



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Szélessávú Hírközlés és Villamosságtan Tanszék

Komplex permeabilitás identifikációja ferritmagos tekercs időtartománybeli vizsgálatával

TDK dolgozat

2024.

Szerző:

Kullmann Barnabás

Konzulens:

Dr. Bilicz Sándor

Tartalomjegyzék

1. Kivonat	2
2. Abstract	3
3. Bevezetés	4
3.1. Motiváció	4
3.2. Ferritek előállítása	4
3.3. A ferritekben külső mágneses terek hatására végbemenő je- lenségek	5
3.4. A komplex permeabilitás identifikációja	6
4. A mérés elméleti leírása	7
4.1. A felvetés	7
4.2. A mérési elrendezés	7
4.3. A hálózat vizsgálata frekvenciatartományban	8
4.4. μ' és μ'' meghatározása	9
5. A mérés gyakorlati megvalósítása	11
5.1. A mérési elrendezés	11
5.2. Jelfeldolgozás	13
5.3. Fourier-transzformáció az FFT algoritmussal	14
5.4. A permeabilitás meghatározása	15
5.5. A menetkapacitások hatása a mérésre	16
6. A Kramers-Krönig reláció alkalmazása	19
6.1. Bonyodalmak a μ'' mérésénél	19
6.2. A Kramers-Krönig reláció	20
7. Az eredmény összehasonlítása a szakirodalomból vett ada- tokkal	21
7.1. A referenciamérés	21
7.2. A végeredmény kiértékelése	22
7.3. Továbbfejlesztési lehetőségek	23
8. Összegzés	25

1. Kivonat

A teljesítmény-elektronikában nagyon fontos szerepet játszanak a ferritmagos fojtótekercsek. Ezen eszközök, amelyek főleg a tápegységek kimenetein találhatóak meg, a nagyfrekvenciás zavarjelek csökkentésére szolgálnak, így az elektromágneses kompatibilitás (EMC) szempontjából igen lényegesek.

A kiszűrendő zajok spektruma igen széles, ezért az áramkör tervezéséhez szükséges a ferrit permeabilitásának ismerete egy széles frekvenciasávban. Ám ennek a meghatározása közel sem olyan egyszerű, a ferrit belsejében lejátszódó összetett folyamatok miatt. A ferrit permeabilitása egy komplex függvényként írható le, $\mu(f) = \mu'(f) + j \cdot \mu''(f)$ alakban. Ez nagyban függ a ferrit anyagi összetételétől és geometriájától, analitikus számítása bonyolult, leginkább méréssel lehet meghatározni. Ennek egy módszere az, hogy sok frekvencián megmérjük a ferritmagos tekercs impedanciáját, és ebből visszaszámoljuk a μ' és μ'' értékeket. Egy másik eljárás szerint egy időtartománybeli impulzust mintavételezünk, és abból nyerjük ki a permeabilitás értékét. Ennek előnye, hogy nem kell hozzá impedanciamérő eszköz, csak egy mintavételező, és egy feldolgozó egység.

Dolgozatomban ennek az időtartománybeli módszernek az alkalmazhatóságát fogom vizsgálni. Az anyagparaméterek identifikálásához egy impulzusgerjesztést adok a ferritmagos tekercsre, és annak mintavételezéséből a Fourier-transzformáció segítségével meghatározom az impedanciát, majd a μ' , μ'' paramétereket. A komplex permeabilitás valós és képzetes része közti összefüggést leíró Kramers-Krönig relációt is alkalmazom a pontosság növelésére. A kidolgozott módszerrel saját méréseket végzek, és azokat hasonlítom össze a számítások eredményével, valamint az irodalomból vett adatokkal.

2. Abstract

Chokes with ferrite cores play a very important role in power electronics. These devices, which are mainly found at the outputs of power supplies, are used to reduce high-frequency interference signals, so they are very important from the point of view of electromagnetic compatibility (EMC).

The spectrum of the noises to be filtered out is very wide, so for the design of the circuit it is necessary to know the permeability of the ferrite in a wide frequency band. But the definition of this is not nearly so simple, due to the complex processes taking place inside the ferrite. The permeability of ferrite can be described as a complex function, in the form $\mu(f) = \mu'(f) + j \cdot \mu''(f)$. This largely depends on the material composition and geometry of the ferrite, its analytical calculation is complicated, it can mostly be determined by measurement. One way to do this is to measure the impedance of the ferrite core coil at many frequencies and calculate the values μ' and μ'' from this. According to another method, a time-domain pulse is sampled and the permeability value is obtained from it. The advantage of this is that it does not require an impedance measuring device, only a sampler and a processing unit.

In my thesis, I will investigate the applicability of this time-domain method. To identify the material parameters, I will apply a pulse excitation to the ferrite core coil, and from its sampling, I will determine the impedance and then the parameters μ' , μ'' using the Fourier transformation. I also use the Kramers-Krönig relation, which describes the relationship between the real and imaginary part of the complex permeability, to increase the accuracy. Using the developed method, I make my own measurements and compare them with the results of the calculations and with the data taken from the literature.

3. Bevezetés

3.1. Motiváció

A ferritek ferromágneses kerámia anyagok, melyek oxidált vasból, és egyéb fémekből készülnek. Általában kemények és törékenyek, valamint rendkívül magas elektromos ellenállás és mágneses permeabilitás jellemzi őket. Széles körben alkalmazzák őket jelfeldolgozásban tekercsekhez (alacsony zajú erősítőként), és elektromágneses interferenciák elnyomására [1]. Emellett elterjedtek még a teljesítmény-elektronikában fojtótekercsek magjaiként, mivel a nagy ellenállásuk akadályozza az örvényáramok kialakulását. Ezért is fontos, hogy áramköri viselkedésüket pontos, könnyen előállítható modellekkel tudjuk szimulálni.



1. ábra. Ferrit magok[2]

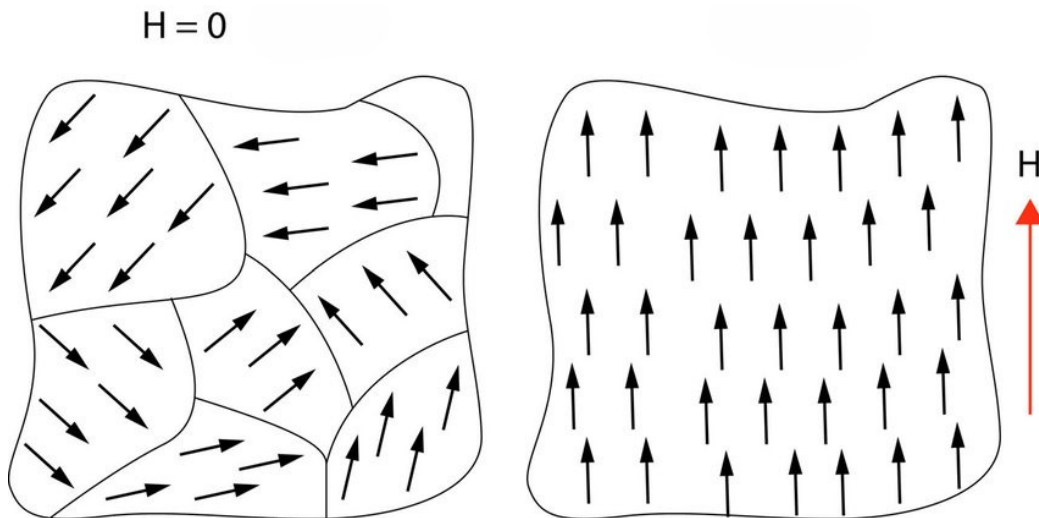
3.2. Ferritek előállítása

Ahhoz, hogy a ferritek viselkedését jobban megismerjük, szükséges megismerkedni a gyártásukkal is részben, mivel így megérthetjük a felépítésüket, és hogy miért bonyolult a permeabilitásuk meghatározása. A ferritmagokat

két lépésben állítják elő, melyek az őrlés, majd a szinterelés [3] (ez egy por-kohászati folyamat, mely során az anyagot hevítéssel és összenyomással egy szilárd tömbbé alakítják). Először a kerámia összetevőket megőrlik, $2\mu\text{m}$ -nél is kisebb darabokra, amely elég kicsi ahhoz, hogy minden darabka egy önálló mágneses domainből álljon. Utána ebből a porból szintereléssel létrehozzák a szilárd ferritet.

