

Szerző: Kovács János

Szak: Molekuláris Bionika Mérnök

Képzési szint: BSc

TDK-pályamunka címe: MateKIT

Küldő intézmény: Kutató Diákok Országos Szövetsége

Készítés éve: 2025

Tartalom

1	Bevezetés.....	5
2	Motiváció	6
3	Általános didaktikai és programozási szempontok	7
3.1	Felhasználói felület	7
3.1.1	Megjelenés	7
3.1.2	Főmenü szervezése.....	7
3.1.3	Feladatgenerátorok paraméterei, beállításai	7
3.1.4	Rajztábla.....	8
3.1.5	Azonnali visszajelzés	8
3.1.6	Feladatnapló	8
3.2	Leprogramozott feladatok kiválasztási szempontjai	11
4	Modulok	11
4.1	Statisztika	11
4.1.1	Feladatok készítése.....	12
4.1.2	Feladatok	12
4.2	Alapműveletek	22
4.3	Írásbeli Műveletek.....	25
4.3.1	Megvalósítás programban	25
4.4	Írásbeli Műveletek Alsó Tagozat	26
4.5	Szorzás-Osztás Tízhatvánnyal.....	27
4.6	Számolás Negatív Számokkal	27
4.6.1	Feladatkészítés menete:.....	28
4.7	Törtek Gyakorlása	28
4.8	Egyenletek Gyakorlása.....	30
4.9	Egyenletrendszerek Gyakorlása	34

4.10	Római Számok Gyakorlása	36
4.11	Arányosságok Gyakorlása.....	36
4.12	Százalékos Feladatok	37
4.13	Mértékváltások	37
4.14	Geometriai Szöveges Feladatok	40
4.15	Geometriai Területszámítás Ábrával.....	40
4.16	Koordinátarendszer Megismerése	42
4.17	Függvény Leolvasása	44
4.18	Függvényelemzés	45
4.19	Számok Prímtényezős Felbontása	45
4.20	Kombinatorika.....	45
4.21	Átváltás Számrendszerek Között	46
4.22	Sorozatok.....	47
4.22.1	Feladatok generálásának jellemzése – programozói szempontból.....	47
4.23	Algebrai Azonosságok	47
4.23.1	Miért készült el a modul.....	47
4.23.2	Didaktikai jellemzés:	47
4.24	Algebrai Azonosságok Dolgozat.....	52
4.24.1	Didaktikai jellemzés	52
4.25	Szöveges Feladatok	53
4.26	Geometriai Vektérkép	55
4.27	Számkirály.....	56
4.27.1	A játék hagyományos menete:	56
4.28	Szögbecslés	60
4.29	Hatványozás	61
4.30	Számpiramis	61
4.31	Bűvös Négyzet	62

5	Fejlesztői Eszköztár.....	64
5.1	Jetpack Compose működése.....	64
5.2	Matematikai kifejezések megjelenítése Android illetve Web környezetben	65
5.2.1	Megvalósítás Androidon	65
5.2.2	Megvalósítás Weben	65
5.3	Nyelvtani függvények	66
5.4	Koordinátarendszer, síkidomok ábrázolása négyzethálón	66
5.5	Tört számok ábrázolása	66
5.6	Matematikai segédfüggvények.....	67
6	Projekt statisztikái	67
7	Forráskódrészlet	68
8	Hivatkozások	69

1 Bevezetés

A MateKIT egy általános iskolai matematikai oktatóprogram, melynek célja, hogy a matematika tananyag tanári útmutatás alapján történő elsajátításához, órai munkák értékeléséhez, dolgozatok előtti típusfeladat gyakorlásra, **felvételire való felkészüléshez**, differenciáláshoz nyújtson támogatást.

A program tartalmaz néhány kifejezetten tárgyhoz kötődő játékot is, például a jól ismert számkirályt. Azért alkalmas ennyi mindenre, mert **feladatgenerátorokat alkalmaz, naplózza a jól, illetve rosszul megoldott feladatokat**, minden megoldás után értékeli, ezáltal könnyen osztályozhatóvá válik az órai munka. Amennyiben a gyerekek már ismerik, akkor tanárhiányosabb, helyettesítésekkel tűzdelt időszakban egy nem szakos helyettesítőnek is jó eszköz lehet.

A MateKIT lehetővé teszi a tanárok számára, hogy **jobban beösszák személyes figyelmüket a program azonnali visszajelzésének köszönhetően**. A kevésbé magabiztos diákok feladatmegoldásonként igénylik, hogy a tanár ránézzen a munkájukra. A program azonnal megmondja nekik, ha helyes a megoldásuk. Hiba esetén pedig rögtön tudnak így segítséget kérni a szaktanártól.

Az applikáció **teljesen ingyenes, és reklámmentes**. A MateKIT egyik fő erőssége, hogy a diákok használhatják mind a saját, mind az iskolában rendelkezésre álló okoseszközökön, így azokon is kiadhatja a tanár a dolgozatra gyakorló anyagot. Alkalmas önálló gyakorlásra is középiskolai felvételi vizsga előtt. Szülők számára is hatékony segédanyag lehet, hiszen korlátlan mennyiségben tud adott típusú feladatot adni, és a napló segítségével könnyű ellenőrizni a helyes megoldásokat, így egyszerűen követhetők, javíthatók a hibák.

Az alkalmazást általános iskolás matematikatanárral, Csóti Melindával kezdtem el fejleszteni. Elsőéves egyetemistaként részt vettem az Új Nemzeti Kiválóság Programban, a témavezetői feladatokat Dr. Kosztolányi József vállalta el, így azóta ő is a konzulensem.

Az esszében az A és B egész számok zárt, egész számokat tartalmazó intervallumára rendszeresen az „A..B” jelölést használom, mivel a legtöbb programozási nyelvben is ez a megszokott jelölés. (kotlinRange)

2 Motiváció

Általános iskolás tanárom, Csóti Melinda matematika és német szakos középiskolai tanári végzettségével az elmúlt évtizedekben az első osztályostól az egyetemista/felnőtt korosztályig tanított, voltak természetesen gyenge és átlagos képességű képességű diákjai és sok tehetséggondozó, versenyfelkészítő foglalkozást tartott. Mindig szerette a diákokat kihívások elé állítani, szervezett kreatív szaktárgyi és egyéb játékos iskolai vetélkedőket. Az utóbbi évtizedben nagy hangsúlyt kapott a digitalizáció az oktatásban, de tulajdonképpen szkeptikus volt és nem hitt abban, hogy attól, hogy valami képernyőn és nem táblán jelenik meg, automatikusan érdekesebb is lesz a diák számára. De kíváncsiságból mégis elkezdett olyan oktatóprogramokat keresni és kipróbálni (bármely tantárgyból), melyek valamilyen szempontból hatékonyabbak, ösztönzőbbek a hagyományos módszereknél. Talált is néhányat, és ezeket saját tanítványain és gyerekein tesztelte. Ezek nyomán elkezdte megfogalmazni a saját problémáit és igényeit arra nézve, hogy azok megoldásában/kiszolgálásában milyen program tudna hatékonyan segíteni. Ezek az

- egyébként joggal elvárt, de gyakorlatilag igazán jól kivitelezhetetlen differenciálás
- az elegendő sablon gyakorló feladat hiánya
- a szinte minden diák részéről a gyors/azonnali visszacsatolás iránti igény voltak.

Ezeket a gondolatait osztotta meg velem matekszakkörök keretében, amikor éppen elkezdtem programozni tanulni. Így jött létre a MateKIT, mely Melinda szakmai tapasztalatain, feladatkitűzési stílusán alapul, de alapvetően az én programozói munkám van benne. Mindemellett a projekt során folyamatosan konzultáltunk minden lényeges részletről.

A projekt indulása előtt nem sokkal érkeztek általános iskolákba okostáblák és táblagépek. Ekkorra már sok diák is rendelkezett saját telefonnal. Ezért ezen okoseszközöket célzó Android alkalmazást kezdtünk el fejleszteni. Időközben a kibővült fejlesztői eszköztárnak köszönhetően Webalkalmazás és Windows program formájában is elérhető a MateKIT.

Az alkalmazás ismertető weboldala: <https://matekit.hu>

A webalkalmazás a <https://app.matekit.hu> oldalon elérhető.

Az Android alkalmazás Google Playből tölthető le:

<https://play.google.com/store/apps/details?id=matekit.matekit&hl=hu>

3 Általános didaktikai és programozási szempontok

3.1 Felhasználói felület

3.1.1 Megjelenés

A MateKIT minimalista, letisztult felhasználói felülettel rendelkezik. Csupán néhány színt használunk egyes vizuális elemek kiemelésére. Az alkalmazással több különböző réteget és korosztályt céloztunk meg, általános iskola alsó tagozatától középiskolás diákokig, illetve tanítók, tanárok, gyógypedagógusok és szülők körét is. Ezért döntöttünk egy semleges felhasználói felület létrehozása mellett.

A felhasználói felület sötét és világos témában is elérhető, mely az eszközbeállításokat követi. A hagyományos világos téma mellett a sötét verzió csökkentheti a szemfáradtságot és kellemesebb olvasásélményt biztosíthat. (accessibilitywayne)

Vizsgoltam fontosnak tartottam ezt választhatóvá tenni a felhasználó számára, mivel korcsoportonként és egyénenként is eltérőek a felhasználók preferenciái. (Sethi T, 2023)

3.1.2 Főmenü szervezése

A főmenüben tematikusan szervezve találhatóak a modulok, mivel változó, hogy ki, mikor, mit milyen évfolyamban tanul vagy ismétél illetve az alkalmazást több nyelvre lefordítottuk, ezért sem évfolyam szerint csoportosítottuk a modulokat.

Cél volt továbbá, hogy gyorsan hozzáférhetőek legyenek a feladatok és ne kelljen hosszú menürendszerben navigálnia a felhasználónak.

3.1.3 Feladatgenerátorok paraméterei, beállításai

Több feladatgenerátor modulban is lehet különböző beállítások, paraméterek közül választani. Ezeket azért hoztuk létre, hogy a lényegében ugyanolyan fajta feladatok egy modulba kerülhessenek, viszont lehessen közülük választani.

A számok generálásához meghatározott intervallumok didaktikai jelentőséggel bírnak - cél, hogy a generált feladat „értelmes” legyen és hasonlítson arra, mint amit egy rendes tanár kitalálna – ezen kívül „szép”, könnyen ellenőrizhető megoldása legyen.

3.1.4 Rajztábla

Azon feladatgenerátor modulok, ahol ez indokolt, tartalmaznak egy rajztáblát.

Ehhez Akshay Sharma nyílt forráskódú DrawBox függvénykönyvtárát használok. (Sharma, dátum nélk.)

A fejlesztés során több függvénykönyvtár közül választottam ki a DrawBoxot. Ebben állt a legtöbb olyan funkció rendelkezésre, melyek szükségesek a MateKIT-ben. A könyvtár eredetileg csak vonalak rajzolására volt alkalmas, így bővítettem a funkcionalitást azzal, hogyha csak egy pontján érünk a vászonhoz, akkor egy pont rajzolódjon ki. (Meglépő módon a többi, hasonló függvénykönyvtárból is hiányzott ez az egyszerű funkció)

(akshay2211DrawBoxCommits)

3.1.5 Azonnali visszajelzés

A program azonnali visszajelzést nyújt feladatmegoldásonként a diákok számára.

A megjelenített szöveg helyes válasz esetén: „Helyes megoldás ✓”

Amennyiben téved a diák: „A megoldás [helyes megoldás értéke] volt.”

A visszajelzés szándékosan tömör, lényegre törő, értékítélet nélküli. Tudatosan kerültük, hogy valamilyen formában „gratuláljon” a program, vagy esetleg azt mondja, hogy „**sajnos** ez nem sikerült”.

A visszajelzés a felhasználói felület felső rétegén jelenik meg zöld, illetve piros keretben néhány másodpercig.

A programban ennek köszönhetően csak egyet kell kattintani az ellenőrzés gombra, hogy megkapja a diák a visszajelzést, és a következő feladatot.

Az alternatív megközelítés az lett volna, hogy a feladat ellenőrzése után egy külön ablakban látható a visszajelzés, majd egy újabb gombra kattintással kérhető a következő feladat.

3.1.6 Feladatnapló

A gyakorlás során megoldott feladatok eredményeit a minden egyes feladatgenerátor modulhoz tartozó feladatnapló tárolja.

A feladatnaplóban egy listában tekinthetők meg a korábbi feladatok. A feladatonkénti formátum a következő:

- Feladat szövege
 - Piros színnel, ha helytelenül válaszolt a diák, zölddel, ha helyesen
- Diák válasza
- Értékelés
 - Helyes válasz esetén egy „✓” szimbólum
 - Hibás válasz esetén egy újabb sorba írt „Hibás válasz”
- Feladatmegoldás ideje (óra:perc:másodperc nap/hónap/év)

A bejegyzéseket vízszintes vonalak tagolják a könnyebb átláthatóság érdekében

A képernyő tetején egy dobozban látható, hogy az előző (maximum) 10 feladatból hányat oldott meg helyesen a diák.

Az előző 5 feladatból 3 volt helyes

$$\frac{12X + 3}{3} = 29$$

válasz: 7

✓

21:15:08 12/1/2025

$$\frac{4X + 6}{5} - \frac{7X + 7}{7} = 0$$

válasz: 5

A megoldás 1 volt.

21:14:38 12/1/2025

$$12X + 10 = 22$$

válasz: 1

✓

21:14:35 12/1/2025

$$0/5V + 6) - 0V + 111$$

törlés

III

□

<

3.2 Leprogramozott feladatok kiválasztási szempontjai

A MateKIT célja, hogy tartalmazza feladatgenerátor formájában azon feladatokat, melyek az alábbi kritériumoknak felelnek meg:

- Jellemzően sok gyakorlást igényelnek a diákoktól, míg készségi szintűvé válik megoldásuk
 - Ebből következően sok munkát jelent a tanárok számára a megoldott feladatok kijavítása
- Nincs belőlük elég a legtöbb feladatgyűjteményben
- Viszonylag könnyen algoritmizálható
- Ellenőrizhetőség: A feladatra jellemzően egy számmal vagy néhány szóval tudjon válaszolni a diák, így kicsi a tippelésre való csábítás, tényleg meg kell oldani a feladatot.

