

OTDK-dolgozat

2024

NEUMANN JÁNOS EGYETEM
MNB INTÉZET: FENNTARTHATÓ PÉNZÜGYEK KÖZPONT
NEMZETKÖZI GAZDASÁG ÉS GAZDÁLKODÁS MESTERSZAK



ELŐREJELZÉS ÉS BEFEKTETÉS IDŐSOROS MODELLEK SEGÍTSÉGÉVEL

FORECASTING AND INVESTING USING TIME SERIES MODELS

Csernik Balázs

Konzulens: Gánics Gergely

Kézirat lezárásának dátuma: 2024. 04. 14.

REZÜMÉ

Jelen tanulmány a részvényhozamok előrejelezhetőségének kérdését tárgyalja, megvizsgálva azokat a módszereket, melyek segítségével a részvényhozamok előrejelzése lehetővé válik, különös tekintettel az Europe STOXX600 tőzsdeindexre. A dolgozat különböző idő-soros modelleket alkalmaz, mint például az ARMA, ARMA-GARCH és a VAR. Ezek a modellek különféle adatokat használnak fel az előrejelzéshez, beleértve a múltbeli tőzsdei adatokat és kiegészítő információkat az amerikai S&P500 indexből. A tanulmány célja a kisbefektetők számára is hatékony, alacsony költségek mellett történő hozamnövelés lehetőségeinek bemutatása.

A vizsgálat eredményeit figyelembe véve megállapítható, hogy a kombinált modellek alkalmazása általában jobb előrejelzéseket tesz lehetővé, mint az egyes modellek külön-külön használata. A tesztek alapján különösen a VAR modell bizonyult hatékonynak, amely az amerikai piaci adatok felhasználásával képes jobban előrejelezni az európai tőzsdeindex hozamait. A tanulmány számos statisztikai hibamérő módszer segítségével támasztja alá az előrejelzések pontosságát, és kereskedési stratégiákat is bemutat, amelyek a modell által generált információkat használják fel a potenciális hozamnövekedés elérésére.

A tanulmány arra is kitér, hogy a kereskedési stratégiák alkalmazása során fontos figyelembe venni a tranzakciós költségeket, mivel ezek jelentősen befolyásolhatják a ténylegesen realizálható hozamokat. Összességében a dolgozat alátámasztja, hogy az előrejelző modellek hatékony alkalmazása lehetővé teszi a kisbefektetők számára is, hogy többlethozamot érjenek el a piacon a tőzsdeindexhez képest.

TARTALOMJEGYZÉK

1.	BEVEZETÉS	2
2.	ADATOK.....	6
2.1.	ADATOK BEMUTATÁSA	6
2.2.	ADATOK ELŐKÉSZÍTÉSE	6
2.3.	LEÍRÓ STATISZTIKA	7
3.	MÓDSZERTAN.....	9
3.1.	ELŐREJELZŐ MODELLEK	9
3.1.1.	ARMA.....	10
3.1.2.	ARMA – GARCH.....	10
3.1.3.	VAR	11
3.1.4.	Random Walk	13
3.1.5.	Modellkombinációk	14
3.2.	STATISZTIKAI HIBATESZTEK.....	14
3.2.1.	Általános hibatesztek.....	14
3.2.2.	Value-at-Risk tesztelés.....	15
3.3.	KERESKEDÉSI STRATÉGIA	17
4.	EREDMÉNYEK	20
4.1.	A MODELLEK STATISZTIKAI ÖSSZEHASONLÍTÁSA.....	20
4.2.	VALUE-AT-RISK EREDMÉNYEK	21
4.3.	BEFEKTETÉSI EREDMÉNYEK	22
4.3.1.	Hosszú befektetési időszak.....	22
4.3.2.	Turbulens időszaki befektetés	26
4.3.3.	Egy éves befektetési időszak	29
5.	ÖSSZEGZÉS.....	32
	IRODALOMJEGYZÉK	34

TÁBLÁZAT- ÉS ÁBRAJEGYZÉK

1. Táblázat:	A tanulmányban felhasznált indexek és kockázatmentes hozamok.....	6
2. Táblázat:	A tőzsdeindexek hozamának és kockázatmentes hozamok leíró statisztikája ..	7
3. Táblázat:	A robusztus Granger-tesztek eredményei	12
4. Táblázat:	Az egyes modellek szerinti statisztikai hibatesztek értéke, az ARMA modell arányában.....	20
5. Táblázat:	A Value-at-Risk teszt eredményei	21
6. Táblázat:	Hosszútávú portfóliók hozamai a különböző tranzakciós költségek mellett ..	23
7. Táblázat:	Turbulens időszakai portfóliók hozamai a különböző tranzakciós költségek mellett	26
8. Táblázat:	Egyéves időszakai portfóliók hozamai a különböző tranzakciós költségek mellett	30
1. Ábra:	A napi loghozamok eloszlásainak hisztogramjai	8
2. Ábra:	A Wald-statisztikák szuprémumának időbeli alakulása	13
3. Ábra:	Hosszú távú portfóliók értéke.....	24
4. Ábra:	A gyenge portfóliók értékének alakulása	25
5. Ábra:	A STOXX600 árfolyama a vizsgált időszakon	27
6. Ábra:	A turbulens időszakban plusz hozamot elérő portfóliók	28
7. Ábra:	Az egy éves időszakban a piacál jobban teljesítő portfóliók.....	31

1. BEVEZETÉS

A pénzügyi világ egyik alapköve a tőzsde és a részvények, a különböző pénzügyi eszközökkel való kereskedés, befektetések. Ennek rengeteg szerepe és feladata van, az eszközlokáción át a forrásbevonáson keresztül a vállalati érték megjelenítéséig (Brealey et al., 2014). Viszont a befektetők, legyenek azok intézmények vagy kisbefektetők, általában pénzt szeretnének keresni a részvények adás-vételéből, osztalék bevételből, opciókkal vagy egyéb lehetőségekkel. Ennek a folyamatnak rengeteg lehetséges iránya van, a fundamentális vállalati értékeléstől kezdve a technikai elemzést felhasználva, az algoritmikus kereskedésen át ma már számtalan lehetősége van a részvény befektetésén keresztüli vagyon gyarapításnak. Ugyanakkor elmondhatom, hogy a legtöbb módszer célja a részvények árának, hozamának az előrejelzése, mivel egy jó előrejelzés által magasabb befektetési hozamot tudunk elérni, mint az adott tőzsde hozama, ami általában tőzsdeindex formájában a benchmarkot jelenti. Nem csak az egyes pénzügyi szakemberek és befektetők érdeklődnek igazán a hozamok előrejelzése iránt, hanem az akadémiai világ is meg akarja érteni, hogy miként működik ez a rendszer és mik azok a leíró modellek, amelyek képesek prediktálni a részvények hozamát. Azt is szeretnék tudni, melyek azok az eszközárzási egyenletek, amik megfelelően magyarázzák az adatokat.

Egyes modellek, mint például a véletlen bolyongás (random walk) (Malkiel, 2015) azt feltételezi, hogy a jövőbeli részvényhozamok a jelenleg rendelkezésre álló információk alapján kiszámíthatatlanok. Ezzel szemben rengeteg tanulmány és modell foglalkozik azzal, hogy a részvények kapcsolatban állnak a reálgazdasággal, az üzleti és pénzügyi ciklusokkal, így a gazdaság állapotát mérő vagy előrejelző változóknak segíteniük kell a hozam előrejelzésben (Fama & French, 1989; Campbell & Cochrane, 1999; Cochrane, 2011). Ugyanakkor a részvényhozamok kiszámíthatóságának mértéke empirikus kérdés. A pénzügyi közgazdászok körében látszólag konszenzus van abban, hogy a mintán belüli tesztek alapján a részvényhozamok kiszámítható komponenseket tartalmaznak (Campbell, 2000). Ezek mintán belüli eredmények, viszont kereskedési, előrejelzési és a jelen tanulmányi szempontból is az a lényeges, hogy mintán kívül miképpen tudunk előrejelzni. Alapvetően kereskedési stratégiát arra lehet könnyen építeni, hogy a jövőt jelezzük előre és ne a múltat tudjuk megfelelően magyarázni. Több tanulmány is azt állítja, hogy szakirodalomban népszerű gazdasági változók előrejelző-képessége nem állja meg a helyét a mintán kívüli előrejelzés során (Bossaerts & Hillion, 1999; Goyal & Welch, 2003), mivel időben változó lehet a „legjobb” modellspecifikáció, a megfelelő előrejelző gazdasági mutatók köre, illetve ezek instabilak

is lehetnek (Pesaran & Timmermann, 1995). Viszont vannak olyan tanulmányok és előrejelzési stratégiák, amelyek jelentős statisztikai és gazdasági eredményt érnek el mintán kívül is (Ferreira & Santa-Clara, 2011; Rapach et al., 2009; Neely et al., 2014; Henkel et al., 2011). Ezek közül sok – a jelen tanulmányhoz hasonlóan is – idősoros modelleket alkalmaz, azaz például egy ARMA modell esetén nem tudja megmondani, hogy mi magyarázza a részvény mozgását, szemben az eszközárzási modellekkel. Ugyanakkor előre tudja jelezni a hozam mintán kívüli értékét. Mindkettő iránynak meg van a maga haszna és célja. Míg az eszközárzási modellek segítenek megérteni a részvényhozamok alakulását mintán belül és adnak arra magyarázatot, addig az előrejelző modellek segítenek előrejelezni a hozam jövőbeni értékeit, ezáltal egy megfelelő kereskedési stratégia mellett hozamot tudnak generálni a befektetők számára.

Jelen tanulmánynak is ez utóbbi a célja, azaz olyan keretek között előrejelezni a részvények hozamát, – jelen esetben részvényindexét – amely alkalmas lehet egy kisbefektető számára is hatékonyan, alacsony költségek mellett többlethozamot elérni. A tanulmány azt vizsgálja, hogy az egyszerű, kevés és könnyen elérhető adatot igénylő, ismertebb idősoros előrejelző modellek mennyire képesek előrejelzni az Europe STOXX600 tőzsdeindex értékét, mind statisztikai szempontból, mind egy ad hoc kereskedési módszer alapján. A fentebb említett tanulmányok közül több is elvégzett hasonló előrejelzést az aggregált amerikai részvényekre vonatkozóan, viszont hasonló vizsgálatok a világ többi tőzsdeindexére is elvégezhetők (Ang & Bekaert, 2006), így az európai tőzsdeindexekre, részvényekre is (Harrison & Moore, 2011; Forte & Manera, 2002). A legtöbb tanulmány az amerikai részvényt piac vizsgálatára irányul, pedig érdemes az Amerikán kívüli részvényeket, tőzsdeindexet előrejelezni, mivel egy könnyen elérhető, hatásos plusz információt tudunk beépíteni a keretrendszerünkbe, mert az amerikai tőzsdeindex jó előrejelzője lehet más részvényt piacoknak (Rapach et al., 2013; Chordia & Swaminathan, 2000; Brennan et al., 1993).

A tanulmányban a benchmark modellen kívül még három modellt alkalmazok, valamint ezeknek a kombinációját használom fel a tőzsdeindex előrejelzésére. Ezen modellek az ARMA (autoregressive moving-average), amely csak a STOXX600 múltbeli értékeit használja az előrejelzésre, az ARMA-GARCH (generalized autoregressive conditional heteroskedasticity) ami esetén az időben változó hibatag varianciát a GARCH modell rész tudja becsülni és ez plusz modellezési lehetőséget kínál, valamint egy VAR (vector autoregressive) modellt, ahol felhasználok az amerikai S&P500-ból nyert plusz információt az előrejelzés során. A benchmark modellem pedig a már említett random walk, ami azt

feltételezi, hogy a hozam nem előrejelezhető. Ezen kívül a fenti említett modellek kombinációját is megvizsgálom, mivel a szakirodalom szerint a modellek összesége jobban teljesít, mint a modellek külön-külön (Claeskens et al., 2016; Bates & Granger, 1969). A tanulmány hipotézise közül tehát ez az egyik, hogy a modellek kombinált előrejelzése jobban teljesít, mint a modellek egyesével, valamint, hogy előrejelző modellek segítségével lehetséges magasabb hozamot elérni, mint a piac alap teljesítménye, és turbulens időszakban is relevánsak tudnak lenni az előrejelző modellek.

A tanulmányban az egyes modelleket úgy használtam, hogy a STOXX600 prémium hozamát jeleztem előre egyre táguló adatsor segítségével. Az adataim 1994.12.09-től voltak elérhetőek, az első előrejelzett napom pedig 2013.01.01 volt. Azért ezt az időpontot választottam, mivel így is 10 évnyi egynapos előrejelzésen tudtam mintán kívüli becslést számolni és tesztelni, illetve ez az időpont már a nagy pénzügyi válság (2007-2008) és az európai szuverén adósságválság (2010-2011) után van, ahol a tőzsdepiacokon megnyugvás történt és kezdetét vette egy hosszú konjunktúra ciklus, melynek a végén egy turbulens időszak következett, amely a tanulmány kedvező, hiszen a modelleket nem csak konjunktúra, hanem volatilisabb időszakban is tudom tesztelni.

A modellek megbecslése után, különböző statisztikai hibatesztek segítségével alátámasztani azt a hipotézist, hogy a modellek kombinációja pontosabb pont előrejelzést ad (Claeskens et al., 2016; Bates & Granger, 1969), mint az egyes modellek a vizsgált közel 10 éves, azaz 2809 előrejelzést tartalmazó időszakon.

De természetesen hiába a jó statisztikai előrejelző-képesség, ha ezt nem tudjuk monetizálni. Ezért a jelen tanulmányban egy kereskedési stratégia mentén is megvizsgáltam, hogy mely modellek és az azokból mely épített portfóliók képesek magasabb hozamot adni, mint maga az európai tőzsdeindex. A kereskedési stratégia alap gondolata, hogy mielőtt negatív hozam keletkezik, eladjuk a részvényt, és amikor újra pozitív hozamot jeleznek előre a modellek, akkor a következő napra visszavásároljuk a részvényt. Ez a stratégia az egyik legegyszerűbb, mivel csak long pozíciót tart, és arra épül, hogy az egyes modellek képesek a piaci trendfordulókat előrejelezni, de ez a feladat nem evidens. Mivel ezen kereskedési stratégiában igen sok tranzakció megy végbe, – amellyel magas hozamot lehet elérni, ha nem vesszük figyelembe a kereskedés költségeit – emiatt tranzakciós költséget is beépítettem a keretrendszerbe, így az tanulmányban elért eredmények közelebb vannak a valóságban realizálódó hozamokhoz.

