

Térbeli orientáció pontosságának javítása IMŰ-alapú szenzorfúzióval: Egy összehasonlító tanulmány a fúziós algoritmusokról

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem



Felügyelő Tanár:

Dr. Fehér Áron

Hallgató:

Simon Hunor

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	5
1.1. A dolgozat célja	5
2. Inerciális mérő eszközök	6
2.1. Általános leírás	6
2.1.1. Gyorsulásmérő	6
2.1.2. Giroszkóp (Szögsebesség mérő)	7
2.1.3. Magnetométer (Mágneses iránytű)	8
2.2. Szenzorokban fellépő zajok	9
2.2.1. Gyorsulásmérő	9
2.2.2. Giroszkóp	10
2.2.3. Magnetométer	12
2.3. Szenzorok kalibrálása	13
2.3.1. Gyorsulásmérő	13
2.3.2. Giroszkóp	13
2.3.3. Magnetométer	14
3. Orientáció alapok	18
3.1. Katerniók	18
3.2. Euler-szögek	21
3.3. Rotációs mátrixok	22
3.3.1. I. Eset	24
3.3.2. II Eset	24
3.3.3. III. Eset	25
4. Szenzorfúziós algoritmusok	27
4.1. Komplementer szűrő	27
4.1.1. Koordináta-rendszerek	27
4.1.2. Katernió gyorsulásmérőből	28
4.1.3. Katernió magnetométerből	29
4.1.4. Katernió alapú Komplementer Szűrő	29
4.1.5. Gyorsulásmérőn alapuló korrekció	30

4.1.6.	magnetométeren alapuló korrekció	31
4.1.7.	Adaptív erősítés	32
4.2.	Mahony szűrő	32
4.2.1.	Szenzor modellek	32
4.2.2.	Becslési hiba	34
4.2.3.	Explicit komplementer szűrő	34
4.3.	Bővített Kálmán-szűrő	36
4.3.1.	Alap Algoritmus	36
4.3.2.	Nemlineáris forma	37
4.3.3.	EKF Kvaternió	39
4.3.4.	Becslő lépés	39
4.3.5.	Korrekciós lépés	41
5.	Algoritmusok összehasonlítása	44
5.1.	Tesztjelek	44
5.1.1.	Első tesztjel	46
5.1.2.	Második tesztjel	47
5.2.	MATLAB szimulációk	47
5.2.1.	Komplementer szűrő	47
5.2.2.	Mahony szűrő	51
5.2.3.	Bővített Kálmán szűrő	52
6.	Összefoglalás	56
6.1.	Eredmények értékelése	56
6.2.	További kutatások	56

Ábrák jegyzéke

1.	Gyorsulásmérő szenzor megvalósítása.[4]	7
2.	Giroszkóp szenzor megvalósítása.[7]	8
3.	Magnetométer szenzor megvalósítása.[9]	9
4.	Giroszkóp konstans eltolásának ábrázolása.[11]	11
5.	Giroszkóp szög csúszásának időbeli integráltja[11]	12

6.	Giroszkóp kalibrálás előtt és utáni értékei.[14]	14
7.	Magnetométer kalibrált értékei(a kék a nyers adat, a vörös a kalibrált adat).	18
8.	Euler-szögek térbeli forgatása[17].	22
9.	Első tesztjel adatai.	46
10.	Második tesztjel adatai.	47
11.	Komplementer szűrő első tesztjel becslési hibája.	48
12.	Komplementer szűrő második tesztjel becslési hibája.	50
13.	Mahony szűrő első tesztjel becslési hibája.	51
14.	Mahony szűrő második tesztjel becslési hibája.	52
15.	Bővitett Kálmán szűrő első tesztjel becslési hibája.	53
16.	Bővitett Kálmán szűrő második tesztjel becslési hibája.	54
17.	Bővitett Kálmán szűrő harmadik tesztjel becslési hibája.	55

Kivonat

A szenzorfüzió nélkülözhetetlen szerepet játszik a térbeli pozíció és mozgás pontosságának javításában a modern technológia különféle területein. A dolgozat keretében három kulcsfontosságú szenzort alkalmaztam: gyorsulásmérőt, giroszkópot és magnetométert. A gyorsulásmérő a lineáris gyorsulást méri, valamint a gravitációs és a pillanatnyi gyorsulásvektor mértékét és irányát a mérőeszköz koordináta rendszerében. A giroszkóp a szögsebességet méri, lehetővé téve az eszköz forgásának követését. A magnetométer a mágneses térerősséget érzékeli, lehetővé téve az eszköz tájolásának és irányának meghatározását a Föld mágneses térrel való kölcsönhatás alapján. Amikor ezeket kombináljuk, a felhasználó számára pontosabb és megbízhatóbb orientációt tudunk nyújtani. A fejlesztés során három különböző szenzorfüziós algoritmust hasonlítottunk össze MATLAB környezetben melyeket STM32 mikrovezérlőn is implementáltuk. Az algebrai kvaterniókkal történő becslés mellett a komplementer szűrő, bővített Kálmanszűrő és Mahony szűrő is alkalmazásra kerültek. Ezek az algoritmusok kezelik a mérési zajokat és biztosítják a rendszer számára a pontos információkat. A dolgozat első lépéseként összeszereltem a hardvert, majd elvégeztem a szükséges érzékelő kalibrációt. Ezt követően MATLAB környezetben implementáltam és teszteltem a szenzorfüziós algoritmusokat, hogy megbizonyosodjak a működésükről. Miután sikeresen érvényesítettem az algoritmusokat, áthelyeztem azokat egy STM32 mikrovezérlőre, és újból teszteltem a rendszert az új környezetben. A MATLAB alatt végzett szimulációk és a mikrovezérlőn kapott mérések bizonyítják a szűrő algoritmusaink helyes működését.

Kulcsszavak: szenzorfüzió, kvaterniók, MATLAB, STM32, IMU

1. Bevezetés

A technológia rohamos előrehaladásával a társadalom egyre inkább támaszkodik az autonóm rendszerek és az intelligens eszközök új generációjára. Ezek a rendszerek képessé váltak arra, hogy önállóan navigáljanak környezetükben, döntéseket hozzanak, és interakcióba lépjenek felhasználóikkal. Az ilyen rendszerek központi eleme a precíz helymeghatározás és térbeli orientáció, amely létfontosságú az eszközök hatékony és biztonságos működéséhez. Az orientáció meghatározás és mozgáskövetés fejlett technikái lehetővé teszik számunkra, hogy pontosan nyomon kövessük és elemezzük ezeknek az eszközöknek a mozgását, ezáltal jelentősen növelve teljesítményüket és funkcionalitásukat.[1]

Az önvezető járművek navigációjától kezdve a robotikán át, egészen a kiterjesztett valóság alkalmazásokig terjedően a helymeghatározás és az attitűd becslése elengedhetetlen a hatékony működéshez. A helymeghatározás egy eszköznek vagy egy testnek a térbeli helyzetének a meghatározása, míg az attitűd becslés az adott tárgy helyzetének, orientációjának meghatározására szolgál a háromdimenziós térben.[2]

A szenzorfüzió az összetett helymeghatározási és mozgáskövetési rendszerek egyik alapvető elemeként szolgál. Ez a módszer többféle szenzor - mint például gyorsulásmérők, giroszkópok és mágneses érzékelők - adatait ötvözi, ezáltal javítva ezzel a mérési pontosságot és csökkentve a hibák lehetőségét. Az egyes szenzorokból származó információk együttes felhasználásával és optimalizálásával a szenzorfüzió egy magasabb szintű, pontosabb és megbízhatóbb attitűd és helymeghatározási képet ad.[3]

Ebben a dolgozatban a szenzorfüzió különböző módszereinek alkalmazhatóságát és azokat az algoritmusokat vizsgáljuk, amelyek a szenzorokból származó zajos és pontatlan adatokat képesek pontosítani, javítva ezzel a végleges attitűd becslési modell pontosságát. A cél, hogy bemutassuk, hogyan használható fel a szenzorfüzió a helymeghatározás és orientáció pontosságának növelésére, és milyen technikai kihívásokkal kell szembenézni az autonóm rendszerek és okoseszközök tervezése és fejlesztése során.

1.1. A dolgozat célja

A dolgozat célja a szenzorfüziós technikák bemutatása, elemzése és azok alkalmazásának vizsgálata. Főként arra koncentrálunk, hogy a gyorsulásmérők, giroszkópok és magnetométerek által nyújtott információk hogyan fűzhetők össze egy megbízható és pontos orientáció meghatározási rendszer létrehozásához.

2. Inerciális mérő eszközök

A MEMS, vagy mikroelektromechanikai rendszerek, apró integrált eszközök, amelyek mechanikai és elektronikai komponenseket egyesítenek kis méretben, általában mikrométeres skálán. Ezek az eszközök képesek érzékelni, szabályozni és befolyásolni a környezetüket, és széles körben alkalmazzák őket az iparban. A MEMS technológia különlegessége abban rejlik, hogy ötvözi az elektronikai integrációt a precíz mechanikai funkciókkal, lehetővé téve kicsiny, de rendkívül erőteljes rendszerek létrehozását. Ezeknek a kis méretű eszközöknek a fejlesztése és gyártása a mikro-feldolgozási technológiákon alapszik, amelyek hasonlóak azokhoz, amelyeket a szilícium alapú áramkörök készítéséhez használnak.

2.1. Általános leírás

2.1.1. Gyorsulásmérő

A gyorsulásmérő olyan szenzor, amelynek feladata a test gyorsulásának érzékelése. A gyorsulás a test sebességének változása időegység alatt. a gyorsulásmérő működési elve az inercia elve és a Hook törvényének alkalmazása alapján történik.

A gyorsulásmérőben egy kis tömegű test (vagy MEMS szenzor) található, melyet rugalmas kötések rögzítenek. Amikor a szenzor a test mozgásának hatására gyorsul, a tömeges elem is mozogni próbál az inerciája miatt, de a rugalmas kötések visszatartják. Ez a rugalmasság és a visszatartó erő az, ami a szenzorban mérhető változást okozza.

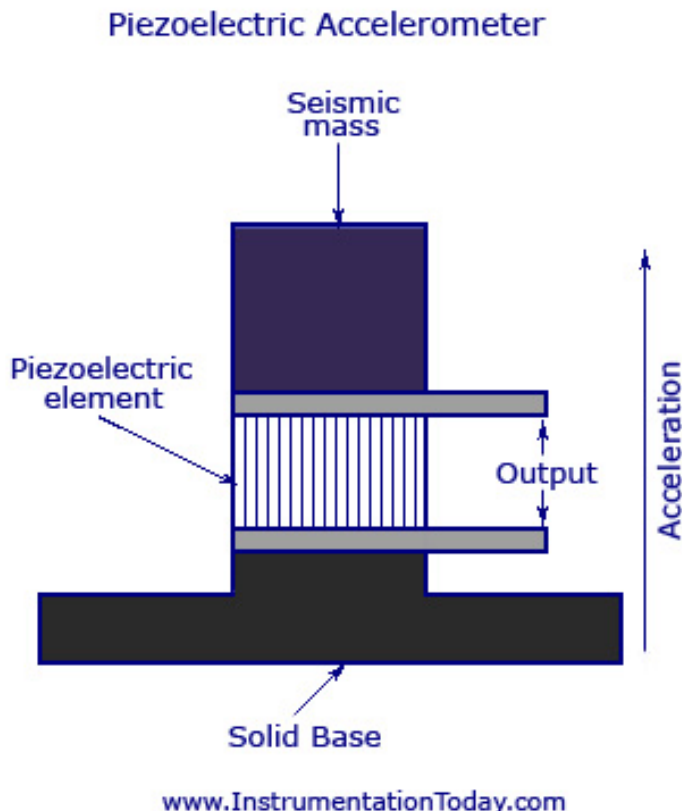
A mérés alapját a Hook törvénye alkotja, amely azt mondja ki, hogy a rugóerő (F) arányos a deformációval (Δx):

$$F = -k\Delta x \quad (1)$$

- F a rugóerő.
- k a rugóállandó.
- x a deformáció (mozgás).

A mozgó elemek az érzékelőben egy kondenzátor fegyverzetét képezik. A mozgás során megváltozik a kondenzátor kapacitása, mely a tárolt feszültséget is változtatja. Az új feszültség szint mintavételezése és feldolgozása után kapjuk a gyorsulás digitális megfelelőjét.

A gyorsulásmérők általában háromdimenziós gyorsulásmérést végeznek (vannak egydimenziós szenzorok is), így rendelkeznek három független szenzorral vagy tengellyel, amelyek együttesen képesek a test gyorsulását a három térbeli irányba mérni (x , y , z).



1. ábra. Gyorsulásmérő szenzor megvalósítása.[4]

Fontos megjegyezni, hogy a gyorsulásmérő nemcsak a tényleges gyorsulásokat érzékeli, hanem a gravitációtól származó állandó gyorsulás értékét is. Ezért gyakran szükséges a szenzort kalibrálni, hogy elkülönítse a gravitációtól származó gyorsulást a valós mozgásoktól.

A gyorsulásmérők széles körben alkalmazhatók a mozgásérzékelésben, lépésszámlálásban, dőlésszög érzékelésben, valamint a helyzetbecslés szenzorfüziójában más szenzorokkal.[5]

2.1.2. Giroszkóp (Szögsebesség mérő)

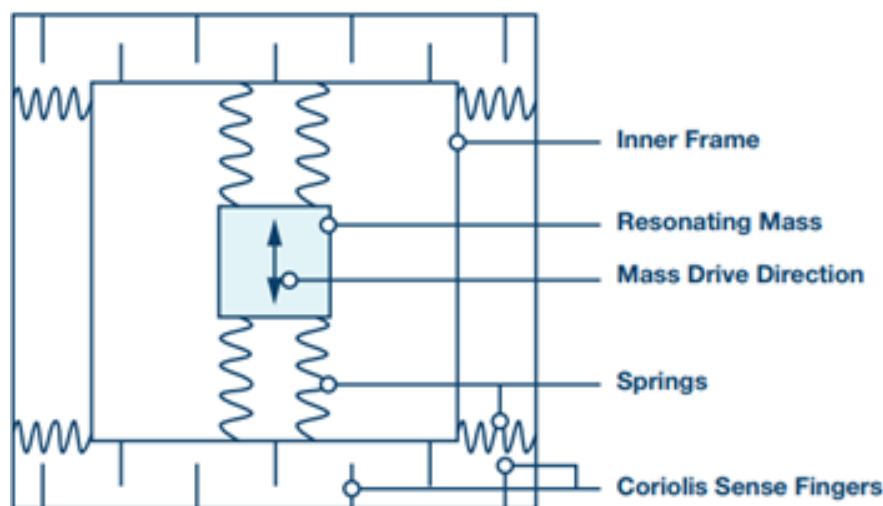
A giroszkóp egy olyan szenzor, amely a test szögsebességét vagy elfordulását érzékeli a térben. A gyorsuló mozgások vagy elfordulások közvetlen érzékelésére szolgál, és fontos eszköz a helyzetbecslés, navigáció és stabilizáció terén. A giroszkóp működése a Coriolis-erő alapelveire épül.

A Coriolis-erő egy olyan látszólagos erő, amelyet abban az esetben érzékelünk, ha egy forgó rendszerben, például a Földön mozgunk. Ez az erő azért jön létre, mert a rendszer,

amelyben mozgunk, maga is forog. A Coriolis-erő nagysága függ a forgás sebességétől, a mozgó tárgy sebességétől, valamint attól, hogy milyen szögben mozog a tárgy a forgástengelyhez képest. Az erő iránya mindig merőleges a tárgy mozgásának irányára, és mivel nem végez munkát, csak a tárgy mozgásának irányát változtatja meg.

A szenzorban található tömeges elemet egy elmozduló rugóval kötik össze. Ez a rugalmas kapcsolat lehetővé teszi, hogy a tömeges elem szabadon rezegjen egy adott tengely mentén. Amikor a szenzor elfordul vagy szögsebesség-változás következik be a tengely mentén, a tömeges elem inerciája miatt megpróbálja megtartani eredeti helyzetét. Az elfordulás miatt azonban a tömeges elem a Coriolis-erő kifejezett oldalirányú erőt fejt ki. Az oldalirányú erő hatására a tömeges elem elkezd oldalra mozdulni vagy rezegni. Ez a rezgési vagy elmozdulási mintázat változást okoz a szenzorban mért fizikai paraméterben (pl. elektromos jelszint vagy kapacitás), ami végül a szenzor által érzékelt szögsebességet vagy elfordulást adja meg.

