

OTDK-dolgozat

2025

BUDAPESTI CORVINUS EGYETEM

**AZ EUR/HUF VALUTAÁRFOLYAM RÖVIDTÁVÚ
ELŐREJELZÉSE TAR-MODELLEKKEL A TECHNIKAI
ELEMZÉSBEN HASZNÁLT INDIKÁTOROK ALAPJÁN**

**SHORT-TERM FORECASTING OF THE EUR/HUF FOREIGN
EXCHANGE RATE BASED ON TECHNICAL INDICATORS WITH
THE USE OF TAR MODELS**

Hegedűs Gergely

Konzulens: Madari Zoltán és dr. Mák Fruzsina

Kézirat lezárásának dátuma: 2024.04.16.

Tartalomjegyzék

I. Bevezetés.....	1
II. Szakirodalmi összefoglaló	2
II.1. Klasszikus valutaárfolyam-modellek.....	2
II.2. Magas frekvenciájú előrejelzés és nemlineáris hatások	3
II.3. EUR/HUF-specifikus kutatások	4
III. Kutatási kérdések és hipotézisek.....	4
IV. Felhasznált adatok.....	5
V. Módszertan.....	7
V.1. Alapvető idősormodellek.....	7
V.2. Küszöb-autoregresszív modellek.....	8
V.3. Mozgóátlagok és szerepük a modellezés során	10
V.4. Előrejelzés és modellek összehasonlítási szempontjai	11
VI. Eredmények	13
VI.1. Véletlen bolyongás és ARMA-GARCH modellek.....	13
VI.2. A küszöb-nemlinearitás-tesztek eredményei	14
VI.3. A SETAR-modellezés eredményei.....	16
VI.4. Az externális tranzíciós változós modellezés eredményei.....	17
VI.5. Az idősorban azonosított rezsimek vizsgálata	19
VI.6. A mintán kívüli előrejelzés eredményei	22
VII. Összefoglalás, következtetések	24
Felhasznált irodalom	26
Internetes források	29
Függelék.....	30

Ábra- és táblázatjegyzék

1. ábra - Az EUR/HUF árfolyam és loghozamok 2014. április és 2024. április közt	5
1. táblázat - Az EUR/HUF árfolyam és loghozamok leíró statisztikái)	6
2. táblázat - Az EUR/HUF loghozamra vonatkozó statisztikai tesztek eredményei	6
3. táblázat - Előrejelzési képesség összehasonlítására szolgáló mutatók	12
4. táblázat (Függelék) - A vizsgált ARMA-modellek mutatói	30
5. táblázat (Függelék) - Az ARMA-GARCH modellek információs kritériumai	30
6. táblázat – Az RW és az ARMA-GARCH modellek mintán belüli mutatói	14
7. táblázat - Az LR-teszt p-értékei különböző p és k kombinációk mellett	15
8. táblázat - A módosított Tsay-teszt p-értékei különböző tranzíciós változók mellett ...	15
9. táblázat - A potenciális SETAR-modellek paraméterei és pooled-AIC/SSR értékei ...	16
10. táblázat - A SETAR-modellek mintán belüli mutatói	17
11. táblázat - A potenciális TAR-modellek és küszöbértékeik a grid search alapján	18
12. táblázat - A becsült TAR-modellek mintán belüli mutatói	18
13. táblázat - A 0.35% küszöbértékű SETAR(2,1,2) által azonosított rezsimek	19
14. táblázat - A -0.4%/0.46% küszöbértékű SETAR(3,2,2,2)-ban azonosított rezsimek ..	20
15. táblázat - Az MACD-t használó TAR(3,2,2,2) modell által azonosított rezsimek	21
16. táblázat - Az SMA-kat használó TAR(2,2,2) modellek által azonosított rezsimek	21
17. táblázat - A modellek mintán kívüli előrejelzési teljesítménye	22
18. táblázat - A modellek predikciós képességét összehasonlító DM-teszt p-értékei	23

I. Bevezetés

Az EUR/HUF árfolyam fontosságát talán nehéz túlhangsúlyozni Magyarország gazdasága tekintetében. Az árfolyamok a kereskedelmen keresztül mindig hatással vannak az importárakra, így az inflációra is (Hamilton, 2018). Előrejelzésük fontos a monetáris politikai (Kotosz és Tatay, 2013) és a vállalati döntéshozás szempontjából (Komócsin, 2022) is, de a több mint százezer átmenetileg külföldön dolgozó magyarnak (Portfolio, 2023a) és a legnagyobb összegeket eurót használó országokban elköltő magyar turistáknak (Portfolio, 2023b) is lényeges kérdés az, hogy hogyan alakul a forint-euró árfolyam a közeljövőben. Az árfolyam rövidtávú előrejelzése emellett releváns kérdés természetesen a befektetőknek és pl. a *hedge fund*-oknak is (Rime és mtsai., 2010).

A nemzetközi devizapiac szereplői közt az ún. technikai elemzés – amely az árfolyamok múltbeli viselkedése és az abban felfedezhető „mintázatok” alapján kíván azok alakulására előrejelzéseket tenni, és ezzel kereskedési döntéseket segíteni (Neely és Weller, 2012) – már Gehrig és Menkhoff (2006) 18 éve publikált elemzése szerint is népszerű módszer. Mivel a technikai elemzés egyszerű, reprodukálható „szabályokat” kínál, könnyen automatizálható, így az elmúlt évtizedekben az algoritmikus kereskedés is széles körben elterjedt a pénzügyi piacokon (Chaboud és mtsai., 2014).

Dolgozatomban azt a kérdést vizsgálom meg, hogy lehetséges-e a véletlen bolyongásnál és az egyszerű lineáris idősormodelleknél mintán kívül is jobb előrejelzést adni az EUR/HUF árfolyam következő napi (*1-day ahead*) árfolyamára a technikai elemzésben használt indikátorok és a küszöb-autoregresszív (*threshold autoregressive, TAR*) modellek kombinációja segítségével. A dolgozat arra a megállapításra jut, hogy az árfolyam (loghozamának) idősorában azonosíthatók és modellezhetők különböző „rezsimek”, amelyekben az idősor eltérő adatgeneráló folyamatok szerint viselkedik. Továbbá, az ezekre épülő TAR-modellek mintán kívül is valamivel pontosabb előrejelzésekkel szolgálnak, mint a lineáris modellek, azonban ez a különbség statisztikai értelemben már nem szignifikáns.

A dolgozat felépítése a következő: a szakirodalmi összefoglaló (II. fejezet) után bemutatom a kutatási kérdést és a hipotéziseket (III. fejezet), majd a felhasznált adatokat (IV. fejezet). Ezután ismertetem a használt idősor-modellek módszertani hátterét (V.1.-V.2. fejezet), valamint a mozgóátlag-indikátorok szerepét (V.3. fejezet) és a modell-összehasonlítás szempontjait (V.4. fejezet). Ezt követően a részeredmények ismertetése (VI.1.-VI.4. fejezet) után rátérek a kutatási kérdéshez kapcsolódó hipotézisek megválaszolására (VI.5.-VI.6. fejezet) és végül összegzem az eredményeket és levonom a konklúziót (VII. fejezet).

II. Szakirodalmi összefoglaló

II.1. Klasszikus valutaárfolyam-modellek

A lebegő valutaárfolyamok közgazdaságtanának tanulmányozása a Bretton Woods-i rendszer rögzített árfolyamainak 1973-as elhagyása (Shafer és mtsai., 1983) után, az 1970-es évek második felében indult meg igazán. Nem egy egyszerű feladatról van szó: egyes kutatók szerint a nemzetközi gazdaságtan legproblémásabb területe (MacDonald, 1999; Engel és West, 2005; Rogoff és Stavrakeva, 2008), de még az óvatosabb megfogalmazások szerint is minimum kihívást jelentő diszciplína (Taylor, 1995).

A devizaárfolyamokat magyarázni próbáló első modellek makroszemléletű, monetáris, avagy strukturális modellek voltak, amelyek különböző piaci-gazdasági fundamentumokat használták magyarázó változóként. Ezt a paradigmát – amelybe például a fedezett és fedezetlen kamatparitás (*CIP* és *UIP*), valamint a vásárlóerőparitás (*PPP*) elmélete tartozik – Williamson (2008) és Priewe (2014) a racionális várakozások és a hatékony piacok kettős feltevésével (*REEM*) jellemzik. Ugyan nem teljesen kilépve a paradigmából, de Dornbusch (1976; idézi Williamson, 2008) ragadós ár- vagy *overshooting*-modellje már eszközárként kezelte az árfolyamokat is. Hamar kiderült azonban, hogy empirikus szempontból – rövid távú előrejelzések tekintetében – komoly problémák vannak a monetáris modellekkel. Meese és Rogoff (1983) híres tanulmányukban ugyanis egy általános keretrendszerben tesztelték gyakorlatilag a korszak összes monetáris modelljét (Williamson, 2008). Bár megállapításait egyesek a monetáris modellek teljes kudarcaként interpretálják (Boothe és Glassman, 1987), az bizonyos, hogy eredményeik szerint az általuk vizsgált időszakban a dollár és néhány nagy valuta árfolyamának tekintetében, egy évnél rövidebb időtávon egyik modellspecifikáció sem teljesített jobban a véletlen bolyongásnál (Meese és Rogoff, 1983; Taylor, 1995; MacDonald, 1999; Williamson, 2008).

A kutatások Meese és Rogoff cikke után változatos irányokat vettek. Boothe és Glassman (1987) a monetáris paradigmából még nem kilépve ARDL és VECM modellekkel kísérleteztek. Wolff (1987; idézi MacDonald, 1999) időben változó paraméterű modellekkel 1-2 hónapos távlatban „legyőzte” a véletlen bolyongást, míg MacDonald és Marsh (1997; idézi MacDonald, 1999) VECM modellekkel érték el részsikereket az árfolyamváltozás-irány predikciója tekintetében. Rogoff és Stavrakeva (2008) cikkükben erős fenntartásokat fogalmaznak meg a strukturális modellek terén elért előrelépésekkel kapcsolatban, szerintük ezek nagyobb részt csak az új mintán kívüli statisztikai teszteknek és a robusztussági vizsgálatok hiányának köszönhetőek.

II.2. Magas frekvenciájú előrejelzés és nemlineáris hatások

Mások különböző piaci mikrostruktúra-változókkal (pl. *order flow*) próbálták a rövidtávú mozgásokat modellezni (Taylor, 1995; MacDonald, 1999; Lyons és Evans, 1999; idézi Gradojevic és Yang, 2000). De Grauwe és Grimaldi (2006; idézi őket Williamson, 2008 és Priewe, 2014) elméletüket – a REEM-et kritizálva – a viselkedési pénzügyek szempontjából építik fel: kétféle aktort, azaz kereskedőt feltételeznek a devizapiacokon: a fundamentalistákat és a chartistákat. Az elmélet szerint a fundamentalisták REEM-re építő strukturális modellek, míg a chartisták gyakorlatilag a technikai kereskedés „szabályai” szerint viselkednek.

Modelljük – nem empirikus, hanem szimulációkkal meghatározott – eredményei a következők: a devizaárfolyamokat rövid távon általában nem mozgatják a fundamentumok (bár egyfajta hosszú távú kointegráció jelen van), ritka események (*tail events*) jóval gyakrabban történnek, mint azt egy normál eloszlású változónál várnánk, valamint a chartista szabályt követni jellemzően jövedelemzőbb, mint a fundamentalistát. (De Grauwe és Grimaldi, 2006; idézi őket Williamson, 2008)

A magasabb frekvenciájú adatok esetében a szakirodalomban konszenzus uralkodik arról, hogy pl. a napi valutaárfolyamokban nemlineáris adatgeneráló folyamatok vannak (Hsieh, 1989; Baillie és McMahon, 1989; idézi őket Gradojevic és Yang, 2000; Nag és Mitra, 2002). A kutatások hamar a neurális hálók (Gradojevic és Yang, 2000; Nag és Mitra, 2002), valamint később a különböző hibrid – pl. EMD-MARS-SVR (Plakandaras és mtsai., 2015) vagy ARIMA-LSTM (Garcia és mtsai., 2023) – modellek felé fordultak. Az eredmények szerint legtöbb esetben mind a neurális hálók, de különösen a hibrid modellek jobban teljesítenek a mintán kívüli előrejelzésben, mint a véletlen bolyongás vagy a lineáris modellek. Más elemzések, pl. Hsieh (1989) (G)ARCH modellekkel kísérleteztek.

