



SAPIENTIA
ERDÉLYI MAGYAR
TUDOMÁNYEGYETEM

TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

EVOLVENS FOGASKERÉKPÁR CSÚSZÁSÁNAK PONTOS MODELLEZÉSE

Szerző:

Szócs Krisztina

Gépészmérnöki BSc. szak, IV. évf.

Konzulens:

dr. Máté Márton

egyetemi docens

SAPIENTIA ERDÉLYI MAGYAR TUDOMÁNYEGYETEM

**EVOLVENS FOGASKERÉKPÁR CSÚSZÁSÁNAK PONTOS
MODELLEZÉSE**

**A NON APPROXIMATIVE MODELLING OF INVOLUTE GEAR
PAIR SLIDING**

Szőcs Krisztina

Konzulens:

Dr. Máté Márton

Abstract

One of the main problems with the operation of involute tooth gears is that during engagement, the tooth profiles slide. The point of contact is the only point where pure rolling occurs among the engaging tooth profiles. The sliding, coupled with abrupt changes in load, collectively contribute to the failure and various malfunctions of the gears. In this research, I study the behavior of gears theoretically during sliding. I examine existing mathematical models for describing sliding and analyze their results. Then, I present a precise mathematical model that I have developed. In creating the model, my aim was to avoid any geometric approximations and only consider the profile points where actual engagement between the gears could occur. Therefore, I interpret the contact points within the real engagement zone. My goal is to create a mathematical solution that is equally applicable to simple and general involute tooth gear drives and provides an accurate, realistic description of the relative sliding of gears.

Keywords: gear, sliding, exact method, gear engagement.

Kivonat

Az evolvens fogazatú fogaskerek működésének egyik fő problémája az, hogy kapcsolódás során a fogprofilok csúszva gördülnek. A főpont a legördülő fogprofilok egyetlen olyan pontja, ahol tiszta gördülés valósul meg. A csúszás a terhelés ugrásszerű változásával, közösen okozzák a fogaskerek tönkremenetelét és különböző meghibásodásait. Dolgozatomban a fogaskerek viselkedését elméleti síkon tanulmányozom csúszás során. A csúszás leírására szolgáló, létező matematikai modelleket és azoknak az eredményeit vizsgálom, majd egy általam létrehozott, egzakt matematikai modellt vezetek fel. Az általam javasolt modell létrehozása során szempontjaim között szerepelt, hogy kerüljek bármely geometriai közelítést, és csak azokat a profilpontokat vizsgáljam, ahol ténylegesen létrejöhet a kapcsolódás a fogaskerek között. Tehát, a kapcsolódási pontokat a valós kapcsolódási szakaszon belül értelmezem. Célom, hogy egy olyan matematikai megoldást hozzak létre, amely egyformán alkalmazható elemi és általános fogazatú evolvens fogaskerék-hajtásokra, és pontos, valósághű eredménnyel szolgál a fogaskerek relatív csúszásának a leírására.

Kulcsszavak: fogaskerék, csúszás, egzakt módszer, fogaskerek kapcsolódása

Tartalomjegyzék

1	Bevezető	1
2	Célkitűzések	2
3	Elméleti megalapozás	2
4	Gyakorlati megvalósítás	4
4.1	A javasolt matematikai modell	6
4.2	Számszerű kiértékelések	10
5	Eredmények	13
6	Összefoglalás	15
7	Irodalomjegyzék	16

Ábrajegyzék

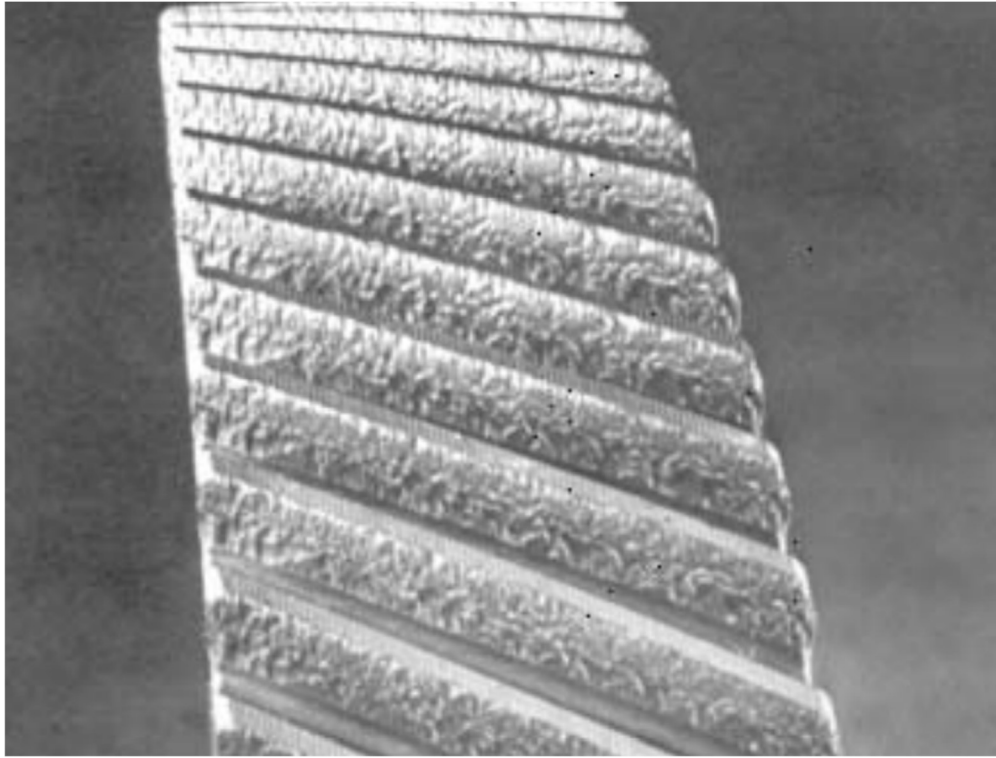
3-1. ábra. Abrázív kopás (Rexnord Industries 1978).....	2
3-1. ábra. A fogaskerekek kapcsolódáskor.....	3
3-2. ábra. A relatív csúszásgörbe (Szeniczei 1941).....	4
4-1. ábra. Az Erney-féle vonalas ábra egyszerűsített változata.....	5
4.2. ábra. A fogaskerékhajtások csúszása (Alfredsson 2000).....	6
a.) A fogak kapcsolódása hajtás során; b.) A fogak pozíciója a kapcsolódás elején és végén; c.) A fogakon fellépő relatív csúszás.....	6
4.1-1. ábra. A talpkörök sugarainak kiszámítása.....	7
4.1-2. ábra. Az evolvensívhossz kiszámítása	9
4.2-1. ábra. A fogaskerekek profileltolásának tartománya.....	12
5-1. ábra. A relatív csúszást leíró modellek elemi fogazat esetén.....	13
5-2. ábra. Relatív csúszást leíró modellek, hajtott keréken végzett profileltolással.....	14
a.) negatív profileltolás b.) pozitív profileltolás	14
5-3. ábra. A relatív csúszást leíró modellek, hajtó keréken végzett profileltolás esetén.....	14
a.) A profileltolás 0.3 mm b.) A profileltolás 0.5 mm.....	14
5-4. ábra. A javasolt relatív csúszást leíró modell különböző profileltolásokra.....	15