A giroszkópokat széles körben alkalmazzák olyan területeken, ahol a test elfordulásának vagy szögsebességének pontos és megbízható érzékelése szükséges. Ezek a területek magukban foglalják az önvezető járműveket, repülést, robotikát, virtuális valóság alkalmazásokat és még sok más területet, ahol a térbeli orientáció és mozgás precíz követése elengedhetetlenül fontos.[6]



2. ábra. Giroszkóp szenzor megvalósítása.[7]

2.1.3. Magnetométer (Mágneses iránytű)

A magnetométer egy olyan szenzor, amely a mágneses mező intenzitását érzékeli a környezetben. A mágneses mező olyan erőteret képez, amely a földmágneses mezőből, elektromágneses berendezésekből és más forrásokból eredhet. A magnetométer működési elve az inercia

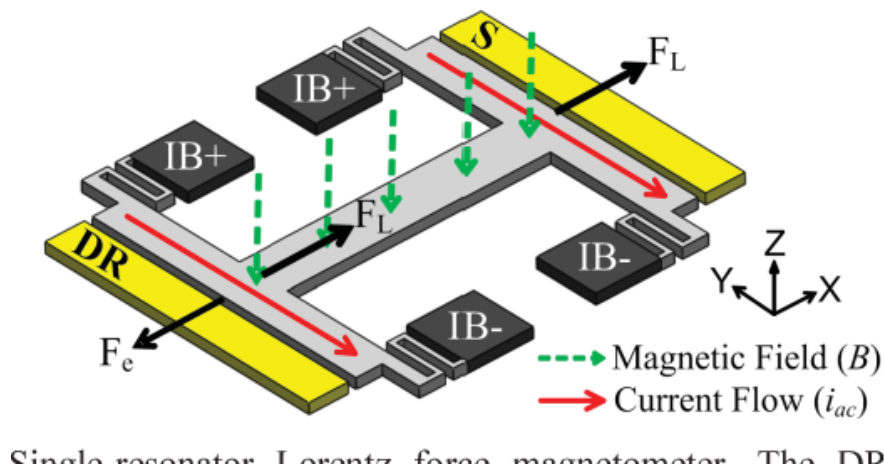
és a mágneses kölcsönhatás alapján működik.

A szenzorban található mágneses érzékelők (például Hall-effektus érzékelők) érzékelik a mágneses mezőt a környezetben. Amikor a mágneses mező változik vagy változás következik be a környezetében, a mágneses érzékelők észlelik ezt a változást. A mágneses mező változásának mértékét az érzékelők által generált elektromos jelszintek vagy feszültségváltozások mutatják. Az észlelt mágneses mező változásai alapján a szenzor által generált jeleket feldolgozzák és digitalizálják. A digitalizált értékek segítségével megtudjuk határozni a mágneses mező intenzitását és irányát a térben.

A magnetométereket különféle alkalmazásokban használják a mágneses mezővel kapcsolatos információk megszerzésére és felhasználására. Például egy mágneses mező térképezésében vagy a test térbeli orientációjának meghatározásában a mágneses érzékelőket használják a mágneses északi irány vagy egyéb referencia pont meghatározására.

Mivel a magnetométerek érzékenyek a környezeti mágneses mező változásaira és a környezeti zavarokra, gyakran szükség van a kalibrációra és a zajok szűrésére a pontosabb és megbízhatóbb mérések érdekében. Az alkalmazott algoritmusok és feldolgozási technikák segítenek minimalizálni a zavarokat és növelni a mérési pontosságot.

A magnetométerek széles körben használt eszközök a navigációban, térképezésben, iránytűként és egyéb alkalmazásokban, amelyekben a mágneses mező információit fel lehet használni a térbeli orientáció és navigáció javítására.[8]



3. ábra. Magnetométer szenzor megvalósítása.[9]

2.2. Szenzorokban fellépő zajok

2.2.1. Gyorsulásmérő

A szenzorban két fajta zaj található: mechanikai zaj és elektromos zaj[10]:

$$P = \sqrt{a_m^2 + a_e^2} \quad (2)$$

- P gyorsulásmérőben fellépő zaj összehatása.
- a_m mechanikai zaj.
- a_e elektromos zaj.

A mechanikai zaj a szenzor szeizmikus rendszerével kapcsolatos. Ez a zaj a tömeg, a rugóállandó és a mechanikai ellenállás tulajdonságaihoz kapcsolódik. A mechanikai rendszer rezgéseinek és változásainak eredményeként alakul ki, ami a mérési adatok torzulásához vezethet.

Az elektromos zaj a szenzor elektromos komponenseivel kapcsolatos. Ez a zaj a belső és külső elektronikai eszközök, áramkörök és kapcsolások működéséből ered. Az elektromos rendszerek elektromágneses interferenciái és zavarai miatt jelentkezhethet, amelyek torzítják a mérési jelet.

Mindkét zajforrás befolyásolhatja a szenzor méréseit, és azokat kompenzálni vagy minimalizálni lehet különböző tervezési és feldolgozási technikákkal.

Ha a gyorsulásmérőt nem a forgó rendszer középpontjába helyezzük, akkor az elfordulás során a mérőeszköz a centripetális gyorsulást is érzékeli, amit szükséges kompenzálni a pontos mérés érdekében.

2.2.2. Giroszkóp

Két fontosabb zaj lépik fel a giroszkóp esetén, **Angle Random Walk** és a **Konstans eltolás instabilitás**.^[11]

Angle Random Walk (ARW)

A véletlen séta egy matematikai modell, amelyet egy véletlenszerű folyamat leírására használnak, és amely véletlenszerű lépések sorozatából áll, általában idősoros adatokra alkalmazva.

Képzeljük el, hogy a foci pálya középvonalán áll egy ember egy pénzérmével. Ha fejet dob, egy lépéssel előre megy, és ha írást dob, egy lépéssel hátra. Ezt végezi el százszor. Végül vagy előrébb vagy hátrébb lesz a kiindulási pontjától. Minden érmefordításnál azonos esélye van arra, hogy előre vagy hátra lépjen. Ha újra a középvonalon kezdené és ismételné a 100 érmedobást többször, minden alkalommal más helyen végzné. Ez az Angle Random Walk (ARW) természete, ami hasonlít a Brown-mozgás folyamatára.

A Brown-mozgás, a részecskék véletlenszerű mozgását írja le egy folyadékban vagy gázban. Ez a mozgás folyamatos és véletlenszerű, ami jól modellezi a természetben előforduló

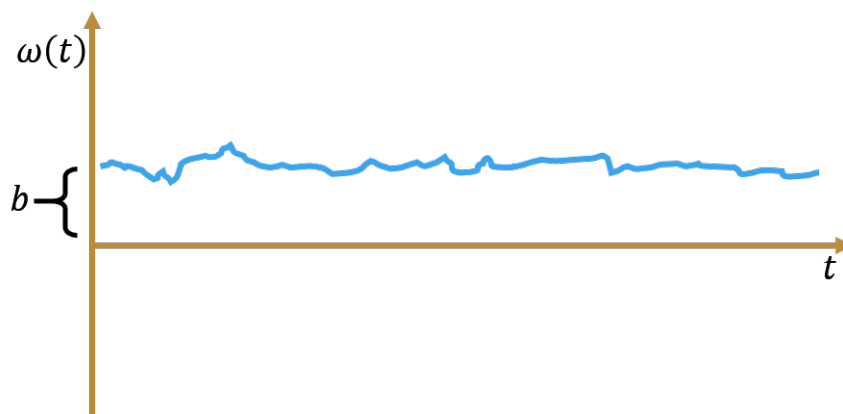
kaotikus dinamikákat. A giroszkópok esetében az ARW hasonlóan értelmezhető, mint a Brown-mozgás egy specifikus alkalmazása, ahol a környezeti tényezők következtében a szenzor mérési hibái "véletlen lépések" sorozataként jelennek meg.[12]

Ideális esetben a relatív szögelfordulást a giroszkóp által mért szögsebesség integráltjaként számoljuk ki. Ez az integrálás az idő során el fog tolódni a szenzor zaj miatt. Ez a drift úgy jelenik meg, hogy az integrált giroszkóp szög véletlenszerű lépéseket tesz minták között, hasonlóan a Brown-mozgásban látható részecskék mozgásához. Ezért az ARW-t gyakran hasonlítják Brown-mozgáshoz.

A szög véletlenszerű séta egysége általában $\text{deg}/\sqrt{h}$, de néha $\text{deg}/\sqrt{s}$ -ban van megadva. Ha a szög véletlenszerű sétát megszorozzuk a gyökkel, akkor a zaj miatti drift szórása számítható ki. Tehát a kis ARW-val rendelkező giroszkóp szögmérései az idő múlásával nem fognak sokat driftelni a véletlen zaj miatt. A magas ARW-val rendelkező giroszkóp szögmérései nagyobb mértékben driftelnek a véletlen zaj miatt, nagyobb eltéréssel. Az olcsó MEMS giroszkópok, magasabb ARW-t fognak mutatni a drága lézeres vagy optikai giroszkópokhoz képest.

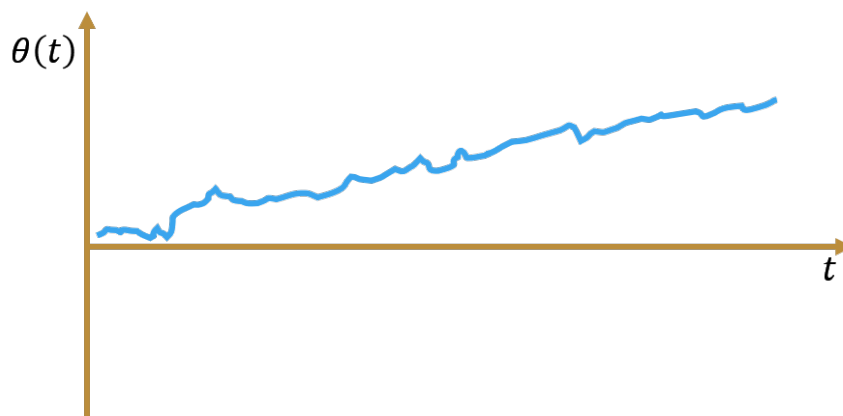
Konstans eltolás instabilitás

A giroszkóp bemeneti stabilitása a legfontosabb jellemző, amelyet figyelembe kell venni, amikor giroszkóp szenzorokat hasonlítunk össze. Minden giroszkóp szenzornak, függetlenül az ártól vagy minőségtől, lesznek mérési eltérései. A mérési eltérés egy állandó mérési eltolás a valóságtól. A giroszkóp eltérései időben integrált adatokban szögelcsúszást okoznak. Például, amikor a giroszkópot bekapcsolják és mozdulatlaná válik, a szenzor enyhe nem zero mérést fog mutatni. Ezt az eltérést bekapcsolási eltérésnek nevezik.



4. ábra. Giroszkóp konstans eltolásának ábrázolása.[11]

A valóságban a giroszkóp konstans eltolás értéke nem állandó, idővel fokozatosan változik.



5. ábra. Giroszkóp szög csúszásának időbeli integráltja[11]

A giroszkóp konstans eltolás instabilitása azt méri, hogy mennyire csúszik a giroszkóp konstans eltolás értéke az időben. A giroszkóp konstans eltolás instabilitását általában deg/h -ben adják meg. Az alacsony konstans eltolás instabilitás azt jelenti, hogy a giroszkóp konstans eltolásai viszonylag stabilak és nem változnak sokat. A magas bemeneti stabilitás azt jelenti, hogy a giroszkóp konstans eltolásai kevésbé stabilak és gyorsabban változnak.

Másik módja annak, hogy szemléltessük a giroszkóp konstans eltolás instabilitás fontosságát, a szenzorfüzió / állapotbecslés szempontjából. Az állapotbecslési algoritmusok (például a Kálmán-szűrők), amelyek a giroszkóp, a gyorsulásmérő és a GPS adatokat fűzők, általában becsülik a giroszkóp konstans eltolásait. Ezek a becslési algoritmusok gyakran feltételezik, hogy a giroszkóp konstans eltolásai állandók. Ha a giroszkóp konstans eltolás instabilitása magas, akkor a konstans eltolás el fog csúszni, és a becslési algoritmusoknak nehézséget okoz a konstans eltolások becslése.

2.2.3. Magnetométer

Az elektronikai komponensekből, például az erősítőkből és az áramkörökből származó zaj. Ezek a zajok hozzáadódhatnak a mérési jelekhez, és a készülék elektronikai részeinek minőségétől függhetnek.

Az elektromágneses interferencia olyan elektromágneses hullámok zavara, amelyek különböző forrásokból származhatnak, például elektromos berendezésekből vagy rádióhullámokból. Ezek a zavarok különösen városi környezetben jelentkezhetnek erősen.

2.3. Szenzorok kalibrálása

2.3.1. Gyorsulásmérő

A Vernier gyorsulásmérők azokon a vonalakon mérik a gyorsulást, amelyeket a címkén található nyíl mutat. A gyorsulást általában méter per szekundum négyzet (m/s^2) vagy g egységekben fejezik ki. Egy g a Föld felszínén a nehézségi gyorsulás, vagyis $9,8 m/s^2$.

Fontos megjegyezni, hogy a gyorsulásmérőink érzékelik a gravitáció hatását is. Ezt felhasználjuk annak könnyű kalibrálására. Emellett lehetővé teszi, hogy "dőlésszögmérőként" használjuk őket szögmérésekre. Az értéke változik, amikor az orientációja vízszintestől függően megváltozik. Szögeket mérhetsz a legközelebbi fokig.

Általában nincs szükség ennek a szenzornak a kalibrálására. Ha jó helyre tesszük a szenzort a lapon. Ha nincs középre helyezve, akkor a forgás során fellépő centripetális gyorsulást is be kell számolni. Minden érzékelőt kalibrálnak, mielőtt szállításra kerülne. A legtöbb kísérletben egyszerűen használhatjuk az alapértelmezett kalibrációt, majd a szoftver nullázási lehetőségével nullázni kell a szenzort az tengelyek mentén.

A kalibráció a gravitációs gyorsulás használatával végezhető el. A szenzor kalibrálásához vízszintes irányban a következő eljárást kell végrehajtani:

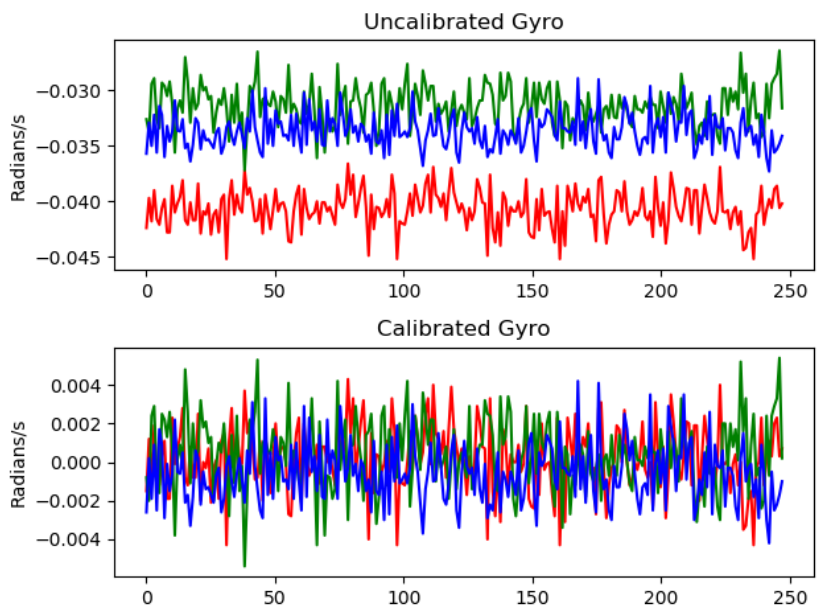
- El kell helyezni a gyorsulásmérőt úgy, hogy a nyíl lefelé mutasson az első kalibrációs pontban.
- Definiálni ezt $-9,8 m/s^2$ vagy $-1 g$ értéként.
- Elforgatni a gyorsulásmérőt úgy, hogy a nyíl felfelé mutasson, és használni a második kalibrációs pont mérését.
- Definiálni ezt $+9,8 m/s^2$ vagy $+1 g$ értéként. A gyorsulásmérő ezután vízszintesen tartva nulla értéket fog mutatni gyorsulás nélkül.

Ha függőleges irányban szeretnénk gyorsulást mérni, követni kell ugyanezt az eljárást, csak az első kalibrációs pontot határozni meg $0 g$ vagy $0 m/s^2$ értéként, a második pontot pedig $2 g$ vagy $19,6 m/s^2$ értéként. A két kalibráció valójában nem túl különböző, mindkét esetben $19,6 m/s^2$ különbség van a két kalibrációs pont között.[13]

2.3.2. Giroszkóp

A pontos kalibrációhoz stabil állapotot kell biztosítani, hogy pontos értékeket kapjunk. Mozgás közben végzett kalibráció torzíthatja az adatokat. A kalibrálás célja az érzékelők mérési hibájának meghatározása, ami leginkább akkor lehetséges, ha az érzékelő nem mozog. Ebben az esetben elvárható, hogy az egyengyorsulás értékek (ω_x , ω_y és ω_z) közel legyenek a nullához.

