



OTDK DOLGOZAT

Áram-fázis reláció vizsgálata mikrohullámú méréstechnika segítségével

Kóti Dávid Attila

Témavezető:

Dr. Scherübl Zoltán

tudományos munkatárs

BME TTK Fizikai Intézet

Fizika Tanszék

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM

2025

Tartalomjegyzék

1. Bevezető	1
1.1. A dolgozat célja	2
2. Elméleti alapok	3
2.1. Josephson-átmenet	3
2.2. SQUID	4
2.3. Az áram fázis reláció nem szinuszos	6
2.4. Szuperáram interferencia kiterjedt átmenetekben	7
2.5. Síkrezonátorok	9
3. Mérési összeállítás	12
3.1. InAs 2DEG	12
3.2. Mérési geometria kialakítása	13
3.3. Mérési geometria	14
3.4. Eszközök	16
4. Transzmisszióból áram-fázis reláció	18
5. Mérések	21
5.1. Áram-fázis reláció	24
5.2. Szuperáram-interferencia	28
5.3. Síkbeli mágneses tér	31
5.3.1. Szuperáram anizotrópia	32
5.3.2. Fraunhofer aszimmetria	35
6. Kitekintés	38
6.1. Koherensen csatolt átmenetek	38
6.2. TWPA	39
7. Összefoglalás	40
8. Köszönetnyilvánítás	41
A1. Appendix	43

1. Bevezető

Napjaink intenzíven kutatott területe a kvantumszámítás. Ezen belül is különösen sokakat foglalkoztat a kvantumszámítógépek létrehozásának lehetősége. Ennek alapja, hogy képesek legyünk létrehozni, csatolni és manipulálni olyan rendszereket, melyek képesek koherensen megőrizni kvantumállapotukat. [1] Így elérhető, hogy a rendszer méretével exponenciálisan skálázódjon az elérhető állapotok száma. Ekkor azt mondhatjuk, hogy egy fizikai művelet során gyakorlatilag több számítást végzünk. Képesek lehetünk olyan számítások elvégzésére, mely hagyományos számítógépekkel elképzelhetetlenül hosszú ideig tartana.

Egy általános célú kvantumszámítógép megvalósításnál, a többállapotú rendszerek komplikációinak elkerülése végett, célszerű kétállapotú rendszereket alkalmazni. Ezek a kvantumbitek létrehozhatók többféleképpen, például egyedileg manipulálható spinekből, csapdázott atomokból, vagy fotonokból is, azonban a legígéretesebbnek a szupravezető áramkörök használata tűnik. Ilyen áramkörökből, úgynevezett tranzmonokból, már több kvantumszámítógép is készült, melyek akár több száz kvantumbitet is tartalmaznak. [3] A számításokhoz használt állapotok rendkívül érzékenyek, jelenleg a műveletek szignifikáns százaléka hibás. Ennek következtében a jelenleg elérhető rendszerekkel végzett kvantumszámítás a gyakorlatban nem használható jól. Legtöbbször még hagyományos számítógépekkel hatékonyabban szimulálhatjuk a kvantumszámítógépek működését, mintha magát a kvantumszámítógépet használnánk. Azt mondhatjuk, hogy még nincs meg a kvantumfölény. Ennek javítására az egyik lehetőség, hogy olyan kvantumbiteket készítsünk, melyek a különböző lokális hibaforrásokkal szemben védettek.

Az ilyen úgynevezett „topologikus védelemmel” ellátott kvantumbit legegyszerűbb megvalósítása lehet a Kitajev-transzmon. Ebben kihasználjuk, hogy egy ügyes ötlet segítségével létrehozhatunk Majoranna-kvázirészecskéket szupravezetőkben. [4] Ezeket a kvázirészecskéket térben szeparáltan hozzuk létre, páronként. A pár tagjai, mivel térben szeparálva vannak, robusztus állapotokat hozhatnak létre, melyek ellenállóak csak a pár egyik tagját érintő perturbációval szemben.

A részecskéket egy tranzmon áramkörbe építve olyan rendszert kapunk, mely a „hagyományos” tranzmonokhoz kidolgozott mikrohullámú technológiával manipulálható.

Az „ügyes ötlet” - a Kitajev-lánc (innen a kvantumbit elnevezése is) - megvalósításához szükséges egyelektron helyeket létrehozni. Ezeket a helyeket precízen csatolni kell a Majoranna-részecskék létrehozásához. A szomszédos helyek közötti csatolásban egy „hopping” és egy párosodási tagnak kell megjelennie, melyek ugyanolyan erősségűek. Tehát olyan platformot érdemes alkalmazni, melyben a két csatolás egymáshoz képest *in-situ* hangolható. Ezt például a spin-pálya kölcsönhatás (SPK) segítségével tehetjük meg. [2] Mivel a tranzmonok manipulációja nagyfrekvenciás jelekkel történik, ezért a platformnak jó mikrohullámú tulajdonságok is szükségesek. Ezen kívánalmaknak eleget tesz a megfelelő félvezetőkől kialakított kétdimenziós elektrongáz (2DEG).

A kutatócsoport¹ egyik hosszútávú célja egy ilyen kétdimenziós elektrongázon kialakítani Kitajev-transzmon kvantumbiteket, mely rendszert ezidáig még senkinek sem sikerült létrehoznia. A cél eléréséhez szükséges az alkalmazott 2DEG tulajdonságainak megismerése, és az abból kialakítható egyszerű áramkörökkel méréseket végezni. Az első feladat

¹Szupravezető Nanoelektronika Momentum Kutatócsoport

tehát olyan rendszer megmérése volt, mely egy transzmon áramkör néhány esszenciális elemét tartalmazza.

1.1. A dolgozat célja

Az én feladatom a 2DEG platform tulajdonságainak megismerésére irányuló kísérletek elvégzése volt.

Egy olyan nagyfrekvenciás, rezonáns áramkört alakítottunk ki, melyben egy alagútátmenet tulajdonságait vizsgálhatjuk, akár mágneses környezetben. A mérés célja tehát az volt, hogy megmutassam, hogy a nagyfrekvenciás rendszerrel lehetséges az alagútátmenet tulajdonságainak kimérése, illetve az, hogy az alagútátmenetet karakterizáljam. Ennek során először, így egyedülállóan, nagyfrekvenciás mérés technika segítségével sikerült kimérni a mágneses térbe helyezett alagútátmenetekre jellemző interferencia mintázatot. Az interferencia mintázatnak megfigyeltük a kevesek által észlelt aszimmetrikus torzulását is.

A dolgozat 2. fejezetében ismertetem a megértéshez szükséges elméleti alapokat. Bemutatom az alagútmenetek alapvető elméletét, később röviden ismertetem a mikroszkopikus tárgyalást is. Bemutatom a logikáját annak a geometriai elrendezésnek, melyben a méréseket elvégeztük, illetve levezetem a mágneses térbe helyezett átmenetekre jellemző interferenciámintázatot. Végül adok egy gyors áttekintést a hullámvezetőkől kialakított nagyfrekvenciás rezonátorokról.

A 3. fejezetben először áttekintem a 2DEG-et kialakító heteroszerkezetet, illetve, hogy milyen módszereket használunk a mérési geometria kialakításához. Ezután rátérek magának a mérési geometriának az ismertetésére, hogy az olvasó tisztában legyen a részletekkel. Ez fontos, hiszen a következő részekben egy komplex kiértékelési folyamat kerül bemutatásra, mely megértése a geometria nélkül nehézkes. Még a 3. fejezet végén bemutatom a méréshez használt műszereket, eszközöket.

Az ezután következő 4. fejezet a mérés szempontjából lényeges, melyben közlöm a műszerrel mérhető paraméterek és az alagútátmenet tulajdonságai közötti alapvető analitikus összefüggéseket. A konkrét mérési rendszerre történő specializálás Scherübl Zoltán & Fülöp Gergő érdeme.

A kísérleteim lényegét az 5. fejezetben közlöm. Először bemutatom a kiértékelés alapjait, majd rögtön bemutatom azokat a méréseket, melyek a 2DEG elektronsűrűségének hangolhatóságát mutatják meg az áram-fázis reláció segítségével. Ezután rátérek az interferenciámintázat meghatározásának módjára. Az eszközt a 2DEG síkjával egybeeső mágneses térbe helyezem és megmutatom, hogy az alagútátmeneten folyó áram anizotropiát mutat a mágneses tér irányának függvényében. Végül ebben az esetben is bemutatom az interferenciáméréseket, melyben felfedezhető a fentebb említett aszimmetria. A 6. fejezetben ismeretem a további haladási irányt, illetve, hogy a mérési rendszert hogyan fejlesztettük tovább.

2. Elméleti alapok

A következő fejezetekben a méréseim megértéséhez szükséges elméleti alapokat mutatom be. Amennyiben valaki jártas a dolgozat témakörét illetően (Josephson-átmenetek, SQUID, mikrohullámú rezonátorok) a jelen fejezetet akár ki is hagyhatja.

2.1. Josephson-átmenet

Az összes tranzsmon-szerű áramkörben szükséges egy nem lineáris áramköri elem, melyet egy Josephson-átmenet (JÁ) nevet viselő alagútátmenet formájában valósíthatunk meg. A mért eszközben is a központi szerepet egy ilyen elem foglalta el. Ezért szükséges megismerkedni a Josephson-átmenetekkel. [5]

Vegyünk egy szupravezetőt (S). A szupravezetést kiváltó részecskék - a Cooper-párok - a szupravezető kritikus hőmérséklete alatt kondenzátumot alkotnak, a továbbra is jelenlevő normál állapotú elektronok mellett. A szupravezetési jelenségek lényegi leírásához nem szükséges a normál elektronok figyelembevétele, így azt mondhatjuk, hogy S a kondenzációnak köszönhetően egy globális $\Psi = \sqrt{\rho} \cdot e^{i\varphi}$ hullámfüggvénnyel jellemezhető, ahol ρ a szupravezető részecskék sűrűsége és φ a szupravezető fázisa [6]. Most válasszuk ketté a szupravezetőt. Ekkor mindkét oldalon ugyanaz (a Schrödinger-) egyenlet írja le a hullámfüggvény időfejlődését:

$$i\hbar \frac{d\Psi_k}{dt} = U_k \Psi_k, \quad (1)$$

ahol $k = \{1, 2\}$ a két szupravezető szegmenst indexeli, és U_k az alapállapot energiája. Ha a két oldali szupravezető egyforma, akkor céljainkra U_k választható 0-nak. Így a hullámfüggvényeknek nincs időfejlődésük.

Most legyen a két oldal kellően közel egymáshoz, úgy, hogy a két oldal között csatolás jelenjék meg. Tehát legyen valamekkora valószínűsége a Cooper-párok átalagutazásának az egyik oldalról a másikra. Ez maga a Josephson-átmenet. Nézzük meg, mi történik, ha valamekkora V feszültséget kapcsolunk rá. A feszültséget egy $v_1 = -v_2 = qV/2$ potenciál segítségével, a csatolást pedig egy $\hbar$ „hopping” konstanssal vesszük figyelembe (utóbbi a csatolás gyenge mivolta miatt tehető meg):

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d\Psi_1}{dt} &= v_1 \Psi_1 + \hbar \Psi_2 \\ i\hbar \frac{d\Psi_2}{dt} &= v_2 \Psi_2 + \hbar \Psi_1, \end{aligned} \quad (2)$$

és $q = 2e$, mert a Cooper-párok két elektron töltéssel rendelkeznek. Oldjuk meg ezt az egyenletrendszer! Egyrészt azt kapjuk, hogy a két oldal közötti fáziskülönbség ($\phi = \varphi_1 - \varphi_2$) az átmenetre kapcsolt feszültséggel arányos gyorsasággal változik:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{2e}{\hbar} V. \quad (3)$$

Másrészt pedig azt kapjuk, hogy a fenti fáziskülönbség szinuszával arányos áram fog folyni:

$$I = I_c \sin(\phi), \quad (4)$$

ahol I_c kritikus áram a $2\hbar\rho/\hbar$ kifejezés alakjában áll elő. Ez a két kifejezés a JÁ-k viselkedését leírja, és a megalkotójukról Josephson-egyenleteknek nevezzük, utóbbit áram-fázis relációnak is szokták hívni. A kritikus áram pedig az az áramerősség, ami még szuperáram formájában tud, azaz veszteség nélkül áthaladni az átmeneten. Nézzünk egy konkrét példát: Egyenfeszültség esetén a fázis lineárisan változik az időben, ez pedig azt jelenti a (4) összefüggés értelmében, hogy egy oszcilláló áram fog folyni. Jól látható tehát, hogy egy nemlineáris áramkörü elemmel van dolgunk.

A JÁ-hoz azonban mégis rendelhető egy induktivitás (L_J), mely természetesen nem független az éppen adott ϕ Josephson-fázistól. Nézzük meg, hogy erre milyen összefüggés adható. Az induktivitás (L) definíciója:

$$L \cdot \frac{dI}{dt} = V, \quad (5)$$

ahol I az áram és V a feszültség. Ebben az összefüggésbe bele kell írni a Josephson-egyenleteket, szóval a deriválást írjuk át a láncszabály alapján és használjuk (3)-at:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{dI}{d\phi} \frac{d\phi}{dt} = \frac{dI}{d\phi} \frac{2e}{\hbar} V \quad (6)$$

Összehasonlítva (5)-el azt vesszük észre, hogy a Josephson-induktivitásra a következő összefüggés írható:

$$L_J^{-1} = \frac{2e}{\hbar} \frac{dI}{d\phi}. \quad (7)$$

Ez általánosan igaz, (4) alakú áram-fázis reláció esetén még továbbírható:

$$L_J^{-1} = \frac{2e}{\hbar} I_c \cos(\phi). \quad (8)$$

A gyakorlati megvalósítások során lehet használni a szupravezetők elválasztásához szigetelőt, vagy szupravezetővé nem váló normál vezetőt. Ezeket nevezhetjük rendre SIS² vagy SNS átmenetnek.

2.2. SQUID

Amennyiben a JÁ-k szupravezető gyűrűbe vannak helyezve, akkor úgynevezett szupravezető kvantuminterferencia eszközt (SQUID³) kapunk. Ezeknek az a lényegük, hogy a gyűrűn átmenő mágneses fluxusra érzékenyek. A fluxus változtatásával változik az átmenet(ek)en átfolyó áram. Ez kihasználható mágneses tér mérésre, vagy éppen fordítva, a mágneses tér segítségével hangolhatjuk a JÁ-t.

Először ismerkedjünk meg a legegyszerűbb verzióval, melyben csak egy JÁ található. Ezt legtöbbször rf SQUID-nek szokták nevezni, mivel kiolvasása rádiófrekvenciás jellel történik. Szóval ebben az esetben a Josephson-átmenet fázisa egyértelműen hangolható a szupravezető gyűrűbe zárt fluxus segítségével. Ez annak a következménye, hogy a szupravezető hullámfüggvénynek mindenhol egyértékűnek kell lennie.

²„I” az angol *insulator*, azaz szigetelő szóból

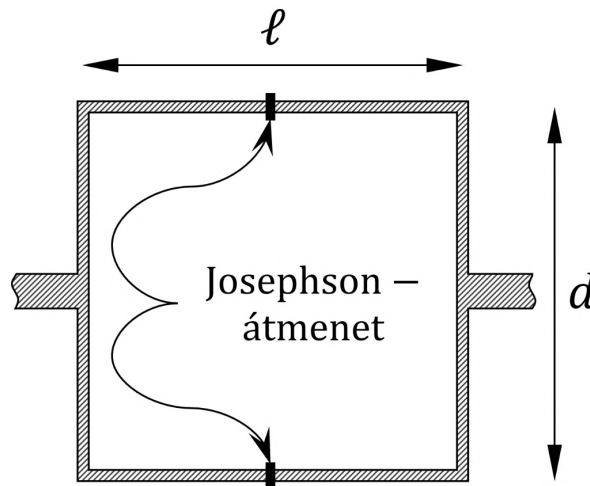
³Az angol *superconducting quantum interference device* rövidítése

Mágneses tér jelenlétében a szupravezető φ fázis (és bármilyen hullámfüggvény fázisa) egy $\mathbf{A}$ vektorpotenciálból ($\mathbf{A}$) származó járulékot szed fel:

$$\varphi \longrightarrow \varphi + \frac{q}{\hbar} \int_{\Gamma_{B \rightarrow C}} \mathbf{A} \, d\mathbf{r} , \quad (9)$$

ahol B egy referenciapont, C az a pont ahol a hullámfüggvényt fel szeretnénk írni. Az integrálást arra a $\Gamma_{B \rightarrow C}$ útra kell megtenni, ahogy a részecske B -ből C -be jutott. Tehát egy szupravezetőből álló gyűrűben a Ψ globális hullámfüggvény egyértékűsége megköveteli, hogy a gyűrűn körbemenve az integrál 2π egész számú többszöröse legyen. Hiszen ha egy szupravezető gyűrűben körbeintegrálunk, akkor a folytonos közegben a hullámfüggvény fázisa a határfeltételek teljesülésének következtében nem ugrik. Ezzel és alkalmazva a Stokes-tételt, azt kapjuk, hogy a gyűrűben lévő fluxusnak a $\Phi_0 = 2\pi\hbar/q$ fluxuskvantumnak az egész számú többszörösének kell lennie.

Az rf SQUID esetén ez egy kicsit módosul, hiszen a közeg nem folytonos. Van benne egy szakadás - a JÁ - ahol lehet fázisugrás. Az továbbra is teljesül, hogy a hullámfüggvény egyértékű, azonban a fluxuskvantálás nem. Így mivel a JÁ-n kompenzálódik a fluxusból származó fázis, ezért a JÁ fázisa hangolható a fluxusnak a fluxuskvantum tört részével való megváltoztatásával. A fázis megváltoztatása pedig együtt jár a gyűrűben folyó áram, illetve az L_J Josephson-induktivitás megváltozásával. Ez a SQUID induktivitásának megváltozását vonja maga után, ami egy külső induktív csatolás segítségével, például egy rezonátorral nagyfrekvencián detektálható.



1. ábra. DC SQUID. A szürke vonalkázott terület a szupravezető, a fekete pedig a JÁ-t kialakító normál vezető vagy szigetelő.

Most nézzük meg, milyen tulajdonságokat mutat egy dc SQUID, melyben két JÁ található, ahogy az 1. ábrán is látszik. Ezen érthető meg igazán, hogy miért hívják interferenciaeszköznek. Ez a felállítás egy hagyományos kétréses interferenciamintázatot „utánoz” le. A két út most a gyűrű két ága.

Továbbra is a hullámfüggvény egyértékűségéből indulhatunk ki. Ez azt jelenti, hogy a felső, illetve az alsó úton a fáziskülönbségnek egyenlőnek kell lennie. Ez a fáziskülönbség a (9) mágneses járulékból és a Josephson-fázisból áll, így:

$$\phi_{\text{fent}} + \frac{q}{\hbar} \int_{\Gamma_{\text{fent}}} \mathbf{A} \, d\mathbf{r} = \phi_{\text{lent}} + \frac{q}{\hbar} \int_{\Gamma_{\text{lent}}} \mathbf{A} \, d\mathbf{r} . \quad (10)$$

Ez azt jelenti, hogy a két Josephson-fázis különbsége a gyűrűn átmenő fluxussal (Φ) arányos:

$$\phi_{\text{fent}} - \phi_{\text{lent}} = \frac{q}{\hbar} \oint \mathbf{A} \, d\mathbf{r} = \frac{q}{\hbar} \Phi . \quad (11)$$

Mivel az elrendezés szimmetrikus, ezért a fáziskülönbségnek egyenlően kell megoszlania a két út között, ezért a két út áramának összege a (4) áram fázis reláció segítségével a következőképpen írható:

$$I_{\text{szum}} = I_c \left(\sin \left(\phi_0 + \frac{q}{2\hbar} \Phi \right) + \sin \left(\phi_0 - \frac{q}{2\hbar} \Phi \right) \right) = 2I_c \sin(\phi_0) \cos \left(\frac{q}{2\hbar} \Phi \right) , \quad (12)$$

ahol ϕ_0 a 0 mágneses tér melletti Josephson-fázis. Láthatjuk, hogy a fluxus hangolásával az átfolyó áram változtatható, a moduláció a hagyományos kétréses kísérlettel összhangban van. A hangolás pedig a fluxuskvantum kétszeresére periodikus. A ϕ_0 fázis sokszor egy rosszul kontrollált mennyiség, így ezekben a kísérleti szituációban az effektív kritikus áramot mérhetjük meg:

$$I_{c_{\text{eff}}} = 2I_c \left| \cos \left(\frac{q}{2\hbar} \Phi \right) \right| , \quad (13)$$

ami a fluxuskvantumra periodikus.