Az eredmények azt mutatják, hogy a legmagasabb, állandóan a piaci hozam feletti eredményt produkáló modell a VAR, illetve hosszú befektetési időtávon a modellekből alkotott kombinált portfólió. Viszont a már említett 10 éves időtávon kívül egy rövidebb egy éves, illetve egy 2020.04.01-től tartó turbulens időszakon is megnéztem a modellek kereskedési képességét, és megállapítható, hogy minden esetben a VAR modell bizonyult a legjobbnak. Ez alátámasztja azt, hogy az amerikai részvénypiaci információt tömörítő S&P500 jó előrejelzője az európai tőzsdeindexnek, és hogy ez a plusz adatsor elegendő ahhoz, hogy a piaci trendfordulókra építő kereskedési stratégia hatékony legyen és prémium hozamot lehessen vele elérni, szemben a többi modellel, amelyek csak a STOXX600 múltbeli értékeit használják fel, így nem tudnak ezen stratégia mentén hatásosak lenni.

A tanulmány 2. fejezete bemutatja a felhasznált adatokat, amelyeknek nagy előnye, hogy könnyen elérhetőek a kisbefektetők számára is. Ezt követően a 3. fejezetben egy módszertani áttekintés szerepel, amely a felhasznált modelleket, statisztikai teszteket mutatja be. Végül a 4. fejezetben a statisztikai és kereskedési szempontból elért eredményeket, korlátokat tárgyalja a dolgozat.

2. ADATOK

2.1. ADATOK BEMUTATÁSA

A tanulmány elkészítéséhez a Datastream-en elérhető Refinitív index árfolyamokat és kockázatmentes hozamok kerültek felhasználásra. A négy adatsor legkorábbi közös időpontja 1994.12.09. volt, ezért a felhasznált idősor innentől tartott 2023.10.09-ig, ami összesen 7522 kereskedési napot és árfolyamot jelentett; (természetesen a modelleket folyamatosan lehet frissíteni a legújabb adatokkal). Adattisztításra ezen idősorok tekintetében nem volt szükség, mivel alapvető adatsorokról van szó.

A felhasznált indexeket és hozamokat a 1. táblázat mutatja. A tanulmányban előrejelzendő tőzsdeindex a STOXX Europe 600, ami 600 európai cég részvényeinek súlyozott átlaga alapján számított tőzsdeindex. Ezt ETF (exchange-traded fund) formában tuják a befektetők megvenni, így kereskedési szempontból is fontos, nemcsak az európai tőzsde leírására alkalmas. Az S&P 500 pedig az 500 legnagyobb amerikai vállalatot tartalmazó tőzsdeindex, amelyet majd a VAR modellben az STOXX Europe 600 előrejelzéséhez használok fel. Mindkettő tőzsdeindex esetében a napi záróárfolyamot használtam fel, price index formájában. Mivel az előrejelzés során a kockázatmentes hozamot meghaladó hozamot jeleztem előre (Rapach & Zhou, 2013), így szükségem volt a két indexhez kapcsolódó kockázatmentes hozamra. Az amerikai piac esetén a három hónapos állampapír hozamát tekintettem a kockázatmentes hozamnak, az európai piac tekintetében pedig a német három hónapos állampapír hozamát (Ludwig, 2014).

1. Táblázat: A tanulmányban felhasznált indexek és kockázatmentes hozamok

A táblázat a tanulmányban felhasznált négy mutató nevét és elérését tartalmazza. Az S&P 500 és a STOXX Europe 600 egy-egy tőzsdeindex. A német és az amerikai állampapír pedig a kockázatmentes befektetésnek megfeleltethető eszközök.

Pénzügyi instrumentum	Refinitív kód
S&P 500	S&PCOMP
STOXX Europe 600	DJSTOXX
US Government Bond 3M Yield	TRUS3MT
Germany Government Bond 3M Yield	TRBD3MT

Forrás: Datastream, saját szerkesztés

2.2. ADATOK ELŐKÉSZÍTÉSE

Természetesen a dolgozatban loghozamokkal számoltam, így első lépésben a tőzsdeindexek esetén a napi záróárfolyamokból kell napi loghozamot számolni (1), ahol az E_t a napi záróárfolyam,

$$LOG(R_t) = LOG(E_t/E_{t-1}). \quad (1)$$

Illetve mivel a kockázatmentes hozamok esetében napi szintű, de évesített hozam érhető el, ezért itt napi hozamot kellett ebből számítani. Ehhez az évesített loghozamokat osztottam el 260-nal (2) – ahol RF_t a kockázatmentes éves hozam – mivel átlagosan ennyi kereskedési nap van egy évben,

$$LOG(DRF_t) = LOG(RF_t + 1)/260. \quad (2)$$

Kiszámítottam a hozamprémiumot az egyes tőzsdeindexek esetében (3), ahol PR_t a kockázatmentes hozamon felüli hozamot jelöli,

$$LOG(PR_t) = LOG(R_t) - LOG(DRF_t). \quad (3)$$

2.3. LEÍRÓ STATISZTIKA

A 2. táblázat a tőzsdeindexek napi loghozamának (nem a prémiumhozamnak) és az állampapírok napi loghozamának leíró statisztikáit mutatja. A 2. táblázat és az 1. ábra alapján elmondható, hogy a tőzsdeindexek napi loghozamai nulla körül koncentrálnak, igen nagy csúcsossággal, illetve balra ferdék, azaz pozitív hozam gyakrabban fordul elő, mint negatív. Az is látszik, hogy a tőzsdeindexek loghozama természetesen nagyobb, mint a kockázatmentes loghozam, viszont ahogyan az ábra is mutatja, a kockázatmentes loghozamok egy kis aránytól eltekintve mindig pozitívak, azonban főként nulla körüli értéket vesznek fel, egy maximum 0,02 százalékos intervallumban. Tehát kijelenthető, hogy a napi kockázatmenteshozamok közel nullák.

2. Táblázat: A tőzsdeindexek loghozamának és kockázatmentes loghozamok leíró statisztikája

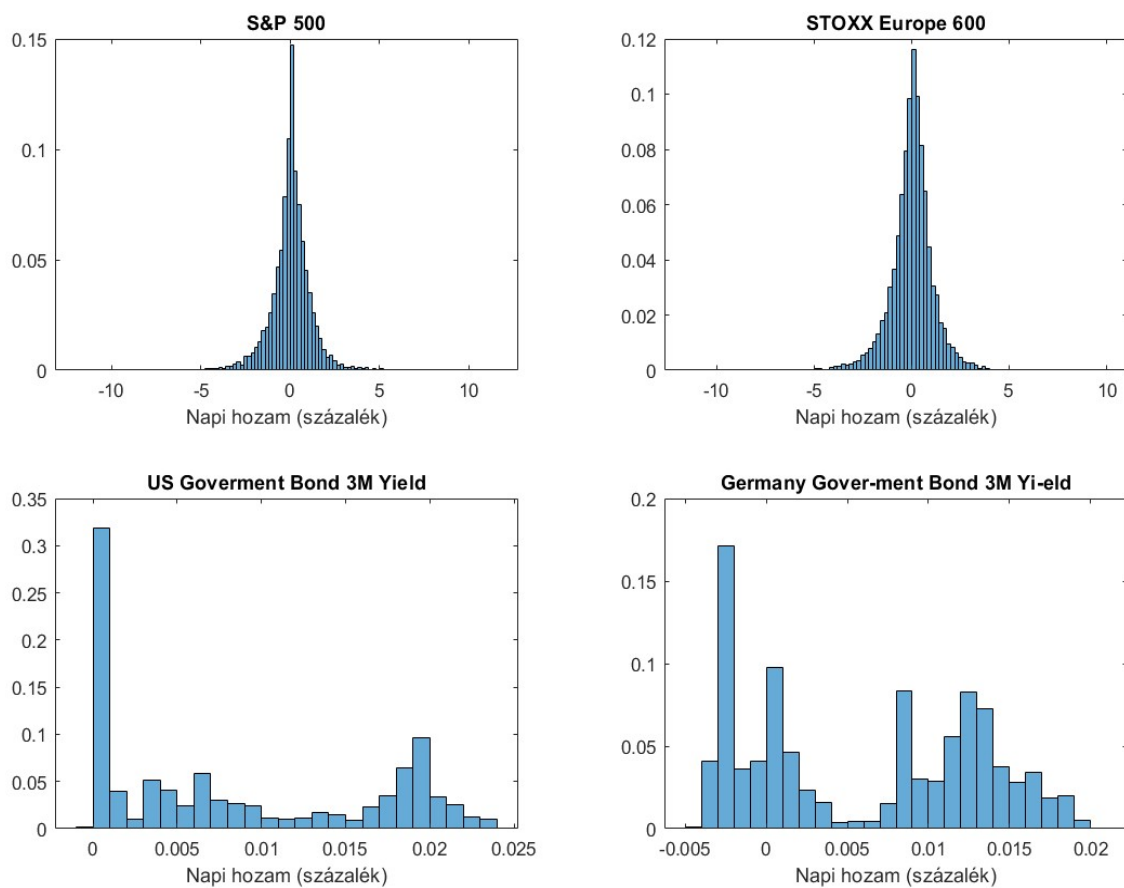
A táblázat a felhasznált pénzügyi instrumentumok napi loghozamának leíró statisztikáját tartalmazza.

	S&P 500	STOXX Europe 600	US Government Bond 3M Yield	Germany Government Bond 3M Yield
Átlag	0.0302%	0.0170%	0.0085%	0.0060%
Szórás	1.1812%	1.1509%	0.0080%	0.0071%
Ferdeség	-0.4056	-0.4057	0.4136	0.1102
Csúcsosság	10.6002	7.2824	-1.4470	-1.5169
Percentilis 25%	-0.4426%	-0.4941%	0.0005%	-0.0010%
Medián	0.0317%	0.0535%	0.0063%	0.0080%
Percentilis 75%	0.5717%	0.5837%	0.0178%	0.0127%

Forrás: Datastream, saját szerkesztés

1. Ábra: A napi loghozamok eloszlásainak hisztogramjai

A hisztogramok a két tőzsdeindex, valamint a két állampapír napi loghozamainak eloszlását mutatja a felhasznált adatok teljes hosszában 1994.12.09.-2023.10.09.



Forrás: Saját szerkesztés

3. MÓDSZERTAN

3.1. ELŐREJELZŐ MODELLEK

A tanulmányban egyszerűbb idősoros modellek segítségével jelzem előre az európai tőzsdeindex értékét. A legalapvetőbb idősoros előrejelzésre használt modell az ARMA, amely esetében csak az STOXX600 tőzsdeindex múltbeli értékeit használom fel az előrejelzésre (Rounaghi & Zadeh, 2016). Ehhez nagyon hasonló az ARMA-GARCH előrejelző modell, amely esetén a feltételes varianciát egy GARCH modellel becsülöm meg (Bildirici & Ersin, 2014), így elméletileg pontosabb becslést produkálva. Mivel a részvények esetében a hibatag varianciája időben nem állandó, így egy GARCH által becsült hibatag variancia jobb lehet, mint az egyszerű ARMA modell időben fix hibatag varianciája (Bildirici & Ersin, 2014; Hansen & Lunde, 2005). Több tanulmány is arra a megállapításra jutott, hogy az amerikai részvények, portfóliók, tőzsdeindexek jó előrejelzői a világ más tőzsdeindexeinek, főként a fejlett világot tekintve (Rapach et al., 2013; Chordia & Swaminathan, 2000; Brennan et al., 1993). Ezt figyelembe véve érdemes egy olyan VAR modellt építeni, amelyben az amerikai tőzsdét legjobban leíró S&P500 tőzsdeindex is megjelenik mint prediktor a STOXX600 előrejelzéséhez (Hossain & Nasser, 2011; Henkel et al., 2011). Benchmarknak sok esetben a historikus átlagot használják hozam-előrejelzés esetén (Rapach & Zhou, 2013), viszont követve más tanulmányokat, egy random walk modellt fogok alkalmazni ezen célból (Fama, 1995; Pincheira et al., 2022).

Természetesen a részvényárak és hozamok előrejelzésére rengeteg különböző megoldás létezik, például a faktor modell (Fama & French, 1993) valamint azok változatai, viszont jelen tanulmány kifejezetten olyan idősoros modelleket használ, ahol az idősor múltbeli értékei a magyarázó változók, illetve a VAR modellt, amelyben még egy plusz tőzsdeindex segíti az előrejelzést. Ez azért célravezető, mert könnyen elérhető, megbízható adatok vannak napi frekvencián a felhasznált mutatók esetében. Ezen oknál fogva ez egy kereskedési szempontból is használható módszer lehet, mivel hatékonyan, kis költség mellett lehet napi előrejelzést tenni a hozam alakulásra.

Minden modell esetén az előrejelzés során táguló becslési ablakot használtam, azaz minden t időpontig elérhető adatot felhasználtam a $t+1$ illetve $t+2$ -es előrejelzéshez. Az adatsorom 1994.12.09-től indult, a becslést pedig a kiválasztott dátumtól, azaz 2013.01.01-től kezdtem. Így az első előrejelzéshez összesen 4712 darab múltbéli loghozam állt rendelkezésre, ami idő előrehaladtával nőtt. A tanulmány 2023.10.09-ig tartalmaz adatokat, ezért

összesen 2809 darab előrejelzést végeztem, mind $t+1$ -re mind $t+2$ -re is, minden modell esetében.

