

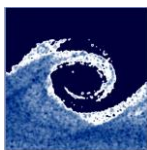


1782

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM

GÉPÉSZMÉRNÖKI KAR

ÁRAMLÁSTAN TANSZÉK



Középiskolás Tudományos Diákköri Konferencia dolgozat

Szárnyról leúszó örvények által okozott zaj és rezgés modellezése

Szerző:

Békési Bence
Szent István Gimnázium, Budapest

Konzulens:

Dr. Vad János
egyetemi tanár

2024. október

Tartalomjegyzék

Köszönetnyilvánítás	2
Jelölések jegyzéke	3
1. Bevezetés, célkitűzés, a téma gyakorlati jelentősége	5
2. Az elemi örvények által keltett zaj elméleti háttere	11
3. Körkörös, forgásszimmetrikus egyszerűsített örvénymodell	21
4. A leúszó örvények által keltett zaj egyszerűsített modellezése	24
5. A leúszó örvények által okozott felhajtóerő-ingadozás egyszerűsített modellezése	27
6. Esettanulmányok	28
7. A zajkeltő hatás számítása	29
8. A zajforrás modellezett szintjeinek összehasonlítása; összevetés szakirodalmi mérési adatokkal	32
9. A felhajtóerő-ingadozás modell-számításai	35
10. Összefoglalás	38
Irodalomjegyzék	40

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Szeretném köszönetemet kifejezni Dr. Vad János professzor úrnak a munkám során nyújtott segítségért és támogatásért.

Köszönöm Daku Gábor tanársegédnek a tőle kapott CFD eredményeket, melyekre e dolgozat építhetett.

Ezúton fejezem ki köszönetemet Dr. Farkas Istvánnak az odaadó beszélgetéseinket, a buzdítást, és hogy elindított engem az áramlástan, valamint a KTDK felé.

JELÖLÉSEK JEGYZÉKE

Latin szimbólumok

A örvény határoló felület	$[m^2]$	R örvénysugár	$[m]$
$d\mathbf{A}$ felületelem-vektor	$[m^2]$	Re_c Reynolds-szám $= U_0 \cdot c / \nu_K$	$[-]$
b örvénysorok keresztirányú távolsága	$[m]$	R_*, r_c örvénymagsugár	$[m]$
c húrhossz	$[m]$	S aeroakusztikai forrástag	$[(m/s)^2]$
c_0 hangsebesség, állandónak tekintve	$[m/s]$	SPL hangnyomásszint	$[dB]$
C_L felhajtóerő-tényező, átlagolt*	$[-]$	t idő	$[s]$
ΔC_L a C_L ingadozás amplitúdója	$[-]$	$\mathbf{U}_0$ zavartalan áramlási sebesség-vektor	$[m/s]$
d egymást követő örvények távolsága	$[m]$	$\mathbf{v}$ sebesség-vektor	$[m/s]$
f örvényleválási frekvencia	$[Hz]$	V örvény térfogata	$[m^3]$
G_{Re_c} számítási tag Re_c figyelembevételére	$[-]$	dV elemi térfogat	$[m^3]$
G_α számítási tag α figyelembevételére	$[-]$	v_B átlagolt* sebesség a lapát kilépőélénél	$[m/s]$
$\mathbf{L}$ Lamb-vektor $= \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}$	$[m/s^2]$	Δv_B átlagolt* sebességcsökkenés a lapátnál	$[m/s]$
Ma Mach-szám $= U_0 / c_0$	$[-]$	v_u tangenciális sebesség az örvényben	$[m/s]$
n örvény-hatványkitevő	$[-]$	$\mathbf{v}_{VC}$ örvényközéppontok sebessége	$[m/s]$
p statikus nyomás	$[Pa]$	x $\mathbf{U}_0$ -val párhuzamos koordinátairány	$[-]$
p_a hangnyomás	$[Pa]$	y 2D nézetben $\mathbf{U}_0$ -ra merőleges irány	$[-]$
p_{ink} inkompresszibilis áramlás nyomása	$[Pa]$	z $[x, y]$ koordinátasíkra merőleges irány	$[-]$
r sugárirányú koordináta az örvényben	$[m]$		

Görög szimbólumok

α megfűvási szög	$[^\circ]$	ρ_0 állandó sűrűség	$[kg/m^3]$
Γ cirkuláció	$[m^2/s]$	ρ_a akusztikai sűrűség	$[kg/m^3]$
ν_K kinematikai viszkozitás	$[m^2/s]$	ρ_{ink} inkompresszibilis áramlás sűrűsége	$[kg/m^3]$
ρ sűrűség	$[kg/m^3]$	$\boldsymbol{\omega}$ szögsebesség vektor $= \nabla \times \mathbf{v}$	$[1/s]$

Indexek

KÉ kilépőélénél jellemző mennyiség	V örvényhez kötődő jellemző
P szárny körüli átlagolt* cirkuláció	∞ cirkuláció $r \rightarrow \infty$ feltétel mellett
REF referenciaérték	

* Az „átlagolt” alatt időbeli átlagolást értek

Rövidítések

2D	2-dimenziós áramlás
AHE	akusztikai hullámegyenlet
CFD	numerikus áramlástan (Computational Fluid Dynamics)
KÉ	kilépőél, a szárnymetszet legvége
KTDK	Középiskolás Tudományos Diákkör
LAVD	örvénidetektálás módszere (Lagrangian-Averaged Vorticity Deviation)
NVH	Zaj, Vibráció, Keménység (Noise, Vibration and Harshness)
NYO	szárnyprofil nyomott oldala
ÖK	hengeresnek feltételezett örvény egy körmetszetének középpontja
ÖL	örvényleválás
SZO	szárnyprofil szívott oldala

