Kvantummágnesesség, a Zeeman-effektus vizsgálata a lángfestés kontextusában

Aklan Larion
Konzulensek: Schnider Dorottya, Tóth Kristóf[1]

[1]Kutató Diákok Országos Szövetsége,
[1]Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium

I. Bevezetés

A. Kontextus

CSILLAGÁSZATI objektumok belső szerkezetéről és összetételéről többnyire a kibocsájtott elektromágneses sugárzásuk révén nyerünk információt. Ez az információ igen sokrétű lehet: megismerhetjük a csillagot felépítő anyagokat, a benne működő mechanizmusokat, és a mágneses mezejére is következtetni tudunk. Ehhez azt a már igen korán felfedezett tényt alkalmazták ugyanis, hogy minden atom magára jellemző hullámhosszakon bocsájt ki, vagy nyel el fényt, úgynevezett karakterisztikus spektruma, színképe van - habár sokáig ennek nem értették a mögöttes mechanizmusát. Ezt az eljárást, amikor az atomok színképeit vizsgáljuk hívják spektroszkópiának, és főként az analitikai kémiában alkalmazzák. A spektroszkópia lényege tehát, hogy az elektromágneses sugárzást, legtöbbször csak a látható fényt felbontjuk komponenseire hullámhosszanként, ezzel egy spektrumot kapva. Ez a spektrum kétféle lehet: abszorpciós, illetve emissziós. Az első esetben egy folytonos spektrumot látunk, ahonan az atomra jellemző hullámhosszak hiányoznak, mivel ezeket az atom *elnyelte*, míg a második esetben ennek ellenkezőjét, csak az atom által *kibocsájtott* hullámhosszt mérjük. Csillagászatban ezt az eljárást legelőször Joseph von Fraunhofer német csillagász alkalmazta 1814-ben, amikor elvégezte a spektroszkópiáját, és az abszropciós spektrumából megállapította, hogy az milyen elemeket tartalmaz. Ezt úgy tudta megtenni, hogy a színképet az atomok Földi körülmények közt mért spektrumához hasonlította. [1] Ennél viszont többet is megtudtunk a Napról spektroszkópiát alkalmazva, ugyanis 1908-ban G.E. Hale kimérte a napfoltok mágneses mezejének nagyságát. [2] Ehhez azt az jelenséget használta fel, amit Pieter Zeeman holland fizikus fedezett fel 1896-ban. Azt állapította meg ugyanis, hogy a Nátrium atomi spektruma mágneses mezőbe helyezve ”felhasad”, azaz egy vonal helyett több vonalat látott a spektroszkópban. Ezt az eltérést alkalmazta Hale hogy következtessen a Nap mágneses mezejének nagyságára, jól lehet ennek magyarázatára elméleti modell még nem létezett. Azóta több fényévre található csillagok, és csillagközi anyag mágneses mezeje is meghatározásra került, és ez a kortárs asztrofizika egy igen kutatott területe. [3]

Ahhoz, hogy ezeket a tapasztalatokat matematikailag is le tudjuk írni, az apró részecskék viselkedését kellett tanulmányoznunk. Az atomokat leíró elméletek az egész történelem folyamán végigkísérték az emberi gondolkodást, Démokritosz atomelméletétől a XX. század modellein át egészen a kvantum mechanikáig és tovább. A színképek szabályszerűségeit 1905-ben sikerült Balmernek felfedeznie, átfogó, koherens elmélettel pedig Bohr atommodellje tudta értelmezni a jelenséget. [4] Eszerint az atom körül rögzített pályákon, mint a bolygók a Nap körül, keringenek az elektronok konkrét energia értékekkel. A modell szerint, egy elektron csak akkor hagyhatja el a meghatározott energiaszintjét, ha eközben kibocsájt, vagy elnyel a különbséggel megegyező fotont, azaz fényt. Ez megmagyarázta, hogy eltérő atomok miért

rendelkeznek eltérő színképekkel. Képes volt ezenkívül arra is, hogy kvalitatívan értelmezze a Zeeman-effektust is, miszerint a mágneses mező energiája a különböző orientációjú pályákat eltérő nagysággal akarja elforgatni, és ezzel az elektronnal több, illetve kevesebb energiát közöl, ami megmagyarázza, hogy miért észleljük a színképek felhasadását. [5]

Az én kutatásom témája is ezekhez a felfedezésekhez kapcsolódik: egy alternatív módot vizsgáltam meg az atomok spektrumának vizsgálatára. Ez nem igényel sem drága, sem precíz spektroszkópokat, pusztán egy gázégőt, egy mágnest, és egy fényintenzitás-mérő berendezést. Mindezt egy olyan mérési elrendezésben, ami modellezi azt a méréstechnikát, amellyel az asztrofizikai objektumok mágneses terét állapítják meg a csillagászok, mindezt földi körülmények között, viszonylag otthon is megtalálható eszközökkel.

B. A vizsgált jelenség

A vizsgált jelenség a következő. Ismert, hogy nátriummal lángfestett láng csak akkor vet árnyékot, ha egy nátriumlámpával megvilágítjuk. Ha mágneses mezőbe helyezzük a lángot, akkor a láng áteresztőképességének vizsgálatából következtethetünk arra, hogy milyen hatással volt a mágneses mező a lángban található szabad nátriumatomokra.