2.3. Az áram fázis reláció nem szinuszos

A Josephson-átmenetek a 2.1. fejezetben bemutatottól eltérően is tárgyalhatóak. Ez az elmélet azért érdekes számomra, mert a JÁ csatolásának minőségét is karakterizálhatjuk segítségével.

Az elmélet lényege *szemléletesen*, hogy a JÁ-k határán megjelenő szupravezető-normál határátmeneteken a részecskeáramlás az úgynevezett Andrejev-reflexió segítségével megy végbe. Ennek során a normál tartományból „érkező” elektron egy Cooper-párt kelt a szupravezetőben. Azonban hogy a töltés, a spin, az energia és az impulzusmegmaradás teljesüljék, a folyamat során a normál vezetőbe egy elektronjuk „visszaverődik”. Ezek a lyukak ideális esetben elpropagálnak a JÁ másik széléig. Ott egy újabb Andrejev-reflexió során egy Cooper-pár felbomlik, és most egy elektron „verődik vissza”, a lyuk pedig „elnyelődik” a határátmeneten. Ez a folyamat ismétlődik, és így kötött állapotok alakulhatnak ki fázishelyes összegződés esetén (gondoljunk itt a dobozba zárt részecske kvantummechanikai tárgyalására). Ezek az úgynevezett Andrejev kötött állapotok. A kötött állapotok töltést is képesek szállítani, hiszen az egyik oldalról „eltüntetik” a Cooper párokat míg a másik oldalon „keltik” őket. Így az Andrejev állapotok vezetési csatornákat valósíthatnak meg.

Annak a valószínűsége azonban, hogy az elektron, illetve a lyuk az egyik határátmenettől a másikig elérjen, különböző szórási mechanizmusok miatt nem egységnyi. Ezt a

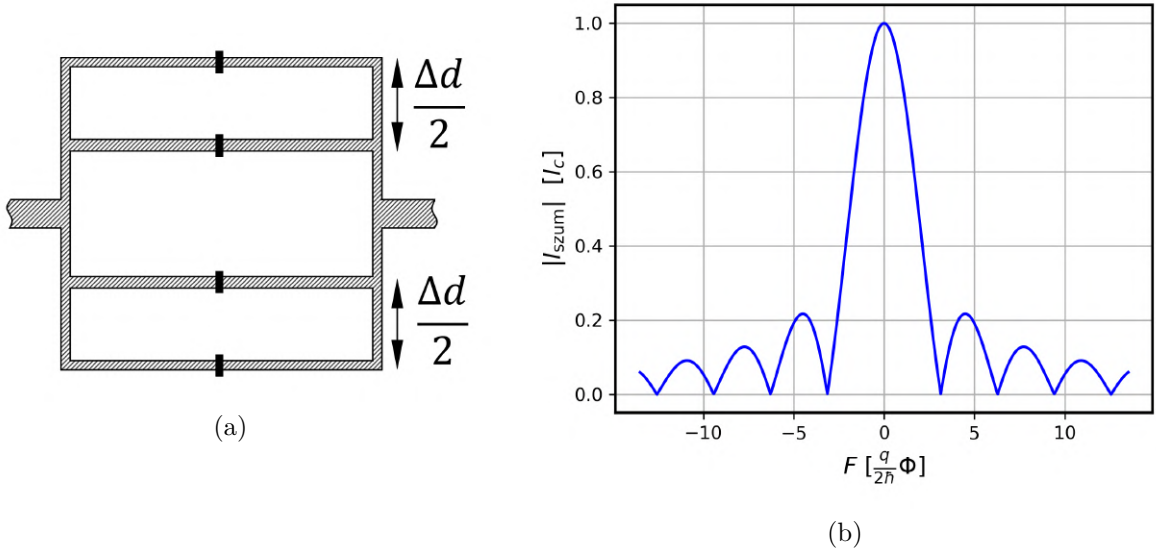
valószínűséget határozza meg a $\tau \in [0, 1]$ paraméter. Egyrészt egyszerre több τ -val rendelkező vezetési csatorna is létezhet, mellyel az átmeneten folyó áramra a következő összefüggés kapható [7]:

$$I_s(\phi) = I_0 \sum_n \frac{\tau_n \sin(\phi)}{\sqrt{1 - \tau_n \sin^2(\phi/2)}} , \quad (14)$$

ahol ϕ a 2.1. fejezetben bevezetett fáziskülönbség, n a vezetési csatornákat indexeli, I_0 pedig egy, a szupravezető tulajdonságaitól függő konstans. Ha megnézzük a gyenge csatolás esetét $\tau_n \rightarrow 0$, akkor visszakapjuk az előzőekben bevezetett (4) áram-fázis relációt. Lényeges azonban, hogy általánosan nem szinuszos az áram-fázis reláció.

2.4. Szuperáram interferencia kiterjedt átmenetekben

Induljunk ki a 2.2 fejezetben bemutatott dc SQUID-ből. Ha az ℓ hosszúságú, d magasságú SQUID által körbezárt területen mágneses fluxus ment át, akkor a szuperáram modulálódott. Most rakjunk a SQUID belsejébe még egy SQUID-et, úgy, hogy a felső karja $\frac{\Delta d}{2}$ távolsággal lejjebb, az alsó pedig $\frac{\Delta d}{2}$ távolsággal följebb helyezkedjék el. Ekkor az új SQUID-ben, ha homogén B mágneses téren van, $B\ell\Delta d$ -vel kevesebb fluxus megy át.



2. ábra. (a) Dupla dc SQUID. (b) A kiterjedt átmenet interferenciamintázata. Itt is, mint (13) esetén, a kapott összefüggés burkolója mérhető ki a legtöbb kísérleti szituációban, így annak abszolútértékét és ϕ_0 szerinti maximumát ábrázoltam. F mennyiség egy dimenziótlan mágneses fluxus.

A két SQUID árama összeadódik, ezért a két áram interferenciájából ($\Delta d \ll d$ esetén) egy a hullámtanban lebegésként ismert jellegű jelenséget fogunk tapasztalni:

$$\begin{aligned}
I_{\text{szum}} &= I_{\text{külső}} + I_{\text{belső}} = 2I_c \sin(\phi_0) \cos\left(\frac{q}{2\hbar}\Phi\right) + \\
&\quad + 2I_c \sin(\phi_0) \cos\left(\frac{q}{2\hbar}(\Phi - B\ell\Delta d)\right) = \\
&= 4I_c \sin(\phi_0) \cdot \cos\left(\frac{q}{2\hbar}\left(\Phi - \frac{B\ell\Delta d}{2}\right)\right) \cdot \cos\left(\frac{qB\ell\Delta d}{4\hbar}\right).
\end{aligned} \tag{15}$$

Most a SQUID-ek bepakolását, azonos Δd távolságokkal, ismételgessük addig, ameddig a legkisebb JÁ párosnak már nem marad közrezárt területe. Ekkor az áram:

$$I_{\text{szum}} = 2I_{cn} \sin(\phi_0) \sum_{j=1}^n \cos\left(\frac{q}{2\hbar}(\Phi - n\Delta d \cdot B\ell)\right), \tag{16}$$

ahol n a befoglalt SQUID-ek száma és $I_{cn} = I_c/n$, hogy a rendszer kritikus árama ne nőljön, ahogy egyre növeljük a SQUID-ek számát. Ebben a kifejezésben a koszinusz argumentumát átírhatjuk

$$\Phi - n\Delta d \cdot B\ell \longrightarrow n\Delta d \cdot B\ell,$$

hiszen ekkor ugyanazok a tagok fognak az összegbe kerülni. Ha az egymásba ágyazott SQUID-ek különbségét egyre kisebbre vesszük ($\Delta d \rightarrow 0$), akkor a fentebbi összefüggés integrálba megy át:

$$I_{\text{szum}} = \frac{2I_c}{d} \sin(\phi_0) \int_0^d dx \cos\left(\frac{q}{2\hbar}xB\ell\right), \tag{17}$$

melynek megoldása

$$I_{\text{szum}} = \frac{2I_c}{d} \sin(\phi_0) \frac{\sin\left(\frac{q}{2\hbar}dB\ell\right)}{\frac{q}{2\hbar}B\ell} = 2I_c \sin(\phi_0) \frac{\sin\left(\frac{q}{2\hbar}\Phi\right)}{\frac{q}{2\hbar}\Phi}. \tag{18}$$

Ahol $\frac{\sin(x)}{x}$ függvényt sinc(x) függvénynek is szokták nevezni. Ez éppen egy (Fraunhofer-közelítésben számolt) rés diffrakciós mintázatát leíró összefüggés, innen Fraunhofer-interferenciának is szokták hívni ezt az interferenciajelenséget. Ha jól meggondoljuk a lépéseket, amiket tettünk, akkor SQUID-ekből felépítettünk egy egybefüggő, azonban nem elhanyagolható kiterjedéssel rendelkező JÁ-t. Ekkor érdemes a $2I_c$ -t helyettesíteni I_c -vel, hiszen így már csak egy JÁ-ról beszélünk. A hasonlat, amiből felépítettük a modellt azért szerencsés, mert nem csak a normálvezető (vagy szigetelő) régiókat veszi figyelembe, mint terület, ahol véges mágneses tér van, hanem már a szupravezetőt is. A valódi JÁ-eknél is ez a helyzet, hiszen méretük összevethető a London-féle behatolási mélységgel [6]. Így a figyelembe veendő terület ℓ hosszúsága a JÁ geometriai hosszúsága plusz kétszer a mágneses tér behatolási mélységének effektív hossza. Természetesen pontos számolás esetén arra a területre fel kell integrálni a fluxust, ahol valamekkora mágneses tér jelen van.

2.5. Síkrezonátorok

A méréseim során fontos szerepet játszanak a mikrohullámú rezonátorok, melyek egy kétdimenziós struktúrából vannak kialakítva. Gyakorlatilag egy koaxiális vezetéket, hullámvezetőt kell elképzelnünk síkban (3a. ábra), melynek hossza méretezve van. [8]

A hullámvezetőknél a központi vezető egy induktivitásként kezelhető, a mellette fekvő, dielektrikummal elválasztott földsík pedig a központi vezetővel egy kondenzátort alkot. A 2D koax modellezéséhez érdemes bevezetni a hosszegységre vett $\tilde{L}$ induktivitást, illetve $\tilde{C}$ kapacitást, így a vezeték helyettesítő képe a 3b. ábrán látható. A veszteségeket úgy vehetjük figyelembe, hogy mind a vezető, mind a dielektrikum nem tökéletes. Tehát előzőnek egy $\tilde{R}$ hosszegységre eső ellenállása, utóbbinak pedig egy $\tilde{G}$ vezetőképessége van. A most következő levezetésekben az ideális esettel foglalkozom, tehát $\tilde{G} = 0$ és $\tilde{R} = 0$.

Egységnyi hosszon (5) indukció definíció alapján - mivel a helyettesítő képben az induktivitások sorosan helyezkednek el - a külső és a belső vezető közötti feszültség ($U(t, x)$) térbeli változása a vezetéken folyó áram ($I(t, x)$) időbeli megváltozásával arányos:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -\tilde{L} \frac{\partial I}{\partial t} , \quad (19)$$

ahol a hullám az egységnyi hosszra eső mennyiséget jelzi. Hasonló logika alapján felírható az áram térbeli megváltozására is egy egyenlet, mely a hosszegységnyi kapacitást tartalmazza együtthatóként:

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -\tilde{C} \frac{\partial U}{\partial t} . \quad (20)$$

Ez a két egyenlet az úgynevezett távíró egyenlet. Egyszerű átalakításokkal ezek hullámegyenletekké alakíthatóak:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= \tilde{L}\tilde{C} \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} &= \tilde{L}\tilde{C} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} , \end{aligned} \quad (21)$$

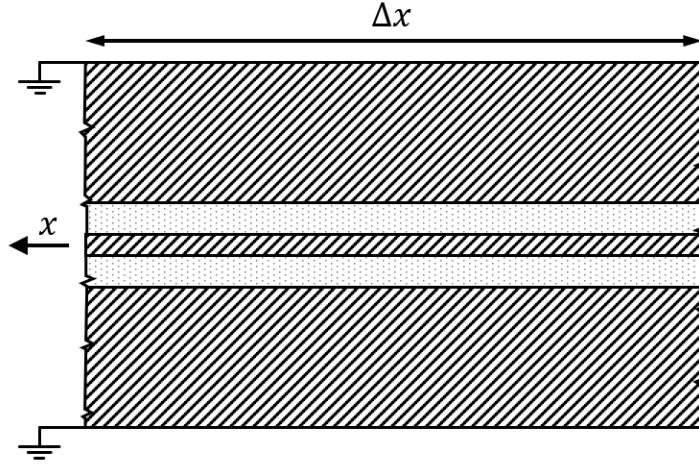
ahol az áramra és a feszültségre a megoldás síkhullám alakban írható fel:

$$\begin{aligned} I(t, x) &= \mathcal{I} \cdot \exp(i(\omega t - kx)) \\ U(t, x) &= \mathcal{U} \cdot \exp(i(\omega t - kx)) , \end{aligned} \quad (22)$$

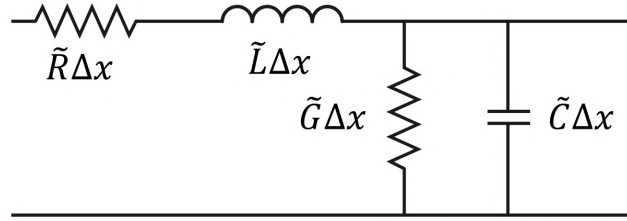
ahol k a hullámszám, ω a körfrekvencia, $\mathcal{I}$ és $\mathcal{U}$ amplitúdók. A terjedési sebesség $\sqrt{\frac{1}{\tilde{L}\tilde{C}}}$, tehát $k = \omega\sqrt{\tilde{L}\tilde{C}}$. Amennyiben ezt a megoldást visszahelyettesítjük a távíróegyenletekbe, akkor azt kapjuk, hogy az áram mindenhol és mindig arányos a feszültséggel, az arányossági tényező pedig

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\tilde{L}}{\tilde{C}}} , \quad (23)$$

a hullámvezető karakterisztikus impedanciája.



(a)



(b)

3. ábra. (a) Egy kétdimenziós hullámvezető darabjának felülnézeti vázlata. A rovátkolt terület vezető, a pontozott pedig dielektrikum. (b) A hullámvezető egy Δx darabjának diszkrét áramkörti elemekből felállított modellje.

Itt megjegyzendő, hogy a dolgozat kísérleti szituációjában a vezető régiók szupra-vezetők, melyeknek sokszor nem elhanyagolható kinetikus induktivitásuk van. Tehát az induktivitás két tagból tevődik össze:

$$\tilde{L} = \tilde{L}_m + \tilde{L}_k ,$$

ahol $\tilde{L}_m$ a szokásos „mágneses”, $\tilde{L}_k$ pedig a kinetikus (hosszegységre eső) induktivitás. Utóbbi tag értéke pedig függ a szupra-vezetés erősségétől, hiszen $\tilde{L}_k$ a töltéshordozók sűrűségével (n) fordítottan arányos [9]:

$$\tilde{L}_k = \frac{m}{nq^2} \frac{1}{\sigma} , \quad (24)$$

ahol m a töltéshordozó (effektív) tömege, q a töltése, σ a szupra-vezető töltéseket vezető keresztmetszete. Így, amennyiben például a hőmérséklet közel van a kritikus hőmérséklethez a kinetikus induktivitás nagyobb értéket vesz fel, mint egy ennél jóval kisebb hőmérsékleten. Ekkor a hőmérsékleti gerjesztések miatt kevesebb Cooper-pár marad kötötten, így csökken a töltéshordozósűrűség, mely az induktivitás növekedtét vonja maga után.

Amennyiben a hullámvezető véges hosszúságú, a végeken reflexiók léphetnek fel. A reflexió jellege a lezárás típusától függ. Amennyiben a lezárás „lebeg”, azaz a központi

vezető és a külső földszík között nincs összeköttetés, akkor ott nem tud áram folyni, viszont a feszültség bármekkora lehet, ezért ezt a helyet feszültség-duzzadóhelynek, vagy áram-csomópontnak nevezhetjük. Ebben az esetben a visszaverődés teljes, és az áramra vonatkozó határfeltétel miatt a visszaverődő hullám a beérkezővel fázisban van. Amennyiben rövidre zárjuk a véget, akkor az áramerősségre és feszültségre vonatkozó határfeltétel megfordul, azaz az áramerősség a végeknél bármekkora lehet, de a feszültség zérus. Ebben az esetben is tökéletes a visszaverődés, azonban a jel 180° -os fázistolást szenved. Itt még említendő, hogy általános esetben, amennyiben Z_0 karakterisztikus impedancia a terjedési úton megváltozik, akkor részleges visszaverődés lép fel.

A teljes visszaverődéseknek köszönhetően alakíthatóak ki a rezonátorok. Hasonlóan a mechanikai rezonátorokhoz (például sípokhoz), különböző lezárások esetén más lesz a rezonanciafrekvencia. Úgynevezett „ $\lambda/2$ -es” rezonátor kialakítható például két „lebegő” vég segítségével. Ekkor a rezonátor alapl módusában egy félhullámú állóhullám alakul ki. De kialakítható „ $\lambda/4$ -es” rezonátor is, melyben egy negyedhullámú állóhullám keletkezik. Létrehozásához egy lebegő, és egy rövidzárral ellátott vég szükséges.

A rezonátorokat valahogy meg is kell hajtani. Ennek céljára a lebegő végen kapacitív csatolást alkalmazhatunk, a rövidre zárt végen pedig induktív, hiszen az első esetben a feszültségnek, utóbbi esetben pedig az áramnak van duzzadóhelye. Mind az induktív, mind a kapacitív csatolás esetén a hullámvezető szórt terét használjuk ki. Induktív csatolás esetén elég egy másik (nem feltétlenül hullám) vezetőt a közelbe hozni, kapacitív csatolás esetén azonban érdemes a kétdimenziós hullámvezetőt alkalmazni. Bizonyos esetekben a csatolás például galvanikus is lehet.

A rezonátorok modellezhetőek diszkrét áramköri elemekkel, párhuzamos illetve soros LC kapcsolásban. Például a „ $\lambda/4$ ”-es rezonátor (gondoljuk végig például a nagyon nagy és a nagyon kis frekvenciánál mutatott viselkedést) egy párhuzamos LC körrel modellezhető, melynek induktív (L_p) és kapacitív (C_p) tagját (ha a rezonátorban nincs vagy csak kis veszteség van) analitikusan a következő kifejezés definiálja [8]:

$$\begin{aligned} L_p &= \frac{4Z_0}{\pi\omega_0} \\ C_p &= \frac{\pi}{4\omega_0 Z_0} \end{aligned} \quad (25)$$

ahol $\omega_0 = 2\pi f_0$, f_0 a rezonátor rezonanciafrekvenciája.

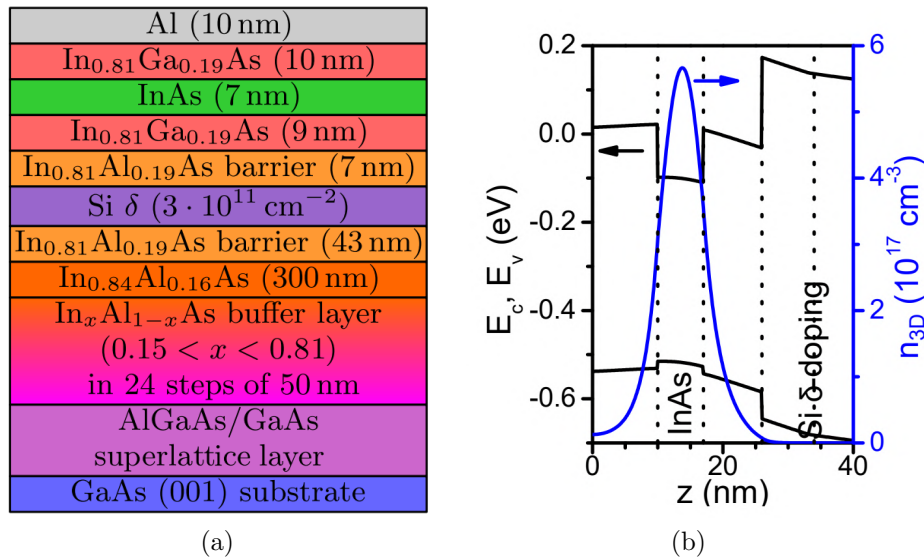
A rezonátorhoz azonban kívülről különböző áramköröket is lehet csatolni akár induktívan, akár kapacitívan. Ezek az áramkörök pedig elhangolhatják a rezonanciafrekvenciát. Ha az áramköri elem induktív, és induktívan van csatolva, akkor L_p ekvivalens induktivitás megnő, így az $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_p C_p}}$ összefüggés alapján a rezonanciafrekvencia lecsökken. Hasonlóan, kapacitívan csatolt kapacitív áramkör esetén is lecsökken a rezonanciafrekvencia. Ezt a jelenséget kihasználva egy síkrezonátor használható a hozzá kapcsolt áramkör tulajdonságainak megvizsgálására.