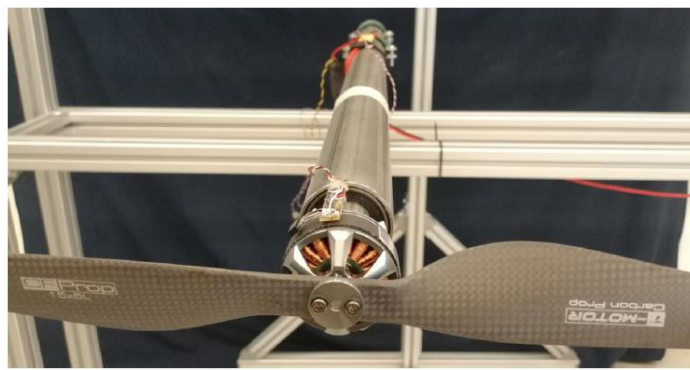
1. Bevezetés, célkitűzés, a téma gyakorlati jelentősége

A jelen Középiskolás Tudományos Diákköri (KTDK) dolgozat *gyakorlati fontosságát* az axiális átömlésű ventilátorok, illetve drón hajtómű-rotorok lapátozása körüli áramlás zaj- és rezgéskeltő hatásának vizsgálata adja. A dolgozat célja e nemkívánatos hatások megértése, bemutatása és modellezése a környezeti zajterhelés csökkentése és az üzembiztonság növelése érdekében. E célok elérését a dolgozat egyszerűsített számítási modellek kidolgozásán keresztül teszi lehetővé. Ezek a modellek már a *lapátozás* előtervezése során is alkalmazhatók a zaj- és lapátrezgés csökkentésére. Ez azért nagyon fontos [1][2], mert a légi járművek, pl. drónok egyre közelebb kerülnek az emberi tartózkodási zónához, illetve a háztartásban hűtőtechnikában használt ventilátorok – pl. épület-szellőztető ventilátorok, hűtőgépekben vagy számítógépprocesszorok hűtésében használt ventilátorok – eleve emberközelben működnek. Az 1. ábrán példát láthatunk egy ilyen említett ventilátorlapátra.



1. ábra: Ventilátor lapátozásának szemléltetése (Forrás: az [1] cikk konferencia-prezentációja, a Konzulens által átadva)

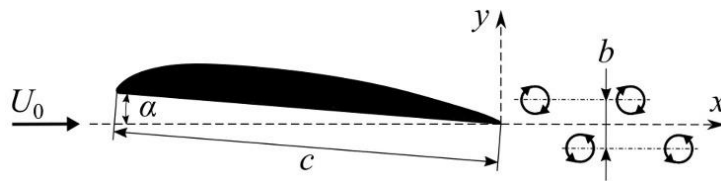
A 2. ábrán láthatunk egy példát – a konkrét mérésekhez használt – forgógép lapátozásra.



2. ábra: Forgógép lapát szemléltetése (Forrás: a [3] cikk prezentációjából)

E géptípusok lapátozásának viszonylag kis méreteiből, valamint a forgás viszonylag kis területi sebességéből adódóan a járókerék-lapátozás egyes metszeteire a Reynolds-szám ($U_0 \cdot c / \nu_K$): Re_c

$\leq 10^5$ a jellemző nagyságrend. Ennek megfelelően vizsgálataim során a járókerék-lapátmetszeteket olyan egyedülálló szárnyprofilként modellezem, amelyekre $Re_c \leq 10^5$, és különféle α – azaz a szárnyprofil húrja c és a megfúvási sebesség U_0 vektora által bezárt – megfúvási szögekre végzek vizsgálatokat. Az egyedülálló szárnyprofil vizsgálata megfelelő közelítés a kis lapátsűrűségű, úgynevezett híg járókerék-lapátrácsok esetén, melyeknél a húr hossz és a lapátosztás viszonya ≤ 0.7 [4]. A jelen dolgozat a lapátprofilról már a kilépőél (KÉ) előtt periodikusan leváló örvényekkel – a továbbiakban *örvényleválás* (ÖL) –, azok zaj- és rezgéskeltő hatásával foglalkozik. A 3. ábrán az ÖL-ra láthatunk elvi vázlatot a jelen vizsgálatok tárgyát képező RAF-6E aszimmetrikus szárnyprofilon, ahol c a húr hossz, b az örvénysorok keresztirányú távolsága [2]. Ehhez az ábrához hasonlóan, a dolgozat – ahol lehetséges – kétdimenziós (2D) áramlástan közelítést alkalmaz. A szárny mindegyik metszetében ugyanolyan áramképet, úgynevezett síkáramlást feltételez: mint a 3. ábrán látható, a szárny csak egy vékony „szeletét” veszi figyelembe, és eltekint a fizikai mennyiségek $[x, y]$ koordináták által meghatározott síkra merőleges z tengely menti változásától, valamint a z irányú sebességkomponenstől.



3. ábra: Örvényleválás szemléltetése egy aszimmetrikus szárnyprofilon [2]

Kicsiny, a jelen dolgozatban vizsgált esetekre jellemző Re_c Reynolds-számok esetén elsősorban a lamináris határréteg létrejöttével, és a határréteg-instabilitással kapcsolatos az ÖL, mint a KÉ-hez kötődő zaj fő forrása [1][5]:

- Kicsiny Re_c Reynolds-számok esetén a lapátfelület elején lamináris határréteg leválik, majd visszafekszik a KÉ előtt. Így egy leválási buborék jön létre.
- Ez a leválási buborék „akadályt”, megzavarást képez az áramlásban, ezzel elősegítve a határréteg lamináris $\rightarrow$ turbulens átmenetét a KÉ előtt.
- A lamináris $\rightarrow$ turbulens átmenetet a határrétegben instabilitási hullámok, az áramlási jellemzők ingadozásai előzik meg.
- Ezek a hullámok felerősödve, periodikusan leúszó örvényeket eredményeznek.
- A szárnyprofil szívott oldalán (SZO) és nyomott oldalán (NYO) egymással ellentétes forgási értelmű örvények jönnek létre és úsznak le a szárnyprofil körüli közegben.

Ahogy az a 3. ábrán is látható, ha a megfűvási sebesség balról jobbra mutat, akkor a SZO-ról az óramutató járásával megegyező, a NYO-ról pedig ezzel ellentétes forgásirányú örvények úsznak le, annak megfelelően, hogy a lapátfelületen a sebesség a tapadási törvény [6] miatt zérus, a lapátfelülettől távolabb viszont U_0 zavartalan sebességgel halad a közeg.