A matematikatanácskönyvek és feladatgyűjtemények jellemzően azt mutatják be, hogy milyen változatos lehet egy témakör, a szerzők minél különbözőbb feladatokat próbálnak készíteni. Sok diáknak viszont egy feladattípus begyakorlásához arra lenne szüksége, hogy legalább 10 ugyanolyan feladat álljon rendelkezésre. 5 darab arra, hogy órán demonstrálja a tanár, majd együtt oldják meg őket, és további 5 darab házi feladatnak.

4 Modulok

Az alkalmazás 31 modult tartalmaz, ennek része 25 feladatgenerátor és 6 játék.

4.1 Statisztika

A központi matematika felvételi feladatsorokból válogatott 18 feladatot készíti el a program, véletlenszerű, de értelmesen definiált intervallumokból választva a számokat. (oktatas.hu, dátum nélk.)

A központi felvételi feladatkitűzési stílusát követve, egy grafikonhoz több kérdést is feltesz a program.

4.1.1 Feladatok készítése

Feladat készítése során a feladatszöveghez értelmes adathalmazt generálunk. A feladatok szövegéhez, illetve azok megoldásához különböző lekérdezéseket kell végezni az adathalmazon.

Definiáltam a „StatisztikaiAdatHalmaz” osztályt, mely (x,y) double értékeket tartalmaz, egy x és y lista formájában. Ezen kívül az adathalmaznak van neve, és típusa, mely lehet oszlop vagy vonal, a mező értékének megfelelően vonal vagy oszlopdiagramként lesz ábrázolva a programban.

A lekérdezésekhez a következő műveleteket kellett definiálni:

- súlyozott összeg: adathalmaz x y párojainak szorzatösszege
- adathalmaz súlyozott átlaga / y értékek összege
- adathalmaz legnagyobb y értékéhez tartozó x érték
- egész számok listájára (vagy double listára), legnagyobb értékhez tartozó index: megadja a legnagyobb érték első indexét, és igaz/hamis értéként, hogy egyedüli legnagyobb érték-e a listában
- egész számok listájára (vagy double listára), legkisebb értékhez tartozó index: megadja a legkisebb érték első indexét
- Double listára: legkisebbEltérésKétEgymástKövetőÉrtékKözött
- Double listára: legnagyobbEltérésKétEgymástKövetőÉrtékKözött

4.1.2 Feladatok

- A 8. osztályos diákok közül n tanuló dolgozatot írt. Az eredmények a grafikonon láthatóak. (n 5 és 40 közötti egész szám)
 - Grafikon
 - oszlopdiagram
 - vízszintes tengely: érdemjegyek 1-től 5-ig
 - függőleges tengely: tanulók száma
 - Kérdések:
 - Hány elégtelen volt a felmérésben?
 - Hány elégséges volt a felmérésben?
 - Hány közepes volt a felmérésben?
 - Hány négyes volt a felmérésben?

- Hány ötös volt a felmérésben?
 - Melyik volt a leggyakoribb szerzett jegy?
 - Mennyivel volt több kettes, mint egyes?
- Karcsi n fős osztályban tanul. Szeptember elején megkérdezte osztálytársait, ki hány könyvet olvasott el a nyáron. A válaszok alapján az alábbi diagramot készítette. (n 10 és 50 közötti szám)
 - Grafikon
 - oszlopdiagram
 - vízszintes tengely: elolvasott könyvek száma
 - függőleges tengely: fő (ahányan annyi db könyvet olvastak el)
 - Kérdések:
 - Hány könyvet olvasott el Karcsi a nyáron, ha az osztálytársaival együtt összesen k db könyvet olvastak el?
 - Hány könyvet olvasott el ebben az osztályban átlagosan egy-egy diák nyáron?
 - Az osztály tanulóinak hány százaléka olvasott el legfeljebb egy könyvet a nyáron?
- Az alábbi oszlopdiagramon egy távoli bolygórendszerben levő n bolygó holdjainak számát ábrázoltuk. Az átláthatóság kedvéért a csillagtól való távolság szerint sorszámoztuk a bolygókat.
 - n 4 és 8 közötti egész,
 - minden bolygó holdjainak száma 1 és 10 közötti szám
 - Grafikon
 - oszlopdiagram
 - vízszintes tengely: bolygók sorszámai
 - függőleges tengely: holdak száma
 - Kérdések
 - Hány hold található a bolygórendszerben?
 - Hány holdja van a k. bolygónak?
 - Az l. bolygó holdjainak száma hány százaléka az m. bolygó holdjai számának? Válaszát két tizedesjegyre kerekítve adja meg!
- Molnár úr egy hirdetést adott fel az egyik újságban. Az alábbi diagram azt mutatja, hogy a hirdetés megjelenését követő hét egyes napjain hányan hívták fel Molnár urat a hirdetéssel kapcsolatban.

- Grafikon
 - oszlopdiagram
 - vízszintes tengely: hét napjai (hétfő, kedd, szerda, csütörtök, péntek, szombat vasárnap)
 - függőleges tengely: hívások száma (1 és 24 közötti számok)
- Kérdések:
 - Összesen hányan telefonáltak a héten?
 - Az összes érdeklődő hány százaléka telefonált hétfőn/kedden/szerdán(...)?
 - Melyik napon telefonált a legtöbb érdeklődő?
- Két osztály matematikadolgozatának eredményeit mutatja az alábbi diagram.
 - Grafikon:
 - vízszintes tengely: érdemjegyek 1-től 5-ig
 - függőleges tengely: tanulók száma. minden érdemjegy felett két oszlop, A és B osztály különböző színnel.
 - Kérdések:
 - Melyik osztályzatból szerezték a legtöbbet a két csoportban összesen?
 - Hányan szerezték legalább hármas osztályzatot a B csoportban?
 - Számítsd ki az A osztály tanulói által szerzett osztályzatok átlagát! Az eredményt két tizedesjegy pontossággal add meg!
- Az alábbi diagram azt mutatja, hogy a Fakopács asztalosműhelyben az egyik hét munkanapjain hány darab asztalt és széket készítettek:
 - Grafikon:
 - oszlopdiagram
 - vízszintes tengely: munkanapok: hétfő, kedd, szerda, csütörtök, péntek
 - függőleges tengely: elkészített bútorok száma, minden nap felett két oszlop, asztalok és székek különböző színnel. Minden érték 1 és 10 közötti egész szám.
 - Kérdések:
 - Hány asztalt készítettek azon a héten?
 - Hány széket készítettek átlagosan egy nap alatt?
 - A csütörtökön készült székek száma hány százaléka a szerdán készülteknek?

- Egy levelező matematikaverseny első fordulóján n diák vett részt. Összesen hat feladatot kellett megoldaniuk. Az egyes feladatokra érkezett megoldások számát az alábbi grafikon mutatja.
 - Grafikon:
 - oszlopdiagram
 - vízszintes tengely: feladatok sorszámai 1-től 6-ig.
 - függőleges tengely: beküldők száma, (10 és 44 közötti páronként különböző egész számok)
 - Kérdések:
 - Melyik feladatra érkezett a harmadik legtöbb megoldás?
 - Az 1. feladatra hányan nem küldtek megoldást a résztvevők közül?
 - Mennyivel többen küldtek megoldást a 2. feladatra, mint az 5. feladatra?
 - Mennyi az utolsó három feladatra beküldött megoldások számának átlaga?
- Egy gátőr minden este leolvassa a Duna vízszintjét, és az értékeket oszlopdiagramon ábrázolja. Április első két hetében a következő grafikon készítése:
 - Grafikon:
 - oszlopdiagram
 - vízszintes tengely: napok két héten keresztül
 - függőleges tengely: vízállás (cm), 30 és 100 közötti 5-tel osztható, páronként eltérő értékek
 - Kérdések:
 - Mely napon volt a legalacsonyabb a vízszint ebben az időszakban?
 - Hány napon volt a vízszint magasabb az előző napinál?
 - Hány cm volt a legnagyobb vízszintkülönbség április első két hetében?
 - Hány cm volt 4-étől 8-áig a vízszint átlaga?
 - Melyik napon észlelte a gátőr a legnagyobb vízszintváltozást?
- Pisti tüdőgyulladást kapott és kórházba került. A lázát reggel hat órától éjfélig három óránként mérték, és az alábbi lázlapon ábrázolták. Válaszolj a grafikon alapján az alábbi kérdésekre:
 - Grafikon:
 - vonaldiagram

- vízszintes tengely: A mérések ideje (óra): 6 és 24 közötti 3-mal osztható számok
 - függőleges tengely: Testhőmérséklet ($^{\circ}\text{C}$): 37.0 és 40.0 közötti számok, legfeljebb egy tizedesjeggyel
- Kérdések:
 - Pistinek mekkora volt a legmagasabb láza?
 - Hány órai mérési időpontokban volt legalább 38°C Pisti láza? (Minden időpontot sorolj fel időrend szerint növekvő sorrendben, szóköz nélkül, vesszővel elválasztva)
 - Hány $^{\circ}\text{C}$ volt a legkisebb eltérés a két egymást követő mérés között? (A választ egy tizedes jegy pontossággal add meg!)
- Péter a múlt héten minden nap megmérte a levegő hőmérsékletét az erkélyen reggel 7 órakor és délután 2 órakor. Az eredményekről a következő grafikont készítette:
 - Grafikon:
 - oszlopdiagram
 - vízszintes tengely: hőmérséklet ($^{\circ}\text{C}$): minden nap felett két oszlop különböző színnel, egy reggeli és egy délután érték. Reggeli értékek: 5 és 15 között páronként különböző egész számok. Délutáni értékek: 16 és 30 közötti páronként különböző egész számok.
 - függőleges tengely: napok (hétfőtől vasárnapig)
 - Kérdések:
 - Mekkora volt a legnagyobb különbség a reggeli hőmérsékletek között?
 - Hány $^{\circ}\text{C}$ volt a heti átlaghőmérséklet délután kettőkor? (A megoldást egy tizedes pontossággal add meg!)
 - Hétfőn mennyit emelkedett a hőmérséklet reggel hét óra és délután két óra között?
 - Mekkora volt a legnagyobb napi hőmérsékletkülönbség a két mérési időpont között?
 - Mekkora volt a legkisebb napi hőmérsékletkülönbség a két mérési időpont között?
- A következő diagramon egy n fős osztály matematikadolgozatának eredményét ábrázoltuk nemek szerinti eloszlásban.
 - Grafikon:
 - oszlopdiagram

- vízszintes tengely: jegyek 1-től 5-ig
 - függőleges tengely: tanulók száma, minden jegy felett két oszlop, fiúk és lányok különböző színnel.
- Kérdések:
 - Péter osztályzatánál pontosan n tanuló szerzett jobb jegyet az osztályban. Hányast kapott Péter?
 - Az osztály tanulóinak hány százaléka kapott jeles (5) osztályzatot? (Az eredményt két tizedesjegy pontossággal add meg!)
 - Számítsd ki a fiúk jegyeinek átlagát! (Az eredményt két tizedesjegy pontossággal add meg!)
 - Számítsd ki a lányok jegyeinek átlagát! (Az eredményt két tizedesjegy pontossággal add meg!)
- A grafikon a benzin fabatkában megadott, literenkénti árának egy éves alakulását mutatja.
 - A benzin árak 250 és 400 közötti 5-tel osztható, páronként különböző értékek
 - Grafikon:
 - oszlopdiagram
 - vízszintes tengely: hónap (januártól decemberig)
 - függőleges tengely: ár (fabatka)
 - Kérdések:
 - Hány hónapban volt a benzin ára n fabatkánál magasabb?
 - Hány fabatka volt a legmagasabb és a legalacsonyabb ár különbsége?
 - Hány fabatkával kellett többet fizetni 25 liter benzinért októberben, mint márciusban?
 - Hány fabatka volt a benzin átlagos ára a nyári hónapokban? (június, július, augusztus?) (Az eredményt egy tizedesjegy pontossággal add meg!)
- Az alábbi ábrán azt tüntettük fel, hogy egy varroda a hét egyes napjain hány darab ruhát készített el. Csak öltönyök és kosztümök varrásával foglalkoznak. Válaszolj a grafikon alapján az alábbi kérdésekre!
 - Grafikon:
 - oszlopdiagram
 - vízszintes tengely: hét napjai, hétfőtől péntekig

- függőleges tengely: elkészült darabok száma, minden nap felett két oszlop, öltönyök és kosztümök különböző színnel.
- Kérdések:
 - Melyik napon varrták a legtöbb kosztümöt? (nap neve, ragozás nélkül)
 - Szerdán hány darabbal varrtak kevesebb kosztümöt, mint öltönyt?
 - Melyik nap volt az összesen megvarrt ruhák száma a legtöbb? (nap neve ragozás nélkül)
 - Átlagosan hány öltönyt varrtak meg egy nap ezen a héten? (Az eredményt egy tizedesjegy pontossággal add meg!)
 - Átlagosan hány kosztümöt varrtak meg egy nap ezen a héten? (Az eredményt egy tizedesjegy pontossággal add meg!)
- A diagram az autógyárban óránként elkészült gépkocsik számát mutatja egy tízórás időszak alatt. A gyár vezetése 6 db/óra átlagos teljesítményt vár el.
 - Grafikon:
 - oszlopdiaagram
 - vízszintes tengely: órák, 1 és 10 között
 - függőleges tengely: elkészült darab, 2 és 10 közötti számok
 - Kérdések:
 - Mely órákban termeltek 6 db/óra teljesítmény felett? (órák száma növekvő sorrendben, vesszővel elválasztva, szóköz nélkül)
 - Az egész időszakra vonatkozóan összességében teljesítették-e az elvárást? (igen/nem)
 - Összesen hány db gépkocsit gyártottak a tízórás időszak alatt?
- Egy közvélemény kutatás során három korosztályból 100-100 embert kérdeztek meg arról, hogy az alma, a barack és a körte közül melyik gyümölcsöt szeretik leginkább. A válaszok eloszlása az alábbi oszlopdiaagramon látható.
 - Grafikon:
 - oszlopdiaagram
 - vízszintes tengely: korosztályok: 15 évesnél fiatalabbak (a), 15-30 évesek (b), 30 évesnél idősebbek (c)
 - függőleges tengely: tanulók száma, minden korosztály felett három oszlop, alma, körte, barack különböző színnel.
 - Kérdések:

- Melyik korosztályban szeretik a legnagyobb arányban az almát a megkérdezettek? (a vagy b vagy c)
 - Hány fő mondta a 15 évnél fiatalabbak közül, hogy a barackot szereti a legjobban?
 - Hány fő mondta a 15–30 évesek közül, hogy a barackot szereti a legjobban?
 - Hány fő mondta a 30 évnél idősebbek közül, hogy a barackot szereti a legjobban?
 - A körtét legjobban kedvelők hány százaléka fiatalabb 15 évesnél?
- Egy matematikaversenyen 10 feladatot kellett megoldaniuk a versenyzőknek, minden feladatra 100 pontot lehetett kapni. A zsűri a dolgozatok javítása után statisztikát készített. Kiszámították, hogy a versenyzők egy-egy feladatra átlagosan hány pontot kaptak. Az átlagok egész számok lettek. Ezeket az értékeket ábrázolták az alábbi diagramon.
 - Grafikon:
 - oszlopdiagram
 - vízszintes tengely: feladat sorszáma (1-től 10-ig)
 - függőleges tengely: A versenyzők egy-egy feladatra kapott pontszámainak átlaga, 20 és 100 közötti 5-tel osztható egész számok
 - Kérdések:
 - Melyik feladat bizonyult a legnehezebbnek?
 - Mennyi a legnagyobb átlagpontkülönbség a feladatok között?
 - Mennyi a három legmagasabb átlagpontszámú feladat átlagpontszámainak átlaga?
- Egy szabályos pénzérmét feldobtunk tízszer egymás után. Minden dobás értéke fej vagy írás lehetett. Minden dobás után kiszámoltuk, hogy az addigi dobások hány százaléka volt fej. A kísérletek eredményét az alábbi diagramon ábrázoltuk.
 - Ehhez a feladathoz véletlenszerűen generálunk egy fej-írás dobásokból álló listát úgy, hogy mindig legyen mindkettőből.
 - Grafikon:
 - oszlopdiagram
 - vízszintes tengely: A dobások száma (darab)
 - függőleges tengely: A fejek aránya az addigi dobások között (%)
 - Kérdések:

- Hányadik dobás alkalmával dobtunk először fejet?
 - Hány százalék volt az első öt dobásban az írások aránya?
 - Hány írás lett a tíz dobásból?
 - Hányszor dobtunk írás után közvetlenül fejet?
- A n fős 8.b osztály tanulóit megkérdezték a tanév végén, hány ötöst kaptak matematikából. Az adatokból az alábbi oszlopdiagramot készítették.
 - Grafikon:
 - oszlopdiagram
 - vízszintes tengely: egy tanuló ötöseinek száma (db), számok 1-től 9-ig
 - függőleges tengely: tanulók száma, 0 és 10 közötti egész számok.
Olyan nem fordulhat elő, hogy minden érték 0 legyen.
 - Kérdések:
 - Csabánál senki sem kapott több ötöst ebben az osztályban. Hány ötöst kapott Csaba?
 - Daninál és Eleméرنél kevesebb ötöst nem kapott senki. Hány ötöst kapott összesen ez a két tanuló?
 - Hány ötöst kaptak összesen a 8.b diákjai?

Két osztály matematikadolgozatának eredményeit mutatja az alábbi diagram.

Kérdések ^

Ellenőrzés

Új feladat

Melyik osztályzatból született a legtöbb a két csoportban összesen?

✓

5

Hányan szereztek legalább hármast osztályzatot a B csoportban?

✓

19

Számítsd ki az A osztály tanulói által szerzett osztályzatok átlagát! Az eredményt két tizedesjegy pontossággal add meg!

3

4.6



4.2 Alapműveletek

A négy alapművelettel való számolások általános gyakorlására készített modul. Több paramétert változtathatunk, de akár előre elkészített sablonok közül is választhatunk.

Feladatok paraméterei:

- Generált számok tartománya
 - Beírható két szövegdobozba a minimum és maximum
 - Előre elkészített gombok a következő intervallumokhoz:
 - 1..20
 - 1..50
 - 1..100
 - 1..200
 - -20..20
 - -500..500
 - -1000..1000
 - -2000..2000
 - -5000..5000
- Program által választható műveletek (összeadás, kivonás, szorzás, osztás)
- Tagszám
- Véletlen tagszám
- Véletlen tagszám esetén tagok számának minimum és maximum értéke

Előre elkészített sablonok:

- kibővített szorzótábla
 - Hagyományosan 1-től 10-ig tanítjuk a szorzótáblát, de valójában a gyakorlatban még rendszeresen van szükség a 11-től 20-ig tartó szorzótábla ismeretére is. Így ezzel az opcióval 11 és 20 közötti számok szorzását gyakorolhatja a diák.
- műveletlanc
 - Ötötől tíz darab szám összeadása, kivonása vegyesen. A számok -50..50 közötti egészek.

14·18

Megoldás:

Ellenőrzés



 Számok tartománya:

tól 11

ig 20

☐ +

☐ -

☒ ×

☐ /

Véletlen tagszám ☐

2

 + -

kibővített szorzótábla

műveletlánc

tartományválasztás

1..20

1..50

1..100

1..200

-20..20

-500..500

-1000..1000

-2000..2000

-5000..5000

3. ábra Alapműveletek példafeladat 6,5" képtárlőjű telefonon

15·12

Megoldás:

Ellenőrzés







Számok tartománya:

tól11

ig20

☐ +

☐ -

☒ ×

☐ /

Véletlen tagszám

☐

2

+

-

kibővített szorzótábla

műveletlánc

tartományválasztás

1..20

1..50

1..100

1..200

-20..20

-500..500

-1000..1000

-2000..2000

-5000..5000

4. ábra Alapműveletek példafeladat 6,5" képátlójú telefonon sötét alkalmazástémában

4.3 Írásbeli Műveletek

Összeadás, kivonás, szorzás és osztás gyakorlása, úgy, mintha papíron írásban végeznénk a műveleteket. A feladatot négyzethálón jeleníti meg a program. A diáknak a négyzetháló egyes celláiba pontosan úgy kell beírnia megoldását, mint ahogy hagyományosan papíron elvégezné a műveleteket.

Beállítások:

- Műveletek: összeadás, kivonás, szorzás, osztás
- Számok tartománya: Azon intervallum, melyből véletlenszerűen generál számokat a program
 - Beírható két szövegdobozba a minimum és maximum
 - Előre elkészített gombok a következő intervallumokhoz:
 - 1..20
 - 1..50
 - 1..200
 - 10..500
 - 500..1000
- Szorzás esetén választható, hogy balra vagy jobbra toljuk a sorokat.

4.3.1 Megvalósítás programban

Az írásbeli műveletet soronként karakterlistákká képezzük le.

Végeredményében minden írásbeli műveletet egy karakterlistákat tartalmazó listává képez le a program. A karaktereket sztringként tároljuk. A négyzetháló üres celláit üres sztringeknek feleltetjük meg.

A naplóbejegyzéseket úgy készítjük, hogy a feladat minden egyes sztringlistáját egy sorra fűzzük össze, az üres stringeket szóközre cseréljük. Az írásbeli műveletekhez tartozó feladatnaplóban monospaced betűtípust használunk. A monospaced betűtípusok minden egyes karaktere ugyanolyan szélességű, így össze lehet belőlük rakni egy táblázatot.

Androidon a JetBrains Mono, weben a Courier New betűtípust. Ennek köszönhetően a feladatnaplóban látható megoldókulcsok is úgy jelennek meg, mint ahogy egy négyzethálós lapra leírjuk ezeket a feladatokat.

4.4 Írásbeli Műveletek Alsó Tagozat

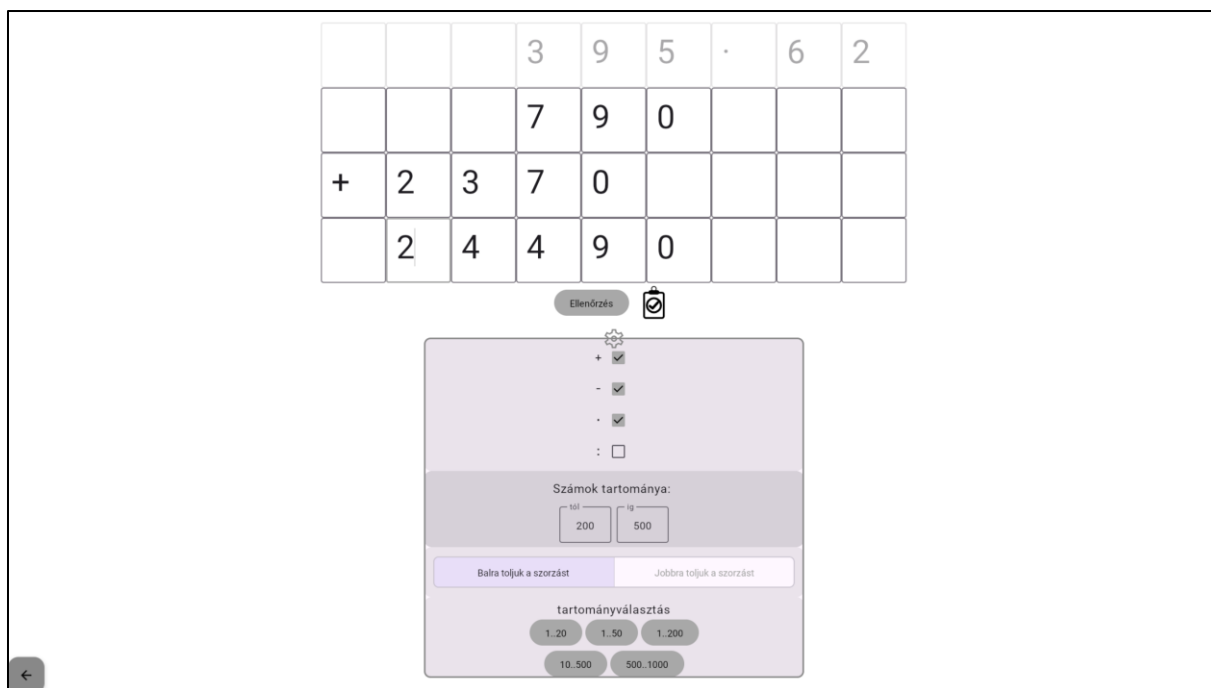
Az Írásbeli Műveletek modullal közel megegyezően működik, viszont egyszerűbb feladatok közül lehet választani és a feladattípus választása is egyszerűbb felhasználói felületen történik.

A modul megnyitásakor egy listából választhatja ki a felhasználó a feladattípust:

- Összeadás tízes számkörben
- Összeadás húszas számkörben
- Összeadás százaz számkörben
- Összeadás ezres számkörben
- Kivonás tízes számkörben
- Kivonás húszas számkörben
- Kivonás százaz számkörben
- Kivonás ezres számkörben
- Szorzás egyjegyűvel
- Szorzás kétjegyűvel (sorok balra tolásával)
- Szorzás kétjegyűvel (sorok jobbra tolásával)
- Kétjegyű szám osztása egyjegyűvel
- Háromjegyű szám osztása egyjegyűvel
- Négyjegyű szám osztása egyjegyűvel
- Kétjegyű szám osztása kétjegyűvel
- Háromjegyű szám osztása kétjegyűvel
- Négyjegyű szám osztása kétjegyűvel

A generált feladatok megoldásai ebben a modulban a kiválasztott számkörön belül maradnak.

Alsó tagozatban, illetve gyógypedagógián ezek fontos szempontok.



5. ábra Írásbeli műveletek elvégzett szorzás 27" képátlójú kijelzőn a MateKIT webalkalmazásban

4.5 Szorzás-Osztás Tízhatvánnyal

A Szorzás-Osztás Tízhatvánnyal modulban egy maximum négyjegyű számot kell szoroznia vagy osztani a diáknak. A négyjegyűség ebben az esetben úgy értendő, hogy a szám lehet tizedes tört is, ekkor az egész rész után maximum 3 tizedesjegy található

A tízhatványok 0,001 és 1000 között vannak.

A szorzandó számot a következőképpen választjuk: Választunk egy véletlenszerű számot 1..250 között. A számot véletlenszerűen (50% eséllyel) elosztjuk ezerrel.

A kapott számot kell a diáknak elosztania vagy megszoroznia (a műveletet véletlenszerűen választjuk) a 10 n-edik hatványával, ahol n -3..3 között egy véletlen szám.

4.6 Számolás Negatív Számokkal

A Számolás Negatív Számokkal modul célja, hogy a számegyenesen való tájékozódást segítse gyakorolni. Fejben számolható feladatokat generál a modul, hogy az előjelekkel való számolásra tudjon figyelni a diák. A tanulókra jellemző, hogy „eltévednek”, mikor egy számolásban vegyesen szerepelnek negatív számok, összeadás, kivonás. Gyakori típushiba például a „-2+1.2=-3.2”

4.6.1 Feladatkészítés menete:

A feladatban szereplő első szám egy $-10..10$ közötti egész, de nem nulla. A feladatban szereplő második szám vagy egy $1..10$ közötti egész szám (80% esély) vagy egy abszolút értékben $1..10$ közötti tizedestört, mindig egy tizedesjeggyel (20% esély), lehet negatív is.

4.7 Törtek Gyakorlása

Tört számokkal való műveletek gyakorlására nyújt lehetőséget a modul.