Az rezsinváltós modellek tekintetében Engel (1994) úttörő tanulmánya – Markov-féle modelleket használva – negyedéves és havi adatokon kevés sikert ért el, ezzel szemben azonban Bergman és Hansson (2005; idézi Gharleghi és mtsai., 2014) szerint a Markov-modell felülteljesítheti a véletlen bolyongást.

Boero és Maroccu (2004) eredményei szerint havi és heti adatokon a SETAR modellek csak bizonyos, főleg ritkán előforduló rezsimek esetén szolgáltatnak pontosabb előrejelzést, mint a lineáris modellek. Gharleghi és mtsai. (2014) SETAR-EGARCH, míg Huber (2015) pedig (S)TVAR modellek használatával állapították meg a nemlineáris modellek előnyét az előrejelzésben.

II.3. EUR/HUF-specifikus kutatások

Kifejezetten az EUR/HUF árfolyamra vonatkozó eredmények sokszor csak több közép-európai és/vagy (fél)perifériás országot egyszerre vizsgáló kutatásokban találhatók meg, és akkor is általában csak havi frekvenciájú adatokra vonatkozóan, 1-12 hónapos előrejelzésekkel (pl. Spiesová, 2014; Cuaresma és Hlouskova, 2005; Jaworski, 2021).

Gereben és mtsai. (2006) napi frekvenciájú adatokkal dolgoztak, azonban ők egy strukturális jellegű modellt becsültek *order flow*-adatok felhasználásával. Bár a Meese-Rogoff-féle előrejelzésben – amikor a mintán kívüli adatokban rendelkezésre áll a potenciális magyarázó változók *azonos idejű* értéke – a véletlen bolyongásnál 38%-kal alacsonyabb átlagos négyzetes hibát értek el, ez az „előny” valós, 1 és 5 napra való előrejelzés során 1-3%-ra csökkent.

Hadjixenophontos és Christodoulou-Volos (2017) egyszerű ARIMA-modelleket használtak 2009-2014 közti napi adatokra vonatkozóan – eredményeik szerint az AR(1) a megfelelő specifikáció – azonban a mintán kívüli előrejelzéseik pontosságát nem hasonlították össze semmilyen alternatív modellel.

Galeshchuk és Demazeau (2017) 2000 és 2017 közti napi adatokat használtak és – klasszifikációs problémaként kezelve a modellezést – azt jelezték előre, hogy az árfolyam felfelé vagy lefelé mozdul-e a következő nap. A véletlen bolyongás és az ARIMA 46,6 és 49,2 százalékos pontosságával szemben MLP-vel (*multi-layer perceptron*) 57,1%-os, míg konvolúciós neurális hálóval 66,5%-os pontosságot értek el. Božić és Babić (2015) szintén neurális hálókat alkalmaztak, de előrejelzéseiket nem vetették össze más modellekkel.

Taveeapiradeecharoen és mtsai. (2019) sokdimenziós bayes-i VAR modellekkel jeleztek előre napi frekvenciájú adatokkal, azonban csupán 6 hónapnyi adatot használtak fel – komplex modelljeik az EUR/HUF árfolyam esetében azonban mintán kívül rosszabbul teljesítettek, mint a bayes-i AR-modell.

III. Kutatási kérdések és hipotézisek

Dolgozatommal két tekintetben mutatok újat az ismertett szakirodalomhoz képest. Egyrészt, a napi frekvenciájú EUR/HUF valutaárfolyam előrejelzése tekintetében a legújabb kutatás 2018-as adatokat használ, így mindenképpen érdemes frissebb adatokon is elemzéseket végezni. Másrészt, egyik kutatás sem használt küszöb-autoregresszív modelleket a napi frekvenciájú EUR/HUF árfolyam modellezésére és előrejelzésére, és nem vizsgálták meg a (hosszútávú) mozgóátlag-indikátorok hatását sem.

A dolgozat a következő kutatási kérdésekre kíván választ adni: azonosíthatóak-e a (hosszútávú) mozgóátlag-indikátorok alapján különböző „rezsimek” az EUR/HUF árfolyamban, valamint lehetséges-e a véletlen bolyongásnál és a lineáris modelleknél jobb előrejelzést adni a következő napi árfolyamra a küszöb-autoregresszív (TAR) modellekkel. A dolgozat által vizsgált hipotézisek tehát az alábbiak:

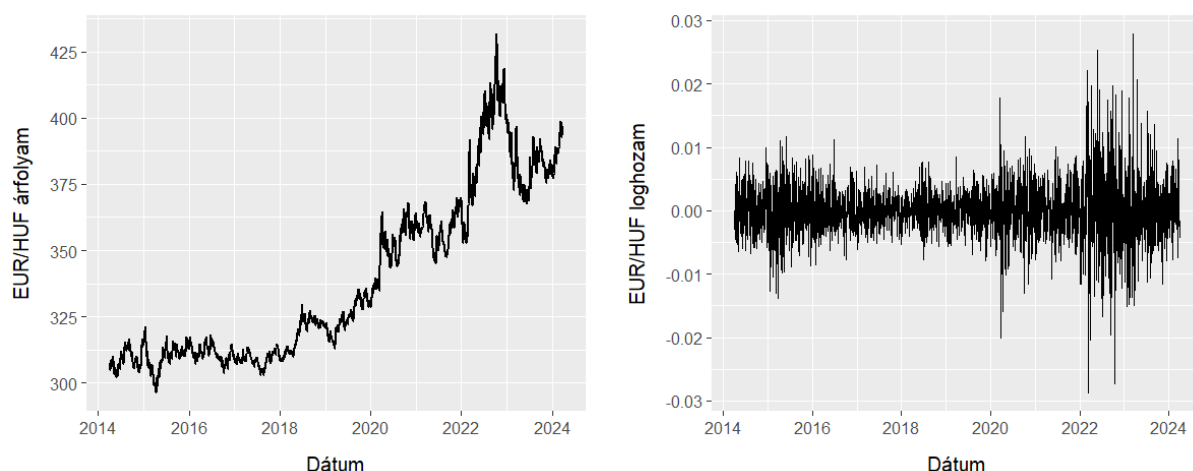
(H1) A napi frekvenciájú EUR/HUF valutaárfolyam idősorában azonosíthatók különböző rezsimek, amelyekben az árfolyam/hozam eltérő adatgeneráló folyamatok szerint viselkedik.

(H2) A küszöb-autoregresszív (TAR) modellek mintán kívül is pontosabb előrejelzést adnak a következő napi árfolyamra, mint a véletlen bolyongás, vagy a lineáris idősor-modellek.

IV. Felhasznált adatok

A kutatás során az EUR/HUF valutaárfolyam 2014. április 1. és 2024. március 31. közti napi záró árait használtam fel, amely a 10 éves időszakra vonatkozóan 2609 kereskedési napot, megfigyelést jelent (Yahoo Finance, 2024). A letöltött adatbázis 2 hiányzó megfigyelést tartalmazott, ezeket interpoláltam. Az elemzéshez az R programnyelv 4.3.2 verzióját és az RStudio szoftvert használtam (R Core Team, 2023).

A napi záró árakat a pénzügyi ökonometriában konvencionális módon, pl. Gradojevic és Yang (2000), Gereben és mtsai. (2006), valamint Hadjixenophontos és Christodoulou-Volos (2017) nyomán logaritmikus hozamokká (továbbiakban: loghozam) alakítottam, így a függő változó az $y_t = \ln P_t - \ln P_{t-1} = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ alakban írható fel, ahol P_t a napi záró ár t időpontban – a megfigyelések száma ezzel tehát 2608-ra csökken. A napi záró árak és a loghozamok grafikonjai alább láthatóak az 1. ábrán:



1. ábra - Az EUR/HUF árfolyam és loghozamok 2014. április és 2024. április közt (Forrás: saját szerkesztés)

A két idősor legfontosabb leíró statisztikái és jellemzői pedig az 1. táblázatban láthatóak:

Mutató	Napi záró ár (P_t) HUF	Loghozam (y_t) százalék
Minimum	296.12	- 2.879
Átlag	338.19	0.009
Medián	323.71	- 0.001
Maximum	431.82	2.796
Relatív szórás	9.39%	4697.79%
Ferdeség	0.72	0.12
Csúcsosság	2.23	7.39

1. táblázat - Az EUR/HUF árfolyam és loghozamok leíró statisztikái (Forrás: saját szerkesztés)

A leíró statisztikák alapján megállapítható, hogy a loghozamnak mind az átlaga, mind a mediánja gyakorlatilag nullával egyenlő. Néhány kivételtől eltekintve 2020-ig 0.01 és -0.01 közt ingadozik, majd ezután a volatilitás megnő. Eloszlása enyhén jobbra ferde, csúcsossága jelentősen nagyobb mint 3, azaz az azonos várható értékű és szórású normál eloszláshoz képest csúcsosabb, tehát jelen van a pénzügyi adatokra jellemző vastag szélű eloszlás (*fat tails*). A nem normális eloszlást a Shapiro-Wilk teszt (p-érték: ~ 0) is megerősíti.

Mivel már az 1. ábrán is látható, hogy az árfolyam nem stacioner – amelyet az ADF-teszt is megerősít (p-érték: 0.94-0.99) – nem csak pénzügyi, hanem statisztikai szempontból is indokolt az árfolyam differenciázása, avagy a loghozam esetében logdifferenciázása.

A loghozam idősorára vonatkozó stacionaritás-, fehérzaj- és nemlinearitás-tesztek eredményei a 2. táblázatban láthatók (az összes teszt esetében, ahol ez megadható, 27 késleltetést állítottam be):

Teszt neve	Teszt-statisztika	Kritikus érték (5%)	Eredmény
ADF-teszt ($\emptyset$ tengelymetszet / trend)	- 37.70	- 3.41	Stacioner
ADF-teszt (tengelymetszet)	473.82	4.68	Stacioner
ADF-teszt (tengelymetszet és trend)	710.73	6.25	Stacioner
Phillips-Peron teszt	- 49.17	- 3.41	Stacioner
KPSS-teszt	0.03	0.15	Stacioner
Ljung-Box teszt	65.77	40.11	Nem fehérzaj
BDS-teszt	11.00 – 16.43	1.96	Nemlineáris hatások
Tsay-teszt	2.99	1.67	Nemlineáris hatások
ARCH LM-teszt	475.89	40.11	Heteroszkedaszticitás
Zivot-Andrews-teszt	- 48.68	- 5.08	Strukt. törés és stacioner

2. táblázat - Az EUR/HUF loghozamra vonatkozó statisztikai tesztek eredményei (Forrás: saját szerkesztés)

A stacionaritás-tesztek¹ eredményei alapján a loghozam idősora 5%-os szignifikanciaszinten stacionernek tekinthető, míg a Ljung-Box teszt szerint ugyanezen szignifikanciaszinten elutasítható az a nullhipotézis, hogy az idősor fehérzaj-folyamat lenne, azaz jelen van benne szignifikáns autokorreláció.

A BDS-teszt alapján az idősorban ezenfelül potenciálisan nemlineáris hatások is találhatók, míg a Tsay-teszt szerint 5%-os szignifikanciaszinten elutasítható a pusztán lineáris adatgeneráló folyamat jelenléte. A Ziwot-Andrews teszt eredménye szerint pedig a strukturális törést tartalmazó stacioner folyamat alternatív hipotézise mellett elutasítható az egységgyök jelenléte. Az ARCH hatásokat vizsgáló LM-teszt alapján a loghozam idősora nem homoszkedasztikus, azaz bizonyos esetekben klasztereződik a volatilitása.

