



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM

TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR

ALGEBRA ÉS GEOMETRIA TANSZÉK

DISZKRÉT ELEMKBŐL ÁLLÓ TORNYOK ÖNMAGUKRA OMLÁSÁNAK MODELLEZÉSE

TUDOMÁNYOS DIÁKKONFERENCIA

PESTI PATRIK

BERTY MÁRTON

KONZULENSEK:

DR. SZILÁGYI BRIGITTA

EGYETEMI DOCENS

DR. VÁRKONYI PÉTER

EGYETEMI TANÁR

BUDAPEST, 2024



NEMZETI KUTATÁSI, FEJLESZTÉSI
ÉS INNOVÁCIÓS HIVATAL

Abstract

Advancements in architectural and engineering solutions have led to the construction of increasingly tall, tower-like structures such as various container towers, brick or stone structures, and installations made for visual appeal. These constructs, made up of discrete elements, were the subject of our previous work [1], where we investigated the collapse of chimney-like towers through sideways tilting motion, and the subsequent distribution of the debris. To describe these processes, we developed a mathematical model made of multiple parts and a time-stepping simulation based on contact dynamics.

In our current research, we aim to model another collapse mechanism of towers composed of discrete elements, which is characterized by disintegration and collapse onto themselves, thereby extending our earlier work. We construct a statistical model to describe the self-collapse process and provide a mathematical estimation for the distribution of central symmetric debris. Additionally, we examine the collapse using contact-dynamics like simulations. Finally, we compare the characteristics of different collapse methods and the models describing them.

Kivonat

Az építészet és a mérnöki megoldások fejlődésének köszönhetően egyre többféle magasabb, torony jellegű struktúra kerül megépítésre, többek közt különféle konténertornyok, téglából vagy kőből falazott szerkezetek, illetve látványosságnak szánt konstrukciók. Ezek mind diszkrét elemekből álló építmények, melyek összeomlasztásával egy korábbi munkánk [1] során már foglalkoztunk. Részletesen vizsgáltuk a kéményszerű diszkrét elemekből álló tornyok oldalirányú dőlését és az így létrejövő törmelék eloszlását. A folyamatok leírására készítettünk egy többrészes matematikai modellt és egy időlépéses kontakt dinamikán alapuló szimulációt is kidolgoztunk.

A jelenlegi kutatásunk célja, hogy egy másik diszkrét elemekből álló omlási mechanizmust modellezzünk, melyet a tornyok önmagukba dőlése/roskadása jellemez, ezzel tovább gondolva és általánosabbá téve előző dolgozatunkat. Kidolgozunk egy statisztikai alapú modellt és ezzel matematikai becslést adunk a centrálisan szimmetrikus törmelékek eloszlására. Emellett az összeomlást kontakt-dinamika jellegű szimulációk segítségével is megvizsgáljuk. Zárásként összehasonlítjuk a különböző omlasztási metódusok jellemzőit és az őket leíró modelleket.

Tartalom

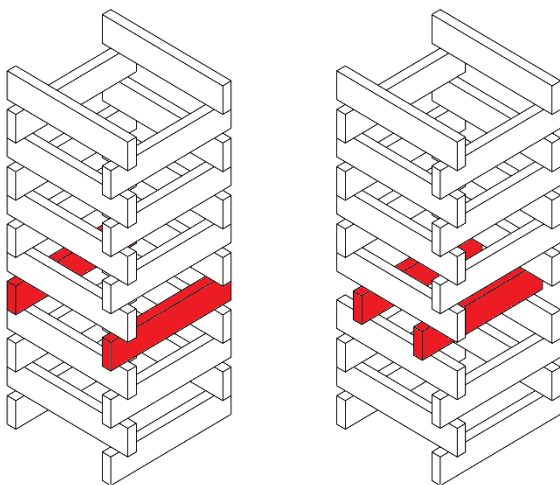
1.	Bevezetés.....	6
1.1	Előszó.....	6
1.2	Szakirodalom.....	8
1.3	A dolgozat célja és felépítése	9
2.	A vizsgált jelenség bemutatása.....	10
2.1	A tornyok felépítése és a döntés definiálása.....	10
2.2	Megfigyelések	10
3.	Törmelékeloszlás becslése elemi pattanásokból	12
3.1	Az eljárás céljai	12
3.2	Egyes elemek pattanásainak vizsgálata Monte Carlo szimulációval	13
3.2.1	A szimulációs eljárás eszközei	13
3.2.2	A szimuláció leírása	14
3.1.3	Alap Monte Carlo eredménye	16
3.2	Kupacnövekedéssel bővített Monte Carlo-szimuláció.....	17
4.	Az omlasztás teljes 3-dimenziós szimulálása.....	19
4.1	Az eljárás célja	19
4.2	Az eljárás elve	19
4.3	Összetett dőlések vizsgálata	19
5.	Kísérleti modellezés és a szimuláció paraméterei.....	20
5.1	Tornyok eldöntése	20
5.1.1	A mérés menete, fajtái	20
5.1.2	A mérés kiértékelése.....	21
5.2	Paraméterek.....	21
6.	Eredmények összehasonlítása, validálása	23
6.1	Eloszlások összehasonlítása	23
6.2	Komplexebb dőlések mintája	24

7.	Összegzés	24
8.	Köszönetnyilvánítás	26
9.	Irodalomjegyzék.....	27

1. Bevezetés

1.1 Előszó

Az építészet és a mérnöki megoldások fejlődésének köszönhetően egyre többféle magas, torony jellegű struktúra kerül megépítésre, többek közt különféle konténertornyok, téglából vagy kőből falazott szerkezetek, illetve látványosságnak szánt konstrukciók. Ezek sokszor diszkrét elemekből álló építmények, ahol az elemek közötti kapcsolat elsősorban nyomóerők átadására alkalmas. Ezen struktúrák összeomlasztásával egy korábbi munkánk során már foglalkoztunk. Ez a TDK dolgozat ezen előző munkánknak [1] a folytatása, amit egy évvel ezelőtt, *Diszkrét*



1.1-es ábra

Elemekből Álló Tornyorok Összeomlásának Kísérleti és Elméleti Modellezése címmel adtunk elő.

Ahogy a cím is sugallja, abban diszkrét elemekből álló tornyokat építettünk, döntöttünk le, a döléseket megfigyeltük és elemeztük.

Előző munkánkban alapvetően minden toronynak azonos volt a szerkezete [1.1-es ábra]. Egyes esetekben egy elempárt közelebb húztunk egymáshoz, ahogy az ábra mutatja, ezt behúzásnak neveztük. A behúzott elempár mindig a legalsó elemekkel volt párhuzamos. A döntéseket az egyik alsó elem hirtelen kirántásával végeztük, és azt feltételeztük, hogy a torony úgy fog dőlni, mintha az az elem egyszerűen eltűnt volna. A tornyorok összeomlásában így alapvetően mindig egy jelentős oldalra dőlés volt megfigyelhető. A döntések vizsgálata alatt



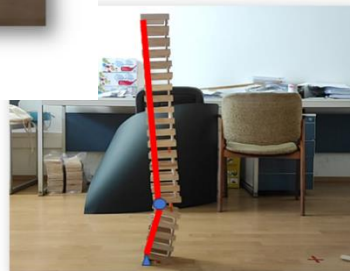
Ingaszerű
dőlési szakasz

Megakadás
pillanata

Szétcsúszási
szakasz

1.2-es ábra
Törés nélkül dőlő torony

megfigyeltük, hogy egyes tornyok dőlésük során megtörnek, mások viszont nem [1.2-es, 1.3-as ábrák]. Vizsgáltuk, majd leírtuk a behúzások hatását a törések kialakulására, és így a tornyok összeomlására.



2-elemű csatolt
ingaszerű szakasz.