3.1.1. ARMA

Az egyik legáltalánosabb idősoros előrejelző modell az ARMA(p,q), vagyis az autoregresszív mozgóátlag modell (4), ahol y_t a loghozam, ε_t pedig a hibatagot jelenti, ϕ és θ pedig a becsült paraméterek, *iid* (independent and identically distributed) a független azonos eloszlást jelöli, *WN* (white noise) pedig a fehér zaj (Hamilton, 1994),

$$y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid WN(0, \sigma^2). \quad (4)$$

Ebben a modellben csak az STOXX600 múltbeli értékeit használok fel az előrejelzéshez. Fontos, hogy az ARMA és a többi modell esetén is elvárjuk az idősoroktól, hogy stacionerek legyenek, mivel loghozamokat használok, így ez a statisztikai elmélet alapján teljesül. Viszont ennek ellenére egy-egy ADF tesztet elvégeztem a prémium loghozamokon mindkettő tőzsdeindex idősorán, amelyeknek a p -értéke nulla-négy késeltetés mellett minden esetben az egy százalékos szignifikancia szint alatt volt, vagyis az idősorok stacionerek, elvégezhető az előrejelzés.

A korábbi említett tanulmányok alapján az ARMA modell esetén p és q értéke a napi szintű előrejelzések esetén maximum a kettő értéket veszi fel, így a modellezéskor összesen nyolc féle ARMA modellt írtam fel, a p és q különböző kombinációinak függvényében. Minden egyes előrejelzés előtt az Akaike (5) féle információs kritérium (Akaike, 1998)

$$AIC(p, q) = \log\left(\frac{SSR(p, q)}{T}\right) + (p + q) \frac{2}{T}, \quad (5)$$

segítségével a nyolc modell közül kiválasztottam a legjobbat (ahol az AIC a legkisebb), majd ezen modell segítségével becsültem előre a hozamot. Erre azért volt szükség, mivel időben változó lehet, hogy mekkora értéket vegyen fel a p illetve a q , vagyis a múltbeli értékek mekkora részét használjam fel az előrejelzés során. Az (5)-ös egyenletben az $SSR(p, q)$ az adott p autoregresszív és q mozgóátlag tag melletti reziduum-négyzetösszeget jelöli.

3.1.2. ARMA – GARCH

Az ARMA-GARCH (Ling & McAleer, 2003; Rønold & Hausken, 2018) modell esetén a becslést egy ARMA (p,q) (4) modellel teszem meg, annyi különbséggel az előző

ARMA modellhez képest, hogy a feltételes varianciát egy GARCH (p,q) (6) modell alapján becslem meg (Engle, 2001),

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^2, \varepsilon_t \sim iid WN(0, \sigma^2). \quad (6)$$

Ezek alapján, amikor a modell ARMA részének paramétereit becslem, elméletileg pontosabb eredményt kapok, – mivel pénzügyi termékek esetén a hibatag varianciája általában időben változó és ezt a GARCH modell képes megfelelően becsülni – szemben egy állandó variancia értékkel. Ebben az esetben a GARCH (p,q) esetén a p és q paramétert 1-re állítom, ugyanis a szakirodalom szerint ez a legjobb paraméter választás (Hansen & Lunde, 2005b), valamint a ARMA modellezéshez hasonlóan, ebben az előrejelzésben is mind a nyolc ARMA modellt vizsgálom. Ezért is alkalmazom a GARCH(1,1)-t minden esetben, mivel a további kombinációk bevétele túlságosan megnövelné a számítási költséget időben mérve. Tehát ARMA-GARCH modell esetén ugyanazt az eljárást követem, mint az ARMA előrejelzés esetén, vagyis mindig megbecslem mind a nyolc modellt, majd az Akaike szerinti legjobbal előrejelzek.

3.1.3. VAR

Mivel az amerikai részvénypiac jó előrejelzője a világ többi piacának, főként az európainak (Rapach et al., 2013; Chordia & Swaminathan, 2000; Brennan et al., 1993), így érdemes bevonni ezt az adatot a STOXX600 előrejelzésébe. Ennek leegyszerűbb módja, ha legismertebb S&P500 tőzsdeindexet is felhasználom a becsléshez. Ehhez egy kétváltozós VAR(p) modellt használtam (7), ahol y_t egy $n \times 1$ -es vektor, n pedig a felhasznált változók száma, ami a mi esetünkben kettő; c egy $n \times 1$ -es vektor, amely a konstansokat tartalmazza, Φ_p pedig egy $n \times n$ -es mátrix, amelyben a becsült koefficiensek szerepelnek. Emellett ε_t egy $n \times 1$ -es mátrix, melyben a hibatagok vannak, és amelyekre igaz, hogy $\mathbb{E}(\varepsilon_t) = 0$, $\mathbb{E}(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \Omega$, $\mathbb{E}(\varepsilon_t \varepsilon_s') = 0$ vagyis a hibatag varianciája független az időtől,

$$y_t = c + \Phi_1 y_{t-1} + \Phi_2 y_{t-2} + \dots + \Phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t. \quad (7)$$

A VAR modell esetén a becslés során úgy jártam el, hogy a 2013-ig tartó adatokon megbecsültem a legjobb késleltetést ($p=4$) az Akaike információs kritérium alapján, és utána minden előrejelzés során ezt használtam fel. Annak érdekében, hogy a közgazdasági

intuíciót, – ami alapján az S&P500 egy jó prediktor – megerősítsem, a 2013-ig tartó adatokon Granger-oksági vizsgálatot (Granger, 1969) végeztem. Ennek lényege, hogy a kettő idősor nem feltétlenül van kauzális viszonyban, viszont az egyik Granger-értelemben tudja magyarázni a másikat, vagyis egy jó előrejelzője. A teszt null hipotézise szerint nincsen kapcsolat a két idősor között, vagyis STOXX600 előrejelzés során, ha y_{1t} az európai tőzsdeindex, akkor a $\phi_{21}^{1,2,3,4}$ koeficiens egyenlő nullával. A teszt elvégzése után a kapott *p-érték* közel nulla lett, azaz az S&P500 Granger-okozza az európai tőzsdeindexet; vagyis érdemes bevenni a VAR modellbe.

A hosszú gazdasági idősorok instabilak lehetnek, amely miatt a Granger-oksági vizsgálat hamis eredményt adhat (Stock & Watson, 1996). Mivel az idősorok közötti kapcsolat időben változó lehet, érdemes elvégezni a robusztus tesztek is. Ezeknek a teszteknek a null hipotézise az, hogy S&P500 nem Granger-okozója a STOXX600-nak egyik t időpontban sem. Az alternatív hipotézis az, hogy a S&P500 Granger-okozza a STOXX600-at legalább egy t időpontban. Eredményeként egy idősort is kapunk a Granger-okság időbeli alakulására a két idősor között (Rossi & Wang, 2019; Rossi, 2005).

Ennek elvégzéshez a gcrubstvar (Rossi & Wang, 2019) STATA elemző kódot használtam fel, amely összesen 4 különböző robusztus teszt segítségével vizsgálja a Granger-okság meglétét a két idősor között. A teszt a Rossi (2005) által kifejlesztett módszereken alapul, és magában foglalja az átlagos és exponenciális Wald-tesztek robusztus változatait (Andrews & Ploberger, 1994), a Nyblom tesztet, valamint a Quandt (1960) és Andrews (1993) kvázi-likelihood-hányados tesztek (Wedderburn, 1974). Az eredmények alapján (3. táblázat) az SP500 még a robusztus tesztek esetén is Granger-okozója a STOXX600-nak, minden szokásos szignifikancia szint mellett.

3. Táblázat: A robusztus Granger-tesztek eredményei

A táblázat a robusztus Granger-tesztek statisztikai és *p-értékeit* mutatja arra vonatkozóan, hogy az S&P500 múltbeli értékei Granger-okozzák a STOXX600-at

	Exp-Wald	Mean-Wald	Nyblom	SupLR
Statisztikai érték	461.58	894.32	325.13	931.62
p-érték	0%	0%	0%	0%

Forrás: gcrubstvar (Rossi & Wang, 2019), saját szerkeztés

Emellett a Wald-statisztikák időbeli alakulását is kiszámoltam (2. ábra), ami több információt ad arról, hogy mikor következik be a Granger-okozati összefüggés. Valójában ez

a Wald-statisztikák sorozatának szuprémuma (Rossi & Wang, 2019), amely vizsgált időpontok során az adott paraméterek zérusértéktől való eltérését tesztelő Wald-statisztikák sorozatának legmagasabb értékét keresi. A teljes vizsgált időszoron igen magas Wald-statisztika értékeket kapunk, ami arra enged következtetni, hogy az amerikai tőzsdeindex minden időpillanatban jó előrejelzője lehet az európai tőzsdeindexnek.

2. Ábra: A Wald-statisztikák szuprémumának időbeli alakulása

A Wald-statisztikák szuprémuma a teljes vizsgált időszakon a szokásos szignifikanciaértékek felett van



Forrás: *grobustvar* (Rossi & Wang, 2019), saját szerkesztés

3.1.4. Random Walk

Benchmark modellnek egy random walk előrejelzést használtam (8), ahol most y_t logárfolyamot jelöli, mivel a másik modellek esetén használt prémium loghozam várható értéke nulla, ami nem lenne megfelelő a random walk esetén. Az σ^2 -t pedig mindig a már meglévő adatokból számolt variancia adja. Azaz ez egy olyan modell, ahol az előző árfolyamhoz, egy normális eloszlásból származó véletlen értéket adunk, vagyis azt feltételezzük, hogy az árfolyam-változás nem modellezhető, hanem véletlenszerűen alakul,

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid\ WN(0, \sigma^2). \quad (8)$$

Annak érdekében, hogy ez a modell összehasonlítható legyen a többivel, az előrejelzett értékekből elkészítettem a hozamot, vagyis az első differenciát, majd kivontam belőle a kockázatmentes loghozamot, tehát utólag ugyanazon tranzakciókat végeztem el, mint a másik modellek esetén az input adatokon.

3.1.5. Modellkombinációk

A korábbi tanulmányok alapján (Claeskens et al., 2016; Bates & Granger, 1969) érdemes az előrejelzéseket kombinálni, hiszen pontosabb becsléseket kaphatunk így. Itt felmerülő kérdés a különböző modellek közötti súlyozás, viszont a fent idézett tanulmányok szerint nem érdemes optimalizálni a súlyokat, a legjobb eredményt az azonos súlyokkal kiszámolt átlagos előrejelzés adja. Ez a szakirodalomban a *forecast combination puzzle* néven ismert jelenség (Claeskens et al., 2016). Ezek alapján tanulmányomban én is csak az azonos súllyal átlagolt előrejelzésnek a teljesítményét vizsgáltam az eredeti modellekhez képest. A pontosság miatt kettő ilyen „modellt” készítettem, az egyik a „Kombinált” modell, amelyben az ARMA, ARMA-GARCH és a VAR előrejelzéseit használtam. A másik esetben pedig bevettem az RW modell előrejelzését is a számításba, ennek a neve „Kombinált+” lett.

3.2. STATISZTIKAI HIBATESZTEK

3.2.1. Általános hibatesztek

A statisztikai modellezés hatékonyságát sokféle módon lehet értelmezni, főleg pénzügyi termékek esetén. A jelenlegi tanulmányban két fő módon fogom az egyes modellek előrejelzési képességét tesztelni. Az egyik irány, hogy az előrejelzések alapján egy ad hoc kereskedési stratégiát használok mindegyik modell esetén, és megvizsgálom, hogy melyik modell érte el a legnagyobb hozamot (Rapach & Zhou, 2013). A másik irány pedig az általános előrejelzési mutatók kiszámítása és a modellek ez alapján történő tesztelése. A következőekben bemutatom a statisztikai módszereket, majd a kereskedési keretrendszert.

A tanulmányban három különböző hibamérő módszert használtam fel, illetve ezek mellett kiszámoltam az egyes modellek által adott portfóliók Value-at-Risk értékét, és ezt is visszamértem különböző szempontok szerint (Christoffersen, 1998). A leggyakrabban használt hibamérő módszer az MSE (mean squared error), vagyis az átlagos négyzetes hiba (9). Ennek lényege, hogy a valós realizációból (y_t) kivonjuk az általunk előrejelzett értéket ($\hat{y}_t$) és ezt négyzetre emeljük, majd a különbségek átlagát vesszük,

$$MSE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2. \quad (9)$$

Mivel az eltéréseket négyzetre emeljük, így ez a módszer érzékeny azokra az esetekre, amikor az előrejelzésünk jelentősen eltér a valós értéktől.

A MAE (mean absolute error), vagyis az átlagos abszolút hiba (10) hasonló az MSE-hez, viszont itt a hibák előjel eltérést nem négyzetre emeléssel, hanem azok abszolút értékének használatával kezeljük,

$$MAE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |y_t - \hat{y}_t|. \quad (10)$$

Ezáltal ez a módszer kevésbé érzékeny a nagy hibákra, így alkalmas lehet abból a szempontból, hogy árnyalja a modellek közötti különbséget az MSE-hez képest, hiszen robusztusabb a nagyobb hibák esetén, így a kisszámú nagy eltérés nem mozgatja el annyira az átlagos hiba értékét.

Az utolsó általános hibamérő módszer, amit alkalmaztam, az a MASE (mean absolute scaled error), vagyis az átlagos abszolút skálázott hiba (11), amely egy relatív hibamérő módszer (Hyndman & Koehler, 2006). Ennek a lényege, hogy az átlagos abszolút hibát osztjuk a mintán belüli egy lépéses naiv előrejelzés átlagos abszolút hibájával,

$$MASE = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |y_t - \hat{y}_t|}{\frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T |y_t - y_{t-1}|}. \quad (11)$$

Vagyis ez a módszer azt nézi, hogy a modellünk jobb-e mit egy naiv becslésen alapuló előrejelzés. Ennek a statisztikai hibatesztnek a lényege, hogy skála-invariáns, tehát különböző skálájú adatsorok összehasonlítására használható, de természetesen ezen tanulmányban erre nincs szükség. A naiv becslés ez esetben azt jelenti, hogy azt gondoljuk, hogy a múltbeli érték fog t -ben is realizálódni, ez viszont azonos a random walk előrejelzéssel.

