eleme megfelelhet a vízfelszín egy pontjának hőmérsékletének. A kiértékelőprogram bemene-ti paramétere volt az adott képen a körszimmetrikus mérési elrendezés középpontjának koordinátái, ehhez viszonyítva számolta át minden képpont koordinátáját polárkoordinátákba. A polárkoordinátákat egy új mátrixban tárolta el, melyből később az adatok előhívhatóak voltak a középponttól mért sugár és szög szerint. Ezt követően ezekkel az adatokkal dolgoztunk tovább. A kiértékelőprogram segítségével kiszámíthatjuk a vízfelszín hőmérsékletének sugár- és szög szerinti átlagát is, illetve a program megkeresi a peremnek megfelelő $R_{\max}$ sugarat is, és az ehhez tartozó hőmérsékleti peremfeltételt (3.1. ábra).



3.1. ábra. Példa az infrakamerás felvételek kiértékelésének első lépésére. Az eredeti képen (a) a szabad vízfelszín a zöld koronggal letakart és a lila kör közötti tartományban látható, amelyen belül a program meghatározta a sugárirányban kiátlagolt egydimenziós hőmérsékletprofil (b panel fekete görbéje), illetve a külső fal – lila kör – mentén a peremfeltétel hőmérsékletprofilját (b panel kék görbéje).

4. Numerikus szimulációk

Hidrodinamikai jelenségek modellezése esetén gyakran felmerül a kérdés, hogy az adott jelenséget kísérletileg, vagy szimulációs eszközökkel érdekesebb-e modellezni. Bár első ránézésre úgy tűnhet, hogy numerikus szimuláció készítése egyszerűbb, mint egy kísérleti elrendezés megtervezése, felépítése és karbantartása, komoly hidrodinamikai szimulációk esetén a számítási igények oly magasak lehetnek, hogy nagyon erős számítógépekkel is napokig tarthat egy valóságban pár másodperc alatt lezajló kísérlet szimulálása. Ennek oka, hogy hidrodinamikai szimulációk során a rendszer fejlődésének pontos követése érdekében nagyon finom idő- és térfelbontás szükséges.

Hidrodinamikai instabilitás szimulálása esetén a számítási idő meghatározó lehet, hiszen az effektus apró perturbációkból ered, melyek helyes implementálásához rendkívül finom térfelbontásra van szükség, így a számítási idő is megnő. Továbbá a térfelbontás növelése miatt elkerülhetetlen az időfelbontás növelése is, különben a szimuláció divergálhat. Erről részletesebben a 4.2.1. alfejezetben írunk.

4.1. Navier–Stokes-egyenletek

Folyékony kontinuum mozgásegyenletei a Navier–Stokes-egyenletek (6. egyenlet). A bal oldal második tagjában szereplő nemlinearitás okozza a megoldás nehézségét. Emellett felírhatjuk a kontinuitási egyenletet (7. egyenlet). Numerikus szimulációk során az algoritmusok feladata, hogy ezeket az egyenleteket egyszerre, illetve iteratív módon kiszámolva lépésenként megadja a rendszer adott állapotát.

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} \right] = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{u} + (\eta + \eta') \nabla (\nabla \mathbf{u}) + \mathbf{f}. \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho \mathbf{u}) = 0. \quad (7)$$

Mivel esetünkben az áramlás turbulens, így csak numerikus megoldás létezik.

4.2. OpenFOAM

Hidrodinamikai szimulációkat CFD („Computational Fluid Dynamics”) programokkal lehet végezni. Számos ilyen program elérhető, mi az OpenFOAM-ot („Field Operation And Manipulation”) [7] használtuk. Az OpenFOAM egy ingyenes, nyílt forráskódú programcsomag, melyben számos solver és algoritmus elérhető és használható egy egységes C++ közegben.

Az OpenFOAM-ba integrált mintegy 100 solver (megoldási algoritmus) mind-mind különböző fizikai esetekre specializálódik. Ilyenek például az összenyomható és nem összenyomható folyadékok, a lamináris és turbulens áramlások, a tranziens és „steady-state” folyamatok, stb. Egy szimuláció elkészítése során először választani kell, melyik solver-t használjuk. Bár a nagyon komplex solver-ek képesek akár tetszőlegesen bonyolult fizikai rendszerek modellezésére is, számítási igényük is magasabb, mint egy egyszerűbb algoritmusé. Így a solver választásnál a feladat, hogy az adott problémának megfelelő, de nem túl komplex solvert válasszunk.

A most szimulálandó jelenség igen speciálisnak tekinthető. Fontos szerepet játszik benne a turbulencia, illetve természetesen a hőközlés és hőtágulás is. Emiatt a folyadék nem tekinthető összenyomhatatlannak, és a határfeltételek is bonyolultnak tekinthetők. Így a szimulációkhoz a *buoyantPimpleFoam* és a *buoyantBoussinesqPimpleFoam* solver-eket választottam. Mindkettő az OpenFOAM használati útmutatója alapján alkalmas tranziciens, felhajtóerőt figyelembe vevő, turbulens és összenyomható áramlások szimulálására. Utóbbi a Boussinesq-közelítést is használja (lásd a 4.2.3. alfejezetben).

Ugyanakkor a solver mellett más is befolyásolja a szimuláció eredményét. Ezek többek között a „mesh” és annak felbontása, az időfelbontás, a turbulencia modellezésének módszere, a hőmérséklet dinamikájának modellezése és a határfeltételek.

4.2.1. A mesh és a tér- és időfelbontás

A mesh elkészítése során felosztjuk a jelenségben szerepet játszó teret sok apró, geometriailag definiált alakzatra, amelyek együttesen alkotják magát a mesh-t. Ezek finomsága és alakja is befolyásoló tényező lehet a szimuláció eredményére.

Ha túl durva mesh-t használunk, akkor számunkra érdekes, és a szimuláció eredményét tekintve fontos apró jelenségeket nem tudjuk figyelembe venni. Ugyanakkor túl részletes mesh esetén a számítási idő válik túl nagygyá. Ennek mértékét megneveli a Courant—Friedrichs—Lewy-feltétel. [8] Hogy ezt értelmezhezzük, vezessük be a Courant-számot, mely

$$C = \frac{u\Delta t}{\Delta x}, \quad (8)$$

ahol u a sebesség, Δt az időfelbontás és Δx a mesh celláinak karakterisztikus hossza. A C szám az információ terjedési sebességével hozható kapcsolatba. Jelentése, hogy ha az információ gyorsabban terjed, mint a szimulációnak a felbontása – azaz $C > 1$ –, akkor az divergálni fog. A szimuláció során az OpenFOAM minden iterációnál automatikusan megadja a Courant-számot, és ellenőrzi az adott feltételt. Speciális esetben szigorúbb kitételt is meg lehet adni, például $C < 0,5$.

Vegyük észre, hogy a 8. egyenletben ha növeljük a mesh felbontását, azaz Δx csökken, akkor feltétlen növelni kell az időfelbontást is, azaz Δt -t csökkenteni kell, különben C túl magassá válhat. Ezért van az, hogy a mesh finomítása során a számítási idő nem várt módon megnövekedhet; az időlépéseknek is sűrűbbnek kell lenniük.

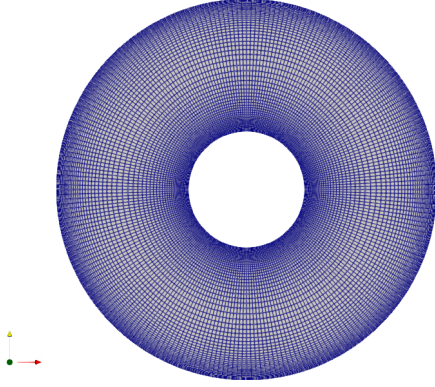
Fontos mindemellett a mesh-t alakító cellák alakja is. A szimuláció ezen cellák érintkezési felületére merőleges effektusokat jóval pontosabban tudja figyelembe venni, mint a rá közel párhuzamosakat. Így érdemes olyan hálót felépíteni, melyek a várt áramvonalakkal párhuzamosan és merőlegesen futnak. Megjegyeznénk, hogy az OpenFOAM képes ezen hatás minimalizálására különböző közelítő eszközökkel, melyeket az adott probléma alapján tetszőlegesen megadhatunk.

A számítási igények minimalizálásának érdekében játszhatunk a cellák sűrűségével. Ott, ahol várunk fontos apró effektusokat – általában a falak közelében –, sűrűbben oszthatjuk fel a cellákat, míg ahol nem várunk kis bonyolult hatásokat – a falaktól távolabb –, ott durvábban. Ezzel nem vétünk túl nagy számítási hibákat, de a számítási idő akár nagyságrendekkel is csökkenhet.

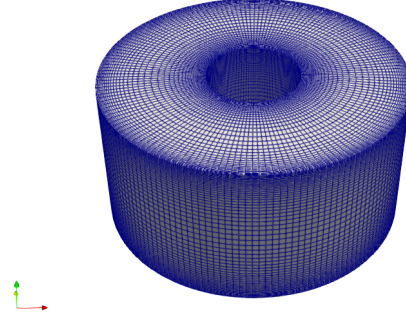
A kutatás során több mesh-sel is dolgozunk, a 4.1. ábrán látható a *rotating annulus*-ról készített 2D mesh, a 4.2. ábrán az ugyanarról készített 3D mesh. Emellett tervezzük készíteni szimulációkat szférikus mesh-el is, de a dolgozat beküldéséig csak a 2D-s és 3D-s *an-*

nulus mesh-sel készültek szimulációs eredmények. A mesh effektíve egy polárkoordináta-rendszerként épül fel, melyben a cellák a korábban említett módon a falaknál jóval sűrűbben helyezkednek el.

Mindkét mesh magassága és sugara megegyezik a mérésben használt eszközök méreteivel.



4.1. ábra. A *rotating annulus* elrendezésről készített 2D-s mesh.



4.2. ábra. A *rotating annulus* elrendezésről készített 3D-s mesh.

4.2.2. A turbulencia modellezése

Szimulációk számítása során a turbulencia modelljének helyes megválasztása döntő fontosságú lehet. Turbulencia modellezésére azért van szükség, mert a véges felbontás miatt elengedhetetlenül kerülnek hibák a szimulációba, és mivel turbulencia során a sebesség- és a nyomásmezők kaotikusan fejlődnek, így a kis hibák is nagy változásokat okozhatnak.