3.3. A ferritekben külső mágneses terek hatására végbemenő jelenségek

Az anyagban a mágneses domainek véletlenszerű orientációval helyezkednek el, de egy külső mágneses tér hatására egy irányba fordulnak. Ezzel a jelenséggel akár 10^5 nagyságrendű relatív mágneses permeabilitás is elérhető [4]. Ha a mágneses teret lekapcsoljuk, a domainek visszarendeződnek a semleges állapotukba.



2. ábra. A ferritben létrejövő domainek viselkedése mágneses erőter hatására

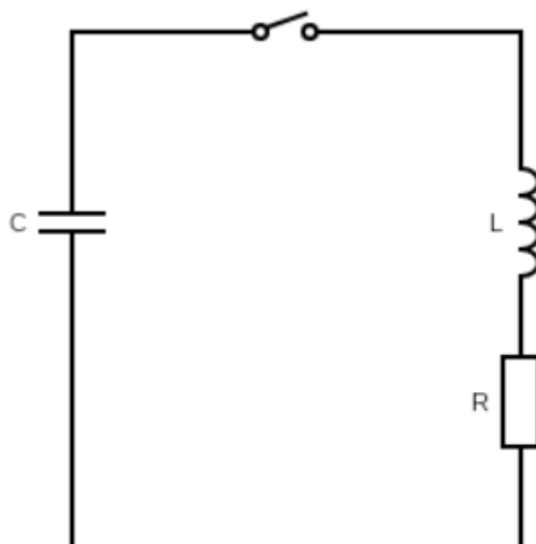
De mivel a domainek mozgása nem azonnali, a tehetetlenségük miatt, ezért nem tudják teljesen pontosan lekövetni a külső mágneses mező irányváltozását, emiatt a mágneses indukció és térerősség nem lesz azonos fázisban, ami veszteségeket okoz. Ennek leírására használjuk a komplex permeabilitást. A mágneses permeabilitást a definíció szerint:

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (1)$$

ahol B a mágneses indukció és H a mágneses térerősség komplex amplitúdója. Ha megengedjük, hogy μ egy komplex szám legyen, akkor könnyen modellezhetjük vele a B és a H közötti fáziskésést. Ez a komplex permeabilitás függ természetesen a mágneses térerősség váltakozásának frekvenciájától [5].

3.4. A komplex permeabilitás identifikációja

A komplex permeabilitás nemcsak az anyag kémiai összetételétől függ, hanem a mikrostruktúrájától is, mint például az összepréselt darabkák mérete és sűrűsége, valamint a ferrit geometriai tulajdonságai. Ezért a gyártás után nem lehet egyszerű számítással megadni, hanem ki kell mérni. Ebben az a nehéz, hogy a mérést elméletileg minden különböző frekvencián el kell végezni ahhoz, hogy megkapjuk a ferrit permeabilitásának pontos frekvenciafüggését. A gyakorlatban természetesen nem lehet végtelen sok mérést elvégezni, ezért a bevett módszer az, hogy megméri a permeabilitást jó pár frekvencián, és aztán a kapott adatokra illesztenek egy görbét. További modellezésként lehet a mért adatok felhasználásával egy közelítőleg ekvivalens áramkört tervezni, amely szimulálja a ferrit viselkedését [6]. Ennél sokkal jobb lenne, ha egy mérésből meg tudnánk határozni egy nagy sáv szélességű frekvenciatarományra a ferrit komplex permeabilitását.



3. ábra. A mérendő áramkör kapcsolási rajza

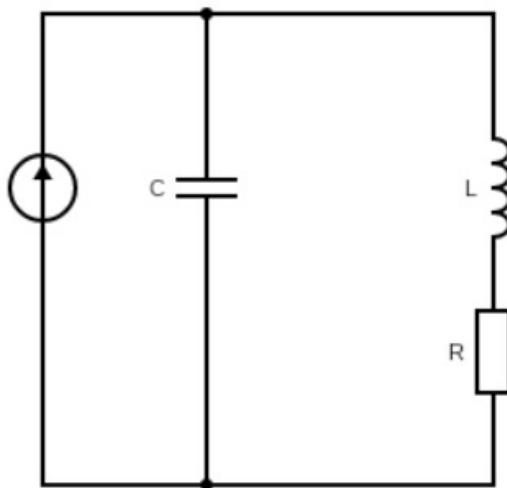
4. A mérés elméleti leírása

4.1. A felvetés

A legtöbb impedanciaanalizátor úgy méri meg egy ferritmagos tekercs impedanciáját, hogy egy ω_0 körfrekvenciájú szinuszos árammal gerjeszti azt, majd a feszültség amplitúdójából és fázisából kiszámítja a komplex impedanciát ω_0 -ra. Ehelyett lehetne azt az alternatív megoldást alkalmazni, hogy a tekercset egyszerre gerjesztjük minden frekvencián, és a válaszból kiszámoljuk a Fourier-transzformáció segítségével az átviteli karakterisztikát minden frekvenciakomponensre. Ehhez egy Dirac-delta gerjesztésre van szükségünk, mivel annak a spektruma konstans 1, tehát minden frekvencia ugyan akkora amplitúdóval szerepel benne.

4.2. A mérési elrendezés

A méréshez a 3. ábrán látható RLC kört használtam. A mérés során a tekercshez kötöttem egy kondenzátort egy kapcsolón keresztül. Az L modellezi a tekercs induktivitását és R pedig a tekercs vezetékének ohmos ellenállását.



4. ábra. Az ekvivalens áramköri modell

A kondenzátort U_0 feszültségre töltöm fel kezdetben, majd a kapcsoló zárása után rákapcsoltam a tekercsre. Ebben az áramkörben egy átkapcsolási jelenség valósul meg, aminek modellezéséhez a 4. ábra szerinti ekvivalens áramkör használható. A modellben már nem szerepel a kapcsoló, viszont a kondenzátorral van párhuzamosan kötve egy $CU_0\delta(t)$ áramú áramforrást. Ekkor ez az áramkör ekvivalens lesz a 3. ábrán szereplő áramkörrel, pontosan ugyanúgy fog viselkedni, mint az eredeti [7], és szerepel benne a $\delta(t)$ gerjesztés is, ami szükséges a nagy sáv szélességű vizsgálatához.

