

OTDK-dolgozat

2025.

Intézmény: Budapesti Corvinus Egyetem

Magyar teljes termékenységi arányszám
modellezés és előrejelzés

Modeling and forecasting the total fertility rate in Hungary

Szerző: Gedeon Anna

Konzulens: Kovács László

Kézirat lezárása: 2024.12.01.

Absztrakt

Egy ország népességszámának alakulása annak gazdaságára közvetlen és érdemi hatást gyakorol, így annak modellezése elengedhetetlen. Egy ország népességének változását több szempontból jól írja le, közelíti a teljes termékenységi arányszám, melynek tanulmányozása és a lehetséges alakulásának vizsgálata, előrejelzése az utóbbi években egyre nagyobb hangsúlyt kapott és kap Európa szerte. Az indok érthető, egy európai ország fent említett termékenységi mutatója sem éri el a népesség szinten tartásához szükséges 2.1-es értéket (c. p.). Ráadásul, jellemzően csökkenő tendencia érvényesül a mutatószám időbeli alakulására. A téma jelentőségét az is emeli, hogy szemben például a halálozási rátával, a teljes termékenységi rátának nincsen fejlett, kidolgozott modellezési irodalma. A kutatásomat a téma aktualitása és a modellezés területén jelenlevő hiányosságok és az ebből adódó lehetőségek indokolják. A magyar teljes termékenységi arányszám alakulását 1949 és 2022 közötti időszoron modelleztem hét módszer segítségével, amelyek az ENSZ BayesTFR modellje, illetve az ARIMAX, Prophet, véletlen erdő és XGBoost, valamint ARIMABOOST és ProphetBoost modellek. Az 1949-2012 közötti időszakon a modellek hiperparaméter optimalizálását végeztem el, míg a 2013-2022 közti tesztidőszakon értékeltem ki és hasonlítottam össze a modellek teljesítményét az idősorelemzés szakirodalmában népszerű mutatószámok (RMSE, MAPE stb.) alkalmazásával. A modellek közül végül - a MAPE hibamutatót tekintve az összehasonlítás alapjának - az ARIMABOOST modell teljesített legjobban a validációs időszakon, így azt tanítottam újra a teljes 1949-2022 időszakon, és a Központi Statisztikai Hivatal előrejelzési időtájára, 2070-ig tettem előrejelzést.

Összességében a kapott eredmények alapján elmondható, hogy a magyar TTR modellezésénél jobban teljesítenek a hagyományosabb idősor-alapú modellek. Mindazonáltal azok kiegészítése gépi tanulási technikával jelentős javulás érhető el a becslések pontosságát tekintve. Így érdemes lehet a két típusú modelles család együttes alkalmazása a TTR idősorának modellezésénél.

Tartalomjegyzék

I. Bevezetés	1
II. Teljes termékenységi arányszám	2
III. Magyarországi trendek	3
IV. Magyarországi TTR 1950-től napjainkig	3
V. A gyermekvállalásra ható tényezők.....	6
VI. A TTR modellezési szakirodalma	8
VII. Lehetséges magyarázóváltozók.....	12
VII.1. Népeségstatisztikai mutatók.....	12
VII.1.1. Élveszületések ezer főre.....	12
VII.1.2. Halálozási ráta.....	13
VII.1.3. Csecsemőhalandóság	14
VII.2. Társadalmi, szociológiai mutató	15
VII.2.1. Házasságkötések és válások száma.....	15
VII.3. Externális hatások	16
VII.4. Szomszédos országok teljes termékenységi arányszáma.....	17
VII.5. Megjegyzések	18
VIII. Módszertan.....	19
VIII.1. ENSZ BAYESTRF	19
VIII.2. ARIMAX	20
VIII.3. Prophet.....	20
VIII.4. Random forest	22
VIII.5. XGBoost.....	24
VIII.6. ARIMA Boost.....	25
VIII.7. Prophet Boost	25
IX. Adatok	26
X. Modellezés	27

X.1. BayesTTR.....	29
X.2. ARIMAX.....	29
X.3. Prophet.....	31
X.4. Random forest	34
X.5. XGBoost.....	35
X.6. ARIMABoost és ProphetBoost	36
XI. Eredmények	36
XII. Előrejelzések elemzése	37
XIII. Összegzés	38
XIV. Függelék.....	40
XV. Irodalomjegyzék	41

Bevezetés

Európában és a világ fejlettebb részein ma már általános problémának tekinthető az alacsony születésszám és a népesség fogyása (Neyer, 2013). Ez pedig a társadalom előregedéséhez (demográfiai öregedés) vezethet, ami megnöveli a terheket a következő generációkon, hiszen nő az (idős) eltartottak aránya (Őry - Spéder, 2020)¹. Érthető módon ez, illetve a népességcsökkenés egyéb következményei közvetlen hatással vannak egy ország gazdasági és társadalmi folyamatainak alakulására. Éppen ezért kiemelt fontosságú a születésszámok elemzése, előrejelzése és szükség esetén különböző intézkedésekkel valamilyen irányba történő elmozdítása (értelemszerűen a határozott ütemben csökkenő népességű országokban a termékenységi ráta növelését tűzik ki célul).

Több különböző termékenységi mutatóval közelítik, próbálják leírni egy népesség reprodukciós folyamatát. Ezek az élveszületési ráták szükségesek ahhoz, hogy egy adott ország vagy régió népességének nagyságát lehessen becsülni (adott esetben hosszabb távra is előrejelezni), de ugyanúgy szükség van rájuk a gazdasági fejlődés irányának, fenntarthatóságának meghatározásához is (Berde - Németh, 2015). Elemzésemben *a teljes termékenységi arányszámot* fogom használni (a továbbiakban TTR vagy fertilitási/termékenységi ráta). Természetesen egy mutatóba nem lehet belesűríteni minden jellemzőjét egy népesség alakulásának, mindegyik módszernek van előnye és hátránya, melyeket szem előtt tartva lehet csak értelmezni a kapott eredményeket. Az általam választott mutatóról a dolgozatom későbbi részeiben írok még (többek között a *Teljes termékenységi arányszám* fejezetben), egyben röviden kitérek egyéb termékenységi mutatókra is.

A következőkben összefoglalom a főbb megközelítéseket, módszereket, melyeket a TTR elemzésére és előrejelzésére használtak (európai fókusszal). Ezután bemutatom a magyarországi népesedési folyamatok irányának főbb változásait 1950-től napjainkig bezárólag. Ezek mögött sokszor állami intézkedések húzódnak meg (exogén hatások), de kitérek a lassabb, ám annál hosszabbtávú hatásokat generáló társadalmi változásokra is (pl. életmód- és értékrendváltás). Erre többek között azért is van szükség, mert fontos megérteni, hogy a különböző modellekben is megjelenő trendváltások, strukturális törések mögött milyen okok lehetnek. Lehetséges kontextust kapnak ezek a töréspontok az idősorban, amelyek alapján következtetéseket vonhatunk le a mögöttes adatgeneráló folyamatra nézve. Ezután ismertetem

¹ Szintén ők vizsgálták többek között, hogy az idős eltartottak eltartási költségei jóval magasabbak, mint a fiataloké (gyermeké).

az általam alkalmazott modelleket, majd különböző hibamutatók alapján értékelem az eltérő módszerek teljesítményét és az előrejelzések pontosságát. Végül összefoglalom a kapott eredményeket.

Teljes termékenységi arányszám

A teljes termékenységi arányszám - következőkben röviden csak TTR-ként említve – azt fejezi ki, hogy egy nő átlagosan mennyi gyermeket hozna világra, ha „termékeny évei az adott év korszpecifikus termékenységi arányszámainak megfelelően telnének” (KSH [2013a]). Számítását tekintve a mutató a korszpecifikus termékenységi arányszámok összege.

Több előnye közül az egyik az, hogy független a népesség korstruktúrájától, emellett viszonylag könnyen értelmezhető mutatóról van szó (Gleditsch et al., 2021).

Az egyik kritika ezzel szemben az, hogy a TTR ugyan jól kezelhető mutató, keresztmetszeti adatokkal dolgozva jól becsülhetőek segítségével a születési adatok, ám mindez akkor állja meg a helyét, ha a női populáció főbb jellemzői (belső ismérvei) ha nem is állandónak, de hosszan fennállónak bizonyulnak (Berde - Németh, 2015). Ezt viszont több kutatás cáfolja. Elmondható, hogy a fejlettebb országokban (így jellemzően az európai országokban is) a nők átlagosan későbbi életkorban, illetve összességében kevesebb gyermeket vállalnak (Szalma - Takács, 2012). Részben emiatt kitolódik az első, második stb. gyermek vállalásánál az anya életkora, ami nem csak a születendő gyermekek számára van hatással (csökkenti), hanem magában a TTR idősorában is először egy visszaesést, majd ezt követően egy kisebb ugrást, növekedést időz elő (Husz, 2006). Ez a hatás - bár Magyarországon nem volt kifejezetten markáns – érzékelhető a TTR általam is vizsgált idősorán is². A TTR egészen addig alacsonyabb értéket becsül a születendő gyermekszámokra, ameddig a szülési életkor későbbre tolódik, majd mikor ez a folyamat megállt, növekedési pályára áll egy ideig. A jelenség viszont félreértésre adhat okot, hiszen ez önmagában nem jelent (ceteris paribus) mennyiségi javulást is a termékenységet tekintve (Berde - Németh, 2015). Hogy kiküszöböljék ezeket a torzításokat, többen dolgoztak ki olyan mutatószámokat, melyeknél az anyai életkor változásának hatása nem jelentkezik. Emellett olyan termékenységet közelítő rátákat is készítettek, melyben nem csak ez az életkorhatás van kezelve, hanem a nők paritás szerinti megoszlása is (Berde - Németh, 2015).

A továbbiakban a modellezéshez én mégis a teljes termékenységi rátát választottam, mely több szempontból is megfelel az általam választott céloknak. Egyrészt viszonylag egyszerűen

² A magyarországi adatokra inkább stagnálás volt a jellemző.

interpretálható, nem okoz különösebb nehézséget a mutató értelmezése. Másrészt elmondható, hogy bár felléphetnek torzító hatások (melyekre fentebb kitértem), összességében jó alapja lehet jövőbeli népességi adatok becslésének, így indokolt magának a mutatónak az előrejelzése, jövőbeli alakulásának modellezése és elemzése. A főbb népességalakulási folyamatokat sok esetben megragadja, így fontos kiindulópontját képezheti a döntéshozatal intézkedéseinek. Emellett mivel nem befolyásolják kor és nem szerinti összetételi különbségek, illetve változások, időben és térben (országok, régiók között) praktikus összehasonlítási alapot biztosít (Gleditsch et al., 2021).

Magyarországi trendek

A magyarországi TTR idősorát tekintve elmondhatjuk, hogy leginkább csökkenő tendencia jellemezte az elmúlt hetven évben, egyedül az utóbbi tíz évben tűnik úgy, mintha megfordult volna ez a dinamika.

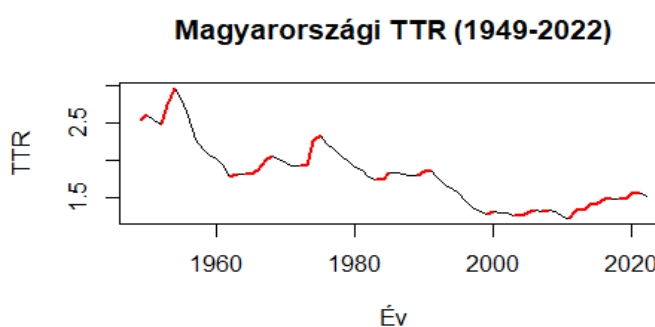
Az ábrán bejelöltem a növekedési szakaszokat. Érdekes az általam is

kiemelt jelentősebb növekedési, illetve csökkenő időszakokat közelebbről is vizsgálni, hiszen itt viszonylag kézenfekvő a TTR változását bizonyos gazdaság-, társadalom- vagy családpolitikai intézkedések, illetve változások hatásaként értelmezni.

Dolgozatomban többek között azért tartom indokoltnak a különböző korszakok (a TTR csökkenő, illetve növekvő szakaszai) főbb eseményeinek és trendváltásainak elemzését, mert bár első ránézésre nem egyértelmű, hogy egyszeri hatásokról – egyszeri, úgymond eseti változások, melyek után visszatér/ újból közelít az idősor az eredeti trend szerinti értékekhez - vagy strukturális törésekről – ténylegesen megváltozik maga az idősor trendje is - van szó az idősorban, a modellezés során ezeket mindenképpen figyelembe kell venni (ez az előrejelzés miatt is fontos).

Magyarországi TTR 1950-től napjainkig

A második világháborútól az ezredváltásig a TTR idősorát határozott csökkenés és intenzív hullámváltozás jellemezte. Ezeket a váltásokat - melyek végigkísérik az idősort - a legtöbb esetben



1. Ábra: Saját szerkesztésű ábra a magyar TTR idősoráról 1949 és 2022 között (KSH), pirossal kiemelve jelöltem a növekvő szakaszokat.

különböző társadalmpolitikai intézkedések okozták, melyeknek két nagyobb kategóriáját különböztethetjük meg. A beavatkozások lehetnek támogatóak, melyek ösztönzik a gyermekvállalást, ezzel emelve a TTR értékét, illetve lehetnek tiltóak, hasonló céllal. Az abortusztilalom bevezetése a Ratkó-korszakban (1953) például ez utóbbi kategóriába tartozik, melynek megszűnése után újra erőteljes csökkenést tapasztalható a teljes termékenységi rátában. A környező országok adataival összehasonlítva azt mondhatjuk, hogy bár a jelenség általános volt a régióban, Magyarország élen járt ebben a folyamatban, elsőként lépte át a természetes reprodukciót biztosító, fentebb már említett 2,1-es értékét³ (Spéder - Öry, 2020). A Ratkó-korszak vége után nem csak a születésszámok jelentős csökkenésével kellett szembenéznie a vezetőknek, hanem azzal is, hogy a magyar társadalom korfája öregedésnek indult (KSH korfa).

A következő közel egy évtizedben egy növekedési hullám volt, mely alatt nem szigorúan monoton módon, de határozottan emelkedett a TTR értéke. Ez többek között az 1967-ben bevezetett *gyermekgondozási segélynek* [későbbiekben gyes] volt köszönhető, illetve a Kádár-korszak egyéb népességgazdasági intézkedéseinek (Spéder - Öry, 2020).

1985-ben bevezetésre került a gyermekgondozási díj [gyed], mely hasonlóan a gyeshez egy fizetett gyermeknevelési szabadság egy formája (KSH korfa). Sok esetben a gyedet választották a kisgyermekesek, ezzel részben kiegészítve, részben felváltva a gyes addigi rendszerét.

Sokak szerint a huszadik században a rendszerváltáskor és az előtte levő években érte el tetőpontját a családtámogatási rendszer Magyarországon (Gábos - Tóth, 2001). Különféleképpen próbálták segíteni a családokat, ezen belül is kiemelt figyelmet kapott a kisgyermekes anyák (szülők) támogatása. Ide tartozik többek között a gyes, gyed és a családi pótlék rendszere (és ennek folyamatos fejlesztése, kiegészítése, változtatása) is. A gyermekvállalást támogató, adott esetben ösztönző intézkedések (változtatások a családpolitikai rendszerben) természetesen külön-külön is javíthattak a magyar termékenységi tendencián, de vélhető, hogy az akkori rendszer összességében járulhatott hozzá a növekvő termékenységi szakaszokhoz (Gábos, 2005). Az mindenesetre elmondható, hogy ebben az időszakban Magyarország európai viszonylatban is élen járt a családtámogatási rendszerét tekintve⁴ (Gábos - Tóth, 2001).