Az OpenFOAM-ban adott solverekkel (mint a *PISOFoam*, *PimpleFoam*, *buoyantPimpleFoam*) szimulálható turbulencia, és ehhez számos különböző modell létezik. Ebből két elterjedtebbet említenénk, az RAS („Reynolds Averaged Simulations”) és az LES („Large Eddy Simulations”).

Turbulencia során a sebességmezőt két részre választhatjuk, egy átlagolt sebességre ($\bar{\mathbf{u}}$), valamint az a körüli változásokra ($\delta\mathbf{u}(t)$), melyeket a turbulencia okoz. [9]

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \delta\mathbf{u}(t). \quad (9)$$

A turbulencia modellezéséhez továbbá bevezetésre kerül az úgynevezett turbulens viszkozitás (ν_t). Fizikai értelmezésként ez a mennyiség hordozza magában a turbulencia miatti transzport- és disszipációs energiaveszteségeket, melyeket a különböző modellekkel elhanyagolunk. Ezzel definiálhatjuk az effektív viszkozitást, amely

$$\nu_{\text{eff}} = \nu + \nu_t. \quad (10)$$

A feladat ν_t megadása egy megfelelő modellel. Az RAS modellnek a $k - \varepsilon$ típusa során ezt a következőképp tesszük. Bevezetjük a k és ε mennyiségeket, melyek rendre a turbulens kinetikus energiát, és a turbulens disszipációt jelölik. Ennél a modellnél

$$k = \frac{1}{2} \left(\overline{\delta u_x^2} + \overline{\delta u_y^2} + \overline{\delta u_z^2} \right), \quad (11)$$

és

$$\nu_t = 0,09 \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (12)$$

Mindemellett k és ε mennyiségekre transzportegyenleteket is kapunk, amelyeket a mozgásegyenletek mellett meg kell oldania a solver-nek.

Ebben a modellben a turbulencia összes hatását bele vesszük ν_t -be. Emiatt maga a turbulencia például örvények formájában nem jelenik meg a szimulációban, hanem a ν_t skálázó értékei jelölik, hogy az egyes cellákban mekkora mértékű turbulencia található, melyet a szimuláció elhanyagol. (Bár mivel a számolások során az effektív viszkozitással (ν_{eff}) számol, így a turbulencia okozta disszipációkat figyelembe veszi.)

Az RAS modellt olyan esetekben érdemes használni, amikor a turbulencia okozta örvények vagy elhanyagolhatóak, vagy a vizsgálandó tartománytól messze vannak, így hiányuk nem okoz problémát a jelenség értelmezésében, csak a turbulencia mértékét szeretnénk szimulálni. Nem alkalmazható olyan esetben, amikor az egyes turbulencia okozta örvények pontos szimulálására is szükség van. Ha azokat a sebességmezőben is szeretnénk szimulálni, ahhoz például az LES modellt használhatjuk. [10]

Az LES modellben egy alulátengedő szűrőt használunk (13. egyenlet), így az eljárás során csak a kis mértékű turbulenciákat modellezzük, a nagyok ténylegesen szerepelnek a szimulációban.

$$\overline{\Phi(\mathbf{x}, t)} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dt' d\mathbf{x}' \Phi(\mathbf{x}', t') G(\mathbf{x} - \mathbf{x}', t - t'). \quad (13)$$

Ezt azért tesszük, mert a kis mértékű turbulenciák túl nagy jelentőséggel nem bírnak az áramlásra, ugyanakkor számítási igényük igen magas. Így ezeket modellezzük, míg a nagy befolyással rendelkező nagy turbulenciák ténylegesen részt vesznek a szimulációban. Az aluláteresztő szűrés során bevezetésre kerül két mennyiség, a levágási hossz skála (Δ) és a levágási idő skála (τ_c). Jelen esetben is felírható a 10. egyenlet. Most azt tesszük fel, hogy

$$\nu_t = 0,094 \Delta \sqrt{k}. \quad (14)$$

Már csak a k -t kell megadnunk. Bár van egy eljárás, a *Smagorinsky–Lilly-modell*, amelyben k -ra egy közelítést teszünk ami azt feltételezi, hogy alacsony mértékekben az energia előállítás és disszipációk nagysága egyensúlyban van, mi a *One Equation Eddy* modellt használjuk, amely bevezet egy transzport egyenletet k -ra.

4.2.3. A hőmérséklet dinamikájának modellezése

A jelenség szimulálásához elengedhetetlen a hőmérsékleti effektusok figyelembevétele. Ehhez az első lépés a helyes solver használata. Megfelelően választva az OpenFOAM képes mind a három hőátadási formát (kondukción, konvekción, radiáción) szimulálni, bár az utolsó gyakran elhanyagolható. (Lehetőségünk lenne továbbá több-fázisú szimulációk futtatására is, azaz például jég, víz és vízgőz egyszerre lehetne jelen és hathatnának kölcsön, de erre most nincs szükségünk.) Mind a *buoyantPimpleFoam* és a *buoyantBoussinesqPimpleFoam* alkalmas ilyen effektusok figyelembevételére.

Fontos kiemelni, hogy turbulens esetben jóval nehezebb a hőmérsékleti effektusok helyes modellezése. [12] Először nézzük azt az esetet, amikor nincs turbulencia. A két hőátadási

forma, melyeket figyelembe veszünk a kondukció,

$$\mathbf{q} = -\beta \nabla T, \quad (15)$$

ahol $\mathbf{q} = \frac{Q}{A}$ a hőfluxus és β a hővezetőképesség; és a konvekció,

$$\mathbf{q} = h \Delta T, \quad (16)$$

ahol a h együttható függ a sebességtől és anyagi paraméterektől, ΔT a hőmérsékletkülönbség. A solver ezek használatával adja meg a hőmozgásokat a rendszerben. A hőmérsékletmező összefüggésbe hozható a sűrűségmezővel a hőtágulás miatt, és így a sebességmezővel is. Így bevezethetjük a felhajtóerőt, amely

$$\mathbf{b} = \frac{\rho(t, p)}{\rho_0} \mathbf{g}. \quad (17)$$

Ez egy új tagként szerepel a Navier–Stokes-egyenletben.

Turbulens esetben modelleznünk kell a turbulencia miatti hővezetési effektusokat. Hasonlóan a turbulencia modellezésénél, itt is a közelítés miatt az apró jelenségek egy turbulens hővezetőképességi együtthatóban jelennek meg. Így az effektív hővezetőképesség

$$\beta_{\text{eff}} = \beta + \beta_t, \quad (18)$$

mellyel az effektív kondukció

$$\mathbf{q}_{\text{eff}} = -\beta_{\text{eff}} \nabla T. \quad (19)$$

β_t -t a turbulens Prandtl-számból szokás meghatározni.

$$\text{Pr}_t = \rho c_p \frac{\nu_t}{\beta_t}, \quad (20)$$

ahol c_p a fajhő. A turbulens Prandtl-szám meghatározása nem triviális, CFD szimulációkban általában $\text{Pr}_t = 0,85$ -nek vesszük.

A *buoyantPimpleFoam* többek között ezeket az egyenleteket használja. Emellett a szimuláció mappájában szükség van a *constant* mappa alatt egy *thermoPhysicalProperties* file-ra, amelyben a folyadékra jellemző paramétereket, és modelleket kell megadni. Ebben a dokumentumban van egy kötelező bejegyzés, a *thermoType*, amely a szimulációban használt modellesomagot határozza meg. Az OpenFOAM tartalmaz nagyszámú előre megírt modellezési kombinációt, amelyek a forráskódon belül C++ sablonokból épülnek fel. Itt lehet meghatározni továbbá a termodinamikai modellt, a transzport modellt, az állapotegyenletet és az anyag összetételét.

Ezzel ellentétben a *buoyantBoussinesqPimpleFoam* esetén nincs ilyen file, helyette a *transportProperties* file-ban kell megadni az anyag paramétereit, mint a viszkozitás, hőtágulási állandó, lamináris és turbulens Prandtl-szám. Ez azért van, mert ebben az esetben a Boussinesq-közelítést használjuk, mely szerint [11]

$$\rho_{\text{eff}} = \frac{\rho}{\rho_0} = 1 - \alpha(T - T_{\text{ref}}), \quad (21)$$

ahol α a hőtágulási tényező. Ez a feltételezés kis hőmérsékletkülönbségnél elfogadható, víznél ez 2 K-t jelent, így esetünkben jó közelítéssel helytáll. Emellett a Boussinesq-közelítésben a sűrűségváltozásokat elhanyagoljuk, kivéve a gravitációs tagban.

4.2.4. A szimulációban szereplő mennyiségek

A korábbiakban már a legtöbb mennyiség előkerült, amelyek a szimulációban szerepelnek. Itt összegyűjtésre kerül az összes mező, melyekre a szimuláció során transzportegyenleteket kell megoldani.

- **Sebesség u :** A sebesség vektormező minden hidrodinamikai jelenségben alapvető, hiszen ez alkotja magát az áramlásteret.
- **Hőmérséklet T :** A hőmérséklet skalármező csak olyan szimulációkban kerül elő, melyekben szerepet játszanak hőmérsékletkülönbségek, és az ezzel kapcsolatos jelenségek, mint a hőtágulás, vagy konvekció.
- **Nyomás p :** A sebességmező mellett a nyomásmező szerepel minden hidrodinamikai szimulációban, hiszen ez hordozza magában a folyadékban a belső erőket.
- **Alternatív nyomás p_{rgh} :** Összenyomható és hőmérséklet effektusokat tartalmazó szimulációkban általában bevezetik az alternatív nyomást, mely $p_{\text{rgh}} = p - \rho gh$. Ezt azért érdemes megtenni, mert a numerikai számításokban p_{rgh} könnyebben kezelhető mint az eredeti p mező, hiszen utóbbi közvetlenül függ a h magasságtól.
- **Turbulens viszkozitás ν_t :** A korábbiakban bevezetett turbulens viszkozitás mezőre a turbulencia modellezése során van szükség.
- **Turbulens kinetikus energia k :** A korábbiakban bevezetett turbulens kinetikus energia a LES modell *OneEqEddy* típusában szerepel.
- **Kinematikus turbulens hővezetőképesség β_t :** A korábbiakban bevezetett turbulens hővezetési modellben van szükség erre a mennyiségre.

Minden mennyiség transzport egyenletének részletes imsertetése a forráskód mély értelmezését igényelné, ami meghaladja ezen dolgozat kereteit.