4.3. A hálózat vizsgálata frekvenciatartományban

A gerjesztés Fourier transzformáltja:

$$\mathcal{F}\{C \cdot U_0 \cdot \delta(t)\} = C \cdot U_0. \quad (2)$$

A hálózatban lévő (C, L, R) elemeket a komplex impedanciákkal helyettesíthetjük $(\frac{1}{j\omega C}, j\omega L, R)$, és így kiszámíthatjuk az áramforrásra kapcsolt

hálózatrész eredő impedanciáját:

$$Z_{\text{eredő}} = \frac{\frac{1}{j\omega C} \cdot (j\omega L + R)}{\frac{1}{j\omega C} + (j\omega L + R)}. \quad (3)$$

Ha az eredő impedanciát összeszorozzuk a gerjesztés Fourier-transzformáltjával, akkor megkapjuk a válasz Fourier-transzformáltját, ami a következőképpen alakul:

$$U(j\omega) = \frac{C \cdot U_0 \cdot (R + j\omega L)}{j\omega C \cdot (R + j\omega L) + 1}. \quad (4)$$

Ennek az egyenletnek az átrendezésével kifejezhetjük L -t:

$$L = \frac{1}{j\omega} \left(\frac{U(j\omega)}{C \cdot U_0 - j\omega \cdot C \cdot U(j\omega)} - R \right). \quad (5)$$

A válasz időfüggvényét meg lehet mérni egy oszcilloszkóppal, vagy bármilyen egyéb mintavételező áramkörrel. A $u(t)$ válasz mintavételezése után a vett mintákból közelítőleg elő lehet állítani az $U(j\omega)$ függvényt az FFT algoritmus segítségével. Az U_0 az $u(t)$ válasz értéke a t_0 időpillanatban. Mindezekből ki lehet fejezni az $L(\omega)$ függvényt az (5) egyenletbe való behelyettesítéssel.

4.4. μ' és μ'' meghatározása

Egy ferritmagos toroid tekercs induktivitása az alábbi képlettel határozható meg [8]:

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 A}{2\pi r}, \quad (6)$$

ahol:

- μ_0 a vákuum permeabilitása
- μ_r a ferit relatív permeabilitása
- A a tekercs keresztmetszete
- r a toroid átlagos sugara.

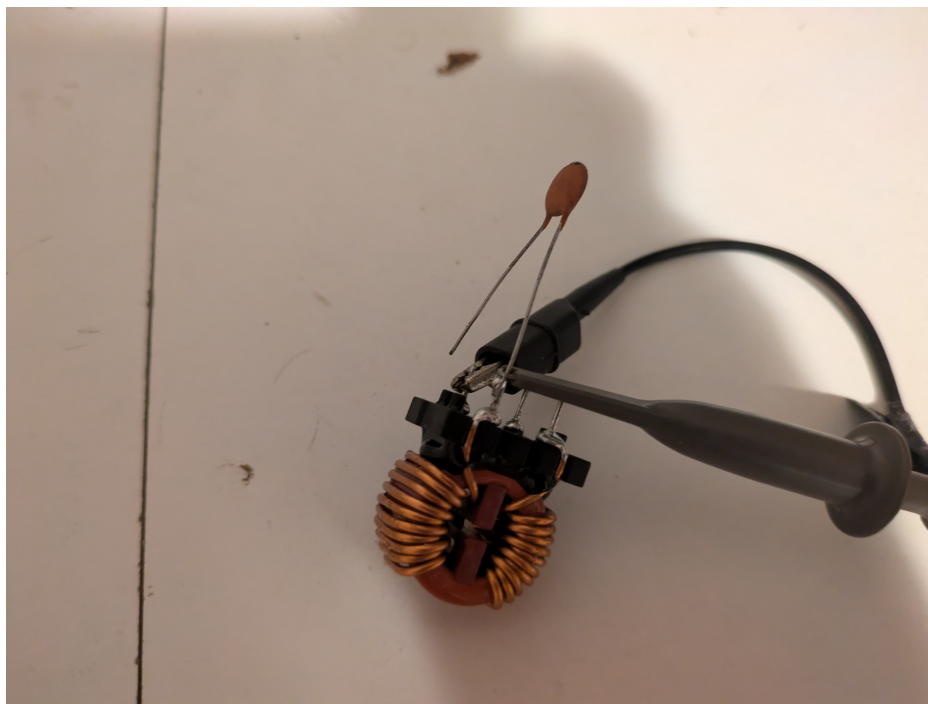
A mérés célja a μ_r meghatározása, amit az egyenlet rendezésével megtehetünk. (Ne felejtsük, hogy μ_r és ezért L is az ω gerjesztési körfrekvenciától függenek):

$$\mu_r(\omega) = \frac{2\pi r L(\omega)}{A N^2 \mu_0} \quad (7)$$

A tekercs veszteségeit is leíró komplex permeabilitás alakja a következő [9]:

$$\mu_r(\omega) = \mu'(\omega) - j \cdot \mu''(\omega), \quad (8)$$

ahol μ' határozza meg az induktivitást, μ'' pedig a veszteséget modellező tag. Ezeknek a függvényeknek az identifikálása a dolgozat első számú célja.



5. ábra. A mérési összeállítás

5. A mérés gyakorlati megvalósítása

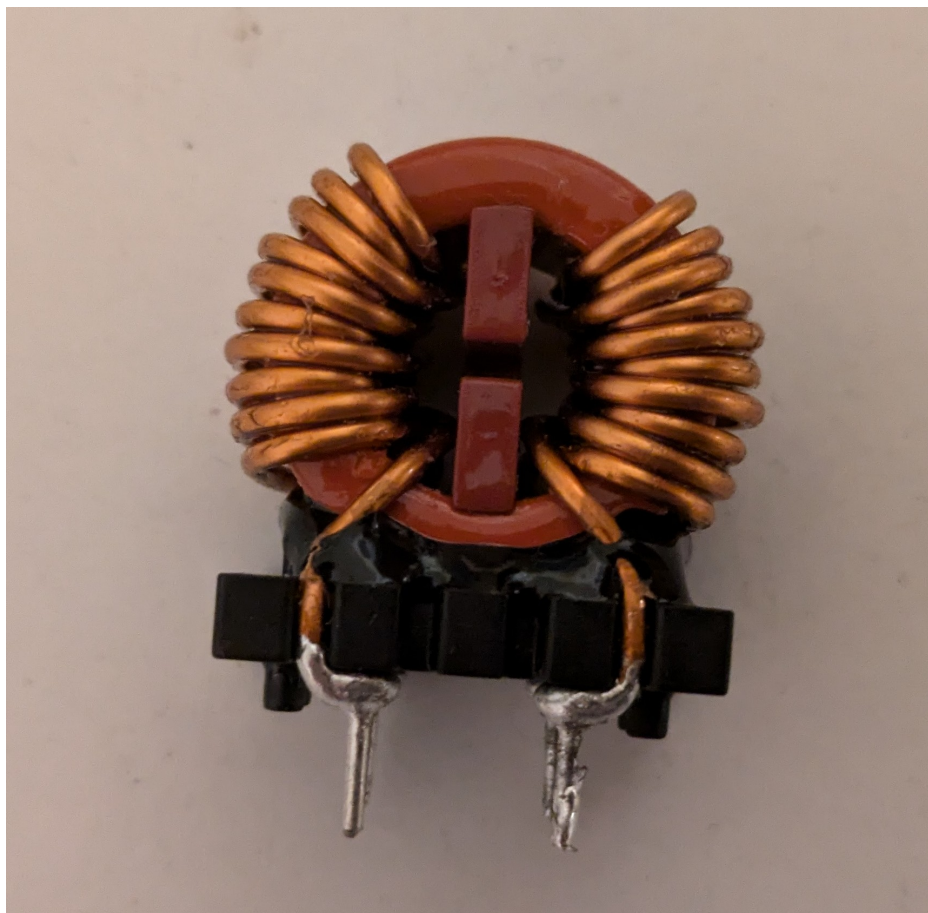
5.1. A mérési elrendezés

Az elméleti összefoglaló után a mérést meg kell valósítani a gyakorlatban is. A mérés fizikai összeállítása az 5. ábrán látható. A méréshez a 6. ábrán látható toroid tekercset használtam, amely paraméterei a következők:

- A toroid külső átmérője: $d_{\text{out}} = 25 \text{ mm}$
- A toroid belső átmérője: $d_{\text{in}} = 14.5 \text{ mm}$
- A toroid magassága: $h = 15 \text{ mm}$
- A tekercs menetszáma: $N = 10$

A ferritmagon két tekercs is van, én csak az egyiket használtam, a másik nem játszik szerepet a mérésben (szakadással van lezárva).