Az örvényleválás hatására aszimmetrikus, és időben változó áramlás alakul ki a test körül, ami nyomás- és ebből kifolyólag sebesség- és felhajtóerő-ingadozást is jelent a SZO és NYO lapátfelületeken. A felhajtóerő-ingadozás a lapáton egyrészt időben ingadozó hajlítónyomatékot jelent, ami fokozza a rezgési hajlamot. Másrészt a helyi nyomásingadozás – [5] alapján a KÉ-nél jellemző – zajkeltést is jelent.

Ezek alapján a téma gyakorlati fontosságát mutatja, hogy [4] szerint mérsékelt kerületi sebességű ventilátoroknál az örvényzaj jelentős lehet. Továbbá az [7][8][9]-ben tárgyalt esetekben az ÖL a lapátmozgás aeroakusztikai zajának alapvető forrása. Az ingadozó hajlítónyomaték pedig a lapátmozgás deformációját okozza, ami rezgést és járókerék- kiegyensúlyozatlanságot kelthet, ezzel rontva a gép üzembiztonságát, főként kevésbé merev, pl. polimer lapátmozgások esetén.

Ennek megfelelően célszerű, hogy a zajt és rezgésre való hajlamot olyan egyszerű és ez által jól kezelhető modellezési összefüggésekkel írjam le, melyek jellegre helyesen – azaz kvalitatív módon – visszaadják a különféle trendeket. E trendekre példa: hogyan változik az örvények által keltett zaj erőssége Re_c és α változásának hatására? A modellezés révén cél továbbá nagyságrendileg helyes becslést adni a számszerű – azaz kvantitatív – jellemzőkre. Ezeket az egyszerű összefüggéseket a lapátmozgások előtervezésében hatékonyan fel tudjuk használni. A jelen dolgozat célkitűzése ilyen egyszerűsített modellek bemutatása, alkalmazhatóságuk vizsgálata.

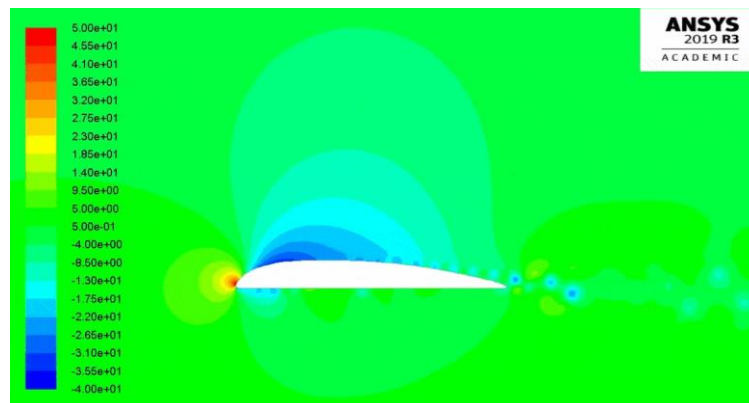
Ezeket az egyszerűsített modelleket *minimál-modelleknek* nevezzük. Az adott jelenség alapvető leírásához minimálisan szükséges modellezést tartalmazzák – azt viszont szükséges tartalmazniuk. Ezzel a modellezésre vonatkozóan alkalmazzuk Albert Einstein gondolatát [10], melyet az irodalom gyakran a következő tömör formában idéz: “Mindent olyan egyszerűen kell csinálni, amennyire csak lehetséges, de semmivel sem egyszerűbben.”

Áramlástan minimál-modellekre példaként szolgálhatnak a következők:

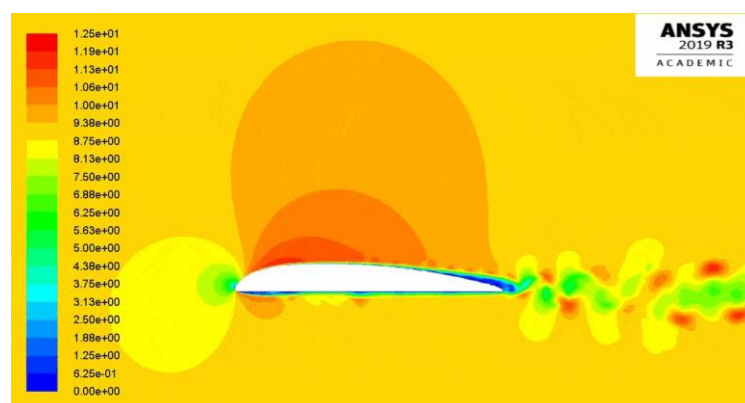
- Kísérleti minimál-modell [11]: fizikai alapkísérlet a Földhöz kapcsolódó áramlások modellezésére: a hőmérséklet-különbségeknek és a Föld forgásának hatását veszi figyelembe.

- Analitikus minimál-modell [12][6]: a Prandtl-féle határréteg-egyenlet, ami a fal által határolt nyíróréteg – azaz a határréteg – alapvető tulajdonságait leíró 2D modell.

Az ÖL jelenségét kísérletileg több cikk, *szakirodalmi* forrás vizsgálja [5][13][14]. Azonban ezek szimmetrikus NACA00 profilokra vonatkoznak, melyek alkalmazása nem jellemző axiális ventilátorok, drón-lapátozások esetén. Tényleges axiálventilátor- és drón-lapátprofilokra az ÖL vizsgálata a szakirodalomban nem jellemző. E dolgozat és az [1][2] cikkek az ÖL jelenségét egy aszimmetrikus RAF-6E profilra mutatják be, ami hozzáad a szakirodalmi ismeretekhez. A RAF-6E profil látható a 4. és 5. ábrán is különböző üzemmódokban [2]. Geometriai jellegeiből adódóan ez a szárnyprofil releváns a forgógépek szempontjából. Ismereteink szerint a [1][2] cikkek az elsők, amelyek kis Re_c esetén az aszimmetrikus lapátprofil ÖL jelenségének részleteit numerikus áramlástan (CFD, Computational Fluid Dynamics) segítségével mutatják meg. A CFD az áramlás sajátosságait feltáró numerikus módszerek gyűjtőneve.