³ A fejlettebb országoknál a 2.1-es értéket tekintik reprodukciós szintnek.

⁴ Szociális kiadásokon belüli és GDP-hez viszonyított arányát tekintve is.

A következő kormány a gazdaság stabilizálását tűzte ki célul (Gyarmati, 2008). A költségvetési hiány és az állami kiadások csökkentésének érdekében szűkítették a különböző családpolitikai támogatásokat igénybe vevők körét, illetve változtattak azok összegein is, hogy enyhítsenek az intézkedések költségvetésre rótt terhén. Természetesen ez önmagában nem indokolja, nem magyarázza a TTR drasztikusnak mondható csökkenését, mégis található elméleti összefüggés a két tendencia között. A '90-es években tapasztalható csökkenésben nagy szerepet játszhatott a halasztó magatartás, azaz az a jelenség, hogy az anya gyermekvállaláskori életkora egyre kitolódott. Itt jól érzékelhető a TTR számítási módszere miatt megjelenő torzító hatás (Berde - Németh, 2014). A legtöbb esetben ilyenkor az a valódi kérdés, hogy az elhalasztott születések (kitolódás hatása) meg fognak-e valósulni a későbbiekben vagy később sem fognak realizálódni, egyfajta csúszást generálva az idősorban.

Ez a csökkenés a rendszerváltást követő évtizedben általános jelenségnek számított a volt szocialista országok körében. Lényeges különbség a trend fordulásának időzítésében, illetve a növekedés mértékében mutatkozott (Spéder - Öry, 2020).

A kétezres évek elején látható az az enyhén növekvő, de Magyarország esetén inkább stagnáló időszak, melyet a előzőekben már említett időzítési hatás kifulladás okozhatott (Husz, 2006). A növekvő (Magyarország esetében inkább stagnáló) időszaknak valószínűleg a gazdasági válság éveit vetettek véget, ennek következtében érte el a TTR az eddigi minimumát, 2011-ben 1,23-as értékre csökkent.

A 2011-es kimagaslóan alacsony értéket egy évtizedes növekedési időszak követte. Többféleképpen magyarázzák a strukturális váltást, sokan amellett érvelnek, hogy leginkább a válság miatt „elhalasztott” gyermekek megszületése felelős érte, mások az újabb családpolitikai intézkedések hatását tartják elsődlegesnek. A trendváltás mögött álló folyamatokra valószínűleg mindkét tényező hatással van. Ezek, illetve egyéb változók összesített hatása jelenhet meg a növekedésben. Az valószínűsíthető, hogy – bár konkrét mértéke nem egyértelmű – a gyermekvállalást ösztönző intézkedések szerepet játszhattak, ezért néhányat megemlítek. A családpolitika meghatározó részét tették ki a különböző családi kedvezmények, illetve otthonteremtési támogatások (lakhatási kedvezmények). A kedvezményekbe többek között különböző adó- és támogatáspolitikai eszközök tartoznak (pl. adókedvezmény, jövedelemtranszfer), amelyek könnyíteni hivatottak a gyermekvállalás (és nevelés) szülőkre rótt anyagi terhén. Ez utóbbi kategóriába tartozik például az iskoláztatás, de nagy mértékben számít az anya munkaerőpiacról való kiesése is (Sági - Lentner, 2020).

A gyermekvállalásra ható tényezők

Számos kutatás készült annak érdekében, hogy megértsük a gyermekvállalást ösztönző, illetve azt inkább negatívan befolyásoló tényezőket. A kutatásokat sok esetben az motiválta, hogy a csökkenő gyermekvállalási kedv mögött meghúzódó lehetséges okokat feltárják és ezek ismeretében olyan intézkedések meghozatalát tegyék lehetővé, mely a TTR növelését eredményezi. A következőkben ezeknek a munkáknak a főbb megállapításait veszem végig, hiszen a modellezés során a különböző változók idősorait is felhasználok majd a megfelelő modellspecifikáció azonosítása és a pontosabb előrejelzés érdekében.

Több kutatásban arra a megállapításra jutnak a szerzők, hogy a különböző gazdaság-, család- és társadalompolitikai intézkedések bár segíthetik a termékenységi ráta növelését, elsősorban az időzítésre lehetnek hatással (Gauthier, 2007). Magát a termékenységi rátát jóval inkább befolyásolják mélyebben gyökerező és ezzel összefüggésben időben sokkal lassabban megváltoztatható kulturális vonások, melyek egy-egy társadalmat jellemeznek. Éppen ezért a különböző konkrét intézkedésekre itt már nem térek ki (az előzőekben az általam vizsgált időszakban bevezetett főbb család- és társadalompolitikai intézkedéseket már említettem), csupán a gyermekvállalást meghatározó, abban nagy valószínűséggel szerepet játszó tényezőket mutatom be.

Az első, talán egyik legkézenfekvőbb aspektus, mely egyre nagyobb hangsúlyt kapott az utóbbi években is, az a munka és a gyermekvállalás és -nevelés kérdése. Sokan hangsúlyeltolódást tapasztalnak a kettő között a munka, karrier javára, ehhez hozzájárul, hogy a világ fejlettebb részein, így Európában is a nők munkavállalása jellemző, a kétkeresős családmódel az általános (foglalkozási struktúra megváltozása). Így az anyukák munkapiacról való kiesése, majd a munkába való visszatérésük sok kérdést és egyben nehézséget vethet fel. Nem véletlen, hogy a magyarországi családpolitikai intézkedések jelentős része ezekre próbál megoldást kínálni⁵. Ide tartozik többek között a gyes, gyed bevezetése, de a különböző szabályozások, melyek a munkát ideiglenesen szüneteltető, majd oda visszatérő immár kisgyermekesek védelmét hivatott biztosítani.

Sokak által kutatott összefüggés jelenik meg az iskolázottság és a gyermekvállalási kedv között. Mivel az oktatásban való részvétel (tanulás) és a gyermekvállalás nehezen egyeztethető össze, az oktatási expanzió miatt több évvel kitolódott az önállósodás (anyagi szempontból) időpontja

⁵ Az intézkedések másik főbb célja a lakhatás megkönnyítése a fiatal párok, családok számára.

(Őry - Spéder, 2020). Vizsgált jelenség, hogy minél iskolázottabb egy nő és minél jobbak a munkapiaci lehetőségei, annál valószínűbb, hogy később vagy akár egyáltalán nem házasodik meg (Blossfeld - Huinink, 1991). Hazai adatokon is érzékelhető ilyen irányú kapcsolat, viszont Magyarországon ez a hatás nem tekinthető lineárisnak. A mintázat inkább egy 'U' alakot formál, azaz azt mutatja, hogy egy bizonyos képzettségi szint eléréséig csökken a gyermekvállalási arány, majd ezt elérve, újból magasabb értéket vesz fel (Bartus, 2017).

Jellemzően a szakmunkás végzettségűeknél és az érettségivel rendelkezőknél figyelhetünk meg alacsonyabb gyermekvállalási kedvet⁶ (bár életkor tekintetében erős szórás van jelen), mely a felsőfokú végzettséggel rendelkezőknél magasabb. Az alacsony (alapfokú) végzettségűekhez pedig jellemzően magasabb gyermekszám kapcsolható (alacsonyabb anyai életkorral) (Veroszka - Györgyi, 2021)

Nem szabad elfelejtkezni arról sem, hogy vélhetően a gazdasági környezetnek is erős hatása van a születendő gyermekek számára. Ide nem feltétlenül csak a gazdasági prosperitás, jólét tartozik, hanem a stabilitás is fontos tényező. A bizonytalanságot pedig többek között a munkanélküliség és a gyermekvállaláshoz kapcsolódó költségek növekedése, a lakhatási lehetőségek szűkülése, illetve az életszínvonal csökkenése is emelte, mely így szerepet játszott a TTR csökkenésében (Őry - Spéder, 2020). Emellett viszont nem egyértelmű, hogy a magas életszínvonal, gazdasági fejlettség együtt járna a magas termékenységi értékekkel, világszintű adatokat tekintve negatív korreláció jelenik meg a GDP és a TTR között. Több ellentétes irányba ható tényező együttes befolyását kell elemezni, ezért ez önmagában még nem jelent közvetlen (oksági) kapcsolatot. A negatív korreláció oka lehet többek között, hogy a fejlett társadalmakban egyre több nő tanul tovább és dolgozik, ami vagy közvetlenül járul hozzá a termékenységi ráta csökkenéséhez, vagy a gyermekvállalás halasztásán keresztül fejt ki hatását.

Emellett érdekes lehet megvizsgálni a magasabb jövedelmi szinttel (magasabb jólét) rendelkezőknél érvényesülő ellentétes irányú hatásokat mikro szinten is (az egyes háztartásokat véve alapul). Egyrészt a magasabb jövedelmi státusszal rendelkezőknél jelentkezhet a jövedelmi hatás, azaz a magasabb jövedelmi szint relatíve alacsonyabb gyermekvállalási költségeket eredményez. Ezzel szemben viszont várhatóan jelentősebbek az elmaradt bevételek is (használdozati költségek), illetve a karrieresélyek csökkenése is nagyobb hangsúlyt kaphat (Spéder, 2021).

⁶ Amennyiben a végzettség az adott egyén legmagasabb iskolai végzettségét jelöli.

Logikus feltételezés, melyeket az adatok is igazolnak, hogy van összefüggés a párkapcsolatok jellege, azok száma és a TTR értékének alakulása között. Míg a második világháborút követő közel három évtizeden át a valószínűsége, hogy valaki megházasodjon⁷ 0.9 felett volt, a rendszerváltást előtt csökkenni kezdett, egyre drasztikusabb ütemben (Öry - Spéder, 2020). Egyre elterjedtebb együttélési forma az élettársi kapcsolat, melynél jellemzően alacsonyabb a gyermekvállalási hajlandóság, mint a házasságban élők esetében, de ezzel együtt is számottevő az ilyen jellegű kapcsolatokban született gyermekek száma (Spéder, 2005). Folyamatosan nő az egyedülállók száma (a TEHA értékét csökkenő tendencia jellemzi), ami különösen azért lényeges, mert a fiatalok termékeny éveikben egyre jellemzőbb, hogy egyedül éljenek. Emellett a párkapcsolatok instabilabbá váltak (Pilinkszki, 2013), ami csökkentve az érzelmi – és egyben anyagi - biztonságot, negatívan hat a születendő gyermekek számára. A fentebb említett tényezőknek egyben halasztó hatása is van, egyre jobban kitolódik a szülővé válás időpontja, mely szintén hozzájárulhat a TTR értékének csökkenéséhez.

A TTR modellezési szakirodalma

Sokan modellezik és jelzik előre a halálozási ráta alakulását, emellett kiemelt figyelmet kap egyre inkább a ki- és bevándorlás alakulása is⁸. Ezzel szemben – bár hasonlóan meghatározó tényező egy ország népességének változásában – viszonylag kevés szakirodalma van a termékenységi rátát modellező, majd jövőbeli becsléseket készítő elemzéseknek. Ez a hiány azért is problematikus, mert a termékenységben bekövetkező kis változások is nagyban alakíthatják egy népesség korstruktúráját, illetve méretét (Gleditsch et al., 2021).

Erre a hiányra reagálva és a jövőbeli kutatásokat, modellezéseket megkönnyítve készült Gleditsch és szerzőtársainak 2021-es rendszerező munkája. Kutatásuk keretében többek között kérdőívezés segítségével összegyűjtötték az Európai Unió országaira vonatkozóan, hogy az adott statisztikai hivatalok és intézmények milyen módszerekkel próbálnak előrejelzést készíteni a termékenységi rátát illetően (Gleditsch et al., 2021). A következőkben ezek közül a fontosabbakra (népszerűség és megbízhatóság tekintetében) térek ki, majd bemutatok más, eltérő módszereket alkalmazó megközelítéseket is (pl. az egyre nagyobb népszerűségnek örvendő gépi tanulást alkalmazó módszereket). Végül az általam használt modelleket ismertetem (hagyományos modellek, majd a gépi tanulásra építők, végül a két modell típust ötvöző megközelítéseket mutatom be).

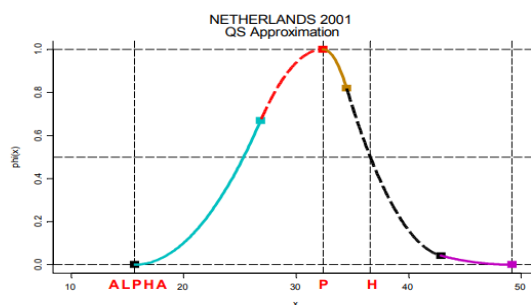
⁷ Ezt a teljes első házasságkötési arányszámmal (TEHA) mérik.

⁸ Ezek ugyanúgy elengedhetetlenek egy ország népességének modellezésében.

A legtöbb európai statisztikai hivatal a hagyományos modelleket szakértői vélemény ötvöztetésével együtt használja előrejelzésre. További hasonlóság még a különböző országok között, hogy a TTR rövid távú alakulását különválasztják a hosszútávútól. Még az előbbinél jellemzően inkább a jelen termékenységi tendenciája tekinthető meghatározónak, utóbbit egy úgy nevezett hosszútávú értékhez való tartásként, konvergenciaként közelítik meg. Ezt a hosszútávú értéket többféleképpen próbálják meghatározni. Van, ahol külső magyarázóváltozóként a társadalom struktúráját leíró tényezőket vesznek be a modellezésbe (munkapiaci részvétel, oktatás stb.), de van, ahol a környező országok termékenységi értékeit és az ehhez való konvergenciát tartják jobb becslésnek (Gleditsch et al., 2021).

A termékenységi ráta modellezésénél általában a családok⁹ kulturális hátterét leíró változók kapnak nagyobb hangsúlyt, ezen belül is az anyára vonatkozó információkra irányul elsősorban a figyelem. Ez utóbbi kategóriába tartozik az anya életkora, családi állapota, legmagasabb tanulmányi végzettsége stb. A tágabb családi kulturális környezetet pedig a háztartás típusa, származási ország, állampolgárság, etnicitás és némely esetben vallással próbálják behatárolni. Ahogy fentebb is kitértem rá, az anya életkorának hatása folyamatosan változott a huszadik század során, ez folytatódik napjainkban is (általánosságban elmondható, hogy egyre később vállalnak gyermeket a nők). Éppen ezért egyes statisztikai hivatalok a változó korstruktúrát is beemelik a modellezésbe.