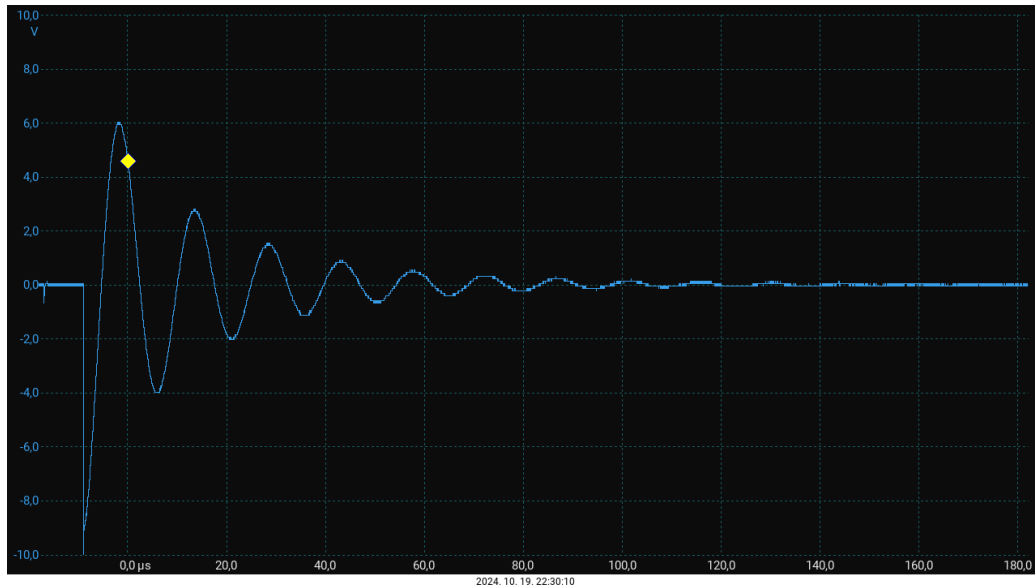
A kondenzátor egyik lábát hozzáferrasztottam a tekercshez, és a tekercs két kapcsára rákötöttem az oszcilloszkópot. A kondenzátor kapacitását $4,7 \text{ nF}$ értékűnek választottam meg, az értékét kapacitásmérő műszerrel pontosan kimértem. A tápegységgel feltöltöttem a kondenzátort, majd a másik



6. ábra. A méréshez használt tekercs (Würth 744825410)

lábát is hozzáérintettem a tekercshez, így ”zárva a kapcsolót”. A tápegység feszültségét úgy állítottam be, hogy elég nagy legyen, de még benne legyen az oszcilloszkóp mérési tartományában. A pontos érték nem releváns, a kondenzátor U_0 feszültségét úgy is a mért eredményekből, a mérés utáni számításokból határozhatjuk meg. A kondenzátorra negatív feszültséget kapcsoltam (az oszcilloszkóp mérőfejéhez képest), ennek a későbbi zavarmentesítésnél lesz fontos szerepe. A kapcsoló zárása után oszcilloszkóppal mértem a tekercsen eső feszültséget, és a 7. ábrán látható eredményt kaptam. A méréshez egy PicoScope 2205A eszközt használtam. Ennek a paraméterei a következők [10]:

- felbontás: 8 bit
- sávszélesség: 25 MHz



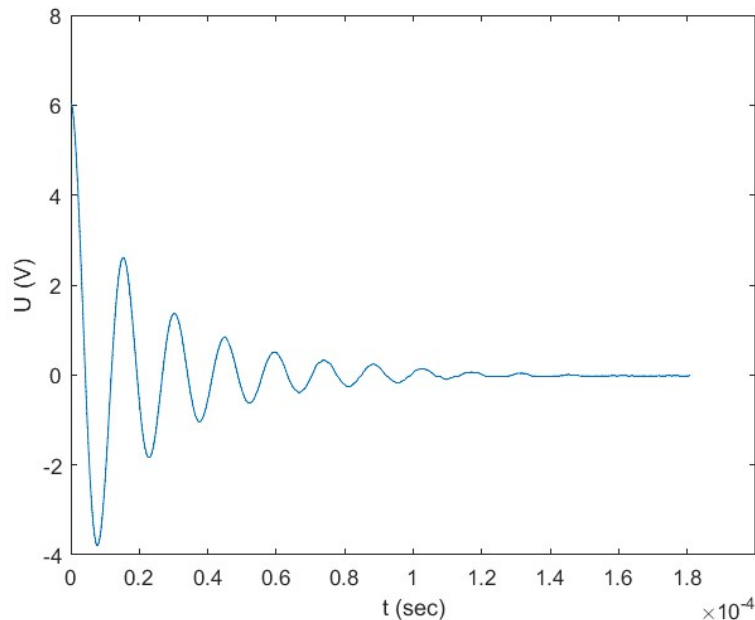
7. ábra. A tekercsen mért feszültség

- memória: 16 kiloSample
- ár (a dolgozat írásakor): 269 USD

Ezeknek az adatoknak a megadását azért találtam fontosnak, hogy látszódjon, hogy mérést igen egyszerű eszközökkel is el lehet végezni, és (amint azt a későbbiekben bemutatom) elfogadható pontosságot szolgáltat.

5.2. Jelfeldolgozás

Az eredményeket exportáltam egy MATLAB fájlba. Amint az látható a 7. ábrán, a bekapcsolásnál fellépnek zavarjelenségek a nem tökéletes és pillanatszerű érintkezés miatt, amik negatívan befolyásolnák a mérés eredményét. Ezek kiszűrést a t_0 bekapcsolási időpont jó megválasztásával értem el. A t_0 -nak azt a pillanatot jelöltem ki, amikor a kondenzátoron eső feszültség deriváltja először lesz 0. Az $i = C \cdot \frac{dU}{dt}$ összefüggés miatt ekkor a kondenzátoron áram nem folyik, viszont egy U_0 feszültség esik rajta. Ez matematikailag ekvivalens azzal, mintha az U_0 feszültségre feltöltött kondenzátor ebben a t_0 időpillanatban kapcsolódna rá a tekercsre. Viszont ekkora már a tényleges fizikai bekapcsoláskor fellépő, a nem tökéletes kapcsolásból adódó zavarok lecsengtek. Ezután a mért jelen még elvégeztem egy átlagolás is, hogy az