3. Mérési összeállítás

Ebben a részben leírom, hogy milyen anyagokat, eszközöket használtunk a mérés elkészítése során.

3.1. InAs 2DEG

Az elvégzett mérések a 2DEG platform megismerésére szolgálnak. Az általunk használt InAs alapú rétegszerkezet a 4. ábrán látható. A hordozó GaAs-ból készült mely a nagyfrekvenciás mérésekhez, kvantumszámítási alkalmazásokhoz megfelelőbb az irodalomban már tanulmányozott GaSb vagy InP hordozónál, mivel a GaAs nagyobb ellenállással rendelkezik [11]. Ezután következnek a feszültségkiegyenlítő rétegek, melyekben a GaAs hordozó és a 2DEG kialakításához szükséges InAs rácsállandójának különbségéből eredő mechanikai feszültséget relaxáljuk. Ez a jó elektromobilitás eléréséhez szükséges, mely esetünkben $\sim 10^5 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, a kvantumgödörben levő $\sim 5 \cdot 10^{17} \text{ 1/cm}^3$ elektronsűrűség mellett [11]. Maga a 2DEG egy $\text{In}_{0.81}\text{Ga}_{0.19}\text{As}/\text{InAs}$ heteroszerkezetben lett létrehozva. Ezzel a felső félvezető réteg tetejétől 10 nm mélységben egy 7 nm-es tartományba van lokalizálva az elektrongáz. Ebben a struktúrában erős spin-pálya csatolás érhető el, mely hangolható is.



4. ábra. (a) A kétdimenziós elektrongázt létrehozó platform heteroszerkezete. Felül megfigyelhető a kriogenikus hőmérsékleten szupravezető alumíniumréteg, mely a 2DEG-ben is indukálja a szupravezetést. Az ábra egy régebbi felállítás alapján készült, azonban kiderült, hogy célszerű vastagabb alumíniumréteget alkalmazni. A jelenlegi alumíniumréteg vastagsága 50 nm. (b) A rétegszerkezetben található elektronsűrűség, illetve az egyes elektronsávok szélei. Jól látható, hogy az alumíniummal kontaktált felületen is még nem zérus a töltéshordozósűrűség. [11]

A szupravezető eszközök kialakításához szükséges a szupravezető jelenléte is. Esetünkben ez egy epitaxiálisan növesztett alumínium réteg a félvezető heteroszerkezet fe-

lett. A szupravezető hullámfüggvény nem változhat meg tetszőlegesen gyorsan, ezért a közelségi⁴ hatásnak köszönhetően a 2DEG-ben is szupravezetés indukálódik. A 2DEG felszínközelségének köszönhetően nagy jóságú a 2DEG kapcsolata a szupravezetővel.

A rétegszerkezetet nem mi növesztjük, azt egy trieszti csoporttól kapjuk, ahol Giorgio Biasiol és Magdhi Kirti növesztik azt, a felszíni alumíniumréteggel együtt.

3.2. Mérési geometria kialakítása

A minta elkészítéséhez szükség van arra, hogy létrehozzunk normál vezető, szupravezető, és nem vezető régiókat. Ezeket elektronsugaras litográfia (EBL⁵) segítségével és nedves kémiai marás segítségével végezzük. A dolgozatban mért mintákat Sütő Máté készítette.

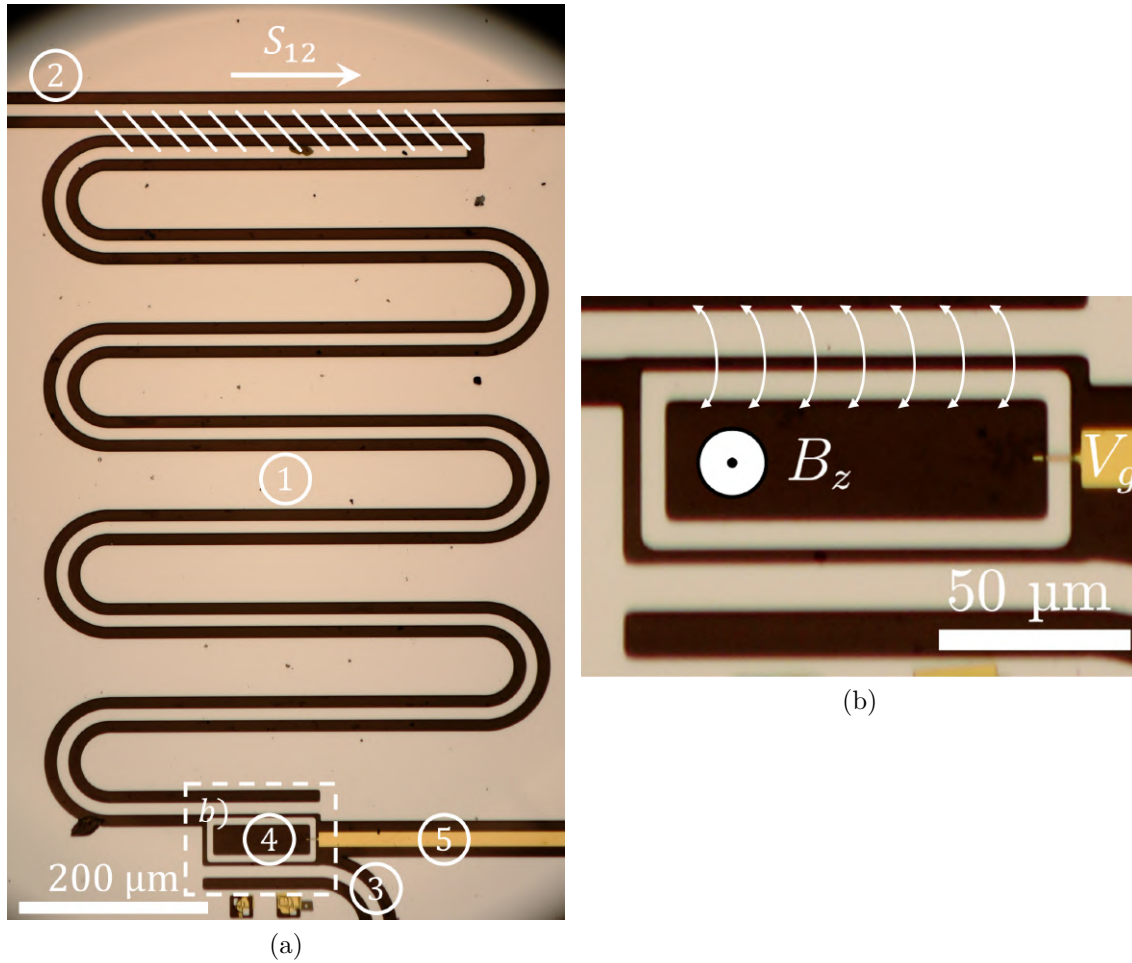
Nekünk többnyire csak az anyagelvonással járó lépéseket kell végeznünk. Így a szupravezető régiók létrehozásához egyszerűen csak nem kell elmarnunk semmit. A normál vezető régiók esetében először megtisztítjuk a felületet oxigén-plazma segítségével, ezek után felvisszük az EBL-hez szükséges PMMA⁶ maszkot. Ezt kb. 185 C°-on hőkezeljük, azaz az összes oldószert kivonjuk a maszkból. Ezután az elektronsugár segítségével a hosszú láncú molekulákat rövidebb láncúra bontjuk azokon a területeken, ahol az alumíniumot el szeretnénk marni. Ezek a rövidebb láncú molekulák sokkal jobban oldhatóak az úgynevezett „előhívóban”, mint a hosszúak, így a maszk megfelelő része eltávolítható. Ezután azokról a területekről, ahonnan a maszkot feloldottuk, az alumíniumot egy lúgos marószer segítségével eltávolítjuk. A marás közben maga az elektrongáz nem sérül a marószer szelektivitásának köszönhetően. A nem vezető régiók kialakítása is hasonlóan történik, csak az alumínium elmarása után - a PMMA maszkot fenthagyva - a félvezető struktúrát is kb. 500 nm mélyen elmarjuk egy alkalmas marószerrel.

Az elektronsűrűség kapuzás segítségével változtatható a 2DEG-ben, és szeretnénk ennek a hatását is vizsgálni. Ezért szükséges kapuelektrodák kialakítása is. Mivel a kapuelektrodák szigetelése szükséges az alumíniumtól, ezért az egész (már elmart) chipen, atomi rétegleválasztás segítségével, ~50 nm vastag alumínium-oxid réteget hozunk létre. Erre pedig fémgőzöléssel juttatjuk fel az elektródák anyagát, először a jó tapadás érdekében egy ~20 nm titán, majd egy ~180 nm vastag arany réteget. Ehhez a maszkolást a fentiekhez hasonlóan készítjük el.

⁴Angolul *proximity effect*

⁵Az angol *electron beam litográfia*ból

⁶Polimetil-metakrilát



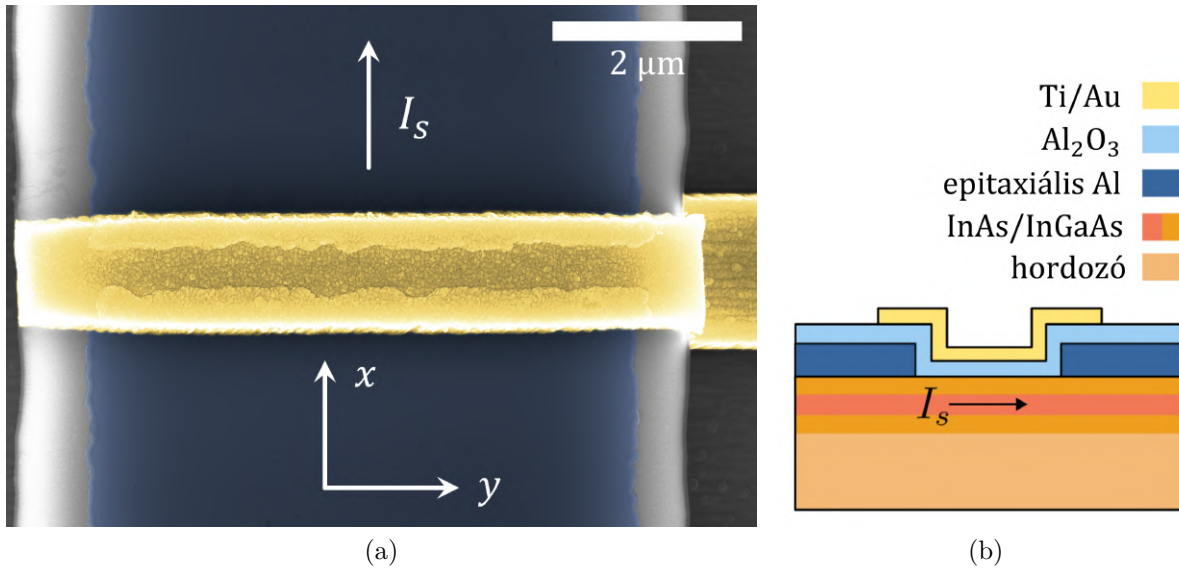
5. ábra. A mért eszköz optikai mikroszkópos képe. A világos részek az alumíniummal fedett területek. A sötétbarna területeken mind az alumínium, mind a 2DEG el lett marva, így az dielektrikumként viselkedik. A sárga területekre arany lett felgőzölve. (a) A teljes áramkör képe, az 1 – negyedhullámú rezonátorral, a 2 – tápvonallal, a 3 – fluxusvezetékkel, a 4 – SQUID-del, az 5 – kapuelektrodával. A vonalkázott terület a kapacitív csatolást jelképezi. A felül látható fekete ív nem az eszköz része, az csak a mikroszkóp látómezejének széle. (b) A szupravezető gyűrű közelről. Jobb oldalon jól látható az arany kapuelektroda, ahogy felfut az alumíniumra. Ez alatt a szegmens alatt található a JÁ. A fent látható nyilak a rezonátorral való induktív csatolást szimbolizálják.

3.3. Mérési geometria

Most következzenek magának a mérési geometriának az ismertetése. Ez az 5a. ábrán jól megfigyelhető. Az elrendezés gyakorlatilag egy rf SQUID a kiolvasó nagyfrekvenciás áramkörrel egyben. A kép közepét elfoglaló ① meander-szerű képződmény egy negyedhullámú síkrezonátor, ez szolgál a SQUID kiolvasására. A rezonátor a zárt végén kapacitívan van a ② tápvonalhoz csatlakoztatva, mely tápvonal segítségével tápláljuk meg a rezonátort. Illetve a tápvonalon mért S_{12} transzmissziós tényező segítségével határozzuk meg a rezonátor (Josephson-induktivitás függő) rezonanciafrekvenciáját. Az 5b. ábrán látható

a ④ szupravezető gyűrű kinagyítva. Itt jobb oldalon, a ⑤ kapuelektroda elvékonyodó részével letakarva található a JÁ. Ehhez a szupravezető gyűrűhöz induktívan csatoltuk az ① negyedhullámú rezonátor nyílt végét. Az eszköz alján látható egy hasonló vezeték ③. Ez a mágneses tér finom hangolására szolgáló „fluxusvezeték”, melyen egyenáramot folytatunk a B_z mágneses tér keltéséhez. Ezzel hangolható a JÁ ϕ fázisa. Maga a JÁ ~ 400 nm hosszú és $\sim 8,5$ μm széles, és mivel a 2DEG az alumínium hiányában normál vezetőnek tekinthető, ezért egy SNS átmenettel van dolgunk. A 6. ábrán látható a Ti/Au kapuelektroda, ugyanakkor az elektronmikroszkópos képen a JÁ is átsejlik a fémrétegen. A JÁ metszetének vázlatos rajza a 6b. ábrán látható. Azt várjuk, hogy az átmenetnél a szuperáram a felszín alatti, az alumíniummal közelségi hatásba hozott 2DEG-ben fog folyni.

A mérési adatok két, szinte azonosan elkészített, tehát *nominálisan* azonos geometriájú minta méréséből származnak. Az egyedüli különbség a rezonátor hosszában, tehát a rezonanciafrekvenciában van. Ezeket 1-es és 2-es mintának nevezem, általában az 1-es mintát (alacsonyabb rezonanciafrekvencia) fogom bemutatni. Amennyiben ettől eltérés van, azt mindenhol külön jelezem.



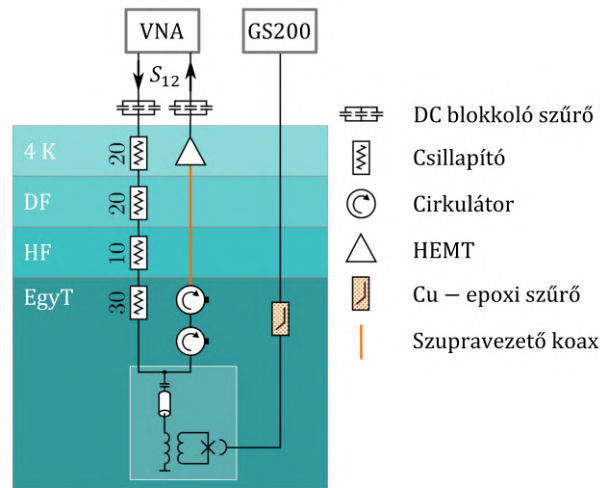
6. ábra. A JÁ szerkezete. (a) Az átmenet elektronmikroszkópos képe hamis színekkel. A sötétszürke területeken nincs sem 2DEG, sem alumínium. A világosszürke részeken a csak az alumínium lett elmarva. A kék régiók alumíniummal, a sárgák pedig arannyal vannak fedve. Az átmenetben átlagosan 400 nm hosszúságban van elmarva az alumínium, azonban látható, hogy a szélesség nem teljesen homogén. A szuperáram iránya jelöli ki a használt koordináta-rendszer „x” tengelyét. Az erre merőleges, azonban még a minta síkjában található irány az „y”. A minta síkjára merőleges irányt nevezem „z” iránynak. (b) A JÁ sematikus ábrája. A kapuelektrodát egy ~ 50 nm-es alumínium-oxid réteg szigeteli el a szupravezető régióktól. A szuperáram a 2DEG-en keresztül folyik. Az ábráért köszönet Fülöp Gergőnek.

3.4. Eszközök

A mérés során a legfontosabb a tápvonalon mérhető S_{12} transzmissziós paraméter meghatározása a frekvencia függvényében. Ehhez egy *Rohde & Schwarz ZNB20* típusú vektorhálózat analizátort (VNA⁷) használtam.

A kapufeszültséget és a mágneses teret is egy *Yokogawa GS200* tápegység segítségével vezéreltük.

A mérések megfelelő elvégzéséhez nagyon hideg környezetre van szükség. A hőmérséklet maximum pár száz milikelvin lehet azért, hogy a közelségi hatás elég erős legyen. A méréseket ezért egy *Leiden Cryogenics CF-CS110-450* He³-He⁴ izotópok keverésén alapuló keverési-hűtőgépben⁸ végeztem. A rendszer sematikusán a 7. ábrán látható. A leghidegebb rész az esetben kb. 30 mK-ig hűlt le, így a kísérletek ilyen hőmérsékleten voltak elvégezve.



7. ábra. A keverési hűtőgépben használt áramkör vázlata. A sötétzöld régióban található világosabb rész a mért chipet jelképezi. Az ábráért köszönet Kalmár Tamásnak. 4 K – 4 kelvines fokozat; DF – disztilláló fokozat; HF – hideg fokozat(ok); EgyT – elegyítő tartály⁹

Annak érdekében, hogy a rezonátor ne legyen túlvezérelve, illetve, hogy a JÁ a külső mágneses térrel beállított „munkaponton” maradjon, viszonylag kis VNA pupateljesítményeket alkalmaztam. Ezen kívül a nagy teljesítménnyel való besugárzás befolyásolhatja az áram-fázis relációt [10]. Egy tipikus pumpateljesítmény a mérések során 0 dBm volt, melyet a keverési hűtőgépbe épített csillapítók (nominálisan -80 dB) csökkentettek a kellő szintre. Itt érdemes megjegyezni, hogy a csillapítók megfelelő kiosztása a keverési hűtőgép fokozatai között fontos az alacsony zajszint elérése érdekében. Végül a visszaérkező jelet egy HEMT¹⁰ erősítő segítségével felerősítettük, és ez jutott vissza a VNA bemenetére.

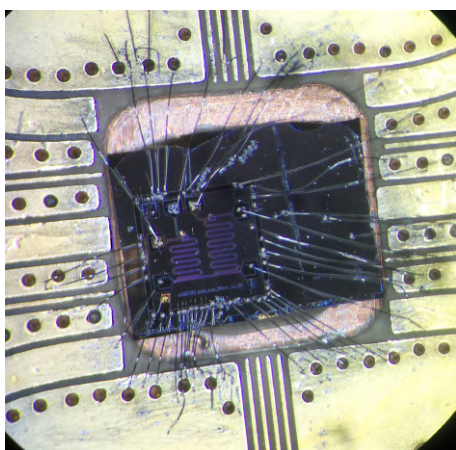
⁷Az angol *vector network analyser* rövidítése

⁸Angolul *dilution refrigerator*

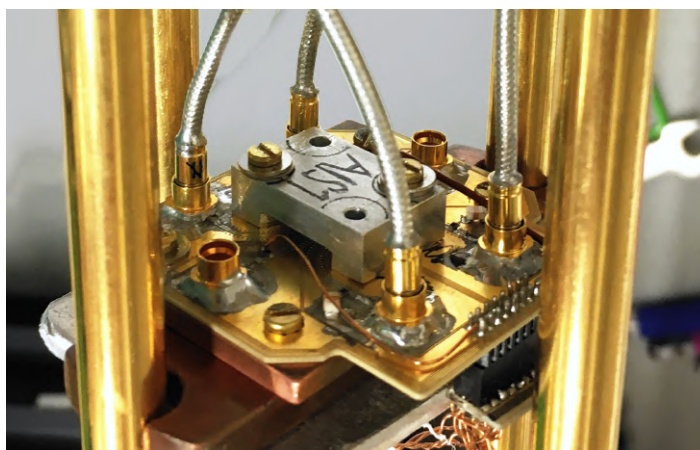
⁹Az utóbbi három szokásos angol megnevezése: DF – *still*; HF – *cold plate(s)*; EgyT – *mixing chamber*

¹⁰Erősítése nagyságrendileg 40 dB. A HEMT az angol *high electron mobility transistor* rövidítése.