1 Bevezető

A fogaskerékajtások esetén, a ciklois hajtás kivételével, a fogak nem tisztán gördülnek le egymáson, a csúszás is jelen van, amely a fogak gyorsított kopásához vezethet. A fogak gyakori meghibásodásai közé tartoznak a fogfelületi sérülések, mint a progresszív kopás, a pitting és a berágódás. A fogfelületek közti csúszás bármely esetben kopást okoz, főképp az összeszerelést követő „bejáródási” szakaszban, amikor a fogfelületek kiemelkedő mikrogeometriai egyenetlenségei az ellenkerékkel való csúszás következtében lekopnak. Ez a fajta kopás idővel csökken, majd megszűnik. Nem tekinthető hibának, mert a fogaskerek érintkezési felületének növekedéséhez vezet, amelynek következtében a várható élettartama a hajtásnak nagyobb lesz. A problémát a progresszív kopás jelenti, amikor a kopás a bejáratási szakasz után nem szűnik meg, sőt, fokozódik (1-1. ábra). Ennek okai a következők lehetnek: hiányos vagy elégtelen kenés, nem megfelelő kenőanyag, illetve az abba került szennyeződés vagy a fogfelületek elégtelen keménysége. A pitting a fogfelület és a gördülőfelület metszésvonala tájékán mutatkozik. A megjelenése abból származik, hogy a felületi nyomófeszültség és a fogfelületek egymáson való csúszása által ébresztett nyírófeszültség meghalad egy, a ciklusszámhoz kapcsolódó határértéket. Először apró hajszálrepedések jelennek meg a gördülőfelületi fogirányvonal tájékán, a felületek alatt, ahol az összetett igénybevétel a legnagyobb értékű. Ahogy ezek a hajszálrepedések eljutnak a felületig, anyagdarabkák töredeznek ki, helyükön kis gödröcskéket képezve, amelyeknek a szélei érdesek. A pitting oka főképp az anyag felületi kifáradása nem megfelelő méretezés vagy egyenlőtlen felületi terheléseloszlás miatt, illetve a fogfelületek nem megfelelő keménysége. A karcok a fogfelületen a fogprofilok csúszásának irányába mutató rövid, egyenes, nagyon kis mélységű hornyok, amelyeket a kenőolajba került porszemcsék vagy egyéb apró szennyeződések okoznak. A barázdák a karcoknál mélyebb hornyok, amelyek a karcoktól eltérően, csoportosan lépnek fel. Nem megfelelő kenés végett fémes érintkezés jön létre a fogfelületek között, és azok pillanatnyilag összehegednek. Viszont a fogfelületek relatív csúszása végett az összehegedt részecskék az egyik fogfelületből kiszakadnak. Az így kiszakadt részecskék a kenőolajat szennyezik és ezáltal további sérüléseket okozhatnak a fogfelületen. Ez a jelenség a berágódás.

Napjainkban is folynak a kutatások a fogaskerékajtások tervezéséről, hogy a meghibásodásokat elkerüljék, amelyekben a relatív csúszást, illetve a csúszásgyorsulásokat használják fel alapul (Tomori, 2019). Valamennyi kutatás alapja, amely a relatív csúszáshoz

kapcsolódik, megegyezik a Szeniczai által javasolt modellel, amely csak közelíti a valós geometriai viszonyokat. Dolgozatomban ezt a modellt kívántam újra gondolni, úgy, hogy nem közelíték. Kutatásom célja ezáltal, hogy egy pontosabb, valóságának megfelelőbb értéket kapjak a relatív csúszásra. Feltételezésem szerint ez a jövőben hozzásegíthet növelt élettartamú fogaskerékhajtások tervezéséhez.



3-1. ábra. Abrázív kopás (Rexnord Industries 1978)

2 Célkitűzések

A dolgozatom célja:

- A fogaskereknek viselkedésének pontos leírása csúszás során;
- Pontosabb, a valósághoz közelebb álló eredmény találása a csúszás leírására.

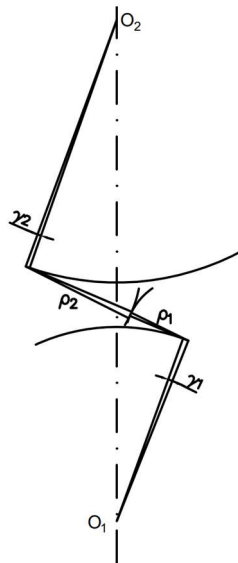
3 Elméleti megalapozás

A XX. században számos tanulmány született arra vonatkozóan, hogyan növelhető a fogaskerek terhelhetősége és élettartama. Ennek elérése érdekében áthatóan tanulmányozták a fogfelületek között fellépő csúszást, illetve a csúszási sebességet. Vidéki (1912) rájött az élettartam és a csúszási sebesség közötti szoros kapcsolatra, és megállapította, hogy a csúszási sebesség csökken, ha a tengelytávolságot növeljük amennyire a fogazat biztosította lehetőségek megengedik.