4.2.5. A határfeltételek meghatározása

A határfeltételek megadásának folyamata az OpenFOAM-ban a mesh legenerálásával kezdődik, ami során meg kell adni, hogy a mesh mely felületei milyen általunk definiált csoportokba tartoznak. Ezen csoportokra szabható ki határfeltétel a θ elnevezésű map-pában a megfelelő mennyiségmezők *file*-jaiban.

Az OpenFOAM-ban az adott mennyiségtől függően számos, előre implementált határfeltétel típust választhatunk. Például implementáltak a Dirichlet- vagy a Neumann-féle határfeltételek, de különleges mennyiségekhez, például a turbulens viszkozitáshoz tartoznak speciális határfeltételek is, például a *nutkWallFunction*. [1]

A következőkben a dolgozat szempontjából érdekesebb mennyiségek peremfeltételét szeretnénk kiemelni.

A sebességmező peremfeltételéhez az edény falainál tapadási határfeltételt feltételezünk. Így az edény forgatásával a folyadék a falnál azonnal felveszi annak ottani sebességét. Ezt az OpenFOAM-ban a *rotatingWallVelocity* peremfeltétellel tehetjük meg, melynél természetesen a forgatás tengelyét és nagyságát is nekünk kell megadnunk. A víz és levegő peremen azt írjuk elő, hogy a sebességmező gradiense tűnjön el (*zeroGradient*).

A hőmérsékletmező peremfeltételének megadása nehezebb feladat. Ennek oka, hogy bár a falakhoz képest a fűtött és hűtött rész az együttforgó rendszerben nem mozog, a laborrendszerből az egész rendszer forog, így a fűtött és hűtött részek is. Ez így egy meglehetősen bonyolult határfeltétel, mely függ a térkoordinátától és az időtől is. Szerencsére az OpenFOAM képes az ilyen bonyolult határfeltételeket is értelmezni. Ehhez a peremfeltétel megadásakor a *codedFixedValue* típust kell használni, amellyel megnyílik egy kis C++ modul a peremfeltételen belül, ahol egy saját kézzel írt tetszőleges kóddal megadhatjuk a kívánt előírásokat. Mivel esetünkben a peremfeltétel függ a koordinátáktól, és az időtől is, ezért ehhez először a megfelelő parancsokkal a szimuláció egyéb szegmenseiből ezeket ide importálni kell. Ezt megtéve, a következő hőmérséklet határfeltétel definiálható:

$$T(x, y, t) = 300 + c \cdot \sin \left[\omega \cdot t + \arctan \left(\frac{y}{x} \right) \right], \quad (22)$$

amely az edény peremén egy, az azimut szögtől szinuszosan függő, c amplitúdójú peremfeltételt ad meg, ami ω szögsebességgel forog. Egyéb peremeken 300 K-re állítjuk a hőmérsékletet, a levegőnél pedig *zeroGradient* feltételt szabtuk ki.

A többi mennyiség határfeltételének részletes ismertetése hosszú, és a solver és az OpenFOAM forráskódjának részletes áttekintését vonná maga után, melyek meghaladják ezen dolgozat kereteit.

4.3. ParaView

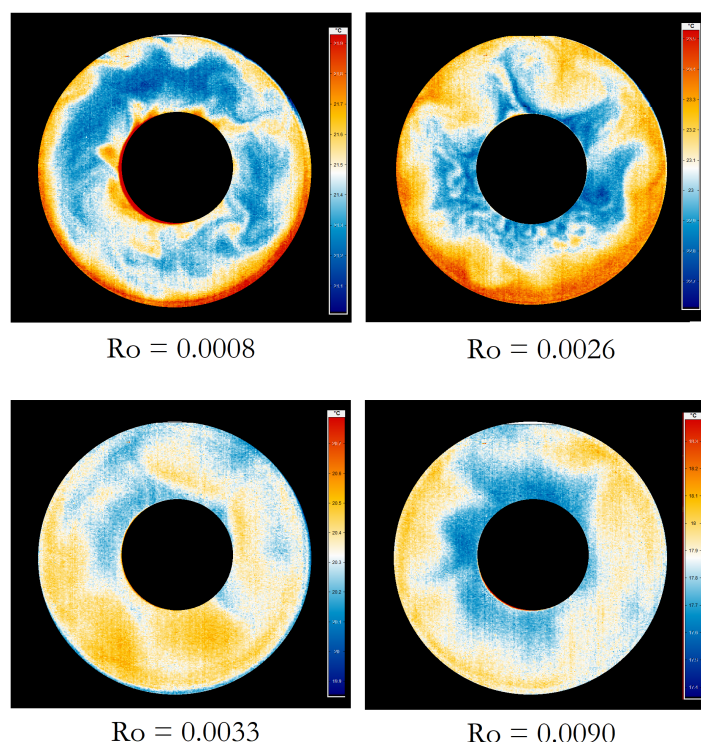
A szimulációs eredmények kiértékeléséhez a *ParaView* nevű programot használjuk, ami szintén egy ingyenes, nyílt forráskódú post-processing (utófeldolgozó) vizualizációs szoftver. A *ParaView* kompatibilis az OpenFOAM által generált adatokkal. Így az a szimuláció során elmentett adatfájlokat idő szerint beolvassa, és a mesh minden pontjához hozzárendeli az ahhoz tartozó mennyiségmezőket.

Számos különböző hasznos vizualizációs és kiértékelő módszer implementált a *ParaView*-ba (különböző színskálák, mesh manipulálási lehetőségek, cellák kiválasztására módszerek, számológép, táblázatok, grafikonok, stb.), így ez az egyik legelterjedtebb az ingyenes post-processing programok közül.

5. Eredmények

5.1. Kísérleti eredmények

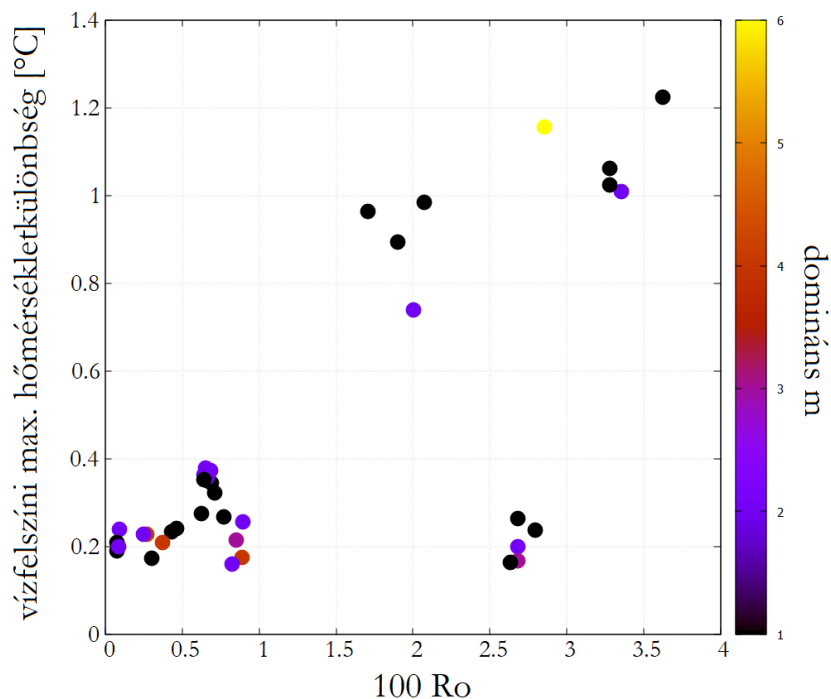
Néhány tipikus kísérlet vízfelszíni hőmérséklet-mintázatait az 5.1. ábra infrakamerás felvételei mutatják. A tablóképeken a hűtött oldal a felvételek tetejénél, a fűtött pedig az aljánál helyezkedik el. A képek alatt feltüntetett Ro értékeket az 5. egyenlet szerint a – stopperrel mért – Ω forgási szögsebességből és az infrakamerás képek alapján a vörösréz hengerpalást-peremen detektált maximális ΔT hőmérsékletkülönbségből (vagyis a peremen mért legnagyobb és legkisebb hőmérséklet különbségéből) számítottuk ki. Lát-



5.1. ábra. A szabad vízfelszín hőmérsékletmintázata a Ro Rossby-szám négy különböző értéke mellett.

ható, hogy a legmarkánsabb, a „klasszikus” – radiális hőmérsékletkülönbség által hajtott – kísérletek mintázatához leginkább hasonló, egymásba ágyazódó meleg és hideg *plume*-okkal jellemezhető alakzat $Ro = 0,0026$ esetében tapasztalható, melyen – egyedülként – a peremfeltételek szerinti hőmérsékletgradiens iránya szerinti hozzávetőleges tengelyes szimmetria is felfedezhető. Mind az ennél kisebb, mind a nagyobb Rossby-számok esetében ilyen szabályosság nem jelentkezik.

A kvantitatív vizsgálatokhoz a radiális („meridionális”) irányban átlagolt azimutális („zonális”) hőmérsékletprofilok alapján minden kísérlet esetében meghatároztuk a vizsgálati tartományban – vagyis a szabad vízfelszínen – a legnagyobb és legkisebb mért értékek különbségét. A Ro Rossby-szám 5. egyenlet szerinti kiszámításához a peremen mért maximális gerjesztési ΔT hőmérsékletkülönbséget használtuk, s a vízfelszínen mért maximális δT hőmérsékletkülönbségeket Ro függvényében ábrázoltuk (5.2. ábra). Észrevehetjük, hogy a Rossby-szám növelésével jellemzően – érthető okok miatt, hiszen $Ro \sim \Delta T$ –