A chip megfelelő részeit ki kell kötni a műszerek bemenetére. Ezt egy mintatartó segítségével tesszük meg, ahol a sík aranyelektrodákra vékony alumíniumvezetékek segítségével kontaktáljuk ki a mintát (8a. ábra). Ezek az elektrodák a mintatartó szélén szabványos koaxiális, illetve DC csatlakozókhoz vannak kötve. A mintatartó segítségével tudjuk rögzíteni is a mintát a hűtőgép mérőfejében. Maga az eszköz, már behelyezve a mintatartóba, hozzárögzítve a mérőfejhez, készen arra, hogy a keverési-hűtőgépbe berakjuk, a 8b. ábrán látható. Jól látható egy alumínium ketrec, mely a külső mágneses tereket hivatott leárnyékolni, ezzel csökkentve a mágneses zajt. Erre azért volt szükség, mert a mintán lévő SQUID szupravezető gyűrűje viszonylag nagy területű, így a közelben lévő elektromos eszközök által keltett mágneses zaj jelentősen befojásolja a JÁ fázisát. Sajnos az 5. ábrán alul látható ③ fluxusvezeték valamilyen oknál fogva nem vezette az áramot, így kívülről, a hűtőgépbe épített vektormágnes segítségével kellett hangolnunk a SQUID fluxusát. Ezért nem tudtunk egyik mérésnél sem olyan alumínium ketrecet használni, mely teljes árnyékolást jelentene.



(a)



(b)

8. ábra. Az *minta mérési összeállítása*. (a) A *minta beleragasztva és kikontaktálva a mintatartóra*. A *vékony vezetékek alumíniumból vannak, melyeket ultrahang segítségével ráolvasztunk a megfelelő kontaktusokra, így létrehozva a megfelelő kapcsolatot*. Látható, hogy két rezonátor is található a mintán. Mindkettő elvileg alkalmas a mérésre, azonban az optikai mikroszkóp alatt szebben kinézőt választottuk ki lemérésre. (b) *Beépített, a keverési hűtőgépbe berakásra váró minta*. Jól látható középen a szürke alumínium tömb, ez alatt található a minta. A tömb árnyékolja le a mágneses zajok egy részét. Az árnyékolás nem tökéletes az oldalt látható lukaknak köszönhetően, mely azonban a gyenge mágneses terek külső alkalmazását megengedi.

4. Transzmisszióból áram-fázis reláció

A fejezetben található összefüggések az irodalom szerint [10] [12] lettek elkészítve, a kutatócsoport csak a konkrét mérési rendszerhez igazította azokat. Ebben én nem vettem aktívan részt, azonban a most következő információk rendkívül fontosak a mérés megértéséhez.

A rezonátor teszi lehetővé a JÁ megmérését. Ehhez azonban tudni kell, hogy milyen S_{12} frekvenciafüggő transzmissziós jelalakot formál a tápvonal a különböző, a rezonátort jellemző paraméterek függvényében. Erre az összefüggés megalkotása hosszú levezetést igényelne [12], és az érthetőséget sem növelné lényegében a levezetés közlése, így álljon itt a végeredmény:

$$S_{12}(f) = 1 - \frac{Qe^{i\vartheta}}{Q_c(1 + 2iQ(f - f_0)/f_0)} . \quad (26)$$

Ebben f a frekvencia, f_0 a rezonátor rezonanciafrekvenciája, Q_c a csatolási jósági tényező, ϑ az úgynevezett aszimmetria paraméter, Q a jósági tényező, egyben egy komplexebb összefüggés jelölése,

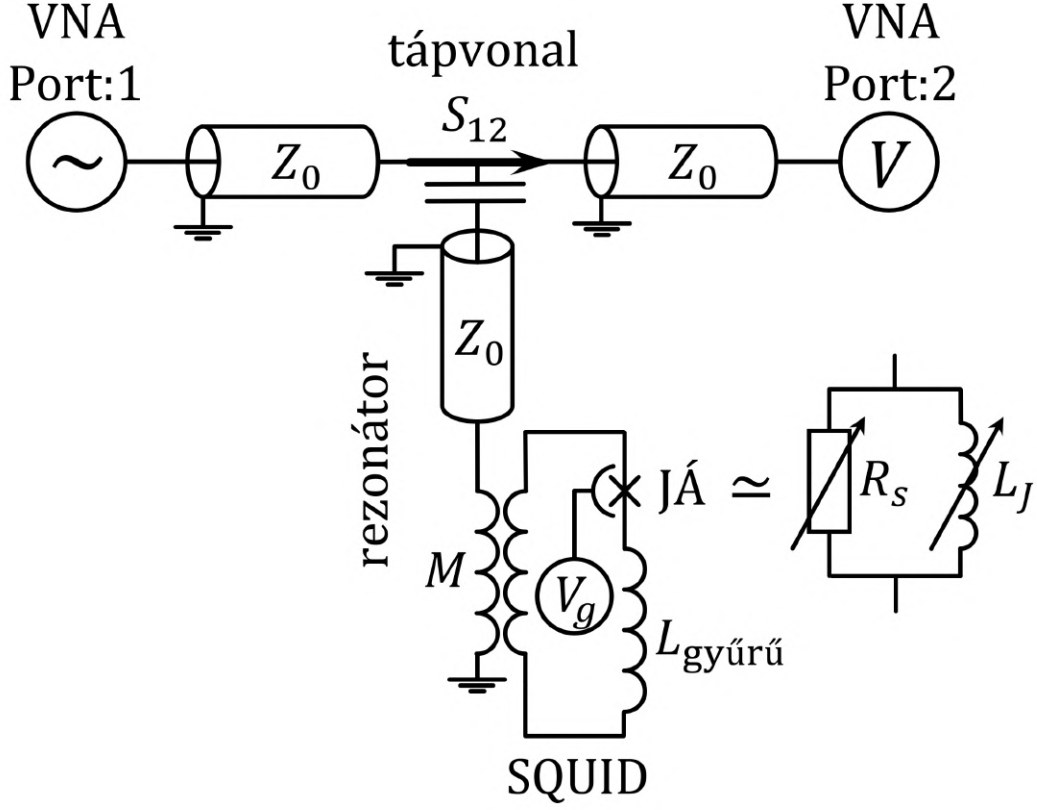
$$Q = \frac{1}{\cos(\vartheta)/Q_c + 1/Q_i} ,$$

ahol Q_i pedig a belső jósági tényező. Az aszimmetria paramétert a nem ideális kísérleti realizáció miatt kell belefoglalni, a Q_c a tápvonal és a rezonátor közötti csatolási veszteség figyelembevételéért felelős, Q_i pedig a rezonátorban bekövetkező veszteségekért. Mivel a SQUID a rezonátorhoz csatolva van és jelentősen befolyásolja annak viselkedését, ezért a SQUID-ben bekövetkező veszteségek is a Q_i -ben foglaltatnak benne. Az összefüggés segítségével, az S_{12} rezonanciagörbék kimérésével, aztán illesztéssel, Q_c -t, Q_i -t, f_0 -at és ϑ -t illesztési paraméterként véve, meg lehet határozni a rezonanciafrekvenciát.

A kísérlet kiértékeléséhez tudni kell azonban, hogy a rezonanciafrekvencia hogyan változik a terhelő impedancia (a SQUID) miatt. Ezért felállítottunk egy diszkrét elemekből álló modellt, aminek a segítségével analitikus összefüggést tudunk adni a rezonanciafrekvencia elhangolódásra. Ennek a modellnek a vázlata látható a 9. ábrán. A JÁ-t egy párhuzamosan kapcsolt ellenállás és egy hangolható induktivitással modelleztük. Az L_J induktivitás hangolhatóságának magyarázatához elég csak visszaemlékeznünk (7) Josephson-induktivitásra. Az R_s söntellenállásra azért van szükség, hogy a Josephson-átmenetben kialakuló Andrejev-állapotokban bekövetkezett gerjesztések miatti veszteséget figyelembe tudjuk venni. A gyűrű geometriájából adódó induktivitást is figyelembe kellett venni, hiszen ez is befolyásolja a rezonátor viselkedését. A levezetés részletesebben [10] cikkben olvasható, itt a fő gondolatmenetet közlöm. Tehát a modellel a SQUID általi terhelő impedanciára a

$$Z_t = \frac{\omega^2 M^2}{i\omega L_{\text{gyűrű}} + \left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{i\omega L_J}\right)^{-1}} \quad (27)$$

összefüggés kapható, ahol $\omega = 2\pi f$, M a rezonátor és a SQUID kölcsönös induktivitása, $L_{\text{gyűrű}}$ a SQUID szupravezető gyűrűjéből adódó induktivitás, mely paraméterek a 9. ábráról is leolvashatóak.



9. ábra. A mérési rendszer sematikus rajza, diszkrét áramköri elemeket használva. A $J\dot{A}$ -t egy $R_s(\phi)$ fázisfüggő sőtellenállás és egy szintén fázisfüggő $L_J(\phi)$ induktivitás segítségével modelleztük.

Ennek a Z_t impedanciának a valós (rezisztív) része felelős a rezonátor jósági tényezőjének Q_i -nek a változásáért. Jelenlegi méréseimnél a jósági tényező elhangolódásával nem foglalkozom aktívan, ezért az összefüggést nem közlöm. Az imaginárius rész pedig a rezonanciafrekvencia elhangolódásért felelős:

$$\delta f_0 = f_0 - f_{\text{szabad}} = -\frac{2}{\pi Z_0} \text{Im}\{Z_t\} f_{\text{szabad}}, \quad (28)$$

ahol f_{szabad} a SQUID nélküli rezonátor rezonanciafrekvenciája lenne, és Z_0 a rezonátor karakterisztikus impedanciája, esetemben 50Ω . Általános alakban az összefüggés elbonyolódna, hiszen a terhelő impedancia imaginárius része mind az ellenállástól, mind az induktivitástól függ. Ezért feltételezzük, hogy a $J\dot{A}$ -ben nincsenek disszipációt okozó gerjesztések így R_s ellenállás olyan nagy értékű, hogy az elhanyagolható. Ezzel a frekvenciaeltolódás:

$$\delta f_0(\phi) = \frac{8}{\pi^2} \frac{M^2}{L_p (L_J(\phi) + L_{\text{gyűrű}})} f_{\text{szabad}} \quad (29)$$

alakba írható, ahol L_p a rezonátor LC ekvivalensének az induktív tagja. Ezzel a formulával illeszteni fogjuk a mért rezonanciaeltolódásokat, mely során L_p -t, $L_{\text{gyűrű}}$ -t és M -et

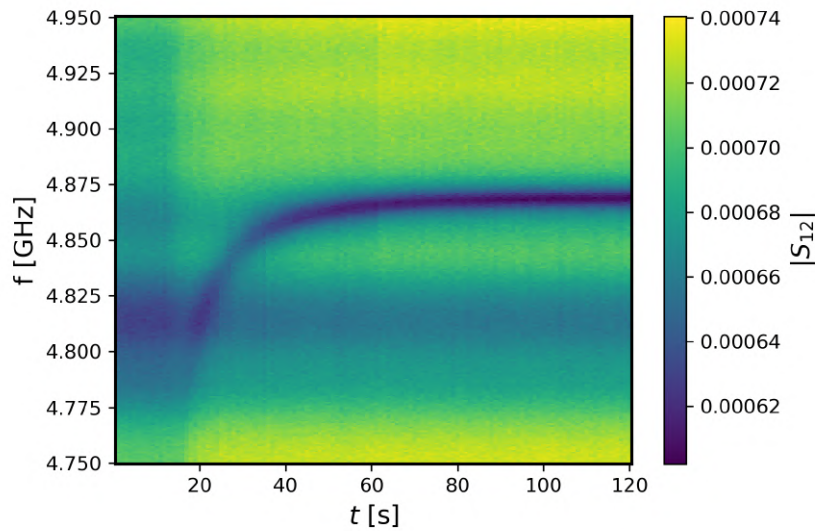
tekintem adott paraméternek. A szabad paraméterek az L_J modelljéből származnak, illetve f_{szabad} -ot, a rezonátor alaphékvenciáját is illesztési paraméterként kezelhetjük.

A két bekeretezett egyenlet játszik fontos szerepet a kiértékelés során.

5. Mérések

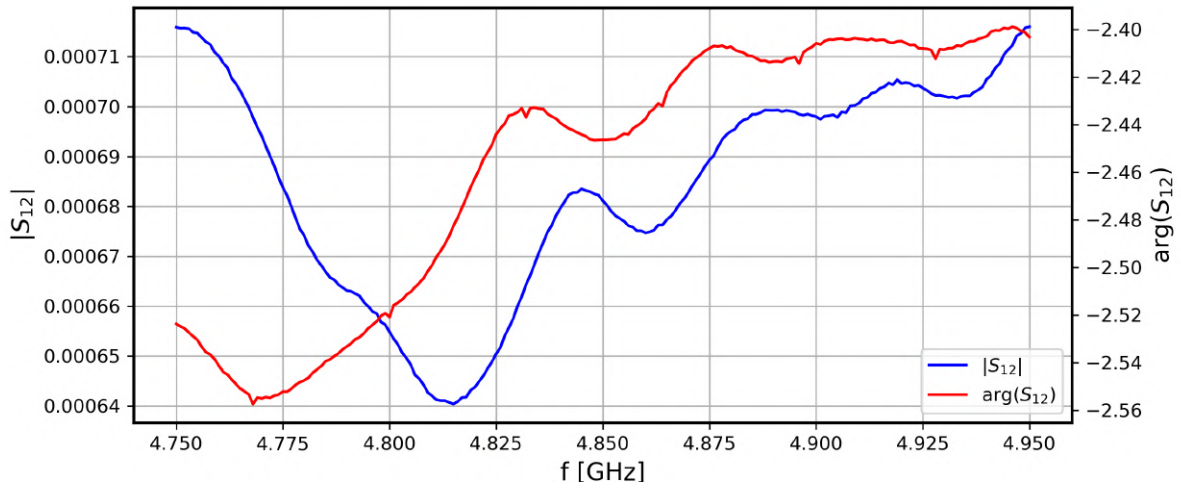
Most, hogy áttekintettük a használt platformot és a transzmissziós mérések alapját, rátérhetünk a mérések bemutatására. Tehát nézzük meg, hogy a rezonanciafrekvencia eltolódásból hogyan határozható meg az áram-fázis reláció.

Először is a rezonanciafrekvencia meghatározásához le kell mérnünk $S_{12}(f)$ függvényt. Ezeknél a méréseknél a rezonanciafrekvenciát az $|S_{12}|$ -ben megjelenő „mélyedés” indikálja (26) alapján. Azonban (26) összefüggésben nem foglaltatnak benne a koaxkábelek veszteségei, a vezetékezésben esetlegesen kialakuló állóhullámok hatásai, a nem tökéletes impedanciaillesztésből eredő modulációk és egyéb áramköri elemek miatt megjelenő hatások.



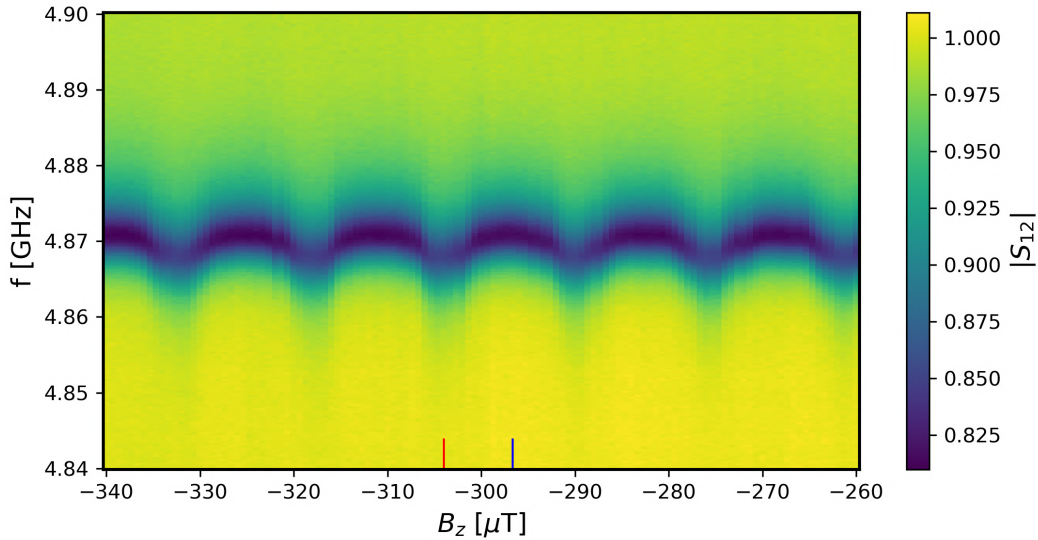
10. ábra. A mért S_{12} együtthatók miközben a minta 1,05 K-ról lehűl. A 15 s-nál észrevehető függőleges vonal a normál $\rightarrow$ szupravezető átmenetet indikálja. Ez azt jelenti, hogy a háttér mérése közben egy, a normál vezetésből eredő plusz csillapítást is figyelembe kell venni. Ez azonban frekvenciafüggetlen, így egy megfelelő $c \approx 1$ konstanssal az ebből eredő hiba kikorrigálható és a jelszint a szupravezetéssel megegyezővé tehető. A nagyobb hőmérsékletek felé a rezonátor frekvenciáját jelző „mélyedés” elhangolódik a szupravezető kinetikus induktivitásának [9] változása miatt.

Ezt kiküszöbölendő, megmértem a transzmissziós együtthatót olyan esetben is, amikor a rezonátor nem befolyásolja azt. Ezt úgy lehet elérni, hogy például a minta hőmérsékletét minél kevésbé, de már annyira meg kell emelni, hogy a rezonátor rezonanciája gyakorlatilag eltűnjön a jelentősen megnövekedett veszteségek következményeként. Ezért a mintát 1,05 K-re felmelegítettem, és ekkor lemértem a frekvenciafüggő transzmissziót. Ezen a hőmérsékleten a használt alumínium már nem viselkedik szupravezetőként (10. ábra). Az ekkor kapott $S_{12}(f)$ függvénnyel (11. ábra) le kell osztani a mérés közben kapott frekvenciafüggő transzmissziót. Ezzel megkapjuk a rezonátor miatt kialakuló transzmissziót, amit éppen (26) ír le.



11. ábra. A minta transzmissziója a rezonátor nélkül. A görbe 400 mérés átlagolásának eredménye. Ezzel kellett leosztani a mérés során kapott transzmissziós értékeket, hogy (26) formula alkalmazható legyen.

Ezt a lépést fontos megtennünk, hiszen a korrigálatlan esetben, mint ahogy a 10. ábrán is látszik, még a transzmissziós amplitúdó nagyságrendje sem egyezik a várt ~ 1 -el. Ráadásul a háttér nem egyenletes, a rezonátor modulációjára ráül a mérési rendszer karakterisztikája.