Itt talán az egyik alapmegközelítésnek Schmertmann modellje (Schmertmann, 2003) tekinthető. Kiindulási pontja az, hogy adott időszakra és területre (általában ország) megnézi a született gyermekek számát az anya életkorának függvényében, majd három nevezetes pontot jelöl az eloszláson: amikor a termékenység nulla



2. Ábra: Korspecifikus termékenységi ráta eloszlása a 2001-es Hollandiában, standardizált értékek. Forrás: Schmertmann (2003)

főlé emelkedik, amikor eléri a csúcsát (az az anyai életkor, amikor a legtöbb gyermek születik), majd, amikor a termékenység a felére csökken. Az erre épülő modellcsaládot hívja a szakirodalom spline-modelleknek (Schmertmann, 2003). Több európai ország is épít ezekre a modellekre, ám ettől eltérő becslési módszerek is előfordulnak. Ezt a következőképpen rendszerezik Gelditsch és szerzőtársai: a leggyakoribb modellezési forma a determinisztikus

⁹ Az újszülöttek családja.

megközelítés, de előfordul sztochasztikus is (jóval ritkábban). Emellett egyéb alternatívák használata is jelen van, de összességében elmondható, hogy a formális statisztikai modellek a legelterjedtebbek (Gleditsch et al, 2021). Ugyanennek a munkájuknak a végén kritikaként említik, illetve jövőbeli bővítés ötleteként vetik fel azt, hogy ne csak az előrejelzéseket tegyék közzé a statisztikai hivatalok, hanem azt is, hogy a régebbi becslések mennyire illeszkedtek a realizált adatokra. Ez azért lenne kiemelten fontos, hogy látszódjon az egyes módszerek előnye és hátránya a valóságban, lehetőséget teremtsen a téma mélyebb megértésére, javítani lehessen a gyengeségeken és átláthatóbb nemzeti szintű rendszerezése legyen a kérdéskörnek (Gleditsch et al, 2021).

Tulajdonképpen ezt az űrt tölti be (Bohk-Ewald et al, 2018) kutatása, melyben összegyűjtötték a fertilitási rátát modellező (addigi) megközelítéseket, ezeket 20 fő kategóriába osztották, majd pontosság alapján osztályozták őket (a bizonytalanság fokát is beleszámítva). A demográfusokat a pontosabb és megbízhatóbb modellek építése és a hitelesebb bizonytalansági becslések készítése is motiválta¹⁰. A folyamatosan bővülő modellek kínálatát viszont nem vetették össze, sokszor elhagyták annak tisztázását, mérését, hogy az új megközelítés mennyit ad hozzá az eddigi modellekhez, mennyivel jobb / más a teljesítménye, mint az eddigieké (Bohk-Ewald et al, 2018). Eredményeiket röviden áttekintem, különös tekintettel azokra a modellekre, melyeket - esetenként akár kis változtatásokkal - én is alkalmaztam.

Az első nagyobb csoportot azok a módszerek alkotják, melyekre „konstans rátás módszer” -ként szoktak hivatkozni. Ez annyit jelent, hogy a jövőbeli becslések megegyeznek a legutóbb megfigyelt tényadat értékével. Ezen felül négy, ennél kifinomultabb módszert azonosítottak még be. Az első nagyobb kategória – a modellek többségét ide sorolták be (bár hozzá kell tenni, hogy mivel több kutatásban ötvözték a különböző megközelítéseket, részben szubjektív a besorolás) – a „paraméteres görbeillesztés” módszer elnevezést kapta a szerzőktől. A kiindulási pontja ennek az, hogy egy haranggörbe jellegű függvényt illeszt az életkor szerinti fertilitásadatokra. Az „objektív” változata egy általános mintát feltételez, és ezt próbálja becsülni, míg a „szubjektív” változat a sztenderd mintázattól való valós eltéréseket (szórást) használja fel az termékenységi ráta előrejelzéséhez (Bohk-Ewald et al, 2018).

A következő nagyobb kategória – ezt többek között én is alkalmazni fogom – az ún. extrapolációs módszerek. Az alapfeltételezés ebben az esetben az, hogy a múltbeli adatok

¹⁰ A modellek összehasonlításához elengedhetetlen, hogy a becsléseknél tisztában legyünk a bizonytalanság fokával (statisztikai értelemben).

segítségével következtethetünk a jövőbeli értékekre, azaz feltesszük, hogy egy trend húzódik meg a folyamat mögött. Ebből adódóan rendszerint idősoros technikákkal próbálják leírni a TTR alakulását. Christina Bohk-Ewald és szerzőtársai kutatásában az általuk beazonosított 20 főbb módszertani változat közül 6 tartozott ide és relatíve jól teljesítettek (hibamutatók alapján a többi modellhez képest) (Bohk-Ewald et al, 2018).

A következő nagyobb kategória – bár ide csak 2 kutatást soroltak – a bayes-i megközelítés elnevezést kapta. A bayes-i hierarchikus modellek kiindulógondolata, hogy a környező országok fertilitásának alakulása (trendje) és szintje (konkrét értéke) többlet információt nyújt az vizsgált ország TTR értékeinek becsléséhez, ezt építi be a modellbe (Bohk-Ewald et al, 2018). Ebből a gondolatból kiindulva (hogy a környező országok fertilitásának alakulása és szerkezet, összetétele hasonló mintázatot követ) végzett összehasonlító elemzést Berde Éva és Németh Petra Magyarország, Csehország és Szlovákia különböző termékenységi mutatóira (Berde - Németh, 2015).

Az utolsó kategória, amit megkülönböztettek a szerzők a termékenységi kontextus specifikus módszer elnevezést¹¹ kapta, ide egy kutatás tartozott. Abban tér el a többi módszertől, hogy a fertilitás kor szerinti megoszlása, struktúrájának változása is részét képezte az elemzésnek (Bohk-Ewald et al, 2018).

Összességében elmondható, hogy az összetettebb modellek nem egyértelmű, hogy jobban teljesítsenek, mint a kevésbé bonyolultat (Bohk-Ewald et al, 2018).

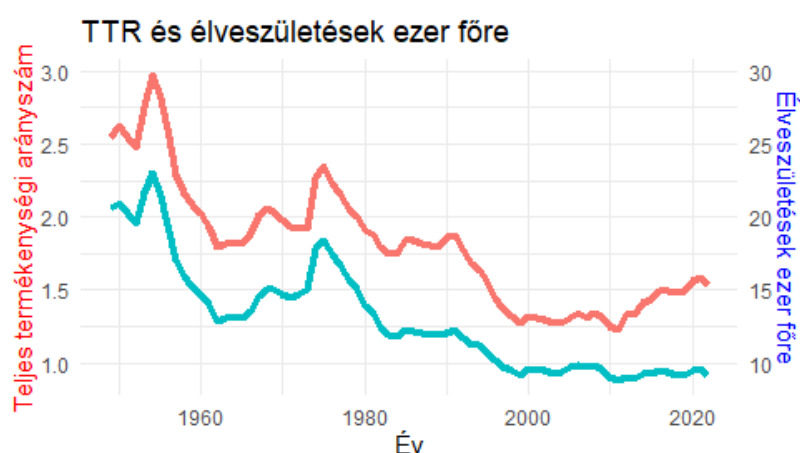
¹¹ Tükörfordításban idézve a kutatás által használt kifejezést.

Lehetséges magyarázóváltozók

A kutatásomban használt külső magyarázóváltozókat 4 nagyobb kategóriába lehet sorolni. Ezek a következők: népességstatisztikai mutatók (élveszületések ezer főre, halálozási ráta, csecsemőhalandóság), társadalmi vagy szociológiai mutatók (házasságkötések száma, válások száma), externális hatások (családpolitikai intézkedések), illetve területi jellemzőket közelítő változók (a Visegrádi Együttműködés országainak teljes termékenységi rátái).

VII.1. Népességstatisztikai mutatók

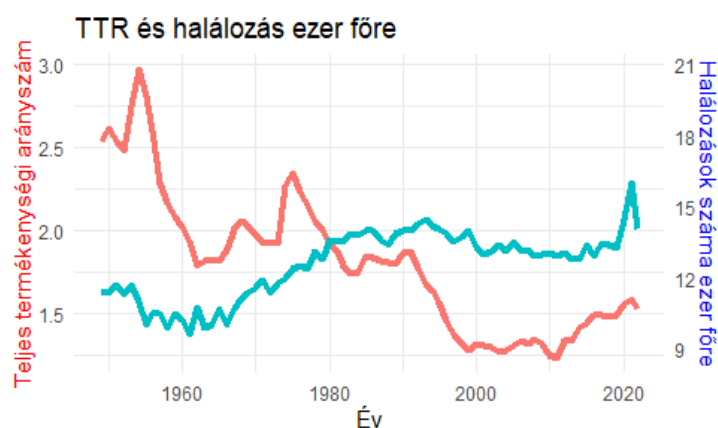
VII.1.1. Élveszületések ezer főre



3. Ábra: Saját szerkesztésű ábra, az élveszületési ráta és a TTR magyar időszora (a KSH adatai alapján)

Az ábrán jól látszik a pozitív összefüggés az élveszületések és TTR között. Mindkét mérőszám egyfajta termékenységi mutató, az eltérések a számításmódok közti különbségből fakadnak, éppen ezért talán az érdemes vizsgálni, hol válnak külön az idősorok, hol jelentkeznek nagyobb eltérések. A két főbb időszak, ahol észrevehetően különbözik a két mutató alakulása a huszadik század utolsó évtizede és a 2010-es évek. Az eltérés mögött az a már említett halasztási hatás, majd ennek kifulladás állhat – azaz az élveszületések kohorszok közötti változó megoszlása.

VII.1.2. Halálozási ráta

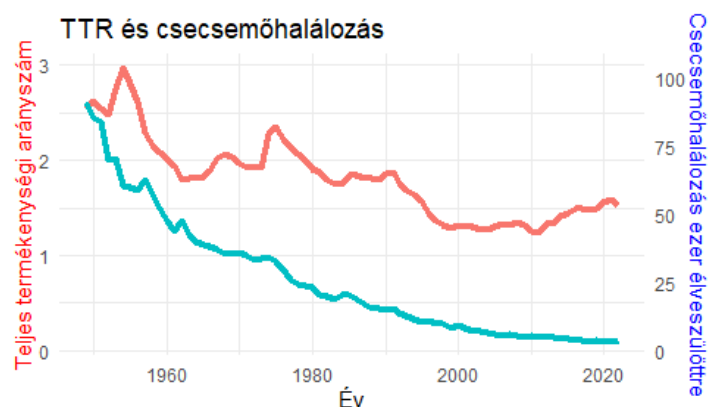


4. Ábra: Saját szerkesztésű ábra, a halálozási ráta és a TTR magyar időszora (a KSH adatai alapján).

Bár az ábrán látszik, hogy a két demográfiai mutató között összességében közepesen erős negatív korreláció van, a közöttük levő kapcsolat nem egyértelmű. Van, ahol ellentétes mozgás olvasható le az ábráról, de előfordultak a megfigyelt időtávban olyan időszakok is, ahol ugyanabba az irányba változtak a mutatók.

Ezt sok tényező együttes hatása befolyásolhatja, ide tartoznak egy ország fejlettségi jellemzői, kulturális hatások. De ezeket mind torzíthatja, hogy csupán az előregedő korfának is lehet olyan hatása, hogy míg a halálozások száma aránylag magasabb, a TTR alacsonyabb értékeket vesz fel. Ez érthető, hiszen a halálozások száma idősebb életkorban magasabb (így az előregedő korfa részben indukálja a magasabb halálozási rátát), emellett a szülés kora is kitolódik.

VII.1.3. Csecsemőhalandóság



5. Ábra: Saját szerkesztésű ábra, csecsemőhalandóság és a TTR magyar időszora (a KSH adatai alapján)

A csecsemőhalandóság és a termékenységi ráta kapcsolatát régóta vizsgálták különböző kutatásokban. A magas korrelációt a két változó között sokan oksági kapcsolatként értelmezték (bár ennek iránya sem képezte konszenzus tárgyát), annak ellenére, hogy együtt mozgásuk egyéb külső tényezők eredménye is lehet.

A két mutató közti kapcsolatot különbözőféleképpen vizsgálták, eredményeik nem minden esetben egyeznek. Eltérő következtetésekre juthatunk akkor is, ha a különböző elméleteket vesszük alapnak, más kapcsolatot indukál a demográfiai átmenet elmélete, a választás elmélet (*choice theory*), Ricardói elmélet, illetve a modern gazdasági népességtan elmélete. Míg az előbbi kettő egy késleltetett oksági kapcsolatot feltételez az csecsemőmortalitás és a termékenységi ráta között, addig a Ricardói elméletnél az oksági kapcsolat fordított irányú. A modern népességtan szerint pedig kölcsönösen hatással vannak egymásra a változók (Chowdhury, 1988)¹².

A demográfiai átmenet elmélete szerint az iparosodás, urbanizáció, gazdasági fejlődés, életszínvonal-növekedés és az orvostudomány fejlődésének köszönhetően a halálozási ráta (le)csökkent. Ennek következtében egy késleltetett csökkenés jelentkezik a termékenységi rátában is, hiszen ahhoz, hogy egy társadalom fennmaradjon (reprodukciós értelemben), ahhoz immár elég kisebb termékenységi érték is.

Ezzel szemben a „választás elmélet” ehelyett a hosszabbtávú és pozitív előjelű késleltetett hatás helyett egy rövidebb késleltetést feltételez, és inkább negatív előjellel. Ezt azzal indokolja, hogy a szülőknek fel kell dolgozniuk a meghalt gyermek utáni sokkot, illetve az adott gyermek halála

¹² A különböző elméletek bemutatását is az ő munkájának segítségével ismertetem.

utáni gyors újbóli gyermekvállalásnak magasak a költségei mind anyagi, mint pszichológiai szinten.

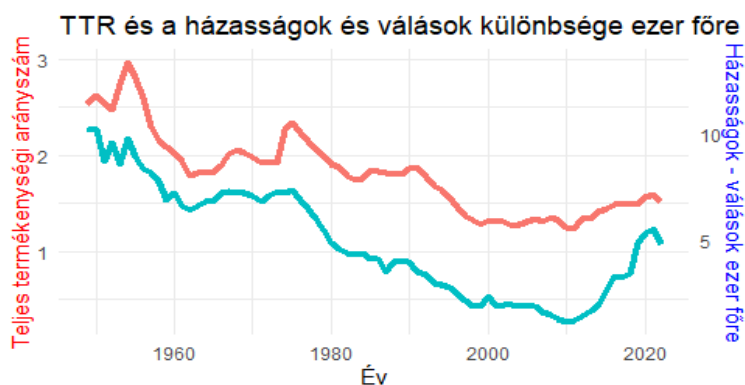
A ricardói elmélet hívei amellet érvelnek, hogy a termékenységi ráta csökkenését önmagában nem okozza a gazdasági fejlődés. Az elmélet szerint a bérek létminimum fölé emelkedése nagyobb várható élettartamot, jobb egészséget generál, egyben a családok gazdasági helyzetét is emeli. Ez a termékenységi ráta növekedéséhez vezet, ami egy késleltetett növekedéshez vezet a halálozási rátában (ez főleg a magas kockázatú szülések számának növekedésének tudható be).

Végül pedig a népesség modern gazdasági elmélete szerint mind a csecsemőhalandóság, mint a termékenységi ráta hat egymásra, oda-vissza függenek egymástól.

Összegezve tehát bár az egyes elméletek máshogy közelítik meg a csecsemőhalandóság és a termékenységi ráta kapcsolatát, a pozitív korreláció egyértelműen látszik a két változó között. A logikai összefüggést mindegyik elmélet indokolja, így én is belevettem az elemzésembe a csecsemőhalandóságot.

VII.2. Társadalmi, szociológiai mutató

VII.2.1. Házasságkötések és válások száma



6. Ábra: Saját szerkesztésű ábra, házassági mérleg (1000 főre vetítve) és a TFR magyar időszora (a KSH adatai alapján).