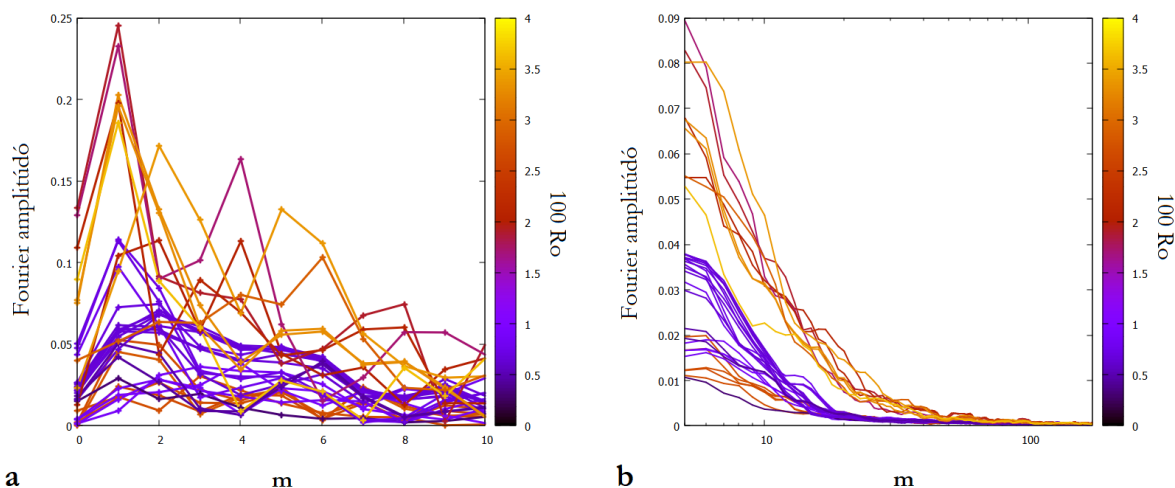


5.2. ábra. A vízfelszíni hőmérsékletek maximumának és minimumának δT különbsége a Ro Rossby-szám függvényében. Az adatpontokat a mintázat domináns m hullámszáma szerint színeztük.

nagyjából lineáris skálázást követve növekszik a vízfelszínen mért maximális δT hőmérsékletkülönbség, leszámítva a $Ro = 0,026-0,028$ körüli méréseket, amelyek egy élesen elkülönülő klasztert alkotnak, s a többi hasonló Rossby-számú kísérlethez képest sokkal kisebb felszíni hőmérsékletkontrasztot mutatnak. Ebből arra következtethetünk, hogy az itt beinduló áramlásokhoz függőleges irányban olyan függőleges konvekciós cella kialakulása is társulhat, amely hatékonyan homogenizálja a hőmérsékletet, kapcsolatot teremtve a jellemzően hidegebb mélyebb rétegek és melegebb felszíni rétegek között, csökkentve a felszíni δT értékét. Azt a kérdést, hogy a víztest (infrakamerával nem megfigyelhető) belsejében ekkor milyen hőmérséklet- és sebességmező jellemzi az áramlást, a jövőben numerikus szimulációk segítségével tervezzük alaposabban megvizsgálni, Ro (és egyéb lényeges hasonlósági paraméterek) megfelelő beállításával.

Az 5.2. ábra adatpontjait a felszíni hőmérsékletmező jellemző domináns azimutális hullámszámait alapján színeztük (ld. színskála), ebben azonban nem vettünk észre trendszerű viselkedést. Megjegyzendő azonban, hogy a domináns hullámszámok minden kísérlet esetében az $1 \leq m \leq 6$ intervallumban voltak.

Az 5.2. ábrán is színekkel megjelenített domináns azimutális hullámszámok – amelyek azt számszerűsítik, hogy „hány hullámhosszy” fér rá a teljes 360° -nyi szögtartományra az adott szinuszhullámból – a fentebb említett sugárirányban átlagolt egydimenziós hőmérsékletprofilok Fourier-spektrumaiból kaphatók meg. Ilyen spektrumokat láthatunk az 5.3. ábrán, az összes kísérletünkre ábrázolva. (A művelethez minden esetben a QTGrace program DFT rutinját és Hanning-ablakot használtunk.) A vízszintes tengely az m hullámszámot mutatja, a görbék színezése pedig ezúttal mindkét panel esetében Ro értékét követi. Az a) panelen a spektrumok alacsony hullámszámú tartománya látható. Az 5.2. ábra

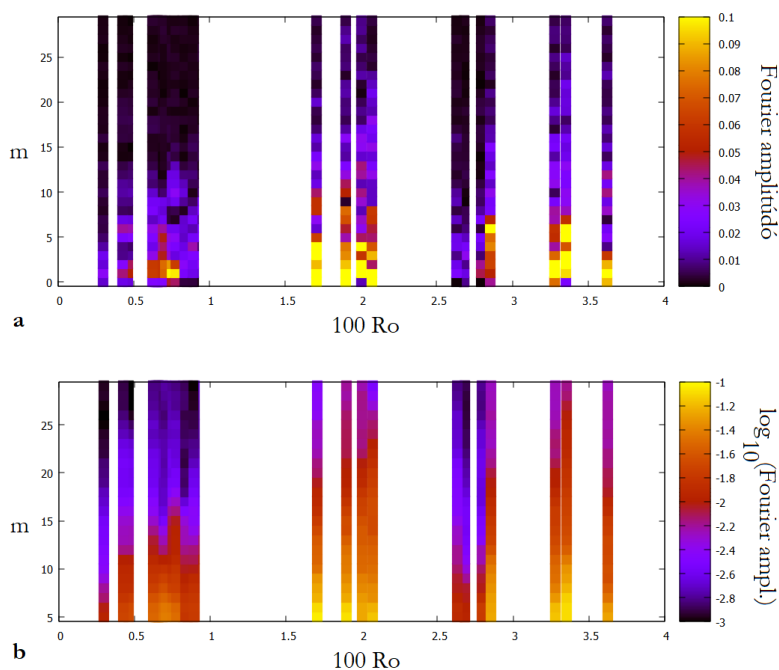


5.3. ábra. Az egydimenziós vízfelszíni hőmérsékletprofilok Fourier-spektrumai: az alacsony hullámhosszú tartomány a legjelentősebb csúcsokkal (a), illetve m -ben logaritmikus skálán ábrázolva a spektrumok magas hullámszámú „farka” (b) 11-pontos mozgóátlagolást követően. A görbéket a kísérletek Ro Rossby-száma szerint színeztük.

adatpontjainak színei minden esetben ezekből, a legnagyobb amplitúdójú Fourier-csúcsok hullámszámából származnak. Ahogy fentebb is említettük: a domináns hullámszám és Ro értéke között a vizsgált paramétertartományban nem mutatkozik korreláció.

Az 5.3. ábra b) paneljén ugyanezen spektrumokat m szerint logaritmikus skálán ábrázoltuk, hogy azok nagy hullámszámú tartományának jellegét is megfigyelhessük. A jobb láthatóság érdekében a spektrumokat itt 11 pontos mozgóátlagolással simítottuk. Látható, hogy a nagyobb Rossby-számú kísérletekhez jellemzően nagyobb spektrális amplitúdók tartoznak a nagyobb hullámszámoknál, ám éppen a $Ro = 0,026-0,028$ körüli mérésekhez tartozó amplitúdók itt is kilógnak ebből a trendből, és többnyire a kékes-lilás színekkel jelzett alacsonyabb Rossby-számú mérések spektrumai alatt, illetve azokkal együtt futnak.

Ez a viselkedés megfigyelhető az 5.4. ábra spektrogramjain is, ahol Ro látható a vízszintes, m pedig a függőleges tengelyen, a Fourier-amplitúdókat pedig a színezés jelöli. Az a) és b) panel spektrogramjai párba állíthatóak az 5.3. ábra ugyanilyen jelű paneljeinek görbeseregeivel, vagyis előbbinél a domináns m beazonosításához hasznos nyers spektrumokat, utóbbinál pedig a 11 pontos mozgóátlaggal simított változatokat logaritmikus színskálán ábrázolt amplitúdókkal. Bár egyértelműen látszik, hogy még további kísérletekre van szükség a Ro -intervallum egyenletesebb lefedése érdekében, a b) panel spektrogramja is megerősíteni látszik, hogy a Rossby-szám növelésével a spektrális amplitúdók az eloszlás „farkában” is jellemzően növekednek, leszámítva a $Ro = 0,026-0,028$ körüli érdekes tartományt.



5.4. ábra. Spektrogramok: az elvégzett kísérletek Fourier-amplitúdói (színskála) a Ro Rossby-szám és az m hullámszám függvényében. A „nyers” spektrumokat az a) panel, a 11-pontos mozgóátlagolással simított spektrumokat (ezúttal logaritmikus amplitúdó-skála szerint színezve) a b) panel mutatja.

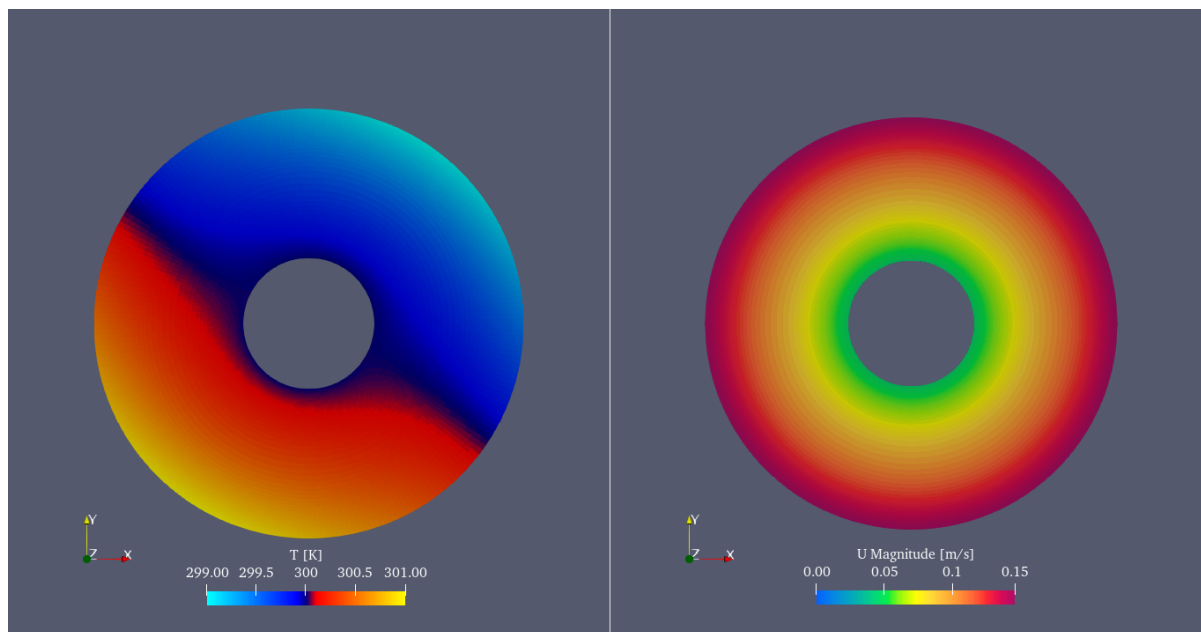
5.2. Szimulációs eredmények

Szimulációink elsődleges célja, hogy a kísérletekben megfigyelt jelenséget hasonló elrendezésben reprodukáljuk. Ha ez megtehető, és a szimuláció eredménye a folyadékfelszínen megegyezik a mért eredményekkel, akkor a szimuláció segítségével betekintést nyerhetünk a folyadék belső dinamikájába is, ami kísérleti eszközökkel, például hőkamerával nem kivitelezhető. Mindez a jelenség helyes értelmezését nagymértékben segítené. Emellett szférikus mesh-el is készíthetünk szimulációkat, hogy maga a *rotating annulus* modell használhatóságát teszteljük. Utóbbiról a dolgozat megírásáig nem készült eredmény.