Azonban a valóságban, még akkor is, ha letesszük az érzékelőt egy asztalra anélkül, hogy mozgatnánk, valószínűleg nem nullához közeli értékeket fog észlelni az egyengyorsulás terén. Ezen kell javítani, és három eltolási értéket kell kiszámítani, amelyek minimalizálják a nem-nulla pihentetett érzékelő olvasásokat, és közelebb hozzák azokat a nullához.



6. ábra. Giroszkóp kalibrálás előtt és utáni értékei.[14]

2.3.3. Magnetométer

Annak érdekében, hogy megszüntessük a háromtengelyes giroszkópból származó konstans eltolást, legalább két tengelyre vonatkozó referencia szükséges egy teljesen meghatározott megoldáshoz. Ezt egyszerűen le lehet írni. Először helyezzük ujjainkat hasonlóan Fleming jobb kézszabályához. A három ujj az x (mutatóujj), y (középsőujj), z (hüvelykujj) tengelyeket szimbolizálják. Észre fogjuk venni, hogy amikor az egyik ujj irányát rögzítjük, még mindig képesek leszünk valamilyen módon forgatni a kezünket. Azonban ha két ujj irányát rögzítjük, rájövünk, hogy többé nincs mód a kéz forgatására. Ez azt jelenti, hogy legalább két referencia szükséges a tengelyek rögzítéséhez.[15]

Ehhez fel fogjuk használni az gyorsulásmérőt (a gravitációs vektor mindig a földre mutat) és a magnetométert (a Föld mágneses tere mindig a mágneses északra mutat). A gyorsulásmérő kalibrálására nincs szükség, mivel a nyers adat már viszonylag tiszta.

A magnetométer alapján orientációt számolunk az északra mutató mágneses térerő vektor alapján. Azonban számos hiba befolyásolhatja a tényleges mérést, így szükség van a

magnetométer kalibrálására a használata előtt.

Hibamodellezés

Skálafaktor: ez valójában nem zaj miatti hiba, de valamilyen formában szükségünk van a bemenet skálázására annak érdekében, hogy kimeneteket hozzunk létre, amelyek a kívánt tartományba esnek. Például szeretnénk normalizálni a 3 irányvektort úgy, hogy az érték 0 és 1 között legyen. Matematikailag ezt egy diagonális mátrixszal modellezhetjük:

$$S = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & s_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

Elhajlási hiba: amikor a szenzorokat a modulon helyezzük el, a 3 tengely valószínűleg valamelyest el lesz hajolva, mivel sosem tudjuk tökéletesen pozícionálni. Ez azt eredményezi, hogy a mérési tengely el van hajolva, és nem pontosan ortogonális. Ezt a következőképpen lehet modellezni:

$$N = \begin{bmatrix} n_{x,x} & n_{y,x} & n_{z,x} \\ n_{x,y} & n_{y,y} & n_{z,y} \\ n_{x,z} & n_{y,z} & n_{z,z} \end{bmatrix} \quad (4)$$

ahol minden oszlop a megfelelő tengely orientációját szimbolizálja az ortogonális tengely-hez képest.

Konstans eltolás hibája: a konstans eltolás hibája olyan hiba, amely rögzített összeggel tolja el a mérési értékeket az aktuális értéktől. Ha a tényleges mérés átlaga 100, akkor 10 konstans eltolás hibája azt jelenti, hogy a mérési értékek átlaga 110 lesz. Ezt egyszerű eltolási vektorral lehet modellezni, ahogy az alábbiakban látható:

$$b_m = \begin{bmatrix} b_{m,x} \\ b_{m,y} \\ b_{m,z} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Hard Iron Error: a keményvas hibák állandó mágnesek jelenléte és a mágneses vas remanenciája miatt jelentkeznek. A keményvas hibák hatása hasonló az konstans eltolás hibájához, hiszen gondoljunk rá úgy, mintha a tartós mágnes a mágneses északra mutató irányvektort magához vonzná. Ezért a hibamodell hasonló:

$$b_{hi} = \begin{bmatrix} b_{hi,x} \\ b_{hi,y} \\ b_{hi,z} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Soft Iron Error: a lágyvas hibák azoknak az anyagoknak a jelenlétéből adódnak, amelyek befolyásolják vagy eltorzítják a mágneses teret, de nem feltétlenül generálnak maguk is mágneses teret. Például a vas és nikkel jelenléte eltorzítást okoz a mért mágneses térben. Míg a keményvas torzulás független az orientációtól, a lágyvas anyagok által okozott torzulás az anyag orientációjától és a szenzor valamint a mágneses tér közötti kapcsolattól függ. Ennek a hibának a modellezéséhez bonyolultabb mátrixra van szükség, amint az alábbiakban látható:

$$A_{si} = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{20} & a_{21} & a_{12} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Mérési modell

A fenti hibák matematikai modelljének felhasználásával össze tudjuk foglalni a mérési modellt a következőképpen:

$$h_m = SN(A_{si}h + b_{hi}) + b_m \quad (8)$$

- h a tényleges mágneses tér,
- $h + m$ a magnetométerből származó mérési érték hibákkal.

Ezt követően kombinálhatjuk néhány hibát, hogy egyszerűsített formát kapjunk:

$$h_m = Ah + b \quad (9)$$

- $A = SNA_{si}$
- $b = SNb_{hi} + b_m$

Kalibráció

A fentebb bemutatott mérési modell segítségével most manipulálhatjuk az egyenletet úgy, hogy h legyen a tárgy.

$$h = A^{-1}(h_m - b) \quad (10)$$

- h a tényleges mágneses tér,
- $h + m$ a magnetométerből származó mérési érték hibákkal.

Tehát ha ismerjük az A^{-1} és a $\mathbf{b}$ mátrix értékeit, képesek leszünk kiszámolni a tényleges mágneses teret. Ennek megfelelően ez a szakasz azzal foglalkozik, hogy hogyan lehet megbecsülni A^{-1} és a $\mathbf{b}$ mátrix értékeit mérési adatok felhasználásával.

Először is, ha egy távolságot egységnyiinek akarunk meghatározni, akkor a kalibrált értékek ténylegesen egynek kell lennie. Matematikai egyenletben ez azt jelenti:

$$h^T h = 1 \quad (11)$$

Ha behelyettesítjük a 10. egyenletet az 11. egyenletbe, akkor az alábbi egyenletet kapjuk:

$$(h_m - b)^T (A^{-1})^T A^{-1} (h_m - b) = 1 \quad (12)$$

Legyen $Q = (A^{-1})^T A^{-1}$. Ekkor $\mathbf{Q}$ szimmetrikus mátrix kell legyen, mivel ez egy mátrix szorzata annak transzponáltjával.

$$(h_m - b)^T Q (h_m - b) = 1 \quad (13)$$

Bontsuk ki az egyenletet és egyszerűsítsük.

$$h_m^T Q h_m - h_m^T Q b - b^T Q h_m + b^T Q b - 1 = 0 \quad (14)$$

mivel a $\mathbf{Q}$ szimmetrikus, $b^T Q h = h^T Q b$. Tehát tovább egyszerűsíthetjük a 14. egyenletet:

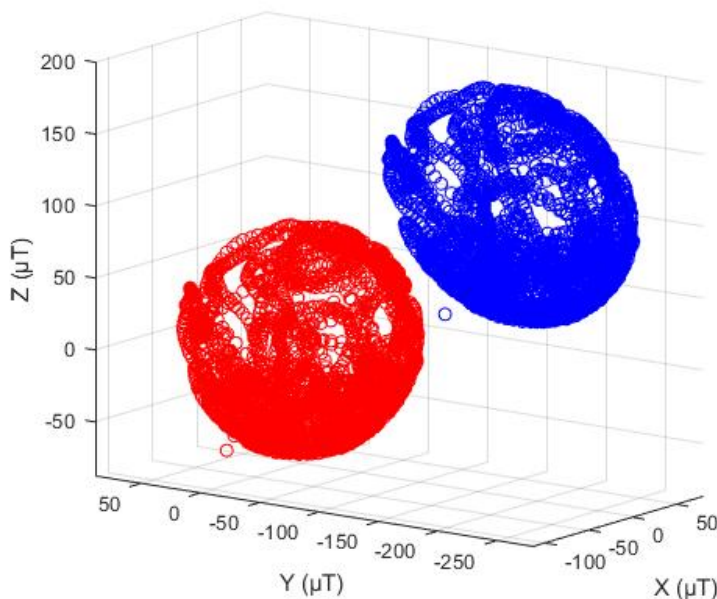
$$h_m^T Q h_m - 2h_m^T Q b + b^T Q b - 1 = 0 \quad (15)$$

A 15. egyenletet most kvadratikus formában írhatjuk át (a kvadratikus általánosítása a kúpszeleteknek (ellipszisek, parabolák és hiperbolák[16])

$$h_m^T Q h_m + h_m^T n + d = 0 \quad (16)$$

- $Q = (A^{-1})^T A^{-1}$
- $n = -2Qb$
- $d = b^T Q b - 1$

Sokféle különböző típusú kvadratikus felület létezik, és matematikailag mindegyik ellenőrizhető. $\mathbf{h}$ egy egységvektor kellene legyen, így természetes lenne, hogy az összes irány egységkört alkot. Más szóval az 16. egyenlet egy ellipszisnek (a kör egy ellipszis speciális esete) kell lennie.



7. ábra. Magnetométer kalibrált értékei(a kék a nyers adat, a vörös a kalibrált adat).

3. Orientáció alapok

3.1. Katerniók

A kvaternió lehetőséget biztosít arra, hogy egy adott tengely mentén egy adott szöggel forgassunk egy pontot. A rotációs mátrixok segítségével megelőzhetjük a gimbal lock problémát. A gimbal lock probléma akkor jelentkezik, amikor Euler-szögeket alkalmazunk a térbeli forgatás leírására. Ezek az Euler-szögek egyszerűen egy három elemű forgatást jelentenek, amelyekkel bármilyen orientációt próbálunk leírni a 3D térben. Gyakran a 3D forgatást yaw, pitch és roll kombinációjaként vizualizáljuk.

A gimbal lock lényege, hogy a térbeli forgatás során egyes irányok elveszthetik a függetlenségüket, ami korlátozza a mozgási szabadságot és előfordulhat, hogy egy dimenzió elveszti a képességét, hogy függetlenül mozogjon. Ez a probléma komoly nehézséget okozhat a térbeli orientáció pontos leírásában és a kívánt mozgások végrehajtásában. Ezért fontos olyan módszereket alkalmazni, amelyek képesek kiküszöbölni vagy minimalizálni ezt a problémát, például a kvaterniók használatával.[15]

A kvaternió azért kapta ezt a nevet, mert összesen 4 összetevője van. Ha q egy kvaternió, akkor:

$$q = q_0 + q_1\tilde{i} + q_2\tilde{j} + q_3\tilde{k} \quad (17)$$

Gondolhatunk úgy a kvaternióra, mint a komplex szám kiterjesztésére, ahol a valós és a képzetes szám helyett most 1 valós és 3 képzetes szám áll rendelkezésre. Egy másik módja a kvaternió jelölésének a következőképpen történik:

$$q = \begin{bmatrix} q_0 \\ \tilde{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Egy kvaternió konjugáltja, $q = q_0 + q_1\tilde{i} + q_2\tilde{j} + q_3\tilde{k}$, az alábbiak szerint van definiálva:

$$q^* = q_0 - q_1\tilde{i} - q_2\tilde{j} - q_3\tilde{k} \quad (19)$$

A következő a kvaternió magnitúdja hasonló módon történő definiálása a vektorokhoz:

$$|q| = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} \quad (20)$$

Ezért egy egység kvaternió a következőképpen definiálható:

$$U_q = \frac{q}{|q|} = \frac{q_0}{|q|} + \frac{q_1}{|q|}\tilde{i} + \frac{q_2}{|q|}\tilde{j} + \frac{q_3}{|q|}\tilde{k} \quad (21)$$

ahol U_q az egység kvaternióra utal.

Ezután következik a kvaternió összeadásának és kivonásának definíciója:

$$p \pm q = \begin{bmatrix} p_0 \pm q_0 \\ p_1 \pm q_1 \\ p_2 \pm q_2 \\ p_3 \pm q_3 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Ezután következik a képzetes részek definíciója:

$$\tilde{i}\tilde{i} = \tilde{j}\tilde{j} = \tilde{k}\tilde{k} = -1 \quad (23)$$

ebből következik:

$$\tilde{i}\tilde{j} = \tilde{k} = -\tilde{j}\tilde{i}$$

$$\tilde{j}\tilde{j} = \tilde{i} = -\tilde{k}\tilde{j}$$

$$\tilde{k}\tilde{i} = \tilde{j} = -\tilde{i}\tilde{k}$$

Ezzel már képes leszünk kvaternió szorzásokra ($\otimes$) is. Ezt úgy végezzük, ahogy egy 4 változós algebra vektort szorzjuk meg egy másik 4 változós algebrai vektorral:

$$q \otimes p = \begin{bmatrix} q_0 p_0 - q_1 p_1 - q_2 p_2 - q_3 p_3 \\ q_1 p_0 - q_0 p_1 - q_3 p_2 - q_2 p_3 \\ q_2 p_0 - q_3 p_1 - q_0 p_2 - q_1 p_3 \\ q_3 p_0 - q_2 p_1 - q_1 p_2 - q_0 p_3 \end{bmatrix} \quad (24)$$

A fenti szorzást mátrix szorzás formájában is írhatjuk a következőképpen:

$$q \otimes p = Q_p = \begin{bmatrix} q_0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_1 & q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_2 & q_3 & q_0 & -q_1 \\ q_3 & -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Most pedig végre beszélhetünk a forgatásokról. Ha a kvaterniót a következő módon definiáljuk:

$$q = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) \\ \tilde{u} \sin(\theta/2) \end{bmatrix} \quad (26)$$

Akkor,

$$r' = q \otimes r \otimes q^* \quad (27)$$

az r vektort θ fokkal történő forgatását jelenti az $\tilde{u}$ vektor körül. r' tehát a forgatott vektor. A fentiakat újra egy mátrixszorzással írhatjuk le, nem egy kvaternió szorzással:

$$r' = Cr \quad (28)$$

Ahol,

$$C = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) \\ 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) & 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (29)$$

Ez a mátrix forma fontos, mert lehetőséget ad a hasonlításra az Euler-szögekből származó rotációs mátrixszal annak megállapításához, hogy az objektum helyzete (yaw, pitch, roll) miként változik:

Végül pedig itt van a legfontosabb egyenlet:

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q \otimes \omega \quad (30)$$

Ahol,

$$\omega = 0 + \omega_x \tilde{i} + \omega_y \tilde{j} + \omega_z \tilde{k} \quad (31)$$

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ a szögsebesség az x, y és z irányokban. Ez az egyenlet lehetővé teszi, hogy közvetlenül használhassuk a giroszkópból származó értékeket a forgatáshoz! Ismételten a mátrixban történő munka intuitívabb, ezért átalakítjuk az előbbi egyenletet mátrix formába. Vegyük észre, hogy ugyanazt az egyenletet két különböző módon lehet kifejezni:

$$\dot{q} = \frac{1}{2}S(\omega)q = \frac{1}{2}S(q)\omega \quad (32)$$

Ahol,

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$q = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$S(q) = \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

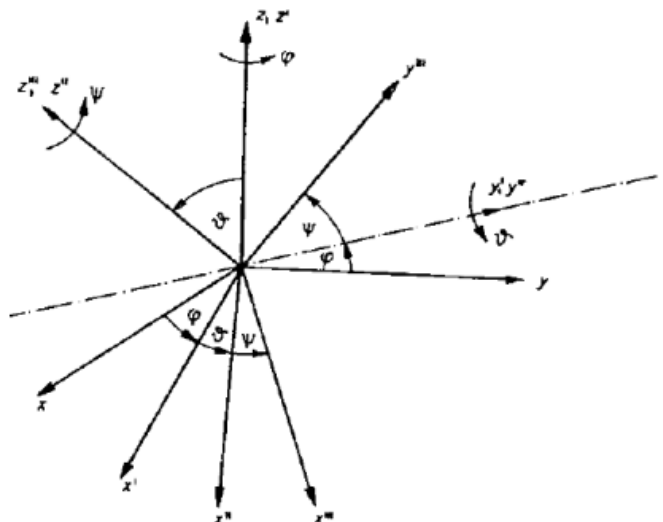
$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (36)$$

3.2. Euler-szögek

Az Euler-szögek alkalmazása egy módszer a térbeli forgatás leírására, amely során a testet három egymásra következő elemi forgatás segítségével mozgatjuk egy kiinduló helyzetből (K) egy célhelyzetbe (K’’’). Az elemi forgatások sorrendje és a hozzájuk tartozó szögek meghatározzák az Euler-szögeket.