A fenti teszteredmények alapján indokolható lehet az EUR/HUF árfolyam logdifferenciájának nemlineáris, vagy időben változó együtthatójú modellekkel való elemzése.

V. Módszertan

V.1. Alapvető idősormodellek

Az y_t függő változó - azaz az EUR/HUF árfolyam loghozam - adatgeneráló folyamatának leírására, valamint előrejelzésére több különböző modell is becslésre kerül. Viszonyítási alapnak tekinthető először is a véletlen bolyongás (1)², valamint a lineáris ARMA-modell (2).

$$(1) y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{ahol } \varepsilon_t \sim (0, \sigma^2) \text{ és } Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$$

$$(2) y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \quad \text{ahol } \varepsilon_t \sim (0, \sigma^2) \text{ és } Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$$

A véletlen bolyongás (*random walk*, RW) nulla várható értékű, FAE valószínűségi változók kumulált összege (Brockwell és Davis, 2002). Diszkrét idősorok esetén ez azt jelenti, hogy az aktuális megfigyelés mindig egy véletlen értékkel – hibataggal – tér el az előző megfigyeléstől, azaz minden jövőbeli megfigyelésre a „legjobb becslés” a jelenlegi megfigyelés és egy nulla átlagú, fehérzaj-folyamatnak tekinthető hibtag összege (Wooldridge, 2012).

Az ARMA-modell esetében a függő változót saját késleltetett értékeinek és/vagy a hibatag késleltetett értékeinek lineáris kombinációjával, valamint egy konstanssal modellezzük – a hibatagot itt is fehérzaj-folyamatnak feltételezzük (Lütkepohl és Krätzig, 2004). Ha csak a saját késleltetett értékek szerepelnek a modellben, akkor AR(p), ha pedig csak a hibatag késleltetett értékei, akkor MA(q) modelltől beszélünk. Amennyiben a logaritmált EUR/HUF-árfolyamot

¹ Mindegyiknek az R *urca* csomagjában implementált verzióját használtam.

² Ebben az esetben y_t az árfolyam, azaz $y_t = P_t$.

tekintenénk függő változónak, a logdifferenciára felírt ARMA-modell a log-árfolyam tekintetében egy ARIMA(p, 1, q)-modell, azaz elsőrendben integrált.

Amennyiben azonban a vizsgált változó varianciája nem időfüggetlen – ennek leggyakoribb esete a volatilitás klasztereződése, amikor a variancia hirtelen megnő és ezután több időszakon keresztül magas is marad – nem feltételezhetjük azt, hogy a hibatag állandó varianciájú (homoszkedasztikus) fehérzaj-folyamat, hanem a varianciájának modellezésére is szükség van (Lütkepohl és Krätzig, 2004). Erre szolgálnak az ARCH- (3.2.) és a GARCH-modellek (3.3.) (Engle, 1982; Bollerslev, 1986; idézi őket Lütkepohl és Krätzig, 2004). Ezek egy tetszőleges, y_t -re vonatkozó modell³ mellett az alábbi egyenleteket tartalmazzák a hibatag és annak varianciája tekintetében:

$$(3.1.) \varepsilon_t = \sigma_t \eta_t, \text{ ahol } \eta_t \sim WN \text{ és}$$

$$(3.2.) \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \text{ vagy}$$

$$(3.3.) \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Az ARCH(q)-modell esetében a varianciát az y_t -re vonatkozó modellben szereplő hibatag késleltetett értékeivel és egy konstanssal, míg a GARCH(q, p)-modell esetén ezen felül a saját késleltetett értékeivel modellezzük, míg η_t az ún. mögöttes hibatag. (Lütkepohl és Krätzig, 2004).

V.2. Küszöb-autoregresszív modellek

Előfordulhat az is, hogy a függő változó adatgeneráló folyamata nem azonos az egész idősorra vonatkozóan. A TAR (*threshold autoregressive, küszöb-autoregresszív*) modell (4) egy ún. darabonként lineáris modell, amely megengedi, hogy az autoregresszív modell paraméterei időben változzanak egy, a modellező által megfigyelhető és ismert, ún. tranzíciós változó értékétől függően, amely lehet akár az idősor maga is – amennyiben ez így van, akkor SETAR (*self-exciting threshold autoregressive*) modellnek nevezzük. (Tong és Lim, 1980; idézi Tong, 1983; Tong, 1983; Box és mtsai., 2016)

$$(4) y_t = \sum_{j=1}^J I_t^{(j)} \left(\varphi_0^{(j)} + \sum_{i=1}^{p_j} \varphi_i^{(j)} y_{t-i} + \varepsilon_t^{(j)} \right) \quad \text{és } r_{j-1} \leq s_{t-k} < r_j$$

A (4) egyenletben $I_t^{(j)}$ az s_{t-k} tranzíciós változó t-k időpontbeli értékétől függő indikátorfüggvény a j-edik rezsimre vonatkozóan, amely 1 értéket vesz fel, ha a tranzíciós változó a j-edik rezsimben van, és 0-t minden más esetben, ezzel „aktiválva” az adott rezsimben érvényes

³ Amelyben a variancia természetesen már nem időfüggetlen: σ^2 helyett σ_t^2 .

autoregresszív paramétereket. r_j és r_{j-1} a rezsimhatárokat meghatározó küszöbértékek, a zárójelen belül pedig a j -edik rezsimhez tartozó autoregresszív modell paraméterei találhatók. (Box és mtsai., 2016; Cryer és Chan, 2008)

Mint az látható, egy TAR modell becsléséhez rengeteg paraméter meghatározására van szükség, ezek becslése előtt azonban szükség van annak meghatározása, hogy indokolt-e a darabonként lineáris modell használata – erre különböző küszöb- és nemlinearitás-tesztek léteznek. A Keenan-teszt (1985; idézi Box és mtsai., 2016), illetve a Tsay-teszt (1986; idézi Box és mtsai., 2016) a RESET-teszthez hasonló elven működnek, azaz egy korábban becsült lineáris modell becsült értékeinek négyzetét adják hozzá az eredeti modellhez – mindkettő megfeleltethető egy Lagrange-multiplikátor (LM) tesztnek is.

Azonban ahogy arra Cryer és Chan (2008) felhívják a figyelmet, az előbb említett tesztek a kvadratikus nemlinearitás felderítésére szolgálnak, és előfordulhat, hogy kevésbé érzékenyek a küszöb-nemlinearitásra. Kifejezetten a küszöb-nemlinearitás tesztelésére való egy másik, szintén Tsay (1989) által kidolgozott, valamint egy valószínűségi hányados (*likelihood ratio*, LR) teszt (Chan, 1991; Tong, 1990; idézi őket Cryer és Chan, 2008).

A módosított Tsay-teszt egy ún. rendezett autoregresszió (*arranged autoregression*) és prediktív maradéktagokon alapuló teszt, amelynek tesztstatistikája F -eloszlást követ és egy autoregresszív folyamat nullhipotézisével szemben teszteli egy küszöb-autoregresszív folyamat jelenlétét. (Tsay, 1989)

Az LR -teszt egy $AR(p)$ -folyamat nullhipotézisével szemben teszteli egy SETAR-folyamat jelenlétét, és gyakorlatilag a (4) egyenletet használja fel, azzal a különbséggel, hogy $\varepsilon_t^{(j)}$ helyett a zárójelen kívül $\sigma\varepsilon_t$ szerepel, azaz a varianciát konstansnak feltételezi a rezsimok között. Nullhipotézise szerint az elsőtől különböző rezsimokban minden paraméter értéke 0-val egyenlő, tesztstatistikájának eloszlása pedig nem-standard (Cryer és Chan, 2008). Mindkét teszthez szükséges az autoregresszív tagok számának (p), valamint a tranzíciós változó késleltetésének (k) megadása (Tsay, 1989; Cryer és Chan, 2008).

Mint az korábban említésre került, a TAR-modellek becslése többlépéses procedúrát követ. A procedura leírása során főként Tsay (1989) és Cryer és Chan (2008) módszereit követem.

(1) Először szükséges megállapítani a modellben potenciálisan szereplő autoregresszív tagok számát (p). Erre Tsay (1989) vagy a PACF, vagy az AIC alapján való döntést javasolja.

(2) Következő lépésként meg kell határozni az s tranzíciós változót. Bár a potenciális tranzíciós változó ismert lehet a modellező számára, szükséges a (4) egyenletben szereplő k , azaz a tranzíciós változó késleltetésének megadása. Itt szükség van az LR -teszt vagy a

módosított Tsay-teszt ismételt elvégzésére megadott p és k értékek mellett, majd azt a k -t kell kiválasztani, ahol a tesztstatisztika értéke a legmagasabb. (Tsay, 1989; Cryer és Chan, 2008)

(3) Mivel a TAR-modellnek nincs zárt alakú megoldása, először szükséges – egymással összefüggően – J és az r_j -k, azaz a rezsimok számának és a küszöbértékek meghatározása (Cryer és Chan, 2008). Erre egy praktikus megoldás a Gonzalo és Pitarakis (2002) által javasolt ún. *grid search* procedúra, amely AIC vagy egyéb kritérium alapján megkeresi a legjobban illeszkedő kombinációt a potenciális lehetőségek halmazából.

(4) Amennyiben az r_j -k már ismertek és fixek, a végső TAR modell már megbecsülhető a feltételes legkisebb négyzetek (*conditional least squares*, *CLS*) módszerével (Cryer és Chan, 2008) a következő függvény minimalizálásával:

$$L(r_1, \dots, r_j, k) = \sum_{t=p+1}^n \sum_{j=1}^J I_t^{(j)} \left(y_t - \varphi_0^{(j)} - \varphi_1^{(j)} y_{t-1} - \dots - \varphi_p^{(j)} y_{t-p} \right)^2$$

V.3. Mozgóátlagok és szerepük a modellezés során

Mint az már az I. fejezetben említésre került, a technikai elemzés matematikai-statisztikai módszerekkel – nem feltétlenül modellekkel! – próbálja az árak, árfolyamok változását megjósolni, főképp a múltban megfigyelhető árak és egyéb piaci információk figyelembevételével (Végh, 2016; Fang és mtsai., 2014). Rengeteg módszer és szabály létezik, jelen dolgozat szempontjából azonban elsősorban a mozgóátlagokhoz kapcsolódó indikátorok a lényegesek, jelen alfejezetben tehát ezek kerülnek bemutatásra.

Az indikátorok általában kétféle, az egyszerű (*simple moving average*, *SMA*) vagy az exponenciális (*exponential moving average*, *EMA*) mozgóátlagra épülnek (Ellis és Parberry, 2005; Végh, 2016), melyeket az alábbi képletekkel lehet megadni, ahol t az adott időpont, n pedig azt adja meg, hogy hány napos mozgóátlagról van szó:

$$SMA(t, n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{t-i}$$

$$EMA(t, n) = y_t \left(2/(n+1) \right) + EMA_{t-1} \left(1 - (2/(n+1)) \right)$$

A legegyszerűbb indikátorok az aktuális árfolyamot vetik össze valamilyen SMA-val, majd azt vizsgálják, hogy az árfolyam alulról vagy felülről „áttöri-e” azt, ezzel vételi, vagy eladási jelzést mutatva a kereskedők számára. Az adott SMA lehet rövidtávú, pl. 5, 10 vagy 20 napos, vagy hosszabb távú, pl. 50, 100, 200 napos is. (Ellis és Parberry, 2005; Marshall és mtsai., 2017). Ettől kis mértékben különbözik az a módszer, amikor egy rövidebb és egy hosszabb távú mozgóátlagot hasonlítanak össze ugyanilyen szempont szerint (XTB.com, n.d.).