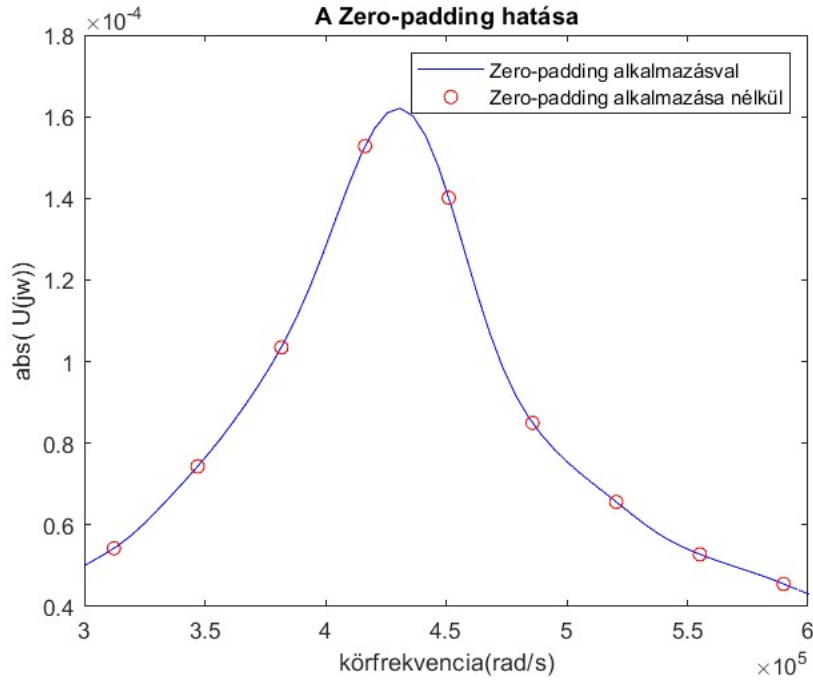
8. ábra. A jel a zavarok kiszűrése után

apró, külső forrásból és az oszcilloszkóp véges felbontásából származó zajok eltűnjenek. Így a végső, tisztított mérési eredmény a 8. ábrán látható.

Az így kapott, tiszta, zavarmentes adatokon végeztem el a további számításokat.

5.3. Fourier-transzformáció az FFT algoritmussal

A tekercs impulzusválaszának megmérése után az induktivitást az (5) egyenletből lehet meghatározni. Ebben az egyenletben szerepel az $U(j\omega)$, ami a hálózat impulzusválaszának Fourier-transzformáltja. Ennek meghatározásához egy FFT algoritmust kell futtatni az időtartományban mért értékeken. Az oszcilloszkóp limitációi miatt az $u(t)$ időbeli hossza $180 \mu\text{s}$. Ez azt jelenti, hogy frekvenciatartománybeli felbontás kb. 5500 Hz . Ilyen nagy lépésekkel a frekvenciaspektrum csak durva felbontással állítható elő. Annak érdekében, hogy a diszkrét Fourier transzformálás eredménye, $U(j\omega)$ minél jobban megközelítse az elméleti folytonos spektrumot, az ún. Zero-padding módszert alkalmaztam [11]. A Zero-padding során nullákkal egészítjük ki az eredeti mintasorozatot, hogy a mintavételezett adatok hosszát megnöveljük. Ez a művelet nem változtatja meg az eredeti jel frekvenciatartománybeli tartalmát, több szempontból is előnyös. Ha az eredeti jelhez nullákat adunk



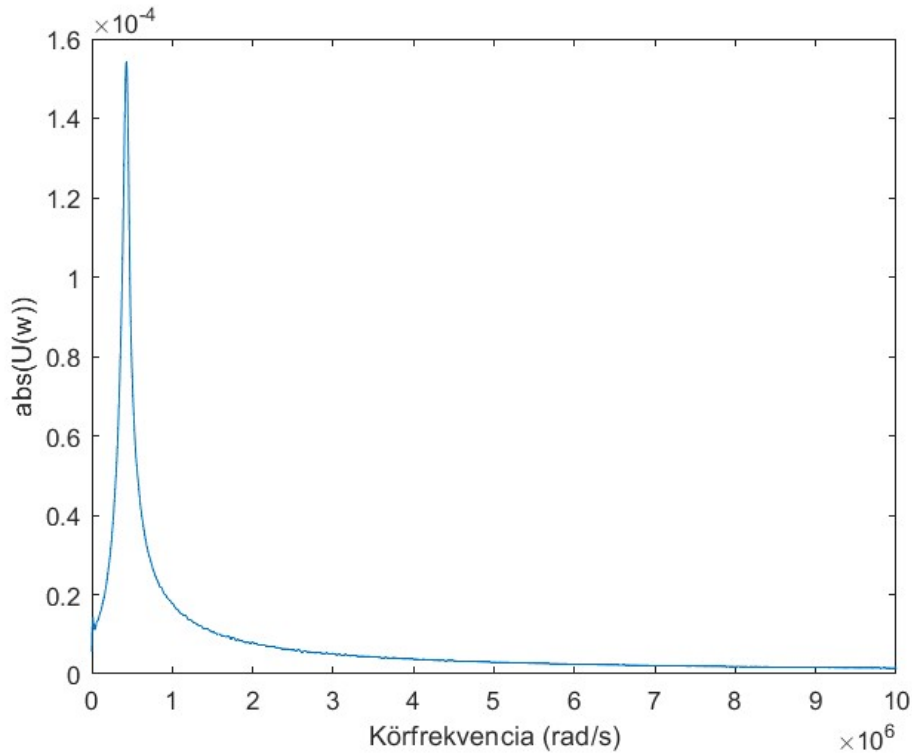
9. ábra. Példa a Zero-padding alkalmazására

hozzá, növeljük a minták számát, ami sűrűbbé teszi a frekvenciatérképet, így finomabb felbontást érhetünk el a spektrum vizsgálata során. Ezzel elkerülhetők a spektrum nagy ugrásai két pont között, és simább, jobban értelmezhető spektrális megjelenítés érhető el. Ebben az esetben az eredeti 9054 mintát 59504 mintára egészítettem ki. Így a végső eredményünk felbontása jobb lesz, pontosabban meg lehet majd határozni egy adott frekvenciához tartozó permeabilitást. Esetünkben a minták hozzáadása után az eredeti kb. 5500 Hz-es felbontásról 850 Hz-re nőtt a felbontás. Az FFT elvégzése után a 10. ábrán látható spektrum jött ki eredményül

5.4. A permeabilitás meghatározása

Miután a Fourier-transzformációval meghatároztuk az $U(j\omega)$ spektrumot, az (5) egyenletbe való behelyettesítéssel megkapható az $L(\omega)$ induktivitásfüggvényt is. A toroid tekercs induktivitását a (6) egyenlet írja le. Ebből az egyenletből a μ_r relatív permeabilitás átrendezéssel előáll:

$$\mu_r(\omega) = \frac{L(\omega)2\pi r}{N^2 A \mu_0}.$$



10. ábra. Az impulzusválasz spektruma

Ezután a $\mu'(\omega)$ és $\mu''(\omega)$ kifejezhető a (8) egyenletből:

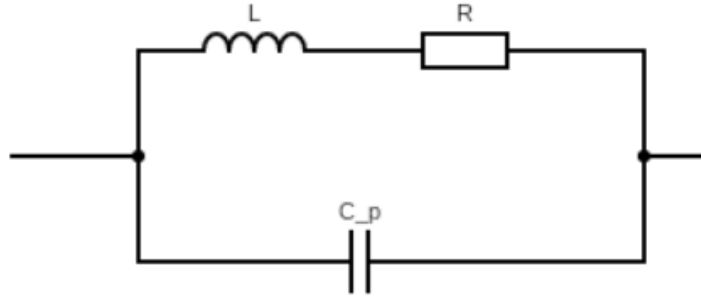
$$\mu'(\omega) = \text{Re}\{\mu_r(\omega)\}, \quad (9)$$

$$\mu''(\omega) = -\text{Im}\{\mu_r(\omega)\}. \quad (10)$$

5.5. A menetkapacitások hatása a mérésre

Minden mérés során fontos arra törekedni, hogy a méréshez alkalmazott modellünk jól leírjon minden olyan jelenséget, amely befolyásolhatja a mérés eredményét. Egy tekercs impedanciájának mérésekkor nagy frekvenciákon fontos számításba venni a menetkapacitások hatását is. Egy valós tekercset a 11. ábrán látható helyettesítőképpel lehet jól modellezni, ahol:

- L a tekercs induktivitása
- R a tekercs ellenállása



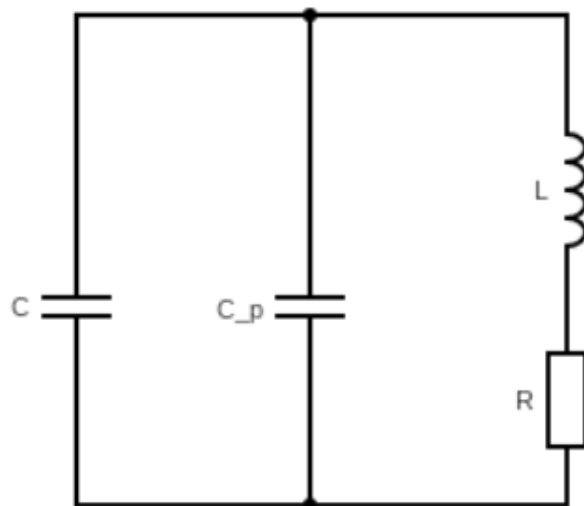
11. ábra. Tekercs helyettesítő képe

- C_p a menetkapacitás

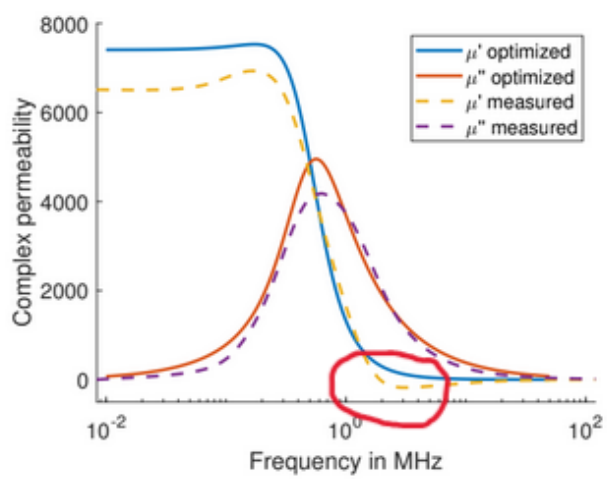
Az R_s a tekercs anyagának ellenállásából adódik, a C_p pedig a tekercs menetei közt kialakuló kapacitásból. Ezek a tagok a valóságos tekercs impedanciáját befolyásolják, az ideális $j\omega L$ alak helyett a következő alakban lesz felírható az impedancia:

$$Z_{\text{eredő}} = \frac{j\omega L + R}{1 + j\omega C_p + (j\omega)^2 LC_p} \quad (11)$$

Ez jelentősen befolyásolja az impedanciamérő műszerrel mért eredményeket (ha önmagában a tekercs impedanciáját mérjük), amelyek nagy frekvenciákon erősen el fognak térni a várt eredményektől. Ám a mi elrendezésünkben ez a zavaró hatás nem lép fel, hiszen az áramkörünk kapcsolási rajza a 12. ábrán látható. Vegyük észre, hogy ez a C_p menetkapacitás a C kondenzátorral párhuzamosan van kötve. Ekkor a két kondenzátort helyettesíthetjük a párhuzamos eredőjükkel, a kapacitásuk összeadódik. Mivel a C_p kapacitása a pF-os nagyságrendbe esik, C kapacitása nagyságrendekkel nagyobb lesz nála, és az eredményt a menetkapacitás értéke nem fogja jelentősen befolyásolni. Ez egy nagy előnye ennek a mérési módszernek az elterjedt, szinuszos gerjesztésű mérésekkel szemben. Még a szakirodalomban szereplő mérések közt is akad olyan, amelyekben a μ' értéke negatívnak adódik [12]. Ferromágneses anyagoknál ez nem jellemző, általában ezt a hibát a menetkapacitás okozza.



12. ábra. Az áramkör a menetkapacitással



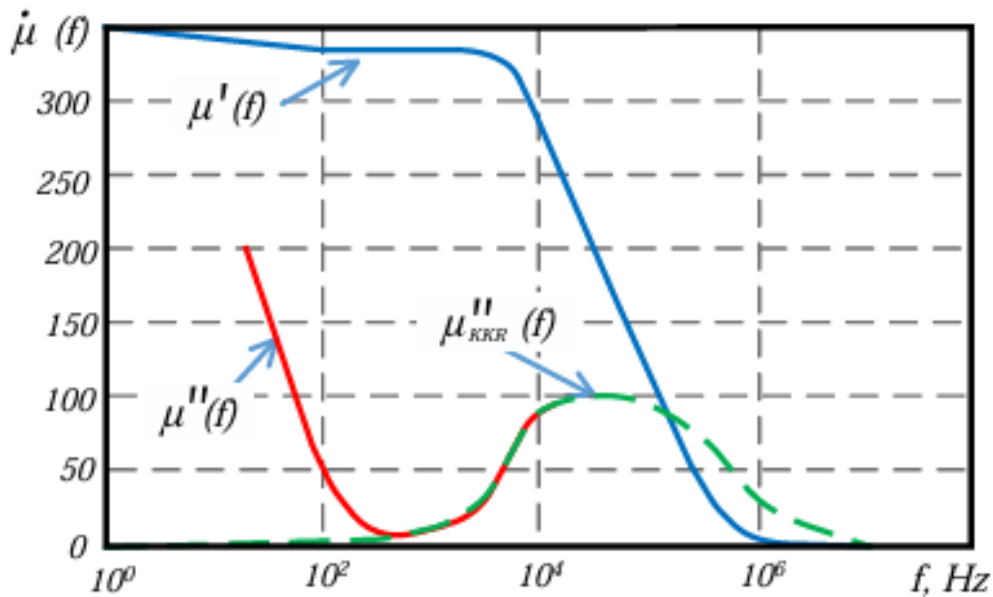
13. ábra. A parazita kapacitás hatásai [12]

A 13. ábrán bekarikázott résznél a mért μ' érték negatívba megy, ez a szerző szerint valószínűleg a menetkapacitás hatásának tudható be.

6. A Kramers-Krönig reláció alkalmazása

6.1. Bonyodalmak a μ'' mérésénél

A (9) és a (10) egyenletekben a μ' jelképezi a valós permeabilitást, μ'' pedig egyfajta veszteséget. A veszteség nagyrészt annak köszönhető, hogy a mágneses domainek a tehetetlenségük miatt nem tudják követni a H mágneses térerősség változását [13], és ezért egy fáziskülönbség alakul ki a B mágneses indukció, és a H mágneses térerősség között. Ennek a jelenségnek a hatása kis frekvenciákon sokkal kevésbé érzékelhető, mint nagyobb frekvenciákon, mivel alacsonyabb frekvenciájú H gerjesztés esetén a domaineknek sokkal kisebb gyorsulással kell követniük a H térerősség irányának változását, ezért a μ'' alacsony frekvencián nagyságrendekkel kisebb lesz a μ' -nél. Ez gondot jelenthet a mérésben, hiszen μ abszolút értékének megmérésekor fellépő kicsi relatív hiba a μ'' kiszámításánál nagy relatív hibát okoz.