C. Motiváció

A kutatásnak két motivációja volt: Az egyik a kvantummechanika érthetőbbé tétele, a másik a Zeeman-effektus vizsgálata egy közel mindennapi környezetben.

A fizika napjainkra eljutott arra a szintre, hogy olyan klasszikus elméletek, mint a mechanika, vagy az elektromosságtan közel befejezésre kerültek. A kortárs kutatásban tehát a hangsúly nagyrészt a ”modern fizikára” került, és ehhez adaptálódva az oktatási rendszerek is egyre nagyobb figyelmet fordítanak erre: a középiskolai tananyag egyre nagyobb hangsúlyt fektet a mai fizikára. [lásd: pl. NAT 2020] Ez elég magától értetődő, hiszen a fizikát tovább nem tanulók is találkoznak ezekkel a hírekben és fontos, hogy értelmezni tudják azt, illetve a fizikát tovább tanulók leginkább ezzel fognak találkozni. Ismeretes azonban, hogy a száraz lexikális anyagnál sokkal jobban megmarad a kísérleten alapuló tapasztalat. Eképpen szükségünk van egy olyan demonsrációs eszközre ami áthidalja azt a nagy problémát a modern fizika tárgyával, hogy két szélsőséges határesetet vizsgál, a nagy skálás univerzumot és az apró részecskék világát. Kísérleti elrendezésem tulajdonképpen erre nyújt megoldást a Zeeman effektus demonstrálásával: illusztrálja, hogy milyen direkt hatással van a részecskék mikroszkopikus tulajdonságai a makroszkopikus világunkra, illetve azt is meg lehet vele mutatni, hogy hogyan kerül meghatározásra a távoli asztrofizikai objektumok mágneses mezeje. Ez egyrészt egybevág a fizikai gondolkodás fejlesztésére irányuló kezdeményezésekkel, mint például [6], illetve olyan tudománykommunikációs törekvésekkel mint az Európai Unió kvantumtudatossági kampánya. A jelenség eképpen történő felhasználására létezik az irodalomban példa. [7],[8]

A másik a fentebb leírt jelenség teljes precíz elméleti hátterének feltárása. Az irodalomban létezik néhány elméleti modell, de egyik sem precíz vagy nem teljes. Később kifejtem, hogy az eddigi elméleti modellek is illeszkednek a méréseimre, illetve prezentálok egy precízebb elméletet a jelenség magyarázatára.

A következőkben tehát felvázolom a jelenséget, illetve annak kvalitatív magyarázatát, majd diszkutálom az irodalomban elért eredményeket, és prezentálom a nátrium atomi szerkezetén alapuló elméletet. Végül pedig bemutatom a mérési eredményeimet, illetve azok összehasonlítását az elméleti predikciókkal.

II. ELMÉLET

A jelenség elméleti leírása előtt bemutatom a kísérleti összeállítást a könnyebb megértés, és a vizualizálhatóság elősegítésére, majd kvalitatíven összefoglalom a jelenség menetét,

illetve végül prezentálom a kvantitatív elméletet, mind az irodalomban közöltet, mind a saját számításaimat.

A. A jelenség bemutatása

A jelenség alapja tehát viszonylag közismert, a lángfestésen alapul: egy nátriummal megfestett lángot vizsgáltam. Lángfestéskor egy atomot juttatunk a lángba, ami a láng hőjétől gerjesztett állapotba kerül, majd egy rá jellemző színre festi a lángot, a nátrium esetén, ez 590 nm, ami narancssárga színt jelent. Ha ezt a lángot megvilágítjuk valamilyen fényforrással, semmi különöset nem tapasztalunk. Azonban amikor egy nátriumlámpa fényébe helyezzük ezt a lángot, az árnyéka láthatóvá válik az átellenes falon, a fénynyaláb egy része nem jut át a lángon. Ezt a jelenséget már a Bohr-féle atommodell is képes megmagyarázni, hiszen tulajdonképpen a nátriumlámpából érkező fotonokat a lángban található nátrium atomok elnyelik, elvégre a az emissziós és az abszorpciós spektrumaik átfednek. A kísérlet célja azonban az volt,hogy megvizsgáljam mi történik, amikor a láng mágneses mezőbe kerül. Empirikusan az látjuk, hogy a láng árnyéka ilyenkor halványabbá válik, azaz világosabb lesz a fal, több foton jutott át a lángon, azaz a láng átengedőképessége, transzmittanciája megnőtt. A jelenség hátterében a már említett Zeeman-effektus áll, ugyanis ahogy a láng színképe felhasad, úgy a lámpa és a láng spekturma már nem fednek át, a fotonok egy része nem kerül elnyelésre. A jelenség az 1. ábrán figyelhető meg. [9]