Diker (1935), Szeniczei (1941) és Bolotovszkij (1963) a fogaskerék-hajtások méretezésénél a relatív csúszást vették alapul. Céljuk az volt, hogy a kapcsolószakaszon a relatív csúszások legnagyobb értékei megegyezzenek egymással, illetve, hogy a csúszást minimalizálják.

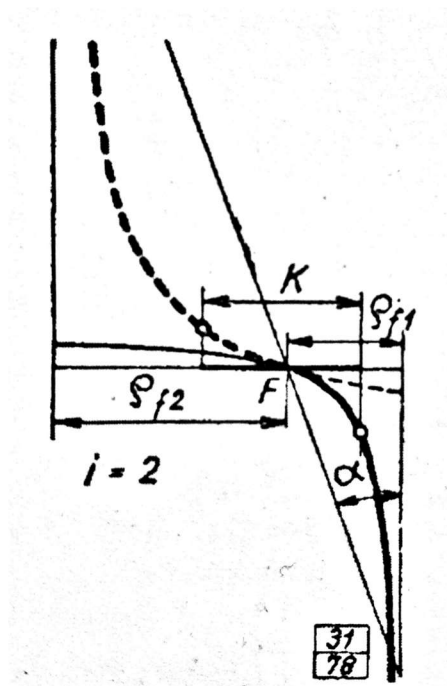
Szeniczei elkészítette a relatív csúszást leíró modelt evolvens profilú fogaskerék-hajtásokra, amely közelítésen alapszik. Az evolvens-ív-hossz helyett a simuló kör-ív-hosszával számolt, ahol a simuló körnek a sugara a görbületi sugárral egyenlő. Számításai szerint, a körívek hosszát a görbületi sugár, jelölés szerint ρ , és a fogaskerék szögelfordulásának, jelölés szerint γ , szorzataként kaphatjuk meg, amely az előzőek alapján az egyik fogaskeréken $\rho_1 \cdot \gamma_1$, a másik fogaskeréken $\rho_2 \cdot \gamma_2$. A relatív csúszást az ily módon kiszámított körívek hosszának különbségének a kisebb körív-hosszhoz való viszonyításából kapjuk. Tehát, az 3-1. ábra alapján a relatív csúszás értéke:

$$\chi = \frac{\rho_1 \cdot \gamma_1 - \rho_2 \cdot \gamma_2}{\rho_1 \cdot \gamma_1} \quad (3.1)$$



3-1. ábra. A fogaskerek-ek kapcsolódáskor

A relatív csúszást egy hiperbola-függvény írja le, amely mutatja, hogy a relatív csúszás a főpontban zérus, és onnan távolodva folyamatosan növekszik (3-2. ábra).



3-2. ábra. A relatív csúszásgörbe (Szeniczai 1941)

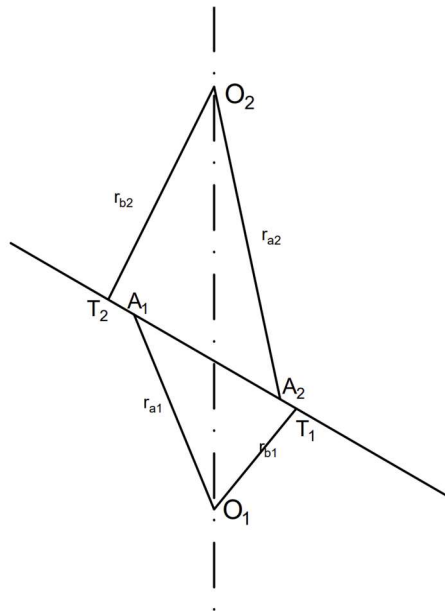
A későbbiekben, azonban észrevették, hogy a modell nem feltétlenül helytálló, hiszen az azt mutatja, hogy a kapcsolódási főpontban a relatív csúszás értéke zérus, amelyből az következne, hogy ott nincs kopás. Gavrilenko (1966) kísérletei azonban ellentmondtak ennek a feltételezésnek. Kísérletei alapján új módszert hozott létre a fogaskerek méretezésére. A csúszásgyorsulásokat használta fel a fogfelület-kopások helyének és nagyságának a meghatározásához. A fogfelületek tönkremenetelét a relatív csúszás hely szerinti deriváltjának a kapcsolóvonal menti változásával írta le.

A Ganz-Botka-féle evolvens fogazatszerkezet alapját szintén a relatív csúszás adja. Botka (1964) a relatív csúszás kiegyenlítésére való törekvést tartotta szem előtt a fogaskerek méretezésekor. Bizonyította, hogy ha a kapcsolódási határpontokban a relatív csúszás értékei ki vannak egyenlítve, akkor az maga után vonja a fogfelületek pillanatnyi hőmérsékletemelkedésének és Hertz-féle feszültség és a csúszási sebessége szorzatainak a kiegyenlítését és minimalizálását.