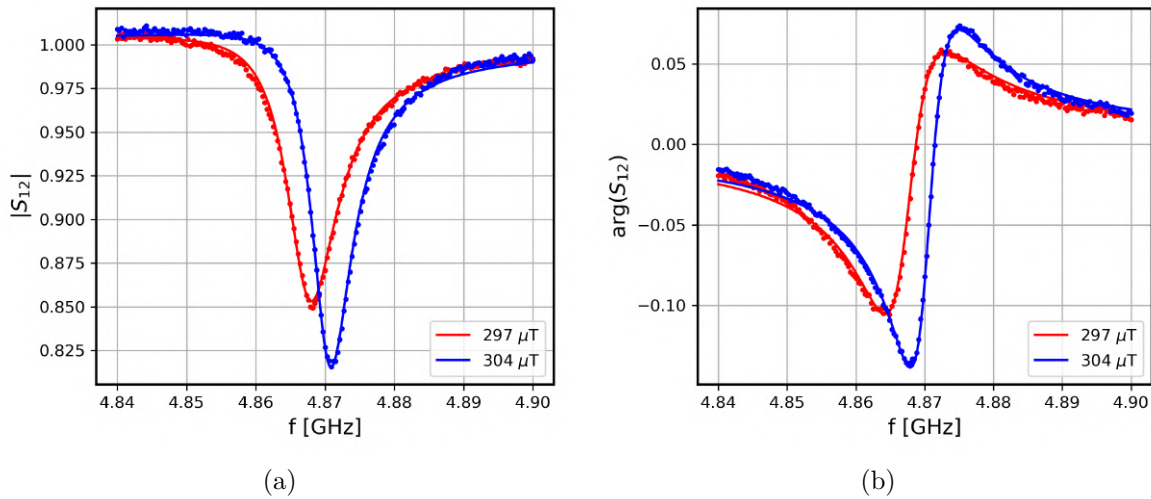


12. ábra. A korrigált S_{12} együtthatók a ϕ fázist hangoló mágneses tér nominális értékének és a rezonátorra bocsátott frekvencia függvényében, $+7$ V kapufeszültségnél. Az értékek a 11. ábrával le lettek osztva az ábrázolás előtt. A minta az árnyékolás következtében a itt látható nominális mágneses térnél körülbelül 19-szer kisebb teret érzékelt. Jól látható a rezonanciafrekvencia módosulása, ahogy a $J\dot{A}$ árama változik.

Tehát S_{12} transzmisszió felvétele során mindig korrigáltam a háttérrel. Ehhez látható egy példamérés a 12. ábrán. A mérések során a ϕ Josephson-fázis tetszőlegesen hangolható B_z mágneses térrel, így minden fázisnál meghatározhatjuk a JÁ paramétereit és ezek alapján vonhatunk le következtetéseket. Tehát minden mágnesestér-értéknél van egy minimum pontja a felvett S_{12} amplitúdóknak, ami a rezonanciafrekvenciát mutatja meg. Először is megfigyelhetjük, hogy periodikusan változik meg a rezonanciafrekvencia. Ez várható is, hiszen az áram-fázis reláció $\phi = 2\pi$ fázisváltozásra periodikus. A mérés nem $B_z = 0$ T-ra van centrálva. Erre a Föld mágneses tere és a más kísérleti be rendezésekből (például közeli kriosztátokban folyó mérésekből) eredő, szórt mágneses tér kompenzálása miatt van szükség. Hiszen ha ezt nem tennénk meg, akkor a 2.4. fejezetben bevezetett szuperáram-interferencia mintázat „véletlenszerűen” befolyásolná, csökkentené a mért szuperáramot. A kompenzálást egyszerűen úgy tettem meg, hogy megkerestem azt a régiót, ahol a 12. ábrán is látható frekvenciaeltolódások a legnagyobbak.

Érdekes a periodicitást is megvizsgálunk. A szupravezető gyűrű geometriája alapján egy periódushoz $\sim 0,67 \mu\text{T}$ mágneses tér változás tartozik. Azonban, ahogy a 12. ábrán is látszik, a mért periódus ennél jóval hosszabb, körülbelül $13 \mu\text{T}$. Ez a ~ 19 -szeres különbség az alumínium ketrec árnyékolása miatt jelenik meg.

A 13. ábrán látható két rezonanciagörbe és annak illesztése (26) egyenlet segítségével, mely két görbe a 12. ábra rezonanciaeltolódásainak maximumán és minimumán lett kiválasztva. Az illesztést mind a transzmisszió abszolútértékére, mind a fázisára együtt kell végezni a minél pontosabb eredmény elérése érdekében.



13. ábra. Rezonanciagörbék illesztése (26) formulával. A pontok a mért adatok, a folytonos vonal pedig az illesztés. Jól látható, hogy a formulával jó pontossággal illeszthetőek a görbék, így a rezonanciafrekvencia jól kinyerhető. Látható, hogy a kisebb rezonanciafrekvenciához tartozó görbe kisebb mélységű, és szélesebb, ez rosszabb jósági tényezőt jelez. A 12. ábrán alul látható tüskék az itt kiválasztott rezonanciagörbék helyét indikálják. Az illesztési paraméterek:

$$\begin{aligned} 297 \mu\text{T} - f_0 &= 4,8672 \text{ GHz}; Q_i = 613,7; Q_c = 3487,9; \vartheta = 0,3051 \\ 304 \mu\text{T} - f_0 &= 4,8702 \text{ GHz}; Q_i = 800,2; Q_c = 3446,5; \vartheta = 0,3292 \end{aligned}$$

Az illesztések során egyértelmű, hogy a 4. fejezetben felállított modell megfelelően leírja a rezonátor viselkedését, így pontos illesztés érhető el. A rezonanciaeltolódás 13. ábrán ~ 30 MHz, ami a rezonanciafrekvenciának kevesebb, mint 0,1 %-a és ez bőven a detektálhatósági határ felett helyezkedik el. Láthatjuk, hogy a rezonátor jósági tényezője is változik ~ 25 %-ot.

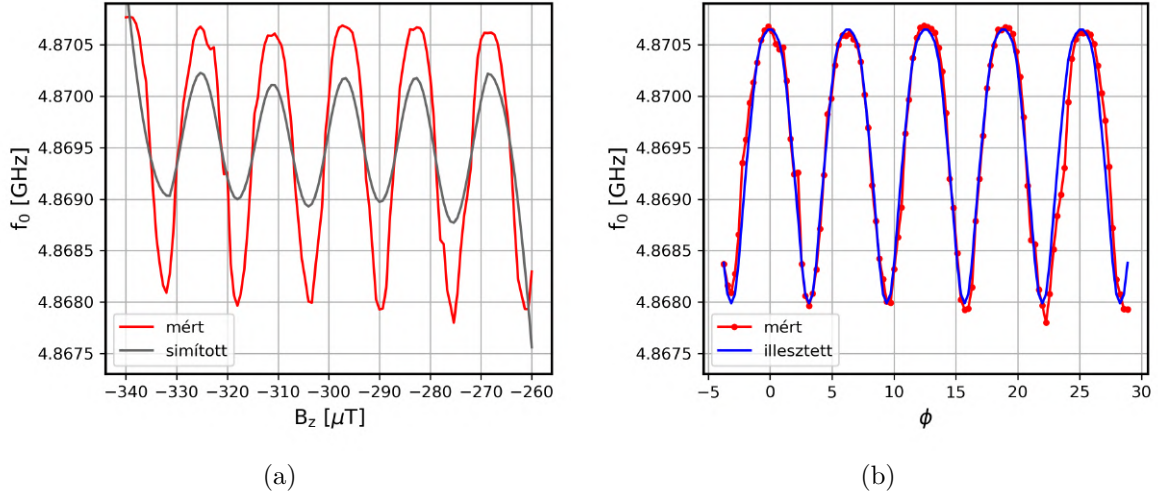
Végül a 13. ábrai illesztést az összes B_z paraméterre (a 12. ábra összes függőleges met-szetére) el kell végezni ahhoz, hogy megkapjuk az $f_0(B_z)$ rezonanciafrekvencia függvényt, amiből majd az áram-fázis relációt kinyerhetjük.

5.1. Áram-fázis reláció

A gyakorlatban a JÁ nem a 2.1 bevezető bekezdésben levezetett (4) áram-fázis relációval írható le, mivel a két szupravezető közötti csatolás nem tekinthető elég gyengének ahhoz, hogy az egyenletek linearizálhatóak legyenek. A (2)-ben a h csatolási konstans nem lesz többé állandó, hanem maga is függni fog a hullámfüggvényektől. A gyakorlatban (14) formula sem mindig használható, hiszen ha több vezetési csatorna különböző τ paraméterrel nyílik, akkor a különböző csatornák áramát nem tudjuk elválasztani egymástól. Ezért általánosan úgy vehetjük figyelembe az áram-fázis reláció nem-színuszosságát, hogy azt egy Fourier-sor formájában írjuk fel:

$$I(\phi) = \sum_k (-1)^{k-1} A_k \sin(k\phi) , \quad (30)$$

ahol az a várakozás, hogy a magasabb rendű fourier komponensek fokozatosan elhalnak, a nem túl erős csatolás miatt. Így a sor egy k_{max} értéknél befejezhető. Az együtthatók előjelét azért választottuk így, hogy az elméletileg előrejelezhető (lásd 2.3. fejezet), előre „dőlt” áram-fázis reláció esetén az együtthatók pozitívak legyenek. Amennyiben ezt az összefüggést beírjuk (29) rezonanciafrekvencia eltolódásba, akkor az A_k együtthatók a $f_0(\phi)$ függvényre való illesztésből megkaphatóak. Így hozzájutunk az áram-fázis relációhoz.



14. ábra. $V_g = +7$ V esetén meghatározott rezonanciafrekvencia görbe. (a) Az $f_0(B) \rightarrow f_0(\phi)$ átskálázáshoz szükséges minimumkeresést lehetővé tévő Savitzky-Golay simítás. (b) Ugyanez az adatsor már átskálázva és az $f_0(\phi)$ illesztése (29) segítségével.

A gyakorlatban még néhány apró trükkre szükség van, hogy ezek az illesztések véghezvihetők legyenek, így a következőkben leírom az illesztés menetét. A rezonanciafrekvenciákat a mérés során a mágneses tér függvényében kapjuk meg (14a. ábra), azonban (29)-cel való illesztéshez a fázis függvényében kell tudnunk a rezonanciafrekvenciát. Ennek meghatározásához a rezonanciafrekvencia eltolódás karakterisztikus pontjait érdemes meghatározni, például a minimumhelyét. Az áram-fázis reláció fentebb bemutatott (30) alakja esetén azt mondhatjuk, hogy a Josephson-induktivitás a $\phi = \pi$ fázisnál a legkisebb, hiszen itt az negatív előjelű, és abszolút értékben a legnagyobb a szinuszok π -re való szimmetriája alapján. Ekkor (29) értelmében a rezonanciafrekvencia eltolódás a legkisebb. Azaz a rezonanciaminimumok a $\phi = (2n + 1)\pi$ fázisnál ($n \in \mathbb{Z}$) jelennek meg, így két minimumhely között a fluxusváltozás éppen a fluxuskvantum. Ez alapján minimumkereséssel, majd a minimumok közötti lineáris interpolációval a mért rezonanciafüggvényt átskáláztam

$$f_0(B) \rightarrow f_0(\phi)$$

a Josephson-fázisra¹¹. A minimumkereséshez - a mérési zaj miatti bizonytalanságának kiküszöböléséért - a függvényre másodfokú Savitzky-Golay simítást alkalmaztam egymás után kétszer, mely ugyan elfedi a fontos részleteit a rezonanciafüggvénynek, azonban minimumkeresésre jól használható adatsort kaptam (14a. ábra). A simítás ablakszélességét úgy kell megválasztani, hogy az páratlan számú adatpontot tartalmazzon. Egyébként a

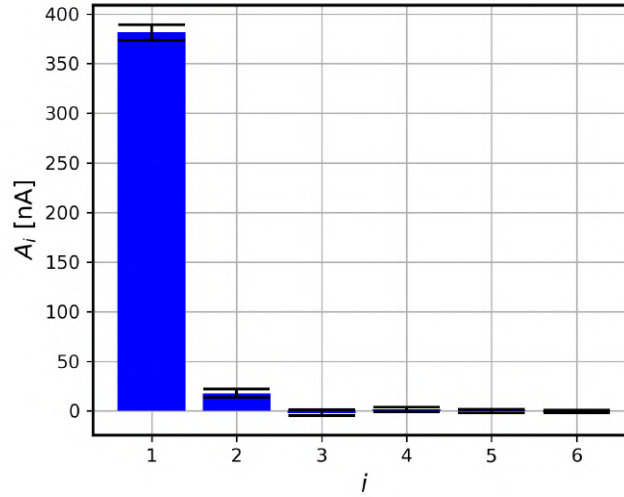
¹¹Elvileg szükség lehetne a SQUID önárnyékolásából adódó korrekcióra [13]:

$$\phi = \phi_B - \frac{2\pi}{\Phi_0} L_{\text{gyűrű}} I(\phi) ,$$

ahol ϕ_B a külső mágneses tér alapján várt Josephson-fázis. Ez iteratívan megoldható, azonban a mérési elrendezésünkben az elért mérési pontosság mellett a korrekció nem jelent gyakorlati változást, így a kiértékelések során ezt elhagytam.

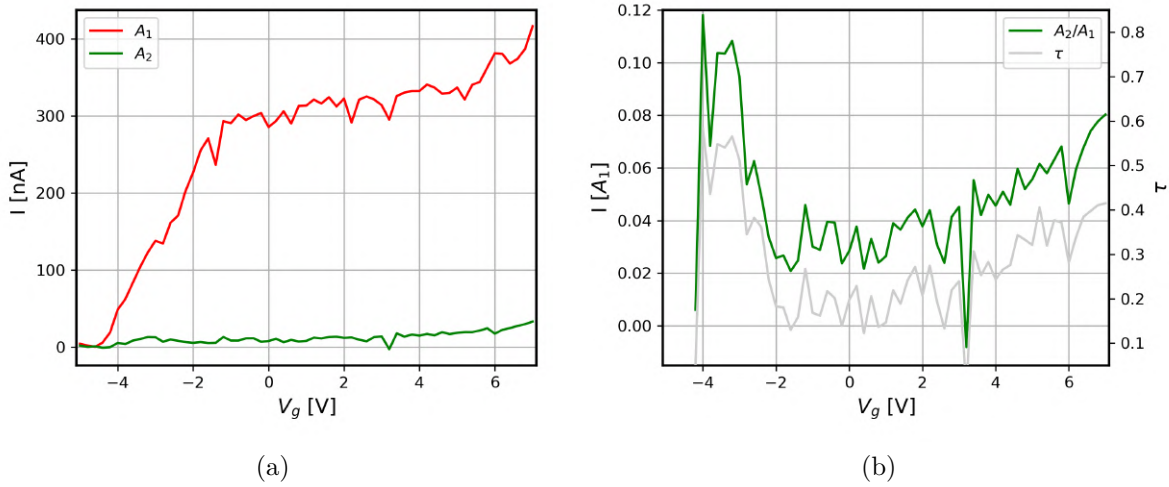
minimum helye torzul.

A (29) illesztésekhez szükségesek a paraméterként bent található adatok, mint M , L_p , $L_{gyűrű}$. Ezeket Fülöp Gergő határozta meg végeelem modellezés segítségével. A következő értékeket használtam számolásaim során: $M = 20,83 \cdot 10^{-12}$ H; $L_p = 1,5635 \cdot 10^{-9}$ H; $L_{gyűrű} = 154,53 \cdot 10^{-12}$ H. Az illesztési gyakorlat azt mutatja, hogy f_{szabad} rezonanciafrekvenciát is illesztési paraméterként érdemes kezelni.



15. ábra. Az áram-fázis reláció Fourier-együtthatói $V_g = +7$ V kapufeszültségnél a 14b. ábra illesztése alapján, standard hibával.

A 14b. ábrán látható egy már átskálázott, majd (29)-el illesztett adatsor. Jól látható, hogy az illesztés jól működik. Az 1-es minta esetén az első kettő Fourier-komponens mutat szignifikáns eltérést a nullától (például 15. ábra), azonban az illesztést mindig 6-tagú Fourier-sorral végeztük el, hogy látható legyen, ha mégis figyelembe kell venni a magasabb felharmonikusokat. A 2-es minta esetében a Fourier-komponensek harmadik tagja is szolgáltat információt. Tehát a Fourier-komponensek valóban elhálnak, ahogy azt a fentiekben leírtak alapján elvártuk.



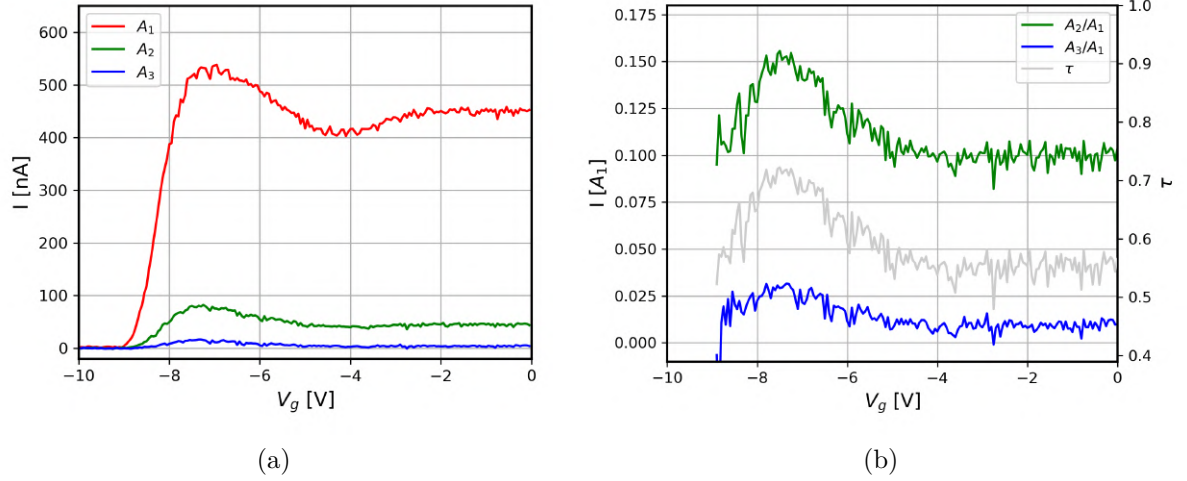
16. ábra. Az áram-fázis reláció Fourier-együtthatói a kapufeszültség függvényében. (a) Az első felharmonikus A_1 -el lenormált értékei, illetve az átlátszósági paraméter. (b)

A 2DEG-beli töltéshordozó sűrűséget a kapufeszültség változtatásával hangolhatjuk. Mivel a JÁ SNS típusú és az N régiót a 2DEG hozza létre, ezért a JÁ két oldala között a csatolás hangolható. Minél negatívabb a kapufeszültség, annál kevesebb a töltéshordozó, ezért kisebb csatolást és így kisebb kritikus áramot várunk. Tehát hogy megvizsgáljuk a JÁ kapuzási tulajdonságait, a teljes kiürítési tartományig elmentünk a kapufeszültséggel.

A 14. ábra szerinti illesztéseket kell minden kapufeszültség pontban elvégezni ahhoz, hogy megkapjuk a kapufeszültség függést mutató 16. ábrát, ahol csak a nullától egyértelműen különböző felharmonikusok amplitúdóját ábrázoltam. Látható, hogy a kapuzásnak viszonylag nagy, negatív kapufeszültségnél van szignifikáns hatása. Ugyanakkor az egyre pozitívabb kapufeszültségek esetén az áram nem szaturálódik, növekszik, tehát a két oldal közötti csatolás növekszik. A negatív feszültségeknél tapasztalható elnyomás -2 V környékén kezd el jelentős lenni, -5 V-nál az áram teljesen elnyomódott, tehát azt mondhatjuk, hogy a JÁ kiürült. A 16b. ábrán a felharmonikus értéket lenormáltam A_1 -el. Látható, hogy az anharmonicitás (melyet az A_2/A_1 definiál) minimuma 0 V környékén található. Érdeemes megfigyelni, hogy a $V_g = -2$ V alatti tartományban az anharmonicitás több, mint duplájára megnő. A 16b. ábrán az (14) Andrejev-formulával is illesztettem az adatsort. Ez logikailag ugyan nem helyes, hiszen nem tudjuk a vezetési csatornák τ átlátszóság szerinti eloszlását. Az illesztés során egy vezetési csatornát tételeztem fel, amihez így egy „átlagos” τ -t lehet rendelni. Ennek a paraméternek az értéke a csatolás erősségéről jó kvalitatív megvilágítást ad. A 2-es mintához is elkészítettem az A_1 -gyel lenormált felharmonikusokat, illetve a τ átlátszóságot (17b. ábra). Itt is megfigyelhető, hogy a kis kapufeszültségekre fel az anharmonicitás, illetve az átlátszóság növekszik. Itt a növekedés azt is eredményezi, hogy az $I_c \approx A_1$ kritikus áram értéke is megnő (17a. ábra). Az anharmonicitás növekedés azért lehet, mert a töltéshordozók sűrűségének csökkenése kevesebb szórást eredményez¹², így az átlátszóság megnő. És 2.3. fejezetbeli (14) kifejezés alapján nagyobb τ „átlátszósági” paraméterhez nagyobb anharmonicitás tartozik.