Összesen több mint 50 szimulációt futtatunk a két solver-el, különböző modellekkel, mesh-ekkel és peremfeltételekkel. A két solver a korábban említett *buoyantPimpleFoam* és *buoyantBoussinesqPimpleFoam* voltak. Minden itt bemutatott szimulációban a forgatás szögsebessége $\omega = 1$ 1/s, a hőmérséklet amplitúdója pedig 1 K volt. Emellett minden egyéb mennyiségmező peremfeltétele is azonos az összes bemutatott szimulációban.

5.2.1. *buoyantPimpleFoam*

Először a *buoyantPimpleFoam* solver-el készült szimulációkat mutatjuk be. Mint korábban írtuk, ennél a solver-nél a folyadék paramétereit a *thermoPhysicalProperties* nevű file-ban kell megadni. Egy ilyen 2D szimuláció eredménye a $t = 10$ s időpillanatban látható az 5.5. ábrán. Az összes szimulációról készített ábrán bal oldalt látható a hőmérsékletmező, jobb oldalt pedig a sebességmező. Az áramlás értelmezéséhez ez a két mennyiség elengedhetetlen.



5.5. ábra. *buoyantPimpleFoam*-al készített 2D szimuláció hőmérséklet- és sebességmezője a $t = 15$ s időpillanatban.

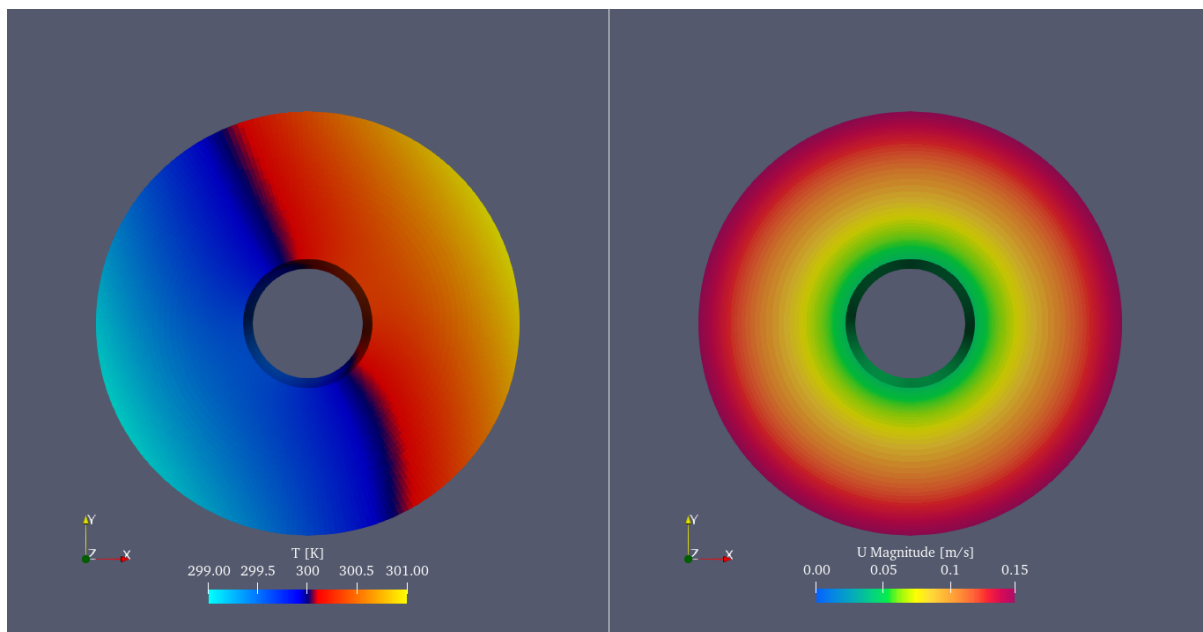
Az 5.5. ábrán bemutatott szimulációban a folyadék paraméterei megegyeznek a víz paramétereivel ~ 300 K-en. ($M = 18$ g/mol, $c_p = 4000$ J/kg K, $\mu = 0,8 \cdot 10^{-4}$ N s/m², $Pr = 6,9$.) Örvények nem figyelhetők meg sem a hőmérséklet-, sem a sebességmezőben. Ugyanakkor az jól látható, hogy a folyadék felvette a forgatott edény sebességét, illetve a hőmérsékletet tekintve kialakult egy jól kivehető kontúrvonal a meleg és a hideg térrész között. A rendszer időfejlődését tekintve, ez a kontúrvonal egyenletesen forog az origó körül ω szögsebességgel, mint ahogy az az alábbi linkelt videón is látszik. Megjegyeznénk, hogy az edény a szimulációkban felülről nézve az óramutató járásával megegyező irányban forog. Ez megmutatkozik a hőmérsékletmezőben is; észrevehető, hogy a fal forgatása miatt a két különböző hőmérsékletű térrész közötti kontúrvonal nem egzaktul radiális irányú, hanem sugárirányban befelé haladva kissé „lemarad” a hőmérséklet terjedésnek véges sebessége miatt.

A szimulációban miért nem látjuk a mérésekben kialakuló örvényeket? Ennek oka lehet az, hogy a jelenség 2D-ben nem megvalósítható, ami nem lenne túl meglepő, hiszen az ilyen hőmérsékletkülönbséggel operáló rendszerekben gyakran kialakuló konvekciós örvény ilyen geometriánál csak 3D-ben képzelhető el.

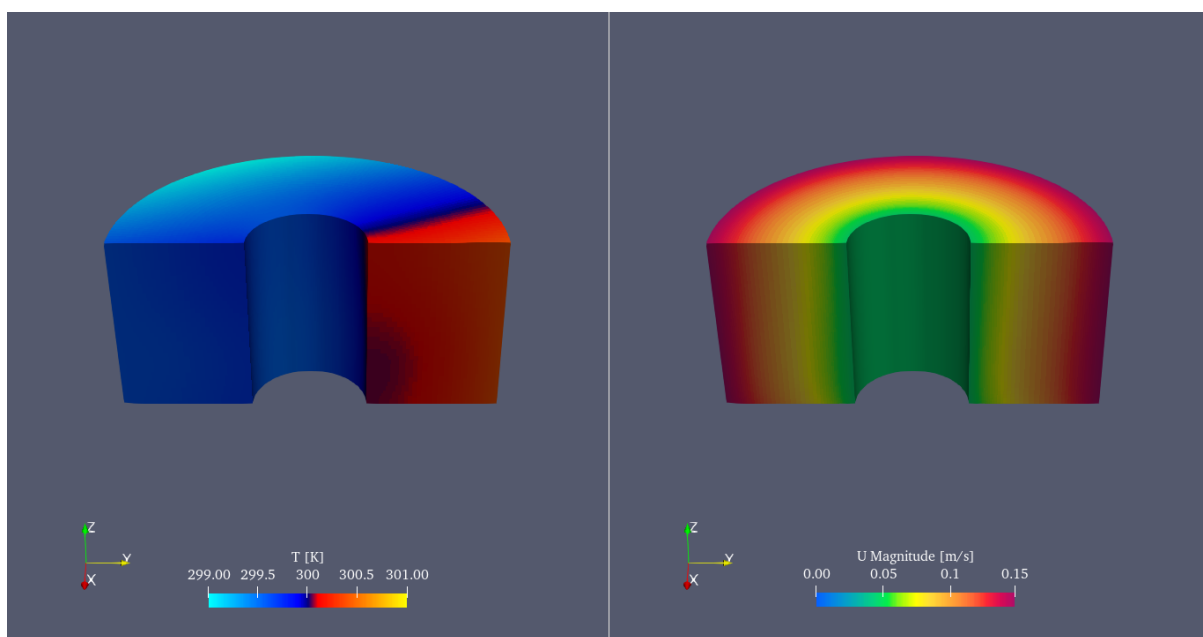
Az 5.6. és az 5.7. ábrákon egy azonos paraméterekkel készített 3D szimuláció eredménye látható a $t = 20$ s időpillanatban.

Ezekben a szimulációkban sem figyelhető meg turbulencia. Ettől függetlenül itt is kialakul a két különböző hőmérsékletű térrész, melyek közötti kontúrvonal szintén egyenetlen, mint a 2D esetben. Talán kivehető az is, hogy a kontúrvonal egyenességének a sértése erősebb ott, ahol a meleg peremfeltétel mozog át a hideg térrészre, mint ahol a hideg peremfeltétel forog a meleg térrészbe.

Mindemellett a 3D-s szimuláció esetén bepillantást nyerhetünk az áramlástér belső tulajdonságaiba is. Az 5.7. ábrán kivehető a sebességmező azimut homogenitása, és a hőmérsékletmezőben látszik, hogy a belső hengerhez közel a meleg folyadék nem mindenhová



5.6. ábra. *buoyantPimpleFoam*-al készített 3D szimuláció hőmérséklet- és sebességmezője a $t = 20$ s időpillanatban.



5.7. ábra. *buoyantPimpleFoam*-al készített 3D szimuláció hőmérséklet- és sebességmezője a $t = 20$ s időpillanatban. A mesh-t az $x - y$ sík mentén kettévágtuk.

ért még el az adott időpillanatban; alul még van egy kis hidegebb térrész, hiszen a meleg folyadék inkább felfelé halad a hőtágulás miatt.