Bár hagyományosan a házasság adott keretet a gyermekvállalásnak, sokan csökkenő tendenciát véltek felfedezni ennek jelentőségében. Egyre inkább Magyarországon is kezd elterjedni ami Nyugat-Európára is igaz, hogy általánossá válnak a házasságon kívüli együttélések (Sági - Lentner, 2020). Mégis az ábrán is jól látszik a nagymértékű együttjárása a két mutatónak. Érdekességgént fontos kiemelni, hogy az utóbbi évtizedben a házassági többletet erőteljesebb

növekedés jellmezi, ezt többek között az állami támogatások családi státuszhoz való kötése is indokolhatja.

Első megközelítésre pozitív kapcsolatot feltételezhetünk a házasságok száma és a termékenységi mutató alakulása között (Westoff, 1978). Ez egyrészt a fentebb említett hagyományos megközelítésből adódik, de ha ezt nem is vesszük figyelembe (hiszen ebben lehet változás az idő során), akkor is megállapítható, hogy a család mint intézmény stabilabb és kiszámíthatóbb anyagi környezetet biztosít a szülők (potenciális gyermekvállalók). Ez a nagyobb stabilitás az érzelmi környezetre (párkapcsolati stabilitás) is igaz, ami szintén hatással van a gyermekvállalási kedvre. Éppen ezért indokolt lehet a házasságok számát belevenni az elemzésbe. A válások számával való kiigazítás pedig azért szükséges, hogy ezzel a házasságban élők arányát tudjuk közelíteni.¹³

VII.3. Externális hatások

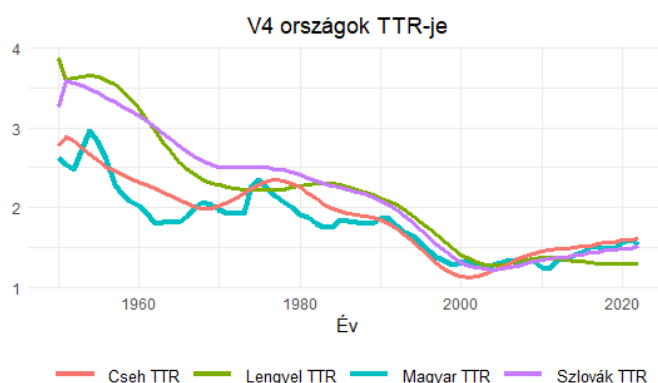
Az externális hatásokat fentebb részletesen elemeztem az idősor általam vizsgált teljes szakaszán. Ide tartoznak a különböző családpolitikai, népességpolitikai intézkedések, de az egyéb – a termékenységi rátát akár közvetetten befolyásoló – történelmi változások (pl. rendszerváltás) is. A modellbe a különböző intézkedések hatását a trendváltásokon keresztül veszem bele a modellezésbe, a módszertani szempontból is lényeges váltásokat, időszakokat dummy kódolással kezeltem.¹⁴ A szakaszok konkrét elhatárolása, azok történelmi és statisztikai indoklása a modellezési részben lesz kifejtve (Modellezés fejezet).

¹³ Dolgozatom hátralevő részében házassági mérlegként a házasságok és válások számának különbségét értem, 1000 főre vetítve.

¹⁴ A szakaszok elhatárolásánál a történelmi tényeket és a statisztikai eredményeket együttesen vettem figyelembe.

VII.4. Szomszédos országok teljes termékenységi arányszáma

Bár önmagában talán nem befolyásolja a magyar termékenységi ráta alakulását a szomszédos országok TTR értékei, mégis modellezési szempontból fontos lehet ezeknek az idősoroknak is a használata. Ez abból adódik, hogy vélhetően bár egy-egy országra jellemző különböző típusú adatok is magyarázhatják a termékenységi ráta változását az időben, indokoltabb egy



7. Ábra: A V4 országok TTR (y tengely) idősorai és a TTR magyar idősora (saját szerkesztésű ábra a Világbank adatai alapján).

adott régió adatait együtt vizsgálni. Sok esetben az adott régióra jellemző különböző kulturális-, gazdasági- és társadalmi hatások a meghatározók (melyek sok esetben egymáshoz konvergálnak) nem önmagában csak a vizsgált ország adatai. Gleditsch és szerzőtársai is megemlítik 2018-as munkájukban, hogy Európa-szerte egyfajta konvergencia érvényesül. Míg 1970-ben 2 volt a legmagasabb és legalacsonyabb TTR közti érték, ez a különbség 2010-re 0.8-ra, majd 2019-re 0.7-re csökkent (Gleditsch et al., 2021). Ebből az indíttatásból és a témát elemző munkából (Berde - Németh, 2015; Berde - Németh, 2014) kiindulva vettem bele az elemzésbe a kelet-közép-európai országok – azaz a volt szocialista blokk országainak TTR idősorait (Szlovákia, Csehország, Lengyelország).¹⁵

Természetesen a fentebb említett magyarázóváltozók segítségével sem fedhetjük le teljesen a népeségi folyamatok háttérében húzódó társadalmi jelenségeket. Emellett azt is figyelembe kell venni az elemzéseknél, hogy még ha meg is értjük dolgok működésének mikéntjét, akkor is érkezhet korábban nem megfigyelt externális hatás, mely nem várt változásokat hoz a népeségi folyamatok alakulásába (Gleditsch et al., 2021). Ezeknek a sokkoknak a hatása lehet rövidtávú, illetve hosszútávú, ezzel strukturális törést okozva a trendben. Mégis talán elmondható, hogy a jelen fejezetben bemutatott változók alakulásának ismeretében jobban következtethetünk, pontosabb előrejelzés készíthető a termékenységi ráta jövőbeli értékeire.

¹⁵ A későbbiekben V4 országokként is hivatkozom rájuk.

VII.5. Megjegyzések

Sokat vitatott téma a jólét és a gyermekvállalási kedv közti kapcsolat. Érthető a téma tárgyaltsága, hiszen több, akár egymással ellentétes hatásról van szó. Egyrészt alapvetően negatívan függ össze egy ország gazdasági fejlettsége a termékenységi rátájával (világ szinten nézve). Ennek természetesen lehetnek kulturális vagy egyéb okai is. Sokan úgy érvelnek, hogy a fejlett társadalmakban nagyobb szerepet kap az individualizmus, a gyermekvállalásnak magasabb az alternatív költsége, így egyre többen hagyják ki terveik közül (Tárkányi, 2008). Emellett viszont az is logikusnak tűnhet, hogy ahogy a háztartásokra jutó végső fogyasztás és a reálbérek egyre inkább nőnek, úgy egyre kevesebb relatív költséget okoz egy gyermek nevelése („többet lehet szétosztani arányosan”). A kapcsolat iránya akkor sem válik egyértelművé, ha az idősorokat együttes alakulását vizsgáljuk. Sokszor egyirányú mozgás figyelhető meg közöttük, de sok esetben ellentétes. Felmerülhet az is, hogy az összefüggés idővel változott, változik.

Szakirodalom alapján felmerülhet a teljes termékenységi ráta és egyes a gazdasági fejlettséget mérő mutatók kapcsolatának vizsgálata (mint a jólét mérőszámai). Ilyen lehet az egy főre jutó fogyasztás és a reáljövedelem értéke. Indokolt lehet a háztartások fogyasztását is vizsgálni. Emellett szakirodalomba bevett megoldás, hogy az egy főre jutó GDP-vel közelítsék egy ország gazdasági fejlettségének szintjét és ezt használják az elemzéshez. Mivel a gazdasági fejlettség és a termékenységi ráta között nem tisztázott a kapcsolat (és megfelelő adatok sem állnak rendelkezésre ennek tisztázására) a modellezési folyamatban végül nem használtam őket.

Módszertan

A következőkben bemutatom és röviden ismertetem az általam használt modellezési eljárásokat. Részben ismertetem a modellépítési folyamatot és a becslésekhez szükséges alapfeltételezéseket (például a hibatagra vonatkozóan), részben – az ENSZ által alkalmazott bayes-i hierarchikus modell esetében – a már létező modell egyenletét és a mögötte álló feltételezéseket foglalom össze.

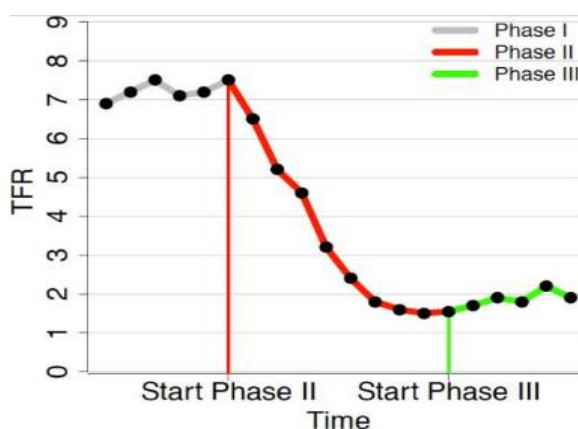
VIII.1. ENSZ BAYESTRF

Az ENSZ egyedüli szervezetként két évente közzéteszi a világ országaira népességbecslését. Ennek többek között a fertilitási ráta előrejelzése adja az alapját (Raftery - Alkema - Gerland, 2014). Statisztikailag ez sokáig hiányos módszer volt, hiszen nem tartalmazott konfidenciaintervallumokat, a bizonytalanság mértékét nem becsülték. Többek között erre ad lehetséges választ a fentebb idézett szerzőtrío, akik 2014-es munkájukban egy bayes-i hierarchikus (logisztikus növekedést tartalmazó) modellel becsülik a fertilitási ráta jövőbeli alakulását (Raftery - Alkema - Gerland, 2014).

A jelenlegi modell – erre valamilyen szinten ők is építenek – él bizonyos feltételezésekkel, melyek empirikusan is megfigyelhetők. Ide tartozik a sokak által vizsgált demográfiai átmenet elmélete, mely szerint időben egyfajta átmenet figyelhető meg a magas halálozási- és magas fertilitási ráta (első fázis az ábrán) és az alacsony halálozási- és fertilitási ráta között¹⁶.

A csökkenés (második szakasz az ábrán) üteme egy idő után kisebb értéket vesz fel,

általában a 2.1-es reprodukciós szint alatt, majd a legtöbb megfigyelt esetben ezután egy lassú emelkedés (de van, hogy stagnálás) figyelhető meg – erre hivatkoznak harmadik szakaszként az ábrán. Mivel a mai országok mind a második vagy a harmadik szakaszban vannak, így az ő kutatásuk, modellezésük fókusza is ez a két fázis (Raftery - Alkema - Gerland, 2014).



8. Ábra: A TTR három fázisa – I: a demográfiai átmenet előtti szakasz; II: a demográfiai átmenet; III: az átmenet utáni normalizálódás (Forrás: Raftery - Alkema - Gerland, 2014)

¹⁶ Időben ez a váltás kicsit elcsúszva következett be (a halálozási ráta előbb kezdett el csökkenni), ezzel egy nagyobb népességnövekedést eredményezve.

Ahogy az európai országok többsége, úgy Magyarország is a harmadik szakaszba sorolható, így a logisztikus függvényforma miatt szükséges határértéknek a 2,1-es fertilitási rátát szokták megadni mint hosszútávú egyensúlyi érték.¹⁷

Markov-lánc Monte-Carlo szimuláció segítségével becsülik az így kapott bayes-i hierarchikus modellt. R-ben ehhez külön csomagot programoztak - bayesTFR néven – melyet Ševčíková et al., 2011 kutatásában ismerhetünk meg részletesebben (módszertani- és használati leírás), a futtatáshoz ezt használom én is (itt a már megépített modellt veszem át).

VIII.2. ARIMAX

A teljes termékenységi rátát többek között extrapolációs módszerrel is becsülik a szakirodalomban. Ide tartoznak a különböző idősoros modellek, így a különböző ARIMAX variációk is. Bár sok folyamatot megfelelően ír le, hátránya, hogy ha trendváltás következik be az idősorban (különösen, ha a tanuló adatbázis végén), akkor azt nem tudja megfelelően lekövetni, így a becslés maga is pontatlan lesz (Taylor - Latham, 2018). Emellett a szezonalitást sem tudja minden esetben megfelelően kezelni¹⁸, bár ez az általam vizsgált termékenységi adatoknál nem releváns, hiszen éves megfigyelések állnak rendelkezésemre.

Az ARIMAX modeltípus annyival több, mint az eredeti ARIMA modellcsalád, hogy exogén magyarázóváltozókat is be lehet vonni a becslésbe, ezt tettem én is, többek között így kezelve a strukturális töréseket is (külön dummy változóként vontam bele az elemzésbe).

VIII.3. Prophet

Ezt az előrejelző módszertant a Facebook két munkatársa (Sean J. Taylor és Benjamin Letham) dolgozta ki. Munkájuk kiinduló pontja az volt, hogy bár a megbízható és pontos becslések a jövőre vonatkozóan egyre fontosabbak a vállalatok, szervezetek számára, általános probléma, hogy kevés az olyan szakember, aki az adott terület speciális jellemzőihez is ért, illetve mély idősor- és adatelemzői ismeretekkel is rendelkezik, és ezt a kettőt megfelelően tudja ötvözni. Az ő munkájuk megkönnyítése érdekében dolgozták ki ezt az eszköztárat, melyet egy összetett idősorelemző modell alkot. A modellben jól interpretálható és egyénileg állítható paraméterek vannak, ezeket lehet mindig az adott területhez, problémához külön igazítani. Így a szakértői

¹⁷ Erről vita van a szakirodalomban, hogy vajon ez az érték minden régiónál megfelelő közelítés-e, mindenesetre Európánál ezt szokták alkalmazni.

¹⁸ Ezt a problémát oldják fel valamilyen szinten a SARIMA(X) modellek, melyben a szezonalitást szezonális differenciázással, illetve szezonális késleltetési struktúrával kezelik.

tudás megfelelő módszertani alapokkal kombinálva sok esetben jobb becsléshez, pontosabb illeszkedéshez vezet (Taylor - Lathem, 2018).

Az alkalmazást megkönnyíti, hogy külön R csomagot programoztak hozzá (open source), továbbá többek között Pythonban is elérhetőek a modell elemei, részletes felhasználói tudástárral.

Az módszertanuk alapját egy dekompozíciós idősortmodell adja (Harvey - Peters 1990-as munkája alapján), melynek négy fő eleme az idősor trendjét, szezonálisát, illetve az ünnepnapok hatását követi¹⁹, illetve tartalmazza a hibatagot (Taylor - Lathem, 2018). Számomra a modellezés és az előrejelzés szempontjából fontos, hogy a hibatagról feltételezik, hogy normális eloszlást követ (Taylor - Lathem, 2018). A szezonalitást Fourier sorozatokkal közelítik (Taylor - Lathem, 2018), ám ezekre nem térek ki bővebben, hiszen éves adatokkal dolgozom, melyeknél nem releváns a szezonális kérdése. Hasonlóan a periodikusan ismétlődő éven belüli változásokhoz jelen dolgozatban a szerzőpáros által „holiday effect” -nek nevezett hatás sem érinti a modellegyenletet, hiszen az ugyanúgy éven belüli eseményeket azonosít, a különbség csupán annyi, hogy a konkrét dátum adott esetben rendszertelenül alakulhat (Taylor - Lathem, 2018).

Két féle trendet építettek bele, egyrészt logisztikus növekedést(/csökkenést), másrészt lineárisat. Az előbbi határértékét kívülről is meg lehet adni az algoritmusnak. Ezt csupán megemlítem, mert bár a 2,1-es szakértői becslés a hosszútávú értékre tekinthető határértéknek is, maga a növekedés (a jelenlegi idősor mintázata) nem illeszkedik a logisztikus növekedés függvényformájára, így erős előfeltételezésekkel kéne élni használatához, melyek jelen esetben nem tekinthetők indokoltnak.