Először egy z tengely körüli forgatást végzünk egy ϕ szöggel. Ezután egy y tengely körüli forgatást végzünk egy θ szöggel, majd végezetül ismét egy z tengely körüli forgatást végzünk egy ψ szöggel.[17]

A forgatások geometriai leírása során a z tengely körüli forgatás után az új koordináta-



8. ábra. Euler-szögek térbeli forgatása[17].

rendszer lesz a K' , majd az y tengely körüli forgatás után ez a K'' , végül a z tengely körüli forgatás után pedig a K''' .

3.3. Rotációs mátrixok

A rotációs mátrixok speciális ortogonális csoportokba tartoznak, amit matematikában az SO_n szimbólummal jelölnék n -dimenzióban. Ezek a mátrixok olyan lineáris transzformációkat képviselnek, amelyek megőrzik egy vektor hosszát (nagyságát) és az orientációt az n -dimenziós térben, tehát térforgatást hajtanak végre. Az SO_n csoportot a következő feltételek jellemzik[17]:

- Két rotációs mátrix szorzata szintén egy rotációs mátrixot ad.
- Egy rotációs mátrix invertálható, és az inverze egyenlő a mátrix transzponáltjával:
 $R^{-1} = R^T$.
- Egy rotációs mátrix determinánsa $\det(R) = 1$.

Most következik egy mód, amellyel meghatározhatjuk az Euler szöveget, mivel intuitívabb velük foglalkozni. A 28. egyenlet egy rotációs mátrixot szolgáltat nekünk kvaternióval, de valójában ugyanezt a rotációs mátrixot meghatározhatjuk Euler-szögekkel is (kivéve a Gimbal Lock alatti szingularitási pontokat). Mi a Yaw, Pitch, Roll konvenciót fogjuk használni,

tehát jegyezzük meg, hogy ha más sorrendben használjuk, akkor más eredményt fogunk kapni.

A pozitív Yaw-t úgy definiáljuk, mint az óramutató járásával megegyező irányú forgást a z tengely körül. A rotációs mátrix egy α szögű yaw szög esetében:

$$R_z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (37)$$

A pozitív Pitch-t úgy definiáljuk, mint az óramutató járásával megegyező irányú forgást az y tengely körül. A rotációs mátrix egy β szögű pitch szög esetében:

$$R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} \quad (38)$$

A pozitív Roll-t úgy definiáljuk, mint az óramutató járásával megegyező irányú forgást az x tengely körül. A rotációs mátrix egy γ szögű roll szög esetében:

$$R_x(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ 0 & \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{bmatrix} \quad (39)$$

Bármelyik forgatás lebontható ezekre a 3 elemi forgatásokra, így a roll, pitch, yaw forgatás a következő mátrix által leírható:

$$\begin{aligned} R(\alpha, \beta, \gamma) &= R_z(\alpha)R_y(\beta)R_x(\gamma) = \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta) & \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma) - \sin(\alpha)\cos(\gamma) & \cos(\alpha)\sin(\beta)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\cos(\gamma) \\ \sin(\alpha)\cos(\beta) & \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma) + \cos(\alpha)\cos(\gamma) & \sin(\alpha)\sin(\beta)\cos(\gamma) - \cos(\alpha)\sin(\gamma) \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta)\sin(\gamma) & \cos(\beta)\cos(\gamma) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (40)$$

Jegyezzük meg, hogy a fenti egyenlet csak olyan forgatásra vonatkozik, amely először hajt végre rollt, majd pitchet és végül yaw-t. Ha megváltoztatjuk a sorrendet, akkor különböző rotációs mátrixot kapunk. Most, ha a kvaternió rotációs mátrix helyes, amely az, akkor az előző roll, pitch, yaw rotációs mátrix segítségével kaphatjuk a kvaternió rotációs mátrixból származó megfelelő Euler szögeket.

A 28. egyenletből bontsuk le a $\mathbf{C}$ mátrixot:

$$C = \begin{bmatrix} C_{00} & C_{01} & C_{02} \\ C_{10} & C_{11} & C_{01} \\ C_{20} & C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \quad (41)$$

Ezek után lehetséges a roll, pitch és yaw szögek meghatározása!

$$C_{20} = -\sin(\beta) \quad (42)$$

$$\beta = \sin^{-1}(-C_{20}) \quad (43)$$

tehát a pitch szög a fenti 43. egyenlet szerint adódik.

3.3.1. I. Eset

Ha $\cos(\beta) \neq 0$

$$\frac{C_{10}}{C_{00}} = \frac{\sin(\alpha)\cos(\beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)} = \tan(\alpha) \quad (44)$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{C_{10}}{C_{00}}\right) \quad (45)$$

$$\frac{C_{21}}{C_{22}} = \frac{\cos(\beta)\sin(\gamma)}{\cos(\beta)\cos(\gamma)} = \tan(\gamma) \quad (46)$$

$$\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{C_{21}}{C_{22}}\right) \quad (47)$$

Tehát a yaw szöge a 45. egyenlet szerint adódik, és a roll szöge a 47. egyenlet szerint adódik.

$$yaw = \tan^{-1}\left(\frac{C_{10}}{C_{00}}\right) \quad (48)$$

$$pitch = \tan^{-1}(-C_{20}) \quad (49)$$

$$roll = \tan^{-1}\left(\frac{C_{21}}{C_{00}}\right) \quad (50)$$

Azonban ha $\cos(\beta) = 0$, akkor a Gimbal Lock problémája áll elő. A koordináta rendszerünkben ez akkor fordul elő, amikor a pitch szög 90 vagy -90 fok.

3.3.2. II Eset

A pitch szög 90 fokos esetében a rotációs mátrix egyszerűsödik:

$$R(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} 0 & \cos(\alpha)\sin(\gamma) - \sin(\alpha)\cos(\gamma) & \cos(\alpha)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\gamma) \\ 0 & \sin(\alpha)\sin(\gamma) + \cos(\alpha)\cos(\gamma) & \sin(\alpha)\cos(\gamma) - \cos(\alpha)\sin(\gamma) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (51)$$

Alkalmazzunk néhány trigonometriai azonosságot és megkaphatjuk a következőt:

$$R(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} 0 & \sin(\gamma - \alpha) & \cos(\alpha - \gamma) \\ 0 & \cos(\alpha - \gamma) & \sin(\alpha - \gamma) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (52)$$

Ebben a helyzetben mind a yaw, mind a roll ugyanazt a forgást jelenti, így általában az egyiket 0-ra állítjuk, és a másikat számoljuk. Jelen esetben például a yawt állítottuk be 0-ra, és a rollt számoltuk, de mindig megtehető fordítva:

$$R(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} 0 & \sin(\gamma) & \cos(-\gamma) \\ 0 & \cos(-\gamma) & \sin(-\gamma) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (53)$$

Most meghatározhatjuk a roll szöget:

$$roll = \tan^{-1}\left(\frac{C_{01}}{C_{02}}\right) \quad (54)$$

3.3.3. III. Eset

A pitch szög -90 fokos esetében a rotációs mátrix egyszerűsödik:

$$R(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} 0 & -\cos(\alpha)\sin(\gamma) - \sin(\alpha)\cos(\gamma) & -\cos(\alpha)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\gamma) \\ 0 & -\sin(\alpha)\sin(\gamma) + \cos(\alpha)\cos(\gamma) & -\sin(\alpha)\cos(\gamma) - \cos(\alpha)\sin(\gamma) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (55)$$

Ismét, trigonometriai azonosságokkal egyszerűsítve:

$$R(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\gamma + \alpha) & -\cos(\alpha + \gamma) \\ 0 & \cos(\alpha + \gamma) & -\sin(\alpha + \gamma) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (56)$$

Yawt állítottuk 0-ra, tehát a fenti egyenlet tovább egyszerűsödik:

$$R(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\gamma) & -\cos(\gamma) \\ 0 & -\cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (57)$$

Most meghatározhatjuk a roll szöget:

$$roll = \tan^{-1}\left(\frac{-C_{01}}{-C_{02}}\right) \quad (58)$$

4. Szenzorfúziós algoritmusok

Helyzet meghatározása szögsebességből

Az egység kvaterniókat arra használjuk, hogy leírjuk, hogyan áll vagy mozog egy tárgy a térben. A giroszkópok által mért forgási sebességek alapján frissíthetjük ezeket a kvaterniókat, ami azt jelenti, hogy számolunk az idő múlásával, hogy a tárgy hogyan fordul vagy forog. Ezt úgy tesszük, hogy differenciálegyenletet integrálunk vagy összegezzünk egy meghatározott időtartamon keresztül. Ez a folyamat segít nekünk nyomon követni, hogy a tárgy milyen irányba néz vagy fordul az idő előrehaladtával.[18]

$$\hat{q}_t = q_{t-1} + \int_{t-1}^t \omega dt \quad (59)$$

Az integráltat nem tudjuk pontosan meghatározni egyszerű képlettel. Ezért numerikus megközelítést kell használnunk. Ahol meghatározott időpillanatokot számolunk, $\mathbf{t} = \mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3} \dots$. Giroszkóp által kapott mérési adatokból megkaphatjuk a pillanatnyi szögsebességet, $\omega(t_n) = [\omega_x \omega_y \omega_z]^T$, rad/s-be, adott diszkrét időpillanatba, $t_n = n\Delta t$, ahol $\Delta t = t_1 - t$ a lépéshossz és $\mathbf{n}$ a minta szám.

4.1. Komplementer szűrő

Az AQUA (Algebraic Quaternion Algorithm-Algebrai Kvaternió Algoritmus) használható 9 szabadság fokos IMU-val ami tartalmaz giroszkópót, gyorsulásmérőt és magnetométert, hogy az algoritmusból lehető legjobb helyzetbecslést kapjuk.

4.1.1. Koordináta-rendszerek

Két külön koordináta-rendszert fogunk használni, mert a szenzor adatai egy relatív pillanatyi állapotot írnak le, mindaddig a gravitációs gyorsulás abszolút hat a Földre. A test lokális koordináta-rendszerét jelöljük $\mathbf{L}$ -el és a bolygó globális koordináta-rendszerét $\mathbf{G}$ -vel.

A gyorsulásmérő által mért adatok L_a , és a Föld gravitációs gyorsulása G_g , a következőképpen néznének ki[19]:

$$L_a = [a_x \ a_y \ a_z]^T \quad (60)$$

$$G_g = [0 \ 0 \ 1]^T \quad (61)$$

Hasonlóképpen a lokális mágnesestér a magnetométerből L_m , és a globális geomágnesestér G_h :

$$L_m = [m_x \ m_y \ m_z]^T \quad (62)$$

$$G_h = [h_x \ h_y \ h_z]^T \quad (63)$$

Végül a lokális mérések a giroszkópból L_ω :

$$L_a = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T \quad (64)$$

Ahhoz hogy megkapjuk a q_G^L kvaterniónkát, egy inverz rotációs mátrixot alkalmazunk a kvaternióra amely megszorozva a lokális mérhető adatainkal ami leképezi a globális koordináta-rendszerbe a mennyiségeink.

$$R^T(q_G^L)L_a = G_g \quad (65)$$

$$R^T(q_G^L)L_m = G_h \quad (66)$$

A q_G^L kvaternió két segéd kvaternió segítségével készül.

$$q_G^L = q_{acc}q_{mag} \quad (67)$$

$$R(q_G^L) = R(q_{acc})R(q_{mag}) \quad (68)$$

4.1.2. Kvaternió gyorsulásmérőből

Az q_{acc} kvaterniónkát úgy kell felépítsük hogy átjárást biztosítson a két koordináta-rendszer között.

$$R(q_g^L)G_g = L_a \quad (69)$$

$$R(q_{acc})R(q_{mag}) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad (70)$$

Megfigyelhető, hogy a G globális gravitációs vektornak csak Z komponense van így akár-milyen forgatás ezen a tengelyen nem fog változtatni az eredményünkön.

Végtelen számú forgatással állítható be a lokális koordináta-rendszer, de hogy ezt a folyamatot leegyszerűsítsük és praktikusán megoldhatóvá tegyük, egy specifikus korlátozást vezetünk be: azt, hogy a kvaternió z komponense nulla legyen. Ezt a korlátozást bevezetve a rendszer négy lehetséges kvaterniót határoz meg. A négy lehetséges kvaternió közül kettő elvetődik, mivel ezeknek a normája negatív, a fizikai valóságban ez nem elfogadható. A

maradék két kvaternió közül pedig azt választjuk, amelyiknek a kvaternió negyedik eleme pozitív.

$$q_{acc} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{a_z+1}{2}} & \frac{a_y}{\sqrt{2(a_z+1)}} & -\frac{a_x}{\sqrt{2(a_z+1)}} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (71)$$

4.1.3. Kvaternió magnetométerből

A q_{acc} kvaterniónk úgy forgatja a mágnesestér vektorunkat L_m , hogy annak a Z komponense megegyezzen a globális koordináta-rendszerünk Z komponensével és az X és Y komponensünk ismeretlen irányba mutatnak mivel a q_{acc} Yaw szöge ismeretlen.

$$R^T(q_{acc})L_m = l \quad (72)$$

ahol l az elforgatott mágnesestér vektor. Majd kiszámoljuk a q_{mag} -ot, egy koordináta transzformáció segítségével, a mért magnetométer adatainkat visszaforgatva a globális koordináta-rendszerbe.

$$R^T(q_{mag}) \begin{bmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\Gamma} \\ 0 \\ l_z \end{bmatrix} \quad (73)$$

ahol $\Gamma = l_x^2 + l_y^2$. Ez a kvaternió csak a globális Z tengelyt forgatja hogy a globális és a lokális X tengelyt összeillesze, anélkül hogy a Roll és Pitch szögre hatna. A kvaterniónk a legrövidebb forgást találja meg mint megoldás:

$$q_{mag} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{\Gamma+l_x\sqrt{\Gamma}}{2\Gamma}} & 0 & 0 & \frac{l_y}{\sqrt{2}\sqrt{\Gamma+l_x\sqrt{\Gamma}}} \end{bmatrix}^T \quad (74)$$

A test orientációját leíró kvaternió q_G^L ami a globális koordináta-rendszerbe adja meg a test orientációját a két kvaternió szorzatából(q_{acc} és q_{mag}):

$$q_G^L = q_{acc}q_{mag} \quad (75)$$

4.1.4. Kvaternió alapú Komplementer Szűrő

A Komplementer Szűrő összefűzi a giroszkóp adatból számolt kvaterniót a gyorsulásmérőből és a magnetométerből számolt kvaternióval. Az átmenet arányát mi tudjuk szabályozni ,hogy a lehető legpontosabb becslést kapjuk a test orientációjáról.