3.2.2. Value-at-Risk tesztelés

A Value-at-Risk vagy röviden VaR az eszközportfóliók kockázatosságát méri. Jelen tanulmányban a fő előrejelző modellek (ARMA, ARMA-GARCH, VAR) esetén vizsgálom azt, hogy ezen modellekből az egynapos kereskedési stratégia mentén kialakított portfólióknak mekkora a kockázatossága. Ehhez parametrikusan megbecsülöm a VaR értékeket, majd egy intervallum-tesztet hajtok végre az egyes VaR „portfóliókon” (Christoffersen, 1998). A parametrikus becslés során meghatározom annak a normális eloszlásnak az 1. és

5. percentilisét, amelynek várható értéke a modellek által becsült egynapos pont előrejelzés, varianciája pedig a modell hibatag varianciája. Így minden egyes pont előrejelzés mellé megkapom a becslési intervallum 1. és 5. percentilisét. A VaR portfóliókat pedig úgy alkotom meg, hogy amikor a kereskedési stratégia szerint tartom a részvényt –vagyis lehetősége van az értékvesztésnek – azon esetekben veszem a megbecsült VaR értékeket, majd az ezen időpontokban realizált hozamokkal végzem el a tesztelést. Azaz a tanulmányban vizsgált hosszú távú egynapos előrejelzést alkalmazó portfóliókon nézem meg a VaR-t.

A Chrisoffersen (1998) féle intervallum-teszt összesen háromféleképpen vizsgálja meg egy portfólió kockázatosságát a VaR szerint. Az egyik vizsgálati szempont a POF (Proportion of failures), vagyis feltételes fedezet. A teszt azt vizsgálja, hogy a VaR modell előrejelzései milyen jól fedik le a tényleges veszteségeket. Más szóval ellenőrzi, hogy a modell által előrejelzett kockázati szint mekkora részben felel meg a ténylegesen bekövetkezett veszteségeknek. Ideális esetben a VaR modell által előrejelzett kritikus veszteség nem haladja meg a valóságban bekövetkező veszteségeket a megadott konfidenciaszinten.

Maga a teszt statisztika egy likelihood-hányados teszt (12),

$$LRatioPOF = -2 \log \left(\frac{(1-pVaR)^{N-x} pVaR^x}{\left(1-\frac{x}{N}\right)^{N-x} \left(\frac{x}{N}\right)^x} \right), \quad (12)$$

ahol N az összes eset száma, x pedig azon esetek száma, ahol a valódi veszteség nagyobb volt, mint a VaR portfólió szerinti; $pVaR$ pedig a $1-VaR$ test, vagyis egy mínusz az alkalmazott konfidencia intervallum. A likelihood-hányados tesztstatisztika aszimptotikus eloszlása a nullhipotézis esetén $khí$ -négyzet egy szabadságfokkal. A teszt null hipotézise szerint a VaR modell pontosan előrejelzi a veszteségeket az adott konfidenciaszinten, és a túllépések (a tényleges veszteségek, amelyek meghaladják a VaR által előre jelzett szintet) gyakorisága megfelel a modell által feltételezett gyakoriságnak. Ebből kifolyólag ebben az esetben az a jó, ha a null hipotézist nem utasítjuk el, mert akkor a modell kockázat kezelése megfelelő.

A CCI (Conditional coverage independence) vagyis a függetlenségi teszt az vizsgálja, hogy a modell által tévesen előrejelzett kockázatok (azaz a "túllépések", amikor a tényleges veszteség meghaladja a VaR által előre jelzett szintet) időbeli sorozatában van-e autokorreláció. A függetlenség hiánya azt jelezheti, hogy a modell nem megfelelően reagál a piaci változásokra, ami megbízhatatlanná teheti a kockázati becsléseket. Maga a teszt ebben az esetben is egy likelihood-hányados (13),

$$LRatioCCI = -2 \log \left(\frac{(1-pUC)^{N00+N10} pUC^{N01+N11}}{(1-p01)^{N00} p01^{N01} (1-p11)^{N10} p11^{N11}} \right), \quad (13)$$

ahol:

- $N00$ - a hibátlan időszakok száma, amelyet egy hibátlan időszak követ,
- $N10$ - a hibás időszakok száma, amelyet egy hibátlan időszak követ,
- $N01$ - a hibátlan időszakok száma, amelyet hibás időszak követ,
- $N11$ - a hibás időszakok száma, amelyet egy hibás időszak követ.

A p -k pedig az egyes feltételes átmenet valószínűségek; $p01$ annak a valószínűsége, hogy t időszakban hiba lép fel, ha $t-1$ -ben nem volt hiba; $p11$ annak valószínűsége, hogy t időszakban hiba lép fel, ha $t-1$ -ben is hiba volt. A feltétel nélküli hiba valószínűsége pedig pUC . Ezen teszt esetén is a null hipotézis a kedvező számunkra, amely azt mondja ki, hogy a hibák függetlenek, vagyis a modell jól reagál a piaci változásokra. A teszt p -értéke ebben az esetben is az előző teszt során említett khi-négyszet alapú.

A harmadik teszt a CC (Conditional coverage mixed) az előző kettő kombinációja (14),

$$LRatioCC = LRatioCCI + LRatioPOF, \quad (14)$$

vagyis a nullhipotézise szerint a modell hibáinak száma a konfidencia intervallumnak megfelelő és a hibák függetlenek is. Ebben az esetben pedig a p -érték egy 2 szabadságfokú khi-négyszet eloszlás alapján van számolva.

3.3. KERESKEDESI STRATÉGIA

Az egyértelmű, hogy a pénzügyi befektetőket egy részvény előrejelzés során nem feltétlenül az érdekli, hogy az egyes modellek mennyire adnak pontos becslést, hanem az, hogy erre milyen kereskedési stratégia építhető. Így mindenképp érdekes és jelen tanulmány egyik fő fókusza is az, hogy megnézzük: egy egyszerűbb kereskedési stratégia alapján van-e olyan modell, amely kiemelkedően teljesít, sőt jobban teljesít a piacnál az elért hozam tekintetében. A benchmark természetesen a STOXX600 hozama lesz, vagyis egy olyan portfólió, amely esetén az időszak elején beszállunk a részvénybe és utána passzívan tartjuk. A többi modellnél a stratégia arra épül, hogy azok mennyire képesek jelezni a piaci fordulatokat, vagyis, hogy a következő napon pozitív vagy negatív hozam következik. Ebből kifolyólag nem az fog számítani, hogy egy modell milyen pontosan becsül, hanem hogy az irányt milyen pontosan találja el. Maga a gyakorlati „kereskedés” menete az, hogy t napon

megnézem, hogy a modellem mit jelez előre $t+1$ -re. Amennyiben birtoklom éppen a tőzsdeindexet (ETF részvényt), akkor, ha pozitív hozamot jelzek előre, tartom a részvényt, ha negatív hozamot, akkor pedig eladom az összes részvényt az aznapi záróárfolyamon, valamint akkor veszem újra, ha megint pozitív hozamot jelzek előre. Tehát lokális csúcson adok el, és lokális minimumon veszek. Ez az első stratégia, amit alkalmazni fogok. A második stratégia alapgondolata ugyanez, viszont, hogy a portfóliót simítsam és a felesleges részvényvételt és -eladást elkerüljem, megnézem a $t+2$ napra előrejelzett értéket is. Ezen portfóliókat, ahol kétnapos előrejelzést vizsgálok ARMA_2, ARMA-GARCH_2, VAR_2-nek nevezem, továbbá a kombinált portfóliók esetében is ezt a jelölési rendszert alkalmazom. Ezen portfólióknál a döntési mechanizmus az, hogyha mindkét előrejelzés ugyanabba az irányba mutat, akkor történik változás a részvény tartásra vonatkozóan, amennyiben szükséges. Vagyis ha például birtoklom az ETF-et, és kettő negatív hozamot láttok, akkor eladom, viszont ha ellentétes az előrejelzések előjele, akkor maradok ugyan abban a helyzetben, amiben abban pillanatban vagyok. Ez a második stratégia azért lehet előnyös, mert van egy bizonytalanság az előrejelzésben, viszont ezt csökkentheti, ha kettő előrejelzett napra is ugyanazt a piac irány valószínűsíthető. A tanulmányban egy egyszerűbb tranzakciós költséget is használtam, így a második stratégia ennek hatékony csökkentésére is szolgálhat.

Az általam használt keretrendszer természetesen a valósághoz képest egyszerűsítéseket tartalmaz. Ilyen például, hogy csak long pozíciót tudunk felvenni, short pozíciót nem. Emellett, ha a piac lefelé megy és nem birtokoljuk a tőzsdeindexet ETF formájában, más befektetési pozíciót nem veszünk fel. Viszont ez reálisnak is tűnhet, mivel a modellek alapján való kereskedéskor heti szinten lehetséges trade, vagyis más eszközbe való befektetésnek a költsége lehet magasabb lenne, mint a készpénztartásé. További egyszerűsítésnek tűnik, hogy törtrészvény vásárlást is végzek, viszont a FinTech cégek megjelenésével ez ma már lehetséges. Ezen kívül pedig az osztalék helyzetével nem foglalkoztam jelen tanulmányban, mert nem ezen volt a vizsgálat fő fókusz, illetve elérhető nem osztalék fizető ETF is. Viszont sok más tanulmánnyal ellentétben egy egyszerűbb tranzakciós költséget építettem be a rendszerbe, ami azt jelenti, hogy minden egyes kereskedés esetén, legyen az eladás vagy vétel, egy bizonyos költség felszámolásra kerül. A tanulmányban összesen öt-féle esetet vizsgáltam:

1. Nincs tranzakciós költség,
2. Három bázispont a költség,
3. Öt bázispont a költség,
4. Tíz bázispont a költség,

5. Tizenöt bázispont a költség.

Ezen költség beemelésével úgy gondolom, hogy jelentősen közelebb kerültek a tanulmány eredményei a valósághoz; azaz ha az egyik modell még a kereskedési költségek használata után is jobban teljesít, mint a benchmark, az egy ténylegesen használható modell és kereskedési stratégia. És bár ez a tranzakciós költség modell egyszerű, pont a fent említett FinTech cégek közül a Lightyear¹ esetében – ami egy egyre növekvő kereskedési platform – tíz bázispontos kereskedési költség van az amerikai részvényeknél. Tehát ezen költségek melletti eredmények már elérhetőek lehetnek a befektetők számára. Ugyan ezen a platformon az ETF (tőzsdeindex) kereskedése költségmentes, de a modellek kiértékelése során számításba veszem azt a lehetőséget, hogy a jövőben ez megváltozik, így az amerikai részvények esetében használt tíz bázispontos költséget veszem effektívnek. Ezért a 4. fejezetben ábrázolt portfólió értékeket mindig ezen tíz bázispontos költség mellett jelenítem meg.

¹ <https://lightyear.com/eu/help/deposits-conversions-and-withdrawals/fees-and-taxes>

4. EREDMÉNYEK

4.1. A MODELLEK STATISZTIKAI ÖSSZEHASONLÍTÁSA

Mielőtt a modellek monetarizálásának lehetőségét vizsgálom meg, érdemes megnézni, hogy mintán kívüli becslés során végrehajtott 2809 darab egynapos előrejelzést melyik modell teljesítette legjobban, illetve, hogy a kombinált modell ténylegesen jobb eredményeket mutat, mint a modellek külön-külön. Tekintettel a tanulmány fő céljára, ezen vizsgálatomat az egynapos előrejelzésre szorítom; a második napra való előrejelzés csak a kereskedési stratégia szempontjából lesz fontos.

4. Táblázat: Az egyes modellek szerinti statisztikai hibatesztek értéke, az ARMA modell arányában

Az eredmények a három statisztikai hibateszt értékeit mutatják az ARMA modell abszolút értékének az arányában.

	MSFE	MAE	MASE
ARMA	0.00010437	0.00689874	0.69713427
ARMA-GARCH	99.80%	99.74%	99.74%
VAR	97.65%	97.62%	97.62%
RW	194.27%	145.05%	143.44%
Kombinált	96.35%	97.46%	97.46%
Kombinált+	103.72%	103.27%	103.27%

Forrás: Saját szerkesztés.

Az eredmények alapján (4. táblázat) a vizsgált időszakon – mindhárom statisztikai hibamérő módszer szerint – a kombinált modell teljesített legjobban, ez pedig alátámasztja azt a hipotézist, hogy az egyes modellek kombinációja jobb előrejelző, mint a modellek külön-külön. Viszont az is megállapítható az eredményekből, hogy a mind a három teszt esetében ugyan azt a sorrendet kapjuk a modellek teljesítményére vonatkozóan. Mivel a hibatesztek ugyanazt mérik – más módszerrel és különböző érzékenységgel –, így kijelenthető, hogy a pontszerű előrejelzési teljesítménynek tényleg ez lehet a valós sorrendje a modellek között. Az egyedi modellek közül a VAR modell érte el a legkisebb hibateszt eredményt, így kijelenthető, hogy a S&P500 bevétele a modellezésbe hasznos döntés volt. Emellett kiemelendő, hogy az ARMA-GARCH jobb teljesítményt mutat, mint az egyszerű ARMA modell, tehát érdemes ebben az esetben a GARCH-ot használni a hozam varianciájának meghatározására, az előrejelzés pontosságának érdekében. Az viszont megfigyelhető, hogy a RW modell igen rosszul teljesít, mivel az összes statisztikai hibateszt esetében rossz-

szabb eredményt ért el, mint a többi előrejelző modell. Ez alapján kijelenthető, hogy a becslés pontosságát tekintve az RW modell nem teljesít jobban, mint a bonyolultabb idősoros modellek.