B. Kvalitatív modell

A legelső folyamat ami történik az a lámpában zajlik le: a benne található atomok elektronjai gerjesztődnek, azaz egy magasabb energiájú állapotba kerülnek. Innen az elektronok amikor visszakerülnek alapállapotukba, akkor egy fotont bocsájtanak ki, ez a foton pedig karakterisztikus, azaz az adott atomra jellemző hullámhosszú. Ez, mivel sokszor történik meg egy fénynyalábot eredményez, ami eléri a lángot, ahol az alapállapotú nátriumatomokban elnyelődik. Ez persze nem az összes fotonon megy végbe, valahány százalékuk átjut a lángon, és így az intenzitás nem csökken nullára. A mágneses tér alkalmazásakor pedig az történik, hogy a nátrium atompályái felhasadnak. Ez azt jelenti, hogy míg mágneses tér nélkül kvantált energiaszinteken, adott pályákon ”keringhetnek” az elektronok, a mágneses tér energiája miatt több megengedett energianívó jön létre. Emiatt a beérkező fotonoknak az elnyelődési valószínűsége lecsökken, hiszen az elektronok kisebb valószínűséggel tartózkodnak akkora energiabeli ”távolságra” egymástól, hogy a fotonok elnyelődjenek. Ekképpen tehát a láng abszorbanciája lecsökken, és így a mért intenzitás megnövekedik.

Fig. 1: A jelenség Az árnyék a fehér felületen látszik, míg a két fémszerkezet egy elektromágnes két mágnespofája.

C. Kvantitatív elmélet

1) Előszó a matematikai modellhez: A matematikai modell egy kérdésre keresi a választ, az pedig az mágneses indukció, mért relatív intenzitás kapcsolatának meghatározása. Ehhez több közelítést fogunk alkalmazni, ugyanis amint az ismeretes, analitikus megoldást a hidrogén alapállapotain kívül igen nehéz kinyerni a kvantummechanikából. Mint látni fogjuk, az irodalmi eredmény meghaladására csak olyan értelemben került sor, hogy a mögöttes mechanizmusról precízebb képet kapunk, illetve a komputációs nehézségektől eltekintve egy mindennapi jelenséget magyarázhatunk kvantumfizikai úton. Emellett láthatóvá válik az is, hogy milyen lépések szükségesek ahhoz, hogy ez az elmélet összehasonlíthatóvá válhassék a mérési eredményekkel, illetve ezek nehézsége is.

2) Irodalmi eredmények: Mivel a kutatás témájának inspirációja egy, az Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenyének (IYPT) 2024. évadának kitűzött feladata volt, így több középiskolás diák, illetve tanár is vizsgálta a jelenséget. Legtöbben bizonyították a jelenség megtörténését a precíz fizikai háttér ismertetésével, azonban precíz modell nem született. A Német Ifjú Fizikusok Versenyén 2024 márciusában került ez a jelenség prezentálásra. [10] Itt az elmélet a következőképpen alakult. Tudjuk, hogy adott atom nem csak a saját energiáján tud fotonokat kibocsájtani, hanem ezek valamilyen Gauss-eloszlást követnek. Amikor nincs mágneses mező, akkor csak az alapállapoti energia körül látunk egy ilyen eloszlást, és ennek a teljes spektrumra vett integrálja fogja megadni az intenzitást, amikor pedig van mágneses mező, akkor ebből levonjuk az új intenzitáscsúcsokat:

$$I(E) = \int ((\frac{1}{\omega * \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\frac{E' \cdot E}{\omega})^2}))dE', \tag{1}$$

$$I_{total} = I(E_g) - \sum I(E_{B,n}), \tag{2}$$

ahol E_g az alapállapot energiája, $E_{B,n}$, az n. felhasadt energiaszint energiája a mágneses mező függvényében, és ω a csúcs szélességének a jellemzésére bevezetett illesztési paraméter. A jó eredménye ennek az elméletnek abban rejlik, hogy viszonylag könnyen kezelhető integrált ad, és figyelembe tudja venni a nátrium magfizikai struktúrájának olyan aspektusait is, mint a nátrium D dublett vonalak jelenléte. Legerősebb eredménye talán mégis az, hogy az elméleti görbe szinte tökéletesen illeszkedik a mérési adatpontokra, és ezzel teljessé válik.

Azonban ebből a megközelítésből nem tudunk meg semmit arról, hogy valójában mi történik a lángban. Az csak egy empirikus tapasztalat, hogy ilyen eloszlást követ az intenzitás, és hogy ilyen alakban felírható a relatív intenzitásnövekedés. Az viszont, hogy ez miért történik meg, és mi a mögöttes mechanizmus arról már nem szól semmit. A továbbiakban ennek elméleti leírására teszek egy kísérletet.

3) Matematikai modell: A munkamódszer a következő: mindenekelőtt karakterizáljuk a nátrium atomot, írjuk fel a két állapotának, illetve a felhasadt állapotainak hullámfüggvényeit és energiáit, majd írjuk le, hogy mi történik amikor egy foton elnyelődéséről beszélünk, és végül pedig nézzük meg hogyan változik az időegységre jutó lángban elnyelődő fotonok száma - ez, amennyiben csökken, azt jelenti, hogy igazunk volt, és több foton jut át a lángon. Ennek tulajdonképpen makroszkopikus közelítése a fentebbi elmélet. (A matematikai modell kidolgozása során nagy segítséget nyújtott [11])

A legelső egyben a legnehezebb feladat is, ezt mindjárt látni fogjuk miért, így ez nem is lesz teljes, és itt még numerikus megoldást sem fogunk kapni, csak felvázolom a probléma megoldásának menetét. Tudjuk, hogy a nátrium elektronszerkezete [Ne]s^1, azaz egy darab vegyértékelektronja van, a 3. elektronhéjon, így a hidrogén-szerű atomok kategóriájába esik. Fotonok befogásakor, azaz gerjesztett állapotba kerülve ez az elektron átkerül a p alhéjra, és emissziókor innen ”hullik” vissza.