Legelsősorban a giroszkóp adatait $\omega = [\omega_x \omega_y \omega_z]^T$ kell feldolgoznunk:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ -\omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ -\omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (76)$$

Ezután a kvaternió deriváltat numerikus módszerrel számoljuk ki:

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \Omega_\omega \cdot q \quad (77)$$

$$\frac{q_{i-1} - q_i}{\Delta t} = \frac{1}{2} \Omega_{\omega_n} q_i$$

A deriváltat feltudjuk használni a Δt lépéshosszal és a $t - 1$ mintavételbeli kvaternióval együttesen megkapjuk a q_{int} :

$$q_{int} = q_{i-1} + q_i \Delta t \quad (78)$$

Az így kapott integráltat normalizálva megkapjuk a giroszkópból becsült kvaterniókat amely reprezentálja a test orientációját.

$$q_{int} = \frac{q_{int}}{\|q_{int}\|} \quad (79)$$

4.1.5. Gyorsulásmérőn alapuló korrekció

A nyers gyorsulásmérő adatait első lépésként normalizáljuk, hogy a későbbiekbe használni tudjuk:

$$a = \frac{a}{\|a\|} \quad (80)$$

Normalizált értékeinkkel és a giroszkópból becsült kvaternióból meghatározzuk a g gravitációs vektort:

$$g = \begin{bmatrix} 1 - 2q_2^2 - 2q_3^2 & 2q_1q_2 - 2q_0q_3 & 2q_1q_3 + 2q_0q_2 \\ 2q_1q_2 + 2q_0q_3 & 1 - 2q_1^2 - 2q_3^2 & 2q_2q_3 - 2q_0q_1 \\ 2q_1q_3 - 2q_0q_2 & 2q_2q_3 + 2q_0q_1 & 1 - 2q_1^2 - 2q_2^2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad (81)$$

Az így kapott g vektorból megkapjuk a q_{acc} -ot, ami a gyorsulásmérőből becsült kvaternió:

$$q_{acc} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{g_z+1}{2}} & \frac{g_y}{\sqrt{2(g_z+1)}} & -\frac{g_x}{\sqrt{2(g_z+1)}} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (82)$$

A kvaterniókat interpoláljuk, ezt a fejezet későbbi pontjába részletesen is taglalni fogjuk. Ezek után korrigáljuk a q_{int} -unket a q_{acc} -vel ami egy kvaternió (Hamilton) szorzatot jelent a két kvaternió között, ezt nevezzük el q_{prime} -nak:

$$q_{prime} = q_{int} \otimes q_{acc} \quad (83)$$

Normalizáljuk:

$$q_{prime} = \frac{q_{prime}}{\|q_{prime}\|} \quad (84)$$

4.1.6. magnetométeren alapuló korrekció

Az eljárás nagyon hasonlít a gyorsulásmérőn alapuló korrekcióhoz elsősorban normalizáljuk a magnetométer nyers adatait:

$$m = \frac{m}{\|m\|} \quad (85)$$

Az így kapott nyers adatokból leképezzük az l mágnesestér vektort de itt a legutóbb számolt q_{prime} -ot használjuk:

$$l = \begin{bmatrix} 1 - 2q_2^2 - 2q_3^2 & 2q_1q_2 - 2q_0q_3 & 2q_1q_3 + 2q_0q_2 \\ 2q_1q_2 + 2q_0q_3 & 1 - 2q_1^2 - 2q_3^2 & 2q_2q_3 - 2q_0q_1 \\ 2q_1q_3 - 2q_0q_2 & 2q_2q_3 + 2q_0q_1 & 1 - 2q_1^2 - 2q_2^2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \quad (86)$$

Az így kapott l vektorból megkapjuk a q_{mag} -ot, ami a magnetométerből becsült kvaternió:

$$q_{mag} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{\Gamma + l_x \sqrt{\Gamma}}{2\Gamma}} & 0 & 0 & \frac{l_y}{\sqrt{2}\sqrt{\Gamma + l_x \sqrt{\Gamma}}} \end{bmatrix}^T \quad (87)$$

A kvaterniókat úgy szintén interpoláljuk. Ezek után korrigáljuk a q_{prime} -ot a q_{mag} -al. Ez lesz a végső becsült kvaterniónk amely t időpillanatba leírja a test orientációját, ezt nevezzük q_{est} -nek:

$$q_{est} = q_{prime} \otimes q_{mag} \quad (88)$$

Normalizáljuk:

$$q_{est} = \frac{q_{est}}{\|q_{est}\|} \quad (89)$$

4.1.7. Adaptív erősítés

Egy interpolációt hajtunk végre a kvaterniók között a szférikus lineáris interpoláció (SLERP - Spherical Linear InterPolation) alapján, egy adott arány (ratio) és küszöbérték (k) mellett. A cél az, hogy simán átmenjünk egy identitás kvaternióból (q_I , ami nem végzi el a forgatást) egy adott célkvaternióba (q).

Ha a kvaternió első eleme nagyobb, mint a küszöbérték t , akkor lineárisan interpolálunk az identitás kvaternió (q_I) és a célkvaternió (q) között.

$$\text{Ha } q_1 > k : \quad v = (1 - \text{ratio})q_I + \text{ratio}q$$

Ha a kvaternió első eleme kisebb, mint a küszöbérték, akkor kiszámítjuk a szögeltérést az identitás kvaternió és a célkvaternió között, és a szinusz függvények arányai segítségével számítjuk ki az interpolált kvaterniót (v).

$$\text{Különben: } \theta = \arccos(q_1) \quad v = \frac{q_I \sin(|1 - \text{ratio}|\theta)}{\sin(\theta)} + \frac{q \sin(\text{ratio}\theta)}{\sin(\theta)}$$

Az eredményül kapott kvaterniót (v) normalizálja.

$$v = \frac{v}{||v||}$$

4.2. Mahony szűrő

A Mahony szűrő amelyet Robert Mahony és munkatársai dolgoztak ki, a mozgásállapotok meghatározására szolgál, a különleges ortogonális csoporton (SO_3) alapul. A szűrő célja, hogy pontosan kövesse egy test orientációját az idő függvényében, csupán a pillanatnyi orientáció és szögsebesség mérések alapján.

A Mahony szűrő két fő részre oszlik: egy passzív komplementer szűrőre, ami elkülöníti a giroszkóp méréseket a felépített orientáció becsléstől, és egy explicit komplementer szűrőre, amely kifejezetten gyorsulásmérő és giroszkóp adatokra épül. Az explicit komplementer szűrő képes a giroszkóp hibáját is online becsülni.

4.2.1. Szenzor modellek

A giroszkóp hiba modellje:

$$\Omega_y = \Omega + b + \mu \tag{90}$$

ahol, Ω a valós szögsebesség, b egy konstans idővel lassan változó konstans eltolás, és μ a mérési zaj.

Egy ideális gyorsulásmérő a pillanatnyi lineáris gyorsulást méri egy adott testnek, ebből levonódik a gravitációs gyorsulás g_0 . A gyakorlatban a gyorsulásmérőnek is van konstans eltolása és zaja.

$$a = R^T(\tilde{v} - g_0) + b_a + \mu_a \quad (91)$$

ahol, $|g| = 9.81$. Relatív statikus körülmények között normalizáljuk a vektorunk:

$$v_a = \frac{a}{|a|} \approx -R^T e_3 \quad (92)$$

$$\text{ahol, } e_3 = \frac{g_0}{|g_0|} = [0 \ 0 \ 1]^T$$

A magnetométer a mágneses tér méréseit biztosítja:

$$m = R^T h + B_m + \mu_b \quad (93)$$

ahol, h a Föld mágneses tér vektora a lokális koordináta-rendszerben, B_m a lokális mágneses zavar és μ_b a zaj.

A mágneses erősség irreleváns az orientáció becslésre csak az iránya lesz használva. Ezek az adatok is normalizálva vannak:

$$v_m = \frac{m}{\|m\|} \quad (94)$$

A gyorsulásmérő és magnetométer adatait felhasználjuk hogy egy rotációs mátrix megalkotásához:

$$R \approx R_g = \arg \min_{R \in SO_3} (\lambda_1 \|e_3 - Rv_a\|^2 + \lambda_2 \|v_m^* - Rv_m\|^2) \quad (95)$$

ahol, v_m^* a referencia irány a lokális mágnesestérnek.

A λ_1 és λ_2 választható paraméterek a szenzor kimenetek bizonyosságai alapján.

A kinematika kvaternió reprezentációját az SO_3 csoporton belül is meg lehet fogalmazni, kvaternió szorzatként:

$$q_n = \frac{1}{2} q_{n-1} \otimes p(\Omega) \quad (96)$$

ahol,

- $q = [q_\omega \ q_x \ q_y \ q_z]$ egy egység kvaternió.
- $p(\Omega) = [0 \ \Omega_x \ \Omega_y \ \Omega_z]$ szögsebességből alkotott kvaternió.

4.2.2. Becslési hiba

Legyen $\hat{R}$ a becsült rotációs mátrixa az adott testnek. A becslési hiba a becsült $\hat{R}$ és valós R rotációs mátrix közötti elfordulás különbség:

$$\tilde{R} := \hat{R}^T R \quad (97)$$

Mahony javasolt megfigyelője, amely a Lyapunov-stabilitás elemzésén alapul, egy költségfüggvényt használ, ami a következő:

$$E_{tr} = \frac{1}{2} \text{tr}(I_3 - \tilde{R}) \quad (98)$$

A cél az hogy úgy becsüljük a $\hat{R}$ -t, hogy az $\tilde{R}$ identikushoz tartson ami azt eredményezi, hogy a becsült rotációs mátrixunk közelít a valóshoz.

A megfigyelő általános formája egy Komplementer szűrő az SO_3 csoporton, és így írható le:

$$\dot{\hat{R}} = [\Omega R + k_p \hat{R} \omega] \hat{R} \quad (99)$$

Ahol $k_p > 0$ és $\Omega R + k_p \hat{R} \omega$ a lokális koordináta-rendszerbe van kifejezve.

A korrekció ω a $\tilde{R}$ rotációs mátrixból jön. úgy is lehet gondolni rá mint a nem lineáris megközelítése a becsült és a valós rotációs mátrix közötti hibának.

Ha nincs korrekciós tag használva $\omega = 0$, akkor a forgási hiba $\tilde{R}$ állandó marad.

Ha $\tilde{q} = [\tilde{q}_w \quad \tilde{q}_v]$ az $\tilde{R}$ -hez kapcsolódó kvaternió, akkor:

$$E_{tr} = 2|\tilde{q}_v|^2 = 2(1 - \tilde{q}_w^2) \quad (100)$$

4.2.3. Explicit komplementer szűrő

Az explicit komplementer szűrő egy módja annak, hogy hogyan integráljunk több szenzor adatait a mozgásállapot becslésébe. Tegyük fel, hogy van n ismert irányunk a globális koordináta-rendszerben, melyek nem egybeesők, és vannak hozzájuk társított méréseink a lokális koordináta-rendszerben:

$$v_i = R^T v_{0i} + \mu_i \quad (101)$$

ahol μ_i a folyamat zaj. Feltételezzük hogy $|v_{0i}| = 1$ és normalizáljuk az összes mérést a következőt kapjuk $|v_i| = 1$.

n mérés esetén a globális költségfüggvény a következő lesz:

$$E_{mes} = \sum_{i=1}^n k_i - \text{tr}(\tilde{R}M) \quad (102)$$

ahol $M > 0$ egy pozitív definit mátrix ha $n \geq 3$, vagy pozitív semi-definit ha $n = 2$:

$$M = R^T M_0 R \quad (103)$$

ahol, M_0 :

$$M_0 = \sum_{i=1}^n k_i v_{0i} v_{0i}^T \quad (104)$$

A k_i súlyzó függ a mérési irányok megbízhatóságától.

A gyorsulásmérő által szolgáltatott gravitációs vektort és a magnetométertől kapott mágnesestér vektort normalizáljuk:

$$v_a = R^T \frac{a_0}{\|a_0\|} \quad (105)$$

$$v_m = R^T \frac{m_0}{\|m_0\|} \quad (106)$$

Ebben az esetben a költségfüggvény a következőképpen fog kinézni:

$$E_{mes} = k_1(1 - (\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{v}_a)) + k_2(1 - (\mathbf{v}_m \cdot \mathbf{v}_m)) \quad (107)$$

Az explicit komplementer szűrő kinematikáját kvaterniókkal kifejezve a következőket kapjuk:

$$\hat{q}_i = \frac{1}{2} \hat{q}_{i-1} \otimes p(\Omega_y - \hat{b}_{i-1} + k_p \omega_{mes}) \quad (108)$$

$$\hat{b}_n = -k_i \omega_{mes} \quad (109)$$

$$\omega_{mes} = \sum_{i=1}^n k_i v_i \times \hat{v}_i \quad (110)$$

ahol,

- $\times$ vektoriális keresztszorzat, így az $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ az alábbi eredményt adja:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x) \quad (111)$$

A becsült orientáció változás sebességét megszorozzuk a mintavételi idővel Δt , hogy integráljuk a szögelfordulást, ami aztán hozzáadódik az előző becsléshez, hogy megkapjuk az új becsült orientációt:

$$q_n = q_{i-1} + \hat{q}_i \Delta t \quad (112)$$

4.3. Bővített Kálman-szűrő

A Bővített Kálman-szűrő egy népszerű algoritmus, amit térbeli orientáció meghatározására is használnak kvaterniók segítségével, kihasználva a háromtengelyű giroszkópok, gyorsulásmérők és mágneses érzékelők által szolgáltatott mérési adatokat. Az EKF képes kezelni a mérésekben és a rendszer dinamikájában rejlő zajt, optimalizálva az állapotbecsléseket a zajos megfigyelések alapján, és így pontosabb képet ad a rendszer aktuális állapotáról.

A rendszer aktuális állapotait a következő diszkrét állapotterez lineáris modellekkel tudjuk leírni:

$$x_i = Fx_{i-1} + w_x \quad (113)$$

$$z_i = Hx_i + w_z \quad (114)$$

ahol:

- $x_i \in \mathbb{R}^n$ a rendszer állapota, ami az n elem állapotát írja le az n -ik mintavételben.
- $z_i \in \mathbb{R}^m$ az n -ik mintavételben vett mérések.
- $w_x \sim \mathcal{N}(0, Q_n)$ a folyamat zaj a n -ik mintavételben.
- $w_z \sim \mathcal{N}(0, R_n)$ a mérési zaj a n -ik mintavételben.
- $F \in \mathbb{R}^{n \times n}$ az állapot mátrix vagy alapmátrix
- H a mérési modell mátrixa.

4.3.1. Alap Algoritmus

A Kálman-szűrő egy olyan algoritmus, ami a mérések sorozatának elemzésével pontosan becsli meg a dinamikus rendszerek állapotát, figyelembe véve a zajt és egyéb bizonytalanságokat. Ezt a módszert Rudolf E. Kálman fejlesztette ki. A szűrő két lépésben dolgozik: a becselő lépés megbecsüli az állapotot és annak bizonytalanságát, majd a korrekciós lépés frissíti ezt a becslést a legújabb mérések alapján. A Kálman-szűrő rekurzív, ami azt jelenti, hogy csak a legutóbbi becslést és mérési eredményt használja.

1. **Becslő lépés** megbecsüli a következő állapotot és annak kovarianciáját:

$$\hat{x}_t = Fx_{t-1} + Bu_t \quad (115)$$

$$\hat{P}_t = F P_{t-1} F^T + Q_t \quad (116)$$

2. **Korrektciós lépés** a mérések alapján finomítja az előrejelzést:

$$\epsilon_t = z_t - H\hat{x}_t \quad (117)$$

$$S_t = H\hat{P}_t H^T + R \quad (118)$$

$$K_t = \hat{P}_t H^T S_t^{-1} \quad (119)$$

$$x_t = \hat{x}_t + K_t \epsilon_t \quad (120)$$

$$P_t = \hat{P}_t - K_t S_t K_t^T \quad (121)$$

ahol:

- $\hat{P}_t \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a becsült kovariancia a mérések előtt.
- $P_t \in \mathbb{R}^{n \times n}$ a becsült kovariancia a mérések után.
- $u_t \in \mathbb{R}^k$ a bemeneti vektor, amely a rendszer várható viselkedését írja le.
- $B \in \mathbb{R}^{n \times k}$ a bemeneti modell.
- $H \in \mathbb{R}^{m \times n}$ a megfigyelési modell.
- $\epsilon_t \in \mathbb{R}^m$ a mérési maradék.
- $S_t \in \mathbb{R}^{m \times m}$ a méréssel becsült kovariancia.
- $K_t \in \mathbb{R}^{n \times m}$ a szűrő erősítés, vagy más néven Kálmán-erősítés.

4.3.2. Nemlineáris forma

A Bővített Kálmán-szűrő (EKF-Extended Kálmán Filter), amely a Kálmán-szűrő nemlineáris változata. Az EKF a vizsgált rendszer egyenleteit linearizálja a becsült átlag és kovariancia körül.

Becslő lépés:

- Az állapot és kovarianciájának becslése az előző állapotból és bemenetből.
- A becsült kovariancia kiszámítása, figyelembe véve a folyamat zajt.

$$\hat{x}_t = f(\hat{x}_{t-1}, u_t) \quad (122)$$

$$\hat{P}_t = F(\hat{x}_{t-1}, u_t) \hat{P}_{t-1} F(\hat{x}_{t-1}, u_t)^T + Q_t \quad (123)$$

Korrektíós lépés:

- Mérési maradék kiszámítása a becsült állapotból.
- A mérés becsült kovarianciájának kiszámítása.
- A Kálmán-erősítés kiszámítása, amely a becslés korrektíójának mértékét adja meg.
- A végleges állapot becslés frissítése a Kálmán-erősítés segítségével.
- Az állapot kovarianciájának frissítése.

$$\epsilon_t = z_t - h(\hat{x}_t) \quad (124)$$

$$S_t = H(\hat{x}_t) \hat{P}_t H(\hat{x}_t)^T + R_t \quad (125)$$

$$K_t = \hat{P}_t H(\hat{x}_t)^T S_t^{-1} \quad (126)$$

$$x_t = \hat{x}_t + K_t \epsilon_t \quad (127)$$

$$P_t = \hat{P}_t - K_t S_t K_t^T \quad (128)$$

Ahol f a nemlineáris dinamikus modell függvény és h a nemlineáris megfigyelési modell függvény. A mátrixok F és H ebben az esetben az f és h függvények Jacobi-mátrixai, amelyek az állapotra és mérési modellre vonatkoznak.

Az EKF-ben az F és H mátrixok helyett a normál Kálmán-szűrőben Jacobi-mátrixokat használnak, és a becsült állapotot, valamint a mérési maradékot is másképp számítják ki.

$$F(\hat{x}_{t-1}, u_t) = \frac{\partial f(\hat{x}_{t-1}, u_t)}{\partial x} \quad (129)$$

$$H(\hat{x}_t) = \frac{\partial h(\hat{x}_t)}{\partial x} \quad (130)$$

4.3.3. EKF Kvaternió

Az EKF alkalmazása kvaterniók használatával történő orientáció meghatározására: először *becsli* a legújabb állapotot (orientációt) a giroszkópok azonnali mérési adataival, majd *korrigálja* ezt az állapotot a gyorsulásmérők és mágneses érzékelők méréseivel.