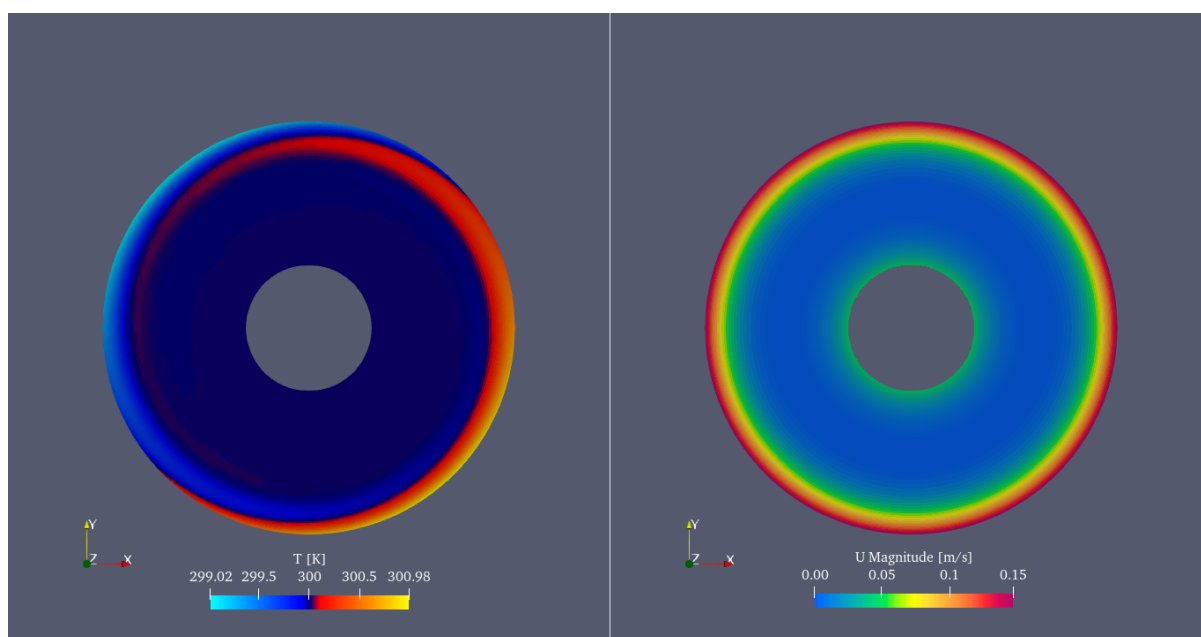
A szimulációkban két fő effektus van, ami örvényeket eredményezhet. Egyrészt a forgatás miatti nyírás generálhat instabilitásokat, melyek megnövekedve örvényeket okozhat. Ezt az effektust az egyik szerző előző TDK munkájában részletesebben megvizsgálta. Akkor, a kísérleti elrendezés egy egyszerű edény volt, melyet hirtelen forgatásba hoztak. Így a

benne lévő vízben nyírás alakult ki a már fallal együttforgó, és a közepén még nyugalomban lévő víztömegek között. Ez a mostani elrendezésben kevésbé játszik szerepet, hiszen az edényben lévő kisebb hengerhez is tapad a víz, mely szintén forog, így instabilitás kialakításához megfelelő nyírás elképzelető sebességekkel nem érhető el.

A másik effektus a hőmérsékletkülönbségek miatti effektusok, például a felhajtóerő. Ezt viszont a *buoyantBoussinesqPimpleFoam* solver is képes modellezni.

5.2.2. *buoyantBoussinesqPimpleFoam*

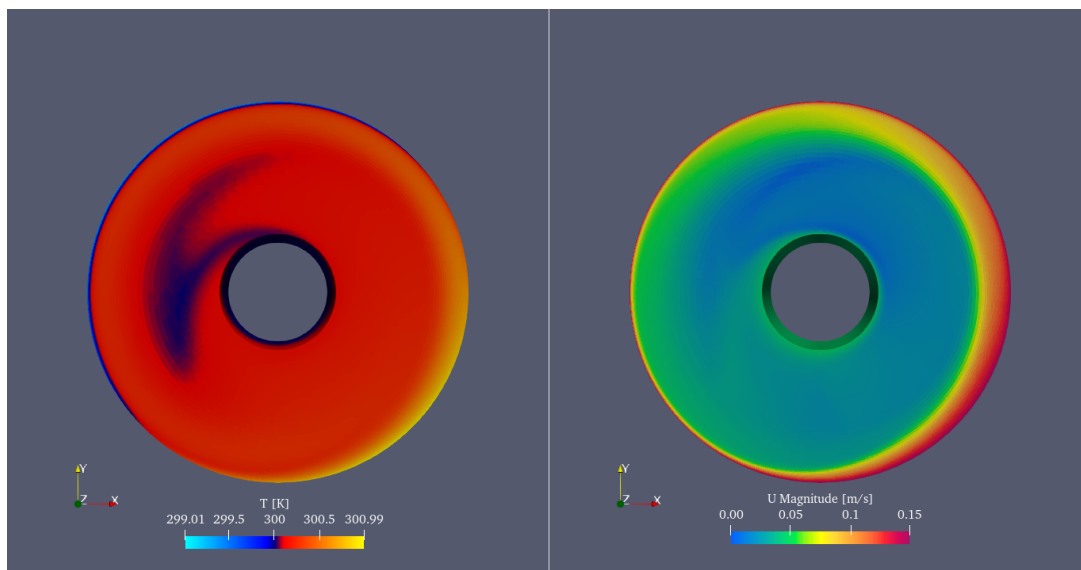
Először ezzel a solver-el is egy 2D szimulációt vizsgálunk meg (5.8. ábra). A szimulációban $Ro \approx 0,1$. (Az egyes paraméterek: $\nu = 1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $\alpha = 3 \cdot 10^{-3} \text{ 1/K}$, $Pr = 0,7$, $Pr_t = 0,85$.) A szimuláció időbeli fejlődési figyelemmel követhető a következő linkelt videón.



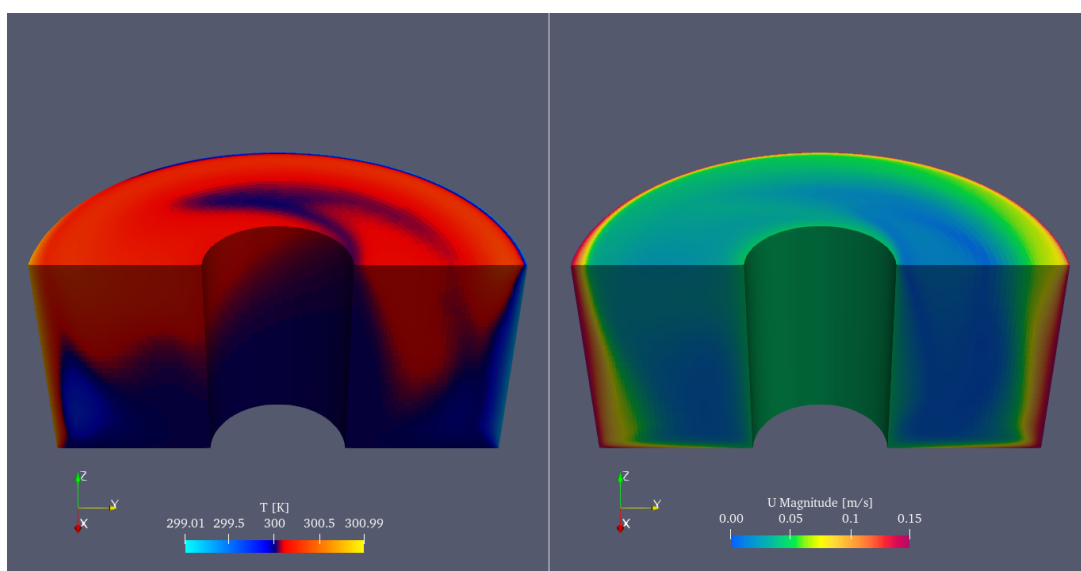
5.8. ábra. *buoyantBoussinesqPimpleFoam*-al készített 2D szimuláció hőmérséklet- és sebességmezője a $t = 15$ s időpillanatban.

Szembetűnő a különbség a *buoyantPimpleFoam*-al készített 2D szimuláció és e között, bár fontos megjegyezni, hogy nem csak a solver más, hanem pár anyagi paraméter, és a solver-ek eltérő működése miatt maguk a megadható mennyiségek is különböznek. Mindemellett most még jobban megmutatkozik a forgatás hatása a hőmérsékletmezőben: a befelé terjedő hőmérséklet a forgatás miatt azimut irányban elnyúlik, és így például a felmelegített folyadék olyan fal mellé kerül, amit az ottani peremfeltétel már hűt. Vegyük észre, hogy most 15 s alatt nem vette fel a víztömeg a falak sebességét. Örvényeket most sem lehet detektálni.

Az 5.9. és az 5.10. ábrákon az előzőhöz képest azonos paraméterekkel készített 3D szimulációk láthatók, szintén a $t = 15$ s időpillanatban. Két dolgot fontos kiemelni: egyrészt észrevehető turbulencia mind a hőmérséklet-, mind a sebességmezőkben, másrészt a sebességmezőn jól látszódik, hogy sokkal gyorsabban felvette a fal sebességét, mint a 2D



5.9. ábra. *buoyantBoussinesqPimpleFoam*-al készített 3D szimuláció hőmérséklet- és sebességmezője a $t = 15$ s időpillanatban.



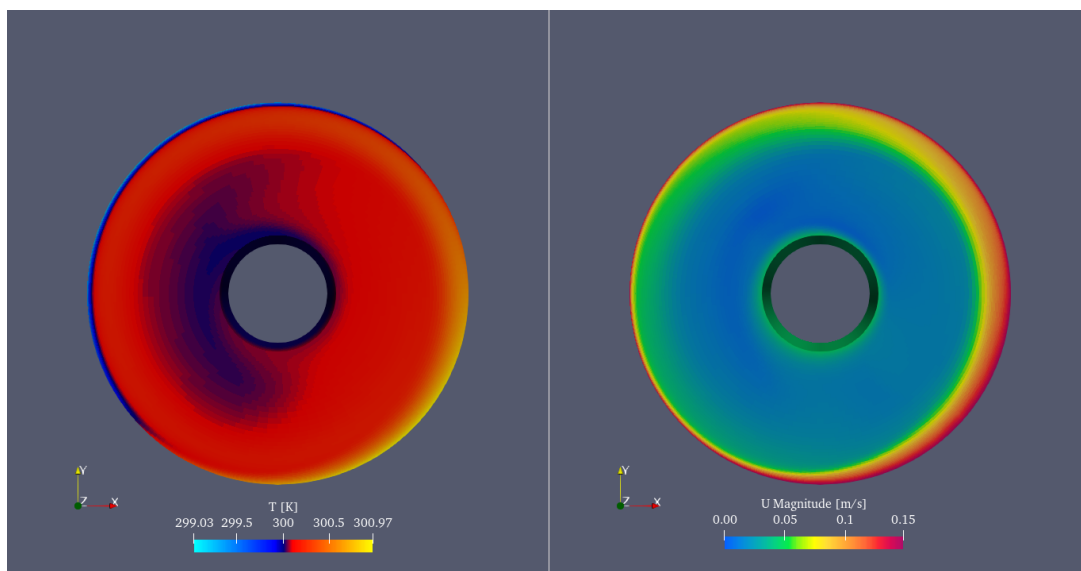
5.10. ábra. *buoyantBoussinesqPimpleFoam*-al készített 3D szimuláció hőmérséklet- és sebességmezője a $t = 15$ s időpillanatban. A mesh-t az $x - y$ sík mentén kettévágtuk.

esetben. A szimuláció videók formájában is megtekinthető az alábbi linkeken: az edény felülről, és az edény belső áramlása.