Itt fontos megemlíteni egy érdekes jelenséget: a spin pálya kölcsönhatást. Ahogyan az elektron kering a pozitív mag körül, az ő mozgó koordináta-rendszerében a mag az, ami kering. Ez a mozgó töltés pedig, mint egy klasszikus köráram, egy mágneses momentummal fog rendelkezni, a mágneses momentum pedig, a töltéssel rendelkező elektronra egy forgatónyomatékot fog gyakorolni, ami megpróbálja az elektron "forgásából" adódó perdület , azaz a spin vektort elfordítani. Ennek következtében az elektron keringéséből adódó perdület vektor, amelynek "orientációját" a mellékkvantumszám, és a spinje, amelyet a spinkvantumszám ír le kölcsönhat egymással. Ezt úgy lehet elképzelni, mintha a két vektor az összegük körül precesszálna. Emiatt a rendszert helyesen leíró kvantumszám az l és az s összege, a j összperdület kvantumszám lesz. Ennek következtében történhet meg az, hogy a nátrium p alhéján nem csak egy, hanem két különböző energianívó jön létre, a j=+1/2 és 1/2 Ez magyarázza meg azt az empirikus tényt, amit nátrium dublett vonalaknak néven ismerünk. Jelen értekezés szempontjából ez azért fontos, mert a felhasadást okozó Zeeman-effektus mindkét új héjon végbemegy, így ezt is figyelembe kell venni.

A további számolásokhoz, hacsak nem engedjük meg magunknak a matematikai precizitás hanyagolását, arra van szükségünk, hogy többet tudjunk matematikai szempontból a Nátrium atomról. Ahhoz hogy az alapállapotában ismerjük a hullámfüggvényét, meg kell oldanunk a Schrödinger egyenletet 11 elektronból álló rendszerre:

$$(-\frac{\hbar^2}{2m}\sum_{j=1}^{11}(\nabla_j^2) - V_{pe} + V_{ee})\psi = E\psi, \tag{3}$$

ahol V_{pe} a proton-elektron Coulomb potenciál, míg V_{ee} az elektron-elektron kölcsönhatásból érkező potenciál. A probléma ezzel az egyenlettel, hogy szinte lehetetlen megoldani, de nem kell félni, mert tudunk olyan közelítéseket alkalmazni amivel kijön az egyenlet. Ismerjük, hogy azon két állapot energiája amelyikre kíváncsiak vagyunk a $3s$ és a $3p$, $E_s = -5.14$eV, illetve $E_p = -3.04$eV, és ezek igen közel vannak a hidrogén 3. héjának energiájához, ami $E_H = -1.51$eV, így arra következtethetünk, hogy a protonok és belső elektronok töltései kiegyenlítődnek, és így az elektron-elektron kölcsönhatás kicsi, a proton elektron kölcsönhatás pedig megegyezik a hidrogénével, kivéve egy konstanst, amit effektív magtöltésnek fogunk hívni, azaz, hogy hány protont lát az elektron a többi elektron "árnyékában".[12] Ezek alapján a a Schrödinger egyenlet felírhatjuk úgy, hogy

$$E_{tot} \approx E_H + \langle\psi| V_{Na} |\psi\rangle, \tag{4}$$

ahol E_H a hidrogén ezen állapotának energiája, míg V_{Na} a Nátriumra jellemző kis korrekció a potenciálhoz,

$$V_{Na} = ZV_C + V_{ee}. \tag{5}$$

Itt V_C a hidrogén Coulomb potenciálja, egy Z korrekciós faktorra ami a már említett effektív nukleáris töltés. A 5. egyenlet az úgynevezett első rendű perturbációja a Nátrium Hamiltonjának. Miután ezzel kiszámoltuk a hullámfüggvényeket, a következő lépés, hogy az így kapott Hamiltonból a variációtétel segítségével (miszerint egy tetszőleges hullámfüggvénnyel, ún. ansatz vett várható értéke a Hamiltonnak az minden Z-re nagyobb lesz mint az alapállapot energiája) kiszámítjuk a Z paraméter értékét, és megkapjuk a két állapot hullámfüggvényét. A probléma az elektron-elektron kölcsönhatás kiszámításában rejlik. Ez az a tag ugyanis, amely megtöri a Hidrogén degenerációját, azaz különböző l kvantumszámmal rendelkező pályák különböző energiaértékeket vehetnek fel, enélkül az egész jelenség nem történhetne meg. Egy megközelítés volna az s és a p pályákon található elektronokat töltött gyűrűknek venni, és abból számolni a potenciált, azonban ezekhez az eljárásokhoz is jóval többet kéne tudnunk a rendszerről. Ettől eltekintve azonban feltételezhetjük, hogy ezen hullámfüggvények ismertek, és közelítések segítségével így is nyerhetünk a rendszerről információt.