4. ábra: 2D CFD ábra ÖL szemléltetésére: *Statikus nyomás; szintek: -40 Pa (sötétkék) ...50 Pa (vörös)* ($\alpha = 0.0^\circ$, $Re_c = 0.6 \cdot 10^5$, $U_0 = 9.0 \text{ m/s}$) [2]



5. ábra: 2D CFD ábra ÖL szemléltetésére: *Sebességeloszlás; szintek: 0 m/s (kék) ...12.5 m/s (vörös)* ($\alpha = 0.0^\circ$, $Re_c = 0.6 \cdot 10^5$, $U_0 = 9.0 \text{ m/s}$) [2]

ÖL kísérleti eszközökkel való vizsgálatát végezték pl. [5]-ben. A [15] irodalomban az ÖL által keltett rezgést a szárnyprofilhoz csatlakoztatott gyorsulásmérő műszer érzékelt, és annak frekvenciáját a keltett zaj uralkodó frekvenciájával azonosnak jelezte. Azonban e mérések nem

szolgáltattak információt az erő-ingadozás nagyságrendjéről. A klasszikus ventilátor-szakirodalom, pl. az [16][17] kézikönyvek, részletesen tárgyalják a géprezgést, azonban nem említik az ÖL lapátrezgést okozó esetleges hatását. Például a polimerből készült könnyű ventilátor- vagy drón-rotor lapátozások esetén az ingadozó aerodinamikai erők jelentős rezgést okozhatnak. E rezgések áttételesen okozhatják a járókerék kiegyensúlyozatlanságát is, amelyből adódó rezgés a zajt is fokozhatja. A járókerék-kiegyensúlyozatlanság és a belőle származó többlet-rezgés- és zaj fontosságát [16] is elismeri.

Ezek alapján dolgozatban tárgyalt téma – az ÖL okozta zaj- és rezgéskeltés – és az alkalmazott módszerek *korszerűségét* mutatják:

- a) Korszerű szimulációs eszközök eredményeinek felhasználása: A dolgozat felhasználta az [1]-ben elvégzett numerikus áramlástan CFD szimulációkon alapuló örvénymodellezés korábbi eredményeit, és annak segítségével végez számításokat. A cikk mért szakirodalmi adatokat is tartalmaz – a jelen dolgozatban is felhasznált – kvantitatív örvényjellemzőkre így lehetővé téve az örvények tudományos, fizikai vizsgálatát, és az áramlástan hatásuk becslését. A cikkben táblázatszerűen is megtalálhatók az elvégzett mérésekhez tartozó adatok, paraméterek.
- b) A dolgozat alapvetően épít az örvények CFD-alapú detektálásának korszerű, [1]-ben is ismertetett módszerére.
- c) A téma a nemzetközi forgógépes szakmai közösség érdeklődésére tart számot: [2]-es cikkünk absztraktját elfogadták, és meghívták cikkünket a 16th European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics (ETC16) konferenciára.

A KTDK dolgozatban leírt eredményeim felhasználásával benyújtottuk a [2]-es cikket az ETC16 rendezvényre, Európa legnagyobb tekintélyű nemzetközi forgógépes konferenciájára. A cikk jelenleg bírálat alatt áll. Ez a cikk a dolgozat támpontjaként is szolgál. Analitikus modellt ad az ÖL keltette zajra, ellenőrzi ezeknek helyességét, összeveti szakirodalmi mérési eredményekkel és kiértékeli ezt. Továbbá analitikus modelleket ad az ÖL okozta felhajtóerő-ingadozásokra és összeveti ezeket CFD eredményekkel. A számításokat, illetve a szakirodalommal való összevetést és értékelést a jelen dolgozat is bemutatja egyszerűsített formában.

Jelen KTDK dolgozat és a [2] cikk *újdonsttartalmát* adja, hogy az örvényzajra és a felhajtóerő ingadozására vonatkozó minimál-modelleket mutat be, alkalmaz és értékel ki. Ezeket kapcsolatba hozza a leúszó örvények alapvető jellemzőivel.

A dolgozat kapcsolódik a „Noise, Vibration and Harshness” (NVH) korszerű ipari gondolatához, amely a különféle berendezések zaját, rezgését és fentiek emberre gyakorolt ártalmát egységes szemléletben, mindezek összefüggéseiben kezeli, pl. [18].

A fentiek alapján *KTDK dolgozat végső célja* tehát:

- Az – 5. és 4. ábrán is látható – ÖL okozta zaj- és rezgéskeltés elméleti alapjainak megértése és részletes leírása. Minimál-modellek levezetése és megértése a zaj- és rezgéskeltés hatásának becslésére. Egyszerűsített örvénymodell megismerése és megértése.
- Továbbá a [2] kidolgozása során elvégzett önálló munka ismertetése: [1][2] CFD eredményei alapján esettanulmányok, és a minimál-modellekhez kapcsolódó önálló számítások bemutatása. Alkalmazhatóságuk, megbízhatóságuk ellenőrzése a forgógép-tervezésben szakirodalmi eredményekkel való összevetés révén, és az eredmények összehasonlításának kiértékelése.
- A fentiek által hozzájárulni a zaj- és felhajtóerő-ingadozás becsléséhez, a kidolgozott minimál-modelleken keresztül.

Az alábbiakban röviden leírom, összegzem a *következő fejezetek tartalmát*:

A 2. fejezetben magyarázom az örvényszaj keletkezését és terjedését, ezeknek a feltételeit, a későbbi felhasználásra levezetett hullámegyenlet segítségével. Majd egy rövid alfejezetben összegzem a levezetés során felhasznált közelítéseket, feltevéseket.

A 3. fejezetben bemutatom a későbbi esettanulmányokhoz, illetve a számításokhoz fontos, az örvényen belüli sebességeloszlás egyszerűsített modellezésére használt függvényt.

A 4. fejezetben az előzőkben levezetett eredmények felhasználásával származtattam a későbbi számítások, esettanulmányokhoz fontos, az örvényszaj kvantitatív jellemzésére szolgáló forrástagot. Majd röviden összefoglalom a levezetés lépéseit.

Az 5. fejezetben egy minimál-modellt mutatok be az ÖL okozta felhajtóerő-ingadozásra.

A 6. fejezetben esettanulmányokat mutatok be, ezzel megalapozva a későbbiekben ismertetett elvégzett számításokat és szakirodalmi méréseket.