A strukturális törések detektálásához szintén van beépített automatikus megoldás, de kívülről is módosítani lehet ennek értékét. Feltételezik, hogy a T hosszúságú megfigyelt idősoron van S darab töréspont, és mindegyik törésponthoz rendelnek egy váltási arányt (δ_j), mely Laplace($0, \tau$) eloszlást követ. Ennek megfelelően szimulálják a jövőbeli váltási arányokat, a τ szórását a mintából becsülve (Taylor - Lathem, 2018).

Azt, hogy mennyi töréspontot detektál a modell, hiperparaméterek által lehet befolyásolni (erre később a *changepoint_prior_scale* elnevezésű paramétert használtam). Ez a regularizációs paraméter a strukturális törések számától függ, azt befolyásolja, hogy milyen gyorsan

¹⁹ Nagy eséllyel naptárhoz viszonyítva rendszertelenül jelentkeznek, lehetnek egyszeri vagy több napig tartó kiugrások, éven belüli adatsokaságnál lehet fontos.

illeszkedik a modell a trendváltásokra. A *prophet* modell először azonosítja a lehetséges töréspontokat (nagy számban), de ezekből a lehető legkevesebbet fogja használni a végső modellnél. Ezt LASSO regresszió segítségével teszi (L1 regularizációként is szoktak rá hivatkozni), azaz a négyzetes hibák összegén túl egy büntetőtagot is bevesz a minimalizációba az együtthatóbecslések során. Az alapértelmezett beállításként a *prophet* 25 lehetséges ilyen pontot azonosít az idősor első 80%-án.

A LASSO vagy ridge regresszió úgy próbálja elkerülni a túlillesztést, hogy egy büntetőtagot von be az optimalizációs problémába, a *prophet* csomagban a modellkomplexitást is hasonló technikával kezelték. Kicsit fordított logikával viszont a paraméter értéke azzal a feltételezéssel mozog összhangban, hogy milyen „erős” a töréspontok számával kapcsolatos feltételezés, így közvetetten befolyásolva a modell rugalmasságát.

Ha nagyobb értékeket vesz fel, akkor rugalmasabb lesz a trendillesztés és több töréspontot azonosít a modell, de fennáll a túlillesztés veszélye. Amennyiben alacsonyabbra vesszük ennek a paraméternek az értékét az erősebb regularizációhoz vezet, akkor kevesebb trendváltást jelöl. Ebben az esetben arra kell figyelni, hogy ugyan a trend így valószínűleg simább és stabilabb lesz, lehet, hogy a szükségesnél kevesebb töréspontot tudunk azonosítani. Alapértelmezett értéke: 0,05, melyet én 0,1-re módosítottam, az alapbeállítást a magyarországi TTR adatokon való rossz illeszkedés (rugalmatlan volta) miatt végül elvettem.

Az előrejelzett trendhez tartozó bizonytalanság fokát tekintve azzal az alapfeltevéssel élnek a szerzők, hogy a jövőben a múlthoz hasonló nagyságú és gyakoriságú strukturális változások lesznek, ennek megfelelően határozzák meg a konfidenciaintervallumokat is (Taylor - Lathem, 2018). Ez természetesen egy erős feltevés, és nem szükségszerű, hogy teljesüljön, mégis a jövőre vonatkozó becslésekhez szükség van bizonyos előfeltételezésekre és összességében a TTR eddigi alakulását tekintve akár hihetőnek is tűnhet az állítás, így ezt nem kérdőjeleztem meg. Emellett úgy is lehet érvelni, hogy az idősorban bekövetkező csökkenő szakaszból növekvőbe történő gyorsabb váltásokat mind össze lehet kötni különböző népességpolitikai intézkedésekkel (Spéder, 2021), melyek várhatóan egészen addig jelen lesznek (ismétlődő módon), míg a kívánt célértéket meg nem közelíti a magyar TTR.

VIII.4. Random forest

A *random forest*, magyarosítva véletlen erdő modell egy ún. ensemble gépi tanulási technika, mely különböző döntési fák együtteseként áll össze. A módszer alapgondolata, hogy a modell

bizonyos számú döntési fa eredményét együttesen értékeli és az alapján becsül eredményt. A legtöbb paraméter külön állítható, a hiperparaméterek értékét érdemes keresztvalidáció alapján optimalizálni (a modellezés során ennek megfelelően jártam el). Ahogy Breiman is idézi Amit - Geman kutatását, egy véletlen erdő modell megbízhatósága, pontossága alapvetően két tényezőtől függ: külön-külön az erdőt alkotó fák predikciós erejétől, illetve a köztük levő kapcsolat erősségétől (Breiman, 2001; Amit - Geman, 1997). Breiman kutatásában azt is bizonyítja, hogy a nagy számok törvénye miatt a fák számának növelése nem vezet túlillesztéshez és ebből kifolyólag a (regresszió esetében) átlagos négyzetes hiba egy adott értékhez konvergál (Breiman, 2001).

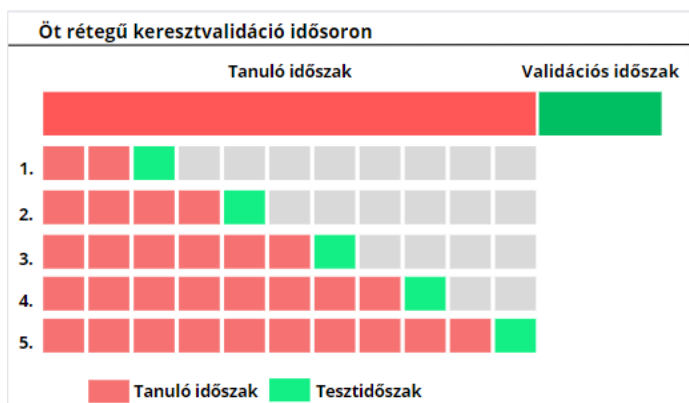
A modell pontosságán lehet javítani, ha egyfajta véletlenséget építünk a folyamatba – mindezt úgy, hogy a fák „erőssége” megmarad, de a fák közötti korreláció csökken. A módszer lényege, amit Breiman javasol az, hogy minden egyes ágánál a különböző fákban véletlenszerűen kiválasztott magyarázóváltozó értékek vagy ezek kombinációjának segítségével építsük az egyes fákat. Megállapítják, hogy legalább olyan eredményes, mint az AdaBoost eljárás, miközben gyorsabb, jobban párhuzamosítható²⁰ és robosztus (relatíve) a zajra (zajos mintavételre) és a kilógó értékekre (Breiman, 2001).

Regresszió esetében a végleges becslést az egyes fák becsült értékeinek az átlaga adja, hiszen, ha kellő fa alkotja az erdőt, akkor ez az átlag tart a valódi várható értékhez (Breiman, 2001). Ugyanebben a kutatásában Breiman megemlíti, hogy regresszió (itt is felügyelt tanulásról, azon belül is regresszióról van szó) esetében talán kevésbé teljesítenek jól a *random forest* modellek, mint klasszifikációs problémák esetében. Továbbá hátránya lehet a módszer alkalmazásának, hogy alapvetően nagy adathalmaz esetében optimális a használata (Breiman, 2001), a dolgozatom alapját adó adatok nem tekinthetők ilyen nagyságrendűnek.

Külön meg kell említenem még ennél a módszernél, hogy nem keresztmetszeti adatokkal dolgozom, hanem idősorossal (kiegészítve magyarázóváltozóként más idősorokkal is, egyfajta panel jelleget kölcsönözve az adatszerkezetnek). Így külön magyarázóváltozónak bevonom az időt is (t).

²⁰ Ez az én esetemben nem annyira lényeges, hiszen relatíve kis elemszámmal dolgozom, de nagyobb mintáknál ez kifejezetten fontos szempont tud lenni.

Az idősoros szerkezet továbbá azon is módosít, hogy pontosan hogyan működik a keresztvalidáció ebben az esetben, hiszen a kötött időbeli sorrendiség miatt nem lehet véletlen mintán tanítani és tesztelni a modellt. A keresztvalidáció idősoros adatokon az ábránlátható elképzelés szerint működik. Az idősor vége lesz a



9. Ábra: Öt rétegű keresztvalidáció ábrája idősoron, saját szerkesztésű.

validációs rész (adott dátumot definiálunk határként), a határdátum előtti időpontokhoz tartozó megfigyeléseket pedig szintén felosztjuk tanuló- és tesztidőszakokra, ahogy történne keresztmetszeti esetben is, azzal a különbséggel, hogy itt a tesztidőszak eleje mindig fix, és a vége kerül egyre előrébb az időben, egészen míg el nem jutunk a határdátumhoz.

VIII.5. XGBoost

Hasonlóan a többi felügyelt gépi tanulást alkalmazó modellnél, itt is az alapgondolat az, hogy van egy eredményváltozó (y), illetve input vagy más néven magyarázóváltozók. A megfigyeléseket tanuló- és tesztadatbázisra bontjuk szét, majd a cél olyan függvény becslése, mely a tanuló adatokon minimalizálja valamely veszteségfüggvény várható értékét. Regresszió, azaz folytonos eredményváltozó esetében bevett függvényforma a négyzetes hiba vagy az abszolút hiba alkalmazása (Friedman, 2001).

Annyiban több, mint az egyszerűbb véletlen erdő vagy hasonló modelltípusok, hogy ahogy a nevében is benne van, ezeket ötvözi boosting technikával. Azaz az egyes modellek - döntési fák – (ebben az esetben sokszor gyenge tanulóként, vagy gyenge tanuló algoritmusként szoktak rájuk hivatkozni) egymásra épülnek és meghatározott veszteségfüggvény alapján mindig változnak (olyan módon, hogy az előző modell hibáját korrigálják), ezt egészen addig folytatva, míg az algoritmus el nem ér egy adott iterációszámot vagy megfelelő pontossági szintet. A végső becslést pedig a különböző modellek eredményeinek súlyozott átlagaként kapjuk meg. Azt, hogy a tanulóadatok segítségével a modellépítés ne vezessen túlillesztéshez regularizációs paraméterek használatával lehet elérni (Friedman, 2001).

Az Extreme Gradient Boosting modellek több előnnyel rendelkeznek a többi boosting technikát alkalmazó társaikkal szemben. Ide tartozik, hogy több részfolyamat párhuzamosítható, emellett hamarabb konvergál a veszteségfüggvény a modell tanítása során (ezáltal várhatóan kevesebb

iterációra van szükség), így a legtöbb esetben gyorsabb (jobban ki tudják használni a gépek számítókapacitást).

Az algoritmusnak itt is vannak hiperparaméterei, melyeket hasonlóan a véletlen erdő esetéhez keresztvalidációval optimalizálok. A főbb paraméterek az R-ben *nrounds*-al megadható iterációs számát jelöli a boosting algoritmusnak. (Bár az iterációs szám növelésével emelkedhet az illeszkedés pontossága, a futtatások során a hiba értéke már az 50. előtt kellőképpen megközelítette a konvergencia határát.) A következő állítható, adatsorra szabható érték a *max_depth*, mely a döntési fák maximális értékét adja meg, ennek lehatárolása segíti megelőzni a túlillesztést. Még a tanulási rátát emelném ki (*eta*), ugyanis minden egyes boosting lépés után meg lehet határozni, hogy milyen súllyal jelenjenek meg a végső becslésnél az egyes döntési fák eredményei. Az *eta* paraméter azt adja meg, hogy ez a súly milyen mértékben legyen csökkenő, alacsony értéke lassítja a tanulás folyamatát.

VIII.6. ARIMA Boost

Az ARIMA függvények boosting technikával való ötvözése annyit jelent, hogy az idősorra illesztünk egy ARIMA modellt, majd a modell hibatagját boosting módszerrel külön modellezzük. Jelen munkában a boosting technika az XGBoost módszert jelenti. A végső becslést pedig úgy kapjuk meg, hogy az ARIMA által becsült alapértékhez hozzáadjuk a boosting technikával külön becsült hibatagot. Az XGBoost algoritmus működéséről az előző alfejezetben írtam részletesebben, hiszen a gépi tanulásnak ezt a fajtáját külön modellként is belevettem az elemzésbe.

VIII.7. Prophet Boost

Hasonlóan az ARIMA Boost-hoz, itt is úgy működik a modellezés, hogy a megfigyelt adatokra (a magyarországi TTR idősorára) illesztünk *prophet* modellt, majd a hibatagokat külön elemezzük XGBoost módszerrel, a végső becsléshez pedig összeadjuk az alapmodell által becsült értékekhez a hibatagok becsült értékét.

Adatok²¹

A modellezés során a *Lehetséges magyarázóváltozók* fejezetben is felsorolt magyarázóváltozókat használtam, ezek tehát a következők voltak:

Halálozási ráta: nyers halálozási arányszám, azaz a halálozások ezer lakosra jutó száma, év közepi népességre számítva. 9 és 17 között alakul az értéke, eddigi maximumát a vizsgált szakaszon a 2021-es évben érte el, ez valószínűsíthetően a koronavírus hatásának tudható be. (A modellezés során a változó „*halalozasi_rata*” néven jelenik meg.)

Csecsemőhalandóság: A KSH módszertani leírása alapján az élveszületést követően, az egyéves kor betöltése előtt bekövetkezett halálozást jeleníti meg a változó. Értéke 86 körüli számról indul és egy határozott - nem lineáris - csökkenés jellemzi. 2022-es értéke ~3,6, mely hasonlóan alakul az európai országok többségében. (A modellezés során a változó „*csecsemohalandosag*” néven jelenik meg.)

Élveszületések ezer főre vetítve: A nyers élveszületési arányszám az élveszületések ezer lakosra jutó száma, hasonlóan a többi vizsgált változónál év közepi népességre számítva. 21 és 10 között változik az értéke az általam vizsgált szakaszon. (A modellezés során a változó „*szuletes*” néven jelenik meg.)

Házasságok mínusz válások száma: Házasságkötésnek tekintjük a hivatalosan eljáró anyakönyvvezető előtt – két tanú jelenlétében – kötött házasságot. A nyers házasságkötési arányszámot ez alapján számoljuk, a házasságkötések ezer lakosra vetített értéke, év közepi népességre számítva. Válásnak számít a jogerőre emelkedett bírói ítélettel felbontott vagy érvénytelenített házasság. Jogerőre az a házasságot felbontó vagy érvénytelenítő ítélet emelkedett, amely ellen további jogorvoslatnak helye nincs. Az ebből kapott nyers válási arányszám a válások ezer lakosra jutó száma, év közepi népességre számítva. Az általam használt változót a két nyers arányszám különbsége (KSH). 11 és 4 között alakul az értéke az teljes idősor hosszan, csökkenő trend jellemzi. (A modellezés során a változó „*hazas_merleg*” néven jelenik meg.)

Szlovákia, Lengyelország és Csehország TTR idősorai: Hasonlóan a magyar adatokhoz a többi V4 ország TTR idősorainál is ugyanaz a módszertan, korszpecifikus termékenységi

²¹ Az adatok a KSH 22. Népesség és Népmozgalom adattáblájából származnak. (Módszertani leírás és adatok legutóbbi frissítése: 2024. április. Link: https://www.ksh.hu/docs/hun/modsz/nep_modsz.html, letöltés ideje: 2024.03.02.)

arányszámok összege. (A modellezés során a változók „*ttr_lengyel*”, „*ttr_slovakia*” és „*ttr_cseh*” néven jelennek meg.)