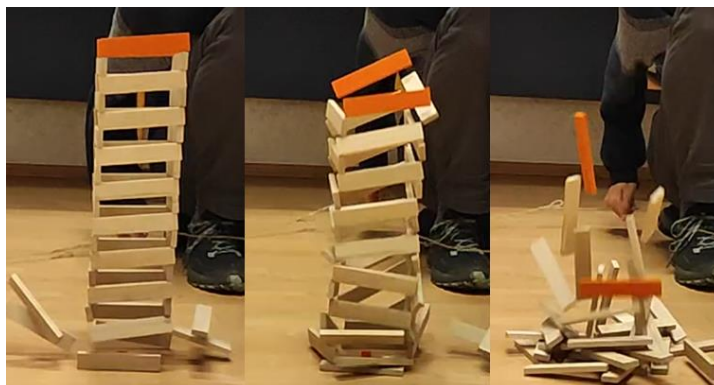


Szétcsúszási szakasz.
Törmelékmozgás az eredeti dőlés és az azzal ellentétes irányba.

1.3-as ábra
Törve dőlő torony

Ezek után a dőlés folyamatára kétféle modellt dolgoztunk ki, amik az eredményeit összevetettük a kísérletek eredményeivel. Az első modell a tornyok mozgását, mint inga [1.2-es ábra], illetve mint csatolt ingák [1.3-as ábra] mozgása írja le. Emellett a törmelék kialakulásának és eloszlásának leírására is két módszert fejlesztettünk. Az egyik egy rekurzív pattanásokon alapuló elven írta le a hosszanti törmelék kialakulását és eloszlását, míg a másik egy kontakt dinamikán alapuló 2 dimenziós szimuláció volt, mely a teljes dőlési folyamatot tudta modellezni.

Ebben a munkánkban hasonló tornyok dőlését vizsgáljuk, azonban más szemszögből. Az első TDK [1] kísérletei alapján azt tapasztaltuk, hogy van egy másik gyakori összeomlási forma, amely különösen jellemző nagy, illetve szellős szerkezetű tornyokra. Ez az összeomlási jelenség a tornyok önmagukba roskadása [1.4-es ábra] volt, mely egy szignifikánsan kisebb sugarú törmelékmezőt hagy maga után az egyszerű oldalra döntéshez képest. Dolgozatunk ezt a jelenséget fogja tárgyalni.



1.4-es ábra
Önmagába roskadó torony

1.2 Szakirodalom

Habár pontosan az áltaunk vizsgált jelenséggel egyenértékű kutatásra kevés példa van, a témához kapcsolódóan több cikk is született, amelyek különböző módszerekkel vizsgálják egyes struktúrák hibáit és ezáltal összedőlését. Az alábbiakban néhány, a dolgozatunk szempontjából releváns munkát mutatunk be.

Több tanulmány is alkalmazza a diszkrét elemek módszerét (DEM) a szerkezetek stabilitásának szimulációjára. Például Lemos [8] a falazott szerkezetek összeomlását vizsgálta DEM segítségével, megállapítva, hogy a módszerük hatékonyan modellezi a diszkrét elemek közötti interakciókat, eközben vizsgálva az összeomlást okozó tényezőket és magát a folyamatot.

Az optimalizációs algoritmusok és a Monte Carlo-szimulációk, melyeket mi is használni fogunk, szintén jelentős szerepet játszanak a geotechnikai és szerkezeti modellezésben. Wang és munkatársai [9] a genetikus algoritmusok és Monte Carlo-szimulációk kombinációját alkalmazták a föld alatti szeizmikus profilozás javítására, azaz a tervezetlen összeomlások egyik legfőbb okozójának vizsgálatára. Kutatásuk során terepi tesztek végeztek, és az adatok kiértékeléséhez egy optimalizációs módszert fejlesztettek ki, amely csökkenti a megoldási időt és javítja a megoldás minőségét. Bár munkájuk főként a föld alatti sebességeloszlás inverziójára irányul, az általuk alkalmazott módszerek és algoritmusok hasznosak lehetnek a mi kutatásunkban is, különösen a Monte Carlo-szimulációk alkalmazása terén.

A fizikai szimulációs szoftverek alkalmazása a szerkezeti összeomlások modellezésében egyre elterjedtebb. Ilyen szimulációs szoftver a Chrono [6-7] és a Bullet [3-5], melyet He és munkatársai granuláris részecskék szimulációjára használtak [2]. Tanulmányukban bemutattak egy keretrendszert, amely integrálja a háromdimenziós lézerszkennelést és a Bullet motort, lehetővé téve a granuláris részecskék hatékony kontakt dinamikával történő szimulációját. Szimulálták egyes talajminták összeomlását, demonstrálva a keretrendszer képességét a komplex részecskeinterakciók modellezésére. Eredményeik relevánsak kutatásunk szempontjából, hiszen a Bullet motor használata a PyBullet könyvtáron keresztül lehetővé teszi a tornyok összeomlásának és a törmelékek mozgásának pontos szimulációját is.

Érdekes módon a törmelékek mozgásának vizsgálatában relevánsak azok a kutatások is, amelyek egy eldobott kocka háromdimenziós dinamikáját elemzik. Galton és Bursuk [10] tanulmányukban egy háromdimenziós modellt mutattak be a kockadobás dinamikájáról, amely

figyelembe veszi a kocka ütközéseit és az energiavesztéseket egy adott felületen. Megállapították, hogy reális kezdeti energiák esetén a kocka nagyobb valószínűséggel landol azon az oldalán, amelyik a dobás kezdetén alul volt. Bár közvetlenül nem használjuk fel ezt a kutatást, a törmelék mozgásának modellezése során releváns lehet, mivel a törmelékek gyakran hasáb alakúak, és mozgásuk hasonló dinamikai elveken alapul.

1.3 A dolgozat célja és felépítése

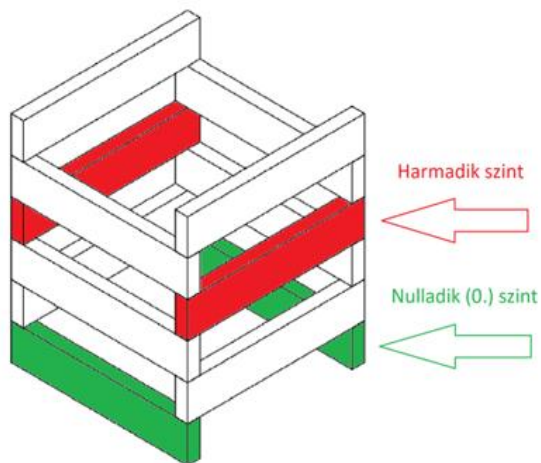
Jelen munkánk célja, hogy azokat a tornyokat és döntési módszereket vizsgáljuk, ahol a tornyok nem dőlnek oldalra, hanem gyakorlatilag magukba omlanak [1.4-es ábra]. Vizsgáljuk az így keletkező törmelékhalom eloszlását is.

A 3D PyBullet fizikai motor felhasználásával először megvizsgáljuk Monte Carlo alapú szimulációkkal az egyes elemek viselkedését, majd ennek kibővítésével becslést adunk a torony alatt kialakuló törmelék eloszlására. Az eredmények elemzését követően egy nagyobb számításigénnyel rendelkező szimulációt is elkészítünk melyben a teljes virtuális elemekből megépített torony omlását szimuláljuk. Ezzel idei eredményeinkkel és módszereinkkel kiegészítjük tavalyi TDK-nkban is megalkotott eljárásokat és megvizsgálunk összetettebb omlási folyamatokat is. Ezután bemutatjuk a kísérleti modellezésben használt módszereinket. Végezetül validáljuk és összehasonlítjuk a különböző módszerainkkal elért eredményeket.

2. A vizsgált jelenség bemutatása

2.1 A tornyok felépítése és a döntés definiálása

A tornyokat egyforma, fából készült, hosszúkas, téglatest alakú elemekből építettük fel. Minden tornyot egyszerű, könnyen reprodukálható struktúra szerint építettünk, a [2.1-es ábrán] látható



2.1-es ábra

módon. Egy szintnek neveztünk két, azonos magasságban lévő egymással párhuzamos elemet. Minden torony azonos struktúra szerint épült, egyedüli különbség közöttük a magasságukban volt. A tornyok magasságát a szintek számával fejeztük ki, úgy, hogy a legalsó szintet nulladiknak vettük, majd felfele egyesével számoltunk. Így építettünk tíz és negyven szint közötti tornyokat.