A következő lépés, hogy kiszámítsuk a Zeeman-effektusból adódó energiamegváltozást. Ezt, tekintve, hogy a mágneses mező energiája csekély perturbációszámítással tehetjük meg. Itt az első rendig elegendő fejteni, mivel a másodrendű járadék elhanyagolható. Ehhez a perturbáló Hamiltont a következőképpen írhatjuk fel (a mágneses mező energiája kvantummechanikai megfelelője):[11]

$$E^1 = \langle H_Z \rangle = \frac{e}{2m} \langle (\mathbf{L} + 2\mathbf{S}) \cdot \mathbf{B} \rangle = \mu_B g_J B m_j. \tag{6}$$

Itt B a külső mágneses mező, μ_B az úgynevezett Bohr magneton, g_J pedig a landé g faktor. Ami fontos itt, az az m_j, ugyanis ez a mágneses kvantumszám, ami egy egész szám, amire teljesülnie kell, hogy $m_j \in [-j, +j]$. Fontos, hogy kihasználtuk, hogy a tér energiája kicsi, ezért a mágneses mező, amelyet alkalmaztam $0-500$mT között volt az összes mérés folyamán, így ez a közelítés valid, hiszen csak akkor lenne jelentősebb az energiája, ha legalább $1-2$T-t is elérné a mágneses indukció.

A felhasadt energiaszinteket után figyelembe kell vennünk két kiválasztási szabályt, miszerint a mágneses kvantumszámra $\Delta m = 0, \pm 1$, illetve a mellékkvantumszámra $\Delta l = \pm 1$. Ezekkel együtt azt találjuk, hogy az új energianívókkal 10 új vonal jelenik meg a színképben, amelyeknek távolsága lineárisan függ a mágneses indukciótól. Ez látszik a 2. ábrán.

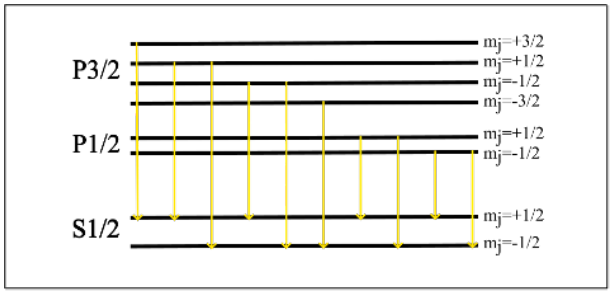

Fig. 2: A jelenség Az árnyék a fehér felületen látszik, míg a két fémszerkezet egy elektromágnes két mágnespofája.

Most már csak azt kell kiszámolni, hogy mennyivel növekedik az intenzitás adott B függvényében. A Bohr-féle atommodell vívmánya az volt, hogy kvantált energiaszinteket feltételezett, amelyeken az elektronok úgy keringhetnek körpályán, hogy a mozgásukból adódó elektromágneses hullám kibocsájtásából származó energiaveszteségtől mentesek legyenek. Ez a modell a színképeket úgy magyarázta, hogy két energiaszint között akkor történhet elektronátmenet, ha az elnyelt foton energiája, amelyet a hullámhossza egyértelműen meghatároz, megegyezik a két energiaszint különbségével. Ebből ugyebár annak kéne következnie, hogy a felhasadás után a fotonok képtelenek elnyelődni, hiszen megváltozott az energiakülönbség, de a foton energiája állandó maradt, és ekképpen minden foton átjut a foton átjut a lángon, és visszaáll a kezdeti intenzitásérték. Amint azt a láttuk, nem ez történik. Itt tehát ismét a kvantummechanika matematikai fundamentumaihoz kell fordulnunk. Az elektron klasszikus golyó felfogását felváltja a hullámfüggvény. Ez a hullámfüggvény koncepciója azon alapszik, hogy miként a fotonoknak, úgy minden apró részecskének van hullámtermészete, és tulajdonképpen anyaghullámként viselkedik. Ennek a hullámfüggvények egyetlen feladata az, hogy teljesítse a Schrödinger egyenletet, és már tökéletes leírása is az elektronnak. Ez a hullámfüggvény a hozzá tartozó energiaértékkel együtt tulajdonképpen azt is meghatározza, hogy ”hol van” az elektron. Ez nem egy pont lesz, mint ahogy azt várnánk, hanem sokkal inkább egy paca. Éppen emiatt, amikor egy foton elnyelődik, az elektron nem nulla valószínűséggel tartozik az energianívója mellett, és így az elnyelődés valószínűsége sem nulla. Ahhoz, hogy kiszámítsuk mekkora valószínűséggel nyelődhet el egy foton az atomban, időfüggő perturbációszámításra van szükségünk. A fénynyaláb, mint elektromágneses hullám, a tér egy adott pontjában változó elektromágneses térrel van jelen, így az energiája, és az ebből számított hozzá tartozó Hamilton időben változni fog. Ha az elektron alapállapotát úgy vesszük, mint az alap, és a gerjesztett állapotának lineáris kombinációja, akkor onnan tudjuk, hogy az elektron egyik energianívóról a másikra vándorolt, hogy az időfüggő konstanssok