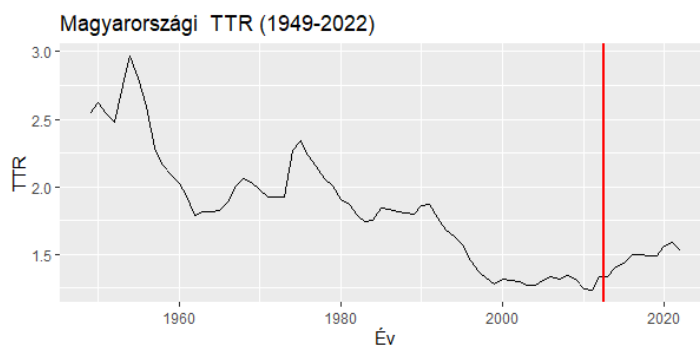
A három különválasztott időszak dummy változója: Három dummy változót használtam végül a modellezés során, ezeket a modelloptimalizációs fázisban véglegesítettem. Ugyanazt a felosztás alkalmaztam mindegyik modellnél, a két határ 1963 és 2003. 1963-ban a születési arányszám (nyers) Magyarországon volt a legalacsonyabb, ennek következtében az előző évtized Ratkó-korszakának módszereit finomabb eszközökre váltották fel, ide tartoznak a különböző lakáskedvezmények, családi pótlék emelése, gyes majd gyed bevezetése és kialakítása stb. (MEK, 2003). Éppen ezért a történelmi eseményeket figyelembe véve is indokolt az egyfajta határvonal húzása és ennek beépítése a modellbe is. Hasonlóan az előző dátumhoz, az is logikusnak tűnik, hogy a kétezres évek elején is jelöljük a trendváltást. Bár ez jelen pillanatban még nem egyértelmű, hogy a rövid stagnálás (enyhe növekedés) utáni erőteljesebb emelkedése a TTR-nek egy ugyanolyan ciklus lesz, mint az eddigi beavatkozások utáni években voltak, vagy egy hosszabbtávú növekedésnek nézünk elébe, mindenesetre az elmondható, hogy a trendváltás mindkét esetben jelen van, nem hagyhatjuk figyelmen kívül.

Az idő: A modellezéshez felhasznált időszakot (1949-2022) testesíti meg, egytől 74-ig tart. Az adatok időbeliségét jeleníti meg azokban a modellekben, ahol a dátumformátum nem értelmezett (a gépi tanulás idősoros adatokon való alkalmazását segíti). A modellezéssorán „*t*”-ként jelenik meg.

Modellezés

A modellezés során következetesen ugyanott húztam meg a tanuló- és tesztidőszak határát, ez az első hatvankét év adatának (2012-ig), illetve a későbbi tényadatoknak a különválasztását jelentette. Így az idősor hosszának 85%-a tartozik a tanító időszakba, míg a fennmaradó részén a modellek validációját végeztem el.

Többféleképpen közelítettem meg az optimális határ meghúzását, hiszen több szempontot kellett figyelembe vennem. Egyrészt ahhoz, hogy a modelleknel minimalizálni lehessen a túltanulás esélyét, elegendő adatra volt szükség a validációs időszakot tekintve, viszont mivel az idősor



10. Ábra: A magyar TTR idősora, piros vonallal van elválasztva a tanuló- és a validációs időszak. Saját szerkesztésű ábra.

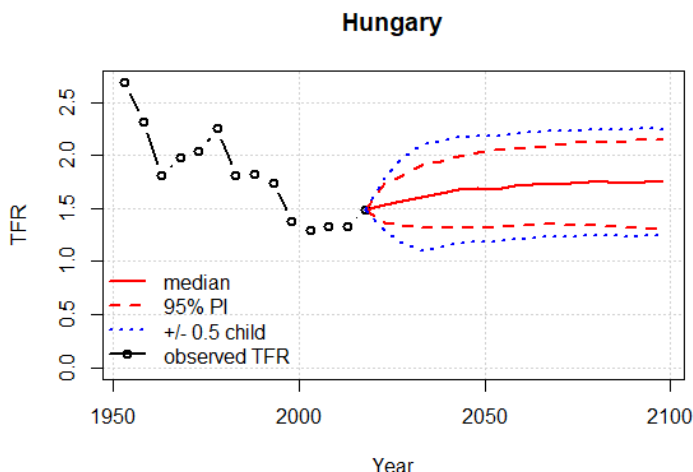
pont a vége felé vált egy alapvetően csökkenő trendből növekvőbe, ez megnehezíti a modellvalidációt. Érthető módon rosszabb illeszkedést láthatunk azoknál a modelleknel, melyek eltérnek a hagyományosabb „freezing rate” jellegű módszerektől. *Freezing rate* típusúnak nevezünk egy előrejelzést, ha az utolsó megfigyelt értéket „fagyasztja be”, emiatt szokás rá konstans rátás előrejelzésként is hivatkozni a TTR kontextusában (Myrskylä et al., 2013). Ilyenkor feltételezzük azt, hogy az elmúlt évek mintázata nagyobb változás nélkül folytatódik majd a jövőben is (ezért sokszor az utolsó néhány év adatát határozzák meg mint jövőbeli érték, és ezt „fagyasztják be”).

Ez a teljesítménybeli különbség (a konstans rátás módszerek és többi általam használt modelltípus között) azért következik be, mert jellemzően a csökkenő trendet követve alul becsülték nem csak a tényadatokat, hanem azok becslését is, ezáltal nagyobb hibamutatókat eredményezve. Így végül a 2012-es dátum mellett döntöttem mint középut. Itt már valamennyire érzékelhető a trendváltás, egyben a modellvalidációra is hagytam adatot.

A modellek során a kívülről állítható paraméterek optimalizálását (5 rétegű) keresztvalidáció segítségével végeztem el. A következőkben bemutatom az egyes modelleket, majd a kiválasztott hibamutató (MAPE, Mean Absolute Percentage Error) alapján elvégzem a 70 éves becslést, mely megfelel a KSH által választott előrejelzési időtávnak. Ezt összevetem a referenciapontként meghatározott ENSZ bayes-i alapokkal rendelkező modelljének becslésével, végül összefoglalom a kapott eredményeket.

X.1. BayesTTR

Lefuttattam az ENSZ által alkalmazott bayes-i módszertanra alapozott TTR becslést a magyar adatokra, az ENSZ wpp2019 adatbázisát felhasználva. Nevéből is kitűnik, hogy az utolsó tényadat a 2019-es érték, és ahogy az ábrán is látható, a pontbecsléseket 5 évente teszik meg (ez magában a kódban is így jelenik meg). A



11. Ábra: Magyarországi TTR becslés, 70 évre előre. Saját szerkesztésű ábra, az R BayesTFR csomagját használva.

módszer épít a demográfiai átmenet elméletére, ahogy erre fentebb is kitértem, a futtatáshoz mind a másodiknak, mind a harmadiknak titulált folyamatrésze szükséges van (egymás után, a harmadik épít a második eredményeire). Mindkét esetben az MCMC szimulációt 600 iterációs számmal és 3 láncsal futtattam le. Bár Ševčíková és szerzőtársai kutatásukban 5000 iterációs számmal futtatták le a becslést, ők maguk is azt javasolják, hogy mivel ez túl hosszú futásidőt igényel, és az eredményeken nagyságrendileg nem változtat (már 600-as értékkel is kellően „sima” becslést eredményez a szimuláció), ezért érdemes ezt az értéket kisebbre állítani (Ševčíková et al., 2023). Az általuk használt és javasolt láncszámot (3) megtartottam, ezt az értéket tartalmazza a TTR becslésére alkalmazott r csomag [bayesTFR] alapbeállításként is (Ševčíková et al., 2011).

Az ábrán a kék szaggatott vonal a plusz-mínusz 0.5-ös értéket jeleníti meg. Érdekes megnézni, hogy a becslés konfidenciaintervalluma tartalmazza a 2.1-es reprodukciós szint értékét, ám ennek tényleges elérése inkább hosszabb távon képzelhető el (a modell alapján akár 2060-ra), amennyiben az enyhén növekvő tendencia nem törik meg.

X.2. ARIMAX

Az idősort először Box-Jenkins módszerrel elemezve elmondható, hogy az első differenciázott értékek stacioner folyamatot alkotnak (az ADF²²-teszt p-értéke alapján nem tudjuk elutasítani a nullhipotézist, miszerint a folyamat stacioner egyik szokásos szignifikanciaszint mellett sem). A differenciázott idősor a BG-teszt (Breusch-Godfrey teszt) alapján nem tudjuk elutasítani a

²² Kiterjesztett Dickey-Fuller teszt

nullhipotézist, miszerint fehérzaj folyamatról van szó, ám ellenőrizve az idősor korrelogramját (ACF és PACF), ez nem tűnik hihetőnek, így az autokorrelációkból és a parciális autokorrelációkból reálisnak hihető ARIMA(0,1,1), ARIMA(1,1,0), ARIMA(2,1,0), ARIMA(2,1,1), modelleket vettem össze egymással, Akaike és Bayes-Schwarz információkritériumok (IC) alapján. A döntés egybevágott mindkét IC-t tekintve, a legjobbnak az ARIMA(0,1,1) modellt ítélve. Ez nem melleleg megegyezik az R beépített *auto.arima* függvénye által javasolt késleltetési struktúrával.

A modell becslőegyenlete a késleltetési struktúrában:

$$\Delta y_t = \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Ahol a függőváltozó a TTR differenciázott időszora, az egyenlet jobb oldalán pedig jól látszik az MA(1) folyamat. Az ε_t normális eloszlású fehérzaj 0 várható értékkel, és szigma szórással, ahol a becsült szigma értéke (a modell alapján): 0.0868.

Annak érdekében, hogy a modellbecslések pontosabbak legyenek, bevontam extra magyarázóváltozókat. Az ARIMA modellt kiegészítettem a többi V4 ország TTR adatsoraival, így végül egy ARIMAX modellt becsültem. Logikai szempontból úgy következtetes, hogy a többi ország TTR időszorainak egyes késleltetettje szerepeljen külső változóként a modellben, hiszen az nem állná meg a helyét, hogy azok jelen értékeit ismerem, a magyar tényadatot pedig nem és így következtetnék rá.²³ A regionális változók mellé bevontam még a népességstatisztikai mutatókat (halálozási ráta, élveszületések száma, csecsemőhalandóság), az különböző időszakokat jelölő dummy változókat²⁴, illetve szociológiai és társadalmi jellemzőket is figyelembe vettem (házassági mérleg).

Az országok termékenységi időszorai között jelen levő erős multikollinearitás miatt a változók p-értékeit nagyon magasnak becsülte a modell, emellett a többi magyarázóváltozó között vett korrelációk értéke is sok esetben magasnak tekinthető. Ennek ellenére egyedül a halálozási ráta és a házassági mérleg együtthatója nem tekinthető szignifikánsnak 5%-os alfa mellett.

Mivel a multikollinearitás miatt csak a standard hibák (és ezáltal a p-értékek) lesznek torzítottak, maga a pontbecslés nem, ezért ugyan a magyarázóváltozók relatív fontosságát

²³ A további modelleknél is alkalmaztam ezt a fajta eltolást a szomszédos országok TTR értékeinél, hogy az időbeli logikai ugrást kezeljem.

²⁴ Ezek a TTR időszorában bekövetkezett strukturális töréseket követik le, melyek szakirodalmi bemutatása a fentebbiekben olvasható, a konkrét határok meghúzása a *prophet* modellnél lesz részletesen bemutatva.

egymáshoz képest nem igazán érdemes összehasonlítani (p-értékek alapján), viszont az eredményeket minden további nélkül össze lehet vetni a többi modellével.

	Becsült együtthatók	Z teststatisztika értéke	Pr(> z)
<i>MA(1)</i>	0.40680985	4.8171	1.457e-06 ***
<i>halalozasi_rata</i>	0.00465654	1.2918	0.196433
<i>csecsemohalandosag</i>	-0.00193057	-2.3492	0.018815 *
<i>dummy1964elott</i>	-0.00217552	-0.0962	0.923339
<i>dummi2003elott</i>	-0.00599171	-0.3727	0.709371
<i>ttr_lengyel</i>	0.08889099	1.9947	0.046072 *
<i>ttr_slovakia</i>	0.20707343	2.9267	0.003426 **
<i>ttr_cseh</i>	-0.25089419	-2.6579	0.007862 **
<i>szuletes</i>	0.12524206	38.7017	< 2.2e-16 ***
<i>hazas_merleg</i>	-0.00096325	-0.2023	0.839643

12. Ábra: Az ARIMAX modell együtthatói és szignifikanciájuk.

A modell becslőegyenlete a késleltetési struktúrában:

$$\Delta y_t = \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \beta X_t + \varepsilon_t$$

Ahol a függőváltozó a TTR differenciázott idősora, az egyenlet jobb oldalán pedig szerepel az MA(1) folyamat θ_1 együtthatóval, az exogén magyarázóváltozók mátrixa (X_t), azok együtthatóinak vektora (β), illetve a hibatag.

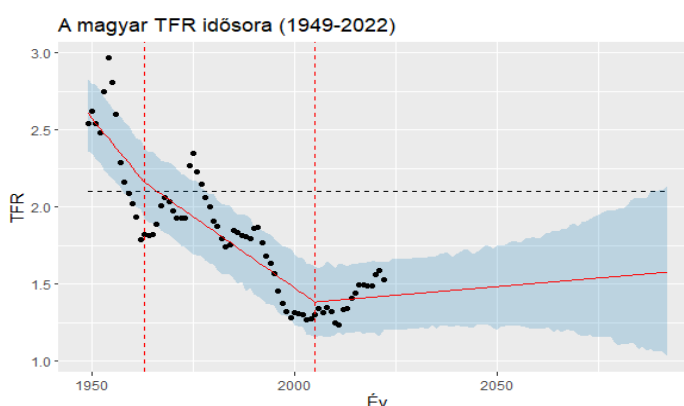
X.3. Prophet

A *Prophet* csomag alkalmazásával különböző modelleket és előrejelzéseket futtattam le. A modellek kiindulópontját az a szakértők által alkalmazott feltételezés adta, hogy hosszútávon a termékenységi ráta a 2,1-es egyensúlyi értékhez konvergál. Amit külön vizsgáltam még a modellhangolásnál az a strukturális törések témaköre volt. Ahogy azt a dolgozatom elején is részleteztem, a magyar termékenységi ráta alakulását egyrészt globális trendek befolyásolták (határozott csökkenés, majd egy stagnálás, enyhe növekedés időszaka), illetve az erre válaszként érkező népesedéspolitikai beavatkozások, melyek szinte kivétel nélkül a TTR növekedését célozták. Amit szintén láthatunk az idősoron, hogy bár a beavatkozások után

mindig egy emelkedő szakasz következett (beigazolódni látszik a feltételezés, hogy volt rövidtávú hatásuk az intézkedéseknek), mégis a hosszabbtávú trendet ezek kisebb mértékben befolyásolták.

Jól látszik a 13. ábrán is, hogy ha megengedőbbek vagyunk azt illetően, hogy mennyi töréspontot azonosíthat a modell (*changepoint.prior.scale* = 0,1, a 0,05-ös alapbeállítás helyett²⁵), de továbbra is kellően alacsonyan tartva a regularizációs paraméter értékét, akkor a kettő trendváltást 1963 és 2000-es évek elejére azonosítja (2003-ra).