A 7. fejezetben bemutatom a korábbiakban származtatott modell segítségével történő örvényszaj számítást és szakirodalommal összehasonlítható formába hozom az eredményeket.

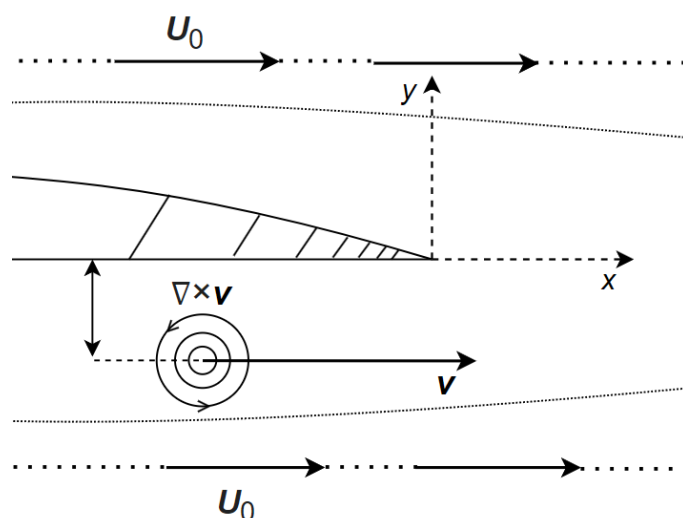
A 8. fejezetben összevetem az előző fejezetben számított eredményeket szakirodalmi empirikus modellekkel, majd kiértékelem az összehasonlítást.

A 9. fejezetben számításokat végzek a korábbiakban származtatott modell segítségével a felhajtóerő-ingadozásra, és összehasonlítom ezeket CFD vizsgálatok eredményeivel.

A 10. fejezetben összefoglalom az dolgozat tartalmát, illetve ismertetem a jövőbeli terveket.

2. Az elemi örvények által keltett zaj elméleti háttere

Vizsgálatom tárgya az 6. ábrán bemutatott szárnymetszet, melyről örvények úsznak le. A 2D közelítés alapján a jobbsodrású $[x, y, z]$ derékszögű koordinátarendszerben a z tengely a rajz síkjára merőlegesen felénk mutat. Az ábrán látható a lapátnyomon (szárnyprofilhoz közelebbi szaggatott vonalak) kívüli zavartalan, mindenütt egyirányú és állandó áramlási sebesség U_0 vektora. Ezekre illeszkedő szaggatott vonalak a lapátnyomon kívüli egyenes áramvonalakat képviselik. Látható a kiragadott elemi örvény $\mathbf{v}$ sebességének vektora és rotációjának képlete $(\nabla \times \mathbf{v})$. Kizárólag a KÉ közvetlen környezetében, illetve a KÉ mögötti térben jellemző áramlást, örvényzaj-keletkezést és hangterjedést vizsgálom. A KÉ előtti térrészt vizsgálataimból kizárom. A leúszó örvények a [5] szakirodalom értelmében a KÉ közvetlen környezetében örvényzajt keltenek. Célom volt részletesen megismerni és megérteni az örvényzaj keletkezését, valamint a szárnymetszet környezetében való terjedését leíró fizikai összefüggéseket. Ennek eredményeképpen jutottam az akusztikai hullámegyenletre (AHE).



6. ábra: Szemléltető rajz az AHE levezetéséhez

Az AHE levezetésének összes alapgondolatát, részletét megismertem és megértettem. A dolgozatban az alábbiakban csupán az AHE levezetésének fő megfontolásait és lépéseit ismertetem. Az elhanyagolásokat, közelítő megfontolásokat *dőlt betűvel* jelzem a szövegben, és a fejezet végén külön is kigyűjtöm. A levezetés részletei jegyzet formájában rendelkezésre állnak. A levezetés során alapvetően támaszkodtam az [6] egyetemi tankönyvre.

Az áramlási teret gondolatban elemi közegrészekre bontom. Ezek jelentősen nagyobbak a gázmolekulák méreténél, azonban kellően kicsik ahhoz, hogy ezzel a felbontással az áramlási tér jellemzőinek térbeli eloszlását, azok változékonyságát kellő részletességgel jellemezzem. A továbbiakban a gondolatmenetet egy ilyen elemi közegrészre viszem végig. Az elemi közegrész

helyezkedjen el a 6. ábrán látható módon a KÉ-nél leúszó örvények egyikén belül, és ennek megfelelően rendelkezzen $\mathbf{v}$ sebességgel és $(\nabla \times \mathbf{v})$ rotációval. Szemléljük ezt a rotációval rendelkező, vagyis forgó közeget úgy, mint egy elemi örvényt. Ezen elemi örvények sokasága építi fel azokat a véges méretű, azaz pl. a CFD szimulációkban is megjelenő nagyobb örvényeket, amelyek a KÉ-nél leúsznak a szárnymetszetről.

A szárny körüli áramlás, továbbá az örvényszakadás keletkezése és terjedése meg kell, hogy feleljen az alábbi leíró elveknek, összefüggéseknek, az elemi közegekre vonatkoztatva:

- A közeget mozgásegyenlete, amely Newton II. törvénye értelmében kapcsolatot teremt a közeget gyorsulása és a közegetre ható, egységnyi tömegre vonatkoztatott erők között. A vizsgált esetben a hang keletkezése és terjedése szempontjából a *súrlódás hatását elhanyagolom*. Ennek megfelelően mozgásegyenletként az Euler-egyenletet [6] használom fel. *Eltekintek az erőterek hatásától*, aminek következtében a közegetre csak nyomásból származó erő hat.
- A közegetre vonatkozóan az anyagmegmaradás elve, amelyet a kontinuitás [6] egyenlete fejez ki.