A döntést a következőképpen végeztük. A cél az volt, hogy a torony minél inkább magába boruljon, ezért (mintha a valóságban kirobbantották volna a torony alját) vagy a legalsó, vagy a második szinten lévő két elem egyszerre távolítottuk el, egy hirtelen rántással. A mérések (döntések) részletes leírásával a 6. fejezetben foglalkozunk.

2.2 Megfigyelések

Először úgy végeztünk méréseket, hogy a nulladik szinten lévő két elemet egyszerre, két irányba kirántottuk. Ilyenkor előfordult, hogy a torony oldalra elborult [2.2-es ábra], azonban a dőlésről készült videófelvételt megvizsgálva kiderült, hogy valójában nem sikerült egyszerre eltávolítani az elemeket, így ezeket a méréseket sikertelennek tekintettük.



2.2-es ábra
Oldalra dőlő torony

Amennyiben sikeres volt a megfelelő magasságban lévő elemek kirántása, a torony elkezdett



2.3-as ábra

lefelé esni a *megütődés* pillanatáig. Eddig a pillanatig a konstrukciónk többnyire egyben maradt [2.3-as ábra]. Az talajjal történő ütközés hatására több

dolog történhet a méréseink alapján, két fő módon dőlnek össze a tornyok: vagy magukra omlanak, vagy oldalra dőlnek. Az utóbbi esetet az előző TDK [1] dolgozatunkban mélyre menően vizsgáltuk.

Amennyiben a padlóra teljesen szabályosan, tényleg „teli talppal” érkezett a torony, azt mondhatjuk, hogy egy-két elem magasságából gyakorlatilag szabadon esett a padlóra. Ekkor a megütődés pillanata után a torony tulajdonképpen visszapattan a földről, és láncreakció szerűen végigmegy rajta egy lökéshullám, mely az elemek és a konstrukció enyhe irregularitásai miatt elmozdítja a hasábokat egymáshoz képest. Ezzel a torony elveszti strukturális integritását, az elemek eltávolodnak egymástól a tér minden irányában és, kis túlzással mintha zsákból öntenénk csak őket, a földre esnek. Ez az [1.4-es ábrán] jól látszik. A jelenséget, ami során az elemek a *megütődés* hatására eltávolodnak egymástól *széthullásnak* fogjuk hívni. A *széthullás* bekövetkeztével az elemek elkezdnek lefelé esni és egy *kupacot* építeni a torony alatt. Ez nekünk azért lesz fontos, mert a kupacon landoló elemek más pattanási karakterisztikával bírnak, mint azok, melyek a földre esnek.

Azt még el kell mondani, hogy a *széthullás* bekövetkezésének feltétele, hogy a torony „elég” magasról essen le és hogy megfelelő felépítése legyen: konkrétan az elemek kis elmozdulása is elég legyen ahhoz, hogy a torony szét tudjon esni a megütődés hatására. Ha ezek a feltételek nem teljesülnek, akkor sokszor az épület egésze nem esik szét, csak a legfelső néhány elem esik le azonnal. Néha ezen lehulló elemek okozzák a torony szétesését és magába omlását. Ha ezek az elemek sem döntik le a tornyot, akkor pedig oldalra dőlve esik szét. Alacsonyabb tornyoknál előfordult, hogy csak az alsó elemek eltávolítása után a torony állva maradt a padlóra érkezés után, ezeket az eseteket is sikertelen mérésekként kezeltük.

Azért, hogy a tornyaink biztos elég nagy „ütést” kapjanak, végezetül a 2. szinten lévő elemeket távolítottuk el. Ilyen magasságból zuhanva a torony már képes volt önmagába roskadni.

Összességében tehát a megfigyelések azt mutatták, hogy a megfelelő módon döntött tornyok magukba dőlnek, a továbbiakban mi ezeknek a tornyoknak a törmelékeloszlását vizsgáljuk elsősorban.

3. Törmelékeloszlás becslése elemi pattanásokból

3.1 Az eljárás céljai

A fejezet célja egy olyan egyszerűbb szimulációs modell elkészítése, mely segítségével effektíven tudjuk becsülni a törmelék eloszlását és annak egy lehetséges hasznos sugarát (jelölés: $r_{(90\%)}$).

A 90%-os hasznos sugár alatt annak a körnek a sugarát értjük, mely a tornyot felépítő elemek 90%-át tartalmazza és középpontja a torony alapjának közepe. Azért ezzel a sugárral foglalkozunk, mert ismerete jól le tudja írni a jelenséget és amennyiben a módszer valós felhasználásait is tekintjük, ennek meghatározása kritikusabb és egyértelműbb lehet, mint a legtávolabbra kerülő elemé. Egyszerűen azért, mert egy bontás során egy-egy elrepülő elem megállítható és felfogható, egyes akár könnyebb ponyvaszerű védelmi berendezésekkel, így az érdekes számunkra, hogy maga a komplexum tömege hol helyezkedik el. (Természetesen a 90%-os kvantilis kiválasztása picit önkényes, a gyakorlati célnak megfelelően más értéket is lehetne választani.) Emellett a legtávolabbi eső elem becslése nehézkes, a komplex folyamatok miatt.

A pattanások nehezen megjósolható viselkedése miatt, analitikus vagy egyszerű statisztikai és valószínűségszámítási módszerek segítségével a pontos eloszlás meghatározása nehézkes lehet. Ennek okán Monte Carlo-módszerrel fogunk modellt készíteni, majd ennek a modellnek vizsgáljuk meg néhány tulajdonságát.

Megjegyzés: az elkövetkezendőkben a szimulációkban felhasznált fizikai paramétereket (mint a pattanási együttható, súrlódás stb.) közvetlenül mértük, vagy a szimulációs eredményeknek a mért törmelékeloszlásokhoz való illesztésével becsültük. Ezen módszereket, értékeket az 5. fejezetben részletezzük.

3.2 Egyes elemek pattanásainak vizsgálata Monte Carlo szimulációval

3.2.1 A szimulációs eljárás eszközei

Először ismerjük meg egy a talajra eső tornyot alkotó építő elem viselkedését. Ez nagy jelentőséggel bír, hiszen a későbbi lépésekben ennek figyelembevételével tudunk majd haladni, továbbá sokszor olyan bontási problémába is ütközhetünk, ahol éppen csak egy elem viselkedése érdekes számunkra. Ilyen lehet egy tetőelem akarattal vagy akarat nélküli eltávolítása, ahol azt szeretnénk tudni, mi történik, amennyiben csak eldobunk, elejtünk egy elemet, hova és mekkora eséllyel fog esni. Ehhez Monte Carlo-szimulációkat alkalmazunk, amelyek során merev téglatesteket véletlenszerű kezdeti feltételekkel ejtettünk le vízszintes felületre. Ezt követően elemezzük a testek végső pozícióinak eloszlását különböző ejtési magasságok mellett.

A Monte Carlo szimulációk elvégzéséhez elengedhetetlen egy olyan fizikai motor használata, amely képes nagyszámú ütközés hatékony és pontos szimulálására. Korábbi munkánkba [1] már fejlesztettünk egy 2D-s ütközések vizsgálatára alkalmas fizikai motort, amely effektív súrlódáskezeléssel is rendelkezett. Jelenlegi célunk ennek a modellnek a 3D-s kiterjesztése.

Bár lehetőségünk lenne saját 3D-s fizikai motort írni, számos meglévő C++ és Python alapú könyvtár áll rendelkezésre, amelyek hatékonyan kezelik a 3D-s merev testek dinamikáját, például a Chrono [6-7], Bullet Physics Engin és a PyBullet [3-5]. Ennek köszönhetően nem szükséges időt fordítanunk az alapvető egyenletek implementálására és részletes leírására. Fő feladatunk az, hogy az ütközések kezelése megbízhatóan működjön a szimulációk során.