Egy másik indikátor a konvergencia-divergencia mutató (*moving average convergence-divergence, MACD*), amely a 12 és a 26 napos EMA különbségéből számolható ki, és az ehhez kapcsolódó szignál-vonal, amely a 9 napos EMA-val egyenlő. Ebben az esetben vagy az MACD és a szignál-vonal, vagy az MACD nullához viszonyított helyzete kerül vizsgálat alá és ebből próbálnak vételi-eladási jelzéseket meghatározni a kereskedők (Forex.com, n.d.; Végh, 2016).

Jelen dolgozatban a TAR-modellek alkalmazása során a fentebb említett indikátorok kerülnek felhasználásra, mint tranzíciós változó. Ennek alapja az a feltevés, hogy mivel a kereskedők és az algoritmusok (többek közt) ezeket az indikátorokat figyelik, elképzelhető, hogy eltérő rezsimek és adatgeneráló folyamatok alakítják az árfolyam/loghozam alakulását, attól függően, hogy az adott indikátor(ok) milyen értéket vesz(nek) fel.

A konkrét tranzíciós változó az MACD esetében adott, míg az egyszerűbb indikátorok esetén két idősor, pl. az árfolyam és az 50 napos mozgóátlag hányadosával adható meg. A modellezés során azon indikátorokat fogom felhasználni, amelyek esetében a tesztek eredménye alapján szignifikáns küszöb-nemlineáris hatások azonosíthatóak.

V.4. Előrejelzés és modellek összehasonlítási szempontjai

Ha egy modell és a paraméterei a mintán belül (*in-sample*) már megbecslésre kerültek, először szükség van a modelldiagnosztika elvégzésére, majd amennyiben egy modellt megfelelőnek ítélünk az előrejelzésre, végre tudjuk hajtani magát az előrejelzést, végül pedig össze tudjuk hasonlítani alternatív modellek teljesítményével.

A modelldiagnosztika során elsősorban a maradéktagok – azaz a valós és a modell által becsült értékek különbségének – elemzése szükséges. Röviden összefoglalva, egy modell potenciálisan akkor alkalmas az előrejelzésre, ha maradéktagjai 0 átlagúak (Montgomery és mtsai., 2008) és nincs bennük autokorreláció, valamint lehetőleg konstans a varianciájuk⁴ (Lütkepohl és Krätzig, 2004). Továbbá érdemes még a maradéktagok/mögöttes hibatagok normalitálását is vizsgálni, hiszen amennyiben ez nem teljesül, az lehet például valamilyen kezeletlen nemlineáris hatás eredménye is (Lütkepohl és Krätzig, 2004).

Az előbbi feltételek ellenőrzésének legpraktikusabb módja tesztelni azt, hogy a maradéktagok fehérzaj-folyamatot (*white noise, WN*) alkotnak-e – hiszen ennek definíciója kielégíti az első 3 feltételt, normális eloszlású fehérzaj esetén pedig a negyediket is.

⁴ (G)ARCH esetén ez az ún. mögöttes hibatagra vonatkozik.

A következő lépés a mintán kívüli (*out-of-sample*) előrejelzés végrehajtása, amelyre több módszer is létezik. Először szükséges az előrejelzési horizont (h) megválasztása, azaz, hogy hány időszakra kívánunk előrejelezni. Jelen dolgozatban Rime és mtsai. (2010) nyomán – akik szerint ez a legrelevánsabb a gyakorlatban, pl. a hedge fund-ok számára – $h = 1$, azaz mindig a következő napra való előrejelzés kerül elvégzésre. Mintán kívüli adatbázisnak a vizsgált időszak 20%-át, a 2022. március 30-tól 2024. március 31-ig tartó időszakot választottam.

Ahhoz, hogy statisztikai szempontból átfogó képet kapjunk a modellek előrejelzési képességéről, szükséges az előrejelzések ismételt, több megfigyelésen való végrehajtása. Erre 3 fő módszer létezik: a rekurzív, a gördülő, és a fix mintás módszer. Rekuszív minta esetén az mintán belüli időszak kezdete fix és minden előrejelzés során egyenként adódnak hozzá a megfigyelések, azaz folyamatosan nő a becslésre használt minta elemszáma. Gördülő (vagy csúszó ablakos) minta esetén a becslésre használt minta elemszáma fix, kezdeti és végső időindexe minden alkalommal eggyel nő. Az előbbi két módszer esetén a modell paraméterei minden egyes lépés során újra becslésre kerülnek. Fix minta esetén a paraméterek becslésére használt minta állandó, és nem változik az előrejelzések ismételt elvégzése során sem. (Clark és McCracken, 2011)

Amennyiben rendelkezésre állnak a mintán kívüli előrejelzések, különböző mutatók alapján összehasonlításra kerülhet az egyes modellek előrejelzési képessége. A leggyakrabban használt mutatók a 3. táblázatban láthatóak – ahol $e_t = y_t - \hat{y}_t$ a becslési hiba, azaz a valós és a becslt érték különbsége a t időszaki megfigyelésre, T pedig az elemszám:

Mutató	Képlet	Mutató	Képlet
MSE	$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t^2$	MSPE	$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\frac{e_t}{y_t}\right)^2$
RMSE	$\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t^2}$	RMSPE	$\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\frac{e_t}{y_t}\right)^2}$
MAE	$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t $	MAPE	$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left \frac{e_t}{y_t}\right $

3. táblázat - Előrejelzési képesség összehasonlítására szolgáló mutatók (Forrás: Vilniškis és Michalauskas (2023))

Használatos még egy, a fentiektől eltérő elven működő mutató is, amely azt mutatja meg, hogy a modell milyen arányban becsli meg helyesen a vizsgált változó irányváltását:

$$DS = \frac{100}{T-1} \sum_{t=2}^T d_t, \quad \text{ahol } d_t = \begin{cases} 1, & \text{ha } (y_t - y_{t-1})(\hat{y}_t - \hat{y}_{t-1}) > 0 \\ 0 & \text{minden más esetben} \end{cases}$$

Mivel a becslési hibák összessége statisztikai értelemben csupán egy minta, érdemes azt megvizsgálni, hogy két modell előrejelzési képessége statisztikai értelemben eltérő-e – erre szolgál a Diebold-Mariano teszt (Diebold és Mariano, 1995), amely azt a nullhipotézist teszteli, hogy két modell maradéktartalmát tartalmazó veszteségfüggvény várható értéke egyenlő-e – a teszt természetesen elvégezhető egyoldali és kétoldali próbaként is. A standard normális eloszlású tesztstatisztika az alábbi formában adható meg:

$$S = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{2\pi\hat{f}_d(0)}{T}}} \sim N(0,1)$$

Az elemzés során – mivel az összehasonlítani kívánt modellek eredményváltozója, és annak skálája is azonos – az MSE, MAE és DS mutatók kerülnek kiértékelésre, valamint a Diebold-Mariano tesztet használok a különböző modellek előrejelzési képességének összehasonlítására.

VI. Eredmények

VI.1. Véletlen bolyongás és ARMA-GARCH modellek

Mint az már részben említésre került, a dolgozatban az előrejelzési képesség kiértékelése során viszonyítási alapként a véletlen bolyongás és az ARMA-modellek szolgálnak, mivel azonban az idősorban ARCH-hatások találhatók, ARMA-(G)ARCH modelleket használtam. (A véletlen bolyongás szerepeltetése elsősorban a szakirodalom nyomán indokolt, míg az ARMA-(G)ARCH modellekkel való összehasonlítás gyakorlati szempontból releváns.)

Ehhez elsőként megvizsgáltam a potenciális ARMA-modelleket (Függelék, 4. táblázat), majd az ARMA-struktúrákhoz választottam (G)ARCH-struktúrát (Függelék, 5. táblázat) az információs kritériumok alapján. Mivel az eltérő ARMA-specifikációk más mutatók alapján teljesítettek jól⁵, végül az AR(1), AR(2), MA(1), MA(2) és ARMA(2,2) modelleket vettem tekintetbe, mindegyikhez GARCH(1,1) specifikációt választva, ugyanis minden esetben ez szolgáltatta a legalacsonyabb AIC és BIC értékeket. A modellek paraméterei az R *rugarch* csomagja segítségével kerültek megbecslésre.

A modellek paramétereinek becslése után elvégeztem a mintán belüli – 2014. április 1. és 2022. március 29. közti, 2086 megfigyelés tartalmazó időszakra való – becslést. A véletlen bolyongás és az ARMA-GARCH modellek mintán belüli mutatói alább láthatóak:

⁵ Pl. az MA(1)-nek a legalacsonyabb a BIC-je, az ARMA(2,2)-nek pedig az AIC-je, de 1-hez közeleiek a gyökei.

Modell	DS	MSE	MAE
Véletlen bolyongás (RW)	51.65%	2.675e-05	0.00381
AR(1)-GARCH(1,1)	50.67%	1.410e-05	0.00276
AR(2)-GARCH(1,1)	51.25%	1.409e-05	0.00276
MA(1)-GARCH(1,1)	51.10%	1.410e-05	0.00276
MA(2)-GARCH(1,1)	51.20%	1.409e-05	0.00276
ARMA(2,2)-GARCH(1,1)	53.31%	1.407e-05	0.00276

6. táblázat – Az RW és az ARMA-GARCH modellek mintán belüli mutatói (Forrás: saját szerkesztés)

Az eredményekből látható, hogy mintán belül az árfolyam irányváltozásának előrejelzése tekintetében csupán az ARMA(2,2)-GARCH(1,1) modell tudott a véletlen bolyongásnál némileg jobb eredményt elérni, míg MSE és MAE tekintetében elhanyagolható a modellek közti különbség – bár a véletlen bolyongásnál mindegyik alacsonyabb mutatót produkál.

A modelldiagnosztika szükséges lépéseként elvégeztem a fehérzaj-teszteket is minden modell maradéktagjaira vonatkozóan, melynek eredményei azonosak a véletlen bolyongáson kívül az összes model esetén, mind a Ljung-Box-, mind a Breusch-Godfrey-teszt használata mellett: 5%-os szignifikanciaszinten 10 vizsgált késleltetésnél fehérzaj a maradéktag, 20 esetén azonban már nem, tehát a modellek előrejelzésre csak korlátozottan alkalmasak.

VI.2. A küszöb-nemlinearitás-tesztek eredményei

A TAR-modellezés folyamata előtt a loghozam idősorának mintán belüli részére elvégeztem a különböző nemlinearitás-teszteket: elsőként a Keenan- és a Tsay-tesztet, azzal a fenntartással, hogy ezek elsősorban a figyelmen kívül hagyott nemlineáris hatások – pl. kvadratikus tagok – nem pedig a küszöb-nemlinearitás tesztelésére valók.

A Keenan-teszt két R csomagban (*TSA* és *nonlinearTseries*) is implementálva van, ebből a *TSA*-verzióban szükséges megadni az AR tagok számát (p), míg ezt a *nonlinearTseries*-verzió automatikusan választja ki. Az első esetben $1 \leq p \leq 10$ -re végeztem el a tesztet, e szerint az AR-folyamat nullhipotézisét csupán $p = 1$ esetén lehet elutasítani (p -érték: 0.006), míg a második verziónál $p = 18$ került kiválasztásra, 0.028-as p -érték mellett. A *TSA* csomagban implementált Tsay-teszt $1 \leq p \leq 10$ -re minden esetben elutasította az AR-folyamat nullhipotézisét 5%-os szignifikanciaszinten. Bár a tesztek eredményei nem teljesen konzisztensek, nem lehet egyértelműen elutasítani a nemlineáris hatások jelenlétét.

Következő lépésként a szintén a *nonlinearTseries* csomagban implementált LR-tesztet végeztem el – azzal a fenntartással, hogy ez egy SETAR-folyamattal szemben teszteli az AR-

folyamat nullhipotézisét. Ennek eredményei alább láthatóak, a 7. táblázatban. (A teszt elvégzéséhez szükséges azon alsó és felső percentilisek megadása, amelyekben belül a teszt a küszöb-értékeket keresi: minden k és p kombinációra három tesztet végeztem el, 5-95, 10-90 és 15-85 percentilisekkel, tehát pl. a táblázat $p=1$, $k=1$ mezője azt mutatja, hogy ezen három esetben milyen intervallumban találhatók a teszt p -értékei.)