4.2. VALUE-AT-RISK EREDMÉNYEK

A VaR-t csak a három bonyolultabb modell és az azokból alkotott egynapos előrejelzésen alapuló portfóliók esetében vizsgáltam, teszteltem. Mindegyik modell esetén az 1. és az 5. percentilis alapján képzett VaR értékre is elvégeztem a tesztet. A különböző modellek esetén más az esetek száma, mivel csak akkor futunk kockázatot, ha éppen tartjuk a kiválasztott eszköz, – ez esetben a STOXX600-at – és ennek állapota a különböző modellek esetén eltér. Az eredmények azt mutatják (5. táblázat), hogy egyik szokásos szignifikancia szint mellett sem fogadható el a POF, vagyis a feltételes fedezet; azaz az előrejelzett VaR érték sok esetben kisebb, mint a ténylegesen bekövetkező veszteség. A legegyszerűbben ez abból látszik, hogy a hibás esetek aránya az összes esethez képest igen magas. Még a legjobb eredményt elérő VAR modell esetén is közel az esetek 30%-ban volt nagyobb a hozamvesztés, mint az ezen modellből készített Value-at-Risk számításnál. Egyebekben a POF-nál minden esetben az alternatív hipotézist fogadjuk el. Mindemellett az összevont CC esetében is az alternatív hipotézist fogadjuk el minden portfólió esetében.

5. Táblázat: A Value-at-Risk teszt eredményei

A táblázat a három Value-at-Risk teszt p-érték szerinti eredményeit mutatja, valamint az összes megvizsgált esetet és azokat, ahol nagyobb volt a realizálódó veszteség, mint az előrejelzett

VaR portfólió	CCI p-érték	POF p-érték	CC p-érték	Összes eset	Hibák száma
ARMA_95	63.80%	0.00%	0.00%	1609	741
ARMA_99	76.27%	0.00%	0.00%	1609	734
ARMA-GARCH_95	64.54%	0.00%	0.00%	2786	1394
ARMA-GARCH_99	68.02%	0.00%	0.00%	2786	1382
VAR_95	44.37%	0.00%	0.00%	1563	485
VAR_99	96.47%	0.00%	0.00%	1563	479

Forrás: Saját szerkesztés

Ami lényeges és a modellek használhatóságát alátámasztja, hogy a hibák eloszlása független, azaz a modellek jól megragadják a piaci változást. Ebből arra tudunk következtetni, hogy bár veszteséget szenvedünk a portfóliókon, a modellek képesek a piaci változásra reagálni, amit a kereskedési stratégiával ki tudunk használni. Így bár a VaR teszten az egyes modellek nem érték el a kívánt eredményeket, a CCI alapján egy megfelelő stratégia

mellett hozhatnak számunkra plusz hozamot, amely az egyes előrejelző modellek fő célja ebben a tanulmányban.

4.3. BEFEKTETÉSI EREDMÉNYEK

4.3.1. Hosszú befektetési időszak

Először azt az esetet vizsgálom, amikor egy hosszú távú befektetési időszakot nézünk, vagyis 2013.01.01-től 2023.10-09-ig. Ez egy tíz éves periódus, ahol már bizonyossággal lehet mondani, hogy az egyes modellek teljesítőképessége nem a véletlen műve, illetve ezen időszak alatt a tőkepiacokon konjunktúra és turbulens időszak is volt.

A kereskedés során 100.000 euró befektetéssel indítottam minden portfólió esetén, és a végén összehasonlítottam, hogy milyen nominális, illetve hozam-eredményt értek el az egyes modellek a különböző tranzakciós költségek mellett; így melyik esetben tudtam jobban teljesíteni mint a piac. A modelleken és a kombinált modelleken kívül döntési alapon működő portfóliókat is létrehoztam. Ennek lényege, hogy a portfólió abba az irányba mozdul, ahova a három alapmodell többsége előrejelez; vagyis nem átlagoltam az előrejelzéseiket, hanem az irányukat vettem figyelembe, hogy az negatív vagy pozitív. Illetve ugyanebből létrehoztam azt a változatot is, ahol a RW modell is benne van. Ebben az esetben döntetlen előrejelzés esetén – vagyis kettő modell az egyik irányt jelzi előre, kettő a másikat – a VAR modell volt a döntő, mivel az teljesített a legjobban az alapmodellek közül statisztikailag. Érdemes kiemelni, hogy a fő fókusz a három alapmodell eredményén van mind az egynapos, mind a két napos stratégia esetén, illetve ezen három modellből készített kombinált és döntési portfólión. Az RW, valamint a vele kiegészített kombinált és döntési portfólió csak mint kontra modellek szerepelnek, továbbá az RW modell (8) esetén nem alkottam kétnapos előrejelzésre vonatkozó kereskedési portfóliót, mivel az eredményei azonosak az egynapos előrejelzésen alapuló portfólióéval.

Az eredmények alapján (6. táblázat) egyértelműen kijelenthető, hogy a VAR modell képes a legjobban előrejelezni azt, hogy a piac merre fog mozdulni. Ez megerősíti azt a tényt, hogy az amerikai tőzsdepiac Granger-okozati kapcsolatban áll az európaival, vagyis egy jó előrejelzője a STOXX600 indexnek. Viszont ebből következik az is, hogy ezen portfólió esetében igen gyakran kell kereskedni, mert csak így érthető el ez a 1225%-os hozam. De amint költséget is tartalmaz a kereskedés, erősen lecsökken az elért eredmény. A VAR_2, ami a kétnapos vizsgálatot jelenti, ezt kéne kiküszöbölje, viszont ez nem történik meg, mivel a kevésbé aktív kereskedésnek a költséghatékonyasága nem jelent megfelelő

előnyt az aktívabb kereskedéshez képest. A Kombinált portfólió, amiben a három alapmodell átlaga van, a 10 bázispontos költség mellett már jobban teljesít, mint a VAR modell. Vagyis megállapítható, hogy mind statisztikai szempontból, mind hosszútávú kereskedés esetén a Kombinált modell jobb, mint az egyes modellek külön-külön, hiszen még a többi költség szint mellett is hozzávetőlegesen hozza a VAR eredményeit. A döntési portfóliók kisebb költségek mellett jól teljesítettek, viszont a nagyobb költségek esetén nem tudták ellensúlyozni a sok tranzakcióból adódó veszteséget.

6. Táblázat: Hosszútávú portfóliók hozamai a különböző tranzakciós költségek mellett

A táblázat a vizsgált portfóliók elért hozamait mutatja az egyes kereskedési költségek mellett 2013-2023-ig tartó befektetési időtávon

Portfólió	0 bázispont	3 bázispont	5 bázispont	10 bázispont	15 bázispont
Long	59.09%	58.99%	58.93%	58.77%	58.61%
ARMA	37.24%	10.71%	-4.07%	-32.95%	-53.15%
ARMA_2	28.19%	15.20%	7.28%	-10.22%	-24.88%
ARMA-GARCH	49.50%	47.45%	46.10%	42.77%	39.52%
ARMA-GARCH_2	60.68%	60.49%	60.36%	60.04%	59.72%
VAR	1224.59%	804.88%	601.84%	271.75%	96.85%
VAR_2	153.20%	115.45%	93.47%	47.81%	12.91%
RW	36.30%	-18.42%	-43.59%	-77.58%	-91.09%
Kombinált	1114.92%	767.12%	592.49%	294.60%	124.79%
Kombinált_2	72.10%	60.82%	53.71%	37.27%	22.59%
Kombinált+	247.77%	129.04%	73.36%	-13.61%	-56.97%
Kombinált+_2	136.04%	65.07%	30.04%	-28.38%	-60.57%
Döntési	200.73%	141.72%	108.95%	45.16%	0.82%
Döntési_2	76.37%	60.90%	51.34%	29.86%	11.41%
Döntési+	775.64%	516.04%	387.27%	171.07%	50.75%
Döntési+_2	141.42%	116.44%	101.24%	67.73%	39.79%

Jelölések: Félkövérrel azon elemek vannak kiemelve, akik az adott költség mellett magasabb hozamot értek el, mint a piac azaz a long portfólió.

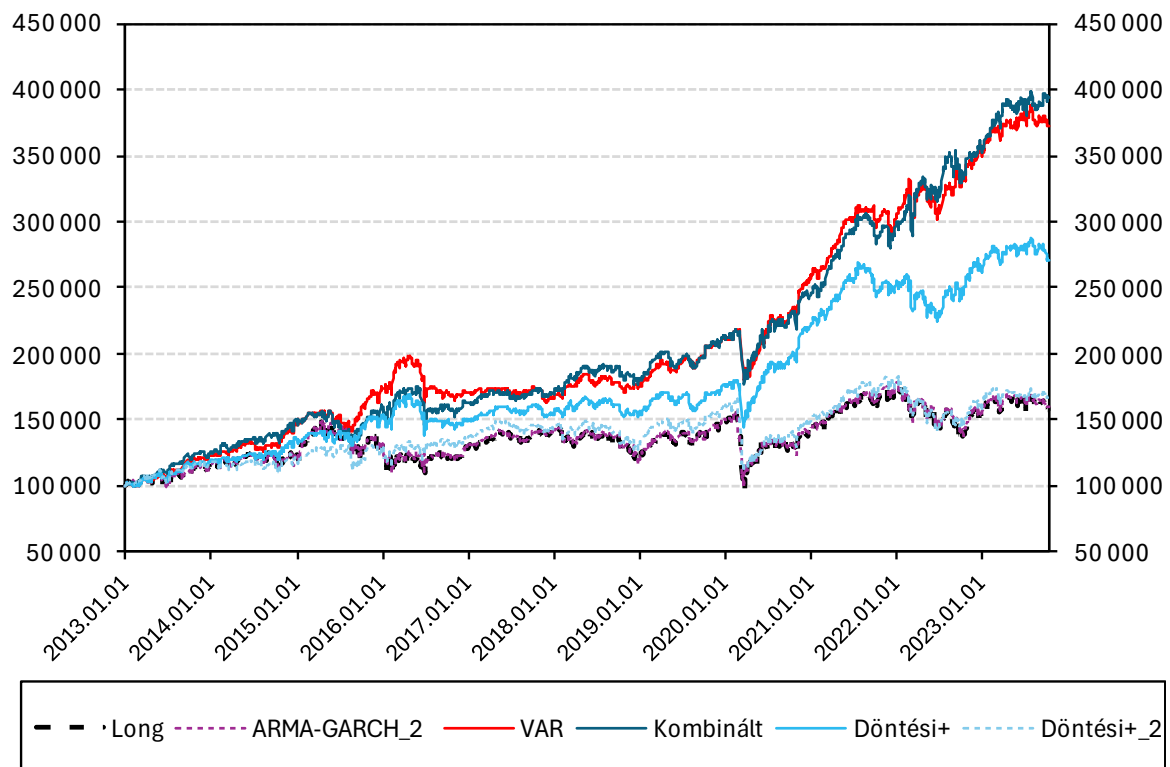
Az RW modell kereskedési költség nélkül képes pozitív hozamot generálni, köszönhetően annak, hogy a piac összességében felfelé tartott, viszont költségek esetén már nem kifizetődő ez a módszer. Kiemelendő, hogy az ARMA modellek, amik csak az európai tőzsdeindex adataiból dolgoznak nem képesek jó teljesítményre, vagyis a piac mozgásából ilyen egyszerűbb módszerrel nem lehet előrejelzni, hogy milyen irányú forduló következik. Ez a modell sajátosságából adódik, mivel egy-két nappal később épül be egy-egy fordulat, az addigi adatokból ez nem következik, szemben a VAR modellel, ahol az amerikai piacról származó többlet információ képes előrejelzni ezt a piaci fordulatot. Ami fontos, hogy az ARMA-

GARCH modell jobban teljesít ezen a téren is, mint az egyszerű ARMA, viszont észre kell venni, hogy ez a modell igen stabil eredményt ér el, és a költségek növekedésével sem csökken. Ez amiatt van, mivel igen kevés esetben jelez előre a modell negatív értéket, így igen kevés kereskedés történik ebben a portfólióban. Viszont, ha negatív értéket jelez előre, akkor az nagy valószínűséggel tényleg az is lesz, így képes ARMA-GARCH_2 egy minimális többlethozamot stabilan generálni.

Az egynapos VAR modell előnye, hogy a piac emelkedő mozgását leköveti, valamint azt is, amikor a piac visszaesik. A modellnek viszont a legnagyobb előnye, hogy amikor stagnáló vagy oldalazó időszak van, akkor a piaci fordulatok jó előrejelzése miatt képes többlethozamot generálni (3. ábra).

3. Ábra: Hosszú távú portfóliók értéke

Az ábra azon portfóliókat mutatja, amelyek tíz bázispontos tranzakciós költség mellett magasabb hozamot érte el, mint a piac.



Forrás: Saját szerkesztés

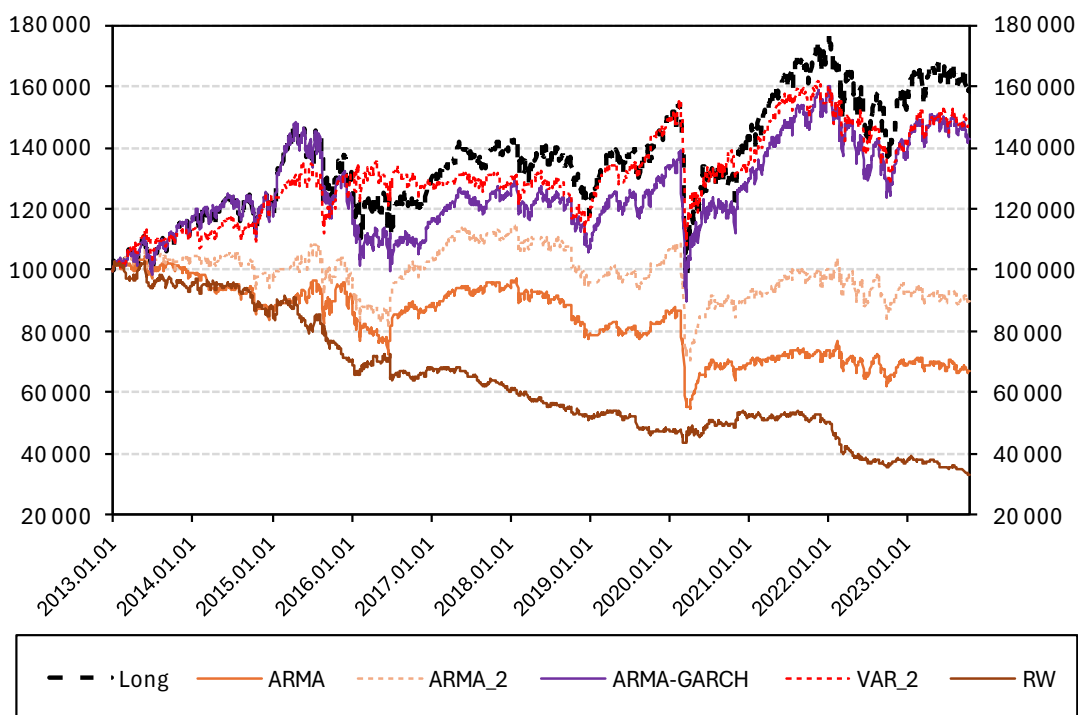
Megállapítható, hogy a VAR portfólió minden időszakban magasabb értéket ér el, mint a piac. Viszont a hatalmas emelkedést pont az általam vizsgálni kívánt turbulens idő-

szakban érte el, ami megerősíti azt, hogy mindenképp érdemes az ilyen gazdasági helyzetekben is megnézni a modellek teljesítményét. Az is látható, hogy a kombinált portfólió értéke erősen együtt mozog a VAR-ral; vagyis főként ez a modell tudja az előrejelzési értékeket mozgatni ezen az időtávon. A kétnapos előrejelzési modellek közül is egyedül a VAR_2 tudott többelhozamot generálni folyamatosan a piac felett, de a stratégiából adódóan nem tudta kihasználni az egynapos irányváltásokat és magasabb költségek mellett már nem hatékony.