Mi most kezelhetősége miatt a PyBullet [3-5] könyvtárat fogjuk alkalmazni a következőkben.

Néhány megjegyzés a PyBullet kontakt kezelésével kapcsolatban

A PyBullet egy robusztus kontakt dinamikán alapuló fizikai ütközésmodellt alkalmaz, amelyet széles körben használnak különböző fizikai rendszerek szimulációjához [2-5]. Ennek ellenére, bár a modell nagyon hasonló az általunk korábban kidolgozott módszerhez [1], nem teljesen ekvivalens azzal.

A különbségek közé tartozik például az elemek közötti effektív súrlódási együttható kezelése. A PyBullet-ben minden objektum saját súrlódási együtthatóval rendelkezik, és az ütközések során alapbeállításként az effektív súrlódási együttható a két objektum súrlódási együtthatójának szorzataként számítható: $\mu_{eff} = \mu_1 \mu_2$,

ahol μ_1 és μ_2 a két ütköző objektum súrlódási együtthatói. Az ilyen részleteket figyelembe kell vennünk és megfelelően kezelnünk kell a szimulációk során.

A dolgozatban a szimulációkat úgy állítjuk be, hogy a kontakt mechanika többnyire a korábbi munkánkban [1] kidolgozott 2D-s modell 3D-s kiterjesztéseként működjön, figyelembe véve a PyBullet sajátosságait és paraméterkezelését. A pontos paramétereket az 5. fejezetben listázzuk.

3.2.2 A szimuláció leírása

Jelen eljárásunkkal azt szeretnénk megismerni, hogy egy elem az origó fölött különböző magasságokból leejtve milyen messze is kerül attól. A polárkoordinátákból azért is elég a sugarat vizsgálni, mert a megfelelően randomizált ejtési paramétereknek köszönhetően, az elemek 2D-s síkbeli eloszlása középpontosan szimmetrikus lesz. A kezdeti értékeket: mint az orientációt és fizikai paramétereket, a pattanási együtthatót vagy surlódást egy adott intervallumon korlátos eloszlásból választjuk. A fizikai paraméterek ilyen jellegű választását azért végezzük, mert méréseink szerint elemhalmazunkat is jellemzi egy ilyenfajta bizonytalanság. Emellett egy minimális kezdeti szögsebességet is megengedünk az elemnek. Ez szintén random választott. Azt várjuk és reméljük, hogy a szögsebesség és a kezdeti orientáció eloszlásának pontos megválasztása nem, vagy minimálisan befolyásolja az eredményeket, mint ahogy egy érménél sem számít, hogy pontosan milyen magasról, milyen szögsebességeloszlással dobjuk el, mindig kb. 50-50%, hogy fejet vagy írást kapunk. Ennek a jelenségnek egy rövid kvalitatív magyarázata az lehet, hogy amennyiben az eloszlás egy kis tartománya, mely egyenletesként kezelhető generálja a teljes kimeneti eloszlást, akkor nem számít, ha több ilyen tartományt veszünk egyszerre.

Mindenesetre a kezdeti orientációkat úgy választjuk meg, hogy azok egyenletes eloszlást képezzenek a 3 dimenziós forgatások csoportjában ($SO(3)$). Azaz a forgatás leíró gömbben [3.1-es ábra] minden orientációnak ugyanakkora valószínűsége legyen. Ennek megvalósításához

véletlenszerű generálunk kvaterniókat a következőképpen:

$$u_1, u_2, u_3 \sim U(0,1) \rightarrow \text{„uniform”}$$

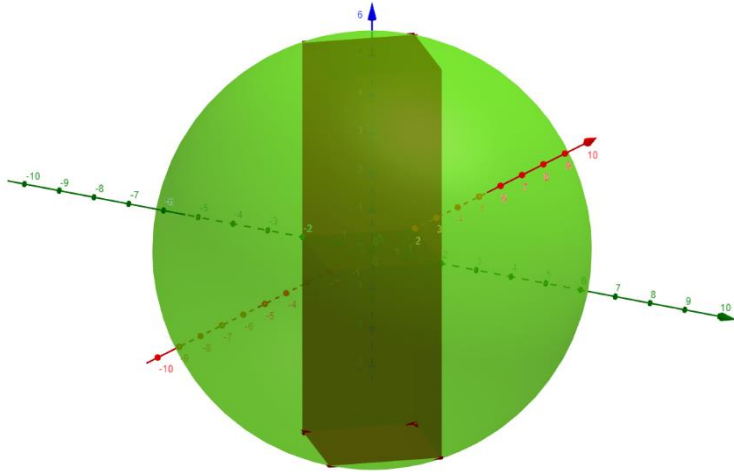
egyenletes eloszlásból választjuk, majd:

$$x = \sqrt{1 - u_1} \sin(2\pi u_2),$$

$$y = \sqrt{1 - u_1} \cos(2\pi u_2),$$

$$z = \sqrt{u_1} \sin(2\pi u_1),$$

$$w = \sqrt{u_1} \cos(2\pi u_1),$$



3.1-es ábra

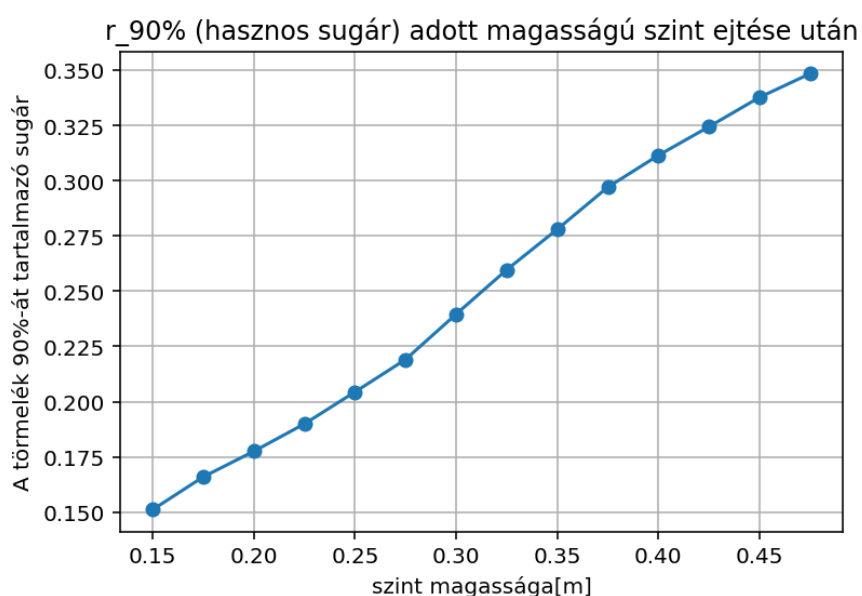
ahol (x, y, z, w) a kvaternió komponensei.

Ezt követően elvégezzük a Monte Carlo-szimulációt különböző magasságokra. Magasságonként 1500 futtatással a statisztikai megbízhatóság érdekében. Itt még fontos megjegyezni, hogy ez gyorsan, 1-2 perc alatt, elvégezhető minden releváns magasságra, mivel elmentként csak néhány ütközést kell kiszámolnunk. Ezután az elem már a földön legfeljebb egy rövid csúszó mozgást fog végezni. Ezzel ellentétben egy teljes torony omlásának szimulációja során minden egyes időosztásban tömérdek interakciót kell megvizsgálni és lekezelni. Még ilyenkor is Monte Carlo-módszerrel szimulálunk, mert előre a tornyot felépítő elemek paramétereit is csak statisztikailag ismerhetjük (bizonytalan súrlódási és pattanási tényező stb.).