14. ábra. Eltéérések alacsony frekvencián [14]

Ez a hiba szintén előfordul a szakirodalomban bemutatott méréseknél is [14]. Mint az a 14. ábrán is látható, a pirossal jelölt, μ'' kis frekvenciákon gyorsan növekszik, ami nem jellemző ferritekre. Ennek a kiküszöbölésére alkalmazhatók matematikai eszközök, mint például a Kramers-Krönig reláció.

6.2. A Kramers-Krönig reláció

A Kramers-König reláció egy analitikus komplex függvény, $f(\omega) = X_1(\omega) + jX_2(\omega)$ valós és képzetes része közti összefüggést ír le:

$$X_1(\omega) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{X_2(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega', \quad (12)$$

$$X_2(\omega) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{X_1(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega', \quad (13)$$

ahol X_1 a függvény valós része, X_2 pedig a képzetes, a P pedig a Cauchy-féle főérték. Ez a Cauchy-féle főérték azért fontos, mivel az $\omega = \omega'$ helyen az integrálandó függvénynek szingularitása van, az integrált nem lehetne definiálni[15]. Ebben az esetben segít a Cauchy-féle főérték, amely a szingularitásokat elkerüli úgy, hogy az integrálás tartományát a nem szinguláris részre szorítja. A Kramers-König összefüggések a Cauchy-féle residuum elvből vezethetők le, mely azt mondja ki, hogy egy analitikus komplex függvény zárt görbére értelmezett integrálja 0:

$$\oint_{\Gamma} f(z) dz = 0. \quad (14)$$

A kauzalitás miatt B értéke csak a H előzőleg felvett értékeitől függhet, ezért a függvény analitikus lesz, lehet alkalmazni rá a Kramers-Krönig relációt [13]. Az algoritmus implementációja MATLAB-ban elérhető [16], egy egyszerű függvényhívással használható. Ennek relációnak a segítségével meg tudom határozni a $\mu'(\omega)$ -ból a $\mu''(\omega)$ -t, ami jóval pontosabb lesz, mintha a (10) egyenletből határoztam volna meg.



15. ábra. A referenciaméréshez használt eszköz [17]

1. táblázat. A referenciamérés paramétereit

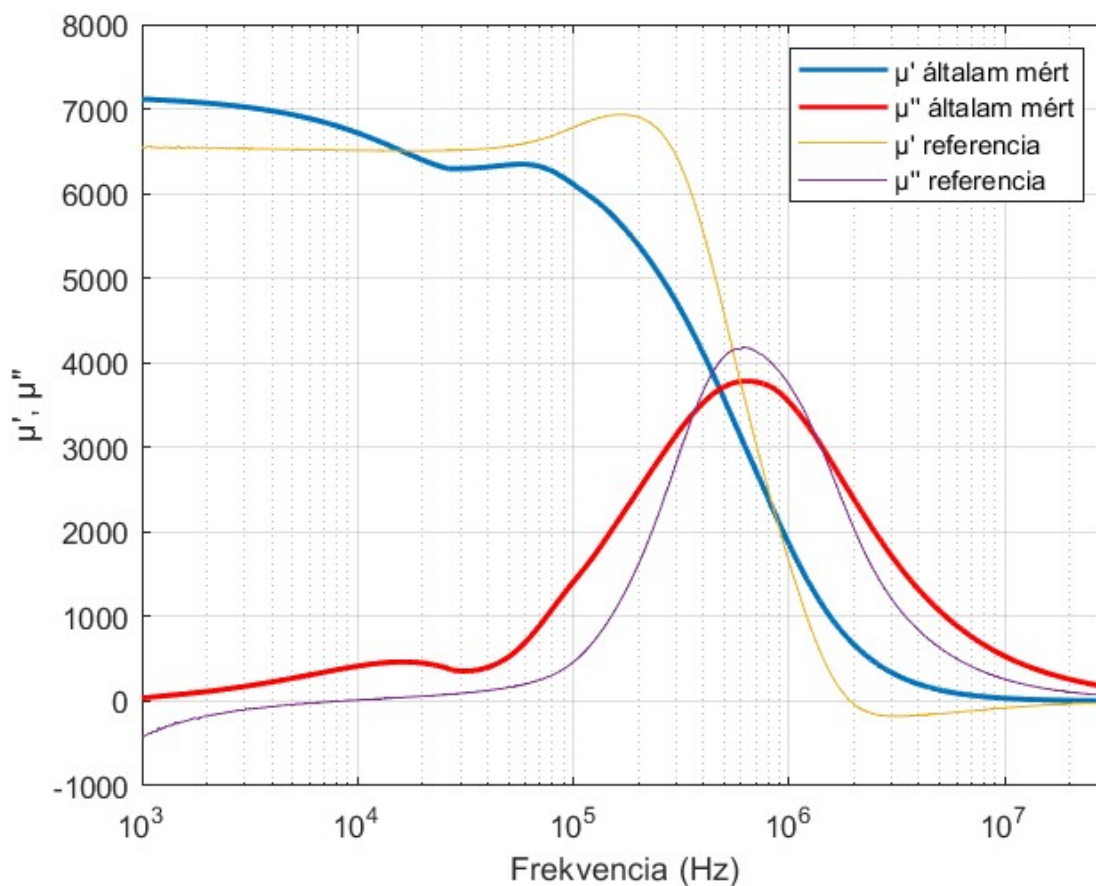
Eszköz	Agilent Technologies, E4990A-120
Frekvencia	1000.00 Hz 1200000000.00 Hz
Sweep típusa	Logaritmus
Pontok száma	601
Szoftver	Parallel Plate & Inductance Method 18.0.18061901

7. Az eredmény összehasonlítása a szakirodalomból vett adatokkal

7.1. A referenciamérés

Hogy meggyőződjünk a mérés helyességéről, a kapott eredményt összevetem a szakirodalomból vett adatokkal. A ferritmagon, amelyen a mérést végeztem, már végre lett hajtva egy mérés a ferrit gyártója által [12]. A mérést egy impedancia-analizátorral hajtották végre (15. ábra), mellyel sok különböző frekvencián megmérték a tekercs impedanciáját, és abból az eszköz szoftvere visszszámolta a μ' , μ'' értékeket.

Ennek a mérésnek a paramétereit az 1. táblázatban láthatók. A gyártó mérési eredményeit használom fel referenciának. Mivel a méréshez használt tekercs pontosan ugyanaz mindkét mérés esetén, ezért az összehasonlítás elég jó képet ad arról, hogy az én mérésem mennyire pontos, illetve, hogy mik az előnyei és hátrányai egy hagyományos impedancia-analizátoros méréshez képest.



16. ábra. A mérés eredményei

7.2. A végeredmény kiértékelése

Az általam mért adatok és a referencia mérés adatai a 16. ábrán láthatók.

Mint látható, az eredmények hasonlóak, az általam végzett mérés tehát jó közelítéssel visszaadja a permeabilitás értékeit. Fontos még megjegyezni, hogy a ferrit adatlapjában le van írva, hogy a mérés toleranciája $\pm 30\%$ [18], ebben a sávban benne van az én mérési eredményem. Az általam kidolgozott mérési eljárás az alábbi előnyöket nyújtja impedanciaanalizátoros méréssel szemben:

1. Nagy frekvenciákon a μ' értékének mérése.

Mint az látható a 16. ábrán, a referenciamérésben a μ' értékei 2 MHz körül negatívba mennek. Ez valószínűleg a menetkapacitások zavaró

hatásának tudható be. De mint ahogy azt az 5.5 bekezdésben is leírtam, az általam kidolgozott mérésben ezeknek a hatása elhanyagolható a menetkapacitással párhuzamosan kötött kondenzátor miatt.