Érdemes megvizsgálni azokat a modelleket, amelyek rosszul teljesítettek (4. ábra), hogy megértsük mi lehet a VAR modell előnye és a többi hibája. Azt láthatjuk, hogy ezen modellek egy-egy rövidebb trendfordulót nem képesek lekövetni és elveszítik a portfóliójuk értékét, majd az emelkedő időszakban a kisebb részvényszám miatt nem tudják ugyanazt a pénzübeli eredményt elérni, mint a benchmark. Ezt összegezve megállapítható, hogy önmagában a tőzsdeindex nem tudja ilyen hosszútávon előrejelzni önmagát, mivel a trendfordulók csak ezen információk ismeretében nem előrejelezhetőek ezen modellek segítségével. Sőt van olyan modell, amely nominális értelemben is negatív hozamot ér el, nemhogy felülmúlja a benchmarkként használt piaci eredményt (4. ábra).

4. Ábra: A gyenge portfóliók értékének alakulása

Az ábra az alpmodellekből alkotott azon portfóliókat mutatja, amelyek tíz bázispontos költség mellett kisebb hozamot értek el, mint a piaci hozam.



4.3.2. Turbulens időszaki befektetés

Az egyes modellek kereskedési stratégia szempontjából egy gazdaságilag turbulensebb időszakban jobban tudnak teljesíteni, mint egy nyugodt időszakban (Rapach & Zhou, 2013), főleg, ha a piac irányváltásából szeretnénk pénzt keresni és hozamot elérni. Ezért a fent használt modelleket és portfóliókat egy olyan időszakon is megvizsgáltam, amely ennek a kritériumnak megfelel. A tanulmány céljából fakadóan szerencsére az elmúlt évek ilyenek voltak, így a 2020.04.01-től tartó időszakon befektettem a 100.000 eurót, megnézve, hogy melyik portfólió miként teljesít. Azért erre az időszakra és kezdő dátumra esett a választásom, mivel a Covid-19 járvány már jelen volt Európában, de még igen az elején, illetve az ezt követő időszakban is sok esemény történt, amely kellő mértékben mozgatta a részvénypiacokat (elég csak a geopolitikai konfliktusokra, az inflációra és az arra adott válaszokra gondolni).

7. Táblázat: Turbulens időszaki portfóliók hozamai a különböző tranzakciós költségek mellett

A táblázat a vizsgált portfóliók elért hozamait mutatja az egyes kereskedési költségek mellett 2020.04.01-től 2023.10.09-ig tartó befektetési időtávon

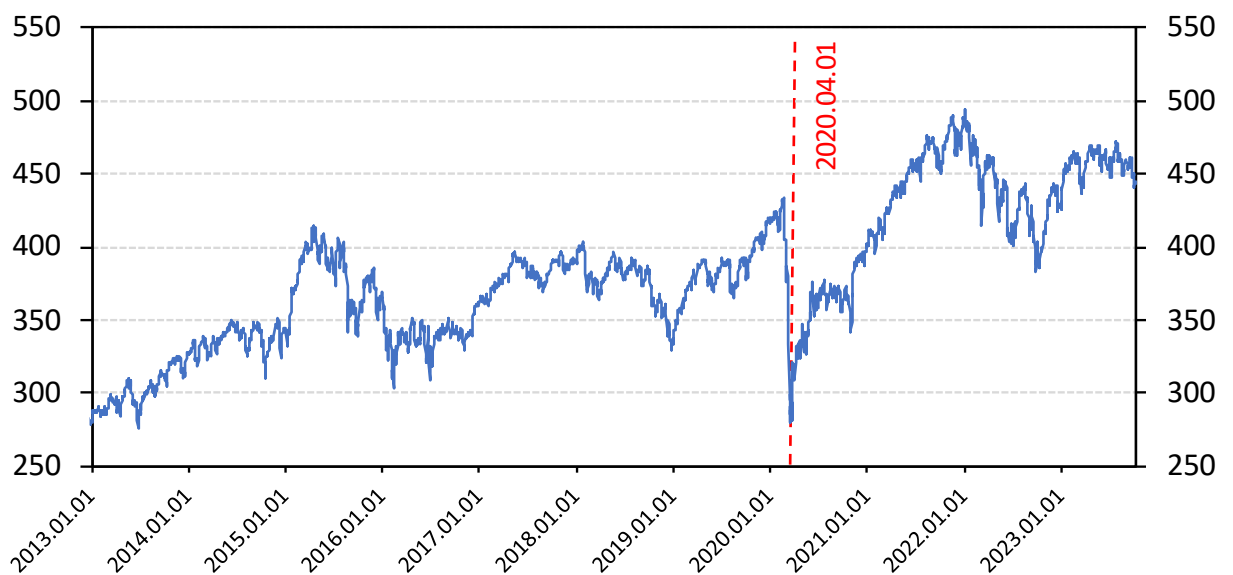
Portfóliók	0 bázispont	3 bázispont	5 bázispont	10 bázispont	15 bázispont
Long	43.17%	43.08%	43.03%	42.88%	42.74%
ARMA	43.50%	36.36%	31.80%	21.05%	11.18%
ARMA_2	44.71%	38.84%	35.06%	26.05%	17.64%
ARMA-GARCH	39.84%	39.09%	38.59%	37.35%	36.12%
ARMA-GARCH_2	43.17%	43.08%	43.03%	42.88%	42.74%
VAR	208.68%	170.99%	148.45%	99.96%	60.91%
VAR_2	49.84%	41.71%	36.53%	24.40%	13.34%
RW	13.96%	-0.91%	-9.73%	-28.51%	-43.38%
Kombinált	18.25%	6.33%	-0.94%	-17.02%	-30.50%
Kombinált_2	32.30%	27.70%	24.72%	17.57%	10.83%
Kombinált+	14.04%	-1.19%	-10.20%	-29.31%	-44.35%
Kombinált+_2	5.55%	-6.27%	-13.41%	-28.98%	-41.75%
Döntési	113.42%	100.26%	91.95%	72.63%	55.24%
Döntési_2	51.27%	48.13%	46.07%	41.04%	36.18%
Döntési+	160.51%	131.88%	114.56%	76.70%	45.50%
Döntési+_2	59.75%	54.93%	51.80%	44.25%	37.07%

Jelölések: Félkövérrel azon elemek vannak kiemelve, amik az adott költség mellett magasabb hozamot értek el, mint a piac azaz a Long portfólió.

Amit mindenekelőtt érdemes kiemelni, hogy a Long portfólió, ami a tőzsdeindex értékét követi egy az egyben, ebben az időszakban 43%-os hozamot tudott elérni, azzal

szemben, hogy a hosszabb tíz éves távon összesen 59%-ot ért el (7. táblázat). Ez annak köszönhető, hogy a STOXX600 árfolyama 2013.01.01-jén 279,67 euró volt, és amikor elkezdődött a turbulens időszak 2020.04.01-jén, akkor pedig csak 310,77 euró volt az értéke, vagyis az előtte lévő 7 évben tartó emelkedés nagyjából eltűnt (5. ábra). Ezt követően a vizsgált időszak végére különböző gazdasági intézkedések miatt 443,79-es csúcsra ért fel. Így amelyik modell ebben az igen intenzív emelkedésben képes volt jobban teljesíteni, mint a piac, az befektetési szempontból is jelentős eredmény.

5. Ábra: A STOXX600 árfolyama a vizsgált időszakon



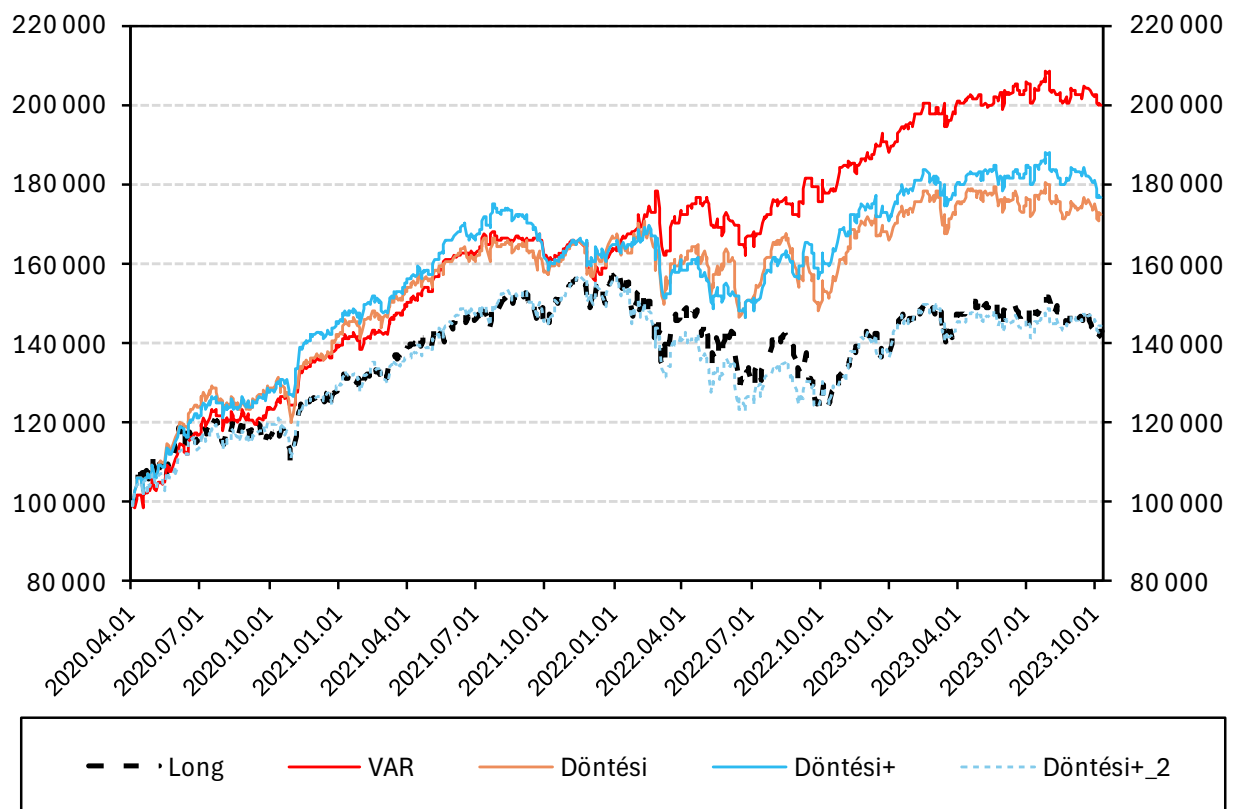
Forrás: Saját szerkesztés

Ebben az időszakban egyedül a VAR modell és az abból létrehozott egynapos VAR portfólió volt képes jobb eredményt elérni, mint a piac, minden költség szint mellett. Ezen portfólió mellett még azok teljesítettek jól, ahol a VAR mint döntési tényező működött. Mindegyik ilyen konstrukció felül tudta múlni a piacot, viszont magát a VAR-t nem, mivel ezek alapján a többi modell visszavette a teljesítményét ezeknek. Igen látványos, hogy míg hosszú távon a kombinált előrejelzés jól teljesített, sőt a megemelkedett költségek esetén jobban is, mint a VAR modell. Ezen időszakban viszont egyáltalán nem tudott plusz hozamot elérni, valamint a nagyobb költségek mellett negatív hozamot mutatott. Pedig hosszútávon az láttuk, hogy folyamatosan együtt tud mozogni a VAR modellel (3. ábra), de a most vizsgált időszakban ez nem következett be. Ez annak köszönhető, hogy ezen a rövidebb, de talán változatosabb időszakon a három modell nem tudta egymás hibáit korrigálni. Az ARMA és ARMA-GARCH modell az eredmények alapján nem reagál előre a változásokra,

– ami hosszú távon költséghatékony lehet, mivel nem történik olyan sok kereskedés – viszont egy olyan időszakban amikor az időtáv rövidebb és fontos lenne az aktívabb pozíció váltás, ez hátrányként jelentkezik. Tehát az eredmények alapján egyáltalán nem mindegy, hogy mikor és milyen időtávon fektetünk be az egyes modellek használatának szempontjából, kivéve a VAR modellt.

6. Ábra: A turbulens időszakban plusz hozamot elérő portfóliók

Az ábra azon portfóliókat mutatja, amelyek tíz bázispontos költségek mellett magasabb hozamot értek el, mint a benchmark, vagyis a piachozam.