értéke ”helyetcserélt”- Ennek a kettőnek az arányát értjük tehát átmeneti valószínűség alatt. Fontos, hogy a fentebb közölt elmélet az érkező hullámokat egy eloszlás szerint írta le, azonban ha tanulmányozzuk az irodalomban elért mérési eredményeket azt látjuk, hogy a monokromatikus közelítés is teljesen legális, ugyanis Szczepaniak, D., et al. munkájában láthatjuk (lásd [**?**], 325. oldal, 3. grafikon), hogy a nátriumlámpa intenzitása, azaz a csúcs magassága jóval nagyobb mint az eloszlás szórása, és ez a számítás céljainak bőven megfelelővé teszi a fentebbi feltételezést. Ezután amit tulajdonképpen ki akarunk számolni az az átmeneti ráta, ami inkoherens perturbáció esetén így adódik: [**?**]

$$B_{b\to a} = \frac{\pi}{3\epsilon_0\hbar^2}|\Phi|^2\rho(\omega_0), \tag{7}$$

ahol $R_{b\to a}$ a magasabb energiaszintről az alacsonyabbra történő stimulált emissziós ráta, Φ, a két állapot közötti dipólusmomentum, és $\rho(\omega_0)$ pedig az energiasűrűség az érkező sugárzás frekvenciájánál.

Ebből pedig fel tudjuk írni a végső egyenletet, ami azon alapszik, hogy a láng termális egyensúlyban van, azaz az adott állapotban lévő atomok száma konstans, és így fel tudjuk írni a stimulált emisszió, a spontán emisszió és az abszorpciós rátákat. Ehhez jön hozzá a lámpa fénye, ami elrontja az egyensúlyi helyzetet végül ezt az egyenletet eredményezve:

$$\frac{dN_i}{dt} = -N_iA_j - N_iB_{ij}\rho(\omega_0) + N_jB_{ji}\rho(\omega_0), \tag{8}$$

azaz, az i. állapot időbeli változása megegyezik a spontán emisszióból történő atomok számának csökkenésével, a stimulált emisszióból történő állapotok számának csökkenésével és a gerjesztés folyamán csatlakozott állapotok számával. Itt a B konstansok megegyeznek a fentivel, az A konstans pedig a rendszerre jellemző spontán emissziós együttható. Ezeket felösszegezve a rendszerünkre a következőt kapjuk az intenzitásra[1]:

$$I = \frac{q^2\eta N}{2592a_0^2\hbar^2\pi Af}\rho(\omega_0)E(B) \tag{9}$$

III. Mérési elrendezés

Legelső lépésként tehát a jelenséget reprodukálnom kellett, utána pedig, hogy kvantitatív méréseket végezhessek, amiket később ki tudok értékelni, és számítógépen össze tudjam vetni az elméleti modellemmel, egy mérési apparátusra volt szükségem, ahol a mágneses mező nagysága változtatható. Ez a mérési elrendezés látható a 3. ábrán. A gázégőbe többféleképpen is bele lehet juttatni a nátrium atomokat, azonban a legkönnyebb a diffúzió segítségével oldott formában bejuttatni, hiszen ezzel közel homogén eloszlásban jutnak a lángba a részecskék. Ez úgy valósult meg, hogy Nátrium-kloridot (azaz egyszerű konyhasót) oldatot egy madzag segítségével a láng alsó részébe juttatunk, ahol az égés még nem megy végbe, így a madzag nem ég és a színképet nem befolyásolja.

A lángba érkező nátrium-klorid oldat felbomlik a magas hő hatására. Mint azt láttuk, a lángfestés színét a nátrium $3p \rightarrow 3s$ pályaátmenete okozza (ez a nátrium első gerjesztett és alapállapota). Ez viszont azt jelenti, hogy az ionos kötésnek úgy kell felbomlania egy nem szükségszerűen ismert mechanizmus során, hogy szabad atomokat kapjunk a lángban, amelyek később bármi egyéb módon fejlődhetnek, ami a vizsgálatunk szempontjából közömbös. Jól lehet ennek a köztes állapotnak be kell következnie, azonban az irodalomban nem létezik pontos karakterizálása az ezt megelőző és követő a mechanizmusoknak - tulajdonképpen jelenleg minket ez nem is zavar.

[1]Természetesen a konstansok az elején közömbösek számunkra, elvégre erős közelítéseket alkalmaztunk, így csak a görbe menetére vagyunk kíváncsiak. Ezek a konstansok olyanokat foglalnak magukba, mint a fotonok láng elhagyási valószínűsége η, stb.

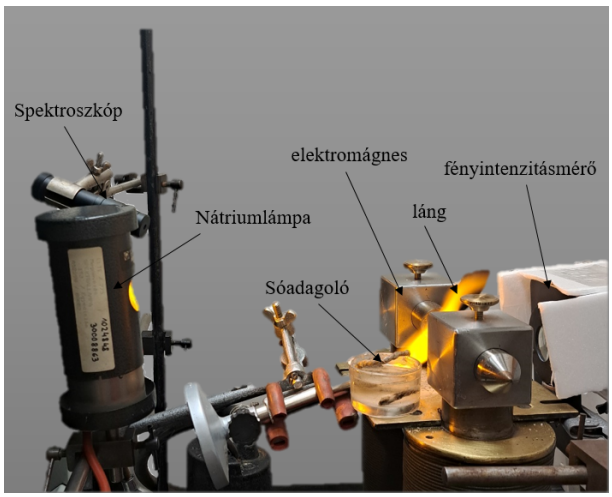

Fig. 3: A mérési elrendezés. Megfigyelhető, hogy a láng körül egy fekete szegély alakul ki a nátriumlámpa fényében.