Az örvényszakadás keletkezése során a vizsgált közeget, mint elemi örvény, elemi „megzavarást” okoz a környező közegben, erőt fejt ki arra. Ennek az erőnek a hatására a környező közeg kis mértékben összenyomódik; nyomása a megzavarás nélküli nyomáshoz képest p_a ún. hangnyomással [6] megnövekszik. Az összenyomódás a környező közeg sűrűségét is megnöveli, a megzavarás nélküli sűrűséghez képest ρ_a mértékben, amely az ún. akusztikai sűrűség [19]. Az összenyomódott környező közeg – rugalmassága révén – igyekszik visszanyerni eredeti nyomását és sűrűségét, miközben összenyomja a mellette lévő közeget. Majd az nyeri vissza eredeti állapotát, és nyomja össze a mellette lévő közeget, s így tovább. Így a p_a és ρ_a jellemzőkkel leírt elemi megzavarás hanghullámként, hangsebességgel terjed tovább a környező közegben.

A dolgozatban szereplő matematikai leírás alkalmazkodik a nemzetközi szakirodalomban (pl. [19]) szokásos vektoralgebrai jelölésekhez. Az alábbiakban, [6] nyomán, néhány példában felsorolom e vektoralgebrai jelölések „beszédesebb” formáját is, melyek az összefüggések szemléletes jelentésének megértésében segíthetnek:

$\mathbf{v}$ vektormennyiség rotációja:	vektor:	$\nabla \times \mathbf{v}$: rot $\mathbf{v}$
$\mathbf{v}$ vektormennyiség divergenciája:	skalár:	$\nabla \cdot \mathbf{v}$: div $\mathbf{v}$

ρ_a skalármennyiség gradiense: vektor: $\nabla \rho_a : \text{grad } \rho_a$

p_a skalármennyiségre alkalmazott Laplace-operátor: skalár: $\Delta \cdot p_a : \text{div grad } p_a$

Az AHE alábbiakban bemutatott formája kapcsolatot teremt a $\mathbf{v}$ és $\nabla \times \mathbf{v}$ jellemzőkkel leírt elemi örvény, mint zajforrás, és az általa keltett, majd tovább-terjedő, p_a jellemzővel leírt hanghullám között.

A leírás során a következő közelítő feltevésekkel élünk:

Maga a szárnymetszet körüli áramlás, tekintve a fellépő viszonylag kis sebességeket, *összenyomhatatlannak* [6] tekinthető, és ennek megfelelően az inkompresszibilis, „ink” indexszel ellátott nyomással és sűrűséggel jellemezhető. Ez még megengedi, hogy ρ_{ink} változzon az áramlási térben, de a sűrűségre nézve az áramlásban a sűrűség állandó, és

$$\rho_{\text{ink}} \equiv \rho_0 \quad (1)$$

értékkel jellemezhető.

Az összenyomhatóságot kizárólag azért engedjük meg a közegben, mert az elemi örvény által keltett erő csak ennek megengedésével képes a környező közeget összenyomni, mely megzavarás utána hanghullám formájában tud tovább terjedni. A fentieket figyelembe véve a nyomásra és sűrűségre írható [19]:

$$p = p_{\text{ink}} + p_a, \text{ amelyben} \quad (2)$$

$$p_a \ll p, \quad (2a)$$

továbbá

$$\rho = \rho_0 + \rho_a, \text{ amelyben} \quad (3)$$

$$\rho_a \ll \rho. \quad (3a)$$

A súrlódásmentességet feltételező Euler-egyenlet [6], az erők hatását elhanyagolásával:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \left(\frac{v^2}{2} \right) + (\nabla \times \mathbf{v}) \times \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \cdot \nabla p \quad (4)$$

A (3) egyenlet és a (3a) megfontolás alapján megmutatható, hogy a (4) egyenlet jobb oldalán alkalmazható az

$$\frac{1}{\rho} \approx \frac{1}{\rho_0} \quad (5)$$

közelítés. Bevezetem a szakirodalomban [19] használt Lamb-vektort az elemi örvény jellemzésére:

$$(\nabla \times \mathbf{v}) \times \mathbf{v} = \mathbf{L} \quad (6)$$

A (4) egyenlet jobb oldalán alkalmazom az alábbi átalakítást, a (2) egyenlet behelyettesítésével:

$$\nabla p = \nabla(p_{\text{ink}} + p_a) \quad (7)$$

Közelítésként feltételezem, a 6. ábra által szemléltetve, hogy a szárnymetszet mögött az áramlási térben *a lapátnyomon kívül mindenütt az $\mathbf{U}_0$ zavartalan megfúvási sebesség-vektorral jellemezhető sebességgel, párhuzamos egyenes áramvonalak mentén halad az áramlás*, és ennek megfelelően, a Bernoulli-egyenlet [6] értelmében, benne a nyomás $p_{\text{ink}} = \text{állandó}$. A lapátnyomon belül pedig, *a fent említett párhuzamos egyenes határoló áramvonalakra merőlegesen a nyomás nem változik*, a természetes koordinátarendszerben felírt Euler-egyenlet normális irányú komponens egyenlete [6] szerint. Illetve a Prandtl-féle határréteg-egyenlet esetén [12][6] is elfogadott közelítés, miszerint a súrlódás által befolyásolt zónában – határrétegben – is megegyezik a statikus nyomás a súrlódásmentes zónáéval, azaz y irányban a statikus nyomás állandó. Vagyis a súrlódás által befolyásolt lapátnyomon belül is alkalmazhatom a $p_{\text{ink}} = \text{állandó}$ közelítést. A fentiek alapján, a nyomás állandósága okán, a lapátnyomon kívül és a lapátnyomban is érvényes az alábbi összefüggés:

$$\nabla p_{\text{ink}} = \mathbf{0} \quad (8)$$

Az (5)-(8) megfontolásokkal, átrendezés után, a (4) Euler-egyenlet a következő formát ölti:

$$-\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - \nabla \left(\frac{v^2}{2} \right) - \frac{1}{\rho_0} \cdot \nabla p_a = \mathbf{L} \quad (9)$$

A (4) Euler-egyenlet az áramló közeg időben és térben változókéony jellemzői között teremt kapcsolatot. Ha szeretnénk jellemezni az elemi örvény, mint zajforrás által az áramló közeg elemi közegrészeihez képest kifejtett elemi erőt, mint megzavarást, továbbá ennek a megzavarásnak, mint hanghullámnak a közegben történő, tehát áramló közeghez képesti tovább-terjedését, akkor az Euler-egyenlet mint vektoregyenlet térbeli változókéonyosságát kell jellemeznünk. Ezt úgy érjük el, hogy vesszük az Euler-egyenlet forrásosságát, ún. divergenciáját. Tovább-dolgozva az Euler-egyenlet (9) formájával, annak divergenciája:

$$-\frac{\partial(\nabla \cdot \mathbf{v})}{\partial t} - \nabla \cdot \left[\nabla \left(\frac{v^2}{2} \right) \right] - \frac{1}{\rho_0} \cdot \nabla \cdot (\nabla p_a) = \nabla \cdot \mathbf{L} \quad (10)$$

A bal oldal első tagjánál kihasználtam, hogy felcserélhető a sorrendje A) az idő, mint független változó szerinti parciális deriválásnak és B) a divergencia-képzésnek, ami pedig helykoordináták, mint független változók szerinti parciális deriválásokat jelent.