A függvénynél külön elemeztem a töréspontok elhelyezését, melyre optimalizációs függvény építettek be a szerző. Ennek rugalmasságát kívülről is lehet szabályozni többek között a prophet függvény *changepoint_prior_scale* paraméterével, melynek minél nagyobb az értéke, annál rugalmasabb a töréspontokat illetően a függvény. Ennek alapbeállítása 0,05, a magyar TTR esetében az optimális érték 0,1 volt, így az alapértelmezett értéken változtatva ezzel dolgoztam. Ennek részletes indoklása Módszertan fejezet Prophet részében (VIII.3.) olvasható.

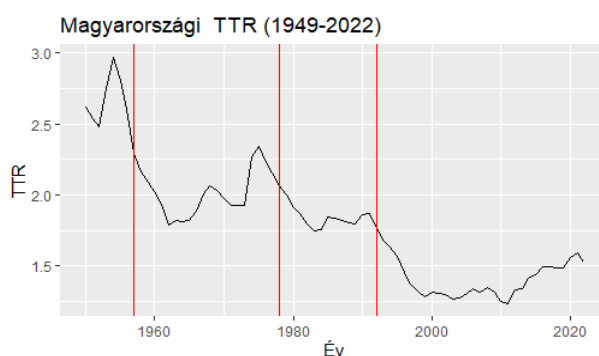


13. Ábra: A magyar TTR idősorának modellezése és előrejelzés (70 évre), automatikus töréspont meghatározással.

Ezt a felosztást erősíti a szakértők által alkalmazott előfeltevés, hogy bár az üteme és határértéke országoként máshogy alakulhat, de hosszútávon egy bizonyos értékhez tart a TTR. Az európai régióra a 2,1-es egyensúlyi értéket tekintik mérvadónak, amit tartalmaz is a hetvenéves előrejelzés konfidenciaintervalluma (bár a becslések végén, 2090 körül). Ezt a fajta mozgást támasztja alá a demográfiai elmélet is (melyet a Modellezés fejezet BayesTFR részében már részletesebben ismertettem).

²⁵ Ellenőriztem a modell illeszkedését és azt, hogy milyen trendet becsül a következő évekre mindkét esetben (*changepoint_prior_scale* értékét 0,1-ként és 0,05-ként definiálva). Míg a 0,05-ös értékkel csak egy darab töréspontot azonosít a modell, és egy erősen csökkenő trendet jelez előre (mintha nem venné figyelembe az idősor végi trendváltást), addig a 0,1-es értékkel egy realisztikusabb becslést kapuk.

Az R *srtucchange* csomagjából a *breakpoints* függvényt használva megvizsgáltam, hogy a BIC (Bayesian / Schwarz information criterion) információs kritérium szerint mekkora az optimális töréspontszám, illetve az idősor mely részein helyezkednek el, ezt összevetettem a *prophet*-modell ajánlásával. Az eredmények alapján elmondható, hogy három lényeges pontot azonosíthatunk be, ezek sorrendben a következők: 1958; 1979 és



14. Ábra: Magyarországi TTR alakulása. Az ábrán pirossal jelöltem az R *strucchange* csomagjának *breakpoints* nevű függvénye által jelölt szakaszhatárokat. Saját szerkesztésű ábra.

1993. A függvény a maradéktag négyzetösszegét minimalizálja, ahol az n darab töréspont által meghatározott $n+1$ szakaszhoz külön együtthatót becsül (mintha dummy változóként szereplnének az egyenletben)²⁶. Mivel a *prophet* modell által javasolt töréspontok a történelmi eseményekkel, különböző intézkedésekkel nagyobb összhangot mutat, így azt fogom használni a későbbiekben. A 14. ábrán látható töréspontok lehet, hogy ez alapján a módszertan alapján megfelelően becsüli a szakaszhatárokat, mégis mivel egy-egy jelentősebb csökkenő szakasz közepe táján helyezkednek el, nehezebb történelmi, népességgazdasági indokot találni rá, hiszen azok jellemzően trendváltást idéztek elő. Így végül a Ratkó-korszak utáni, immár kevésbé „erőszakos” módszereket alkalmazó, de szintén pro-natalista politikával jellemezhető korszaknál húztam meg az első és a második szakasz határát (melynél a markánsan csökkenő trendet növekedő TTR értékek váltják fel). A második határt pedig a kétezres évek eleji (2003) trendváltás jelenti (szintén csökkenésből vált át, ám ebben az esetben egy alacsonyabb ütemű növekedésbe).

Ahogy a többi modellnél is, itt is bevontam egyéb magyarázóváltozókat a modellezésbe (ezeket az Adatok című fejezetben mutattam be részletesebben).

A 13. ábrán jelöltem a trendváltásokat, illetve kirajzoltam a modell alapján készített 70 éves előrejelzést a magyar TTR idősorára. A beállítással egy stabilan növekvő trend rajzolódik ki, melynek üteme reálisnak tűnik. A konfidenciaintervallumok tartalmazzák a hosszútávú egyensúlyi értéket. Ez a hetvenéves táv végén, 2090 környékére tűnik elérhetőnek.

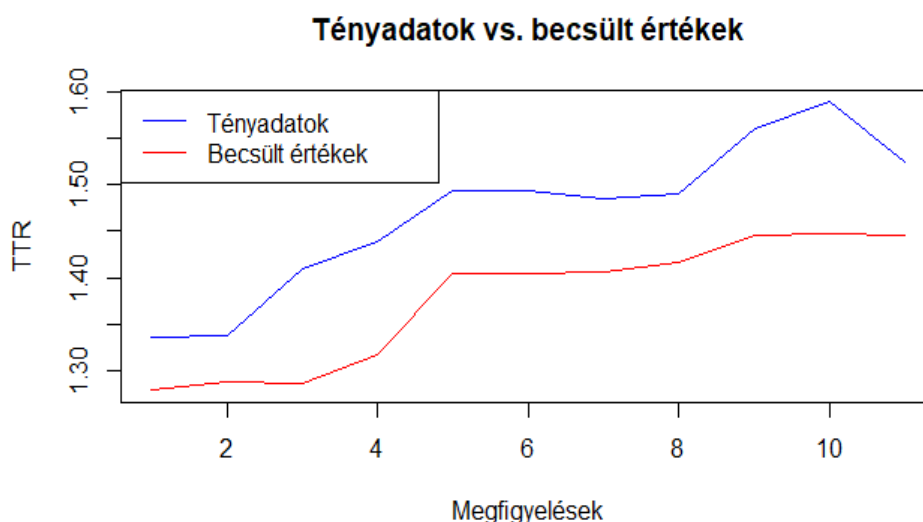
Látva az előrejelzést az optimalizált modell esetében jól látszik, hogy nagyban hasonlít az ENSZ BayesTTR módszere által prediktált magyar TTR alakulására.

²⁶ A túlillesztést elkerülendő, itt is regularizációval kezelik, hogy ne legyen túl sok törés a modellben.

X.4. Random forest

A különböző kutatások eredményei alapján (ld. Berde - Németh, 2014) a véletlen erdő modellem különböző magyarázóváltozóinak a következő adatsorokat választottam: halálozási ráta (demográfiai mutató), illetve a Visegrádi Négyek, azaz Csehország, Szlovákia és Lengyelország teljes termékenységi rátájának időszora, időszakok dummy kódolással (itt és a többi modellnél következetesen ugyanazt a felosztást használtam, ami a *prophet* modell optimalizálása után kaptam), házasságkötési mérleg (házasságok száma – válások száma ezer főre), csecsemőhalandóság és élveszületések ezer főre, végül pedig a „*t*” index, mely a trendhatást hivatott kezelni. Hasonlóan az idézett szakirodalmi munkákhoz feltételeztem, hogy a termékenységi rátát jóval inkább olyan tényezők határozzák meg, melyek nem csupán specifikusan egy országra igazak, hanem egyes régiókra jellemzőek. Ebből kifolyólag érdemesebb lehet együtt vizsgálni a régió országainak termékenységi alakulását és nem csupán külön-külön. Emellett természetesen az ország szintű változókat is bevontam a modellezésbe, hiszen a változók közti összefüggés adott, a teljes kép kirajzolódásához a regionális jellemzők együttes becslésére és a külön az adott ország jellemzői is szükségesek.

A V4 országok termékenységi mutatóit már csak azért is indokoltnak tűnhet együtt elemezni, mert a történelmi háttér is sokban egyezik vagy hasonló módon alakult a második világháború után (a vizsgált időszakban). Hasonlóan a szovjet irányítás/befolyás volt a döntő, majd maga a rendszerváltás és az első demokratikus választások, később a NATO és EU csatlakozás mind erősítik a párhuzamot. A feltételezésen nem változtat, de logikai, modellezési szempontból (és



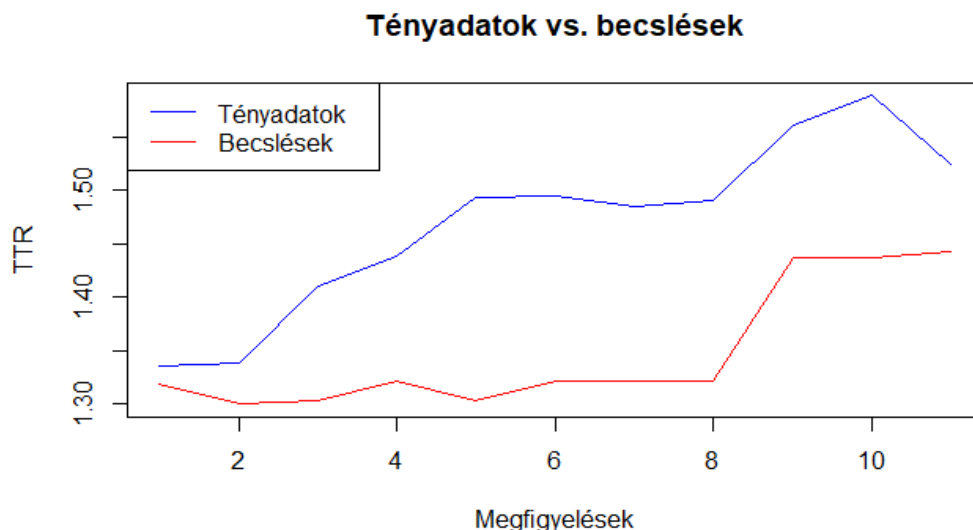
15. Ábra: A véletlen erdő becslései a validációs időszakon a tényadatokkal összevetve. Saját szerkesztésű ábra.

a modell érvényessége szempontjából) fontos, hogy a magyarázóváltozók mátrixában a felsorolt idősorok egy évvel késleltetett értékei szerepelnek.²⁷ Hasonlóan a *prophet* modelleszköztár használata közben felmerült strukturális törések kérdése itt is előjön, így kategorikus változóként beveszem a modellezésbe, hogy az idősor melyik szakaszához tartozik az adott megfigyelés.

A véletlen erdő-modell keresztvalidációja során a tanuló adatok az idősor első hatvankét eleme, a tesztidőszak pedig a maradék évek tényadata. Az eredmények alapján a végső hiperparaméter²⁸ érték közül az $mtry=6$, $min_node_size=5$ volt, emellett a 500 fából áll az erdő. Az $mtry$ paraméter jelöli, hogy az egyes döntési fákból adott elágazásnál mennyi ismerv közül (ezek mindig véletlenszerűen vannak sorsolva) választja ki a modell az optimálisat, míg a min_node_size jelöli, hogy legalább mennyi eleműnek kell lennie a leveleknek az egyes döntési fákból (ha ez a feltétel nem teljesül, nem valósul meg az elágazás, hanem ún. levél lesz belőle).

X.5. XGBoost

Hasonlóan a véletlen erdő-modellhez a tanuló- és a tesztidőszak határa ugyanúgy 2012. A keresztvalidáció alapján a következő értékek bizonyultak a legjobbnak a hiperparaméterek



16. Ábra: XGBoost modell validációs időszaka a tényadatokkal összevetve. Saját szerkesztésű ábra.

²⁷ Hiszen feltesszük, hogy amelyik évre becslést készítünk, arra akkor még nincs tényadat, tehát a szomszédos országok TTR értékeit sem ismerjük még.

²⁸ Az optimalizáció során az RMSE értékét tekintettem alapnak.

állításánál²⁹: $nrounds = 100$ (ez a boosting algoritmus iterációs számát jelöli³⁰), $max_depth = 6$ (döntési fák maximális mélysége, ennek lehatárolása segíti megelőzni a túlillesztést), $eta = 0.1$ (tanulási ráta értéke).

Ahogy a 16. ábrán is látszik, a modell alul becsüli a valós értékeket a validációs időszakban. Ennek több oka is lehet, melyek közül azt emelném ki, hogy valószínűleg felhasznált idősorok hossza nem optimális az algoritmus működéséhez, és ezért a tanulási időszakban optimalizált hiperparaméterekkel a validációs időszak növekvő trendjét csak késve, az utolsó három évre követi a modell.

X.6. ARIMABOOST és ProphetBOOST

Az ARIMA és XGBoost modell, illetve a Prophet és az XGBoost modell ötvöztetésénél az R-ben elérhető *modeltime* csomag automatikus beállításával dolgoztam a modellek hiperparamétereit illetően. A validációs időszakon megjelenik az ARIMA alapú idősoros modell előnye, mely többek között az adatok jellemzőiből, illetve a tanuló- és tesztidőszak határából adódik.

Ezt fontos megemlíteni, hiszen a modellek teljesítménye nagyban függ attól, hogy mennyire befolyásolják őket a strukturális változások, illetve, ha igen, akkor a tanulóidőszak tartalmaz-e arra utaló jeleket, hogy a validációs időszakban pont be fog következni egy ilyen változás (strukturális törés / változás a trendben vagy akár a trend irányában). Hiszen azok a modellek, melyek jól tudják követni ezeket a változásokat, jobb illeszkedést produkálnak a tanulóidőszak adatain, rosszabbul fognak teljesíteni a validációs időszakon csupán azáltal, hogy bekövetkezett egy nem várt irányú változás.

XI. Eredmények

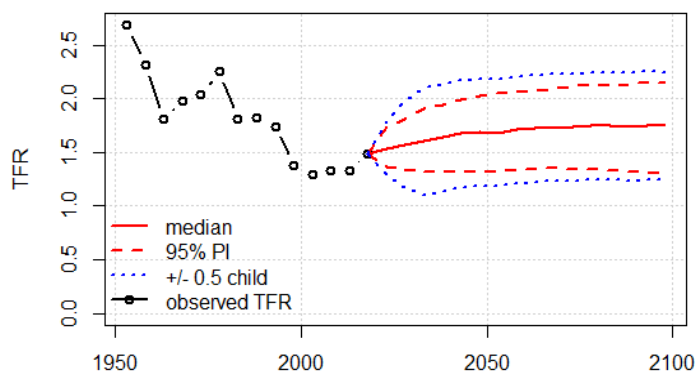
A modellszelekcióhoz végül a MAPE hibamutatót használtam, ez alapján választottam ki a legjobbnak ítélt modellt (amelyik a legkisebb MAPE értékkel rendelkezik a validációs időszakra). A MAPE (Mean Absolute Percentage Error, magyarul „átlagos abszolút százalékos hiba vagy eltérés”) egy könnyen interpretálható bevett hibamutató. A becsült értékek tényadatoktól vett százalékos eltérését nézi, mindezt abszolút értékben átlagolva, hogy a pozitív és a negatív értékek egyenlő súllyal szerepeljenek benne. Ezek alapján elmondható, hogy az

²⁹ Nem emeltem ki minden értéket.