Forrás: Saját szerkesztés

Érdekes megállapítás, hogy bár a gazdasági tényezők nagy része inkább Európát érintette (orosz-ukrán háború, húszi lázadás, gazdasági visszaesés) mégis a VAR modell – amelynek előnye, hogy az amerikai tőzsdét használja fel mint plusz információt – képes volt ennek segítségével jobb hozamot elérni, mint a piac. Ezt figyelembe véve kijelenthető, hogy még egy turbulens időszakban, ahol Európára nagyobb hatással lévő gazdasági tényezők vannak, az amerikai piac mozgásának ismerete közel ötszörös többlethozamot tud produkálni a benchmarkhoz képest. A VAR modell azért képes ilyen szintű hozamokat elérni, mivel a piac felfelé tartó mozgását leköveti, viszont amikor esés, de főként inkább oldalazás

van, a tőzsdeindexben abban az esetben a folyamatos jó irányú kereskedés miatt többelhozamot tud generálni (6. ábra).

4.3.3. Egy éves befektetési időszak

Az előzőekben megvizsgáltam, hogy a különböző modellek és az abból származtatott portfóliók milyen hozamot érnek el egy hosszú 10 éves időtávon és turbulens időszakban. Viszont a turbulens időszak kezdő időpontján a piac igen mély szinten volt, vagyis a tőzsdeindex igen alacsony áron forgott, és a vizsgált időszak végére pedig történelmi magaságokban járt a STOXX600. Így ezen időszakban nagy hozamot elérni jó beszállási ponttal és türelemmel nem volt nehéz, a piac maga is 43%-ot emelkedett. Így érdemes egy igazán rövid időszakon is megvizsgálni a modelleket, hogy van-e, ami még itt is konzisztensen jobban hozamot ér el, mint a piac. Ehhez egyéves időszakot választottam, ahol a tőzsdeindex kezdeti értéke magasabb, mint amikor lezárjuk a kereskedést, mivel egy ilyen évben az általam alkalmazott stratégiával, tőzsdeindexbe való befektetéssel tényleg csak akkor lehet magasabb hozamot, sőt pozitív hozamot elérni, ha megfelelően jelzem előre a piac mozgását. Ezáltal az egyéves befektetési időszakom kezdete 2020.01.01-től tartott az év végéig, vagyis 2020.12.31-én zártam a portfóliókat.

Ebben az időszakban a piac hozama -4% volt (8. táblázat), vagyis jobban megérte készpénzben tartani a megtakarításunkat, mint a tőzsdeindexbe fektetni. Van olyan modell ebben az időintervallumban, ami negatív hozamot ért el, viszont jobban teljesített, mint a piac, ez az ARMA-GARCH. Tehát a piaci mélyrepülés egy részét el tudjuk ezen modell segítségével kerülni, viszont pozitív hozamot nem tudunk elérni. Amelyik portfólió pozitív hozamot tudott produkálni és nem VAR alapú, az a random walk, amely azt mutatja, hogy egy rövidebb időszakban, ahol sok piaci mozgás van, egy véletlen bolyongás alapján alkotott portfólió jobb hozamokat tud elérni, mint a múltra építő ARMA modell. Ebben az időszakban is a VAR modell és a rá is épülő Döntési+ portfólió tudtak minden költség mellett pozitív hozamot generálni. Ez szintén azt erősíti, hogy a STOXX600 múltbeli adatain kívül beérkező plusz információ szükséges, és mind a három kereskedési vizsgálatban pluszt jelent. Az eredmények azt mutatják, hogy ez a modell képes legjobban megragadni a tőzsdeindex irányváltásait és ebből prémium hozamot elérni a befektető számára, még költségek mellett is. Azt látjuk, hogy a Döntési+ portfólió három százalékponttal nagyobb pozitív hozamot ért el, mint a sima VAR modell tíz bázispontos költség mellett, de összességében a két modell együtt mozgott. A Döntési+ portfólióban a VAR modellnek nagyobb szavazati súlya van, így az elért eredmény nagyobb részéért ez felel. A VAR jó eredménye a rengeteg

kereskedésnek köszönhető, ami miatt az emelkedő költségek mellett jelentősen csökken a plusz hozam, viszont ezen a rövid időszakon a hosszútávval szemben a Kombinált portfólió kevesebb kereskedése nem jelentett előnyt.

8. Táblázat: Egyéves időszaki portfóliók hozamai a különböző tranzakciós költségek mellett

A táblázat a vizsgált portfóliók elért hozamait mutatja az egyes kereskedési költségek mellett a 2020-as évben

Portfóliók	0 bázispont	3 bázispont	5 bázispont	10 bázispont	15 bázispont
Long	-3.75%	-3.81%	-3.84%	-3.94%	-4.04%
ARMA	-14.18%	-15.66%	-16.64%	-19.02%	-21.34%
ARMA_2	-10.46%	-11.59%	-12.33%	-14.15%	-15.94%
ARMA-GARCH	-1.29%	-1.77%	-2.08%	-2.86%	-3.64%
ARMA-GARCH_2	-3.75%	-3.81%	-3.84%	-3.94%	-4.04%
VAR	41.59%	35.76%	32.01%	23.08%	14.75%
VAR_2	-3.35%	-4.96%	-6.01%	-8.61%	-11.14%
RW	26.34%	21.14%	17.80%	9.83%	2.39%
Kombinált	6.72%	3.57%	1.51%	-3.44%	-8.15%
Kombinált_2	-8.14%	-9.01%	-9.59%	-11.03%	-12.44%
Kombinált+	0.52%	-3.27%	-5.72%	-11.57%	-17.06%
Kombinált+_2	-16.29%	-18.91%	-20.61%	-24.71%	-28.61%
Döntési	5.01%	2.28%	0.49%	-3.84%	-7.98%
Döntési_2	-9.78%	-10.59%	-11.12%	-12.45%	-13.75%
Döntési+	43.71%	38.46%	35.07%	26.94%	19.30%
Döntési+_2	-2.47%	-3.52%	-4.21%	-5.92%	-7.60%

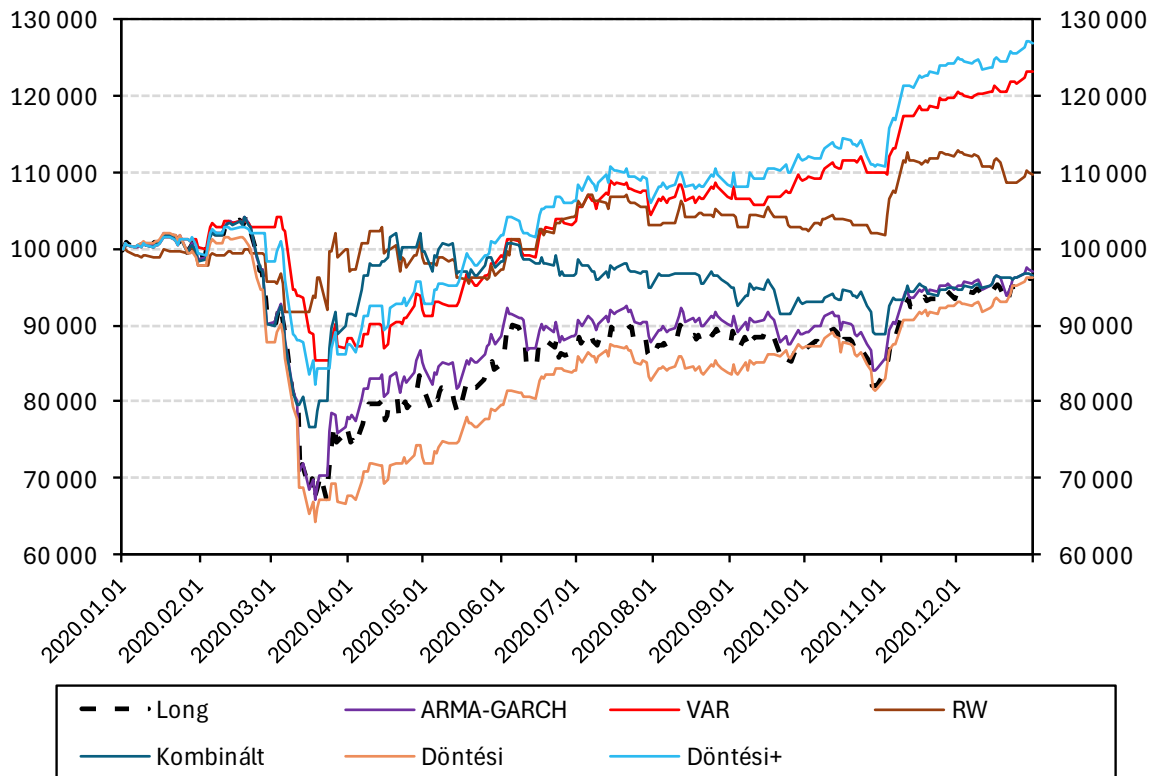
Forrás: Saját szerkesztés

A portfóliók értékének alakulásából (7. ábra) látszik, hogy a VAR és a Döntési+ portfólió folyamatosan a Long portfólió feletti értéken volt. A modell alapú portfóliók előnye, hogy a visszaesés során kisebb veszteséget szenvednek el, így az emelkedéskor nagyobb tőkével rendelkeznek, mint a Long portfólió. Érdekes észrevenni, hogy a Kombinált modell a márciusi mélypont után nagyobb hozamot ért el, mint a VAR. Ez annak köszönhető, hogy kevesebb kereskedés történt ebben a portfólióban, így egy emelkedő szakaszon nagyobb hozam érhető el kereskedési költség mellett, viszont oldalazás és visszaesés során egyértelműen az aktívabb részvény menedzselés a kifizetődőbb. Emellett a random walk alapú portfóliók is többlethozamot érték el, tekintettel arra, hogy a nagyobb negatív hozamokra ez a modell gyorsan tud reagálni. Emellett, mivel ilyen rövid a vizsgált időtáv, az oldalazó időszakból adódó hátrány még nem jelentős ezen portfólió esetén, szemben a hosszútávú befektetésnél. Az ARMA, ARMA-GARCH modellekre épülő portfóliók, valamint azok, ahol a VAR nem rendelkezik nagyobb döntési súllyal, nem tudtak pozitív hozamot

adni, mivel erősen csak és kizárólag a STOXX600 múltbeli adataira épülnek, így gyors piaci mozgásokat nem képesek kellően kezelni; azaz minden kereskedési helyzet esetén rosszabb hozamot értek el, mint maga a tőzsdeindex.

7. Ábra: Az egy éves időszakban a piacál jobban teljesítő portfóliók

Az ábra azon portfóliókat mutatja, amelyek tíz bázispontos költségek mellett magasabb hozamot értek el, mint a benchmark, vagyis a piac.



Forrás: Saját szerkesztés

5. ÖSSZEGZÉS

Ezen tanulmány két irányból vizsgálta meg, hogy alapszintű idősoros modellek segítségével a mintán kívüli előrejelzés során mely módszer a legalkalmasabb a pont előrejelzésre, illetve ezen keretrendszerben használt kereskedési stratégia mellett mely portfólió éri el a legnagyobb hozamot különböző helyzetekben. A statisztikai hibatesztek alapján megerősítést nyert a kezdeti hipotézis, miszerint az egyes modellek kombinációja jobb teljesítményt ér el, mint a modellek külön-külön. Három különböző teszt alapján is kijelenthető, hogy az egyperidusos, egynapos pont előrejelzés során az eredeti három modell (ARMA, ARMA-GARCH, VAR) átlagos becslése adja a legkisebb eltérést a valóban realizált hozamoktól. Emellett rögzíthető, hogy mintán kívüli becslés során azon modellek, amelyek a múltbeli értékeket használják fel, jobb eredményt érnek el, mint egy random walk modell. Ez pedig alátámasztja azt, hogy a részvények hozama előrejelezhető, nem véletlen bolyongást követ. Továbbá az ARMA-GARCH modell a változó varianciának köszönhetően jobb előrejelző teljesítménnyel rendelkezik, mint az ARMA modell; vagyis a GARCH komponens hasznos a pénzügyi idősorok előrejelzésének szempontjából. Emellett a VAR modell, és a Granger-tesztek segítségével jelen tanulmány is alátámasztja azt, miszerint az amerikai részvény piac jó előrejelzője lehet más országok részvénytőzsdéinek.

Mivel a jó előrejelző-képesség nem jelent feltétlenül hasznosságot, így a tanulmány másik iránya az egyes modellek és az azokból alkotott portfóliók hozamának vizsgálata. Ezen eredmények azt mutatják, hogy még tranzakciós költségek mellett is a VAR, vagy esetén ként VAR-t is tartalmazó portfóliók képesek konzisztensen a tőzsdeindex hozama feletti megtérülést elérni. Különböző költségek és befektetési időszakok esetén is a VAR modellen alapuló egynapos előrejelzést használó portfólió volt a legeredményesebb. A hosszútávú (10 éves) időszakon viszont a pontelőrejelzésben kiemelkedő kombinált modell 23 százalékponttal magasabb hozamot generált, mint a VAR modell tíz bázispontos költség esetén. Viszont az egyéves és a turbulens időszaki befektetés során a legmagasabb hozamot az amerikai tőzsdeindexet is tartalmazó VAR modell érte el. Ez amiatt van, hogy az amerikai tőzsdeindex jó előrejelzője az európainak és ezt a VAR modell kihasználja. Míg az összes modell tőzsdei visszaesés esetén csökkent a veszteséget és felívelő szakaszban követi a piacot, addig VAR emellett az oldalazó vagy stagnáló időszakban is hozamtöbbletet ér el; azaz egy kevésbé volatilis piacon képes jól megragadni a tőzsdeindex mozgását, amely a használt kereskedési stratégia alapja.