4 Gyakorlati megvalósítás

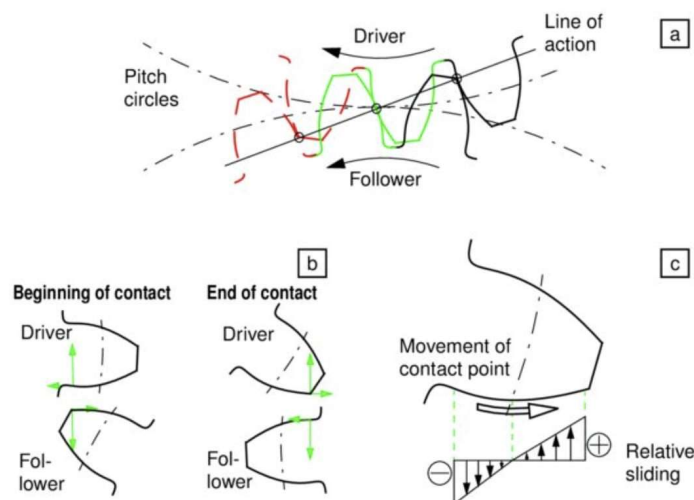
A kutatásom alapját az képezte, hogy elkerüljek bármelyfajta geometriai közelítést a relatív csúszás felírása során. Azokat a pontokat kívántam vizsgálni, ahol a fogfelületek közötti kapcsolódás ténylegesen létrejöhet, így a kapcsolódási pontokat a valós kapcsolódási szakaszon belül értelmeztem. Ennek elérése érdekében az Erney-féle vonalas ábrát (Erney

1983) vettem alapul. Az ábra szerint a kapcsolóvonalat az alapkörök közös érintője képezi, illetve a tulajdonképpeni kapcsolódás az A_1A_2 szakaszon jön létre, amelyet a kapcsolóvonal és a fejkörök A_1 illetve A_2 metszéspontjai határoznak meg (4-1. ábra). Az elméleti kapcsolószakaszt az alapkörök kapcsolóvonalat érintő T_1 és T_2 pontjai határozzák meg.



4-1.ábra. Az Erney-féle vonalas ábra egyszerűsített változata

Az 4-2. a. ábrán láthatjuk a kapcsolóvonal és a fogak helyzete közötti kapcsolatot. Látható, hogy a kapcsolódási pontok bármely esetben a kapcsolóegyenesen helyezkednek el. Az 4-2. c. ábra üzenete ekvivalens a 3-2. ábrán látottakkal: A főpontban a relatív csúszás értéke zérus, onnan távolodva folyamatosan növekszik.



4.2. ábra. A fogaskerékajtások csúszása (Alfredsson 2000)

a.) A fogak kapcsolódása hajtás során; b.) A fogak pozíciója a kapcsolódás elején és végén; c.) A fogakon fellépő relatív csúszás

4.1 A javasolt matematikai modell

A következőkben ellenőriztem a fogaskerékajtás optimális méretezését. Megvizsgáltam, hova esik a talpkörök által kimetszett pont a kapcsolóegyenesen. Ez abból a szempontból jelentős, hogy amennyiben az elhelyezkedésük nem megfelelő, a hajtópár újraméretezését követelné a feladat, hiszen ezeken a körökön belül a helyes kapcsolódást biztosító evolvens profil helyett a fogláb görbe származtatott hurkolt evolvensé vagy epicikloisá található. A talpkör pontos definícióját először Szeniczai fogalmazta meg, és ő számította ki annak sugarát abban az esetben, amikor a gyártó fogasléc aktív fejvonalá határozza meg a talpkör sugarát.

Elsőként felvesszük az alapkörök kapcsolóegyenest érintő, T_1 és T_2 pontokat. A továbbiakban felvesszük a fejkörök és a kapcsolóvonal A_1 és A_2 metszéspontjait. A 4-1. ábra alapján felírhatók a következő összefüggések:

$$T_1 A_1 = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} \quad (4.1.1)$$

$$T_2 A_2 = \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} \quad (4.1.2)$$

$$r_t = \sqrt{BT^2 + OT^2} \quad (4.1.11)$$

A fentiekből következik, hogy a távolság a talpkörök és a fejkörök által a kapcsolóvonalon kimetszett pontok és az alapkörök érintési pontjai között:

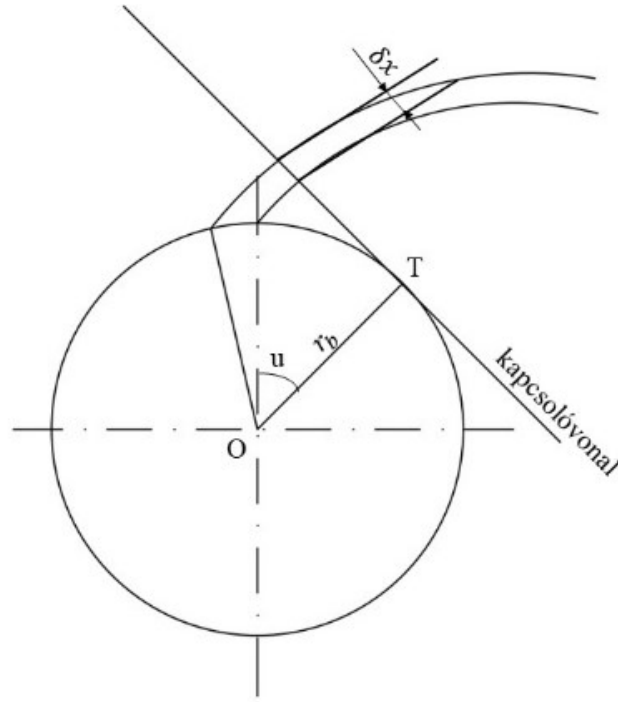
$$B_1T_1 = \sqrt{r_{t1}^2 - r_{b1}^2} \quad (4.1.12)$$

$$B_2T_2 = \sqrt{r_{t2}^2 - r_{b2}^2} \quad (4.1.13)$$

Az alapkörök érintési pontjai, valamint a talpkörök és a fejkörök metszéspontjai jelölik ki a valóságosan működő kapcsolószakaszt. A kapcsolódás akkor jó, ha az ellenkerék fejköre a kapcsolószakaszt az adott kerék talpköri és alapköri pontja által meghatározott szakaszon *kívül* metszi, azaz