¹²Valószínűleg alsávok közötti szórás szűnik meg.

Fontos megemlíteni még, hogy a kapufeszültségre adott válasz előéletfüggő, azaz hiszterézissel rendelkezik. Például, ha már a kiürülési tartomány közelében vagyunk (1-es minta esetén pl. -3 V), akkor az A_k együtthatók az idő előrehaladtával csökkennek, kb. órás karakterisztikus idővel. Ha elég hosszú időt várunk, akkor az áram teljesen el is nyomódik.



17. ábra. Az áram-fázis reláció kapufeszültség függése egy másik minta esetén. A Fourier-együtthatók nagysága (a), illetve az A_1 -gyel lenormált értékük (b). A (b) ábrán a τ átlátszósági paraméter értékét is ábrázoltam. Jól látható az áramerősség növekedése -5 és -7 V-os kapufeszültség között. A $J\dot{A}$ átlátszóságának növekedését alátámasztja a τ transzmissziós paraméter növekedése. Ez az ábra a 2-es minta méréseiből készült.

Tehát sikerült megmutatni, hogy a felállított kiértékelési rendszer segítségével a $J\dot{A}$ tulajdonságai kinyerhetőek, és ezzel a 2DEG kapufeszültségre adott viselkedését is meg tudjuk figyelni. Láttuk, hogy a kapufeszültség segítségével a 2DEG belső elektronsűrűség elnyomható, illetve, hogy a szórási folyamatok erőssége is változik az elektronsűrűséggel.

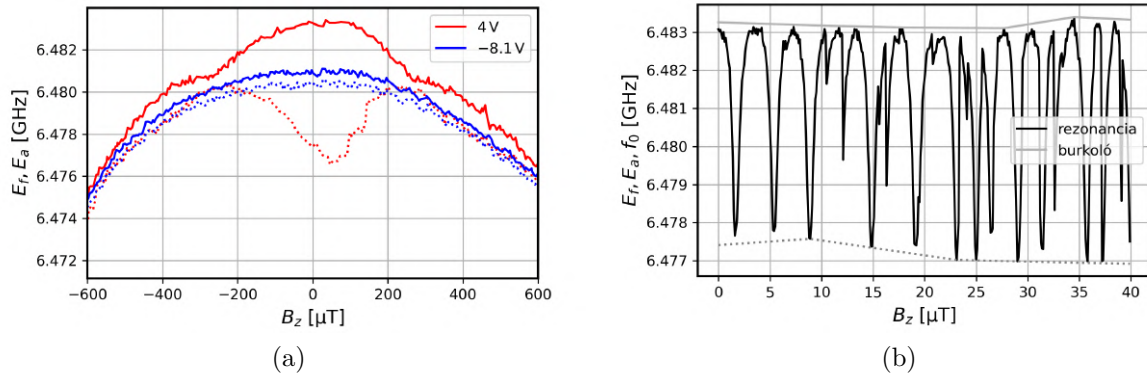
5.2. Szuperáram-interferencia

Ebben az alfejezetben megnézzük, hogy mi történik a Josephson-átmenetekkel nagy, a $J\dot{A}$ -ra „z” irányban alkalmazott mágneses tér esetén. Ahogy a 2.4. fejezetben is láttuk, a $J\dot{A}$ -ba megfelelően nagy mágneses tér esetén fluxuskvantum nagyságrendű mágneses tér hatol be, és így a $J\dot{A}$ egy interferenciaeszközként működik. Ennek az effektusnak a kimutatására irányuló, nagyfrekvenciás méréseket ezidáig nem végeztek.

A Fraunhofer-interferencia felvételéhez nincs más dolgunk, csak az 5.1 fejezetben bemutatottnál szélesebb mágnesestér-tartományban felvenni a rezonanciaelhangelődést. A rezonanciafrekvenciában megjelennek az előzőekben is látott eltolódások, azonban a nagyobb mágnesestér-ablak miatt, az előzőekben említetten, a $J\dot{A}$ -ba mágneses tér hatol. Így a frekvenciaeltolódás is modulálódik. Ebben a mérésben számunkra a frekvenciaeltolódások (de legfőképp a szuperáram) modulációja érdekes, ezért a mért adatokból a rezonanciaeltolódások burkológörbét kell kinyerni. A mérések $V_g = 0$ V-nál készültek.

Tehát elvileg nincs más dolgunk csak az előzőekben bemutatott apparátus alapján az áram-fázis relációt illeszteni úgy, hogy a mágneses tértől függő paramétereket tudjunk kapni. Azonban a burkoló kinyerése nem az előzőekben használt illesztés alapján történik. Ennek oka, hogy az áram-fázis reláció periódusai „csúnyák”, azaz alakjuk torzított, illetve a 18b. ábrán fluxusugrások is megfigyelhetők. Ennek egyik okozója, hogy a nagyobb mágneses terek miatt az alumínium ketrec nem volt effektíven használható, mivel a mérések egy tartományában az normálállapotba menne át. Tehát azt levettük. A fluxusugrások az alumínium vékonyrétegben megjelenő örvényfonalak dinamikája miatt alakulnak ki, mely örvényfonalak éppen egy fluxuskvantumnyi mágneses fluxust „tartalmaznak” [6], melyek így a Josepson-fázist módosítani képesek.

A burkoló mégis meghatározható, hiszen az áram-fázis reláció egy periódusához tartozó frekvenciaváltozások sűrűn helyezkednek el a moduláló $|\text{sinc}|$ -szerű függvény változási sebességéhez képest. Az interferenciamintázat főcsúcsába kb. 100 periódus fér bele.



18. ábra. Az interferenciamintázat kinyerése a mért rezonanciafrekvenciákból. Az ábra a 2-es minta adataiból készült. (a) Nagy negatív kapufeszültségek esetén a rezonátor tulajdonságait figyelhetjük meg. Ekkor az rezonancia eltolódást mutat a növekvő mágneses tereknél (kék görbe). Egy interferenciamintázat rezonanciájának burkolója (piros görbe). A pontozott vonal mindig az alsó, a folytonos vonal pedig mindig a felső burkoló. (b) A rezonanciaburkoló illesztésének bemutatása.

A sűrűségnek köszönhetően a burkoló jó közelítéssel megkapható, ha a rezonanciafrekvenciák maximumait és minimumait összekötjük (18. ábra). Ezzel egy felső és egy alsó burkolót kapunk. A burkolót ily módon az 1-es minta esetén 5 periódust tartalmazó mozgóablak, a 2-es minta esetén 15 periódust tartalmazó mozgóablak segítségével minimum és maximumkereséssel határoztam meg. A mozgóablakra azért volt szükség, hogy a fluxusugrások miatt keletkező, valójában nem a periódus szélsőértékeihez tartozó adatokat ki lehessen szűrni.

Az így megkapott E_a alsó és E_f felső burkoló különbségéből kaphatjuk meg az interferenciamintázat burkolóját, ezen a ponton még frekvenciaegységekben. Ahhoz, hogy átskálázzuk a méréseket áramerősségre, fel kell tételeznünk egy áram-fázis reláció alakot. Erre a legkézenfekvőbb megoldás a szinuszos áram-fázis reláció, hiszen (ahogy 15. ábrán is látjuk) a szinuszos tag dominál. Ráadásul a magasabb felharmonikusokra az interferencia mintázat „gyorsabb”, tehát kisebb mágneses tereknél éri el a minimumokat. Tehát

nem tudjuk például 5.1. fejezetben meghatározott áram-fázis relációt használni, mert az változni fog a mágneses térrel. Arról nem is beszélve, hogy ez a mérés a fent említett fejezettől különböző lehűtésben készült (hiszen az alumíniumketrec levétele miatt a mintát fel kellett melegíteni), ami pedig nem feltétlenül tartja meg a pontos tulajdonságokat.

A szinuszos feltételezéssel a frekvenciaeltolódás minimuma $\phi = \pi$ -nél a maximuma pedig pontosan $\phi = 0$ -nál van, tehát a frekvenciaeltolódás a kettő között (29) frekvenciaeltolódás és (8) áram-fázis reláció alapján:

$$\begin{aligned} \Delta f_0 = E_f - E_a &= \frac{8M^2 f_{\text{szabad}}}{\pi^2 L_p} \left(\frac{1}{L_J(\pi) + L_{\text{gyűrű}}} - \frac{1}{L_J(0) + L_{\text{gyűrű}}} \right) = \\ &= \frac{8M^2 f_{\text{szabad}}}{\pi^2 L_p} \cdot \frac{\frac{\hbar}{eI_c}}{(\hbar/2e)^2 I_c^{-2} - L_{\text{gyűrű}}^2} . \end{aligned} \quad (31)$$

Vizsgáljuk meg a második tag nevezőjét! Ekkor azt kapjuk, hogy amennyiben a

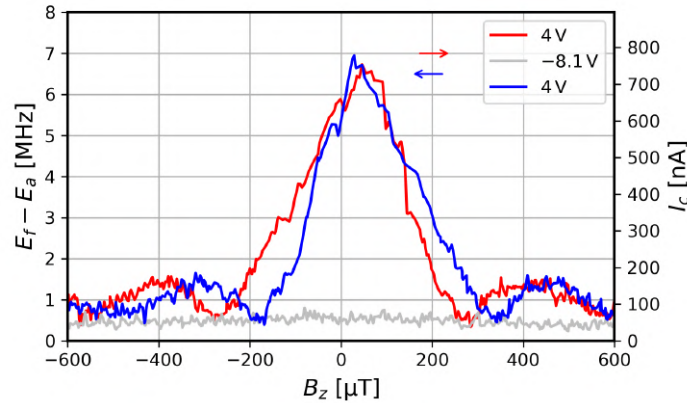
$$\left(\frac{\hbar}{2eI_c} \right)^2 \gg L_{\text{gyűrű}}^2 \quad (32)$$

feltétel teljesül, akkor a kifejezés linearizálható I_c -ben. Ez a numerikus adatokat behelyettesítve azt jelenti, hogy $I_c \lesssim 700$ nA esetben a következő kifejezés használható:

$$\Delta f_0 \approx \frac{32e \cdot M^2 f_{\text{szabad}}}{\pi^2 L_p \cdot \hbar} \cdot I_c , \quad (33)$$

itt e az elemi töltés. Ezzel az összefüggéssel egyszerűen lehet a burkolók különbségét kritikus árammá konvertálni.

Először vizsgáljuk meg, hogy mi történik, ha elnyomjuk a JÁ áramát kapuzás segítségével (18a. ábra). Azt látjuk, hogy a frekvenciaeltolódások nem szűnnek meg teljesen. Ezt tekinthetjük a rendszer zajszintjének, hiszen 19. ábrán a JÁ felső és alsó burkolójának különbségének minimuma éppen az üres JÁ-tel mért burkolók különbségéig megy le. Másrészről észreveszzük, hogy a rezonanciafrekvencia eltolódik a mágneses tér nagyságával, az eltolódás hozzávetőleg négyzetes. Ez a jelenség az irodalomban ismert [9][14] és azért jelenik meg, mert a (24) kinetikus induktivitásban megjelenő részecskesűrűség csökken a mágneses tér kritikus hőmérsékletet csökkentő (tehát Cooper-pár felszakító) hatása miatt. Azt is érdemes megfigyelni, hogy a kvadratis eltolódás nem teljesen szimmetrikus a B_z mágneses térre.



19. ábra. Az interferenciamintázat a B_z mágneses tér változtatási irányától függ. A mágneses tér változtatási irányát a kis nyilak jelzik. A szürke görbe az üres rezonátor zajszintjét mutatja. Az ábra a 2-es minta adataiból készült.

Tehát most nézzük meg a kapott interferencia mintázatot (19. ábra), melyet a $B_z = 0$ T mágneses térre kézzel centráltunk, hogy az összehasonlítható legyen más mérésekkel. Először is érdemes megjegyezni, hogy ahhoz képest, hogy ilyen mérést még nem csinált senki, a mérés nagyon jól sikerült. Egyértelmű a középső, és a mellécsúcsok is, mely a 2.4. fejezetben levezetettek alapján várható. Jól látható azonban a középcsúcs „ferdesége”. Ez valószínűleg a fejezet elején már említett, a fluxusugrásokat is okozó örvényfonal dinamika miatt történik [16]. Még észrevehetjük, hogy a legnagyobb kritikus áram nagyobb, mint az áram fázis relációból kinyert kritikus áram (17a. ábra). Ennek több oka lehet. Elképzelhető, hogy az áram-fázis reláció mérése során nem „találtuk el” a Fraunhofer-mintázat közepét. Az áram-fázis reláció kiértékelése során több periódusra egyszerre illesztünk, ezért az átlaguk kisebb lehet, mint a maximum. Ez a hatás azonban kicsiny. Abból is eredhet különbség, hogy az interferencia mintázat a minta másik lehűtésében készült, illetve a szinuszos áram-fázis reláció feltételezéssel felülbecsüljük a kritikus áramot.

Összefoglalva, a Fraunhofer-mintázat kimérésére irányuló mérésekre nem tudtuk alkalmazni a várt kiértékelési módszert, azonban az áram-fázis reláció alakjának feltételezésével és a rezonanciagörbék burkolójának meghatározásával nagyfrekvenciás mérés segítségével sikerült a várt interferenciamintázatot megkapni.

5.3. Síkbeli mágneses tér

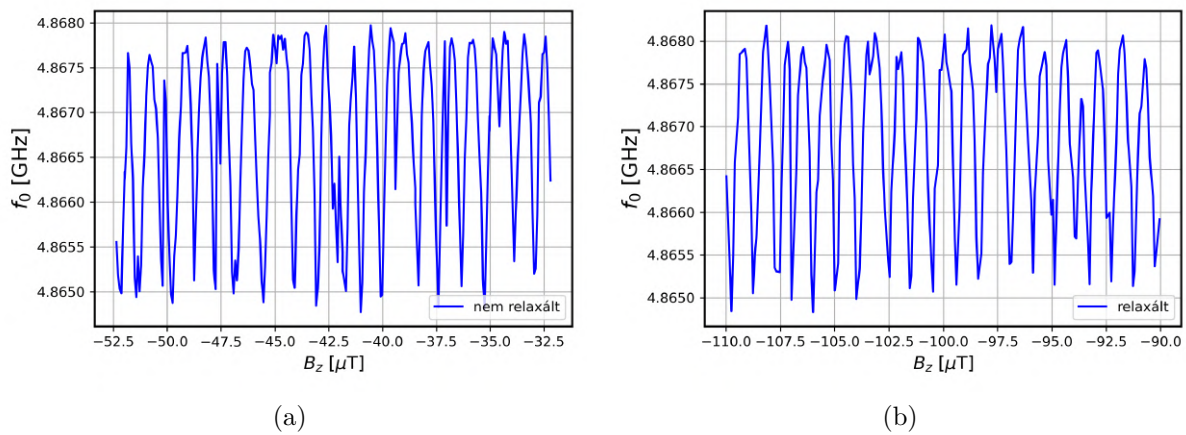
A 2DEG-beli SPK külső mágneses tér jelenlétében újfajta effektusokhoz vezethet (például a $J\hat{A}$ ún. ϕ_0 átmenetté válhat [15]) a mágneses tér általi időtükrözési szimmetria és az SPK miatti királis szimmetria megsértése következtében. Ennek tanulmányozására a rendszert a 2DEG síkjába eső mágneses térbe helyeztük, és megismételtük a fentebb leírt méréseket.

Ezen mérések során a külső mágneses zajt csökkentő alumínium ketrec nem volt használható, hiszen olyan nagyságú mágneses tereket alkalmaztunk, ami már normálállapotba vitte volna azt. Ez a külső mágneses zajt is megnövelte, ami a mérések elvégzését és kiértékelését megnehezítette. Az éjfél és hajnali 4 között végzett mérések például tipikusan

sebbek lettek, mint a napközbeniek. Ez valószínűleg a labor közelében futó 4-es metróvonal üzemszünetének tudható be.

5.3.1. Szuperáram anizotrópia

A 5.1 fejezetben végzett kiértékelési feladatok során megtehettem, hogy több periódusra egyszerre illesztettem. Ott kis mágneses terekben történt a mérés, így az örvényfonalak nem okoztak problémát, illetve az alumínium árnyékolás is segített. Ennél a mérésnél azonban a helyzet különböző.

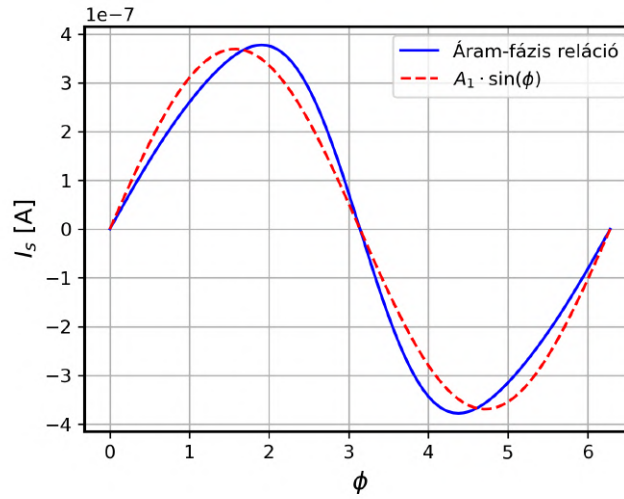


20. ábra. A relaxálás szükségességének bemutatása, a Fraunhofer mintázat közepén, $B_x = 20$ mT mágneses tér esetén.

A minta síkja nem esett teljesen egybe a használt vektormágnes „xy” síkjával. Ez annyit jelent, hogy amikor a mágneses teret elvileg a minta síkjában forgattuk, akkor a „z” komponens is módosult. A módosulás mértéke a síkbeli mágneses tér 1,5-2%-a volt¹³, mind az „x”, mind az „y” irányú mágnes esetében. A „z” irányú vektormágnesnek viszonylag kis mágneses tereket kell szolgáltatnia (ahhoz képest, hogy a mágnes akár 7 T generálására is tervezték), nagy pontossággal. Így a nekünk szükséges pontossággal a mérés körülményeiben a „z” mágnes hiszterézises viselkedést mutat. Ezért nem lehetett a síkbeli mágneses térből eredő B_z komponenst a „z” mágnessel megfelelően kompenzálni. A kiküszöbölésért szélesebb B_z tartományt vettünk fel, úgy, hogy a szuperáram interferencia mintázat közepe bizonyosan a mérési ablakban legyen. Azonban a tapasztalat azt mutatja, hogy fázisugrások itt is megjelennek, annak ellenére, hogy $B_z = 0$ T környékén örvényfonalaknak nem kellene megjelenniük (20a. ábra). Tehát az ugrálás megnehezítené az áram-fázis reláció kiértékelését. Ezen azonban lehet segíteni, mivel a mérési tapasztalat azt mutatta, hogy a fázisugrások csökkennek, ha a rendszert hagyjuk relaxálódni, azaz egy ideig nem változtatjuk a mágneses teret. Ezt kihasználva a 240 μ T széles B_z ablakot 4 darabban vettük fel és a darabok között 100 s várakozási időt hagytunk. Végül kiválasztottuk az ablak azon részét, ahol a legnagyobb frekvenciaeltolódások tapasztal-

¹³Az érték csak hozzávetőleges, mivel az alapján próbáltuk kimérni, hogy mekkora B_z térrel lehet kompenzálni a $\mathbf{B}_s$ síkbeli mágneses tér hatását, azonban a „z” mágnes hiszterézist mutat.

hatóak (az interferencia mintázat „közepét”), és ezzel a résszel dolgoztunk tovább (20b. ábra).



21. ábra. A kritikus áram kinyeréséhez rekonstruált áram-fázis reláció „y” irányú 10 mT mágneses tér esetén. Összehasonlításképpen egy A_1 amplitúdójú szinuszt is ábrázoltam.