A diák vegyes tört formájában írhatja be megoldását. Megadhatja az egész részt, a számlálót, és a nevezőt.

Beállítások:

- Műveletek: összeadás, kivonás, szorzás, osztás
- Számlálók, nevezők tartománya
- Tagszám
- Véletlen Tagszám
- Véletlen tagszám esetén tagok számának minimum és maximum értéke
- Vegyes Számok
- Vegyes számok esetén egész rész tartománya
- Generált törtek kisebbek egynél
 - Bekapcsolás esetén csak egynél kisebb értékű törteket generál a program
- Eredményt a legegyszerűbb tört alakban kell megadni
 - Bekapcsolás esetén csak akkor fogja elfogadni a program a választ, ha az a legegyszerűbb tört alakban van. Ha a megoldás $1,5$, akkor csak az egy egész egyketted lesz helyes megoldás, míg például a $6/4$ nem lesz elfogadva.

$$\frac{19}{20} + \frac{12}{14}$$

	számláló	
egész	—	Ellenőrzés
	nevező	



könnyű

közepes

nehéz

nagyon nehéz

☒ +☒ -☒ ×☐ /

Egészrész tartománya

tól
0

ig
0

Számlálók, nevezők tartománya

tól
1

ig
20

Véletlen tagszám



tól
2

ig
3

Vegyes számok



Generált törtek kisebbek egynél



Eredményt a legegyszerűbb tört alakban kell megadni



4.8 Egyenletek Gyakorlása

A modulban 7 típusfeladaton keresztül gyakorolhatják be a diákok az egyismeretlenes, lineáris egyenletek megoldását mérlegelvvel.

A 7 típusfeladatot Melinda határozta meg. Ezek azok a típus egyenletek, melyek már elég különbözőek egymástól, hogy a legtöbb diák számára minőségileg eltérő feladatnak tűnjenek.

Az együtthatókat jelölje E, a konstans értékeket C, az ismeretlen pedig legyen X

- kezdő1: $E_1 * X + C_1 = C_2$
- Kezdő2: $E_1 * X + C_1 = E_2 * X + C_2$
- zárójel1: $E_1 * (E_2 * X + C_1) = E_3 * X + C_2$
- zárójel2: A zárójel1 feladathoz képest az a különbség, hogy n darab $E_1 * (E_2 * X + C_1)$ együttható-zárójel egységből álló tag összegéből áll a bal oldal, és k darabból a jobb oldal, végén egy +C konstanssal, például:
$$E_1 * (E_2 * X + C_1) + E_1 * (E_2 * X + C_1) = E_1 * (E_2 * X + C_1) + E_1 * (E_2 * X + C_1) + E_1 * (E_2 * X + C_1) + C$$
 - ahol n és k értéke is 1 vagy 2 a könnyű nehézségi szinten.
- törtes1: $\frac{E * X + C}{E} = C$
- törtes2: $\frac{E * X + C}{E} + E * X = C$
- törtes3: $\frac{E * X + C}{E} + \frac{E * X + C}{E} = C$

A feladatok lehetséges megoldásai vagy egy egész szám, vagy pedig az, hogy az egyenlet azonosságra vezet. (Míg tetszőleges együtthatókkal felírt feladat megoldása sokszor tört - melyre nehéz ellenőrizni.)

A beállításokban választhatunk könnyű, közepes és nehéz szintek között.

- Könnyű:
 - E és C értéke 2..12 között
 - n és k értéke 1..2 között
 - ismeretlen X értéke 1..12 között
- Közepes:
 - E és C értéke -20..20 között
 - n és k értéke 1..3 között

- ismeretlen X értéke 1..20 között
- Nehéz:
 - E és C értéke -50..50 között
 - n és k értéke 1..3 között
 - ismeretlen X értéke 1..50 között

20:35

68%

Ellenőrzés

Megoldás:

azonosság

$$5X + 5 = 4X + 12$$

kezdő 1

kezdő 2

zárójel 1

zárójel 2

törtes 1

törtes 2

törtes 3

könnyű

közepes

nehéz



7. ábra Egyenletek 10,5" képátlójú táblagépen

Ellenőrzés

Megoldás:

azonosság

$$5X + 5 = 4X + 12 / -5$$

$$5X - 4X = 12 - 5$$

$$X = 7$$



8. ábra Egyenletmegoldás a rajztábla használatával; 10,5" képátlójú táblagépen

4.9 Egyenletrendszerek Gyakorlása

Kétismeretlenes lineáris egyenletrendszereket készít a modul.

Az egyenletek alakja:

$$E_1 \cdot a + E_2 \cdot b = C_1$$

$$E_3 \cdot a + E_4 \cdot b = C_2$$

Az a és b ismeretleneket keressük. E_1, E_2, E_3, E_4 együtthatókat nehézségi szint függvényében generálja a program. C_1 és C_2 értéke az ismeretlenek és együtthatók értékéből következik.

Az ismeretlenek és együtthatók lehetséges értékeit a beállításokban lehet kiválasztani.

Nehézségi szintenként:

- Könnyű:
 - a, b eleme 1..12
 - E_1, E_2, E_3, E_4 eleme 1..12
- Közepes
 - a, b eleme 1..20
 - E_1, E_2, E_3, E_4 eleme 1..20
- Nehéz
 - a, b eleme -20..20
 - E_1, E_2, E_3, E_4 eleme -20..20
- Nagyon nehéz
 - a, b eleme -40..40
 - E_1, E_2, E_3, E_4 eleme -40..40

$$\begin{aligned}8a+1b &= 36 \\ 11a+5b &= 64\end{aligned}$$

a=

b=

Ellenőrzés

könnyű

közepes

nehéz

nagyon nehéz

változók tartománya

min

1

max

12

együtthatók tartománya

min

1

max

12



4.10 Római Számok Gyakorlása

A diákok gyakorolhatják az arabból római vagy rómaiból arab számokba való átváltást. A tanuló kiválaszthatja, hogy milyen intervallumból válasszon a program átváltandó számot, illetve hogy az arabból római vagy a rómaiból arab szám

írásba való átváltást szeretné gyakorolni.

Beállítások:

- Átváltandó szám minimuma
 - Szerkeszthető szövegdobozban
 - állítható csúszkával is
- Átváltandó szám maximuma
 - Szerkeszthető szövegdobozban
 - állítható csúszkával is
- Váltógomb (kétszegmensű gomb) a feladattípus választására

4.11 Arányosságok Gyakorlása

A modul az arányosságok témakörének 6 típusfeladatát készíti el. A 6 típusfeladathoz összesen 43 féle szöveget írtunk.

A feladatokban szereplő a és b számok relatív prímek 1 és 10 között. A k paraméter egész szám 2..40 között. Az egyes feladattípusok:

1. Ossz el Andi és Bandi közt a:b arányban $(a + b) \cdot k$ db csokit! Mennyi Andi része?
i. megoldás: $a \cdot k$
2. Cili és Dani pénzének aránya a:b. Cilinek $a \cdot k \cdot 10$ Ft-ja van. Mennyi van Daninak?
i. megoldás: $b \cdot k \cdot 10$
3. Egy videó like-jainak és dislike-jainak aránya a:b. A like-ok száma $(a - b) \cdot k$ több.
Mennyi dislike van?
i. megoldás: $b \cdot k$
4. Samu a óra alatt $a \cdot k$ km-t tesz meg. Hány km-t tesz meg b óra alatt?
i. megoldás: $b \cdot k$
5. Gizi a óra alatt $a \cdot k$ km-t tesz meg. $b \cdot k$ km-t hány óra alatt tesz meg?
i. megoldás: b

6. A menyasszonyi autóra és az asztalra összesen $(a+b)*k$ szál rózsát vásároltunk. Ha virágok $a:b$ arányban oszlanak meg az autó és az asztal közt, akkor mennyi jut az asztalra?

i. megoldás: $b*k$

A 3. feladattípus 3. paramétere -val/-vel ragot kap. (lásd: nyelvtani függvények)

4.12 Százalékos Feladatok

A modul a százalékos feladatok 10 típusfeladatát készíti el. A 10 típusfeladathoz összesen 27 féle szöveget írtunk.

4.13 Mértékváltások

A különböző mennyiségek mértékegységei közötti átváltást gyakoroltatja a modul.

Mennyiségek és mértékegységek

- Tömeg
 - milligramm, gramm, dekagramm, kilogramm, tonna
- Hossz
 - milliméter, centiméter, deciméter, méter, kilométer
- Terület
 - négyzetmilliméter, négyzetcentiméter, négyzetdeciméter, négyzetméter, hektár, négyzetkilométer
- Térfogat
 - köbmilliméter, köbcentiméter, köbdeciméter, köbméter, köbkilométer
- Űrmérték
 - milliliter, centiliter, deciliter, liter, hektoliter

Az átváltandó szám 1 és 500 közötti egész.

A beállításokban levő paraméterek:

- Mértékegységek maximális távolsága
 - 1 és 5 közötti szám. 1 esetén csak szomszédos mértékegységek közötti váltásokat kér a program, nagyobb érték esetén egyre távoliabbakat is
- Mennyiségek egyenként választhatók (tömeg, hossz, terület, térfogat, űrmérték)

- Mennyiség mellett jelölőnégyzet található. Ha be van pipálva, akkor választhatja a program.
- Mennyiségek mértékegységei választhatók
 - Minden mértékegység mellett jelölőnégyzet található. Ha be van pipálva, akkor választhatja a program.

Hány dkg 462 mg?



Megoldás:

Ellenőrzés



mértékegységek maximális távolsága: 2

☒ tömeg☒ mg ☒ g ☒ dkg ☒ kg ☒ t☒ hossz☒ mm ☒ cm ☒ dm ☒ m ☒ km☒ terület☒ mm² ☒ cm² ☒ dm² ☒ m² ☒ ha ☒ km²☒ térfogat☒ mm³ ☒ cm³ ☒ dm³ ☒ m³ ☒ km³☒ űrmérték☒ ml ☒ cl ☒ dl ☒ l ☒ hl

10. ábra Mértékváltások 10,5" képátlójú táblagépen

4.14 Geometriai Szöveges Feladatok

A modul a 12 leggyakoribb alakzat terület, kerület és térfogatszámítási feladatait képes legenerálni.

Alakzatok: négyzet, téglalap, kocka, téglatest, rombusz, paralelogramma, deltoid, trapéz, szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, (általános) háromszög

4.15 Geometriai Területszámítás Ábrával

A modulban négyzethálóra rajzolt síkidomok területét kell a diáknak kiszámolnia.

A program által generált síkidomok:

- négyzet
- téglalap
- paralelogramma
- deltoid
- trapéz
- háromszög
- konkáv négyszög
- konkáv ötszög

A területszámítási feladatok megoldása minden esetben egész szám, vagy valamennyi egész öttized, hogy fejben könnyen számolható legyen.

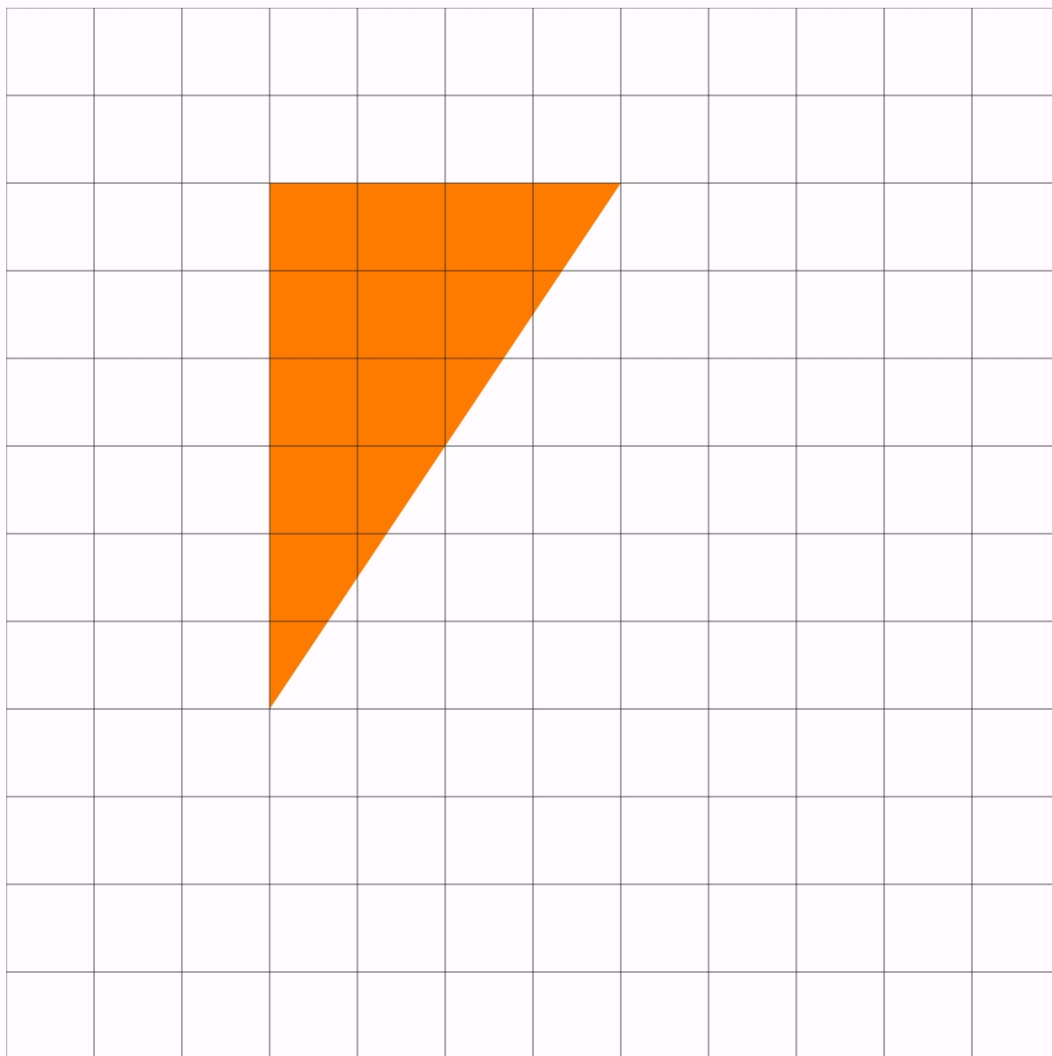
A modulban a koordinátarendszer gombra kattintva megjelenik a négyzethálón egy koordináta rendszer.