$$T_1A_2 \geq T_1B_1 \text{ és } T_2A_1 \geq T_2B_2 \quad (4.1.14)$$

Az új modell felírásához a csúszást két, véges távolságra lévő kapcsolódási pont távolságának megfelelő $\Delta\ell_1$ és $\Delta\ell_2$ evolvens-ív hosszak különbségeként írtam fel. Az evolvens ívhosszai kiszámításához az (4.1.14) és (4.1.15) összefüggéseket használtam fel. Az evolvens-ív hosszakat az u paraméter függvényében írtam fel, ahol u az evolvenst generáló egyenes alapkörön való legördülésének megfelelő központi szög. Az u szögelfordulás alatt a generáló egyenes által érintett körív hossza megegyezik az r_b sugarú alapkör és az u szögelfordulás szorzatával. Mivel az evolvenst generáló egyenes az alapkörhöz képest síkmozgást végez, melynek pillanatnyi pólusa az érintési pont, könnyen kikövetkeztethető, hogy adott lefejtési helyzetben az evolvens görbületi sugarát pontosan az $r_b u$ hosszúságú szakasz adja, így az evolvensgörbe elemi ívhossza $d\ell = r_b u$ d u . Ezzel kifejezhető két, véges u szögelfordulás értéknek megfelelő lefejtett evolvens ívhossz: (4.1-2. ábra):



4.1-2. ábra. Az evolvensív hossz kiszámítása

$$\Delta \ell_1 = \int_{u_1}^{u_2} r_{b1} \cdot u \cdot du = \frac{r_{b1} \cdot (u_2^2 - u_1^2)}{2} \quad (4.1.15)$$

$$\Delta \ell_2 = - \int_{u'_1}^{u'_2} r_{b2} \cdot u \cdot du = \frac{r_{b2} \cdot (u_1'^2 - u_2'^2)}{2} \quad (4.1.16)$$

A relatív csúszást megkaphatjuk, ha az evolvens-ív hosszak különbségét a kisebbik evolvens-ív hosszhoz viszonyítjuk, amely esetünkben a hajtókerékhez tartozik.

$$\chi = \frac{\Delta \ell_1 - \Delta \ell_2}{\Delta \ell_1} \quad (4.1.17)$$

A véges legördüléseknek megfelelő evolvensív hosszak számítási függvényét az alábbi pszeudokód szerint írtam fel:

```

< N > = 100          a kapcsolóvonalon felvett pontok száma
< delta_x > = (A1*A2) / (N-1)  a kapcsolóvonalon haladó kapcsolódási pont által megtett
szakasz hossz
ciklus < i > = < 0 > -tól < N-2 > -ig      ciklusváltozó definiálása
    < u1 > = (T1*A2 + i*delta_x) / r_b1      hajtókerék alsó paramétere
    < u2 > = (T1*A2 + i*delta_x + delta_x) / r_b1      hajtókerék felső paramétere
    < u1' > = (T1*T1 - (T1*A2 + i*delta_x)) / r_b2      hajtott kerék alsó paramétere
    < u2' > = (T1*T1 - (T1*A2 + i*delta_x + delta_x)) / r_b2      hajtott kerék felső paramétere

```

$< dl_1 > = \frac{r_{b1} \cdot (u_2^2 - u_1^2)}{2}$	hajtó keréken érintkezett ív hossza
$< dl_2 > = \frac{r_{b2} \cdot (u_1^2 - u_2^2)}{2}$	hajtott keréken érintkezett ív hossza
$< \chi > = \frac{dl_1 - dl_2}{dl_1}$	relatív csúszás értéke
$a_{i,0} = i \cdot \delta x$	kimenet első oszlopa, a kapcsolóvonalon megtett szakasz hossza
$a_{i,1} = \chi$	kimenet második oszlopa, a relatív csúszás értéke
<i>ciklus vége</i>	
<i>térítsd vissza a – t</i>	

A függvény szerint megkaptam a relatív csúszás modelljét elemi fogazatra. Ezt követően meg akartam vizsgálni a megoldás alkalmazhatóságát általános fogazatú evolvens fogaskerék-hajtásokra is. Ennek érdekében kiszámítottam a lehető legnagyobb és a lehető legkisebb profileltolás értékét általánosan, a szakirodalomban ismert módon, majd azt az általunk választott fogszámokra vonatkoztattuk. A maximális profileltolást az evolvens trigonometria második alaptörvényéből számítottam ki, a minimális profileltolást pedig a léccel való fogazás ismert geometriai modelljéből (Szeniczai 1941).

4.2 Számszerű kiértékelések

A kutatásom következő lépését a modellek numerikus kiértékelése képezi. MathCad környezetbe átvittem a matematikai modelleket, és egy konkrét fogaskerék-hajtásra alkalmaztam azokat, amelynek a paraméterei az 4.2-1. táblázatban láthatók. Azért választottam a MathCad környezetet, mert az lehetővé tette a számítások egyszerű ellenőrzését, illetve a grafikonok megalkotását.

4.2-1.táblázat. A fogaskerek paramétere

Megnevezés	Jelölés	Érték
Modul [-]	m	4
Kapcsolószög [rad]	α	$\pi/9$
Hajtókerék fogszáma [-]	z_1	17
Hajtottkerék fogszáma [-]	z_2	34
Hajtókerék osztókörsugara [mm]	r_{w1}	34
Hajtottkerék osztókörsugara [mm]	r_{w2}	68
Hajtókerék lábkörsugara [mm]	r_{f1}	29
Hajtott kerék lábsugara [mm]	r_{f2}	163
Hajtókerék fejkörsugara [mm]	r_{a1}	38
Hajtott kerék fejkörsugara [mm]	r_{a2}	72
Hajtókerék alapkörsugara [mm]	r_{a1}	31.94
Hajtott kerék alapkörsugara [mm]	r_{a2}	63.89
Fogmagasság [mm]	h	9
Lábhézag [mm]	c	1
Tengelytáv [mm]	a_w	102

Először, az (4.1.1) - (4.1.13) összefüggéseket alkalmazva kiszámítottam a talpkörök sugarának a hosszát a 1.táblázatban meghatározott értékeket figyelembe véve, illetve a B_1 , B_2 pontok helyzetét.