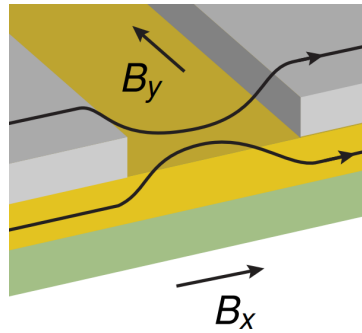
Az így felvett adatokra sem lehetett sajnos globális áram-fázis reláció illesztést véghez vinni, azok továbbra is túl zajosak voltak. Ezért az adatokat úgy értékeltem ki, hogy külön minden periódusra illesztettem az áram-fázis relációt (29) segítségével¹⁴. Az $f_0(B_z) \rightarrow f_0(\phi)$ átskálázást ugyanúgy végeztem el, mint 5.1. fejezetben, azonban azokat a periódusokat, melyek túl kevés adatpontot tartalmaztak, nem használtam fel az illesztés során. Egyrészt ezek a periódusok valamilyen zajjal torzítottak. Másrészt azért szelektáltam így, mivel ha kevesebb adatpontra illesztünk, mint ahány illesztési paraméter található az illesztőfüggvényben, akkor az illesztésnek nincs értelme. Csak a legalább 8 adatpontot tartalmazó periódusokat használtam fel. Először az így minden periódusra megkapott A_k együtthatókat átlagoltam, és az átlagolást minden mágneses tér irányánál és nagyságnál elvégezve megkaptam a $\mathbf{B}_s$ síkbeli mágneses tér függő felharmonikus értékeket. A zajos adatok miatt azonban csak az A_1 átlaga különbözött szignifikánsan nullától. Ezért és azért, hogy a kiértékelési algoritmus általánosan is használható legyen, egy új módszert vezettem be. Minden periódusra az A_k Fourier-együtthatókból rekonstruáltam az áram-fázis relációt (21. ábra) és ennek vettem a maximumát, ami pedig a kritikus áramot adta. Ezeket átlagoltam össze. Ez az esetben nem különbözött lényegesen az átlagolt A_1 értékektől, azonban intenzívebb felharmonikusok esetén a különbség szignifikáns lehet.

A síkbeli mágneses tér értékét 0 és 45 mT között változtattam. Annak az oka, hogy miért nem vizsgáltam nagyobb mágneses terek esetén az, hogy ekkor a rezonátor jó-sági tényezője leromlik [16], és a SQUID által okozott moduláció belemosódik a mérés zajába, hiszen a rezonancia kiszélesedésével a rezonanciafrekvencia kisebb bizonyossággal

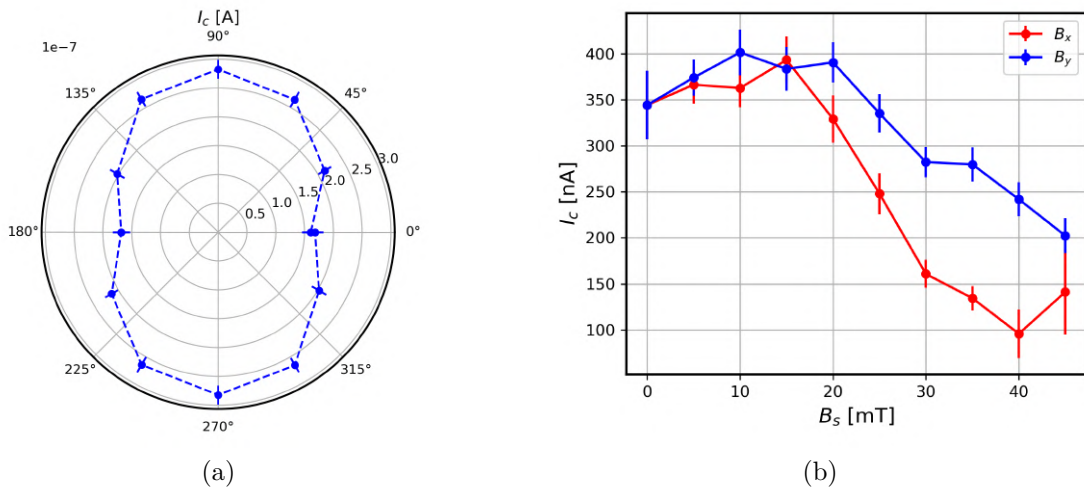
¹⁴Az illesztés elvégzéséhez az egy-egy periódust sokszorozni kellett, hogy az illesztési algoritmus konvergáljon.

állapítható meg.

A JÁ a minta síkja beli mágneses térre nézve inverziós szimmetriával rendelkezik, ezért a kiértékelések során a $\mathbf{B}_s$ és $-\mathbf{B}_s$ irányokat ekvivalensnek tekintettem, az ezekből származó adatokat is összeátlagoltam. A kritikus áram irányfüggése 30 mT-nál a 23a. ábrán megfigyelhető. Látjuk, hogy az árammal párhuzamos „x” irányba mutató mágneses tér esetén a kritikus áram jóval kisebb, mint az erre merőleges „y” irányba mutató esetén, a kettő közötti átmenet pedig folytonos. Az összes mért mágneses tér esetén az „x” illetve „y” irányú szuperáram változását a 23b. ábrán ábrázoltam. Láthatjuk, hogy az „x” irányú mágneses térre a kritikus áram elnyomása sokkal erőteljesebb, mint az „y” irányúra. Sajnos a mágneses tér nagysága miatt nem tudtuk megmérni, hogy a kritikus áram nagyobb tereknél újra növekedni kezd-e, mint ahogy az más munkákban látható [17].



22. ábra. A Meissner-effektus miatti mágneses fókuszálódás vázlata. [18]



23. ábra. A kritikus áram irányfüggése $B_s=30$ mT esetén (a) és a kritikus áram térfüggése a koordinátatengelyek irányában nézve (b). A θ az „x” tengellyel bezárt szög. Érdemes megjegyezni, hogy (a) inverziós szimmetriával rendelkezik, hiszen a kiértékelés során $\mathbf{B}_s$ és $-\mathbf{B}_s$ irányt ekvivalensnek tekintettem. A függőleges illetve a sugárirányú vonalak a 90%-os konfidenciaintervallumot jelzik.

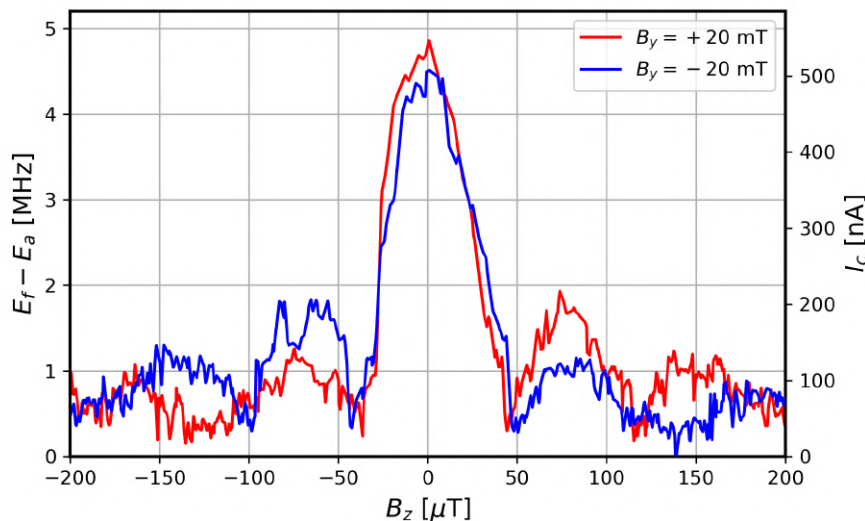
A különbség a két irányú szuperáramban valószínűleg a Meissner-effektus miatti mágneses fókuszálásból ered. Az „x” irányú mágneses tér esetén a szupravezető két oldalán az erővonalak felsűrűsödnek, így a Josephson-átmenetnél a szupravezető alatt elhelyezkedő 2DEG nagyobb effektív teret érzékel. Az „y” irányú tér esetén hasonló jelenség nem játszódik le.

A B_x mágneses tér esetében az utolsó adat már a kritikus áram növekedését jelzi. Itt azonban nagy a szórása az adatoknak. Ez azért van, mert az ehhez kapcsolódó mérés már a zajszint közelében van, ezért a kiértékelt, periódusnak vélt rezonanciafrekvenciaeltolódás valójában lehet, hogy csak a mérés zaja volt. Ezért ez a pont nem tekinthető reálisnak, így nem alkalmas következtetések levonására sem.

5.3.2. Fraunhofer aszimmetria

A szuperáram-interferencia mérést is megismételtük a minta síkja-beli mágneses teret alkalmazva. Ekkor nem alkalmaztam a fentebbi technikát, miszerint időnként relaxálni hagyjuk a mintát. Ennek egyik oka az volt, hogy nem volt igazából szükség periódusok feloldására, hiszen itt azok burkolóját használjuk fel. A másik oka pedig, hogy minél kevesebb idő alatt szerettem volna lemérni az interferencia mintázatot, hogy a külső mágneses zavarok kevésbé befolyásolják a mérési eredményt, hiszen az torzítja a burkoló alakját. A relaxált méréseknél ráadásul akár több, nem folytonos ugrás megjelenhetett volna, amennyiben a várakozási idő alatt a külső mágneses tér szignifikánsan változik. A változás a szomszédos kriosztátok kísérleteinek mágneses tér módosításából ered.

Ennél a mérésnél $600 \mu\text{T}$ -ás B_z tartományban mértem, hogy a síkbeli mágneses tér által „biztosított” B_z komponens se okozzon problémát. Azért választottam ennyire szélesnek az ablakot, hogy az interferenciamintázatnak minél nagyobb részét fel tudjuk venni.



24. ábra. Interferenciamintázat „y” és „-y” irányú, 20 mT abszolút értékű síkbeli mágneses tér esetén. Egyértelmű, hogy az első mellékmaximumok aszimmetrikussá váltak. Az összehasonlíthatóság miatt a mágneses teret 0 T -ra centráltuk.

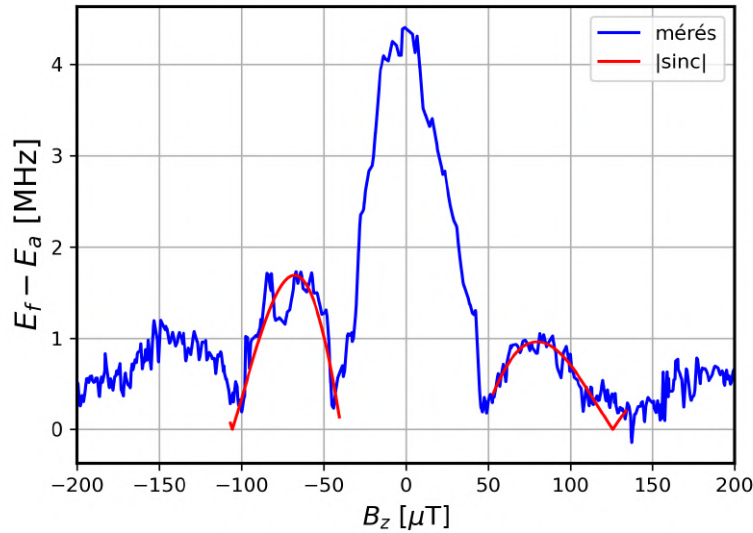
A elkészített mérésekből először is látszik a $B_s = 0$ T mágneses térnél is tapasztalt „dőlése” az interferenciamintázatnak. Hogy ez ne okozzon problémát, az összehasonlított méréseknél ügyeltünk arra, hogy azok közül mindegyik vagy csökkenő vagy növekvő mágneses térnél legyenek felvéve.

Ami viszont újdonság, hogy az interferenciamintázat első mellékcúcsai aszimmetriát mutatnak. Ez az aszimmetria pedig függ a mágneses tér irányától. A 24. ábrán látható, két interferenciamintázat, melyen jól megfigyelhető az aszimmetria. Ennél az ábránál is a mágnesestér-értékeket kézzel centráltuk zérushoz a mérések összehasonlíthatóságának kedvéért. Ezen kívül még érdemes megfigyelni a második minimumok helyét. Azon az oldalon, ahol a mellékcúcs nagyobb, a második minimum közelebb helyezkedik el az elsőhöz, mint azon az oldalon, ahol a mellékmaximum kisebb.

Az aszimmetriára be lehet vezetni egy aszimmetria paramétert:

$$\mathfrak{A} = \frac{I_c^{(1)} - I_c^{(-1)}}{I_c^{(1)} + I_c^{(-1)}} , \quad (34)$$

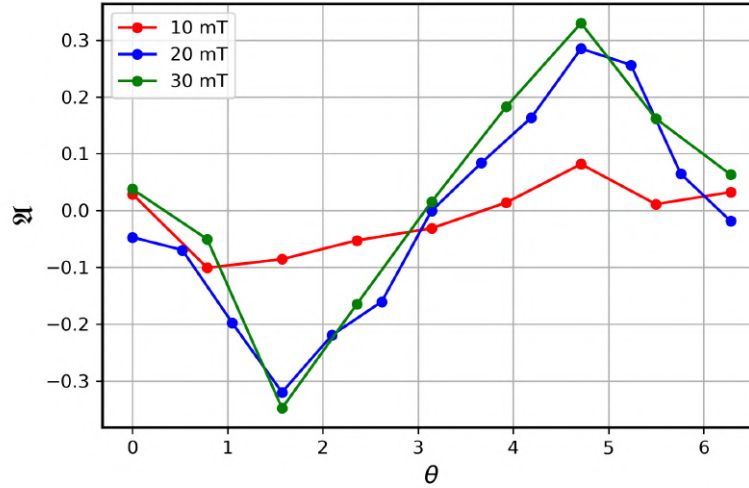
ahol $I_c^{(n)}$ az n -edik mellékcúcs maximális kritikus árama. Ez az aszimmetria paraméter a két csúcs eltérését lenormálja azok méretével. Ennek használatához azonban szükséges a csúcsok méretének kinyerése. Ideális esetben ez lehetne csupán egy maximumkeresés, azonban az adataim ehhez túl zajosak voltak. Ezért a szuperáram interferencia formájára vonatkozó (18) összefüggés alapján az egyes csúcsokra a $|\text{sinc}|$ függvény megfelelő részét illesztettem.



25. ábra. Az aszimmetria paraméterhez a mellékcúcsok méretének kiértékelése a $|\text{sinc}|$ függvény mellékcúcsainak illesztésével, $B_y = -20$ mT esetén

Az így megkapott kritikus áramokból kiszámított aszimmetriákat pedig a 26. ábrán a mágneses tér irányának függvényében ábrázoltam. A θ szög az „x” iránnyal bezárt szöget jelöli. Jól látható, hogy az aszimmetria akkor maximális, amikor a mágneses tér az „y” irányba mutat, azaz a mágneses tér merőleges az áramirányra. Ekkor az aszimmetria paraméter $\mathfrak{A} \approx 0,33$ értéket vesz fel $|\mathbf{B}| = 30$ mT tér esetén. A mágneses tér

„y” komponensének csökkenésével pedig az aszimmetria abszolútértéke monoton módon csökken. Érdekes megnézni, hogy míg a mágnesestér-értéket 10-ről 20 mT-ra növelve az aszimmetria több, mint kétszeresére nőtt, addig a 20 és 30 mT térben mért értékek között gyakorlatilag nincsen különbség.



26. ábra. Az aszimmetria paraméter értéke különböző mágneses terek és irányok esetén. A θ az „x” tengellyel bezárt szög.

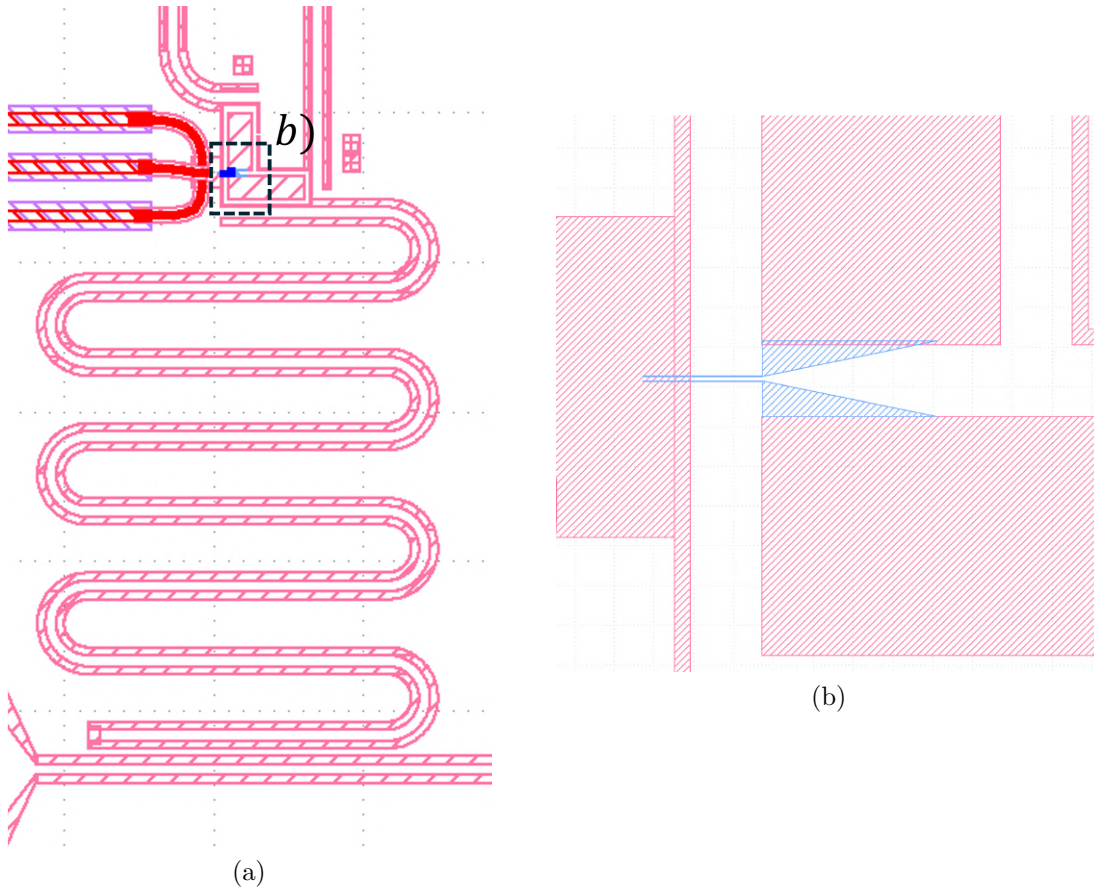
Az aszimmetria azért jelenhet meg, mert ahogyan azt előző munkákban megmutatták [15][18] az SPK-val rendelkező, mágneses térbe helyezett Josephson-átmenetek úgynevezett ϕ_0 átmenetökké válhatnak. Ez annyit tesz, hogy $\phi = 0$ fáziskülönbség esetén véges áram folyik a JÁ-n, és valamikor véges ϕ_0 fáziskülönbség esetén lesz az áram nulla. Ez a ϕ_0 fázis a JÁ keresztmetszete mentén változhat, aminek a hatására az interferencia mintázat aszimmetrikussá válhat.

Tehát a minta síkja belüli mágneses térről is megvizsgáltuk az interferenciamintázatot, a mágneses torzítások elkerüléséért próbáltunk minél gyorsabban mérni. A mintázat mellékcúcsai azt a ritka jelenséget mutatják, hogy a $\mathbf{B}_s$ mágneses tér irányától és nagyságától függően asszimmetriát alakítanak ki. Ennek a mechanizmusa nincsen igazán kidolgozva, ezért annak eldöntése, hogy pontosan mi okozza a jelenséget, további vizsgálatot igényel.

6. Kitekintés

6.1. Koherensen csatolt átmenetek

A kísérleteim folytatásának iránya a JÁ-k koherens csatolása. Ezt azért fontos tanulmányozni, mert a Kitajev-lánc létrehozásához szükséges egyes régiókat koherensen és hangolhatóan csatolni egymáshoz. A JÁ-k csatolása ígéretes lehet különböző eddig nem tapasztalt jelenségek kimérésére és kontrollálására, mint például a szupradióda effektus [19]. Ennek az eléréséhez két JÁ-t egy közös ~ 300 nm vastagságú szupravezető régió választ el úgy, hogy mind a két JÁ egy-egy szupravezető gyűrűbe van foglalva. Ezt a 27. ábrán látható elrendezés valósítja meg. Az egyik szupravezető gyűrűhöz a fentiekhez hasonlóan egy szupravezető rezonátor van csatolva a kiolvasás érdekében. A szupradióda effektus az időeltolási szimmetria és az inverziós szimmetria megbontása esetén következhet be. Ez a mérési felállításunkban a 2-es gyűrűre való B_z mágneses tér alkalmazásával és a két JÁ ϕ fázisának asszimmetrikus hangolásával érhető el.



27. ábra. A koherensen csatolt Josephson-átmenetek mérését megvalósító eszköz terve. (a) Látható a rezonátor, alul a tápvonal, felül két fluxusvonal, illetve 3 kapuelektroda. A három kapuelektrodára a mérési geometria miatt van szükség. A (b) ábrán a rózsaszín rovátkolt területekről mind a 2DEG, mind az alumínium el lett marva, a kék területekről csak az alumínium. Így a kép közepén látható a két, koherensen csatolt JÁ.