Az összes érzékelő rögzített mintavételi periódussal rendelkezik $f = \frac{1}{\Delta t}$, bár az időlépést bármely n mintavételnél kiszámíthatjuk, mint $\Delta t = t_n - t_{n-1}$. A numerikus integrálás diszkrét n értékeket ad, amelyek a diszkrét időpillanatokban adnak megoldást.

A giroszkóp adatokat külső bemenetként kezeli a szűrő, nem mint méréseket, így a mérési zajok a szűrőben folyamat zajként jelentkeznek.

Ebben a modellben a kvaternió q lesz az állapotvektor, és a szögsebesség ω rad/sec mértékegységben lesz a bemenet.

Az állapotvektor és a bemenet:

$$x = q = [q_\omega \quad q_x \quad q_y \quad q_z]^T \quad (131)$$

$$u = \omega = [\omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T \quad (132)$$

Így a kvaternió modellek a következőképpen írhatók le:

$$\dot{q}_t = Aq_{t-1} + B\omega_t + w_q \quad (133)$$

$$q_t = Fq_{t-1} = e^{A\Delta t}q_{t-1} \quad (134)$$

Ahol A és B általánosan a dinamika és a vezérlő bemenet modellezésére használt mátrixok, w_q pedig a folyamat zajvektor.

4.3.4. Becslő lépés

Hasonlóképpen mint az algebrai kvaternió algoritmusnál az EKF-nél is a giroszkóp adatait integrálva kapjuk meg az első becsült kvaterniókat (lásd 59. egyenlet):

$$\hat{q}_t = q_{t-1} + \int_{t-1}^t \omega dt$$

Diszkretizáció és Linearizáció

A giroszkóp nyers adatait felhasználva kapott az adott diszkretizált Ω :

$$\Omega_t = \begin{bmatrix} 0 & -\omega^T \\ \omega & -[\omega]_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y & \omega_x \\ \omega_z & 0 & -\omega_x & -\omega_y \\ -\omega_y & \omega_x & 0 & -\omega_z \\ -\omega_x & \omega_y & \omega_z & 0 \end{bmatrix} \quad (135)$$

egy n -ed rendű polinom linearizációs módszerét fel lehet építeni a Taylor sorból:

$$q_t = q_{t-1} + \dot{q}_{t-1}\Delta t + \frac{1}{2!}\ddot{q}_{t-1}\Delta t^2 + \frac{1}{3!}\dddot{q}_{t-1}\Delta t^3 + \dots \quad (136)$$

Az EKF kidolgozásában csak az elsőrendű tagig vesszük figyelembe az értékeket. A többi tagot elhanyagoljuk így csökkentve a számítási terhelést, de még mindig elfogadhatóan jó eredményeket érve el.

$$\hat{q}_{i+1} = \left(I_4 + \frac{\Delta t}{2} \Omega_{\omega_i} \right) q_i \quad (137)$$

ahol I_4 egy 4x4-es egységmátrix, és Ω_t a fentebbi összefüggés

Az F Jacobi-mátrix, amely a modell linearizált változata, így számítható:

$$F(q_{i-1}, u_i) = \frac{\partial f(q_{i-1}, u_i)}{\partial q} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\Delta t}{2}\omega_z & \frac{\Delta t}{2}\omega_y & -\frac{\Delta t}{2}\omega_x \\ \frac{\Delta t}{2}\omega_z & 1 & -\frac{\Delta t}{2}\omega_x & -\frac{\Delta t}{2}\omega_y \\ -\frac{\Delta t}{2}\omega_y & \frac{\Delta t}{2}\omega_x & 1 & -\frac{\Delta t}{2}\omega_z \\ \frac{\Delta t}{2}\omega_x & \frac{\Delta t}{2}\omega_y & \frac{\Delta t}{2}\omega_z & 1 \end{bmatrix} \quad (138)$$

Folyamat zaj kovarianciája

Adott a következő összefüggés, ami a becsült kovariancia mátrix:

$$\hat{P}_i = F(q_{i-1}, u_i)P_{i-1}F(q_{i-1}, u_i)^T + Q_i \quad (139)$$

Hogy már tudjuk F mátrixunkat márcsak a Q mátrixot kell kiszámoljuk, hogy megtudjuk becsülni a P kovariancia mátrixot. Ismét a gíroszkóp adatot dolgozzuk fel, kikell számoljuk az egyes tengelyeken fellépő szórásnégyzetet $\Sigma_\omega = [\sigma_{\omega_x}^2 \sigma_{\omega_y}^2 \sigma_{\omega_z}^2]^T$ és mátrix formába kell hozzuk, azaz szorozzuk az identikus mátrixszal:

$$\Sigma_\omega = \begin{bmatrix} \sigma_{\omega_x}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\omega_y}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\omega_z}^2 \end{bmatrix} \quad (140)$$

Legegyszerűbb esetben azt is feltételezhetnénk, hogy a zaj állandó, így a folyamat zaj kovarianciája egyenlő lenne a fent számolt mátrixszal, $Q = \Sigma_\omega$. De valós rendszerekbe a kovariancia

változik a szögsebességtől függően ezért frissítenünk kell minden iterációban. Segítségül ki tudunk számítani egy W Jacobi-mátrixot ami hasonlóan épül fel, mint az F mátrix csak nem a kvaternió szerint parciális deriválunk hanem a szögsebesség komponensei szerint.

$$W_i = \frac{\partial f(q_{i-1}, u_i)}{\partial \omega} = \frac{\Delta t}{2} \begin{bmatrix} -q_z & -q_y & -q_x \\ q_w & -q_z & q_y \\ q_z & q_w & -q_e \\ -q_y & q_e & q_w \end{bmatrix} \quad (141)$$

Az így kapott Jacobi-mátrixból és a Σ_ω mátrixból kitudjuk számítani a Q kovariancia mátrixot:

$$Q_i = W_i \Sigma_\omega W_i^T \quad (142)$$

4.3.5. Korrekciós lépés

A giroszkóp adatait felhasználtuk a kvaternió becslésre. A korrekció a gyorsulásmérő és magnetométer segítségével történik.

A korrekciót a következő képpen használjuk ahol történik egy hibaszámolás és azt egy K taggal szorozva ami egy $[0.0, 1.0]$ közötti szám ami korrigálja az adott becsült kvaterniónkát, 0 értékkel ha nem kell korrigálni azaz $q = \hat{q}$ és 1 értékkel ha a hiba teljes nagyságával kell korrigálni.

$$q_i = \hat{q}_i + K_i(z_i - h(\hat{q}_i)) \quad (143)$$

ahol

- $z_i \in \mathbb{R}^6$ az aktuális mérés.

$$z_t = [a_x \ a_y \ a_z \ m_x \ m_y \ m_z]^T$$

- $h_i \in \mathbb{R}^6$ az becsült mérés.
- $K_i \in \mathbb{R}^{4 \times 6}$ a Kálmán-erősítés.

Az elkövetkezendőben a becsült méréseinket kell felépítenünk ahol referenciának a föld gravitációs gyorsulás vektorát használjuk a gyorsulásmérőhöz:

$$g = [0 \ 0 \ 9.81]^T \quad (144)$$

és a föld mágnesestérvektorát a magnetométerhez:

$$r = \begin{bmatrix} 0 & r_y & 0 \end{bmatrix}^T \quad (145)$$

Ezeket transzformálnunk kell a jelenlegi kvaterniónkal hogy egy becsült értéket kapjunk. Bármely háromdimenziós vektort, hogy elforgassunk egy kvaternión egy $C(q)$ rotációs mátrixot használunk:

$$\hat{x} = C(\hat{q})x = \begin{bmatrix} \hat{q}_w^2 + \hat{q}_x^2 - \hat{q}_y^2 - \hat{q}_z^2 & 2(\hat{q}_x\hat{q}_y - \hat{q}_w\hat{q}_z) & 2(\hat{q}_x\hat{q}_z + \hat{q}_w\hat{q}_y) \\ 2(\hat{q}_x\hat{q}_y + \hat{q}_w\hat{q}_z) & \hat{q}_w^2 - \hat{q}_x^2 + \hat{q}_y^2 - \hat{q}_z^2 & 2(\hat{q}_y\hat{q}_z - \hat{q}_w\hat{q}_x) \\ 2(\hat{q}_x\hat{q}_z - \hat{q}_w\hat{q}_y) & 2(\hat{q}_y\hat{q}_z + \hat{q}_w\hat{q}_x) & \hat{q}_w^2 - \hat{q}_x^2 - \hat{q}_y^2 + \hat{q}_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (146)$$

ezután alkalmazzuk a transzformációt a gravitációs gyorsulás vektorunkra, hogy egy becsült értéket kapjunk:

$$\hat{a} = C(\hat{q})^T g \quad (147)$$

majd a mágnesestér vektorunkra:

$$\hat{m} = C(\hat{q})^T r \quad (148)$$

Ezekből a becsült értékekből fel tudjuk építeni a h mérési modellünket:

$$h(\hat{q}) = \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{a} = C(\hat{q})^T g \\ \hat{m} = C(\hat{q})^T r \end{bmatrix} \quad (149)$$

A mérései modellünk nem lineáris ezért kikell számoljuk a Jacobi-mátrixát H ami a mérési modellünk parciális deriválja a kvaterniónk szerint:

$$H(\hat{q}_t) = \frac{\partial h(\hat{q}_t)}{\partial q} \quad (150)$$

Következő lépésben kikell számolnunk R mérési kovariancia mátrixot, itt könnyebb dolgunk van mert csak méréseket kell használnunk.

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 I_3 & 0_3 \\ 0_3 & \sigma_m^2 I_3 \end{bmatrix} \quad (151)$$

ahol:

- σ_a^2 gyorsulásmérő adataiból kinyert kovariancia vektor.
- σ_m^2 magnetométer adataiból kinyert kovariancia vektor.

- 0_3 3x3 null mátrix.
- I_3 3x3 identikus mátrix.

Mindenünk kilett számolva ezután dolgozhatunk a korrekciós lépéseknek. Elsősorban kiszámoljuk a ϵ_t -t ami a mérési maradék vagy másképp hiba ami azt mondja meg mennyire tér el a mérési modellünk a valós értékektől.

$$\epsilon_i = z_i - h(\hat{q}_i) \quad (152)$$

Ezután kiszámoljuk a méréssel becsült kovarianciát ami szükséges a Kálmán-erősítéshez:

$$S_i = H(\hat{q}_i)\hat{P}_iH(\hat{q}_i)^T + R \quad (153)$$

Ebből kitudjuk számítani a Kálmán-erősítést:

$$K_i = \hat{P}_iH(\hat{q}_i)^TS_i^{-1} \quad (154)$$

Korrigáljuk a kvaterniónk:

$$q_i = \hat{q}_i + K_i\epsilon_i \quad (155)$$

És frissítsük a kovariancia mátrixunk:

$$P_i = (I_4 - K_iH(\hat{q}_i))\hat{P}_i \quad (156)$$

Legvégül normalizáljuk a kvaterniónk amivel meg is van a végső becslés a test orientációjáról:

$$q_i = \frac{q_i}{||q_i||} \quad (157)$$

5. Algoritmusok összehasonlítása

Az összehasonlítás kulcsfontosságú eleme a különböző szenzorfüziós módszerek mint a Komplementer szűrő, Mahony szűrő és a Bővített Kálmán-szűrő teljesítményének összehasonlítása. Ezen módszerek összevetéséhez egy objektív és pontos mérőszám alkalmazására lesz szükségünk, ami lehetővé teszi a különböző algoritmusok hatékonyságának értékelését. A Root Mean Square Error (RMSE) hiba lesz az a statisztikai eszköz, amelyet ennek érdekében használunk. Az RMSE hiba alkalmazásával az egyes algoritmusok által becsült szögek, például a roll (billenés), pitch (bólintás) és yaw (elfordulás) pontosságát fogjuk elemezni. Ezek a szögek döntő fontosságúak a térbeli orientáció meghatározásában, így a hibák minimalizálása kulcsfontosságú a pontos és megbízható szenzorfüzió eléréséhez. Az RMSE értékek alapján, amelyek a tényleges és a becsült szögek közötti átlagos négyzetes eltérést mérjük, képesek leszünk rangsorolni az algoritmusokat aszerint, hogy melyik nyújtja a legpontosabb eredményeket a különböző szögek esetében. Ez a módszer lehetővé teszi számunkra, hogy objektív alapon összehasonlítsuk az algoritmusok teljesítményét, ami elengedhetetlen az optimális szenzorfüziós technika kiválasztásához.

5.1. Tesztjelek

Az algoritmusok tesztelésének és összehasonlításának alapját jelentő tesztjelek vagy próba-jelek kiválasztása kritikus lépés a kutatás során. A választott jeleknek reprezentálniuk kell azokat a körülményeket és kihívásokat, amelyekkel az algoritmusok a valós alkalmazások során találkozhatnak. A cél az, hogy a tesztelés során nyert eredmények valósághű képet adjanak az algoritmusok teljesítményéről, pontosságáról és megbízhatóságáról. Ennek érdekében két specifikus jelet választottunk.

```
1 fs = 1000; % Hz
2 IMU = imuSensor('accel-gyro-mag','SampleRate',fs);
3 IMU.Accelerometer = accelparams( ...
4     'MeasurementRange',19.62, ... % m/s^2
5     'Resolution',0.0023936, ... % m/s^2 / LSB
6     'ConstantBias',0, ... % m/s^2
7     'NoiseDensity',0.0012361); % m/s^2 / Hz^(1/2)
8
9 IMU.Magnetometer = magparams( ...
10    'MeasurementRange',1200, ... % uT
11    'Resolution',0.1, ... % uT / LSB
12    'ConstantBias',0, ... % uT
13    'NoiseDensity',[0.6 0.6 0.9]/sqrt(100)); % uT / Hz^(1/2)
```

```
14
15     IMU.Gyroscope = gyroparams(...
16         "MeasurementRange", 8.7266, ...           % rad/s -- 500deg/s
17         "Resolution", 0.001, ...                   % rad/s/LSB
18         "ConstantBias", 0, ...                     % rad/s
19         "NoiseDensity", 0.002);                   % m/s^2 / Hz^(1/2)
```

Az alábbi kódban egy IMU szenzor szimulációs modelljét állítjuk be a MATLAB imuSensor osztályával. A mintavételi frekvencia (fs) 1000 Hz, ami azt jelenti, hogy a szenzor másodpercenként 1000 adatpontot rögzít. Az IMU szenzor három fő komponensből áll: egy gyorsulásmérőből, egy giroszkópból és egy magnetométerből. Mindegyik komponensnek megadjuk a specifikus paramétereit, beleértve a mérési tartományt, felbontást, konstans eltolást és zaj sűrűségét.

Gyorsulásmérő

- *Mérési Tartomány:* 19.62 m/s^2 , amely megfelel a Föld gravitációjának körülbelül kétszeresének.
- *Felbontás:* 0.0023936 m/s^2 , ami a mérési pontosságot jelzi.
- *Konstans eltolás:* 0 m/s^2 .
- *Zaj Sűrűség:* $0.0012361 \text{ m/s}^2/\sqrt{\text{Hz}}$, ami a zaj szintjét jelzi a mérési tartományban.

Magnetométer

- *Mérési Tartomány:* $1200 \text{ }\mu\text{T}$, ami fedezheti a Föld mágneses terének nagy részét.
- *Felbontás:* $0.1 \text{ }\mu\text{T}$, ami a mérési pontosságot jelzi.
- *Konstans eltolás:* $0 \text{ }\mu\text{T}$.
- *Zaj Sűrűség:* $[0.6 \text{ } 0.6 \text{ } 0.9] \text{ }\mu\text{T}/\sqrt{100}/\sqrt{\text{Hz}}$, különböző tengelyek mentén eltérő zajszinttel.