Ez a láng tehát a két mágnespofa között áramlik, ahol $0 - 500\text{mT}$ homogén mágneses teret lehet előállítani. A képen bal oldalon látható a kisnyomású nátriumlámpa, ami kisülőcsövében az elektromos áram energiájával gerjesztett nátriumatomok emissziójával közel monokromatikus sárga fényt bocsájt ki. A mérés két eszközzel történt: egy kézi spektroszkóppal, illetve egy fotoellenállással. A kézi spektroszkópot alacsony felbontása miatt kvalitatív visszajelzésre lehetett használni, kvantitatív mérésre közel sem volt alkalmas, ez pusztán csak arra kellett, hogy ellenőrizni tudjuk a jelenség lezajlását, a hangsúly a fényintenzitás mérésén volt.

A fényintenzitás-mérő berendezést egy fotoellenállás alkotta, amely egy olyan félvezető eszköz, amely a beérkező fény intenzitásának a függvényében változtatja az ellenállását, és ekképp, ha megmérjük rajta a feszültségesést, az korrelál a valódi intenzitásváltozással így az elmélettel is össze lehet vetni[2]. A feszültségmérés és az adatok rögzítése egy Arduino mikrokontrollerrel, illetve Pythonnal történt.

A mérési elrendezés közel sem tökéletes, számtalan hibaforrás jelentkezik a mérések során amiket figyelembe kellett vennem. Természetesen figyelembe kellett venni a műszerek bizonytalanságát, így például a mágneses mező mérésére használt Hall szenzor, és a fotoellenálás nominális hibáját, de az intenzitás mérésénél volt egy jóval szignifikánsabb hibaforrás. A láng középső része, ahol a jelenség valójában lejátszódott, közel laminárisan áramlott, azonban a láng szélein a geometria miatt turbulens áramlás jön létre, ami a mért fényintenzitásban egy állandó fluktuáló háttérként jelenik meg[3]. Ez látszik a 5. grafikonon.

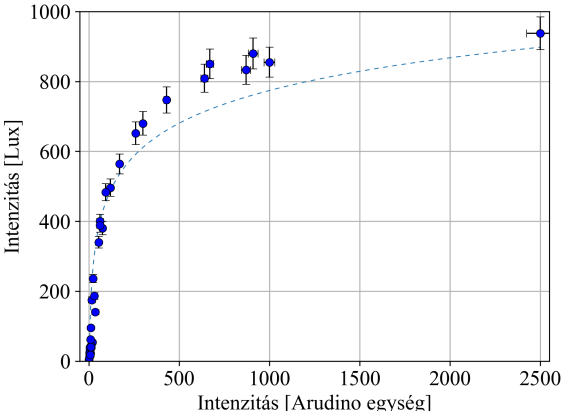

Fig. 4: Ezen az ábrán látható a fotoellenállás logaritmikus függése a valódi fényintenzitástól.

Ezt azzal küszöböltem ki, hogy hosszú időátlagokat mértem, ugyanis ilyenkor effektíven a fluktuáció kiátlagolódik, és az egész intenzitáseloszlás élesebben fog kicsúcsosodni a középérték körül. Ez azért is jó, mivel tulajdonképpen ezzel a módszerrel egy állapoton több mérést is végzünk, ami csökkenti a standard hibát, ugyanis az a mérések számával fordítottan arányos, így a mért intenzitásértékben csökken a bizonytalanságunk.

[2]Ezt a korrelációt kimértem egy másik fényintenzitás-mérővel, és megállapítottam a logaritmikus függés paramétereit. Ez látszik a 4. grafikonon

[3]Tulajdonképpen nem állandó, ugyanis a mágneses mező hatására a részecskék mozgása kiszámíthatatlanabbá válik és így erősebbé válik ez a fluktuáló hatás, azonban ez csak elhanyagolható mértékben befolyásolja a méréseket.

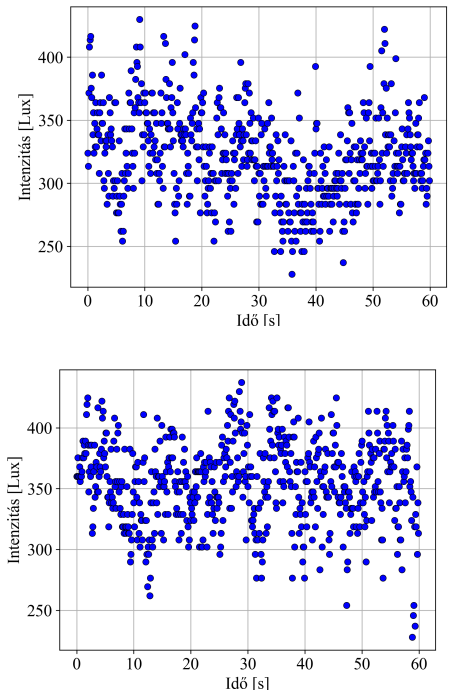

Fig. 5: A felső grafikon ábrázolja azt az esetet, amikor a mágneses mező nem aktív, az alsó pedig egy 0.2T mágneses mezőben készült méréseket ábrázolja.