A modul feladatnaplójába az egyes síkidomokat meghatározó csúcspontok koordinátáit mentjük el, így a területszámítás gyakorlásán kívül a koordinátarendszer használatát is ismétli a diák.

Számold ki az ábrázolt síkidom területét!



Megoldás



4.16 Koordinátarendszer Megismerése

A koordinátarendszer X,Y tengelyeinek és a pozitív, negatív számok helyének a megjegyzése sok diáknak okoz nehézséget a téma elején.

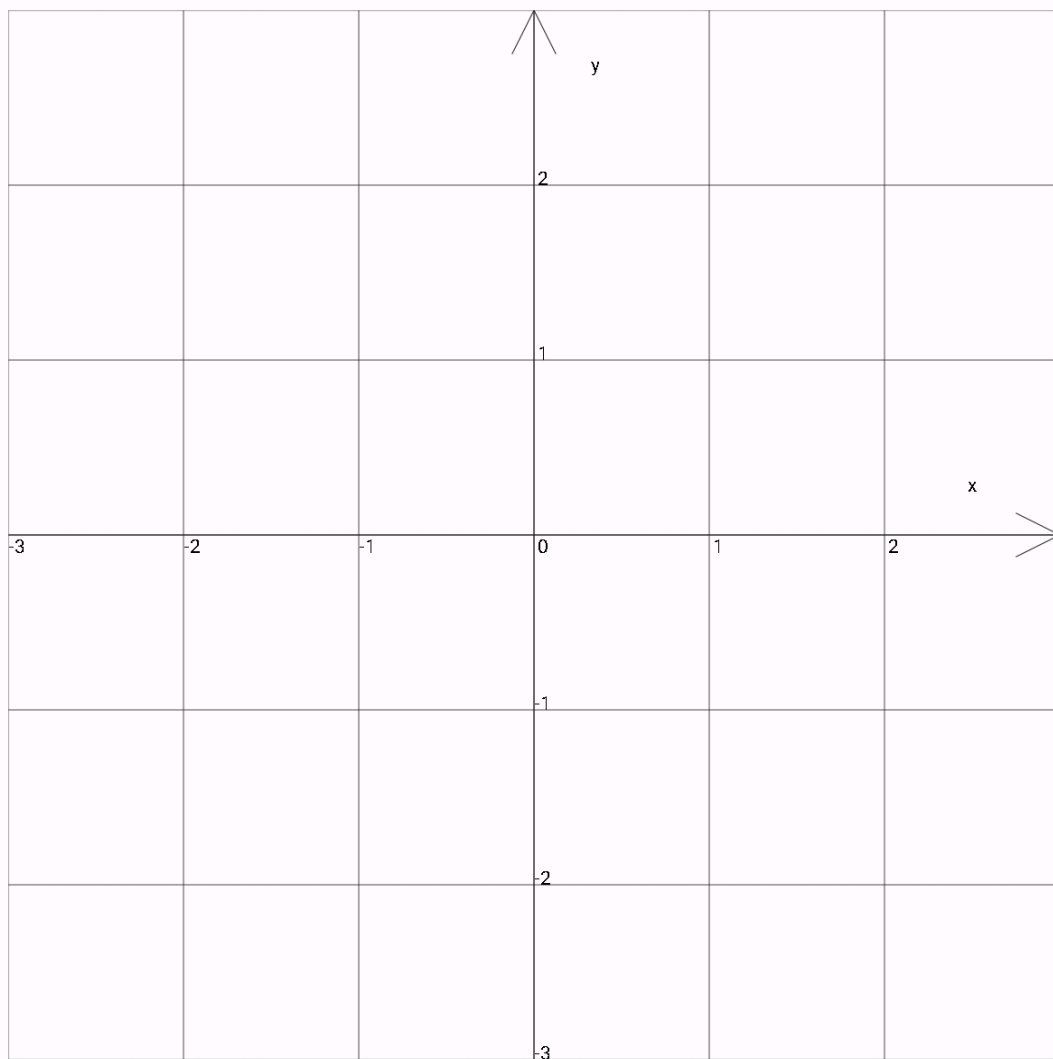
Koordinátarendszer Megismerése modul két típusfeladaton keresztül segít gyakorolni. Ezek a pontbejelölés és pont koordinátáinak leolvasása.

Pontbejelölés estén megadott koordinátájú pontra kell kattintani.

Pont koordinátáinak leolvasása módban a program véletlenszerűen választ egy négyzethálóra eső pontot a koordinátarendszerben, és rajzol rá egy pontot. Ennek X és Y koordinátáit kell a diáknak beírnia két szövegdobozba.

Alapbeállítás esetén hatszor hatos négyzethálón generáljuk a feladatokat, viszont egy csúszka segítségével akár hússzor húszas beosztást is választhat a diák.

Koppints a $(-1;-2)$ pontra!



pontbejelölés

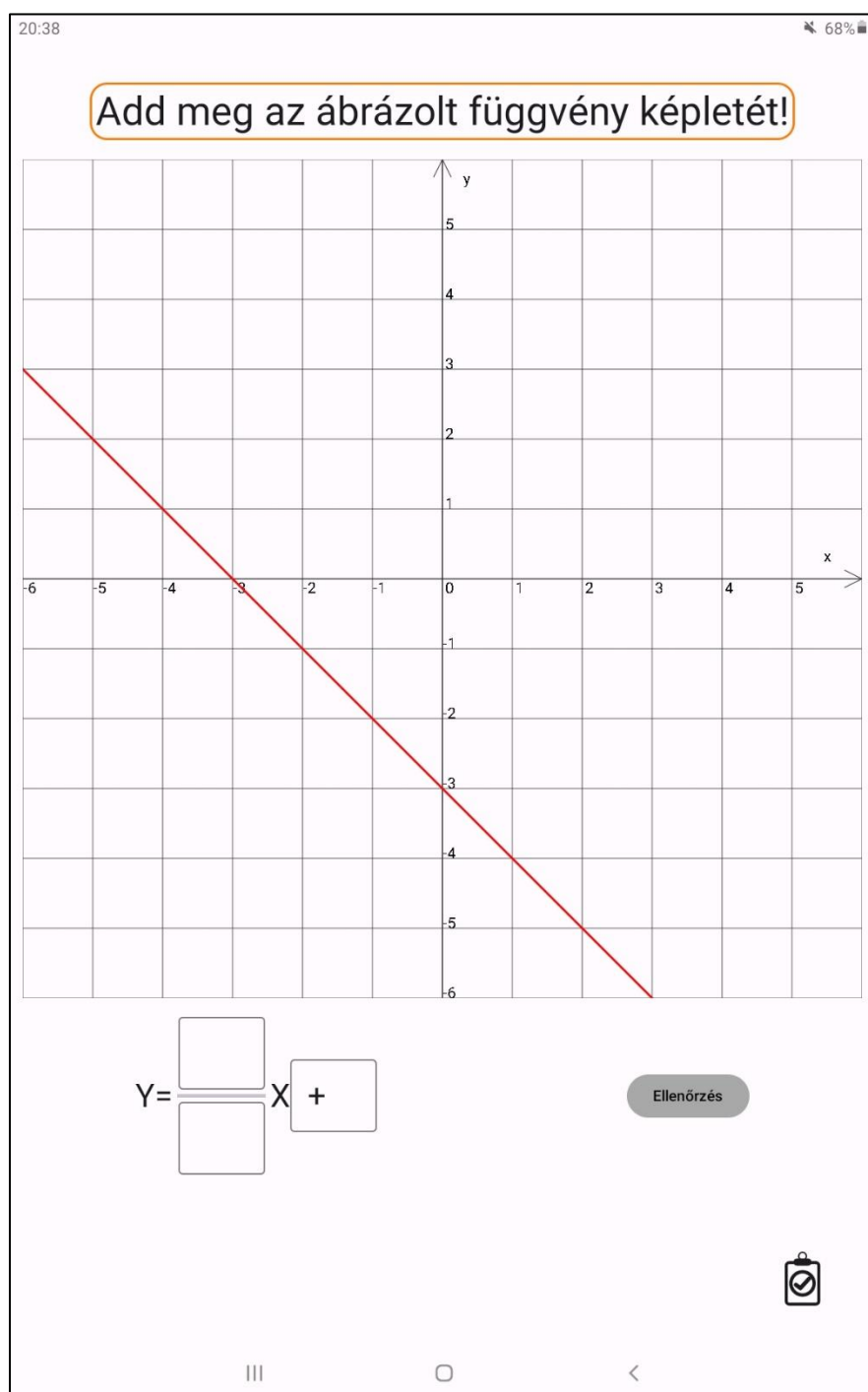
pont koordinátáinak leolvasása



4.17 Függvény Leolvasása

A modulban négyzethálón, koordinátarendszerben ábrázolt lineáris függvény képletét kell a diáknak meghatároznia.

A függvény alakja $\frac{a}{b} * x + C$, a diáknak az a/b meredekséget és C értéket kell leolvasnia az ábráról. A függvényt úgy generáljuk, hogy legalább két pontja rácspontra essen.



13. ábra Függvény leolvasása 10,5" képtőlójú táblagépen

4.18 Függvényelemzés

A függvényelemzés modulban egy adott $\frac{n}{m} * x + b$ alakú lineáris függvényt kell jellemezni megadott szempontok alapján. Ez a modul a függvényleolvasás modul párja. Az n,m és b számok -8 és 8 közötti egészek, n és m nem lehet 0.

4.19 Számok Prímtényezős Felbontása

Egy 2..2000 közötti szám prímtényezős felbontását kell a diáknak megadnia.

4.20 Kombinatorika

A modul kombinatorika témakörben 12 típusfeladatot készít el. A 12 típusfeladathoz összesen 22 féle szöveget írtunk.

Egyes feladattípusok:

1. Egy n fős társaságban mindenki kezet fog mindenkivel. Hány kézfogás történik összesen?
 - a. megoldás: n alatt a 2
2. Hányféleképpen lehet n különféle szelet sütiből k szelet sütit választani?
 - a. megoldás: n alatt a k
3. Hányféleképpen lehet n gyereket sorba állítani?
 - a. megoldás: n faktoriális
4. Hányféleképp lehet a következő kártyákat sorba rendezni? [Kártyák]
 - a. A kártyák szögletes zárójelbe rakott számok vagy betűk. A lista elemszáma 3 és 6 közötti.
 - b. megoldás: n faktoriális /(a faktoriális*b faktoriális *c faktoriális), ahol n a kártyák össz száma, a,b,c pedig az egyes ugyanolyan kártyák előfordulásainak száma
5. Egy cukrászdában n féle fagylalt kapható. Hányféleképp lehet tölcsérbe k gombócos fagyit kérni?
 - a. megoldás: n a k-adik hatványon
6. Hány háromszöget határozhat meg (n+1) darab pont, amelyek közül semelyik kettő sem esik egy egyenesre?
 - a. n+1 alatt a k

7. n dobásból hány fej-írás sorrend dobható?
- a. megoldás: 2 az n . hatványon
8. Egy n napos nyaralás minden reggelén eldöntjük, hogy fürdünk, túrázunk vagy csak heverészünk a nyaralóban. Hányféleképp alakulhat a program?
- a. megoldás: 3 az n . hatványon
9. Egy bokszoló bármelyik kezével tud egyenest, horgot vagy felütést ütni. Hányféle n ütési kombináció lehetséges?
- a. megoldás: 6 az n . hatványon
10. Ágotának p gyűrűje, q nyaklánc és r karkötője van. Hányféleképp választhat magának mindegyikből egyet?
- a. megoldás: $p \cdot q \cdot r$
11. A táncmulatságra n legény és n leány ment el. A lányok azonban vagy kedvesek vagy morcosak voltak. A csárdásra minden legény felkért egy lányt. A kedves lányok elmentek táncolni, a morcosak nem. Ha k kedves lány volt, akkor hányféle páros táncolhatott?
- a. megoldás: (n alatt a k) a négyzeten

A feladatokban szereplő paraméterek:

- n, p, q, r : 3..6 közötti egész számok
- k : 2.. n közötti egész szám
- l : 2..4 közötti egész szám

4.21 Átváltás Számrendszerek Között

A modulban a tízes számrendszerből n alapú, illetve n alapúból tízes számrendszerbe való átváltást gyakorolhat a diák.

Beállítások:

- A diák megadhatja azt az intervallumot, melyből véletlenszerűen kiválasztja a program az átváltandó számot
 - Ehhez rendelkezésre áll egy-egy szövegdoboz és csúszka
- A másik számrendszer n alapszámát
 - Egy vízszintes listában található 2-től 16-ig a számrendszerek alapszámai és a hozzájuk tartozó jelölőnégyzetek

4.22 Sorozatok

A modulban számtani, mértani és periodikus sorozatok jellemző feladatait készíti el a program. Számtani sorozatokból 4, mértaniból 3, periodikusból pedig 1 típusfeladatot tartalmaz a modul.

Feladatok:

- Egy számtani sorozat első tagja a_1 , különbsége d . Mi a sorozat n . tagja?
- Egy számtani sorozat első tagja a_1 , különbsége d . Mennyi a sorozat első n tagjának összege?
- Egy számtani sorozat $n-i$. tagja a_{n-i} , $n+i$. tagja a_{n+i} . Mi a sorozat n . tagja?
- Egy számtani sorozat első tagja a_1 , első n tagjának összege S_n . Mennyi a sorozat különbsége?