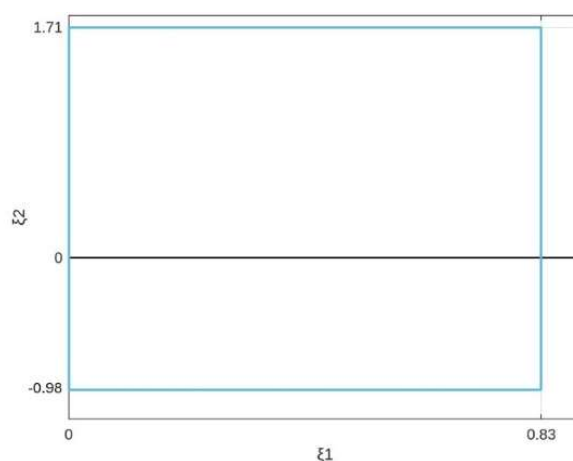
Esetünkben, mivel az egyszerűsítésre törekszünk, nem számolunk profileltolással, tehát fajlagos fogfejhézag $h_0 = 1 \text{ mm}$, a fajlagos foglábhézag $c_0 = 0.25 \text{ mm}$, fajlagos profileltolás $\xi = 0 \text{ mm}$, és a fogtőgörbe magassága $\delta = 0.15 \text{ mm}$. Az egyenleteket alkalmazva a hajtó- és hajtottkerekekre, kapjuk, hogy a hajtókerék talpkörének a sugara $r_{t1} = 31.97 \text{ mm}$ és a hajtott kerék talpkörének a sugara $r_{t2} = 64.73 \text{ mm}$.

Tehát, mivel az $A_1T_2 = 14.31 \text{ mm}$, $B_1T_1 = 1.23 \text{ mm}$, illetve $A_2T_1 = 1.70 \text{ mm}$, $B_2T_2 = 10.39 \text{ mm}$ ebből következik, hogy a talpkörök által kimetszett pontok a fejkörök és az alapkörök által kimetszett pontok közé esnek, vagyis B_1 pont a T_1 és A_2 , illetve a B_2 pont a T_2 és A_1 között helyezkedik el. Következtetésként, azt mondhatjuk, hogy a vizsgált hajtás helyesen kapcsolódik, tehát nem igényel újraméretezést.

A következőkben a Szeniczei-féle matematikai megoldást vittem át a MathCad környezetébe, annak érdekében, hogy a következőkben könnyebben összehasonlíthassam az általam javasolt modellel a kapott eredményeket. Ezt követően a saját matematikai modellemet felhasználva számoltam ki a relatív csúszást a fogak között. Megvizsgáltam a választott fogaskerék-hajtás minimális és maximális profileltolásának értékét (4.2-2. táblázat) annak érdekében, hogy megvizsgáljam, általános fogazatra hogyan viselkednek a modellek.

4.2-2. táblázat. *A profileltolások határai a választott fogszámokra*

Fogsám	Minimális profileltolás	Maximális profileltolás
17	0	0.83
34	-0.98	1.71



4.2-1. ábra. A fogaskerek profileltolásának tartománya

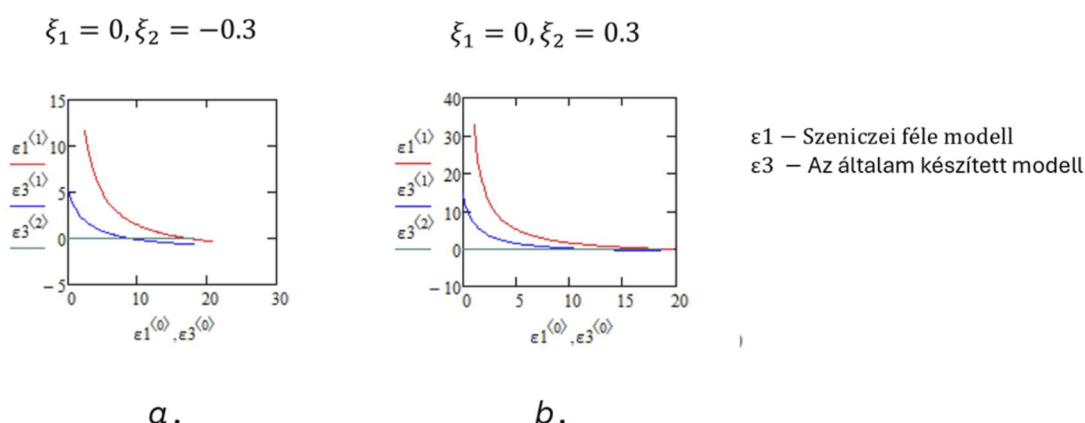
Látható, hogy a hajtott keréken negatív és pozitív irányú profileltolás is megengedett, amíg a hajtókeréken csak pozitív. A megengedett tartományokból (4.2-1. ábra) két-két értéket választottam profileltolásként, így négy esetet állítottam fel általános fogazásra vonatkozólag (3. táblázat), amelyekre vizsgáltam a modell viselkedését. A profileltolás szerint újraszámoltam a fogaskerék-hajtás paramétereit, illetve a relatív csúszást mind a Szeniczei-féle modell által, mind az általam generált modell alapján.