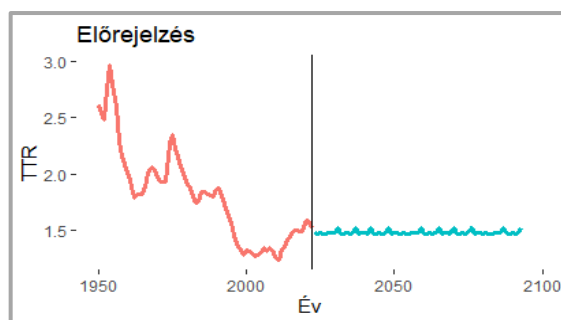
³⁰ Bár az iterációs szám növelésével emelkedhet az illeszkedés pontossága, a futtatások során a hiba értéke már az 50. előtt kellőképpen megközelítette a konvergencia határát.

ARIMABOOST modell teljesített legjobban a validációs időszakon, így ezt a modellt tanítom újra immár az egész idősoron és nézem meg az előrejelzést a 70 éves távra.³¹

XII. Előrejelzések elemzése – 70 éves időtartamra



17. Ábra: Az ENSZ BayesTFR modellje alapján előrejelzés a 70 éves időtávra. Saját szerkesztésű ábra.



18. Ábra: Az ARIMABOOST modell előrejelzése a 70 éves időtávra. Saját szerkesztésű ábra.

A 17. ábrán látható az ENSZ Bayes-i módszertanra alapozó TTR becslése a magyar adatokra, az előrejelzés távja – mely megegyezik a 18. ábrán látható ARIMABOOST modellel – 70 év. Míg az ENSZ által alkalmazott becslés egy enyhén növekvő trendet jelöl, ám 2050 környékétől inkább stagnálás jellemzi a függvényértékek alakulását. Az immár az egész (ismert) adatsoron újratanított ARIMABOOST modell egy ennél alacsonyabb értéken nyugszik meg, a hosszútávú érték körülbelül 1.5, így ez alapján az előrejelzés alapján a reprodukciós szintet mint célt várhatóan nem éri el a magyar TTR.

Jól látszik a 18. ábrán is, hogy az ARIMA(0,1,1) késleltetési szerkezet adja úgymond az előrejelzés gerincét, nagyjából egy adott érték körül ingadozik a függvényérték. A „kiugrásokat”, az ettől való eltéréseket pedig az XGBoost rész generálja. Jelen van egy olyan periodicitás (a kiugrásokat tekintve), mely vélhetően a múltban megvolt, és ez segítette az ARIMABOOST modell illeszkedését. Természetesen nem biztos, hogy ez a hullámmás a jövőben is fennmarad, ám az kétségtelen, hogy az eddigi megfigyelt adatoknál is jelen van a simított trend körüli ingadozás, az attól való eltérés mind pozitív, mind negatív irányba.

Hasonló okból kifolyólag az ENSZ módszertannal lefuttatott előrejelzést is inkább egyfajta simított trendként lehet értelmezni, hogy nagy vonalakban merre becsülik a TTR alakulását.

³¹ A kalibrációs tábla a különböző modellek hibamutatóiról a függelékben található.

Bár az ARIMABOOST modell előrejelzéseit tekintve felmerülhet a kérdés, hogy mennyire valószínű, hogy nagyjából egy adott érték körül ingadozik (de attól jelentősen nem tér el) a függvény jövőbeli értéke, ám ahogy Christina Bohk-Ewald és szerzőtársainak átfogó kutatási is megerősíti, konszisztensen felülteljesíti a kifinomult vagy kevésbé kifinomult előrejelzési módszereket. Természetesen előfordulhatnak kivételek, amikor kevésbé pontosabb becslést ad, ám az általuk vizsgált 20 módszer közül a legjobb 5 közé tartoztak. (Bohk-Ewald et al., 2017).

XIII. Összegzés

Az ARIMABOOST modell teljesített a legjobban a validációs időszakon, ami részben egybeesik azzal, amit Christina Bohk-Ewald és szerzőtársai is megállapítottak munkájukban, hogy az előrejelzés megbízhatósága (/pontossága) kevésbé javul, nem változik arányosan a modellkomplexitással a termékenységi adatsorok modellezését tekintve (Bohk-Ewald et al., 2018). Részben viszont fontos kiemelni, hogy bizonyos változásokat, ingadozásokat stb. tekintve van hova fejleszteni a modelleket, sok mindent a hagyományosabb, „egyszerűbb” módszerek nem tudnak megfelelően kezelni. Ide tartozhatnak a strukturális törések azonosítása, majd az előrejelzésben a becslésük is, de akár az is, hogy a hibatarak alakulását nehezebben tudják kezelni. Ezek a hátrányok különösen azoknál az idősoroknál jelentkeznek, ahol számottevő hirtelen változások vagy egyedi események fordulnak elő. Jól látható, hogy az ARIMA(X) modelleknek vannak korlátai, nem minden idősorhoz lehet őket hatékonyan alkalmazni. A pontosabb előrejelzés érdekében ki lehet egészíteni őket komplexebb pl. gépi tanulási alapú módszerekkel.

Éppen ezért fontos eredmény, hogy az eddig használt módszerek az újabb típusúakkal (itt gépi tanulást alkalmazó módszerekkel) ötvözve javítják a becslések pontosságát. Így tehát bár az egyszerűbb idősoros modellalap a preferált, a hibatarak XGBOOSTtal való modellezése szignifikáns javulást eredményez.

Természetesen nem szabad elfeledkeznünk arról, hogy ez egy specifikus adatsoron vett összehasonlítása a különböző típusú modelleknek, nem tekinthető általános érvényűnek. A gépi tanulás alapú modellezéshez jellemzően nagy mennyiségű adatra van szükség, hogy a tanulás folyamata megfelelő alapot tudjon biztosítani a későbbi becslésekhez, ez a magyar TTR idősorára nem teljesül (74 adatpont), így ez már egyfajta limitációját adja az újabb típusú megközelítéseknek. Emellett fontos megemlíteni még, hogy a TTR alakulása tekinthető „nehezen modellezhető” idősornak, olyan értelemben, hogy mivel népesedéspolitikai cél a

termékenységi ráta emelése³², a reprodukciós szint közelítése, ezért a különböző intézkedések, külső beavatkozások externális sokként jelennek meg visszatérő jelleggel az idősorban. Mivel ezek a hatások úgymond nem következnek közvetlenül akár a többi változóból sem (amiket felhasználtam én is a modellezés során), ezért ezek (várható) jelenléte megnehezíti az előrejelzést.

Összevetve az ENSZ módszertannal szimulált előrejelzést az általam a MAPE hibamutató alapján legjobbnak ítélt ARIMABOOST modell becslésével elmondhatjuk, hogy hasonlóan mentes mindkettő a szélsőséges kilengésektől, nagyobb hullámzásoktól, és egy nem-csökkenő trendet jelenít meg. Különbségként azt emelném ki, hogy az ARIMABOOST modell mivel egy „freezing rate” típusú becslést tesz, a 2,1-es reprodukciós szint elérése nem valószínűsíthető az előrejelzés távján belül. Fontos azonban figyelni arra a tényre, hogy amíg rövid távon jellemzően jobb becslést adnak a teljes termékenységi arányszámra az ilyen típusú modellek, addig a hosszútávú alakulást nem mindig tudják kellően közelíteni.

Összességében a kapott eredmények alapján elmondható, hogy a magyar TTR modellezésénél jobban teljesítenek a hagyományosabb idősor-alapú modellek³³. Mindazonáltal azok kiegészítése gépi tanulási technikával (jelen esetben az ún. ensemble technikának az XGBOOST-t választva) jelentős javulás érhető el a becslések pontosságát tekintve. Így érdemes lehet a két típusú modelles család együttes alkalmazása a TTR idősorainál.

³² Az általam vizsgált magyar idősor teljes hosszán.

³³ A modellezés során a tesztidőszak határa 2003 volt, az utána levő szakaszon végeztem el a validációt. Valamilyen szintű eltérések jelentkezhetnek a hibamutatók értékeit tekintve, ha ez a határ máshol helyezkedik el az időben (ám ezek nem feltétlen lényegi eltérések).

XIV. Függelék

Modelltípus	MAE	MAPE	MASE	SMAPE	RMSE	RSQ
Arima(0,1,1)	0.1	6.69	2.74	6.96	0.11	NA
Prophet	0.41	27.49	11.19	32.31	0.43	0.79
Véletlen erdő	0.06	4.03	1.58	3.94	0.08	0.00
XGBoost	0.35	23.76	9.62	27.06	0.36	NA
ARIMABOOST	0.05	3.73	1.48	3.72	0.07	0.01
ProphetBoost	0.27	17.62	7.24	19.79	0.3	0.85

19. Ábra: Kalibrációs tábla, a különböző modellek validációs időszakon vett hibamutatói. Saját szerkesztésű ábra.

Irodalomjegyzék

- Amit, Y., - Geman, D. (1997). Shape quantization and recognition with randomized trees. *Neural computation*, 9(7), 1545-1588.
- Berde, É., - Németh, P. (2014). Az alacsony magyarországi termékenység új megközelítésben. *Statisztikai Szemle*, 92(3), 253-274.
- Berde, É., - Németh, P. (2015). Csehország, Magyarország és Szlovákia termékenységi idősorainak összehasonlítása. *Hungarian Statistical Review/Statisztikai Szemle*, 93(2).
- Blossfeld, H. P., - Huinink, J. (1991). Human capital investments or norms of role transition? How women's schooling and career affect the process of family formation. *American journal of Sociology*, 97(1), 143-168.
- Bohk-Ewald, C., Li, P., - Myrskylä, M. (2018). Forecast accuracy hardly improves with method complexity when completing cohort fertility. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 115(37), 9187-9192.
- Breiman, L. (2001). Random forests. *Machine learning*, 45, 5-32.
- Chen, T., He, T., Benesty, M., Khotilovich, V., Tang, Y., Cho, H., ... - Zhou, T. (2015). Xgboost: extreme gradient boosting. *R package version 0.4-2*, 1(4), 1-4.
- Chowdhury, A. R. (1988). The infant mortality-fertility debate: some international evidence. *Southern Economic Journal*, 666-674.
- Friedman, J. H. (2001). Greedy function approximation: a gradient boosting machine. *Annals of statistics*, 1189-1232.
- Gábos, A. (2005). A magyar családtámogatási rendszer termékenységi hatásai (Doctoral dissertation, Budapesti Corvinus Egyetem).
- Gauthier, A. H. (2007). The impact of family policies on fertility in industrialized countries: a review of the literature. *Population research and policy review*, 26, 323-346.
- Gleditsch, R. F., Syse, A., - Thomas, M. J. (2021). Fertility projections in a European context: A survey of current practices among statistical agencies. *Journal of Official Statistics*, 37(3), 547-568.

Gyarmati, A. (2008). A népesedéspolitikai, szociálpolitikai, gyermekvédelmi értékek, célok, eszközök változása a magyar családtámogatási rendszerben a rendszerváltástól napjainkig. *Demográfia*, 51(4), 376-405.

György, G. A. T. I. (2000). A gyermekvállalás támogatásának gazdasági motívumai és hatásai. *Századvég*, 4, 77-114.

Harvey, A. C., - Peters, S. (1990). Estimation procedures for structural time series models. *Journal of forecasting*, 9(2), 89-108.

Husz, I. (2006). Iskolázottság és a gyermekvállalás időzítése. *Demográfia*, 49(1), 46-67.

Hyndman, R. J., - Khandakar, Y. (2008). Automatic time series forecasting: the forecast package for R. *Journal of statistical software*, 27, 1-22.

Kapitány, B. (2022). Az első gyermekvállalás életkorának változása Magyarországon. *Korfa*, (3).

KSH [2013a]. "Teljes termékenységi arányszám [1990–2011]". Budapest.

Zsuzsanna Makay, ZsM. (2017). 50 éve vezették be a gyermekgondozási segélyt (GYES). *Korfa*, (3).

Myrskylä, M., Goldstein, J. R., - Cheng, Y. H. A. (2013). New cohort fertility forecasts for the developed world: Rises, falls, and reversals. *Population and Development Review*, 39(1), 31-56.

Myrskylä, M., Kohler, H. P., - Billari, F. C. (2009). Advances in development reverse fertility declines. *Nature*, 460(7256), 741-743.

Neyer, G. (2013). Welfare states, family policies, and fertility in Europe. In *The demography of Europe* (pp. 29-53). Dordrecht: Springer Netherlands.

Őry, P., - Spéder, Z. (2020). Folytonos átmenet: Magyarország népesedése 1920 és 2020 között. *Statisztikai Szemle*, 98(6), 481-521.

Pilinszki, A. (2013). Konfliktusok hatása a párkapcsolati instabilitásra. *Demográfia*, 56(2-3), 144-170.

Raftery, A. E., Alkema, L., - Gerland, P. (2014). Bayesian population projections for the United Nations. *Statistical science: a review journal of the Institute of Mathematical Statistics*, 29(1), 58.

Raftery, A. E., Chunn, J. L., Gerland, P., - Ševčíková, H. (2013). Bayesian probabilistic projections of life expectancy for all countries. *Demography*, 50(3), 777-801.

Sági, J., - Lentner, C. (2020). A magyar népességpolitikai intézkedések tényezői és várható hatásai. *Közgazdasági Szemle*, 67(3), 289-308.

Schmertmann, C. P. (2003). A system of model fertility schedules with graphically intuitive parameters. *Demographic research*, 9, 81-110.

Ševčíková, H., Alkema, L., - Raftery, A. E. (2011). bayesTTR: An R package for probabilistic projections of the total fertility rate. *Journal of Statistical Software*, 43(1), 1.

Spéder, Z. (2005). The rise of cohabitation as first union and some neglected factors of recent demographic developments in Hungary. *Demografia English Edition*, 49(5), 77-103.

Spéder, Z. (2021). Termékenységi mintaváltás–a családalapítás átalakulásának demográfiai nyomvonalai Magyarországon= Fertility Pattern Change–Demographic Traces of the Transformation of Family Formation in Hungary. *Szociológiai Szemle*, 31(2), 4-29.

Szalma, I., - Takács, J. (2012). A gyermektelenséget meghatározó tényezők Magyarországon. *Demográfia*, 55(1), 44-68.

Tamás, B. (2017). Bartus Tamás: Az iskolai végzettség és a második gyermekvállalás. Bizonyítékok az Életünk Fordulópontjai adatbázisból. *Demográfia*, 60(2-3), 149-172.

Tárkányi, Á. (2008). A második demográfiai átmenet néhány főbb tényezője a fejlett világban és Magyarországon. *Demográfia*, 51(4), 406-440.

Taylor, S. J., - Letham, B. (2018). Forecasting at scale. *The American Statistician*, 72(1), 37-45.

Veroszta, Z., - Györgyi, Z. (2021). Képzési háttér és gyermekvállalási tervek. *Educatio*, 30(2), 184-205.

Westoff, C. F. (1978). Marriage and fertility in the developed countries. *Scientific American*, 239(6), 51-57.

Zimmermann, S. (2023). The Changing Politics of Women's Work and the Making of Extended Childcare Leave in State-Socialist Hungary, Europe, and Internationally: Shifting the Scene. *Life Course, Work and Labour: Historical, Sociological and Anthropological Perspectives*, 225-257.