4.22.1 Feladatok generálásának jellemzése – programozói szempontból

4.23 Algebrai Azonosságok

4.23.1 Miért készült el a modul

Melinda különböző középiskolákban dolgozott, mielőtt általános iskolákban tanított volna. Az algebrai azonosságok kilencedikben szinte mindenütt nagyon nehéz anyagnak bizonyult. Túl kevés idő volt rá, itt csúsztak el időben az anyaggal és még annál is többet rá kellett volna szánni. Nyolcadikban a felvételi után viszont jellemzően megáll az élet, nehéz bármilyen munkára rávenni a diákokat. Ha viszont Melinda elmesélte nekik, hogy kilencedikben sokan emiatt buknak meg, akkor rá tudta őket venni, hogy nyugodtan, kényelmesen begyakorolják a témát - így jobban indulnak majd az új iskolában.

4.23.2 Didaktikai jellemzés:

A modul 20 féle típusfeladatot tartalmaz, melyeket 4 nagyobb csoportba soroltunk egyre nehezedő szintekként.

A diák feladata, hogy a megjelenő hiányos algebrai azonosságokat kiegészítse:

Az ismeretleneket a "■", "●", "▲", "◆" karakterek jelölhetik. A feladatokban levő

ismeretlenek sorra ebből a listából kerülnek ki, mindig az elejétől a vége felé haladva. Minél

többféle betű van egy algebrai feladatban, annál ijesztőbb és átláthatatlanabb lesz az a legtöbb diák számára, ezért választottuk ezeket az egyszerű síkidomokat.

A kiegészítendő algebrai azonosság a képernyő tetején jelenik meg egy dobozban. Alatta egy függőleges listában jelennek meg az ismeretlenek, mellettük egy szövegdobozzal. Amint a diák beírja válaszát az egyes szövegdobozokba, a megadott értékek behelyettesítésre kerülnek a megjelenített feladat szövegében. Így a diák egészben is láthatja a feladatot, anélkül, hogy le kellene másolnia a füzetébe.

A feladatok

- A típus:

1. Az $(x + b)^2 = x^2 + 2bx + b^2$ azonosságot gyakoroltatja. A kifejezés bal oldalán b értéke szerepel. A jobb oldalon vagy $2b$ vagy b^2 értéke ismeretlen.
 - b egész 1..10 között
2. Az $(x + b)^2 = x^2 + 2xb + b^2$ azonosságot gyakoroltatja. A kifejezés bal oldalán b értéke szerepel. A jobb oldalon vagy $2b$ vagy b^2 értéke ismeretlen.
 - b egész -10..10 között, de nem 0
3. Az $(ax + b)^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2$ azonosságot gyakoroltatja. A kifejezés bal oldalán a és b értéke is szerepel. A jobb oldalon vagy a^2 vagy $2ab$ vagy b^2 értéke ismeretlen.
 - a egész szám 2..10 között, b egész -10..10 között, de nem 0
4. Az $(ax + b)^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2$ azonosságot gyakoroltatja. A kifejezés bal oldalán a és b értéke is szerepel. A jobb oldalon vagy a^2 vagy $2ab$ vagy b^2 értéke ismeretlen.
 - ahol a =egész szám 2-10-ig, b tizedes tört -0.9 és 0.9 között (mindig egy tizedes jeggyel)
5. Az $(ax + b)^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2$ azonosságot gyakoroltatja. A kifejezés bal oldalán a és b értéke is szerepel. A jobb oldalon a^2 , $2ab$ és b^2 közül véletlenszerűen 2 darab ismeretlen.
 - a egész szám 2..10 között, b egész -10..10 között, de nem 0
6. Az $(ax + b)^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2$ azonosságot gyakoroltatja. A kifejezés bal oldalán a és b értéke is szerepel. A jobb oldalon a^2 , $2ab$ és b^2 mindegyike ismeretlen.

- a egész szám 2..10 között, b egész -10..10 között, de nem 0
7. Az $(ax + b)^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2$ azonosságot gyakoroltatja. A kifejezés bal oldalán a vagy b ismeretlen. A jobb oldalon a^2 , $2ab$ és b^2 mindegyike adott.
- a egész szám 2..10 között, b egész -10..10 között, de nem 0
8. Az $(ax + b)^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2$ azonosságot gyakoroltatja. A kifejezés bal oldalán a és b ismeretlen. A jobb oldalon a^2 , $2ab$ és b^2 mindegyike adott.
- a egész szám 2..10 között, b egész -10..10 között, de nem 0
9. Az $(ax^c + bx^d)^2 = a^2x^{2c} + 2abx^{c+d} + b^2x^{2d}$ azonosságot gyakoroltatja. A bal oldal adott, a jobb oldal $2c$, $c+d$, és $2d$ kitevői az ismeretlenek.
- a, c, d, 2..6 közötti egészek, b egész -10 és 10 közt,
- B típus:
1. Az $(x+b)(x-b) = x^2 - b^2$ azonosságot gyakoroltatja. A bal oldal adott, a jobb oldalon b^2 értéke ismeretlen
- b 1..15 közötti egész
2. Az $(ax + b)(ax - b) = a^2x^2 - b^2$ azonosságot gyakoroltatja. A bal oldal adott, a jobb oldalon a^2 vagy b^2 értéke ismeretlen
- a 2..10 közötti egész, b 1..15 közötti egész
3. Az $(ax + b)(ax - b) = a^2x^2 - b^2$ azonosságot gyakoroltatja. A bal oldalon vagy a vagy b értéke ismeretlen (2 db négyzet fog megjelenni a helyükön), a jobb oldal adott
- a 2..10 közötti egész, b 1..15 közötti egész
4. Az $(ax + b)(ax - b) = a^2x^2 - b^2$ azonosságot gyakoroltatja. A bal oldalon a és b értéke ismeretlen (2 darab négyzet és 2 darab kör fog megjelenni a helyükön), a jobb oldal adott
- a 2..10 közötti egész, b 1..15 közötti egész
5. Az $\left(ax^{\frac{c}{2}} + b\right)\left(ax^{\frac{c}{2}} - b\right) = a^2x^c - b^2$ azonosságot gyakoroltatja. A bal oldalon a és $c/2$ értéke ismeretlen, a jobb oldal adott.
- a. a, b, c 2..10 közötti egészek
- C típus:
1. Az $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ azonosságot gyakoroltatja. A bal oldalon a és b adott, a jobb oldalon $a+b$ vagy ab az ismeretlen.

- a és b -10..10 közötti egészek, de nem egyenlőek nullával, és abszolút értékben nem egyenlőek egymással
2. Az $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ azonosságot gyakoroltatja. A bal oldalon a és b adott, a jobb oldalon a+b és ab ismeretlenek.
- a és b -10..10 közötti egészek, de nem egyenlőek nullával, és abszolút értékben nem egyenlőek egymással
3. Az $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ azonosságot gyakoroltatja. A bal oldalon a és b ismeretlenek, a jobb oldal adott.
- **a és b** -10..10 közötti egészek, de nem egyenlőek nullával, és abszolút értékben nem egyenlőek egymással
- D típus (kiemelés):
1. Az $acx+ab=a(cx+b)$ azonosságot gyakoroltatja. A bal oldal adott, jobb oldalon **a** az ismeretlen.
- a, c 2..10 közötti egész, b -10..10 közötti egész, de nem nulla
2. Az $bx^n + ax^k = x^k(bx^{n-k} + a)$ azonosságot gyakoroltatja. A bal oldal adott, a jobb oldalon az n-k hatványkitevő az ismeretlen.
- i. a eleme {2,3,5,7,11}, b eleme {2,3,5,7,11}, de nem egyenlő a-val. n 3..10 közötti egész, k 2..n közötti egész
3. Az $bx^n + ax^k = x^k(bx^{n-k} + a)$ azonosságot gyakoroltatja. A bal oldal n hatványkitevő adott, k hatványkitevő ismeretlen, a jobb oldalon az k hatványkitevő az ismeretlen.
- i. a eleme {2,3,5,7,11}, b eleme {2,3,5,7,11}, de nem egyenlő a-val. n 3..10 közötti egész, k 2..n közötti egész

$$(x + 5)^2 = x^2 + \blacksquare x + 25$$

Típusválasztás ^

A típus

1. szint

2. szint

3. szint

4. szint

5. szint

6. szint

7. szint

8. szint

9. szint

B típus

C típus

D típus

■:



Ellenőrzés



4.24 Algebrai Azonosságok Dolgozat

Az Algebrai Azonosságok modult hivatott kiegészíteni. Ez egy hagyományos, papírt, írószert igénylő téma, ahol az egyes típusok megtévesztően könnyűnek tűnnek, azonban ha össze vannak keverve, akkor sokaknak gondot okoznak.

4.24.1 Didaktikai jellemzés

A modul gyakorlódolgozatonként 16 feladatot készít. Ebből 8 zárójelfelbontási feladat, és 8 szorzattá alakítás. A feladatok az A,B,C és D azonosságok bal illetve jobb oldalon levő kifejezései.

Könnyű és közepes nehézségi szint közül választhat a diák.

Feladatok könnyű nehézségi szinten:

- Zárójelfelbontás:
 - 2 db A típusú, az A típus első 4 szintjéről
 - 2 db B típusú, az A típus bármely szintjéről
 - 2 db C típusú, a C típus bármely szintjéről
 - 2 db D típusú, az D típus első 2szintjéről
- Szorzattá alakítás:
 - 2 db A típusú, az A típus első 4 szintjéről (a zárójelfelbontáshoz képest az azonosság másik fele)
 - 2 db A típusú, az A típus első 4 szintjéről (a zárójelfelbontáshoz képest az azonosság másik fele)
 - 2 db A típusú, az A típus első 4 szintjéről (a zárójelfelbontáshoz képest az azonosság másik fele)
 - 2 db A típusú, az A típus első 4 szintjéről (a zárójelfelbontáshoz képest az azonosság másik fele)

Feladatok közepes nehézségi szinten:

A könnyű nehézségi szinttel megegyező számú, és típusú feladatok, viszont minden típuson belül bármelyik szint előfordulhat.

4.25 Szöveges Feladatok

Szövegértési készségeket fejlesztő feladatokat tartalmaz a modul. Összesen 9 feladattípust tartalmaz, melyekhez 45 szövegváltozatot készítettünk

- A típus:
 - n szomszédos szám összege [$n \cdot k + \text{számok összege } 1\text{-től } n-1\text{-ig}$] Melyik a legkisebb szám?
 - n egész 2..5 között, x egész 20..240 között
 - megoldás: x
- B típus:
 - Egy nagy teremben férfiak és nők vannak. A férfiak száma a nők $\{\text{option.first}\}$. A teremben összesen $\{x + \text{option.second}\}$ fő tartózkodik. Hány nő van közöttük?
 - x egész 18..240 között, osztható hattal, n egész 1..5 között
 - megoldás: x
 - Az option változó értéke a következő (kódrészlet)

```
val optionlist = listOf<Pair<String, Int>>(  
    Pair("számának harmada", x / 3),  
    Pair("számának fele", x / 2),  
    Pair("számának kétszerese", x * 2),  
    Pair("számának háromszorosa", x * 3),  
    Pair("számánál  $\{\text{InstrumentalCase}(n)\}$  több", x + n),  
    Pair("számánál  $\{\text{InstrumentalCase}(n)\}$  kevesebb", x - n),  
    Pair("számának harmadánál  $\{\text{InstrumentalCase}(n)\}$  több", x / 3 + n),  
    Pair("számának harmadánál  $\{\text{InstrumentalCase}(n)\}$  kevesebb", x / 3 - n),  
    Pair("számának kétszeresénél  $\{\text{InstrumentalCase}(n)\}$  több", x * 2 + n),  
    Pair("számának kétszeresénél  $\{\text{InstrumentalCase}(n)\}$  kevesebb", x * 2 - n),  
    Pair("számának háromszorosánál  $\{\text{InstrumentalCase}(n)\}$  több", x * 3 + n),  
    Pair("számának háromszorosánál  $\{\text{InstrumentalCase}(n)\}$  kevesebb", x * 3 - n)  
)  
val option = optionlist.random()
```

- C típus:
 - Egy menzán három féle menüt lehet rendelni, húst, salátát vagy tésztát. A salátát rendelők száma a húst rendelők $\{\text{option.first}\}$. Tésztát annyian kérnek, mint húst és salátát összesen. A menzán összesen $\{\text{húséssaláta} + \text{tészta}\}$ menüt rendeltek. Hányan akartak közülük húst enni?
 - változók értékei:
 - x 18..240 közötti egész, osztható hattal

- n 1..5 közötti egész
 - $\text{húséssaláta} = x.\text{option.second}$
 - $\text{tészta} = \text{húséssaláta},$
 - option: az előző feladathoz hasonló listából választja a program
- D típus
 - Egy menzán három féle menüt lehet rendelni, húst, salátát vagy tésztát. A salátát rendelők száma a húst rendelők $\{\text{option1.first}\}$. A tésztát rendelők száma a salátát kérők $\{\text{option2.first}\}$. A menzán összesen $\{\text{hús} + \text{saláta} + \text{tészta}\}$ menüt rendeltek. Hányan akartak közülük húst enni?
 - Az előző típushoz képest azzal bővül a feladat, hogy már két relációt generálunk
- E típus
 - Egy menzán három féle menüt lehet rendelni, húst, salátát vagy tésztát. A salátát rendelők száma a húst rendelők $\{\text{option1.first}\}$. A tésztát rendelők száma a salátát kérők $\{\text{option2.first}\}$. A menzán összesen (tészta-hús abszolút értéke) többen/kevesebben kértek tésztát, mint húst. Hányan rendeltek húst?
 - A változók sorban egymás függvényei lesznek:
 - x 18..240 közötti egész, hattal osztható
 - n 1..5 közötti egész
 - $\text{hús} = x$
 - $\text{saláta} = \text{option1.second}$ (hús függvénye egy optionlist segítségével)
 - $\text{tészta} = \text{option2.second}$
 - Ha $\text{tészta} > \text{hús}$, akkor a szövegben a „többen” különben a „kevesebben” szó fog szerepelni.
- F típus:
 - Gondoltam egy számra. Hozzáadtam n -et. Az így kapott eredményt megszoroztam k -val. A kapott eredményhez hozzáadtam m -et, majd elosztottam g -vel, és a végeredmény $((x + n) * k) + m) / q$ lett. Melyik számra gondoltam?
 - változók:
 - x 20..120 közötti egész,
 - n, m 3..15 közötti egész