2. Kis frekvenciákon a μ'' értékének mérése.

A referenciamérésben a μ'' értékei a kis frekvenciákon negatív értékeket vesznek fel. Ez azt jelentené, hogy a ferrit vesztesége negatív, vagyis kis frekvenciákon a tekercs egy aktív alkatrészként működik, ami nem lehetséges. Ennek a hibának az elkerülésére alkalmaztam a Kramers-Krönig módszert, ezért az általam mért értékek sokkal közelebb állnak a valósághoz.

3. A mérési pontok száma.

Az impedanciaanalizátor a sweep során összesen 602 ponton mérte meg a permeabilitást, logaritmikus beosztással. Az én mérésemben 54527 pont van (az 5.3 bekezdésben tárgyalt Zero-padding miatt). Ez lehetővé teszi azt, hogy nagy frekvenciákon is sokkal jobban lehessen közelíteni a permeabilitást.

4. Az eszközök elérhetősége.

És végezetül egy utolsó, gyakorlatias összehasonlítás: Az általam használt műszer ára a dolgozat írásának idejében 269 USD volt, az impedanciaanalizátor ára pedig 79.457 USD (mindkét műszer ára a gyártó hivatalos honlapján szereplő ár). Ilyen drága műszerek nem minden laborban fordulnak elő, nem mindenki számára elérhetők. Ezzel ellentétben egy oszcilloszkóp majdnem minden elektronikával foglalkozó laborban megtalálható, és sokkal olcsóbban beszerezhető. A kidolgozott módszerrel a ferrit permeabilitásának frekvenciafüggését ki tudtam mérni a saját amatőr eszközparkommal is, költséges berendezések használata nélkül.

7.3. Továbbfejlesztési lehetőségek

A mérési eredmények pontosságát alapvetően két módon lehet javítani: nagyobb mintavételezési frekvenciával és nagyobb mintavételi időablakkal. Az első megoldás könnyen megvalósítható egy nagyobb sávszélességű oszcilloszkóppal, a második azonban már nehezebb. A probléma az, hogy a rezgőkör csillapítása túl nagy, az impulzusválasz túl gyorsan lecseng, és hiába növelem a mérés idejét, egy idő után már a feszültséget elhanyagolhatóan kicsinek fogja mérni az oszcilloszkóp. Ennek elkerülése érdekében egy nagyobb jósági tényezőjű rezgőkört kéne összeállítani, például úgy, hogy

egy nagyobb menetszámú tekercsen végzünk méréseket. Ezen felül még a mérési mechanizmuson is lehet javítani, automatizálni. Legfőképpen egy MOSFET tranzisztor beiktatásával kapcsolónak. Könnyen belátható, hogy a kézi összeérintéses módszer nem igazán konzisztens. Ahhoz, hogy a mérés a gyakorlatban is alkalmazható legyen, feltétlenül szükséges egy e célra megtervezett mérőáramkör összeállítása. A dolgozatom célja azonban csak a mérés működési elvének leírása, kipróbálása és értékelése volt.

8. Összegzés

Egy ferrit komplex permeabilitásának frekvenciafüggésének mérése igen összetett feladat, tökéletes megoldás nem létezik, a szakirodalomban máig születnek újabb cikkek ebben a témában. A dolgozatomban kidolgoztam egy mérési módszert, amelynek több előnye van a leginkább elterjedt, impedanciaanalízatoros méréssel szemben. Ezt a mérést megvalósítottam a gyakorlatban is, és a kapott eredményeket összevetettem a szakirodalomban szereplő értékekkel.

A dolgozatban bemutattam, hogy a permeabilitás mérése Dirac-impulzus gerjesztéssel egy működőképes módszer. A mérési adatok feldolgozása során számos jelfeldolgozási módszert alkalmaztam, többek között a zero-padding FFT algoritmust és a Kramers-Krönig relációt. A mérés pontosságának határt szabnak az oszcilloszkóp paraméterei, de precízebb mérési elrendezésekkel, és jobb műszerekkel a pontosság javítható. A mérési módszer egyik legnagyobb előnye, hogy sokkal olcsóbb, könnyebben elérhető eszközökkel kivitelezhető, és a bemutatott példa tanúsága szerint közel azonos pontosságot szolgáltat, mint az impedanciamérést alkalmazó eljárás.

Hivatkozások

- [1] Mireia Alenyà Sistané. “Permeability characterization of ferrites in the radio frequency range”. Dipl. Barcelonai Egyetem, 2016.
- [2] Vidhata Electronics. 2024. URL: <https://www.exportersindia.com/vidhataelectronics/>. Hozzáférés: 2024.11.03.
- [3] G.E. Schaller és J. Ings. “New processing technique yields large ferrite components”. *Digest of Technical Papers. 11th IEEE International Pulsed Power Conference*. 2. köt. 1997, 1653–1656. old.
- [4] Nic Hamilton. “The small-signal frequency response of ferrites”. *High frequency electronics* 10.6 (2011), 36–52. old.
- [5] Vytautas Dumbrava és Linas Svilainis. “Measurement of complex permeability of magnetic materials”. *Measurements* 37.1 (2006), 27–32. old.
- [6] H Saotome és K Tachibana. “Frequency Characteristics of the Complex Permeability of Ferrites”. *Journal of the Magnetics Society of Japan* 22.97 (1998), 289–291. old.
- [7] Fodor György. *Hálózatok és rendszerek analízise 2*. Műegyetemi Kiadó, 1993.
- [8] Budó Ágoston. *Kísérleti fizika 2*. Tankönyvkiadó, 1968.
- [9] Fodor György. *Elektromágneses terek*. Műegyetemi Kiadó, 2005.
- [10] *PicoScope 2200A Series*. Pico Technology Ltd. 2016.
- [11] Richard G Lyons. *Understanding digital signal processing, 3/E*. Pearson Education India, 1997.
- [12] Arnold Bingler és tsai. “Surrogate Model-Based Parameter Identification for 3-D Modeling of Common Mode Chokes”. *IEEE Transactions on Magnetics* 60.3 (2024), 1–4. old.
- [13] Walter G Fano, Silvina Boggi és Adrián C Razzitte. “Causality study and numerical response of the magnetic permeability as a function of the frequency of ferrites using Kramers–Kronig relations”. *Physica B: Condensed Matter* 403.4 (2008), 526–530. old.
- [14] Nikolajs Ponomarenko, Tatjana Solovjova és Juris Grizans. “The use of Kramers-Kronig relations for verification of quality of ferrite magnetic spectra”. *Electrical, Control and Communication Engineering* 9.1 (2015), 30–35. old.
- [15] Dr. Horváth Zoltán. *Fizikai optika*. Szegedi Tudományegyetem, 2014.

- [16] Matlab Inc. 2024. URL: <https://www.mathworks.com/help/signal/ref/hilbert.html>. Hozzáférés: 2024.11.03.
- [17] Keysight Technologies. 2024. URL: <https://www.keysight.com/us/en/product/E4990A/impedance-analyzer-20-hz-10-20-30-50-120-mhz.html>. Hozzáférés: 2024.11.03.
- [18] *744825410 WE-CMB Common Mode Power Line Choke*. Würth Elektronik. 2023.