A mérések célja tulajdonképpen a jelenség modellezése, és a kezdeti hipotézis igazolása, illetve az elmélettel összhangban, a relatív fényintenzitás mágneses mezőtől való függésének kapcsolatának kimérése.

IV. Eredmények és diszkusszió

A legfontosabb mérési eredmény a jelenség bemutatása az intenzitásváltozások tekintetében. Itt fontos hangsúlyozni, hogy a mérési metódus itt még mindig nem haladta meg a középiskolák felszereltségét, és ekképp tökéletes demonstrációs eszközként, avagy kísérleti anyagként. Ez a mérés a 6. grafikonon látható. Látszik, hogy a jelenség első fázisában a csak a lámpa intenzitását mértük, utána a láng árnyékoló hatása jelenik meg, és az utolsó szakaszban láthatóvá válik a mágneses mező halványító effektusa. Ezzel tulajdonképpen máris nyertünk valamennyit a jelenség kvantitatív megismeréséről, azonban az egyik legfontosabb grafikon mégis a mágneses mező - intenzitás függést ábrázoló 6. grafikon.

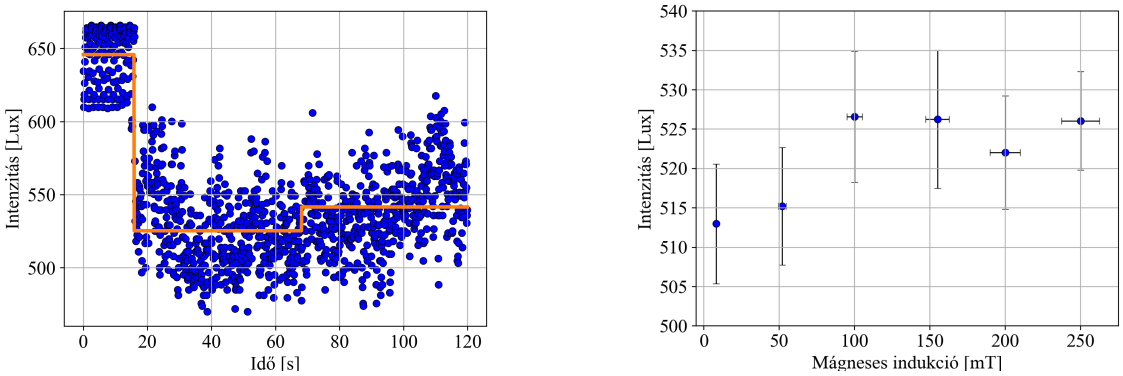

Fig. 6: A baloldali grafikonon látszik a jelenség intenzitásprofilja, míg a jobb oldali az intenzitás mágneses mezőtől való függését ábrázolja.

V. Összefoglalás

Összességében sikerült egy elméletet felállítanom a jelenségre, azt mérési eredményekkel alátámasztottam, mindezt egy olyan eljárással ami lehetővé teszi a kvantummechanika mélyebb megértését, és az oktatás fejlődését. A továbbiakban szeretném kiteljesíteni az elméletet, illetve a mérési elrendezés finomhangolását tökéletesíteni.

Acknowledgment

Szeretnék köszönetet mondani az Eötvös Lóránd Tudomány Egyetem Anyagfizikai Tanszékének, amiért a méréseimet a laboratóriumaikban végezhettem, illetve Tóth Kristófnak, amiért a kutatásomban témavezetőként segítette a munkámat.

REFERENCES

[1] Hearnshaw, J.B., 'The analysis of starlight.' Cambridge University Press. p. 27., 1986
[2] Hale, G. E., 'On the Probable Existence of a Magnetic Field in Sun-Spots', Astrophysical Journal, vol. 28, p.315, 1908
[3] Crutcher, R. M., Kemball A. J., 'Review of Zeeman Effect Observations of Regions of Star Formation', Front. Astron. Space Sci. 6:66., 2019.
[4] Kiss D., Horváth Á., Kiss Á., 'Kísérleti Atomfizika', ELTE Eötvös kiadó, 1998
[5] Holics, László, 'Fizika', Akadémiai Kiadó, 2009
[6] Schnider, D., Hömöstrei, M., Exoplanets: An easy, practice-oriented and fun project with Arduino. Physics Education. 58(5). 2023
[7] Aklan L., 'KVANTUM MÁGNESESSÉG - ZEEMAN-EFFEKTUSON ALAPULÓ MÉRÉSTECHNIKA MODELLJE', Országos Innovációs és Tudományos Olimpia, 2024 https://www.otio.hu/6.html
[8] Szczepaniak D., et al., 'Quantum Light Dimmer', 4th World Conference on Physics Education, 2024
[9] Applied Science, 'The Zeeman Effect – Control light with magnetic fields', 2018, https://www.youtube.com/watch?v=OzkcB1lkgGU
[10] Faßler E., 'Quantum Light Dimmer', 2024, https://youtu.be/pC20Aa63VkA?t=8477
[11] Griffiths D. J., 'Introduction to Quantum Mechanics', Prentice Hall, Inc., 1995
[12] Journal of Physical and Chemical Reference Data 10, 153 (1981); https://doi.org/10.1063/1.555637, 15 October 2009.