3.1.3 Alap Monte Carlo eredménye

A [3.2-es ábrán] azt figyelhetjük meg, hogy a korábban már említett $r_{90\%}$ sugár szinte lineárisan nő az ejtési magasság függvényében. Talán ez annyira nem is meglepő, ha belegondolunk a jelenségbe. A pattanási egyenleteknek köszönhetően, amennyiben leszámítjuk a tapadási surlódási együtható környékén létrejövő anomáliákat, a pattanás utáni sebességek az alapvető modelleknél arányosak a pattanást megelőzőekkel, ahogy korábbi TDK-nkban is leírtuk

[1] [4.1-4.4-es egyenletei]. Mivel a súrlódás az, ami főként lelassítja az elemeket oldalirányban, így az adott irányba megtett távolságnak a sebesség négyzetével kell arányosnak lennie, pont, mint az eredeti magasságnak.

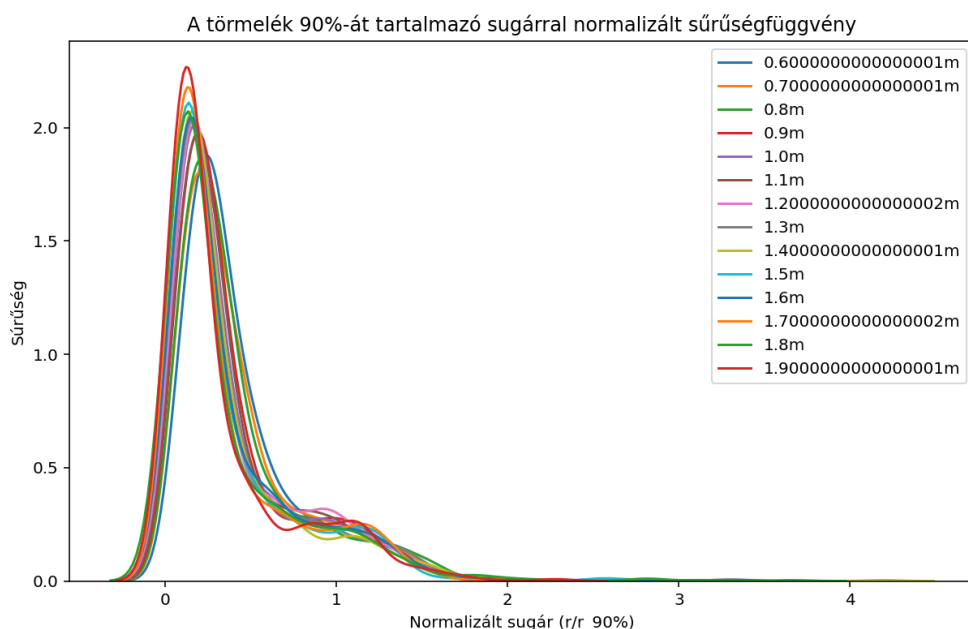


3.2-es ábra

Továbbá azt is tapasztaltuk, hogy amennyiben a törmelékből képzett sűrűségfüggvényt normáljuk az x-tengelyen az $r_{90\%}$ segítségével, akkor azok is kimondottan hasonlóak lesznek [3.3-as ábra].

Itt is egy hasonló indokot fogalmazhatunk meg, hiszen a pattanást követő reakciók arányosak az azt megelőző sebességparaméterekkel, így

tényleg többnyire valamiféle nagyítást várunk el, mikor magasabbról dobjuk le az elemeket. A



3.3-as ábra

minimális különbségeket az okozhatja, hogy a kezdeti szögsebességünk nem magasság függő (ahogy a tornyok omlasztásánál is megfigyeltük), és a pattanások után különböző a levegőben töltött idő.

Ezek alapján mit is mondhatunk eddig? Feltehetőleg találtunk már most egy effektív felső becslést a kérdéses burkolósugárra ($r_{90\%}$). Ennek oka a "kupacképződés", mely a torony omlásakor jelentkezik. Maga a kupac a talajhoz képest eltérő pattanási tulajdonsággal rendelkezik, mert ott egy pattanás során sok másik elemet is megmozdít a pattanni kívánó hasáb, ezzel elveszítve energiája egy részét. Emiatt a kupacra eső elem nem tud olyan messze pattanti, mint a parkettánkon landoló.

A következő alfejezetben olyan modellt alakítunk ki, mely foglalkozik a kupac időbeli kialakulásával, pattanási tulajdonságaival és a toronyban lévő elemek változó kezdeti magasságával.

3.2 Kupacnövekedéssel bővített Monte Carlo-szimuláció

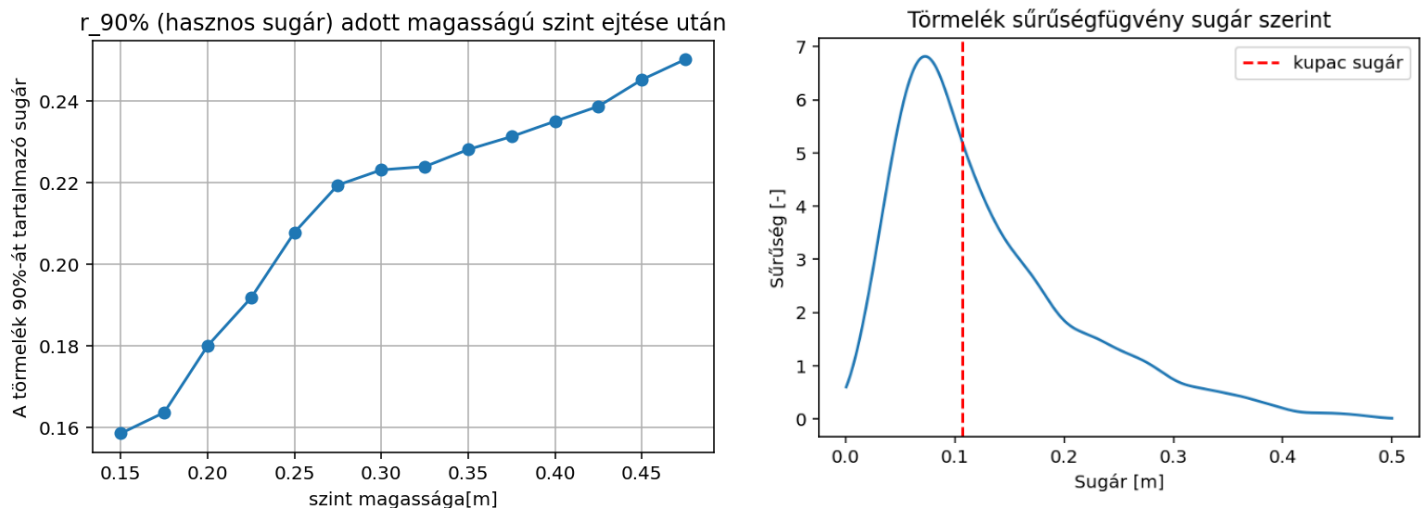
Legyen a kör alakú kupac pattanási együtthatója c_k és sugara r_k , míg a talajé c_t . A szimulációinkat úgy fogjuk végezni, hogy megengedjük ennek az r_k sugarú területnek a rekurzív növekedését az origó körül. A kupac növekedését a következő módon írjuk le.