A (10) egyenlet bal oldalának második tagjának kezelésére a következő megfontolásokat teszem. A lapátnyomon kívüli áramlási térben, $\mathbf{v} = \mathbf{U}_0$ korábban feltételezett állandósága okán, a (4) egyenlet bal oldalának második tagjában a *gradiens eleve zérus*. Következésképp (10) egyenlet bal oldal második tagja is zérus a lapátnyomon kívül. A lapátnyomon belül pedig a sebesség egy lapátnyom-középen jellemző minimumértékről a lapátnyomon kívüli U_0 értékre növekszik monoton módon, a szívott és nyomott lapátoldalak mögött egyaránt. Ennek megfelelően a $v^2/2$ kifejezéssel jellemzett, tömeg-egységre vonatkoztatott mozgási energia is monoton növekszik a lapátnyom közepétől kifelé haladva. A jelenlegi modell-közelítés szintjén azt feltételezem, hogy a mozgási energia (közel) egyenletesen növekszik a lapátnyom közepétől kifelé haladva, vagyis $\nabla(v^2/2)$ (közel) állandó vektorral jellemezhető, külön-külön a szívott illetve nyomott lapátoldalak mögött, azaz $y > 0$ és $y < 0$ esetekre külön-külön. A $\nabla(v^2/2)$ tag közel állandónak tekinthető, ami lehetővé teszi a (10) egyenlet bal oldal második tagjának elhanyagolását a lapátnyomon belül is. Ennek megfelelően *a lapátnyomon kívül és azon belül egyaránt az alábbi közelítéssel élek*:

$$\nabla \cdot \left[\nabla \left(\frac{v^2}{2} \right) \right] = \Delta \cdot \left(\frac{v^2}{2} \right) = 0 \quad (11)$$

ahol a „div grad” operátor jelölésére alkalmaztam a Δ Laplace-operátort. Most nem vizsgálom a (11) egyenlet szerinti közelítő feltevés összhangját a lapátnyomban ténylegesen jellemző sebességprofil alakjával; erre a kutatás későbbi fázisában kerül majd sor.

A (11) megfontolással, és az ott bevezetett Laplace-operátorral, a (10) egyenlet a konstans sűrűséggel való beszorzás után a következő alakot ölti:

$$-\rho_0 \frac{\partial(\nabla \cdot \mathbf{v})}{\partial t} - \Delta \cdot p_a = \rho_0 \cdot \nabla \cdot \mathbf{L} \quad (12)$$

Az egyenlet bal oldalának első tagjában a sebesség divergenciáját a kontinuitási egyenlet [6] segítségével fejezem ki. A kontinuitási egyenlet:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \mathbf{v}) = 0 \quad (13)$$

Figyelembe véve az (1)(3) összefüggéseket, a (13) egyenlet átírható az alábbi formába:

$$\frac{\partial(\rho_0 + \rho_a)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla(\rho_0 + \rho_a) + (\rho_0 + \rho_a) \cdot \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (14)$$

A ρ_0 konstans mivolta miatt az ennek deriváltjait tartalmazó, zérus értékű kifejezéseket elhagyva, valamint élve az (5) egyenlet szerinti $\rho \approx \rho_0$ közelítéssel a (14) egyenlet bal oldal utolsó tagjában:

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho_a + \rho_0 \cdot \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (15)$$

A (15) egyenlet bal oldal második tagja kapcsán a következő közelítő megfontolást teszem. [5] szerint az örvényszak a KÉ-hez kötődik, és uralkodó módon a KÉ-re merőlegesen, azaz az 6. ábra szerinti y irányban terjed tovább a legerőteljesebben, annak megfelelően, hogy a leúszó örvények a KÉ-nél lévő lapátfelületekre merőleges, azaz y irányú ingadozó erőt hoznak létre. Így a ρ_a akusztikai sűrűség térbeli változékonyságát jellemző gradiens, $\nabla \rho_a$ is uralkodóan az y tengellyel párhuzamos. Az áramlás viszont, megfelelően a zavartalan megfűvás $\mathbf{U}_0$ sebességvektorának, alapvetően x irányú $\mathbf{v}$ sebességekkel jellemezhető. Fentiek miatt alkalmazom azt a közelítést, hogy a $\mathbf{v} \cdot \nabla \rho_a$ skalárszorzatban szereplő vektorok merőlegesek – x , illetve y irányúak –, vagyis a skalárszorzat zérus:

$$\mathbf{v} \cdot \nabla \rho_a = 0 \quad (16)$$

Ezzel a (15) kontinuitási egyenlet:

$$-\rho_0 \cdot \nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial \rho_a}{\partial t} \quad (17)$$

Behelyettesítve a (12) egyenletbe, ahol a konstans ρ_0 szorzót az idő szerint deriválandó mennyiségbe beviszem:

$$\frac{\partial^2 \rho_a}{\partial t^2} - \Delta \cdot p_a = \rho_0 \cdot \nabla \cdot \mathbf{L} \quad (18)$$