	$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$
$k = 1$	0.003 – 0.011	0.005 – 0.021	0.004 – 0.012
$k = 2$	0.002 – 0.431	0.000 – 0.306	0.012 – 0.151
$k = 3$	0.366 – 0.623	0.064 – 0.544	0.000 – 0.373

7. táblázat - Az LR-teszt p -értékei különböző p és k kombinációk mellett (Forrás: saját szerkesztés)

A teszt eredményei szerint $k=1$ -re 5%-os szignifikanciaszint mellett minden vizsgált esetben elutasítható az AR-folyamat nullhipotézise. A tranzíciós változó 2-es késleltetése esetén a nullhipotézis csak akkor elutasítható, ha a küszöb-érték keresése nagyon széles intervallumban, 5. és 95. percentilis között történik, míg hármas késleltetés esetén csupán egy vizsgált esetben kaptam 5% alatti p -értéket. Ezen eredmények alapján egy SETAR-modell becslése $k=1$ esetén a legplauzibilisebb és a küszöb-értékek valószínűleg szélsőségesen alacsonyak vagy magasak.

Végül elvégeztem az *NTS* csomagban implementált módosított Tsay-tesztet, amely már externális tranzíciós változók kezelésére is képes. Itt $1 \leq p \leq 4$ autoregresszív késleltetést vizsgáltam $k=1,2$ tranzíciós változó-késleltetés mellett, az első oszlopban található tranzíciós változókra vonatkozóan.

Tranzíciós változó	$k = 1$				$k = 2$			
	$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$	$p = 4$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$	$p = 4$
<i>MACD</i>	0.036	0.144	0.016	0.012	0.069	0.144	0.016	0.012
$\frac{Sznál}{MACD}$	0.378	0.195	0.005	0.093	0.174	0.195	0.005	0.093
$\frac{y_t}{SMA_{10}}$	0.968	0.697	0.727	0.051	0.801	0.697	0.727	0.051
$\frac{y_t}{SMA_{20}}$	0.295	0.321	0.096	0.070	0.212	0.321	0.096	0.070
$\frac{y_t}{SMA_{50}}$	0.037	0.235	0.044	0.053	0.076	0.235	0.044	0.053
$\frac{y_t}{SMA_{100}}$	0.004	0.028	0.003	0.001	0.006	0.028	0.003	0.001
$\frac{y_t}{SMA_{200}}$	0.011	0.053	0.008	0.025	0.016	0.053	0.008	0.025

$\frac{SMA_{10}}{SMA_{100}}$	0.005	0.005	0.005	0.000	0.003	0.005	0.005	0.000
$\frac{SMA_{10}}{SMA_{200}}$	0.024	0.024	0.018	0.010	0.019	0.024	0.018	0.010
$\frac{SMA_{20}}{SMA_{100}}$	0.001	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000
$\frac{SMA_{20}}{SMA_{200}}$	0.012	0.006	0.009	0.004	0.010	0.006	0.009	0.004

8. táblázat - A módosított Tsay-teszt p-értékei a különböző tranzíciós változók mellett (Forrás: saját szerkesztés)

A módosított Tsay-teszt eredményei alapján a potenciális tranzíciós változók közül egyedül a 10 és 20 napos mozgóátlag, valamint a szignálvonal-MACD tekintetében nem utasítható el egyértelműen az AR-folyamat nullhipotézise, tehát ezek tranzíciós változóként való használata nem megindokolt. A teszt vegyes eredményekkel szolgált az MACD és az 50 napos mozgóátlag esetén, míg a 100 és 200 napos mozgóátlag, valamint a rövidebb és hosszabb távú mozgóátlagok kombinált használata esetén egyértelműen elutasítható az AR-folyamat nullhipotézise – azaz indokolt lehet az adott idősor tranzíciós változóként való használata a TAR-modellezés során.

VI.3. A SETAR-modellezés eredményei

Ezután elsőként a potenciális SETAR-modelleket vizsgáltam a *tsDyn* csomag segítségével. A folyamat során a potenciális p és k értékek megadása után először a grid search procedúrával megkeresésre kerülnek (1 küszöb esetén) a legalacsonyabb *pooled-AIC* vagy ($2 \leq$ küszöb esetén) *SSR* (*sum of squared residuals*) értékű modellek és a hozzájuk tartozó küszöbértékek, majd megbecsülhetők a konkrét modellek.

Az ARMA-modellezés és a küszöb-nemlinearitás-tesztek eredményei alapján 1 küszöb esetén $p=1,2$ és $k=1,2$ kombinációkat vizsgáltam, míg 2 küszöb esetén az algoritmus minden esetben $p=k+1$ késleltetést ad meg. A procedúrát elvégeztem rezsimenként 10% és 15% minimum megfigyelés-arány mellett is. A potenciálisan legjobb SETAR-modellek és küszöbértékeik a 9. táblázatban láthatók:

	Min. megf. arány	2 rezsím				3 rezsím					
		p_1	p_2	küszöb	pooled-AIC	p_1	p_2	p_3	küszöbök	SSR	
k=1	15%	2	1	0.003376	-17432	2	2	2	- 0.000672	0.003285	0.029112
	10%	1	2	0.004585	-17447	2	2	2	- 0.003859	- 0.000672	0.029068
k=2	15%	1	2	0.003511	-17465	3	3	3	- 0.000162	0.029038	0.029113
	10%	1	2	0.004563	-17486	3	3	3	- 0.004050	0.004584	0.028962

9. táblázat - A potenciális SETAR-modellek paraméterei és *pooled-AIC* / *SSR* értékei (Forrás: saját szerkesztés)

Az eredmények alapján a SETAR(2) modellek közül a SETAR(2,1,2) modellt választottam AIC alapján 0.003511, 0.004585 és 0.004563 potenciális küszöbértékekkel. A SETAR(3) modellek tekintetében igyekeztem azt figyelembe venni, hogy a túlilleszkedés elkerülése érdekében 2-nél nem érdemesebb nagyobb p-t választani, így a két legalacsonyabb SSR értékkel rendelkező SETAR(3, 2, 2, 2) került kiválasztásra. SETAR(4) vagy magasabb rendű modellt szintén a túlilleszkedés elkerülése érdekében nem vettem számításba.

Következő lépésként szintén a *tsDyn* csomag segítségével megbecsültem az 5 potenciális modell paramétereit $k = 1, 2$ esetben, majd elvégeztem velük a mintán belüli becslést a loghozam idősorán, amelynek eredményei a 10. táblázatban láthatóak:

	k = 1				k = 2			
	AIC	DS	MSE	MAE	AIC	DS	MSE	MAE
SETAR(2,1,2)								
0.003511	-23315	50.22%	1.402e-05	0.00277	-23306	51.30%	1.408e-05	0.00276
0.004585	-23312	49.93%	1.403e-05	0.00276	-23312	51.01%	1.404e-05	0.00276
0.004563	-23312	49.74%	1.403e-05	0.00276	-23311	50.91%	1.405e-05	0.00276
SETAR(3,2,2,2)								
-0.004050, 0.004584	-23318	50.84%	1.396e-05	0.00276	-23307	51.97%	1.402e-05	0.00276
-0.003859, -0.000672	-23315	51.75%	1.394e-05	0.00276	-23303	51.20%	1.405e-05	0.00276

10. táblázat - A SETAR-modellek mintán belüli mutatói (Forrás: saját szerkesztés)

Az eredményekből látható, hogy AIC alapján a $k=1$ késleltetésű első SETAR(3) a legjobb, azonban egyértelmű, hogy a becslési pontossági mutatókban egyik modell sem tud az ARMA-GARCH modelleknél jobb eredményt felmutatni: MSE és MAE értékük gyakorlatilag megegyezik az ARMA-GARCH modellekével, míg az irányváltás becslése tekintetében egyik sem pontosabb mint az 53.31%-os DS értékű ARMA(2,2)-GARCH(1,1).

Elvégeztem a fehérzaj-teszteket is, melyek eredménye hasonló az ARMA-modelleknél látottaknál: mind a Ljung-Box-, mind a Breusch-Godfrey-teszt használata mellett, 5%-os szignifikanciaszinten 10 vizsgált késleltetésnél fehérzaj a maradéktag, 20 esetén azonban már nem – mind az 5 modell esetében, $k=1,2$ -re is.

VI.4. Az externális tranzíciós változós modellezés eredményei

A SETAR-modellezés után elvégeztem a becslési procedúrát a potenciális externális tranzíciós változók használatával – a túlilleszkedés elkerülése érdekében minden esetben legfeljebb 3

rezsím, $p_{1,2,3} = 2$ és 10%-os minimális megfigyelés-arány mellett. Az AR-struktúrát az ARMA-modellezés tapasztalatai alapján választottam, valamint azt feltételeztem, hogy rezsimenként 10%-os minimális megfigyelés-arány alkalmas a ritkábban előforduló rezsimok azonosítására, azonban még nem fog néhány kiugró érték egy külön rezsimet alkotni, amely mintán kívül már valószínűleg nem írja le megfelelően az adatgeneráló folyamatot.

Potenciális tranzíciós változóként a VI.2. fejezetben elvégzett tesztek alapján a következőket vettem számításba: MACD, SMA_{100} , SMA_{200} , $SMA_{10/100}$, $SMA_{10/200}$, $SMA_{20/100}$, $SMA_{20/200}$. A grid search procedúrát elvégeztem $k = 1$ és 2 esetén is, azonban adott tranzíciós változó mellett $k=1,2$ -re ugyanazon küszöbértékeket kaptam eredményül, valamint néhány esetben az algoritmusnak nem sikerült konvergálnia, így eredményt sem adott. A potenciális TAR-modellek és küszöbértékeik alább láthatóak, a 11. táblázatban⁶:

Tranzíciós változó	2 rezsim			3 rezsim				
	p_1	p_2	küszöb	p_1	p_2	p_3	küszöbök	
MACD	1	1	- 1.139065	2	2	2	- 0.285215	0.810741
SMA_{100}	Nem konvergált			2	2	2	0.987996	1.020825
SMA_{200}	Nem konvergált			2	2	2	0.997058	1.029527
$SMA_{10/100}$	2	2	1.009200	Nem konvergált				
$SMA_{10/200}$	2	2	1.018660	Nem konvergált				
$SMA_{20/100}$	Nem konvergált			2	2	2	0.992876	1.017755
$SMA_{20/200}$	Nem konvergált			2	2	2	0.993451	1.020569

11. táblázat - A potenciális TAR-modellek és küszöbértékeik a grid search alapján (Forrás: saját szerkesztés)

A küszöbértékek azonosítása után megbecsültem a 8 potenciális modell paramétereit $k = 1,2$ esetben, majd elvégeztem velük a mintán belüli becslést a loghozam idősorán, amelynek eredményei a 12. táblázatban láthatóak:

Modell	$k = 1$				$k = 2$			
	AIC	DS	MSE	MAE	AIC	DS	MSE	MAE
MACD (2 rezsim)	- 23309	52.35%	1.407e-05	0.00275	- 23311	52.78%	1.406e-05	0.00275
MACD (3 rezsim)	- 23336	54.70%	1.382e-05	0.00273	- 23322	52.35%	1.391e-05	0.00275
SMA_{100}	- 23324	51.97%	1.390e-05	0.00275	- 23319	50.43%	1.393e-05	0.00276

⁶ A *tsDyn* csomag externális tranzíciós változó esetén konkrét pooled-AIC és SSR értékeket nem számolt, csak sorba rendezte a modelleket ezek alapján, így a konkrét értékek ezért nincs megadva.