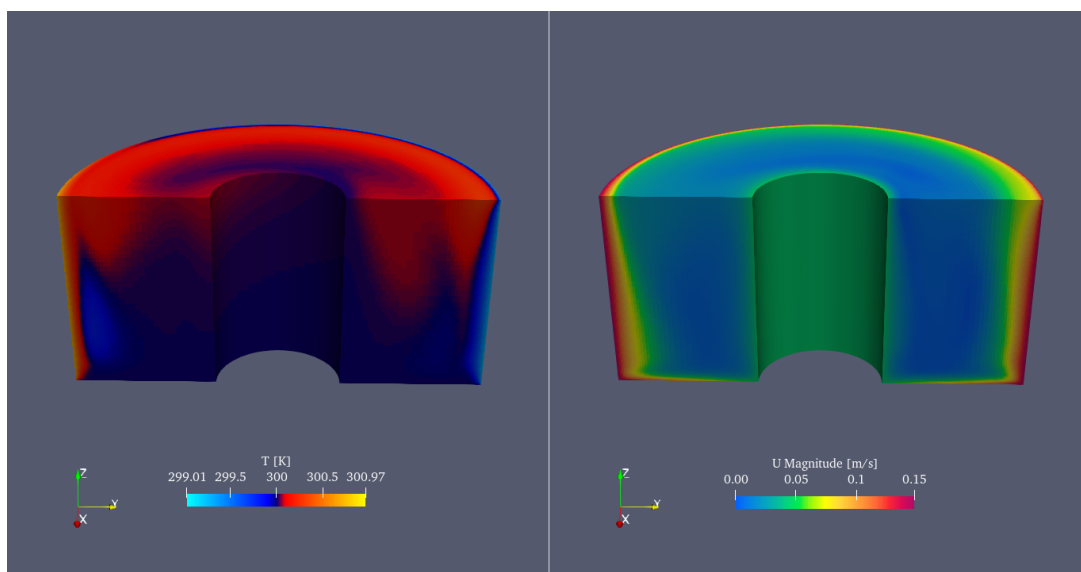
A *buoyantBoussinesqPimpleFoam* egyik előnye az, hogy a *transportProperties* file-ban megadandó mennyiségek könnyebben értelmezhetőek, mint a bonyolultabb *buoyantPimpleFoam thermophysicalProperties* file-jában lévő modellek. Így ezzel a solver-el könnyebben lehet találni olyan eseteket, melyben létrejön örvény. Ezzel együtt fontos eredménynek tartjuk azt, hogy sikerült elsősorban hőmérsékleti effektusokkal létrehozni turbulenciát ebben a rendszerben olyan Rossby-számmal, ami a mérésektől nem esik túl messze.

A hőtágulási effektusok miatt ezekben a szimulációkban a konvekció hatása jelentős.

Ennek következménye, hogy a rendszer sokkal gyorsabban fejlődik 3D-ben, mint 2D-ben, hiszen utóbbi esetben a konvekció nem megvalósítható. Az 5.10. ábrán megfigyelhető ennek a mechanizmusa. Kivehető, hogy ismét a melegebb folyadék mozog közelebb a felszínhez, míg a hidegebb az edény aljánál marad. Emellett ennél a szimulációnál (is) kiemelhető a sebesség peremfeltétel hatása. Az 5.10. ábrán jól látható, hogy a folyadék felveszi a falak sebességét mind a külső hengernél, mind a belső hengernél, és az edény aljánál is. Észrevehető az is, hogy a sebesség nagysága a peremen a sugárral lineárisan nő, mint az várható.



5.11. ábra. *buoyantBoussinesqPimpleFoam*-al készített 3D szimuláció hőmérséklet- és sebességmezője a $t = 15$ s időpillanatban. $Ro \approx 0,6$.

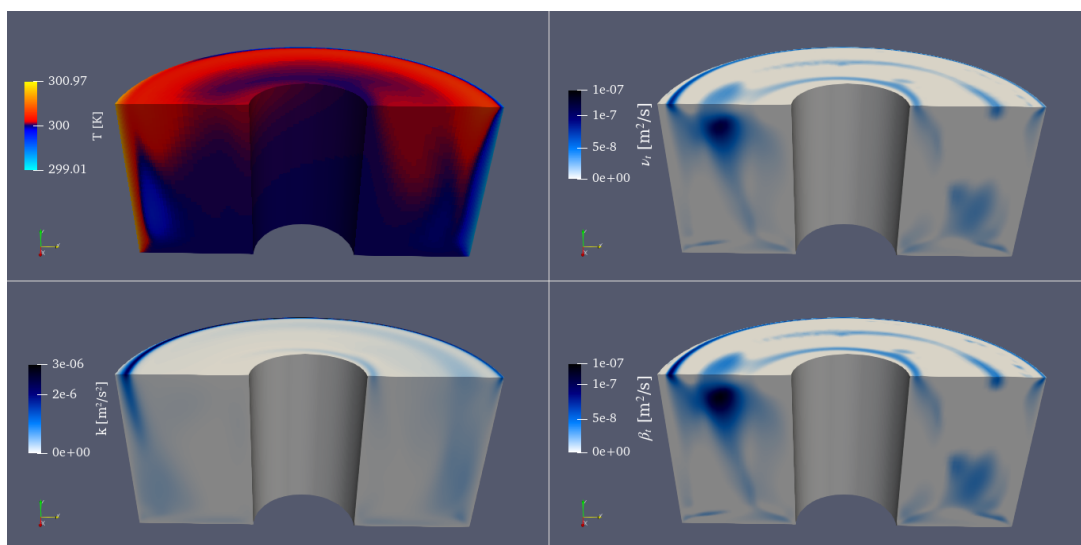


5.12. ábra. *buoyantBoussinesqPimpleFoam*-al készített 3D szimuláció hőmérséklet- és sebességmezője a $t = 15$ s időpillanatban. A mesh-t az $x - y$ sík mentén kettévágtuk. $Ro \approx 0,6$.

Az 5.11. és az 5.12. ábrákon egy, az előzőhöz nagyon hasonló szimulációt láthatunk. A különbség, hogy itt az α együtthatót kisebbnek választottuk, $\alpha = 2 \cdot 10^3$ 1/K, így $Ro \approx 0,6$, mely nagyságrenden belül már megegyezik a mérések Rossby-számával. A szimulációról készített videók megtekinthetők az alábbi linkeken: felülnézet és az áramlás belseje.

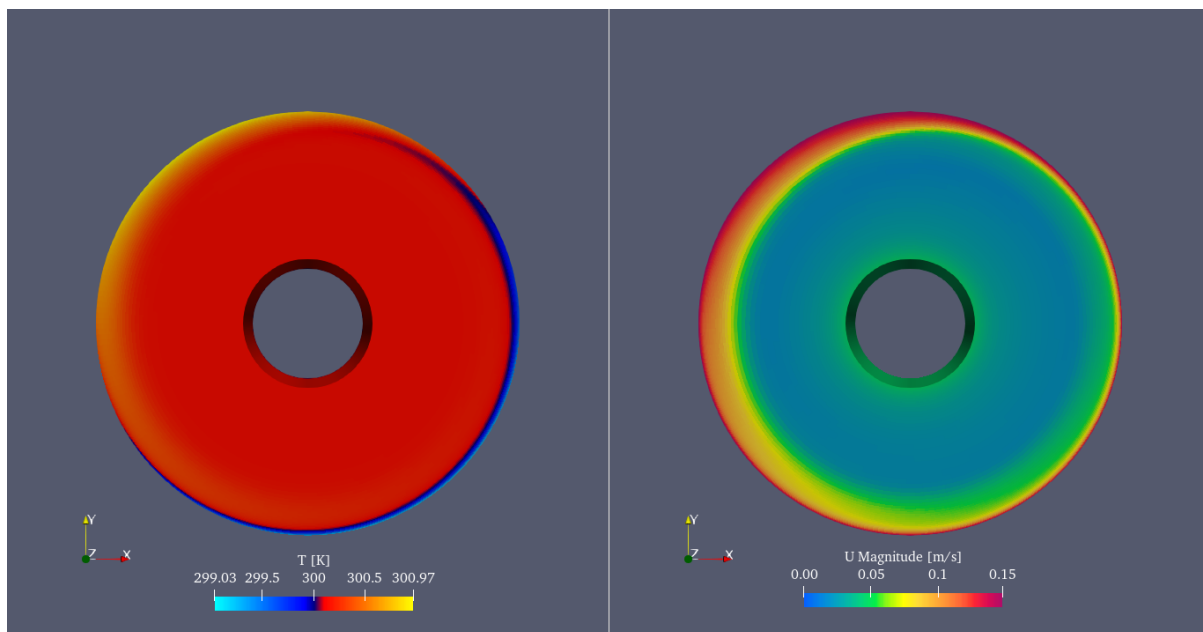
Hasonló áramlásteret kapunk, mint az előző esetben. Itt is megfigyelhető a turbulencia, és a konvekció tulajdonságai. Vegyük észre, hogy az 5.9. ábrán a folyadék felszínén kisebb a hideg terület, mint az 5.11. ábra esetében. Ennek oka, hogy utóbbi esetben a hőtágulási együttható kisebb, így a meleg folyadék lassabban emelkedik a felszínre, tehát a rendszer fejlődése is lassabb.