- k,g 2..6 közötti egész
 - A változókat úgy választjuk meg, hogy a végeredmény egész szám legyen.
- F2 típus:
 - Gondoltam egy számra. Hozzáadtam n-et. Az így kapott eredményt elosztottam k-val. A kapott eredményhez hozzáadtam m-et, majd megszoroztam g-vel, és a végeredmény $((x + n) / k) + m) * q$ lett. Melyik számra gondoltam?
 - változók:
 - x 20..120 közötti egész,
 - n,m 3..15 közötti egész
 - k,g 2..6 közötti egész
 - A változókat úgy választjuk meg, hogy a végeredmény egész szám legyen.
- G0 típus:
 - Egy menzán három féle menüt lehet rendelni, húst, salátát vagy tésztát. A salátát rendelők száma a húst rendelők $\{option1.first\}$. A tésztát rendelők száma a húst kérők $\{option2.first\}$. A menzán összesen $\{hús + saláta + tészta\}$ menüt rendeltek. Hányan akartak közülük tésztát enni?
- G típus:
 - Bea n-szer annyi idős, mint Ábel. K év múlva (természetesen, ha addig mindketten életben maradnak) viszont Bea már csak m-szer annyi idős lesz, mint Ábel. Hány éves most Ábel?
 - Megfelelő m,k,n számhármásokra 9 specifikus megoldást tartalmaz a program, illetve 4 általános megoldást, ahol egy véletlen x számtól függenek az m,k,n számok (3 általános megoldásban x 1..16 közötti egész, egyben pedig 1..10 közötti egész)

Játékok:

4.26 Geometriai Vaktérkép

A Geometriai Vaktérkép egy játék, melynek során a program véletlenszerűen választ a 14 síkidom közül, megjeleníti a nevét, a játékos célja pedig az, hogy minél gyorsabban rákattintson. Ha a játékos egyből eltalálja a megfelelő síkidomot, akkor azt zöldre színezi

a program, ha néhányat téveszt, akkor sárgára, ha pedig sokadjára sem találja meg, akkor pirosra, és egy új síkidomot választ a program.

A játék során arra síkidomra kell kattintania a diáknak, amelyik minimálisan felel meg az alakzat kritériumainak. Azaz, bár egy négyzet definíció szerint paralelogramma is, mégsem megfelelő választás a játékban, mikor a paralelogrammára kell kattintani. Így a diákok intuitíven azt is megtanulják, hogyan viszonyulnak egymáshoz a különböző síkidomok.

- A játékos folyamatos visszajelzést kap a pontosságáról: százalékos formában látható a képernyő tetején
- A diák igénybe veheti a súgót
- Különböző nehézségi szintek közül választhat a tanuló

4.27 Számkirály

A számkirály egy közismert matematikai pedagógiai játék, viszont hagyományos kivitelezésével van pár probléma.

4.27.1 A játék hagyományos menete:

Az osztályban levő diákok versenyeznek fejszámolási feladatok megoldásában. A tanító minden körben két (lehetőleg hasonló képességű) diákot párba állít, akik minél gyorsabban próbálják megoldani az elhangzó számolási feladatot, majd szóban válaszolnak. Az utolsónak a játékban maradó diák a „számkirály”

A következő problémák merülhetnek, illetve merülnek fel:

- Egy tanító egyszerre csak egy párost tud koordinálni, mely egy átlagos 20-30 fős osztály legfeljebb 10 százaléka.
- Egyes diákok túlkiabálják a többit, ami megnehezíti a tanító számára a győztes megállapítását.
- Az általában használt kieséses rendszer és a diákok készségek alapján való párba állítása könnyen azt eredményezi, hogy a legjobb és második legjobb diák az első körben mérkőzik meg, így az osztály második legjobbja már a játék legelején kiesik. Ez esetben az utolsó kör könnyen unalmassá válik, mert a legjobb fejszámoló egy nála akár sokkal gyengébbel mérkőzhet meg.

- A sakkozók ugyanezzel a problémával szembesülve dolgozták ki például a svájci rendszert. A MateKIT-et használva a tanárok akár a svájci rendszert használva érdekesebb, diákonként több aktivitást lehetővé tevő formában vihetik be óráikra a Számkirályt. (chess.com, 2025)

Megvalósítás a MateKIT-ben:

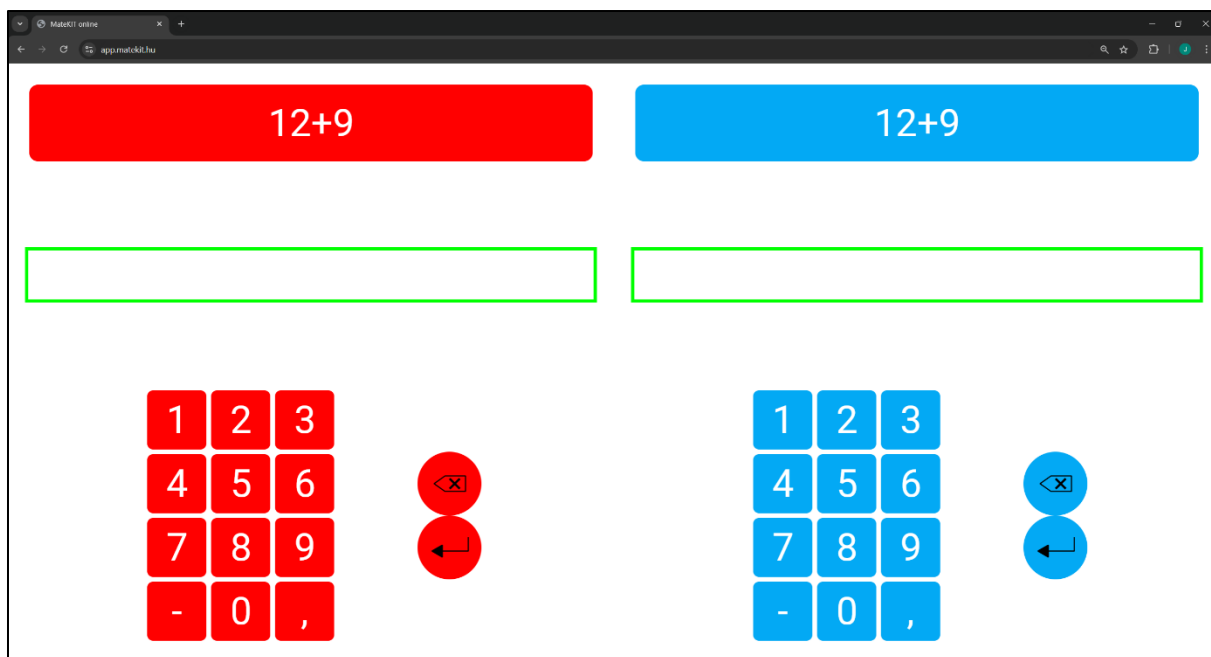
Az alkalmazás generálja (választott paramétereknek megfelelően) a feladatokat, a diákok pedig számbillentyűzeten írják be megoldásukat. Azért döntöttünk a számbillentyűzet mellett, mert hogy ha néhány lehetséges válasz közül kellene a diákoknak kiválasztania a helyeset, akkor lehetőség lenne tippelésre, és egyéb trükkökre. (Például csak az utolsó számjegyét számolja ki a diák a megoldásnak.)

Paraméterek:

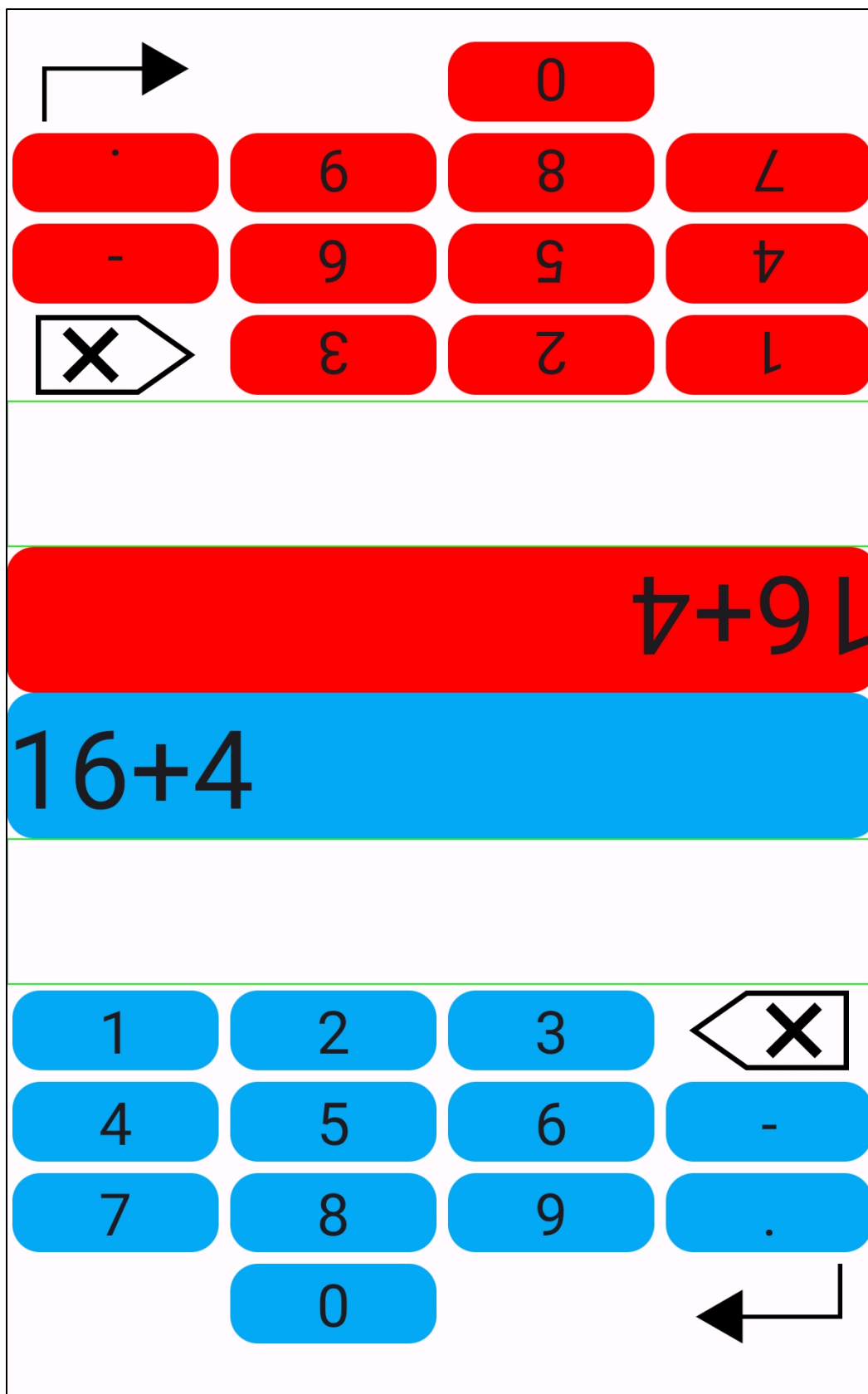
- Tagszám
- Véletlen tagszám
 - Véletlen tagszám esetén kifejezésben szereplő tagok számának minimuma és maximuma
- Választható műveletek: összeadás, kivonás, szorzás, osztás
- Számok tartománya
- Feladatok közötti idő (másodpercben)
- Körök száma

A program törekszik értelmes, nem túlságosan nehéz feladatok készítésére. (Több tagú, szorzást, osztást, összeadást, kivonást tartalmazó művelet esetén a program néhány szorzást és osztást kicserél összeadásra és kivonásra, hogy ne legyen túl sok belőlük)

A felhasználói felületnek van álló és fekvő változata, így a diákok elhelyezkedhetnek egymással szemben vagy egymás mellett is.



15. ábra Számkirály a MateKIT webalkalmazás felületén 27" képtárlójú kijelzőn (fekvő elrendezés)



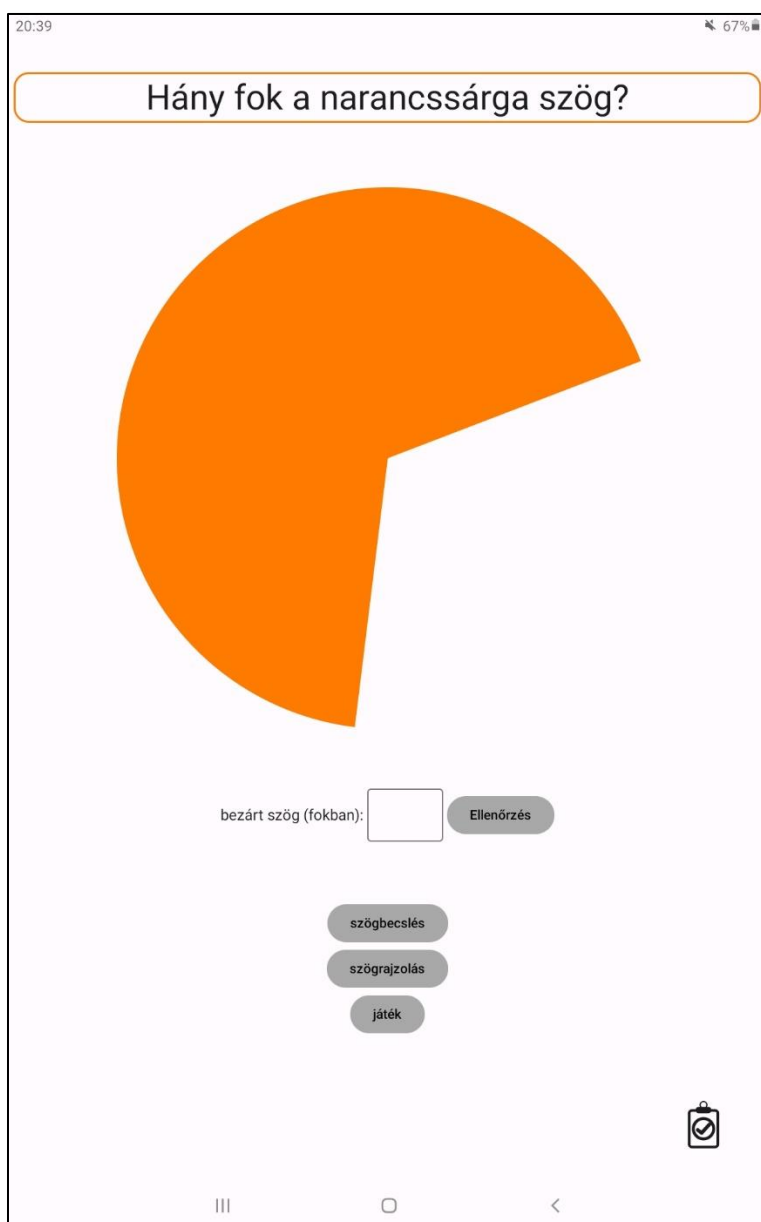
16. ábra Számkirály 10,5" képátlójú táblagépen (álló elrendezés)

4.28 Szögbecslés

A Szögbecslés három játékot tartalmaz.