SMA ₂₀₀	- 23326	51.58%	1.389e-05	0.00276	- 23316	51.01%	1.395e-05	0.00277
SMA _{10 / 100}	- 23333	53.41%	1.388e-05	0.00275	- 23316	52.35%	1.400e-05	0.00276
SMA _{10 / 200}	- 23331	51.73%	1.389e-05	0.00276	- 23316	50.62%	1.400e-05	0.00276
SMA _{20 / 100}	- 23326	52.16%	1.389e-05	0.00276	- 23328	52.30%	1.387e-05	0.00275
SMA _{20 / 200}	- 23320	51.49%	1.393e-05	0.00275	- 23310	53.17%	1.399e-05	0.00275

12. táblázat - A becsült TAR-modellek mintán belüli mutatói (Forrás: saját szerkesztés)

Az eredményekből látható, hogy a $k = 1$ késleltetésű, 3 rezsimes, tranzíciós változóként az MACD-t használó TAR-modell rendelkezik a legalacsonyabb AIC, DS, MSE és MAE mutatóval. AIC és DS tekintetében a második legjobb a $k = 1$ késleltetésű, 10 napos és 100 napos SMA arányát használó modell, a harmadik legalacsonyabb AIC értékkel pedig a 10 és 200 napos mozgóátlagot felhasználó, $k = 1$ késleltetésű modell rendelkezik.

A fenti modellek esetében is elvégeztem a maradéktagokra vonatkozó fehérzaj-teszteket, 5%-os szignifikanciaszint mellett azonban kevés kivétellel ugyanaz az eredmény született, mint az ARMA- és a SETAR-modellek esetén – egyedül a legalacsonyabb AIC értéket produkáló, MACD-t használó modell volt az, amelynek maradéktagjai még 20 vizsgált késleltetés mellett is fehérzaj-folyamatot alkotnak, az összes többi modell ezt a feltételt csak 10 késleltetés esetén teljesítette.

VI.5. Az idősorban azonosított rezsimek vizsgálata

Következő lépésként megvizsgáltam a legalacsonyabb AIC értékeket produkáló SETAR- és TAR-modellek által becsült küszöbértékeket és modell-együtthatókat abból a szempontból, hogy ezek ténylegesen eltérő rezsimeket írnak-e le a loghozam idősora tekintetében. A modellek egyes rezsimekre becsült együtthatóinak standard hibáját megszoroztam 1.96-tal, ezzel 95%-os konfidenciaintervallumot szerkesztve rájuk.

Először a SETAR-modelleket vizsgáltam meg. Az alább látható 13. táblázatban a 0.003511 küszöbértékű (0.35%-os loghozam) SETAR(2,1,2) modellre vonatkozó eredmények olvashatóak:

	„Alacsony rezsim”			„Magas rezsim”		
	Alsó határ	Felső határ	p-érték	Alsó határ	Felső határ	p-érték
Konstans	- 0.00007	0.00028	0.258	0.00058	0.00268	0.002
AR(1)	- 0.00706	0.09160	0.093	- 0.00840	0.16546	0.077
AR(2)	-	-	-	- 0.45885	- 0.11870	0.001

13. táblázat - A 0.35% küszöbértékű SETAR(2,1,2) által azonosított rezsimek (Forrás: saját szerkesztés)

Látható, hogy az alacsony rezsimben egyik együttható sem szignifikáns, tehát ebben az esetben a loghozam gyakorlatilag fehérzajként viselkedik. A magas rezsimre vonatkozóan a SETAR-procedúra azonban szignifikáns pozitív konstanst és negatív AR(2) tagot is becsült, tehát az eloszlás jobb szélén (a 84. percentilis felett), magas loghozamok esetén már modellezhető az idősor. Továbbá, a magas rezsim $\mu/(1 - \varphi_1 - \varphi_2)$ várható értéke pozitív, ami jelezheti egyfajta *bull market* „aktiválódását”, ahol ezt követően a loghozam értéke átlagosan magasabb, míg a szignifikáns negatív másodrendű parciális autokorreláció jelentheti azt, hogy magas (0.35% feletti) érték esetén két napos időtávon kissé „visszakorrigál” a loghozam.

Ezután a legalacsonyabb AIC értékű, -0.004050 és 0.004584 küszöbértékekkel – -0.4%-os és 0.46%-os loghozam, amely a 11. és 90. percentilist jelenti – rendelkező SETAR(3,2,2,2)-modellt vizsgáltam meg, ennek eredményei alább láthatóak, a 14. táblázatban:

	Alacsony rezsim		Középső rezsim		Magas rezsim	
	Alsó határ	Felső határ	Alsó határ	Felső határ	Alsó határ	Felső határ
Konstans	- 0.00057	0.00185	- 0.00011	0.00026	0.00018	0.00312
AR(1)	- 0.20541	0.01465	0.03198	0.13687	- 0.04058	0.16517
AR(2)	- 0.11973	0.22472	- 0.08441	0.08709	- 0.48935	- 0.07747

14. táblázat - A -0.4% / 0.46% küszöbértékű SETAR(3,2,2,2)-ban azonosított rezsimok (Forrás: saját szerkesztés)

Ezen modell esetében bár a konstansok nem térnek el szignifikánsan, az AR-együtthatók már igen. Például a középső rezsim AR(1) koefficiense szignifikánsan pozitív, azaz a másik kettővel ellentétben ebben a rezsimben szignifikáns pozitív elsőrendű parciális autokorreláció van jelen: tehát „átlagos” loghozam esetén, ha az előző napi loghozam pozitív volt, az az aznapi hozamra növekvőleg hat, míg negatív loghozam esetén fordítva, egyfajta begyűrűző hatásként.

A magas rezsimben pedig a pozitív várható érték mellett szignifikáns negatív másodrendű parciális autokorreláció figyelhető meg, amely a másik két rezsim esetén nincs így – ez az előző modellhez hasonlóan jelentheti azt, hogy magas (0.46% feletti) érték esetén két napos időtávon kissé „visszakorrigál” a loghozam.

Következő lépésként az externális tranzíciós változókat használó TAR-modelleket vizsgáltam meg, elsőként az MACD-t használó TAR(3,2,2,2)-modellt, amelynek küszöbértékei - 0.285215 és 0.810741, amelyek a 37. és a 71. percentilist jelentik a tranzíciós változó eloszlása tekintetében. Az ezen modellre vonatkozó eredmények alább láthatóak, a 15. táblázatban:

	Alacsony rezsim		Középső rezsim		Magas rezsim	
	Alsó határ	Felső határ	Alsó határ	Felső határ	Alsó határ	Felső határ
Konstans	- 0.00003	0.00049	- 0.00010	0.00045	- 0.00052	0.00008
AR(1)	- 0.07829	0.07102	0.01699	0.19607	- 0.02574	0.10221
AR(2)	- 0.17270	- 0.02047	0.06923	0.24298	- 0.17257	- 0.04264

15. táblázat - Az MACD-t használó TAR(3,2,2,2) modell által azonosított rezsimok (Forrás: saját szerkesztés)

Amennyiben ezzel a modellel kívánjuk leírni az idősort, megfigyelhető, hogy a középső rezsimben – amikor az MACD enyhén negatív, 0 körüli, vagy enyhén pozitív – a többi rezsimmel ellentétben szignifikáns első- és másodrendű pozitív parciális autokorreláció van jelen. Mivel nulla feletti érték emelkedő, nulla alatti pedig csökkenő trendet jelent (Végh, 2016), ez értelmezhető úgy, hogy trendváltozás esélye esetén az előző 1-2 napi negatív loghozam alacsonyabb, míg pozitív loghozam magasabb loghozamokat indukál, azaz a piaci szereplők aktívabban reagálnak a hozamváltozásokra és erősebbek a begyűrűző hatások.

Ezzel szemben, a magas rezsimben, amikor az MACD nagyon pozitív, szignifikáns negatív másodrendű parciális autokorreláció figyelhető meg. Ennek oka lehet egyfajta piaci „óvatosság”, korrekció is, azaz ha nagyon emelkedő a trend, akkor pl. minél nagyobb a loghozam, 2 nappal később annál inkább csökken és visszakorrigál.

Végül a két – 1.0092, valamint 1.0187 küszöbértékű – 10 és 100-200 napos SMA arányát használó TAR(2,2,2) modellek eredményeit elemeztem, amelyeknél a küszöbértékek a 68., illetve 75. percentilisnél találhatóak. Ennek eredményei alább láthatóak:

	Alacsony rezsim		Magas rezsim	
	Alsó határ	Felső határ	Alsó határ	Felső határ
Konstans	0.00011	0.00050	- 0.00074	- 0.00017
SMA _{10 / 100} AR(1)	0.01265	0.12663	- 0.06227	0.06721
AR(2)	- 0.04510	0.07064	- 0.17843	- 0.04980
Konstans	0.00008	0.00045	- 0.00088	- 0.00023
SMA _{10 / 200} AR(1)	0.01457	0.12338	- 0.07286	0.06570
AR(2)	- 0.05243	0.05806	- 0.18622	- 0.04874

16. táblázat - Az SMA-kat használó TAR(2,2,2) modellek által azonosított rezsimok (Forrás: saját szerkesztés)

Mivel a két modell hasonló indikátorokkal és küszöbértékekkel dolgozik, nem meglepő módon az eredményeik is egybeeszenek. Mindkét modell azt mutatja, hogy amennyiben a rövidtávú mozgóátlag a hosszútávú felett található (legalább 0.92, illetve 1.87 százalékkal), a várható érték negatív, tehát a loghozam átlagosan alacsonyabb, míg amennyiben alatta, a várható érték pozitív, tehát a loghozam átlagosan magasabb. Továbbá, az alacsony rezsimben mindkét modell esetében szignifikánsan pozitív az AR(1)-tag, míg a magas rezsimben szignifikánsan negatív az AR(2)-tag.

A technikai elemzés szabályai szerint ha a rövidtávú mozgóátlag alulról metszi a hosszútávú mozgóátlagot, az vételi jelzésként fogható fel, míg fordított esetben eladási jelzés azonosítható (Végh, 2016). Ennek tükrében, mivel a magas rezsimben annak definíciója szerint lehetetlen az első eset – hiszen a 10 napos SMA már nagyobb, mint a 100, vagy a 200 napos – a negatív konstans jelezheti azt, hogy a kereskedők ilyenkor *short* pozíciókat vesznek fel és eladási nyomás figyelhető meg. Az alacsony rezsimben, amelyben az rövidtávú SMA a hosszútávú alatt van, vagy éppen csak fölé emelkedett, a pozitív konstans utalhat a *long* pozíciók felvételére. A magas rezsim szignifikánsan negatív másodrendű parciális autokorrelációja pedig az MACD-t használó modellhez hasonlóan utalhat egyfajta „visszakorrigálásra” is.

VI.6. A mintán kívüli előrejelzés eredményei

Végül elvégeztem a mintán kívüli becslést a 2022. március 31-től 2024. március 31-ig tartó, 522 megfigyelést tartalmazó időszakra vonatkozóan, a gördülő mintás módszert alkalmazva. A módszeren annyit változtattam, hogy a rendelkezésemre álló számítási kapacitásokat figyelembe véve nem naponta, hanem negyedévente – 252 kereskedési napot feltételezve minden 63. napon – becsültem újra a modellek paramétereit, mindig egy állandó méretű, megelőző 2085 megfigyelést tartalmazó minta segítségével. A modellek mintán kívüli előrejelzési teljesítménye alább látható:

Modell	DS	MSE	MAE
Véletlen bolyongás	49.43%	8.219e-05	0.006862
AR(1)-GARCH(1,1)	50.19%	4.311e-05	0.004899
AR(2)-GARCH(1,1)	52.68%	4.290e-05	0.004884
MA(1)-GARCH(1,1)	49.80%	4.309e-05	0.004899
MA(2)-GARCH(1,1)	52.68%	4.291e-05	0.004886
ARMA(2,2)-GARCH(1,1)	51.15%	4.289e-05	0.004918
SETAR(2,1,2) (0.00351)	51.92%	4.267e-05	0.004917

SETAR(3,2,2,2) (-0.00405, 0.00458)	52.49%	4.287e-05	0.004891
SETAR(3,2,2,2) (-0.00386, -0.00067)	53.64%	4.266e-05	0.004888
TAR(3,2,2,2) (MACD)	53.07%	4.251e-05	0.004880
TAR(2,2,2) (SMA _{10 / 100})	52.87%	4.251e-05	0.004864
TAR(2,2,2) (SMA _{10 / 200})	54.02%	4.262e-05	0.004870

17. táblázat - A modellek mintán kívüli előrejelzési teljesítménye (Forrás: saját szerkesztés)

Az eredményekből látható, hogy a véletlen bolyongáshoz képest az ARMA-GARCH modellek MSE értéke 48%-kal, míg MAE értéke körülbelül 28.5%-kal alacsonyabb, azonban az irányváltás előrejelzése tekintetében a legjobb modellek is csupán 52.68%-os pontosságot értek el a véletlen bolyongás 49.43%-os értékével szemben.