Az 5.13. ábrán ugyanennek a szimulációnak különböző, turbulenciához köthető mennyiségei láthatóak a $t = 15$ s időpillanatban. Szerepel rajta a turbulens kinematikai viszkozitás, a turbulens kinetikus energia és a turbulens kinematikus hővezetési állandó. Észrevehető, hogy ezen mennyiségeknek a nagysága azonos helyeken magas vagy alacsony (bár a turbulens kinetikus energiára nem teljesen igaz ez az állítás). Érdekes megfigyelni, hogy ezek a mennyiségek jól látható korrelációban vannak a hőmérséklet- és sebességmezővel; például a hőmérsékletmezőre tekintve a rajta kivehető kontúrvonalak mentén emelkedik meg a turbulenciával összekötött mennyiségek mértéke. Ebben is megmutatkozik az, hogy turbulencia ilyen hőmérséklet és sebesség kontúrvonalak mentén létre tud jönni. Emellett felhívnánk a figyelmet ezeknek a mennyiségeknek a nagyságrendjére is, ami csupán 10^{-7} és 10^{-6} . Ez azt jelenti, hogy a turbulencia modellezése során az ejtett hiba elenyésző.

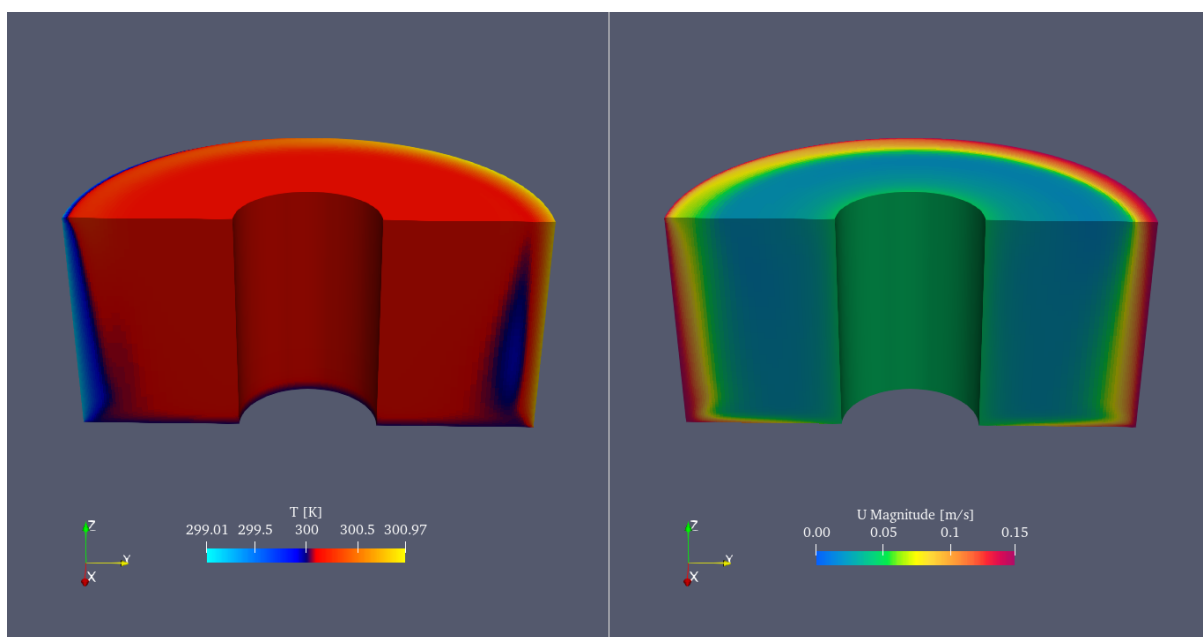


5.13. ábra. *buoyantBoussinesqPimpleFoam*-al készített 3D szimuláció hőmérséklet-, turbulens viszkozitás-, turbulens kinetikus energia- és turbulens hővezetési állandómezője a $t = 15$ s időpillanatban. A mesh-t az $x - y$ sík mentén kettévágtuk. $Ro \approx 0,6$.

Tekintsünk az 5.14. és 5.15. ábrákra, melyeken az előző szimuláció $t = 100$ s időpillanata látható. Itt már eltűnt az instabilitás. Kísérleti tapasztalat, hogy a vizsgált jelenség nem tranziens, huzamosabb ideig fennáll a rendszerben. Szimulációsan ugyanakkor – mint látható – nem sikerült ezt az instabil állapotot elérni, csupán tranziens turbulenciát tudtunk előidézni. Folytonosan, hosszabb ideig fennálló örvények szimulálása a dolgozat beküldéséig nem történt, ezeknek helyes implementálása további kutatómunkát igényel.



5.14. ábra. *buoyantBoussinesqPimpleFoam*-al készített 3D szimuláció hőmérséklet- és sebességmezője a $t = 100$ s időpillanatban. $Ro \approx 0,6$.



5.15. ábra. *buoyantBoussinesqPimpleFoam*-al készített 3D szimuláció hőmérséklet- és sebességmezője a $t = 100$ s időpillanatban. A mesh-t az $x - y$ sík mentén kettévágtuk. $Ro \approx 0,6$.

Ugyanakkor így is levonható pár érdekes konklúzió ezekből az eredményekből. A hőmérsékletmezőn hasonló forma látható, mint az 5.8. ábrán, igaz most az átlaghőmérséklet ebben a tartományban jóval magasabb. De itt is kivehető például a hidegebb rész elnyúló karja. Az 5.15. ábrának az időfejlődését követve (mely egy korábban is belinkelt videóon megnézhetők) érdekes oszcillációt vehetünk észre a falnál a z tengely mentén. Jól kivehető,

hogy amikor a meleg peremfeltétel váltja a hideget, olyankor az ottani térrész elkezd átmelegedni és megindul felfelé, míg fordított esetben, amikor a hideg peremfeltétel éri el az addig meleg részt, az ott lehűl, és lefelé indul. Mindez többek között azt is eredményezi, hogy a korábbi 2D esetektől eltérően a sebességmező az edény alján lévő peremfeltételen kívül nem lineárisan függ a sugártól.

6. Összefoglalás

A dolgozatban a kötött pályájú exobolygók légkörzésének laboratóriumi és numerikus modellezését célzó kísérleteinket, szimulációinkat és azok kiértékelését tárgyaltuk.

- **Kísérleti elrendezés:** A mérések elvégzéséhez egy megfelelő hőmérsékleti peremfeltételekkel ellátott forgó kádát használtunk, a kialakuló örvények pillanatnyi állapotát infrakamerával rögzítettük, az így nyert adatokat Python nyelvben értékeltük ki. A „rotating annulus” ilyen módon módosított változatát elsőként vizsgáltuk a kötött keringésű exobolygók nagyléptékű légkörzésének laboratóriumi minimálmodelljeként.
- **Eredmények:** Kísérleteinkkel megmutattuk, hogy a Rossby-szám, mint hasonlósági paraméter függvényében hogyan változnak a felszíni hőmérsékletmintázatokban található maximális hőmérsékletkülönbségek, illetve a mintázatok Fourier-spektrumainak főbb tulajdonságai. Mind a maximális hőmérsékletkülönbségek, mind a Fourier-spektrumok vizsgálata során felfedeztük, hogy a $Ro = 0,026-0,028$ körüli mérések eltérnek a trendektől, kisebb felületi hőmérsékletkontrasztot mutatnak, a Fourier-spektrumaik pedig az alacsonyabb Rossby-számú mérések spektrumaival futnak együtt. Ennek az áramlási átrendeződésnek a jobb megértése érdekes lehet a valódi exobolygólégkörök szempontjából is, hiszen ez a Rossby-szám intervallum olyan nagyságrendbe esik, amely ténylegesen megvalósulhat Föld-szerű bolygók légkörzése esetében is.
- **Szimulációk:** A jelenségről numerikus szimulációkat is készítettünk az ingyenes OpenFOAM program segítségével. Részletesen tárgyaltuk az egyes modellezési formákat, és a különbséget a két solver között melyeket a használunk. Készítettünk szimulációkat 2D-s és 3D-s mesh-ekkel is, ezek eredményeiből levonhatjuk azt a következtetést, hogy a vizsgált jelenség 2D-ben nem megvalósítható. Bár a dolgozat beküldéséig nem történt hosszabb ideig fennálló örvények szimulálása, tranziens turbulenciát képesek voltunk előállítani olyan Rossby-számmal, ami nagyságrenden belül megegyezett a mérések Rossbys-számával. A vizualizációs eszközeink segítségével az áramláster fejlődésének olyan részeit is megvizsgálhattuk, ami kísérletileg nem lehetne kivitelezhető, így tovább segítve a jelenség helyes értelmezését.
- **Kitekintés:** A jövőben tervezünk több kísérletet végezni, melyekkel a nagyobb Rossby-számmal rendelkező áramlásokat vizsgáljuk. Célunk további szimulációkat is készíteni a „rotating annulus” mesh-el, illetve szférikus mesh-el is, így kísérletileg nem kivitelezhető eseteket is vizsgálhatunk.

A Kulturális és Innovációs Minisztérium ÚNKP-23-2 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült.

Köszönetet szeretnénk nyilvánítani azért, hogy a 3D szimulációk futtatásához használtuk az MTA Wigner FK - GPU-Labor Ampere1 számítógépét.

Hivatkozások

DR. JOHANN TURNOW: *Heat transfer in OpenFOAM*. FOAMacademy, 28. 02. 2019. Ghil, M., Read, P., Smith, L. (2010). Geophysical flows as dynamical systems: the influence of Hide's experiments. *Astronomy and Geophysics*, 51(4), 4-28. Vallis, G. K. (2017). *Atmospheric and oceanic fluid dynamics*. Cambridge University Press. Vincze, M., Jánosi, I. M. (2016). Laboratory experiments on large-scale geophysical flows. In: *The Fluid Dynamics of Climate* (Ed.: A. Provenzale). Springer Read, P. L. (2011). Dynamics and circulation regimes of terrestrial planets. *Planetary and Space Science*, 59(10), 900-914. Heng, K., Showman, A. P. (2015). Atmospheric dynamics of hot exoplanets. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 43, 509-540. <https://www.openfoam.com/> *Courant–Friedrichs–Lewy condition* Wikipedia, Wikimedia Foundation, 17 March 2023. JÓZSEF NAGY. *Introduction to transient turbulence modeling (RAS,LES) - Part 1*. Youtube, uploaded by József Nagy, 19. 10. 2014. *Large Eddy Simulation* Wikipedia, Wikimedia Foundation, 03 November 2023. OpenFOAM: userguide v2112: *nutKWallfunction*. 2016-2017 OpenCFD Ltd. GREENSHIELDS, CHRISTOPHER AND WELLER, HENRY: *Notes on Computational Fluid Dynamics: General Principles*. 2022. CFD Direct Ltd. Reading, UK.