Először is feltételezünk egy kezdeti kupacsugarat és alap törmelék sűrűségfüggvényt a sugár szerint. Ezt követően Monte Carlo-szimuláció segítségével megvizsgáljuk, hogy az éppen földet érő szint elemei hova esnének le. Ebből is kapunk egy szinthez kötött sűrűségfüggvényt. Ezt hozzáadjuk az előző sűrűségfüggvényhez ez lesz a kumulált sűrűségfüggvényünk. Ezt követően az új r_k -t ezen sűrűségfüggvény alapján állapítjuk meg. Ha a sűrűségfüggvény szerint átlépünk egy lefedettségi határt a talajon, akkor azt mondjuk, hogy ott kupac van. Itt érdemes megjegyezni, hogy a sűrűségfüggvényt és a határsűrűséget egy folytonos mennyiségként kezeljük. Ezek alapján a következő rekurziós összefüggést írhatjuk fel:

$$S(r)_{i+1} = S(r)_i + 2 * SL(r)_{i+1},$$

$$r_{k(i+1)} = \max \left\{ r \mid S(r)_{i+1} > \frac{2 * r * \pi * lf}{A_{elem}} \right\},$$

ahol, r az origótól vett távolság (az origó fölül ejtjük az elemeket), $S(r)_i$ az i -edik szint leesése utáni kumulált sűrűségfüggvény, $SL(r)_i$ az i -edik szint adott eleméből képzett leesést követő sűrűségfüggvény (2-szer adjuk hozzá $S(r)_i$ -hez, mert egy szint 2 elemből áll), lf a lefedettségi határszám melyet 0.1 és 0.5 közt illesztünk (azt jellemzi, hogy mennyire kell sűrűn lennie az elemeknek, hogy az újonnan leeső elem beléjük ütközzön), $r_{k(i)}$ az i -edik szint leesése után képződött kupac sugara.



3.4-es ábra

Ekkor a fenti grafikonon [3.4-es ábra] láthatjuk a különböző magasságú tornyok $r_{90\%}$ sugarát és a törmelék eloszlását (sűrűségfüggvényét) egy 20 szintes toronynak az omlást követően. A piros egyenes a kupacsugarat jelöli. Azt vesszük észre, hogy az ejtés elején a hasznos sugár $r_{90\%}$ viszonylag nagy meredekséggel nőtt. Pontosabban azzal a meredekséggel, mellyel a 3.2-es ábrán látható grafikon görbéje is emelkedett, ahol nincs kupac. Ezt követően a kupac elég nagyra nő és elkezdenek ráesni az elemek, ezzel csökkentve a hasznos sugár növekedésének ütemét

Természetesen ez a módszer még sok elhanyagolást tartalmaz. Hiszen például az elemek modellünkben nem tudják egymást lökődni és tolni, ellentétben a valósággal. Arra a célra viszont elégnek bizonyulhat, hogy a nagy tömeget jellemző sugarat behatároljuk.

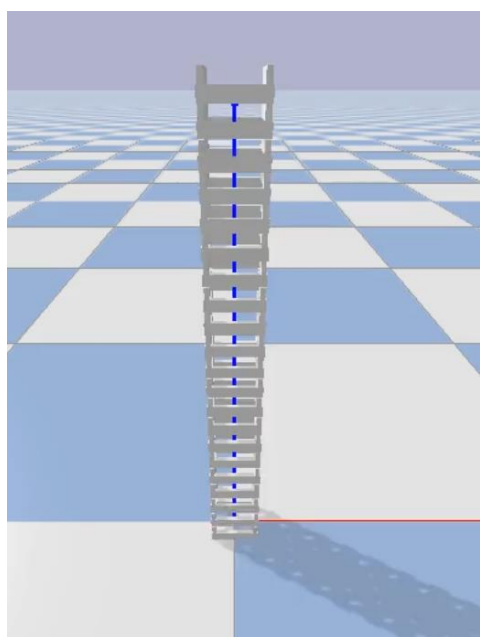
4. Az omlasztás teljes 3-dimenziós szimulálása

4.1 Az eljárás célja

Mikor is következik be az álltalunk vizsgálni kívánt omlási folyamat és hogyan is tudjuk pontosan leírni? Erre ad megoldást a teljes 3D-s szimulációnk egy robusztusabb modell formájában. Ebben a fejezetben röviden leírjuk a 3D-s összeomlasztás menetét, majd a 6. fejezetben ezeket részletesen össze is vetjük meréseinkkel.

4.2 Az eljárás elve

A szimuláció során a kísérleti összeállításnak megfelelően, felépítjük a 3. fejezetben is használt fizikai motorunk belsejében a tornyunkat [4.1-es ábra]. Ezt követően szintén a kísérleteknek megfelelően az alsó elemeknek nagy kezdő sebességet adva eltávolítjuk azokat.



4.1-es ábra

Ahhoz, hogy a toronyban megjelenő egyenletlenségek szimulációnkban is megtalálhatóak legyenek, a releváns fizikai paramétereket, mint a súrlódási és pattanási együttható itt is egy kis tartományon belül random generáljuk.

Még azt érdemes megjegyezni, hogy egy optimalizációs megoldásként az is működhet, amennyiben túl számításigényesnek ítéljük a szimulációt, hogy csak addig futtatjuk, amíg ki nem derül, hogy a széthullás bekövetkezik-e. Ha igen, visszatérhetünk az előző modellre.

Mindenesetre itt is érdemes egy fix toronynál több szimulációt végezni a véletlenszerű inicializáló paraméterekkel, hogy biztosan megkapjuk az ideális kimeneti eloszlást.

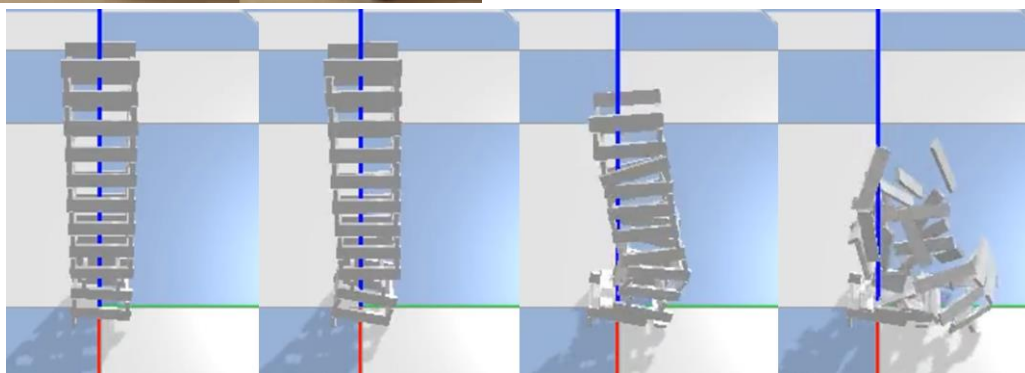
4.3 Összetett dölések vizsgálata

Az előző dolgozatunkban az oldalra dőlő tornyokkal foglalkoztunk. Azok dőlésének folyamatával, a lehetséges törések bekövetkezésével és az így adódó törmelék lenyomatával. Előfordult néha, hogy amennyiben létrejött a törés a dőlés közben, a letört rész nem szépen oldalra, hanem a leérkezést követően maga alá roskadva omlott össze [4.2-es ábra]. Jelenleg



modellünk segítségével ezen esetek összeomlásának folyamatát [4.2-es ábra] és törmelékét is tudjuk kezelni. Magát a törmeléket a 6. fejezetben hasonlítjuk össze.

4.2-es ábra
Törést követően omló torony és szimulációja

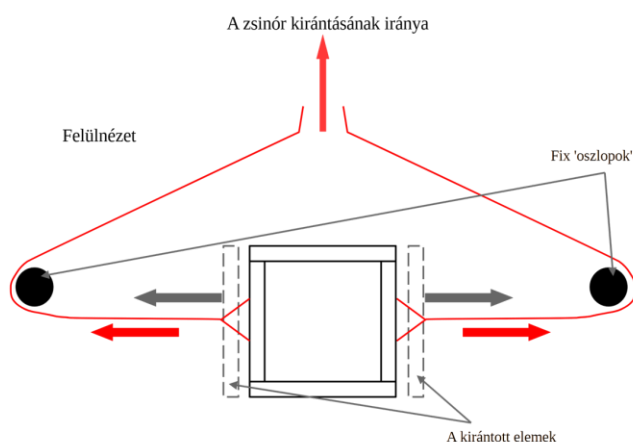


5. Kísérleti modellezés és a szimuláció paraméterei

5.1 Tornyok eldöntése

5.1.1 A mérés menete, fajtái

Háromféle döntést végeztünk, alapvetően mindegyiknek ugyan az volt a menete. A mérési elrendezést az [5.1-es ábra] mutatja. Nagyon fontos volt a mérés során, hogy minél gyorsabban rántsuk ki az elemeket. Ez egyrészt azért lényeges, hogy feltételezni tudjuk, hogy az elemek egyszerűen „eltűnnek”, és ez okozza a dőlést. Másrészt azért, hogy ha nem pontosan