A SETAR-modellek közül a legalacsonyabb MSE és MAE értékeket a második SETAR(3,2,2,2) szolgáltatta, azonban a legjobb ARMA-GARCH modellhez képest MSE-ben csupán 0.5%-os csökkenést ért el, az irányváltás előrejelzésében pedig körülbelül 1 százalékponttal volt jobb – MAE értéke pedig még magasabb is.

Az externális tranzíciós változót használó TAR-modellek közül a két legkisebb átlagos négyzetes hibájú modell MSE-je is csak 0.9%-kal alacsonyabb, mint az ARMA(2,2)-GARCH(1,1) modellé. Továbbá, a SETAR-modellekhez képest a legjobb DS mutatójú TAR-modell is mindössze további 0.4 százalékponttal ért el jobb eredményt az irányváltás előrejelzése tekintetében.

A mintán kívüli becslést követően modellpáronként elvégeztem a *forecast* csomag segítségével a két modell előrejelzési képességét statisztikai szempontból összehasonlító Diebold-Mariano-tesztet. A teszt azt a nullhipotézist teszteli, hogy két modell maradéktagjait tartalmazó veszteségfüggvény várható értéke egyenlő-e. Alternatív hipotézisként azt adtam meg, hogy a táblázat bal szélső oszlopában található modell predikciós képessége a jobb.

A SETAR- és TAR-modelleket a véletlen bolyongással, valamint az ARMA-GARCH modellek közül a legkisebb MSE értékű ARMA(2,2)-GARCH(1,1) és a legkisebb MAE értékű AR(2)-GARCH(1,1) modellel hasonlítottam össze. A táblázat minden mezejében az adott modellpárra vonatkozó egyoldali DM-teszt p-értéke található.

Modell	Véletlen bolyongás	AR(2)-GARCH(1,1)	ARMA(2,2)-GARCH(1,1)
SETAR(2,1,2) (0.00351)	0.000	0.390	0.416
SETAR(3,2,2,2) (-0.00405, 0.00458)	0.000	0.466	0.484
SETAR(3,2,2,2) (-0.00386, -0.00067)	0.000	0.336	0.392

TAR(3,2,2,2) (MACD)	0.000	0.124	0.300
TAR(2,2,2) (SMA _{10 / 100})	0.000	0.386	0.455
TAR(2,2,2) (SMA _{10 / 200})	0.000	0.260	0.375

18. táblázat - A modellek predikációs képességét összehasonlító DM-teszt p-értékei (Forrás: saját szerkesztés)

A Diebold-Mariano-tesztek eredményei alapján megállapítható, hogy bár a véletlen bolyongásnál minden SETAR- és TAR-modell előrejelzési hibája szignifikánsan alacsonyabb, az ARMA-GARCH modellekkel összehasonlítva 5%-os szignifikanciaszinten egyik esetben sem utasítható el a teszt nullhipotézise. Az elutasításhoz legközelebb a TAR(3,2,2,2) modell került az AR(2)-GARCH(1,1)-gyel összevetve, azonban még ebben az esetben is 12.4%-os a teszt p-értéke. Az eredmények alapján kijelenthető, hogy 17. táblázatban látható, ARMA-GARCH és (SE)TAR modellek közti kis különbségek a mintán kívüli MSE és MAE értékekben statisztikai értelemben nem szignifikánsak.

VII. Összefoglalás, következtetések

Jelen tanulmányban az alábbi kérdésekre kerestem a választ: egyrészt, hogy a technikai elemzésben használt mozgóátlag-indikátorok alapján azonosíthatóak-e az EUR/HUF valutaárfolyam idősorában különböző „rezsimek”, amelyekben az árfolyam/loghozam eltérő adatgeneráló folyamatok szerint viselkedik. Másrészt, hogy az erre építő küszöb-autoregresszív modellek képesek-e mintán kívül is pontosabb előrejelzést adni a következő napi loghozamra, mint a véletlen bolyongás, vagy az ARMA-GARCH modellek.

A küszöb-nemlinearitás-tesztek eredményei szerint a loghozam idősorában statisztikailag szignifikánsan azonosíthatóak olyan „rezsimek”, ahol a loghozam potenciálisan eltérő módon viselkedik. Megállapítható az is, hogy leginkább az MACD-indikátor, valamint a rövidebb és hosszabb távú mozgóátlagok egymáshoz viszonyított helyzete használható potenciális tranzíciós változóként a TAR-modellezés során. A TAR-modellezés szerint az MACD, valamint a 10 és 100-200 napos mozgóátlag kombinációja a legjobb indikátorok.

Az első hipotézis tekintetében megállapítható, hogy a (SE)TAR-modellek által azonosított és leírt „rezsimekben” a modellek együtthatói szignifikánsan eltérnek, azaz a loghozam idősora ténylegesen máshogy viselkedik az egyes „rezsimekben”, és ezen eredmények összhangban állnak a pénzügyi piaci kereskedés logikájával, azaz azonosítható, „visszafejtető” a befektetők indikátorokat követő piaci viselkedése, pl. különböző begyűrűző hatások.

A második hipotézist a dolgozat eredményei nem tudják megerősíteni, ugyanis bár a TAR-modellek mintán kívül jobb teljesítményt mutatnak, mint a véletlen bolyongás és az ARMA-

GARCH modellek, ez a különbség a Diebold-Mariano teszt eredményei szerint az ARMA-GARCH modellekkel összehasonlítva statisztikai értelemben már nem szignifikáns.

Következtetésként elmondható, hogy bár a technikai elemzésben használt indikátorok és a küszöb-autoregresszív modellek kombinált használata érdekes részeredményekkel szolgálhat a devizapiaci folyamatok tekintetében, a TAR-modellek nem képesek teljes mértékben leírni a valutaárfolyamok idősorában jelenlévő komplex, nemlineáris folyamatokat. Az ARMA-GARCH modelleknél szignifikánsan jobb mintán kívüli előrejelzés eléréséhez valószínűleg neurális hálók (pl. CNN, RNN, LSTM) használatára van szükség, amelyet egyébként a szakirodalom egy része is megerősít – további kutatási irány tehát ezen komplex modellek használata lehetne.

A kutatás korlátai közt említhető, hogy a gördülő mintás előrejelzés tekintetében számítási kapacitási korlátok miatt csak negyedévente kerültek újrabecslésre a modell-paraméterek, valamint, hogy a potenciális (SE)TAR-modellek közül csak a mintán belül legjobban teljesítő 3-3 modellt vizsgálja mintán kívül is.

Felhasznált irodalom

- Boero, G., Maroccu, E. (2004). The performance of SETAR models: a regime conditional evaluation of point, interval and density forecasts. *International Journal of Forecasting*, 20(2), 305-320. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijforecast.2003.09.011>
- Boothe, P., Glassman, D. (1987). Off the Mark: Lessons for Exchange Rate Modelling. *Oxford Economic Papers*, 39(3), 443–457. o. Elérhető: <http://www.jstor.org/stable/2663154>
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., Ljung, G. M. (2016). Time Series Analysis: Forecasting and Control (5th Edition). *Wiley Series in Probability and Statistics*, John Wiley & Sons, Inc., NJ, USA. ISBN: 978-1-118-67502-1
- Božić, J., Babić, Đ. (2015). EUR/RSD Exchange Rate Forecasting Using Hybrid Wavelet-Neural Model: A Case Study. *Computer Science and Information Systems*, 12(2), 487–508. o. <https://doi.org/10.2298/CSIS140728005B>
- Brockwell, P. J., Davis, R. A. (2002). Introduction to Time Series and Forecasting (2nd Edition). *Springer Texts in Statistics*, Springer New York, NY. ISBN: 978-0-387-21657-7
- Chaboud, A. P., Chiquoine, B., Hjalmarsson, E., Vega, C. (2014). Rise of the Machines: Algorithmic Trading in the Foreign Exchange Market. *The Journal of Finance*, 69(5), 2045-2084. o. <https://doi.org/10.1111/jofi.12186>
- Clark, T. E., McCracken, M. W. (2011). Advances in Forecast Evaluation. *Federal Reserve Bank of St. Louis Working Paper Series, Working Paper 2011-025B*. Elérhető: <https://files.stlouisfed.org/files/htdocs/wp/2011/2011-025.pdf>
- Cuaresma, J. C., Hlouskova, J. (2004). Forecasting exchange rates in transition economies: A comparison of multivariate time series models. *Empirical Economics*, 29(4), 787–801. o. <https://doi.org/10.1007/s00181-004-0212-x>
- Cryer, J. D., Chan, K.-S. (2008). Time Series Analysis With Applications in R (2nd Edition). *Springer Texts in Statistics*, Springer New York, NY. ISBN: 978-0-387-75958-6
- Diebold, F., Mariano, R. (1995). Comparing Predictive Accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics*, 13(3), 253-263. o. <https://doi.org/10.1080/07350015.1995.10524599>
- Ellis, C. A., Parbery, S. A. (2005). Is smarter better? A comparison of adaptive, and simple moving average trading strategies. *Research in International Business and Finance*, 19(3), 399-411. o. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2004.12.009>
- Engel, C. (1994). Can the Markov switching model forecast exchange rates?. *Journal of International Economics*, 36(1-2), 151-165. o. [https://doi.org/10.1016/0022-1996\(94\)90062-0](https://doi.org/10.1016/0022-1996(94)90062-0)
- Engel, C., West, K. D. (2005). Exchange Rates and Fundamentals. *Journal of Political Economy*, 113(3), 485-517. o. <https://doi.org/10.1086/429137>
- Fang, J., Qin, Y., Jacobsen, B. (2014). Technical Market Indicators: An Overview. *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 4, 25-56. o. <https://doi.org/10.1016/j.jbef.2014.09.001>
- Galeshchuk, S., Demazeau, Y. (2017). Forecasting hungarian forint exchange rate with convolutional neural networks. *2017 International Conference on Behavioral, Economic, Socio-Cultural Computing (BESOC)*. <https://doi.org/10.1109/besc.2017.8256358>