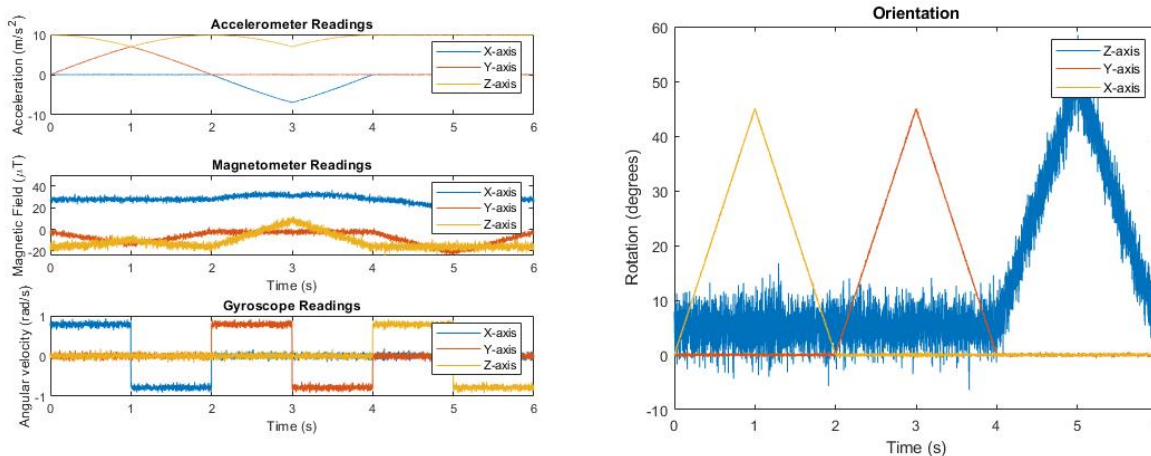
Giroszkóp

- *Mérési Tartomány:* 8.7266 rad/s (kb. 500 deg/s), ami lehetővé teszi gyors forgási mozgások érzékelését.
- *Felbontás:* 0.001 rad/s , ami a mérési pontosságot jelzi.
- *Konstans eltolás:* 0 rad/s .
- *Zaj Sűrűség:* $0.002 \text{ m/s}^2/\sqrt{\text{Hz}}$, ami a zaj szintjét jelzi a mérési tartományban.

5.1.1. Első tesztjel

Az IMU szenzor komponenseinek válaszait reprezentálják különböző kinematikai forgási manőverek során. Az adatokat szintetikus tesztjeleken keresztül szereztük, amelyek a valós világban előforduló dinamikai viselkedést modellezik. A célja, hogy vizuális betekintést nyújtsanak az algoritmusaink által feldolgozott nyers szenzoradatokba, valamint az ezekből származtatott orientációs becslésekbe.

A 9. ábra a tesztjel egyik változatát mutatja be, ahol a szenzorok különböző tengelyek mentén végzett forgásai vannak ábrázolva, beleértve azok időbeli változásait is. Az (a) alábbiak a gyorsulásmérő, a magnetométer és a giroszkóp nyers kiolvasásait látjuk, míg a (b) alábbiak az ezekből számított orientációt.



(a) Nyers szenzor adatok.

(b) Ideális szögek.

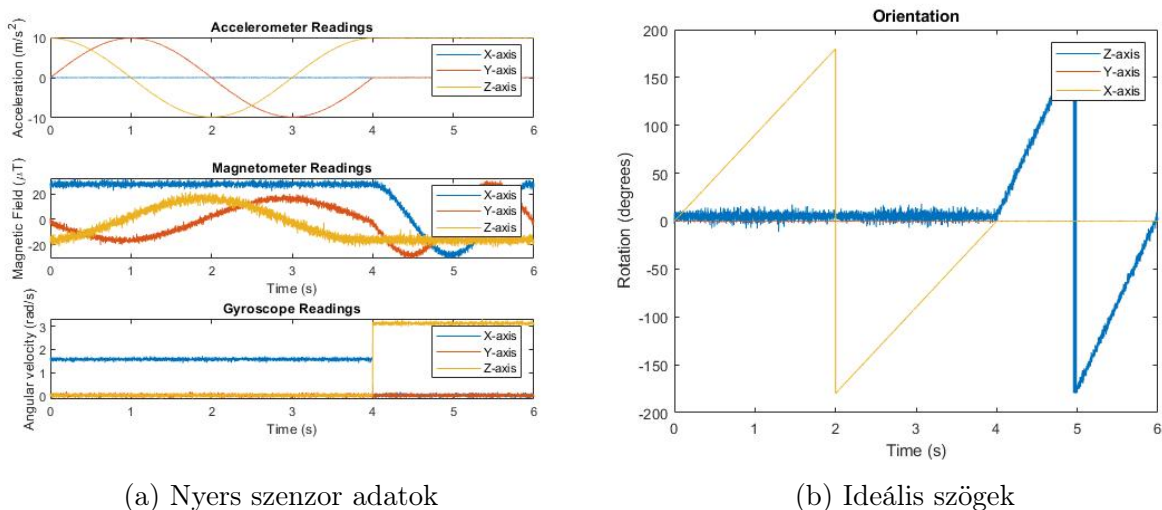
9. ábra. Első tesztjel adatai.

Ebben a tesztjelben a forgási mozgást a három tengely mentén adjuk meg. A tengelyek sorrendje: x,y,z. Az első ciklus első felében az x tengely körüli pozitív forgás $\pi/4$ rad/s (45 deg/s), majd a ciklus második felében negatív forgás $-\pi/4$ rad/s (-45 deg/s). Hasonlóan a következő ciklusban az y tengely végzi el ugyan ezt a forgást majd legvégül az utolsó ciklusban a z tengely.

A prezentált adatok elemzéséből következtethetünk az IMU szenzoraink pontosságára és a különböző szenzorfüziós technikák teljesítményére. Megfigyelhető, hogy a nyers adatokban lévő zaj ellenére az orientációs becslések mennyire pontosak maradnak a mozgások és forgások különböző fázisaiban. A grafikonok adatainak további elemzése lehetőséget biztosít a szenzorfüziós algoritmusok finomhangolására.

5.1.2. Második tesztjel

Hasonlóan az első tesztjelhez a 10. ábra bemutatja a második tesztjel tengelyek mentén végzett forgásait. Ahol mint a 9. ábrán az (a) alábbi a gyorsulásmérő, a magnetométer és a giroszkóp nyers kiolvasásait látjuk, míg a (b) alábbi az ezekből számított orientációt.



10. ábra. Második tesztjel adatai.

A második tesztjelünk az első ciklusban az x tengely mentén forog $2\pi/4$ rad/s (90deg/s) sebességgel. A második ciklusban a z tengely mentén $2\pi/2$ rad/s (180deg/s) sebességgel.

5.2. MATLAB szimulációk

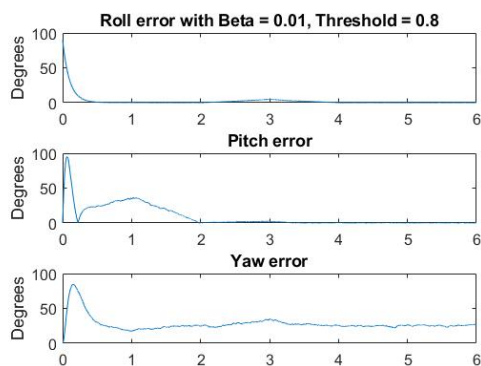
5.2.1. Komplementer szűrő

A komplementer szűrő algoritmus hatékonyságát és pontosságát vizsgáljuk különböző paraméterbeállítások mellett. Az alábbi szimulációk a MATLAB környezetében lettek végrehajtva, ahol az egyes tesztek a Beta és Threshold paraméterek finomhangolásával próbálták meg minimalizálni a Roll, Pitch és Yaw tengelyeken mért négyzetes középhibát (RMSE).

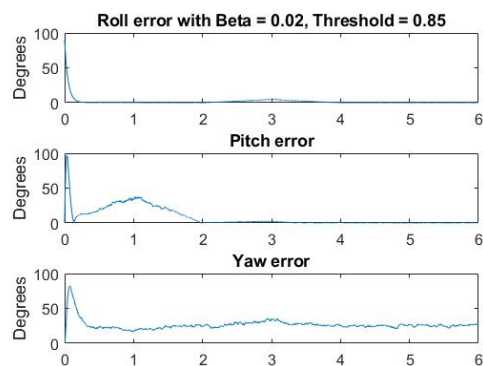
Minden tesztet a Beta és Threshold értékeinek növelésével lett kivitelezve, kezdve a legkisebb beállításoktól egészen a magasabb értékekig.

Első tesztjel

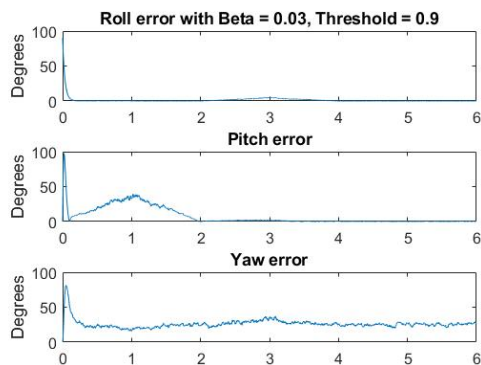
A 9. ábrán látható tesztjelre a komplementer szűrő becslései a 18. ábrán láthatóak.



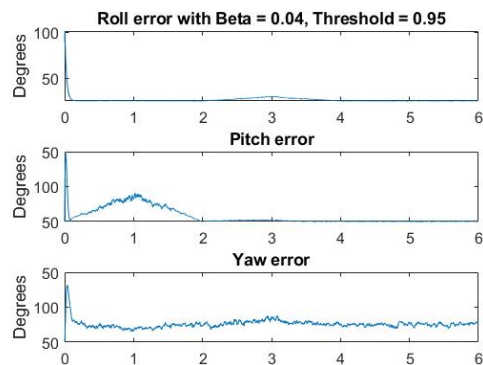
(a) Beta: 0.01 Threshold: 0.8



(b) Beta: 0.02 Threshold: 0.85



(c) Beta: 0.03 Threshold: 0.9



(d) Beta: 0.04 Threshold: 0.95

11. ábra. Komplementer szűrő első tesztjel becslési hibája.

Beta	Threshold	RMSE átlag
0.01000	0.80000	5.36370
0.02000	0.85000	4.34885
0.03000	0.90000	3.92866
0.04000	0.95000	11.08407

1. táblázat. Komplementer szűrő első tesztjel RMSE hibái.

Az eredmények alapján megfigyelhető, hogy a Beta érték növelésével a Roll tengelyen mért RMSE drasztikusan nő, míg a Pitch és Yaw tengelyek hibája kisebb mértékben változik. A Threshold érték emelkedésével együtt az RMSE értékei általánosságban csökkennek, ami azt sugallja, hogy egy magasabb küszöbérték előnyösebb a rendszer stabilitására nézve.

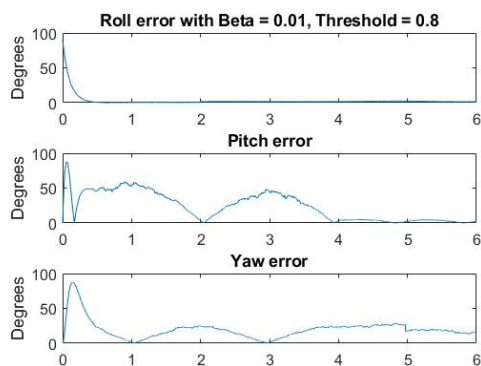
Második tesztjel

A 10. ábrán látható tesztjelre a komplementer szűrő becslései a 19. ábrán láthatóak.

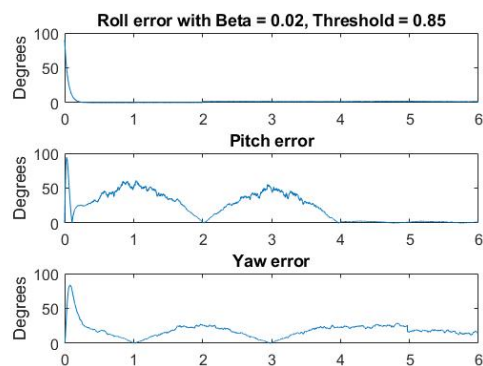
Beta	Threshold	RMSE átlag
0.01000	0.80000	5.43980
0.02000	0.85000	4.42274
0.03000	0.90000	4.00707
0.04000	0.95000	13.38755

2. táblázat. Komplementer szűrő második tesztjel RMSE hibái.

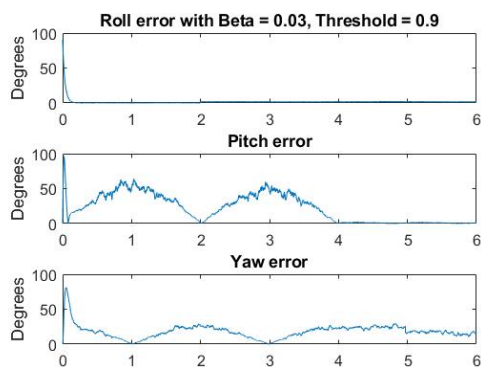
A szűrő viselkedése megegyezik az első tesztjelre megfigyelt válással.



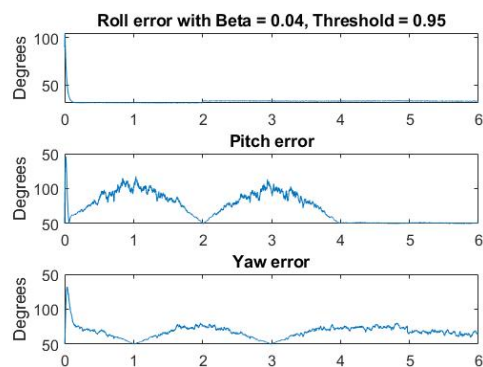
(a) Beta: 0.01 Threshold: 0.8



(b) Beta: 0.02 Threshold: 0.85



(c) Beta: 0.03 Threshold: 0.9



(d) Beta: 0.04 Threshold: 0.95

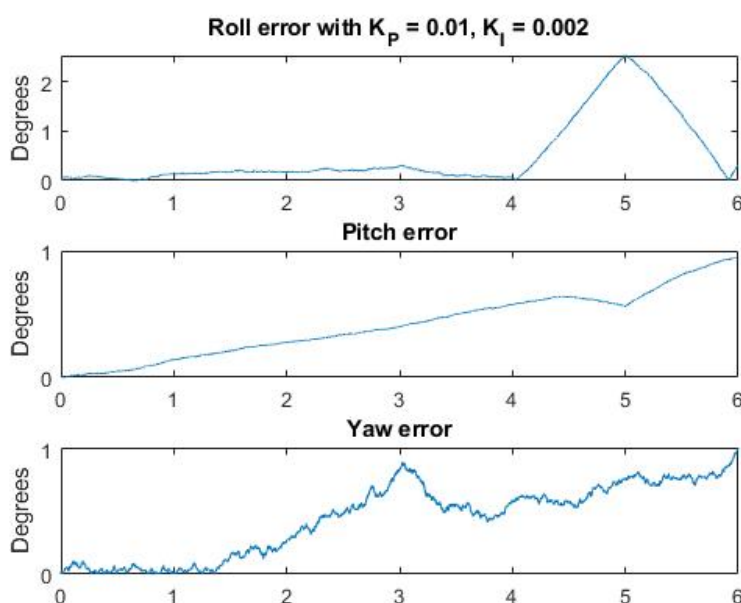
12. ábra. Komplementer szűrő második tesztjel becslési hibája.

5.2.2. Mahony szűrő

A rendszer teljesítményének vizsgálata során fix $K_P = 0.01$ és $K_I = 0.002$ értékeket állítottunk be, ami alapvetően fontos volt a rendszer stabilitásának megőrzése érdekében.

Első tesztjel

A 9. ábrán látható tesztjelre a Mahony szűrő becslései a 20. ábrán láthatóak.

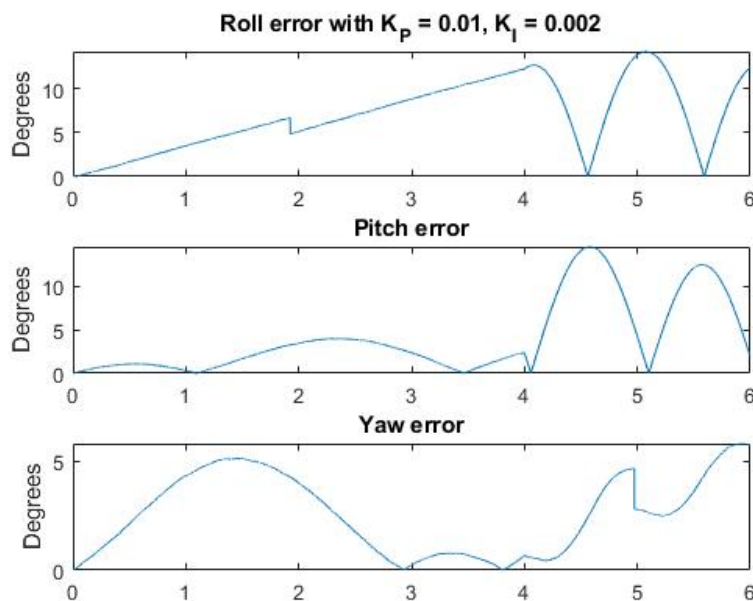


13. ábra. Mahony szűrő első tesztjel becslési hibája.