1. A diáknak meg kell becsülnie egy a program által rajzolt szög nagyságát.
2. A tanulónak kell megrajzolnia a program által kért szöget.
3. A program folyamatosan rajzol egy szöget, adott foknál kell kattintania a tanulónak.

A modul egy jó lehetőség a szögmérő használatának gyakorlására is.



17. ábra Szögbecslés 10,5" képátlójú táblagépen

4.29 Hatványozás

A játék során egy szám véletlen hatványának értékét kell a diáknak helyesen kiválasztania egy listából (vagy megbecsülnie).

Az alapszám egész, 2 és 19 között.

A hatványkitevő egy véletlen szám, 2 alapszám esetén 2..28 közötti, 19 esetén 2..7 közötti egész. A növekvő alapszámokra egyre kisebb hatványintervallumokat definiáltunk.

Diák számára felkínált választási lehetőségek (a helyes megoldáson felül):

- A hatvány és kitevő szorzata (néhány kivételtől eltekintve csapda)
- A szám megoldás körüli hatványai

4.30 Számpiramis

A számpiramis (szintén) egy közismert eszköz az alpműveletek gyakorlásának színesebbé tételéhez.

A piramis egyes tégláiban szereplő számok az alattuk levő két téglában levő szám összege (vagy szorzata – feladattípustól függően).

A modul egy tetszőleges n magasságú piramist, és az alsó sorában levő számokat generálja le. Az n emeletek száma 3..14 közötti egész szám.

A generált számok intervalluma tetszőleges része a 2..250 intervallumnak.

Beállítások:

- Csúszka az emeletek számának kiválasztására
- Csúszka a számok intervallumának kiválasztására
- Feladattípus kiválasztása: összeadás vagy szorzás

Az ellenőrzés gombra kattintás után a program egyenként megjeleníti a téglák bal felső sarkában, hogy helyesen számolt-e a diák. Amennyiben tévedett pirossal megjelenik a helyes értéke a téglának.



Emeletek száma: 4

Számok intervalluma: 10..50

Összeadás

Szorzás

37

47

46

37

Ellenőrzés

18. ábra Számpiramis 6,5" képátlójú telefonon

4.31 Bűvös Négyzet

A modul háromszor hármas bűvös négyzeteket tud generálni.

Ebben a matematikai játékban a négyzet soraiban és oszlopaiban a számok összege egyenlő kell, hogy legyen.

Beállítások:

- Ismeretlen számok: 1,2,3 vagy 4 darab. Csúszkával állítható
- Nehézség: könnyű, közepes vagy nehéz. A generált számok intervallumát változtatják meg.

Az ellenőrzés gombra kattintás után a program egyenként megjeleníti a cellák bal felső sarkában, hogy helyesen számolt-e a diák. Amennyiben tévedett, pirossal megjelenik a helyes értéke a cellának.

Ismeretlen számok: 3

könnyű közepes nehéz

5		5
	4	
3	6	3

✓

19. ábra Bűvös négyzet 6,5" képátlójú telefonon

5 Fejlesztői Eszköztár

A MateKIT Android alkalmazás, Webalkalmazás, és Windows alkalmazás formájában érhető el.

Az elsődlegesen felhasznált programozási nyelv a Kotlin. Az alkalmazást először Android eszközökre kezdtem fejleszteni. Ehhez azért választottam a Kotlin programozási nyelvet, mert 2019 óta a Google hivatalosan ajánlja, hogy ezzel dolgozzanak a fejlesztők. (kotlinFirst)

A felhasználói felület a Kotlin alapú, nyílt forráskódú Google által fejlesztett Jetpack Compose keretrendszerben készül.

A kotlin multiplatform keretrendszer lehetővé teszi a web, Windows, Linux, iOS rendszerekre való fejlesztést Kotlinban. A Compose Multiplatform pedig a Jetpack Compose eszköztárát teszi elérhetővé iOS, Web, és Asztali platformokra. Így az android alkalmazás kódjának jelentős részét megtartva készült el a program webalkalmazás és Windows verziója.

5.1 Jetpack Compose működése

A Jetpack Compose lényege, hogy úgynevezett Composable függvények formájában deklaráljuk a felhasználói felület elemeit.

Összehasonlításképp:

A korábban Android fejlesztés során is használt imperatív megközelítésben a felhasználói felület elemeit objektumként hozzuk létre, melyek belső állapotát úgynevezett getter és setter metódusaikon keresztül tudjuk manipulálni.

A Jetpack Compose deklaratív megközelítésének lényege, hogy a felhasználói felület elemeit nem objektumként kezeljük és a felhasználói felületet úgy frissítjük, hogy ismét meghívjuk a composable függvényeket, paraméterként átadva újabb állapotot tükröző változókat.

(Compose)

A Jetpack Compose és a deklaratív programozás előnyei (ComposeElőnyök):

- Csökkenti a lehetséges hibák számát.
- Jellemzően csökkenti a szükséges kód mennyiségét.
- Könnyen újrahasznosítható felhasználói felület elemeket eredményez.

- Könnyen megvalósíthatóak vele egyes animációk.

A fent említett előnyök miatt használom ezt a fejlesztői eszköztárat.

5.2 Matematikai kifejezések megjelenítése Android illetve Web környezetben

Az alkalmazás egyes moduljaiban szükség van formázott matematikai kifejezések megjelenítésére. Ilyen elemek a törtvonalak, hatványkitevők. Az ilyen feladatok, szövegek generálása során a LaTeX szövegformázó rendszer szintaxisát használom. Majd a megjelenítéshez a MathJax illetve KaTeX JavaScript könyvtárakat használom fel.

Mindkét könyvtár arra alkalmas, hogy egy weboldalon található LaTeX-ben írt kifejezéseket szépen olvasható formában renderelje.

5.2.1 Megvalósítás Androidon

Az Android SDK standard WebView függvényére építettem egy saját Composable függvényt „KaTeXView”, (lásd: Forráskódrészlet). A LaTeX formátumban írt szöveg egy HTML weboldalba kerül. A HTML weboldal tartalmát a saját „KaTeXsimple” függvényem készíti el. A HTML weboldalt a WebView jeleníti meg.

Az alkalmazás tartalmazza a KaTeX és MathJax JavaScript könyvtárakat, így offline, internetelérés nélkül is működik a matematikai kifejezések megjelenítése.

5.2.2 Megvalósítás Weben

A MateKIT webalkalmazás egy weboldal, így más megközelítést kellett alkalmazni a matematikai kifejezések megjelenítésére.

A keretrendszer az alkalmazásból egy JavaScript alkalmazást készít, mely egy canvas-en kerül megjelenítésre egy HTML weboldalon. Eleve egy HTML környezetben kell dolgozni, ami azt jelenti, hogy az Android verzióval szemben nem beépíteni kell a webes eszközöket, hanem csak felhasználni őket, mert eleve rendelkezésre állnak. Ezért létrehoztam egy mathContent Div-et, melynek tartalmát egy függvény frissíti.

5.3 Nyelvtani függvények

Egyes feladatszövegekben szükséges a számok ragozása. Ezért a következő nyelvtani függvényeket írtam meg:

- Egész szám birtokos esetének visszaadása (-nak/-nek)
- Egész szám eszközhatározós esetének visszaadása (-val/-vel megfelelő formája)
- Egész szám tárgyesetének visszaadása (-t rag megfelelő formája)
- Egész szám számhatározó ragja (-szor/-szer megfelelő formája)

5.4 Koordinátarendszer, síkidomok ábrázolása négyzethálón

A Geometriai területszámítás ábrával, Koordinátarendszer Megismerése és Függvény Leolvasása modulokban négyzethálóra rajzol a program síkidomokat és koordinátarendszert. Ehhez a saját négyzethálós lap, illetve koordinátarendszer Composable függvényeimet használom.

5.5 Tört számok ábrázolása

A Kotlin a számítástechnikában legelterjedtebb double-precision 64-bit IEEE 754 floating point számokat alkalmazza Double-ként. (Double)

Ez a számformátum viszont nem alkalmas a tetszőleges pontosságú tört számokkal való műveletek végzésére. Még a racionális számokkal való műveletekre sem.

A MateKIT egyes moduljaiban viszont erre van szükség, ezért a következő könyvtárakat használom:

- Tizedes törtekhez:
 - BigDecimal könyvtár, standard Java könyvtár (androidon)
 - A standard Java BigDecimal könyvtár nem elérhető a kotlin multiplatform web környezetében, a nyílt forráskódú (azonos elnevezésű) Ugljesa Jovanovic fejlesztette Kotlinban írt BigDecimal könyvtár viszont alkalmas helyette
- Közösleges törtekhez
 - Androidon a Kip Robinson által fejlesztett nyílt forráskódú BigFraction osztályt használom
 - A BigFraction Java osztály nem kompatibilis a multiplatform rendszer web környezetével, így saját magam definiáltam Kotlinban egy egyszerű racionális

szám osztályt, melyre az összeadás, kivonás, szorzás és osztás műveleteit értelmeztem.

5.6 Matematikai segédfüggvények

Egyes feladatokhoz szükséges matematikai függvények kotlin implementációi:

- Faktoriális
- N alatt a K
- számok összege 1-től n-ig

6 Projekt statisztikái

- Android forráskód hossza: 19500 sor
- Android verzió aktív telepítéseinek száma a Google Play statisztikák alapján: 1133 (2025. 01. 08)
- A MateKIT webalkalmazás oldalát 2024. 11. 30. és 2025.01.11. között több mint kétezerszer látogatták meg.

7 Forráskódrészlet

```
@SuppressLint("SetJavaScriptEnabled")
@Composable
fun KaTeXView(
    context: Context,
    LaTeX: String,
    darkmode: Boolean,
    height: Int = ViewGroup.LayoutParams.WRAP_CONTENT,
    width: Int = ViewGroup.LayoutParams.WRAP_CONTENT,
    simplefontsize: Int = 18,
    noborder: Boolean = false,
    textAlign: String = "center"
) {
    Surface(
        border = if (noborder) null else BorderStroke(4.dp, matekitcolor),
        shape = Shapes.large,
        modifier = Modifier
            .wrapContentSize()
            .padding(6.dp)
    ) {
        AndroidView(factory = {
            WebView(
                context
            ).apply {
                layoutParams = ViewGroup.LayoutParams(
                    ViewGroup.LayoutParams.MATCH_PARENT,
                    height
                )
                webViewClient = WebViewClient()
                settings.javaScriptEnabled = true
                loadDataWithBaseUrl(
                    "file:///android_asset/katex/",
                    KaTeXsimple(LaTeX, darkmode, simplefontsize, textAlign),
                    "text/html",
                    "",
                    ""
                )
            }
        }, update = {
            it.loadDataWithBaseUrl(
                "file:///android_asset/katex/",
                KaTeXsimple(LaTeX, darkmode, simplefontsize, textAlign),
                "text/html",
                "",
                ""
            )
        },
    ),
}
```

8 Hivatkozások

(dátum nélk.). Letöltés dátuma: 2024. 12 21, forrás:

<https://github.com/akshay2211/DrawBox/commits/main/>

(dátum nélk.). Letöltés dátuma: 2025. 01 11, forrás: <https://kotlinlang.org/api/core/kotlin-stdlib/kotlin/-double/>

(dátum nélk.). Letöltés dátuma: 2025. 01 11, forrás: <https://kotlinlang.org/docs/ranges.html>

(dátum nélk.). Letöltés dátuma: 2025. 01 11, forrás:

<https://accessibility.wayne.edu/news/pros-and-cons-of-using-dark-mode-62969>

(dátum nélk.). Letöltés dátuma: 2025.. 01. 11., forrás:

<https://developer.android.com/develop/ui/compose/mental-model>

(dátum nélk.). Forrás: <https://developer.android.com/develop/ui/compose/why-adopt>

(dátum nélk.). Letöltés dátuma: 2025.. 01. 11., forrás:

<https://developer.android.com/kotlin/first>

(2025. 01 13). Forrás: chess.com: <https://www.chess.com/terms/swiss-chess>

oktatas.hu. (dátum nélk.). Letöltés dátuma: 2025. 01. 11., forrás:

https://www.oktatas.hu/kozneveles/kozepfoku_felveteli_eljaras/kozponti_feladatsorok

Sethi T, Z. M. (2023. 01 1). *PubMed*. Letöltés dátuma: 2025. 01 11, forrás:

<https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/36533999/>

Sharma, A. (dátum nélk.). Letöltés dátuma: 2024.. 12. 21., forrás:

<https://github.com/akshay2211/DrawBox>