- Garcia, F., Guijarro, F., Oliver, J., Tamošiūnienė, R. (2023). Foreign Exchange Forecasting Models: ARIMA and LSTM Comparison. *Engineering Proceedings*, 39(1). <https://doi.org/10.3390/engproc2023039081>
- Gehrig, T., Menkhoff, L. (2006). Extended evidence on the use of technical analysis in foreign exchange. *International Journal of Finance & Economics*, 11(4), 327-338. o. <https://doi.org/10.1002/ijfe.301>
- Gereben, Á., Gyomai, Gy., Kiss M. N. (2006). Customer order flow, information and liquidity on the Hungarian foreign exchange market. *MNB Working Papers*, No. 2006/8, Magyar Nemzeti Bank. Elérhető: <https://www.econstor.eu/bitstream/10419/83563/1/518714616.pdf>
- Gharleghi, B., Nor, A. H. S. M., Sarmidi, T. (2014). Application of the Threshold Model for Modelling and Forecasting of Exchange Rate in Selected ASEAN Countries. *Sains Malaysiana*, 43(10). Elérhető: https://journalarticle.ukm.my/7825/1/19_Abu_Hassan_Shaari.pdf
- Gonzalo, J., Pitarakis, J. (2002). Estimation and model selection based inference in single and multiple threshold models. *Journal of Econometrics*, 110(2), 319-352. o. Elérhető: <https://www.eco.uc3m.es/~jgonzalo/JoE02ICTR.pdf>
- Gradojevic, N., Yang, J. (2000). The Application of Artificial Neural Networks to Exchange Rate Forecasting: The Role of Market Microstructure Variables. *Bank of Canada Working Papers*. <https://doi.org/10.34989/swp-2000-23>
- Hadjixenophontos, A., Christodoulou-Volos, C. (2017). Predictability of Foreign Exchange Rates with the AR(1) Model. *Journal of Applied Finance & Banking*, 7(4), 39-58. o. Elérhető: https://www.scienpress.com/Upload/JAFB/Vol%207_4_3.pdf
- Hamilton, A. (2018). Understanding Exchange Rates and Why They Are Important. *Reserve Bank of Australia Bulletin Publications*, December 2018. Elérhető: <https://www.rba.gov.au/publications/bulletin/2018/dec/understanding-exchange-rates-and-why-they-are-important.html>
- Hsieh, D. A. (1989). Modeling Heteroscedasticity in Daily Foreign-Exchange Rates. *Journal of Business & Economic Statistics*, 7(3), 307–317. o. <https://doi.org/10.1080/07350015.1989.10509740>
- Huber, F. (2015). Forecasting Exchange Rates using Multivariate Threshold Models. *The B.E. Journal of Macroeconomics* 16(1), 193-210. o. <https://doi.org/10.1515/bejm-2015-0032>
- Jaworski, K. (2021). Forecasting exchange rates for Central and Eastern European currencies using country-specific factors. *Journal of Forecasting*, 40(6), 977–999. o. <https://doi.org/10.1002/for.2749>
- Kotosz, B., Tatay, T. (2013). Jegybanki modellezés és a bolyongó változók. *Pénzügyi Szemle*, 58(4), 447-463. o. Elérhető: https://www.researchgate.net/profile/Balazs-Kotosz/publication/258450545_Jegybanki_modellezes_es_a_bolyongo_valtozok/links/0d5ec5284bdd0e2e3c000000/Jegybanki-modellezes-es-a-bolyongo-valtozok.pdf
- Lütkepohl, H., Krätzig, M. (2004). Applied Time Series Econometrics. *Themes in Modern Econometrics*, Cambridge University Press, UK. ISBN-13: 978-0-511-21739-5

- MacDonald, R. (1999). Exchange Rate Behaviour: Are Fundamentals Important? *The Economic Journal*, 109(459), 673–691. o. Elérhető: <http://www.jstor.org/stable/2566070>
- Marshall, B. R., Nguyen, N. H., Visaltanachoti, N. (2017). Time-Series Momentum and Moving Average Trading Rules. *Quantitative Finance*, 17(3), 405-421. o. <https://doi.org/10.1080/14697688.2016.1205209>
- Meese, R. A., Rogoff, K. S. (1983). Empirical exchange rate models of the seventies: Do they fit out of sample?. *Journal of International Economics*, 14(1-2), 3-24. o. Elérhető: https://scholar.harvard.edu/files/rogoff/files/51_jie1983.pdf
- Montgomery, D. C., Jennings, C. L., Kulahci, M. (2008). Introduction to Time Series Analysis and Forecasting (1st Edition). *Wiley Series in Probability and Statistics*, John Wiley & Sons, Inc., NJ, USA. ISBN: 978-0-471-65397-4
- Nag, A. K., Mitra, A. (2002). Forecasting daily foreign exchange rates using genetically optimized neural networks. *Journal of Forecasting*, 21(7), 501-511. o. <https://doi.org/10.1002/for.838>
- Neely, C. J., Weller, P. A. (2012). Technical Analysis in the Foreign Exchange Market. *Handbook of Exchange Rates*, Chapter 12. (Szerkesztők: James, J., Marsh, I. W., Sarno, L.). <https://doi.org/10.1002/9781118445785.ch12>
- Plakandaras, V., Papadimitriou, T., Gogas, P. (2015). Forecasting Daily and Monthly Exchange Rates with Machine Learning Techniques. *Journal of Forecasting*, 34(7), 560-573. o. <https://doi.org/10.1002/for.2354>
- Priewe, J. (2014). An Asset Price Theory of Exchange Rates. "Currency Hierarchies, Macroeconomic Policies and Development Strategies" Workshop Paper, Freie Universität Berlin. Elérhető: https://www.lai.fu-berlin.de/disziplinen/oekonomie/itere_Veranstaltungen/Workshop-Currency-Hierarchy/Paper-Priewe.pdf
- Rime, D., Sarno, L., Sojli, E. (2010). Exchange rate forecasting, order flow and macroeconomic information. *Journal of International Economics*, 80(1), 72-88. o. <https://doi.org/10.1016/j.jinteco.2009.03.005>
- Rogoff, K. S., Stavrakeva, V. (2008). The Continuing Puzzle of Short-Horizon Exchange Rate Forecasting. *National Bureau of Economic Research Working Papers*. <https://doi.org/10.3386/w14071>
- Shafer, J. R., Loopesko, B. E., Bryant, R. C., Dornbusch, R. (1983). Floating Exchange Rates after Ten Years. *Brookings Papers on Economic Activity*, 1983(1), 1–86. o. <https://doi.org/10.2307/2534352>
- Spiesová, D. (2014). The Prediction of Exchange Rates with the Use of Auto-Regressive Integrated Moving-Average Models. *Acta Universitatis Danubius – OEconomica* 10(5), 28-38. o. Elérhető: <https://journals.univ-danubius.ro/index.php/oeconomica/article/view/2556/2245>
- Taylor, M. P. (1995). The Economics of Exchange Rates. *Journal of Economic Literature*, 33(1), 13–47. o. Elérhető: <http://www.jstor.org/stable/2728909>
- Taveeapiradeecharoen, P., Chamnongthai, K., Aunsri, N. (2019). Bayesian Compressed Vector Autoregression for Financial Time-Series Analysis and Forecasting. *IEEE Access*, 7, 16777–16786. o. <https://doi.org/10.1109/access.2019.2895022>

- Tong, H. (1983). Threshold Models in Non-linear Time Series Analysis. *Lecture Notes in Statistics*, Springer New York, NY. ISBN: 978-0-387-90918-9
- Tsay, R. S. (1989). Testing and Modeling Threshold Autoregressive Processes. *Journal of the American Statistical Association*, 84(405), 231-240. o. <https://doi.org/10.2307/2289868>
- Végh, Z. (2016). A technikai elemzés alapjai: chartok, pozíció felvétele és menedzselése. *MNB Oktatási Füzetek*, 8. szám, Magyar Nemzeti Bank. Elérhető: <https://www.mnb.hu/letoltes/mnb-oktatasi-fuzetek-8-hun-digitalis.pdf>
- Vilniškis, M., Michalauskas, P. (2023.10.02.). Applied Macroeconomics, 6. előadás – „Forecasting in Macroeconomics” [PowerPoint prezentáció]. *Vilnius University - Faculty of Economics and Business Administration*.
- Williamson, J. (2008). Exchange Rate Economics. *Peterson Institute for International Economics Working Papers*. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1091612>
- Wooldridge, J. M. (2012). Introductory Econometrics: A Modern Approach (5th Edition). *South-Western, Cengage Learning, OH, USA*. ISBN-13: 978-1-111-53104-1

Internetes források

- FOREX.com. (n.d.). What is MACD? Trading with the MACD indicator. *FOREX.com*. Elérhető: <https://www.forex.com/en/news-and-analysis/what-is-macd-trading-with-the-macd-indicator/>
- Komócsin, S. (2022.08.01.). Megindult az "eurózáció": az euró kiszorítja a forintot a magyar gazdaságban. *Economx.hu*. Elérhető: <https://www.economx.hu/magyar-gazdasag/euro-forintgyengules-reuters-magyar-gazdasag-projektfinanszirozasi-inflacio.757135.html>
- Portfolio.hu. (2023.09.29.a). Megindultak külföldre a magyarok. *Portfolio.hu*. Elérhető: <https://www.portfolio.hu/gazdasag/20230929/megindultak-kulfoldre-a-magyarok-642531>
- Portfolio.hu. (2023.10.06.b). Megvan, hová tűntek a magyarok: megindultak külföldre!. *Portfolio.hu*. Elérhető: <https://www.portfolio.hu/gazdasag/20231006/megvan-hova-tuntak-a-magyarok-megindultak-kulfoldre-644077>
- R Core Team. (2023). R: A language and environment for statistical computing. *R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria*. <https://www.R-project.org/> (4.3.2 verzió)
- XTB. (n.d.). Moving Averages - What Is a Moving Average?. *XTB*. Elérhető: <https://www.xtb.com/int/education/moving-averages-what-are-moving-averages>
- Yahoo Finance. (2024). EUR/HUF (EURHUF=X) Live Rate, Charts & News. *Yahoo! Finance*. Elérhető: <https://finance.yahoo.com/quote/EURHUF=X/>. Letöltve: 2024.04.03. az R *quantmod* csomagja segítségével

Függelék

Modell	AIC	BIC	Legkisebb AR gyök	Legkisebb MA gyök	MSE	MAE	DS
AR(1)	- 17375.26	- 17358.33	21.52	-	1.409e-05	2.760e-03	50.77%
AR(2)	- 17376.34	- 17353.77	5.08	-	1.407e-05	2.758e-03	51.49%
AR(3)	- 17376.04	- 17347.82	3.10	-	1.406e-05	2.759e-03	50.33%
MA(1)	- 17375.63	- 17358.70	-	19.82	1.409e-05	2.760e-03	51.00%
MA(2)	- 17376.52	- 17353.95	-	5.25	1.407e-05	2.758e-03	51.39%
MA(3)	- 17375.63	- 17347.41	-	3.28	1.406e-05	2.760e-03	50.53%
ARMA(1,1)	- 17376.45	- 17353.88	2.03	1.83	1.407e-05	2.760e-03	50.96%
ARMA(1,2)	- 17374.85	- 17346.63	6.93	5.70	1.406e-05	2.759e-03	50.77%
ARMA(2,1)	- 17374.98	- 17346.77	5.99	3.55	1.406e-05	2.759e-03	50.72%
ARMA(2,2)	- 17379.37	- 17345.51	1.06	0.89	1.402e-05	2.757e-03	51.53%

4. táblázat - A vizsgált ARMA-modellek mutatói (Forrás: saját szerkesztés)

Modell	AIC	BIC
AR(1)		
ARCH(1)	- 8.391	- 8.380
ARCH(2)	- 8.430	- 8.417
GARCH(0,1)	-	-
GARCH(0,2)	- 8.327	- 8.313
GARCH(1,1)	- 8.550	- 8.537
AR(2)		
ARCH(1)	- 8.396	- 8.383
ARCH(2)	- 8.432	- 8.416
GARCH(0,1)	- 8.328	- 8.315
GARCH(0,2)	- 8.327	- 8.311
GARCH(1,1)	- 8.550	- 8.534
MA(1)		
ARCH(1)	-	-
ARCH(2)	- 8.430	- 8.417
GARCH(0,1)	-	-
GARCH(0,2)	- 8.327	- 8.313
GARCH(1,1)	- 8.550	- 8.537
MA(2)		
ARCH(1)	- 1.930	- 1.917
ARCH(2)	-	-
GARCH(0,1)	-	-
GARCH(0,2)	- 8.328	- 8.311
GARCH(1,1)	- 8.550	- 8.534
ARMA(2,2)		
ARCH(1)	-	-
ARCH(2)	-	-
GARCH(0,1)	-	-
GARCH(0,2)	- 8.325	- 8.303
GARCH(1,1)	- 8.549	- 8.528

5. táblázat - Az ARMA-GARCH modellek információs kritériumai

(Forrás: saját szerkesztés - Megjegyzés: az "-" azt jelenti, hogy a rugarch nem konvergált)