Jelen tanulmány rávilágít arra, hogy nem feltétlenül csak az igazán bonyolult előrejelző modellek (Wang et al., 2011; Singh & Srivastava, 2016; Hsieh et al., 2011b) – neurális hálók, mély tanulás – képesek hozamtöbbletet generálni a befektetők számára. Egy kisbefektető által is könnyen elérhető adatokkal és módszertannal dolgozó VAR modell is képes prémium hozamot elérni, ha megfelelő részvényt, tőzsdeindexet választunk ki. Fontos kiemelni, hogy egyedi vállalati részvények esetén ebben a keretrendszerben használt modellezés nem megfelelő. Ugyanis itt egyértelműen az okozza a VAR eredményét, hogy sok információt, de egyedi hatásoktól mentes tőzsdeindexeket használtam fel, ám ETF részvények formájában már ezek is elérhetőek és kereskedhetőek. Összességében tehát alkalmas befektetési módszer a VAR modellen alapuló egynapos előrejelzést használó stratégia. Megjegyzendő, hogy a modell-alapú előrejelzések hatékonysága addig működőképes, amíg nem sok befektető alkalmazza, mivel a sikeres előrejelzési modellek széles körű elfogadása olyan részvényárfolyam-mozgást okozhat, amely megszünteti a modellek előrejelző-képességét (Lo, 2005; Timmermann & Granger, 2004; Timmermann, 2008). Viszont a S&P500 és az STOXX600 közötti Granger-kapcsolat a robusztussági teszt alapján időben állandónak tűnik, és a tanulmányban vizsgált bármely időtávon alkalmas volt többlethozam generálásra, így kijelenthető, hogy ez jelenleg egy megfelelő kereskedési platform mellett képes a tőzsdeindexnél magasabb hozamot elérni.

Ennek ellenére árnyalja a képet az, hogy a 10 éves befektetési időszakban bár az STOXX600 hozama csak 60 százalék körül volt, amit a VAR modell jelentősen felülteljesített 271 százalékos hozammal tíz bázispontos költség mellett, addig az amerikai S&P500 is elért egy 204 százalékos hozamot; vagyis látszik, hogy az európai részvénytőzsi piac kisebb hozamokat produkál, mint az amerikai. Ezt szemlélve, bár a VAR modell teljesítménye lenyűgöző, lehetnek jobb befektetési stratégiák módszerek is. Emellett a legjobb hozamok általában az amerikai részvénytőzsi piacon érhetőek el, viszont a világ többi piaca nem előrejelzője az amerikaihoz, így csak bonyolultabb eszközökkel lehetne hasonló keretek között ott prémium hozamot elérni. Pontosan ezért a további kutatások egyik iránya lehet, hogy melyek azok a más piacok, tőzsdeindexek, ahol stabilan többlethozamot lehet produkálni bármilyen idősoros modell segítségével, és hol lehet szintén kihasználni az amerikai információkat egy VAR modellen alapuló kereskedési stratégia kiépítésére. Mivel láttuk, hogy az ARMA-GARCH pontosabb előrejelzést ért el, mint az ARMA modell, így érdemes lehet olyan modellek irányába elmozdulni, ahol a hibátág varianciáját időben változóként modellezük a jobb eredmények érdekében, például DCC-GARCH modellekkel (Celik, 2012; Engle, 2002).

IRODALOMJEGYZÉK

- Akaike, H. (1998). Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. In *Springer series in statistics* (pp. 199–213). https://doi.org/10.1007/978-1-4612-1694-0_15
- Andrews, D. W. (1993). Tests for parameter instability and structural change with unknown change point. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 821-856, <https://doi.org/10.2307/2951764>
- Andrews, D. W., Lee, I. P., & Ploberger, W. (1996). Optimal changepoint tests for normal linear regression. *Journal of Econometrics*, 70(1), 9–38. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(94\)01682-8](https://doi.org/10.1016/0304-4076(94)01682-8)
- Ang, A., & Bekaert, G. (2006). Stock Return Predictability: Is it There? *The Review of Financial Studies*, 20(3), 651–707. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhl021>
- Bates, J. M., & Granger, C. W. J. (1969). The combination of forecasts. *Journal of the Operational Research Society*, 20(4), 451–468. <https://doi.org/10.1057/jors.1969.103>
- Bildirici, M., & Ersin, Ö. Ö. (2014). Modeling Markov switching ARMA-GARCH neural networks models and an application to forecasting stock returns. *The Scientific World Journal*, 2014, 1–21. <https://doi.org/10.1155/2014/497941>
- Bossaerts, P., & Hillion, P. (1999). Implementing statistical criteria to select return forecasting models: What do we learn? *Review of Financial Studies the Review of Financial Studies*, 12(2), 405–428. <https://doi.org/10.1093/rfs/12.2.405>
- Brealey, R. A., Myers, S. C., & Allen, F. (2014). *Principles of corporate finance*. <https://thuvienso.hoasen.edu.vn/handle/123456789/1415>
- Brennan, M. J., Jegadeesh, N., & Swaminathan, B. (1993). Investment analysis and the adjustment of stock prices to common information. *The Review of Financial Studies*, 6(4), 799–824. <https://doi.org/10.1093/rfs/6.4.799>
- Campbell, J. Y. (2000). Asset pricing at the millennium. *The Journal of Finance (New York. Print)*, 55(4), 1515–1567. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00260>

- Campbell, J. Y., & Cochrane, J. H. (1999). By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior. *Journal of Political Economy*, 107(2), 205–251. <https://doi.org/10.1086/250059>
- Celik, S. (2012). The more contagion effect on emerging markets: The evidence of DCC-GARCH model. *Economic Modelling*, 29(5), 1946–1959. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2012.06.011>
- Chordia, T., & Swaminathan, B. (2000). Trading volume and Cross-Autocorrelations in stock returns. *The Journal of Finance*, 55(2), 913–935. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00231>
- Christoffersen, P. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, 39(4), 841. <https://doi.org/10.2307/2527341>
- Claeskens, G., Magnus, J. R., Vasnev, A. L., & Wang, W. (2016). The forecast combination puzzle: A simple theoretical explanation. *International Journal of Forecasting*, 32(3), 754–762. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2015.12.005>
- Cochrane, J. H. (2011). Presidential address: Discount rates. *The Journal of Finance (New York. Print)*, 66(4), 1047–1108. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2011.01671.x>
- Engle, R. F. (2001). GARCH 101: The use of ARCH/GARCH models in applied Econometrics. *Journal of Economic Perspectives*, 15(4), 157–168. <https://doi.org/10.1257/jep.15.4.157>
- Engle, R. F. (2002). Dynamic conditional correlation. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(3), 339–350. <https://doi.org/10.1198/073500102288618487>
- Fama, E. F. (1995). Random walks in stock market prices. *Financial Analysts Journal*, 51(1), 75–80. <https://doi.org/10.2469/faj.v51.n1.1861>
- Fama, E. F., & French, K. R. (1989). Business conditions and expected returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 25(1), 23–49. [https://doi.org/10.1016/0304-405x\(89\)90095-0](https://doi.org/10.1016/0304-405x(89)90095-0)

- Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33(1), 3–56. [https://doi.org/10.1016/0304-405x\(93\)90023-5](https://doi.org/10.1016/0304-405x(93)90023-5)
- Ferreira, M. A., & Santa-Clara, P. (2011). Forecasting stock market returns: The sum of the parts is more than the whole. *Journal of Financial Economics*, 100(3), 514–537. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2011.02.003>
- Forte, G., & Manera, M. (2002). *Forecasting volatility in European stock markets with non-linear GARCH models*. <https://www.econstor.eu/handle/10419/119703>
- Goyal, A., & Welch, I. (2003). Predicting the Equity Premium with Dividend Ratios. *Management Science*, 49(5), 639–654. <https://doi.org/10.1287/mnsc.49.5.639.15149>
- Granger, C. W. J. (1969). Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica*, 37(3), 424. <https://doi.org/10.2307/1912791>
- Hamilton, J. D. (1997). Time Series analysis. *Technometrics*, 39(1), 102–103. <https://doi.org/10.1080/00401706.1997.10485448>
- Hansen, P. R., & Lunde, A. (2005). A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH(1,1)? *Journal of Applied Econometrics*, 20(7), 873–889. <https://doi.org/10.1002/jae.800>
- Hansen, P. R., & Lunde, A. (2005b). A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH(1,1)? *Journal of Applied Econometrics*, 20(7), 873–889. <https://doi.org/10.1002/jae.800>
- Harrison, B., & Moore, W. (2011). Forecasting stock market volatility in central and eastern European countries. *Journal of Forecasting*, 31(6), 490–503. <https://doi.org/10.1002/for.1214>
- Henkel, S. J., Martin, J. S., & Nardari, F. (2011). Time-varying short-horizon predictability☆. *Journal of Financial Economics*, 99(3), 560–580. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2010.09.008>
- Hossain, A. B. M. A., & Nasser, M. (2011). Comparison of the finite mixture of ARMA-GARCH, back propagation neural networks and support-vector machines in

- forecasting financial returns. *Journal of Applied Statistics*, 38(3), 533–551.
<https://doi.org/10.1080/02664760903521435>
- Hsieh, T., Hsiao, H., & Yeh, W. (2011b). Forecasting stock markets using wavelet transforms and recurrent neural networks: An integrated system based on artificial bee colony algorithm. *Applied Soft Computing*, 11(2), 2510–2525.
<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2010.09.007>
- Hyndman, R. J., & Koehler, A. B. (2006). Another look at measures of forecast accuracy. *International Journal of Forecasting*, 22(4), 679–688. <https://doi.org/10.1016/j.ij-forecast.2006.03.001>
- Ling, S., & McAleer, M. (2003). ASYMPTOTIC THEORY FOR a VECTOR ARMA-GARCH MODEL. *Econometric Theory*, 19(02).
<https://doi.org/10.1017/s0266466603192092>
- Lo, A. W. (2005). *Reconciling Efficient Markets with Behavioral Finance: The Adaptive Markets Hypothesis*. https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1702447
- Ludwig, A. (2014). Credit risk-free sovereign bonds under Solvency II: a cointegration analysis with consistently estimated structural breaks. *Applied Financial Economics*, 24(12), 811–823. <https://doi.org/10.1080/09603107.2014.909573>
- Malkiel, B. G. (2015). *A Random Walk down Wall Street: The Time-Tested Strategy for Successful Investing (Eleventh Edition)*. W. W. Norton & Company.
- Neely, C. J., Rapach, D. E., Tu, J., & Zhou, G. (2014). Forecasting the equity risk premium: The role of technical indicators. *Management Science*, 60(7), 1772–1791.
<https://doi.org/10.1287/mnsc.2013.1838>
- Nyblom, J. (1989). Testing for the Constancy of Parameters over Time. *Quarterly Publications of the American Statistical Association/Quarterly Publication of the American Statistical Association*, 84(405), 223–230.
<https://doi.org/10.1080/01621459.1989.10478759>

- Pesaran, M. H., & Timmermann, A. (1995). Predictability of stock returns: Robustness and economic significance. *The Journal of Finance (New York. Print)*, 50(4), 1201–1228. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1995.tb04055.x>
- Pincheira, P., Hardy, N., & Bentancor, A. (2022). A Simple Out-of-Sample Test of Predictability against the Random Walk Benchmark. *Mathematics*, 10(2), 228. <https://doi.org/10.3390/math10020228>
- Quandt, R. E. (1960). Tests of the hypothesis that a linear regression system obeys two separate regimes. *Quarterly Publications of the American Statistical Association/Quarterly Publication of the American Statistical Association*, 55(290), 324–330. <https://doi.org/10.1080/01621459.1960.10482067>
- Rapach, D. E., & Zhou, G. (2013). Forecasting stock returns. In *Handbook of economic forecasting* (pp. 328–383). <https://doi.org/10.1016/b978-0-444-53683-9.00006-2>
- Rapach, D. E., Strauss, J., & Zhou, G. (2009). Out-of-Sample Equity Premium Prediction: combination forecasts and links to the real economy. *Review of Financial Studies the Review of Financial Studies*, 23(2), 821–862. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhp063>
- Rapach, D. E., Strauss, J., & Zhou, G. (2013). International stock return predictability: What is the role of the United States? *The Journal of Finance*, 68(4), 1633–1662. <https://doi.org/10.1111/jofi.12041>
- Rønold, A. H., & Hausken, F. O. H. (2018). A dynamic ARMA-GARCH model: forecasting returns and trading at the Oslo Stock Exchange. <https://brage.bibsys.no/xmlui/handle/11250/2573100>
- Rossi, B. (2005). Optimal test for nested model selection with underlying parameter. *Econometric Theory*, 21(05). <https://doi.org/10.1017/s0266466605050486>
- Rossi, B., & Wang, Y. (2019). Vector autoregressive-based Granger causality test in the presence of instabilities. *The Stata Journal*, 19(4), 883–899. <https://doi.org/10.1177/1536867x19893631>
- Rounaghi, M. M., & Zadeh, F. N. (2016). Investigation of market efficiency and Financial Stability between S&P 500 and London Stock Exchange: Monthly and yearly

- Forecasting of Time Series Stock Returns using ARMA model. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 456, 10–21. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2016.03.006>
- Singh, R., & Srivastava, S. (2016). Stock prediction using deep learning. *Multimedia Tools and Applications*, 76(18), 18569–18584. <https://doi.org/10.1007/s11042-016-4159-7>
- Stock, J. H., & Watson, M. W. (1996). Evidence on structural instability in macroeconomic Time Series Relations. *Journal of Business & Economic Statistics*, 14(1), 11–30. <https://doi.org/10.1080/07350015.1996.10524626>
- Timmermann, A. (2008). Elusive return predictability. *International Journal of Forecasting*, 24(1), 1–18. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2007.07.008>
- Timmermann, A., & Granger, C. W. J. (2004). Efficient market hypothesis and forecasting. *International Journal of Forecasting*, 20(1), 15–27. [https://doi.org/10.1016/s0169-2070\(03\)00012-8](https://doi.org/10.1016/s0169-2070(03)00012-8)
- Wang, J., Wang, J., Zhang, Z. G., & Guo, S. (2011). Forecasting stock indices with back propagation neural network. *Expert Systems With Applications*, 38(11), 14346–14355. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.04.222>
- Wedderburn, R. W. M. (1974). Quasi-likelihood functions, generalized linear models, and the Gauss—Newton method. *Biometrika*, 61(3), 439–447. <https://doi.org/10.1093/biomet/61.3.439>