A 13. ábrán látható, hogy a Roll hiba jellemzően 1 fokos tartományon belül marad, ami relatív stabilitásra utal. Azonban egy kiugró csúcs figyelhető meg, ami valószínűleg egy egyedi zavar vagy mérési hiba eredménye lehet. A Pitch hibája folyamatosan növekszik, ami azt jelezheti, hogy a rendszernek problémái vannak a hosszabb távú stabilitás fenntartásával ebben a tengelyben de 1 fok alatti a hiba. A Yaw hiba viszonylag kisebb ingadozást mutat, ami azt sugallja, hogy ebben a tengelyben a rendszer jobban kezeli a hibákat.

Második tesztjel

A 10. ábrán látható tesztjelre a Mahony szűrő becslései a 21. ábrán láthatóak.



14. ábra. Mahony szűrő második tesztjel becslési hibája.

A 14. ábrán a Roll hibája egy sokkal dinamikusabb profilt mutat, több kiugró értékkel, ami instabilitásra utalhat. A Pitch és Yaw hibák hasonlóan viselkednek, ahol a Pitch nagyobb amplitúdójú ingadozást mutat, míg a Yaw inkább egy enyhe, de folyamatos emelkedő tendenciát. Ez azt jelzi, hogy bár a rendszer képes volt kezelni az irányítási feladatot, bizonyos paraméterek finomhangolása szükséges lehet a teljesítmény optimalizálásához.

Tesztjel	RMSE átlag
Első tesztjel	1.18404
Második tesztjel	5.61813

3. táblázat. Mahony szűrő tesztjel RMSE hibái.

5.2.3. Bővített Kálmán szűrő

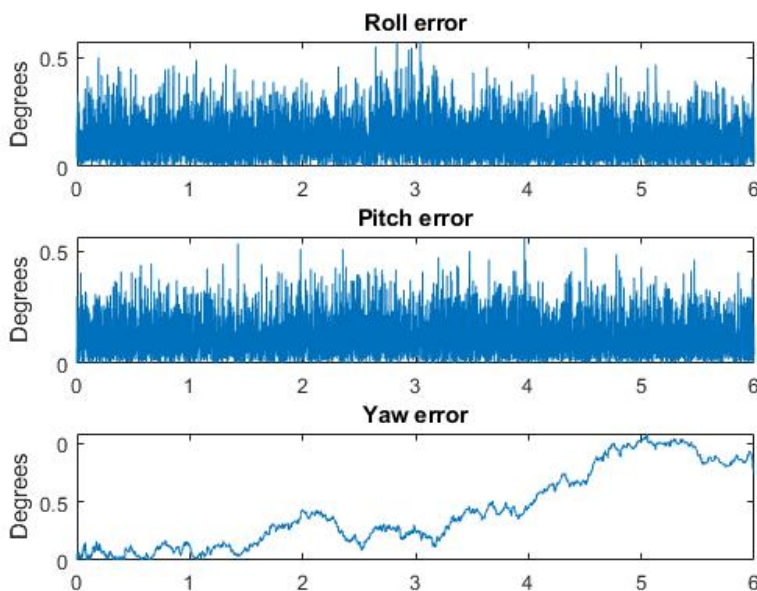
Az bővített Kálmán szűrő tesztjeihez három tesztjelet használunk, melyek bemutatásával szemléltetjük az EKF alkalmazásának eredményességét és megbízhatóságát különböző kö-

rülmények között. Minden tesztjel esetében egy-egy mérési folyamatot végeztünk el, amely során a Q mátrixot fix értékre állítottuk be, hogy kiküszöböljük a hibás becsléseket.

Az első két tesztjel esetében a mérések adatai pontosan illenek az EKF modelljének elvárásaihoz, így ezek segítségével demonstrálhatjuk az algoritmus pontosságát és hatékonyságát az ideális körülmények között. Ezek a tesztjelek lehetővé teszik számunkra, hogy bemutassuk, milyen eredményekre számíthatunk, ha a mérési adatok pontosak és mentesek a torzító tényezőktől.

Első tesztjel

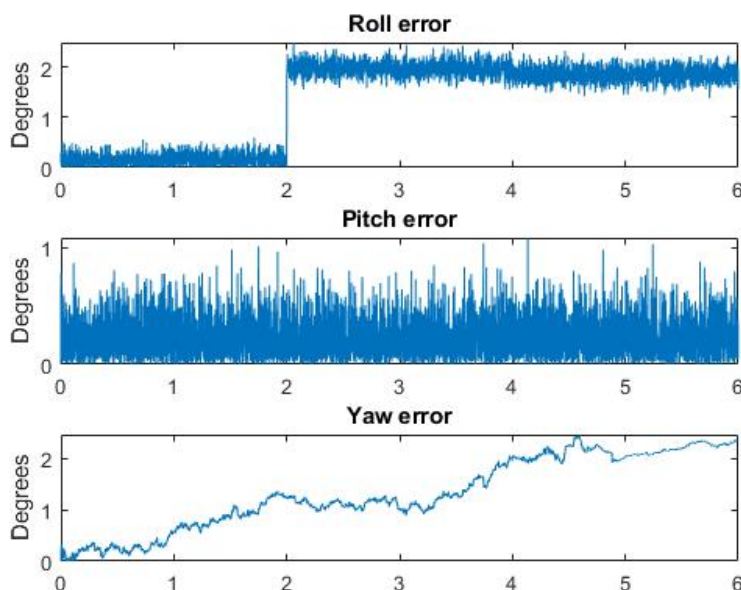
A 9. ábrán látható tesztjelre a bővített Kálmán szűrő becslései a 22. ábrán láthatóak.



15. ábra. Bővített Kálmán szűrő első tesztjel becslési hibája.

Második tesztjel

A 10. ábrán látható tesztjelre a bővített Kálmán szűrő becslései a 23. ábrán láthatóak.



16. ábra. Bővitett Kálmán szűrő második tesztjel becslési hibája.

Harmadik tesztjel

A harmadik tesztjel viszont szándékosan tartalmaz egy előre meghatározott konstans eltolást (megegyezik az első tesztjellel kivéve, a giroszkóp adataira rátettünk egy 0.5 rad/s konstans eltolást), amely arra szolgál, hogy ellenőrizzük az EKF képességét a hibás, vagy torzított adatok kezelésére. Ez a teszt kulcsfontosságú abban, hogy demonstráljuk amikor a bemeneti adatok nem teljesen megbízhatóak, vagy valamilyen ismert eltérést tartalmaznak, a becslés is hibás lesz.

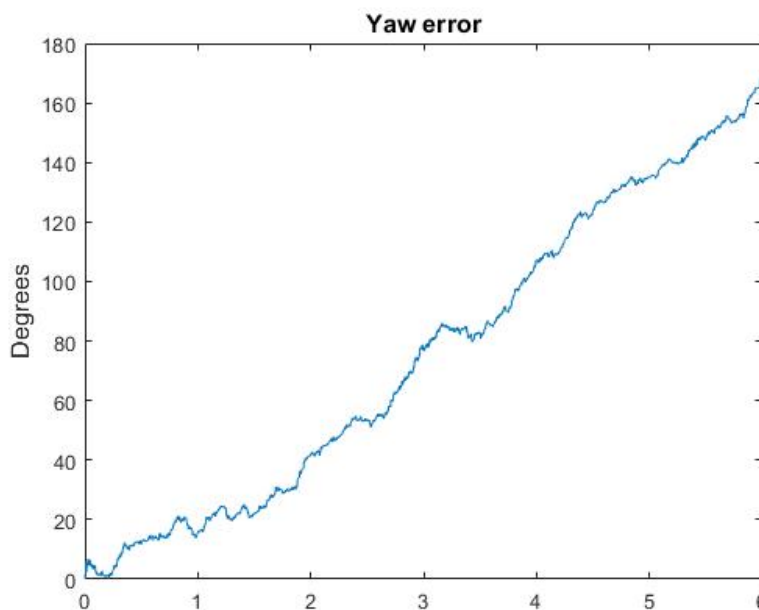
Erre a tesztjelre a bővitett Kálmán szűrő becslései a 24. ábrán láthatóak

Tesztjel	RMSE átlag
Első tesztjel	3.39826
Második tesztjel	5.71072
Harmadik tesztjel	11.64822

4. táblázat. Bővitett Kálmán szűrő tesztjel RMSE hibái.

Tesztjelek és Mérések

- Az első tesztjel esetében a roll, pitch és yaw hibák az idő függvényében viszonylag kis



17. ábra. Bővitett Kálmán szűrő harmadik tesztjel becslési hibája.

szórást mutatnak, a hibák kisebbek, mint 0.6 fok, kivéve a yaw tengelyt, ahol a hiba nagyobb. Az RMSE értékei ennek megfelelően alacsonyak.

- A második tesztjel esetében a roll hibája nagyobb szóródást mutat, akár 2 fokot is elérve, míg a pitch és yaw tengelyek hibái hasonló mintázatot követnek az első tesztjel-hez képest. Az RMSE értékek itt is hasonlóak, a pitch tengelyen kivételesen alacsony értéket mutatva, a roll és yaw tengelyeken magasabb értékeket produkálva.
- A harmadik tesztjel hibái jelentősen különböznek az első kettőtől a yaw tengelyen, ahol a hiba fokozatosan nő az idő folyamán. A yaw tengelyén megfigyelhető hiba fokozatos növekedése, ami arra utal, hogy az EKF-nek nehézségei vannak a bias követésével és korrigálásával az idő függvényében.

6. Összefoglalás

Ebben a dolgozatban a térbeli orientáció pontosságának javítására összpontosítottunk IMU-alapú szenzorfüziónál, kiemelve három kulcsfontosságú szenzort: gyorsulásmérőt, giroszkópot, és magnetométert. Ezek együttes alkalmazásával pontosabb és megbízhatóbb orientációt biztosítunk. Három szenzorfüzión algoritmus összehasonlítását végeztük el MATLAB környezetben, melyek közé tartozik a komplementer szűrő, a bővített Kálmán szűrő, és a Mahony szűrő. Ezek az algoritmusok segítenek a mérési zajok kezelésében és az információk pontosabb közlésében.

6.1. Eredmények értékelése

A szenzorfüzión technikák összehasonlítása során a különböző algoritmusok pontosságának és stabilitásának vizsgálata mellett figyelmet fordítottam a paraméterezésük finomhangolására is. Az eredmények egyértelműen rámutattak arra, hogy a Mahony szűrő stabilitásának és pontosságának megőrzéséhez kritikus a megfelelő K_P és K_I paraméterek meghatározása. A komplementer szűrőnél megfigyelt jelenség, hogy a nagyobb Beta értékek mellett a hibák kiugróan magasak voltak, rámutat a beállítások jelentőségére. További figyelemreméltó megállapítás volt, hogy a magasabb Threshold értékek kedvezőbbek lehetnek a rendszer általános stabilitásának szempontjából.

Az EKF tesztjelei kiemelkedően jól illeszkedtek a modell várakozásaihoz, ami alátámasztja az algoritmus pontosságát és megbízhatóságát ideális feltételek között. A harmadik tesztjel esetében a konstans eltolással okozott szándékos zavarok betekintést nyújtottak abba, hogyan reagál az EKF algoritmus torzított bemenetekre, és hogyan kezeli a nem várt hibákat. A dolgozatban kifejtett adatok és elemzések világos képet festenek arról, hogy a különféle szenzorfüzión algoritmusok hogyan teljesítenek különböző körülmények között, és hogyan lehet őket optimalizálni a lehető legjobb teljesítmény érdekében.

6.2. További kutatások

A jövőbeli kutatások során figyelmet kap a szenzorfüzión algoritmusok fejlesztése, különösen azok teljesítményének és valós idejű adatfeldolgozásának optimalizálása terén. Fontos célkitűzés az STM32 mikrovezérlőre szánt kódok és tesztek kidolgozása, amelyek még nem állnak rendelkezésre, de várhatóan jelentős mértékben hozzájárulnak az algoritmusok valós körülmények közötti validálásához. Ezen túlmenően, a felhasználói élmény javítása és a rendszer interaktivitásának növelése érdekében a grafikus felhasználói interfész fejlesztésére és a felhasználóbarát adatmegjelenítési technikák bevezetésére összpontosítani. Ezek a fejlesztések lehetővé teszik majd a felhasználók számára, hogy értelmezzék az orientációs adatokat.

Hivatkozások

- [1] Guowei Wan és tsai. “Robust and Precise Vehicle Localization based on Multi-sensor Fusion in Diverse City Scenes”. (). URL: <https://arxiv.labs.arxiv.org/html/1711.05805>.
- [2] Qingqing Li és tsai. “Multi Sensor Fusion for Navigation and Mapping in Autonomous Vehicles: Accurate Localization in Urban Environments”. (). URL: <https://arxiv.labs.arxiv.org/html/2103.13719>.
- [3] Yuming Yin és tsai. “Sensor Fusion of GNSS and IMU Data for Robust Localization via Smoothed Error State Kalman Filter”. *Sensors* 23.7 (2023), 3676. old. URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/23/7/3676>.
- [4] Gigi. *Accelerometers: Piezoelectric, MEMs and Piezoresistive Accelerometers Explained*. <https://www.seeedstudio.com/blog/2020/12/14/accelerometers-piezoelectric-mems-and-piezoresistive-accelerometers-explained/>. 2020.
- [5] James Doscher. *Accelerometer Design and Applications*. <https://web.archive.org/web/20081213000000/http://www.analog.com/>. Archived from the original on 13 December 2008. 2008. URL: <https://web.archive.org/web/20081213000000/http://www.analog.com/> (elérés dátuma 2008. 12. 23.).
- [6] Vittorio M. N. Passaro és tsai. “Gyroscope Technology and Applications: A Review in the Industrial Perspective”. *Sensors* 17.10 (2017). ISSN: 1424-8220. DOI: 10.3390/s17102284. URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/17/10/2284>.
- [7] Analog Devices. *MEMS Gyroscope Provides Precision Inertial Sensing*. <https://www.analog.com/en/resources/technical-articles/mems-gyroscope-provides-precision-inertial-sensing.html>. 2021. Month.
- [8] Steven A. Macintyre. *Magnetic field measurement*. ENG Net Base. Archived from the original (PDF) on 19 March 2015. 2000. URL: <https://web.archive.org/web/20150319000000/http://www.crcpress.com/> (elérés dátuma 2014. 03. 29.).
- [9] S. Sonmezoglu, I.B. Flader és tsai. “Dual-resonator MEMS Lorentz force magnetometer on (100) silicon”. *Journal of Microelectromechanical Systems* Volume Number.Issue Number (2021), Page Range. DOI: 10.1109/JMEMS.2021.3070198. URL: <https://www.mdpi.com/1424-8220/21/10/3070>.

- [//www.semanticscholar.org/paper/Dual-resonator-MEMS-Lorentz-force-magnetometer-on-Sonmezoglu-Flader/df6f33af58c9eff5eb1a16343836b5d192d36acb](https://www.semanticscholar.org/paper/Dual-resonator-MEMS-Lorentz-force-magnetometer-on-Sonmezoglu-Flader/df6f33af58c9eff5eb1a16343836b5d192d36acb).
- [10] *Endevco Technical Paper 324*. Accessed: 2024-04-06. 2019. URL: https://endevco.com/contentStore/mktgContent/endevco/dlm_uploads/2019/02/Endevco_TP324_REVISED.pdf.
- [11] *Gyro Noise and Allan Deviation + IMU Example* — *mwrona.com*. <https://mwrona.com/posts/gyro-noise-analysis/>. [Accessed 26-08-2023].
- [12] Jana Tóthová és tsai. “Langevin theory of anomalous Brownian motion made simple”. *European Journal of Physics* 32.3 (2011. márc.), 645. old. DOI: 10.1088/0143-0807/32/3/002. URL: <https://dx.doi.org/10.1088/0143-0807/32/3/002>.
- [13] *How do you calibrate an accelerometer?* — *vernier.com*. <https://www.vernier.com/til/418>. [Accessed 26-08-2023].
- [14] *Adafruit SensorLab - Gyroscope Calibration*. Accessed: 2024-04-07. Adafruit, 2020. URL: <https://learn.adafruit.com/adafruit-sensorlab-gyroscope-calibration>.
- [15] rikisenia.L. *Extended Kalman Filter Implementation - ThePoorEngineer* — *thepoorengineer.com*. <https://thepoorengineer.com/en/ekf-impl/>. [Accessed 26-08-2023].
- [16] László Galgóczi. *A kúpszeletekről I*. 2008. URL: https://galgoczi.net/anyagok/A%20kupszeletekrol_I.pdf.
- [17] Dr. Márton Lőrincz. *Robotok Geometriája és Kinematikája*. URL: https://www.ms.sapientia.ro/~martonl/Docs/Lectures/Robotok_Geometriaaja_Kinematikaja.pdf.
- [18] Joan Sola. *Quaternion kinematics for the error-state Kalman filter*. October 12, 2017.
- [19] G. Valenti Ivan Dryanovski Roberto G. Valenti és Jizhong Xiao. *Keeping a Good Attitude: A Quaternion-Based Orientation Filter for IMUs and MARGs*. 2015.