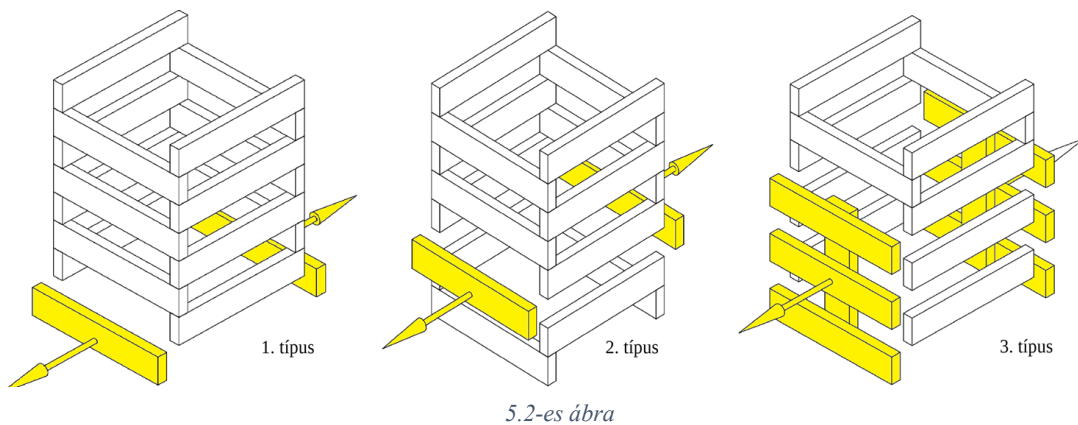
5.1-es ábra

egyszerre feszül meg a két zsinór, és nem egyszerre indulnak meg a kirántott elemek, akkor is minél kevesebb idő teljen el közöttük. A döntésekhez használtunk két speciális elemet, melyekre két lyukat fúrva meg tudtuk kötni rajtuk a zsinór végét. Ezt a

kívánt helyre mindig beépítettük a toronyba.

A háromféle mérés az [5.2-es ábrán] látszik. A mérés menete a következő volt:

- 1) Felépítettük a tornyot, adott magasságra a preparált elemmel a megfelelő helyen.
- 2) A kamerát elhelyeztük a kívánt pozícióban.
- 3) Az elemek kirántását végző személy jelezte, ha készen van, majd a kamerát kezelő személy jelére megrántotta a zsinórt, így eltávolítva a kívánt elemeket.
- 4) A törmelékről minden esetben fényképet készítettünk.
- 5) Ezt minden egyes döntés típusra megismételtük legalább 4-szer.



5.1.2 A mérés kiértékelése

A törmelékhalomról készült képet Python program segítségével dolgoztuk fel. Az egyes képek beolvasása után megadtuk a léptéket, a torony közepének helyét, és az x tengely irányát, majd bejelöltük minden elem helyét. A program ezek alapján kiírta egy szövegfájlba az elemek koordinátáit. Az így kapott adatokat hasonlítjuk össze szimulációink eredményeivel.

5.2 Paraméterek

Ezen mérések és a korábbi fejezetekben leírt eljárások alapján a PyBullet szimulációkon belül megadott paraméterek értékei a következők voltak.

Szimulációtól független paraméterek:

elemek (hasábok) méretei	0,1196 m × 0,0084 m × 0,024 m
elemek súrlódási együtthatója	[0,6; 0,7] (véletlenszerűen választva, egyenletes eloszlásból)
elemek pattanási együtthatója	[0,5; 0,6] (véletlenszerűen választva, egyenletes eloszlásból)
talaj súrlódási együtthatója	0,65
talaj pattanási együtthatója	0,55

A 3.2-es rekurzív törmelék eloszlás becslő szimuláció saját paraméterei:

elemek kezdeti pozíciója	origó fölött az adott szint magasságának megfelelően.
kupac pattanási együtthatója	0,42 (utólag illesztve)
lf (lefedettségi határszám)	0.15 (utólag illesztve)
szimulációk darabszáma szintenként	1500

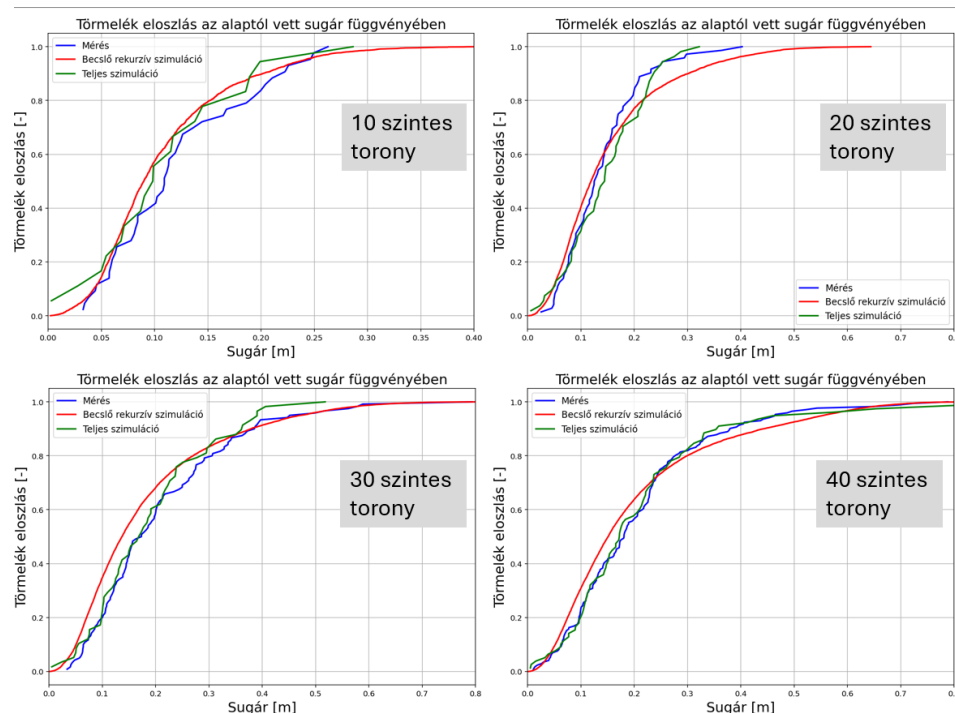
A 4.1 fejezet szimulációjának paraméterei:

kihúzott szintek száma	4
kihúzás sebessége	20 m/s
szimulációk darabszáma mérésenként	10

6. Eredmények összehasonlítása, validálása

6.1 Eloszlások összehasonlítása

Először is vizsgáljuk meg az általunk felállított két szimulációs metódus és a mérések közötti kapcsolatot. Ezt a különböző szintű önmagukba rokasztott tornyok törmelékének sugár szerinti eloszlásával fogjuk megtenni [6.1-es ábra]. A kék sáv mutatja a megmért, a piros a 3.2-ben leírt módszer, míg a zöld a 4.1. fejezet modellje szerinti törmelékeloszlást.