4.2-3. táblázat. *A vizsgált profileltolások*

ξ_1	ξ_2
0	-0.3
0	0.3
0.3	0
0.5	0

5 Eredmények

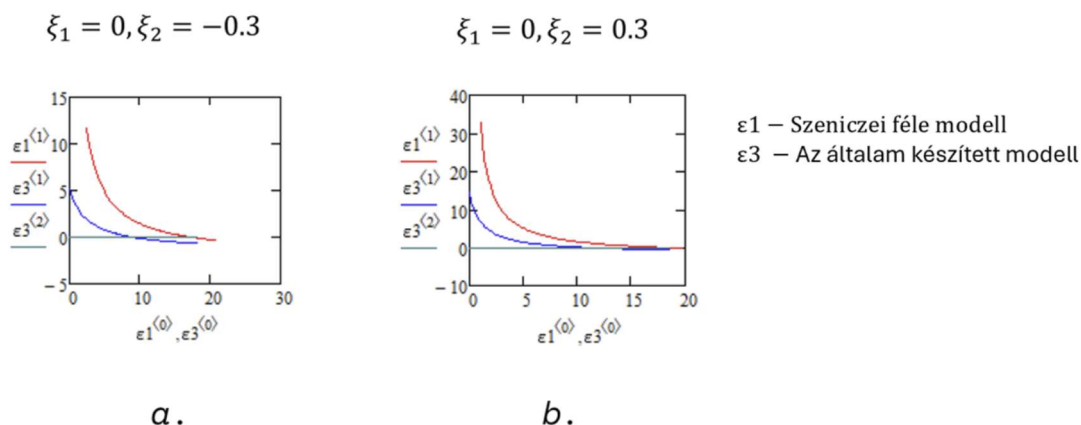
Az 5-1. ábra szemlélteti a kapott eredményeket elemi fogazat esetén. A kapott függvények hiperbolák, ahogy azt vártuk. A két relatív csúszásfüggvény által kirajzolt hiperbola között azonban világosan látható különbségek vannak. Bár mindkettő azt mutatja, hogy ahogy haladunk előre a kapcsolóvonalon, a fogaskerek közötti relatív csúszás rohamosan csökken, a kezdőpontjuk és a pillanat, amikor eléri a zéruspontot, jelentősen eltér. A Szeniczai-féle megoldás szerint a relatív csúszás kezdeti értéke meglehetősen nagyobb, szinte duplájának mondható, mint az általam felállított modellben, illetve a zéruspontot is a kapcsolóvonal egy távolabbi pontjában éri el. Az értékek közötti különbségek, bár lehet, nem tűnnek jelentősnek, mégis számottevőek lehetnek a fogfelületek meghibásodásánál, ahol, ne felejtjük el, a pár mikrométer nagyságú szennyeződések is, főképp hosszútávon, problémát tudnak okozni.



5-1. ábra. A relatív csúszást leíró modellek elemi fogazat esetén

Amennyiben profileltolást alkalmazunk a hajtottkeréken, szemmel láthatóan a görbék ellaposodnak, főképp a pozitív profileltolás esetén (5-2. ábra). A két megoldást mutató görbe hasonlóan viselkedik, amennyiben az elemi fogazatnál kapott eredményhez hasonlítjuk őket. A negatív profileltolás esetén mindkét görbénél csökkent a kezdeti relatív csúszás értéke, viszont nagyjából a zéruspontot ugyanott éri el. A pozitív profileltolásnál mindkét görbe magasabb relatív csúszásértékről indul, bár a Szeniczai-féle megoldást szemléltető hiperbolánál az elemi értékhez viszonyítva sokkal jobban megnőtt ez az érték, és hamarabb éri el a zéruspontot, mint az előzőekben. A lényegi különbség a két görbe között még mindig fennáll: az általam készített modell szerint a relatív csúszás értéke, főképp a

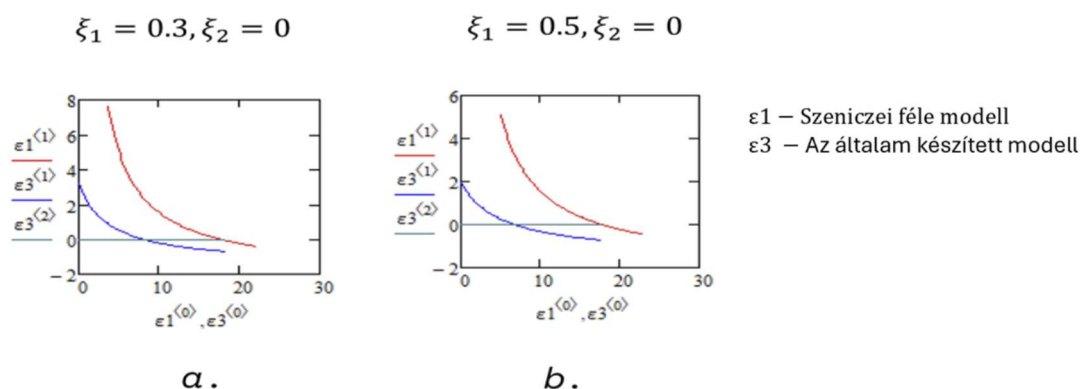
kezdeti pillanatban, jelentősen kisebb, és a kapcsolóvonalon hamarabb eléri a nulla csúszás pillanatát.



5-2. ábra. Relatív csúszást leíró modellek, hajtott keréken végzett profileltolással

a.) negatív profileltolás b.) pozitív profileltolás

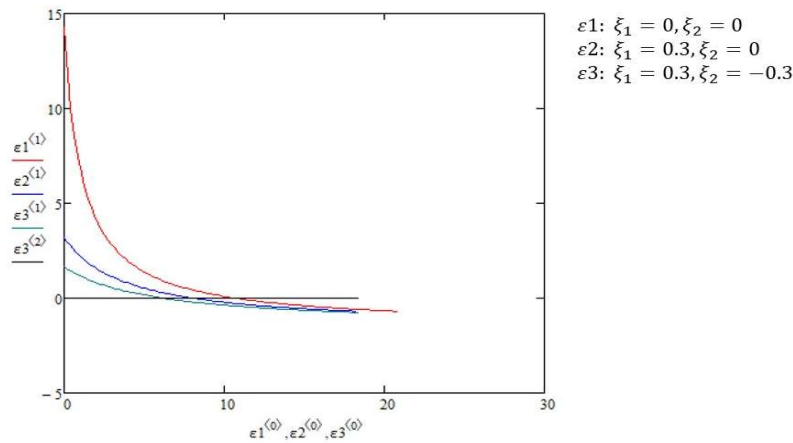
A hajtókeréken végzett profileltolás esetén, mindkét esetben, csökken a relatív csúszás az elemi fogazathoz viszonyítva, bár a Szeniczai-féle modell esetében közel kétszer annyit csökken, mint az általam felállított modell esetén (5-3. ábra). A Szeniczai-féle modellt megfigyelve, továbbá, nem tűnik úgy, hogy a zérus pillanat elérésénél történne változás az elemi fogazathoz viszonyítva, amíg az általam felállított megoldás esetében a nulla csúszás pillanata a hajtókerék pozitív irányú profileltolásával hamarabb elérhető.