A chip jelenleg készül. Ehhez olyan új fabrikációs megoldásokat kellett kidolgozni, mely során a chipet nem melegítjük fel $120\text{ }^{\circ}\text{C}$ fölé. Ennek oka, hogy más kutatócsoportok megfigyelték, hogy nagyobb hőmérsékleten a kvantumgödröt kialakító dópoló anyagok eldiffundálnak a helyükről.

6.2. TWPA

Az alkalmazott méréseknél az az ideális, ha minél kisebb jelet alkalmazunk a rezonátor meghajtására, mert ekkor az kevésbé befolyásolja a hozzá csatolt rendszer viselkedését, tehát pontosabb méréseket lehet végezni. Azonban ha csak pár mikrohullámú fotonból kell kiolvasnunk a mérési eredményeket, akkor a jelerősítés során keletkező zaj miatt fontos részleteket veszthetünk el. Ezért érdemes úgynevezett „kvantum limitált erősítő” használni. Ezzel a kvantumfizika által megengedett zajszint közelében lehet maradni. Az ilyen erősítők sokszor parametrikus erősítést alkalmaznak.

A parametrikus erősítők hagyományosan egy olyan rezonátorból állnak, amibe egy megfelelő nem lineáris elem be van építve. Az erősítést úgy érzük el, hogy egy az erősítendő jeltől különböző frekvenciájú jelet is az erősítőre kapcsolunk, mely a nemlineáris elem miatt képes keveredni más frekvenciájú jelekkel, és megfelelő kialakítás esetében felerősíteni a bejövő jelet. Azonban ebben a hagyományos megközelítésben szükséges egy rezonátor, ami jelentősen korlátozza az erősítő sávszélességét.

A kutatócsoport tehát beszerzett egy úgynevezett haladó hullámú parametrikus erősítőt (TWPA¹⁵), mely képes a fentebb leírt parametrikus erősítésre a rezonátor nélkül.

Ezt az erősítőt beszereltük a keverési hűtőgépbe. Jelenleg tesztelés alatt van. A jövőben ez az eszköz precízebb méréseket tehet lehetővé. Illetve ha már több kvantumbites rendszereket szeretnénk mérni, akkor a mérés multiplexelését is megengedi.

¹⁵Az angol *travelling wave parametric amplifier* rövidítése

7. Összefoglalás

Az InAs 2DEG platformon sikerült előállítani egy rf SQUID áramkört, melynek a segítségével a SQUID-be ágyazott Josephson-átmenet tulajdonságait meg tudtuk vizsgálni. A JÁ fázisfüggő induktivitása a SQUID-hez kapcsolt rezonátor frekvenciaeltolódásából nyerhető ki. Megmutattuk, hogy a rezonátort a kidolgozott elmélet jól leírja, így a rezonátor meghajtására szolgáló tápvonalon való transzmisszióméréssel a rezonanciafrekvencia jó pontossággal meghatározható.

A Josephson-induktivitásból az áram-fázis relációt visszaszámoltuk. Mivel a JÁ-k általános elmélete azt mondja, hogy az áram-fázis reláció valamilyen szinusztól eltérő alakot vesz fel, ezért kiértékeléseink során az áram-fázis relációt Fourier-sor formájában írtuk fel. Megmutattuk, hogy a nagyobb frekvenciához tartozó Fourier-komponensek elhalnak, így mintától függően az első 2 vagy 3 különbözik szignifikánsan zérustól.

Vizsgáltuk, hogy a JÁ hogyan reagál a kapufeszültségre. Azt kaptuk, hogy a szuperáram negatív feszültségekkel elnyomható, tehát az alagútátmenet régiójából a töltéshordozók kiürülnek. A feszültség mértéke azonban a különböző eszközökre más és más. Az eszközökön mért áram-fázis reláció a csökkenő kapufeszültségek felé szignifikáns anharmonicitás növekedést mutatott, a 2-es mintán szuperáram növekedést is megfigyeltünk.

Az irodalomban elsőként nagyfrekvenciás mérési módszerrel vizsgáltuk a mágneses térbe helyezett, kiterjedt JÁ-kra jellemző szuperáram-interferenciamintázatot. Ekkor a fluxusugrások miatt az áram-fázis reláció nem volt kiértékelhető. A terheletlen rezonátor rezonanciafrekvenciája is elhangolódott a mágneses térben, az interferencia burkológörbét mégis sikerült kinyernünk a rezonanciaeltolódások burkolóját használva. Az ilyen módon kapott burkolóban jól felismerhető az elméletileg előrejelezhető $|\text{sinc}|$ függvény, ugyanakkor az interferenciamintázat hiszteretikus viselkedést mutat a minta síkjából kimutató mágneses tér változtatási irányára nézve.

Megvizsgáltuk a JÁ tulajdonságait a minta síkjában alkalmazott mágneses tér függvényében is. Ehhez a kiértékelésen módosítani kellett, hiszen nem tudtuk a mágneses zajt csökkentő alumínium árnyékoló ketrecet használni. Minden periódust külön illesztettünk, majd az ebből kapott kritikus áram értékeket átlagoltuk össze egy egy mágnesestér-irány és -nagyság esetén. Ebből azt kaptuk, hogy a növekvő mágnesestér-nagyságok esetén a kritikus áram anizotropán nyomódik el. Ha az áramiránnyal párhuzamos a mágneses tér, az elnyomódás erősebb, mint az erre merőleges irányban. Ez valószínűleg a Meissner-effektus miatti mágnesestér-fókuszálódás miatt történik.

Végül megvizsgáltuk az interferencia mintázatot is síkbeli mágneses tér esetén. Ekkor azt kaptuk, hogy az első mellékcúcsok mérete nem szimmetrikus a minta síkjából kimutató mágneses térre. Az aszimmetria is anizotrópiát mutat a síkbeli mágneses tér irányára nézve. Ha a szuperáram és a mágneses tér párhuzamos, aszimmetria nem jelenik meg, ha pedig a mágneses tér merőleges az áramra, az aszimmetria maximális. Amennyiben növeljük a síkbeli mágneses tér nagyságát az aszimmetria először növekszik majd a növekedés gyakorlatilag megáll. Az aszimmetria következhet abból, hogy a mágneses tér a SPK jelenlétében a Josephson-átmenetet ϕ_0 átmenetbe viszi át, ugyanakkor a keresztmetszet mentén a hatás nem homogén. Ez azonban nem egyértelmű, eldöntése további vizsgálatokat igényel.

Egy tudományos cikk is készült, többek között az általam készített mérésekből, mely

jelenleg elbírálás alatt áll a *Physical Review Research*-nél. A cikk azonban az arxiv-on már megtalálható „*Determination of the current-phase relation of an InAs 2DEG Josephson junction with a microwave resonator*” címmel [20].

8. Köszönetnyilvánítás

Szeretném megköszönni elsősorban témavezetőmnek, Scherübl Zoltánnak a tanácsait, illetve a kérdéseimre adott válaszait. Szeretném még megköszönni Csonka Szabolcsnak és Makk Péternek, hogy lehetővé tették a kísérlet elvégzését, illetve segítették azt koncepcionális elképzeléseikkel a konzultációk során. Ezen kívül szeretném megköszönni szüleim folytonos támogatását.

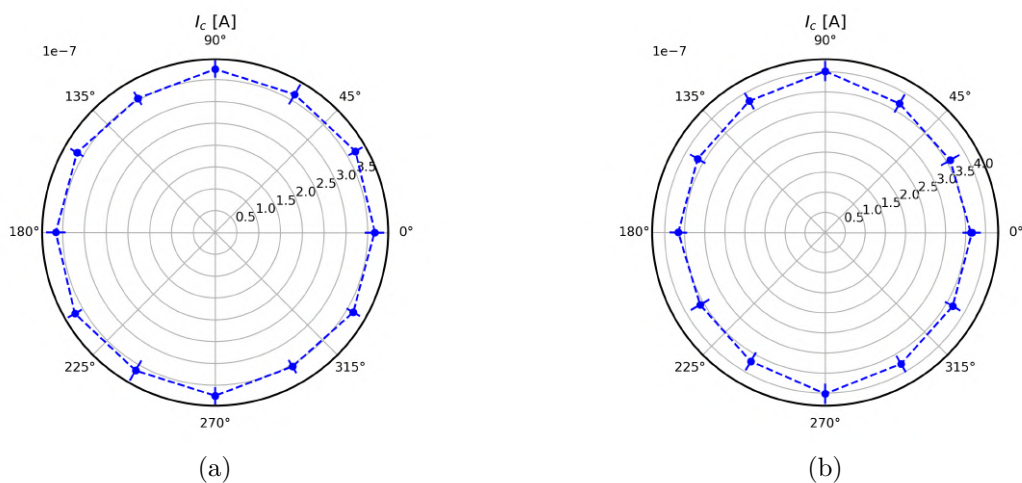
A kutatást az Innovációs és Technológiai Minisztérium és a Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alap támogatta a Kvantuminformatika Nemzeti Laboratórium keretében.

Hivatkozások

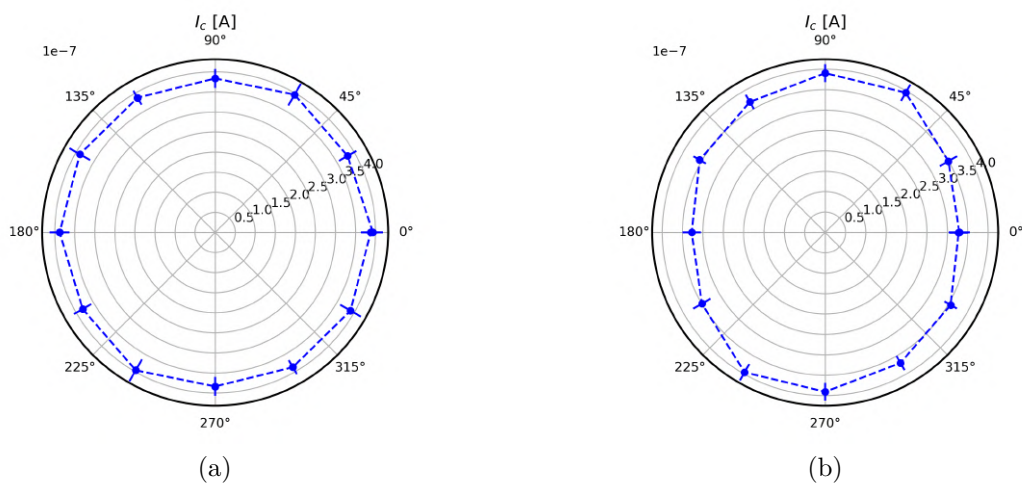
- [1] Feynman, R. P. (1985). *Quantum Mechanical Computers*. Optics News, 11(2), 11. <https://doi.org/10.1364/on.11.2.000011>
- [2] Wang, G., Dvir, T., Mazur, G. P., Liu, C., Van Loo, N., Haaf, S. L. D. T., Bordin, A., Gazibegovic, S., Badawy, G., Bakkers, E. P. a. M., Wimmer, M., & Kouwenhoven, L. P. (2022). *Singlet and triplet Cooper pair splitting in hybrid superconducting nanowires*. Nature, 612(7940), 448–453. <https://doi.org/10.1038/s41586-022-05352-2>
- [3] Brooks, Michael (January–February 2024). *Bring on the noise*. MIT Technology Review. Vol. 127, no. 1. Cambridge, Massachusetts. p. 50.
- [4] Kitaev, A. Y. (2001). *Unpaired Majorana fermions in quantum wires*. Physics-Uspekhi, 44(10S), 131–136. <https://doi.org/10.1070/1063-7869/44/10s/s29>
- [5] Feynman, R. P. (1970) *Mai fizika 9*. Műszaki Könyvkiadó
- [6] Landau, L. D. & Lifsic, E. M. (1981) *Elméleti fizika IX*. Tankönyvkiadó
- [7] Nazarov YV, Blanter YM. (2009) *Quantum Transport: Introduction to Nanoscience*. Cambridge University Press
- [8] Pozar, D. M. (2011). *Microwave engineering*. John Wiley & Sons.
- [9] Meservey, R., & Tedrow, P. M. (1969). *Measurements of the kinetic inductance of superconducting linear structures*. Journal of Applied Physics, 40(5), 2028–2034. <https://doi.org/10.1063/1.1657905>

- [10] Haller, R., Fülöp, G., Indolese, D., Ridderbos, J., Kraft, R., Cheung, L. Y., Ungerer, J. H., Watanabe, K., Taniguchi, T., Beckmann, D., Daneau, R., Virtanen, P., & Schönenberger, C. (2022). *Phase-dependent microwave response of a graphene Josephson junction*. Physical Review Research, 4(1). <https://doi.org/10.1103/physrevresearch.4.013198>
- [11] Sütő, M., Prok, T., Makk, P., Kirti, M., Biasiol, G., Csonka, S., & Tóvári, E. (2022). *Near-surface InAs two-dimensional electron gas on a GaAs substrate: Characterization and superconducting proximity effect*. Physical Review. B./Physical Review. B, 106(23). <https://doi.org/10.1103/physrevb.106.235404>
- [12] Khalil, M. S., Stoutimore, M. J. A., Wellstood, F. C., & Osborn, K. D. (2012). *An analysis method for asymmetric resonator transmission applied to superconducting devices*. Journal of Applied Physics, 111(5). <https://doi.org/10.1063/1.3692073>
- [13] Landau, L. D. & Lifsic, E. M. (1986) *Elméleti fizika VIII*. Tankönyvkiadó
- [14] Healey, J. E., Lindström, T., Colclough, M. S., Muirhead, C. M., & Tzalenchuk, A. Y. (2008). *Magnetic field tuning of coplanar waveguide resonators*. Applied Physics Letters, 93(4). <https://doi.org/10.1063/1.2959824>
- [15] Assouline, A., Feuillet-Palma, C., Bergeal, N., Zhang, T., Mottaghizadeh, A., Zimmers, A., Lhuillier, E., Eddrie, M., Atkinson, P., Aprili, M., & Aubin, H. (2019). *Spin-Orbit induced phase-shift in Bi₂Se₃ Josephson junctions*. Nature Communications, 10(1). <https://doi.org/10.1038/s41467-018-08022-y>
- [16] Bothner, D., Gaber, T., Kemmler, M., Koelle, D., Kleiner, R., Wünsch, S., & Siegel, M. (2012). *Magnetic hysteresis effects in superconducting coplanar microwave resonators*. Physical Review B, 86(1). <https://doi.org/10.1103/physrevb.86.014517>
- [17] Dartiailh, M. C., Mayer, W., Yuan, J., Wickramasinghe, K. S., Matos-Abiague, A., Žutić, I., & Shabani, J. (2021). *Phase signature of topological transition in Josephson junctions*. Physical Review Letters, 126(3). <https://doi.org/10.1103/physrevlett.126.036802>
- [18] Suominen, H. J., Danon, J., Kjaergaard, M., Flensberg, K., Shabani, J., Palmstrøm, C. J., Nichele, F., & Marcus, C. M. (2017). *Anomalous Fraunhofer interference in epitaxial superconductor-semiconductor Josephson junctions*. Physical Review. B./Physical Review. B, 95(3). <https://doi.org/10.1103/physrevb.95.035307>
- [19] Matsuo, S., Imoto, T., Yokoyama, T., Sato, Y., Lindemann, T., Gronin, S., Gardner, G. C., Manfra, M. J., & Tarucha, S. (2023). *Josephson diode effect derived from short-range coherent coupling*. Nature Physics, 19(11), 1636–1641. <https://doi.org/10.1038/s41567-023-02144-x>
- [20] Scherübl, Z., Sütő, M., Kóti, D., Tóvári, E., Horváth, C., Kalmár, T., Vasas, B., Berke, M., Kirti, M., Biasiol, G., Csonka, S., Makk, P., & Fülöp, G. (2024). *Determination of the current-phase relation of an InAs 2DEG Josephson junction with a microwave resonator*. arXiv (Cornell University). <https://doi.org/10.48550/arxiv.2406.20059>

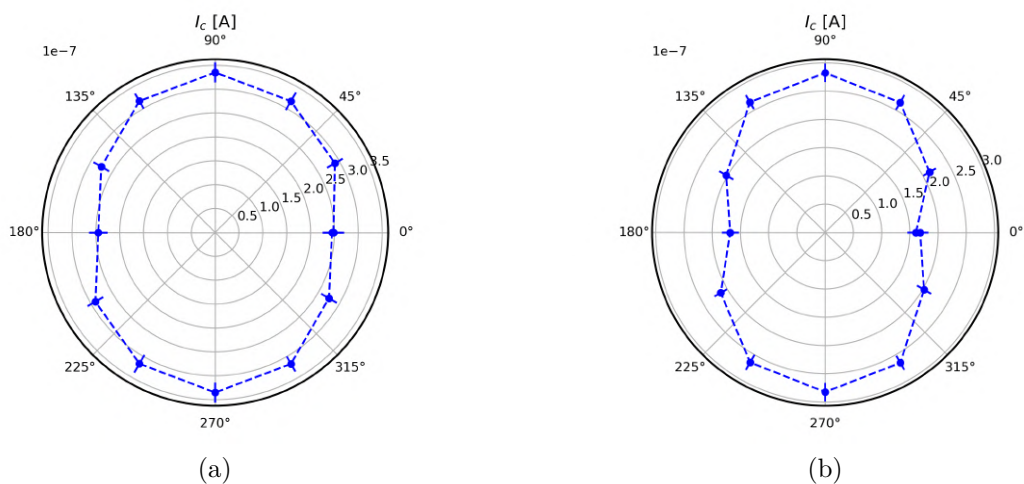
Appendix: Kritikus áram irányfüggése különböző B_s mágneses terek esetén



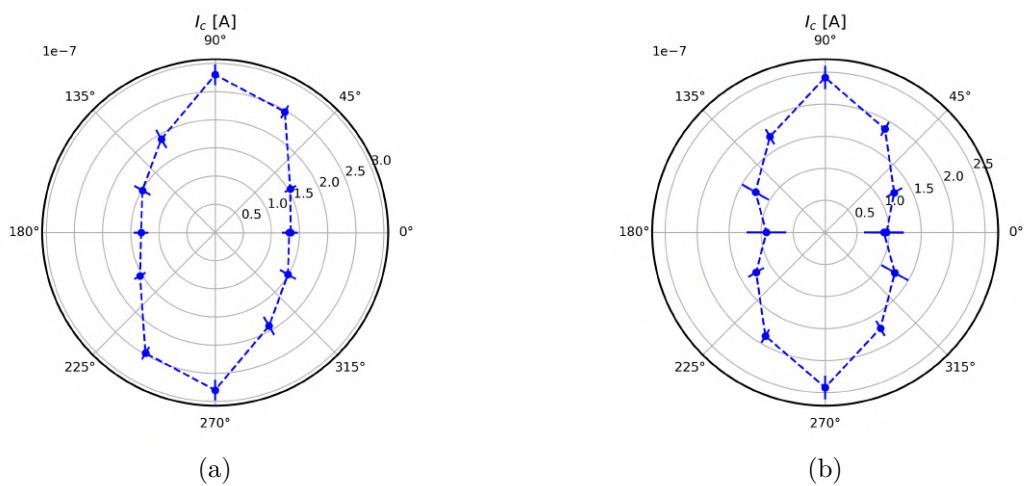
28. ábra. (a) $B_s = 5 \text{ mT}$, (b) $B_s = 10 \text{ mT}$



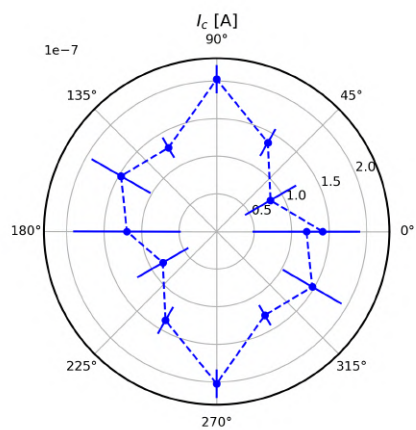
29. ábra. (a) $B_s = 15 \text{ mT}$, (b) $B_s = 20 \text{ mT}$



30. ábra. (a) $B_s = 25 \text{ mT}$, (b) $B_s = 30 \text{ mT}$



31. ábra. (a) $B_s = 35 \text{ mT}$, (b) $B_s = 40 \text{ mT}$



32. ábra. $B_s = 45 \text{ mT}$