6.1-es ábra

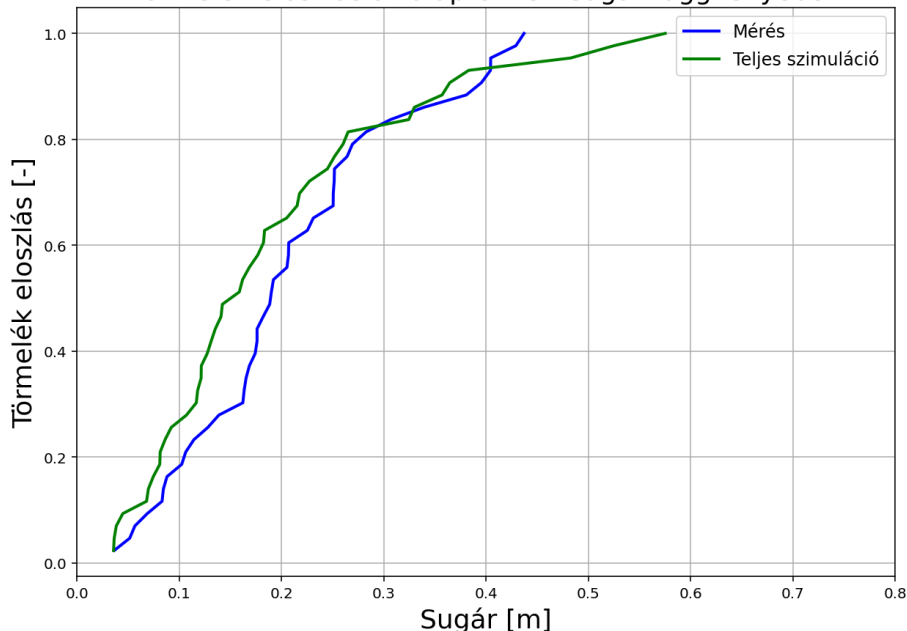
Ahogy azt a grafikonok szerint is láthatjuk, a teljes 3D-s szimuláció nagyon pontosan illeszkedik a mért adatokra, továbbá 3. fejezetben felállított modell is jó becslést ad. Itt érdemes megjegyezni, hogy a 3. fejezet modelljében a megfelelő pontosság eléréséhez a kupac pattanási együtthatóját illesztettük. Meglátásunk szerint ennek szükségesének az egyik fő oka, hogy amikor a kupacot modellezzük eltérő pattanási együtthatójú régióként, akkor azt a hatást elhanyagoltuk, hogy a kupacban nem lehet egyszerre akárhány elem, mert lecsúsznának a szélére. Azzal, hogy a pattanási együtthatóinkat illesztjük, képesek vagyunk közelítőleg figyelembe venni ezt a hatást is.

6.2 Komplexebb dölések mintája

A következőkben az 5.2. fejezetben mutatott komplexebb dőlés törmelékeloszlását mutatjuk a sugár függvényében [6.2-es ábra]. Felmerül a kérdés, hogy itt már nem középpontosan szimmetrikusan helyezkedik el a törmelék, miért ábrázolunk mégis így. Ennek két fő oka van. Egyfelől hiába néz ki még látványra is jól a szimulációnk, egyes szintek néha jobbra néha balra csúsznak ki, ezért a síkon lévő törmelékeloszlás nagyon szép egyezést nem mutat, viszont az adott szinten lévő elemek távolsága mégis mindig kb. ugyanolyan messze kerül az origótól függetlenül attól, hogy milyen irányba csúszik el éppen. Emellett a feladatunknak az is eleget tesz, ha nem ismerjük a pontos eloszlást, csak a biztonsági zóna sugarát.

Itt [6.2-es ábra] már nagyobb eltérést láthatunk a törmelékek eloszlásában. Ez persze nem

Törmelék eloszlás az alaptól vett sugár függvényében



6.2-es ábra

meglepő, hiszen ez egy összetettebb folyamat, ahol egy kis eltérés is más irányba döntheti a tornyot vagy annak egy részét. Emellett csak egy mérésünk volt ebben az esetben, így a különböző kimenetek kiátlagolására sem volt lehetőségünk. Ettől függetlenül még így is jónak mondható az egyezés a szimuláció és a mérés között. Az eljárás itt is alkalmas lehet biztonsági határozónak becslésére.

7. Összegzés

Korábban már említettük, de előző dolgozatunkban részletesen megvizsgáltuk tornyok oldalra dőlésének folyamatát. Ezzel összeállítva egy olyan eljárásrendszert, melyet más hasonló szerkezetű épületeknél is lehet alkalmazni. Idén egy másfajta, szintén gyakori omlási forma, azaz az önmagába omlás elemzése által egészítettük ki és általánosítottuk eljáráscsomagunkat. Sikeresen elkészítettünk egy Monte Carlo alapú szimulációt, mellyel az egyes elemek viselkedését vizsgálhattuk. Ez alapján létrehoztunk egy rekurzió alapuló eljárást, mely képes

egy torony által hagyott törmelék eloszlásának becslésére, ezzel meghatározva azt a zónát, amit biztonságosnak állíthatunk. Ezt követően elkészítettünk egy teljes 3D-s szimulációt a torony összeomlására, mely kimondottan pontosan volt képes becsülni a törmelékek eloszlását. Végezetül ezen eljárásunkkal az olyan tavaly, már megfigyelt komplexebb omlásokat is tudtuk modellezni, melyek akkor még gondot jelentettek.

Összességében egy olyan összetett eszközcsoportot készítettünk el, melynek segítségével az omlások karakterisztikáját szakasról szakaszra becsülhetjük kis számítási igénnyel, továbbá szimulációs eljárásokat is kidolgoztunk, melyekkel robusztus módon az összeomlások pontosan leírhatóak. Ezen alapok felhasználásával számos valóságos bontási folyamat is optimalizálható és biztonságosabbá tehető.

Feladat	TDK 2023 [1]	TDK 2024	Összegzés
Oldalra dőlés folyamata			
Törések bekövetkezése			
Oldalra dőlést követő törmelék eloszlás (biztonsági zóna)			
Önmagába roskadás menete			
Önmagába roskadást követő törmelék eloszlás (biztonsági zóna)			
Önmagába roskadás precíz feltételei			

Általános struktúrák omlasztása			
---------------------------------------	---	---	---

Megjegyzés: [1] -es forrásnál lévő linkre a tavalyi TDK dolgozat mellé, feltöltöttünk néhány, a méréssel és szimulációval kapcsolatos videót az érdeklődőknek.

8. Köszönetnyilvánítás

Ezennel megköszönnénk Dr. Szilágyi Brigittának és Dr. Várkonyi Péternek a segítségét, melyet a dolgozat elkészítése alatt nyújtottak nekünk.

Emellett a kutatás megvalósulását az Egyetemi Kutatói Ösztöndíj Program támogatta, a Kulturális és Innovációs Minisztérium, valamint a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alap segítségével.

A TKP2021-EGA-02 számú projekt a Kulturális és Innovációs Minisztérium Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, a TKP2021-EGA pályázati program finanszírozásában valósult meg.

9. Irodalomjegyzék

[1] Pesti Patrik, Berty Márton, Dér Alex "Diszkrét Elemekből Álló Tornyok Összeomlásának Kísérleti és Elméleti Modellezése" TDK 2023

https://drive.google.com/drive/folders/1cVFfSa8xTH75hHfXDTPa2jH-mSYw8o45?usp=drive_link

[2] He, Hantao, et al. "Simulation of realistic particles with bullet physics engine." E3S web of conferences. Vol. 92. EDP Sciences, 2019. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20199214004>

[3] <https://pybullet.org/Bullet/BulletFull/annotated.html> (Bullet dokumentáció)

[4] <https://pybullet.org/wordpress/index.php/forum-2/> (Bullet dokumentáció 2)

[5] <https://github.com/bulletphysics/bullet3/tree/master/docs> (Git Bullet dokumentáció)

[6] <https://projectchrono.org/> (Chrono site)

[7] <https://api.projectchrono.org/> (Chrono documentation)

[8] Lemos, José V. "Discrete element modeling of masonry structures." *International Journal of Architectural Heritage* 1.2 (2007): 190-213. <https://doi.org/10.1080/15583050601176868>

[9] Wang, Jing, et al. "Enhancing subsurface seismic profiling with distributed acoustic sensing and optimization algorithms." *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering* (2024). <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2024.08.007>

[10] Kapitaniak, Marcin, et al. "The three-dimensional dynamics of the die throw." *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science* 22.4 (2012). [10.1063/1.4746038](https://doi.org/10.1063/1.4746038)