5-3. ábra. A relatív csúszást leíró modellek, hajtó keréken végzett profileltolás esetén

a.) A profileltolás 0.3 mm b.) A profileltolás 0.5 mm

A 5-4. ábra szemlélteti az általam javasolt modellt különböző profileltolások esetén, amely rávilágít arra, hogy a relatív csúszás miképpen változik a profileltolások függvényében. Látható, hogy a profileltolások növelésével a hiperbola egyre jobban ellaposodik. A modell szerint a relatív csúszásértékét jelentősen lecsökkenthetjük, amennyiben mindkét fogaskeréken profileltolást végzünk. Az ábra szerint ekkor a relatív csúszás értéke kevesebb, mint egyharmada az elemi fogazat esetén jelen lévő relatív csúszásnak. A zérus pontot szintén hamarabb elérjük a nagyobb profileltolás esetén. Ugyanakkor, megfigyelhető, hogy a görbék a zéruspont elérése után nem egy újabb hiperbolát követnek, csaknem összeérnek. Ez arra enged következtetni, hogy a javasolt modell további, aprólékosabb, sajátos esetek vizsgálatát is igénybe vevő matematikai elemzést kíván.



5-4. ábra. A javasolt relatív csúszást leíró modell különböző profileltolásokra

6 Összefoglalás

Az eredmények kiértékelése alapján elmondhatjuk, hogy az egzakt modell szerint a relatív csúszás értéke kisebb, mint azt az eddig ismert modell alapján tudtuk, illetve a nulla csúszás pillanatát is hamarabb elérjük. Továbbá, észrevehetjük, hogy a modellek hasonlóan viselkednek elemi, illetve általános fogazat esetén, különböző profileltolásoknál, így azt mondhatjuk, hogy a evolvens fogaskerékpár csúszásának pontos modellje úgy elemi, mint általános fogazatú fogaskerékajtásokra is fennáll.

A Szeniczai-féle modell, és az általam javasolt modell között az a lényeges matematikai különbség, hogy a klasszikus (Szeniczai)- féle matematikai modellben a γ_1 illetve γ_2 szögelfordulások az áttételi arányt kielégítik, azaz $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$, így a csúszást pillanatnyi határértékként is lehet értelmezni, azaz $\chi = \frac{\rho_1 - i_{12} \rho_2}{\rho_1} = 1 - i_{12} \frac{\rho_2}{\rho_1}$, ahol már csak az áttételi arány és a pillanatnyi érintkezésnek megfelelő profil-görbületi sugarak

befolyásolják a csúszást, az általam javasolt modell a kapcsolódási pont útját követi végig a valós kapcsolószakaszon, és diszkrét időintervallumoknak megfelelő relatív egymást érintő szakaszok közötti különbségek arányát adja vissza. Figyelembe véve, hogy a felületek mikrogeometriai, tehát valós, érintkezésének módja inkább a véges, mint elemi elmozdulásokra értelmezhető, vélem, hogy az általam levezetett modell megfogalmazása megfelelő.

Úgy gondolom, hogy a továbbiakban fontos lenne megvizsgálni, hogy amennyiben az új eredményeket felhasználjuk a fogaskerék-hajtások méretezésénél, milyen eredményeket kapunk azok működésével és élettartamával kapcsolatban, amely gépelemek tárgyú kísérlet sorozatot igényel.

A módszer további kiterjeszthetőségének látom, amennyiben a fogaskerek közötti relatív csúszást pontosan felírhatnánk nem csak evolvens profilokra, hanem egyéb fogprofilokra is, mint például a koszinusz vagy a szinoid profilú fogaskerek esetén.

7 Irodalomjegyzék

Alfredsson, B. 2000. A study on contact fatigue mechanisms.

https://www.researchgate.net/publication/265867484_A_Study_on_Contact_Fatigue_Mechanisms Letöltve: 2024.04.02.

Bolotovskiy, I. A.- Bolotovskaya, T. P.- Bocharov, G. S.- Guryev, V. I.- Kurlov, B. A. – Merkurjev, I. A.- Smirnov, V. E. 1963. *Spravochnik po geometricheskomu raschotuevolventnih zubchatih i chervyachnih peredach*. Mashinostroyeniye, Moszkva.

Botka, I. 1964. Fogaskerék-méretezés kiegyenlített kontakt-hőmérsékletre, *Gép*, 4(11): 425-430.

Diker, J. I. 1935. *Evolventnije zaceplenyije sz uprjamimi zubcami*. Organmetal, Moszkva.

Erney, Gy. 1983. *Fogaskerek*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.

Gavrilenko, V.A. 1966. Osznovi teoriji evolventnoj zubcsatoj peredacsi, Masinosztroyeniye, Moszkva.

Szeniczai, L. 1941. *Az általános fogazás*. Királyi Magyar Egyetemi Nyomda, Budapest.

Tomori, Z. 2019. A relatív csúszást leíró modellek, hajtó keréken végzett profileltolás esetén. PhD értekezés. <http://midra.uni-miskolc.hu/document/32638/29328.pdf> Letöltve: 2024.03.28.

Vidéki, E. 1912. *Fogaskerekek*. „Pátria” irodalmi vállalat és nyomdaipari rt. nyomása, Budapest.