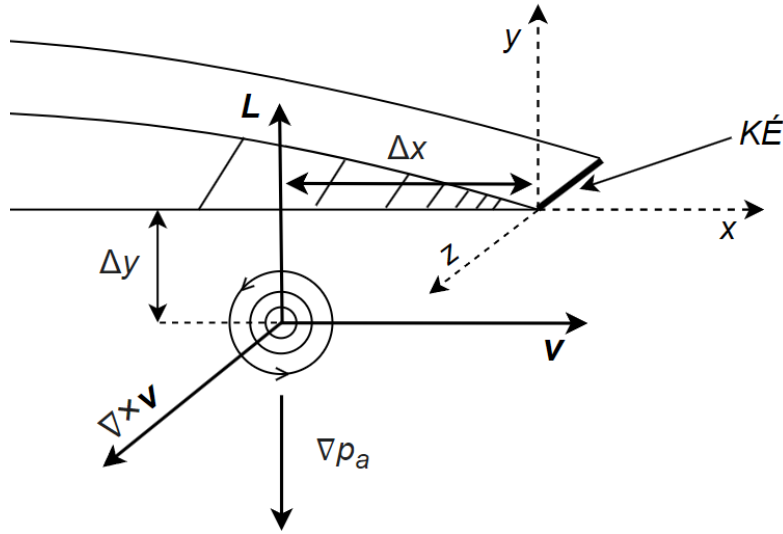
Kihasználom a gázdinamikában [6] a hangsebességre levezetett összefüggést, amely azon feltételezésekre épül, hogy a hangterjedés során a közegsúrlódás és a hőcsere elhanyagolható [6]. A jelen közelítésben állandónak tekintett c_0 hangsebesség, a nyomás és a sűrűség kicsiny megváltozásait a p_a és ρ_a jellemzőkkel közelítve:

$$c_0 = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{p_a}{\rho_a}} \rightarrow \rho_a = \frac{1}{c_0^2} \cdot p_a \quad (19)$$

Ezt behelyettesítve (18) egyenletbe, az AHE általam felhasznált végső alakja:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_a}{\partial t^2} - \Delta p_a = \rho_0 \cdot \nabla \cdot \mathbf{L} \quad (20)$$

A (20) egyenlet AHE által leírt örvényszaj-keltési és hangterjedési jelenségeket a 7. ábra segítségével a következő egyszerűsített példán szemléltetem, mely a KÉ kicsiny környezetét mutatja felnagyítva, a lapát nyomott oldalának végén leúszó örvénnyel. A 6. ábrán a szárnyprofilt az $[x, y]$ síkban mutattam be, azonban a szemléletesség fokozására az 7. ábrán az $[x, y, z]$ derékszögű koordinátarendszert axonometriában ábrázolom.



7. ábra: Örvényszaj-keltés, hangterjedés szemléltetése

A vizsgált esetben az $[x, y, z]$ koordináták origója a KÉ-ben helyezkedik el. A példa egyszerűsítése érdekében fogadjuk el a közelítést, miszerint a nyomott oldali lapátfelület az x iránnyal párhuzamos, azaz az y tengelyre merőleges. Az 7. ábra szerint a felülettől Δy kicsiny távolságra egy elemi örvény mozog, mely $\mathbf{v}$ haladási sebességgel és $\nabla \times \mathbf{v}$ rotációval jellemezhető. A nyomott lapátoldal szilárd felülete általi kényszernek megfelelően közelítésként elfogadjuk, hogy a $\mathbf{v}$ sebesség leírható csak a $\mathbf{v}_x$ komponense által. A nyomott oldalon az örvények forgási szögsebessége az óramutató járásával ellentétes irányú, vagyis a jobbkéz-szabály értelmében $\nabla \times \mathbf{v}$ pozitív z irányba mutat. A fentiekből az adódik, hogy az elemi örvény (6) egyenlet szerinti $\mathbf{L}$ Lamb-vektora az elemi örvény olyan gyorsulását fejezi ki, ami pozitív y irányba mutat. Vizsgálatunk során haladjon át az elemi örvény a lapátfelület KÉ előtti kicsiny Δx hosszúságú része mentén, ahogyan a 7. ábrán látható. Az áthaladás időtartama kicsiny Δt idő és érvényes a $v_x \approx \Delta x / \Delta t$ közelítés.

Newton II. törvénye értelmében az elemi örvény akkor gyorsul a Lamb-vektornak megfelelő pozitív y irányú gyorsulással, ha rá erő hat. Vagyis az örvény, mint y irányban gyorsuló

anyagcsomag hatására a KÉ előtti felületdarabra merőlegesen egy térben változó p_a nyomás áll elő, és ezt a térben változó nyomást a ∇p_a nyomásgradiens fejezi ki. A gyorsító erő ($-\nabla p_a$) kifejezésében megjelenő negatív előjelet az indokolja, hogy pozitív y irányú gyorsuláshoz y irányban csökkenő nyomásra van szükség, a (4) Euler-egyenletből is beláthatóan. Ez a gondolatmenet összhangot teremt a (20) egyenlet bal oldal második tagján belüli ($-\nabla p_a$) nyomásgradiens és a jobb oldalon belüli $\mathbf{L}$ Lamb-vektor között.

Fontos körülmény, hogy az $\mathbf{L}$ Lamb-vektorral jellemzett gyorsulás a KÉ környezetében térben változékony. E térbeli változékonyosság egyik lehetséges okát az alábbiakban magyarázom. További okok jövőbeli értelmezés, kutatás tárgyát képezik. Közvetlenül a lapátfelületnél a tapadás törvénye [6] miatt a sebesség zérus, $\mathbf{v} = \mathbf{0}$, és emiatt a (6) egyenlet szerinti $\mathbf{L}$ Lamb-vektor is zérus. A p_a hangnyomással jellemzett hanghullám az áramló közeg elemi közegeihez képest kifejtett, térben változó elemi erő révén valósul meg, mely térben változó erő a közeg helyi összenyomódását okozza. Ha síkban állandó nagyságú lenne az $\mathbf{L}$ vektor, akkor az elemi közegek egymással megegyező iramban, ugyanazzal az $\mathbf{L}$ gyorsulással haladnának, tehát nem lenne az elemi közegek között erőhatás és így nem tudna összenyomódni a közeg, azaz nem lenne hanghullám, mint megzavarás. E térbeli változékonytságot jelen esetben a $\partial L_y / \partial y$ kifejezés, általánosítva pedig a (20) egyenlet jobb oldalán lévő $\nabla \cdot \mathbf{L}$ kifejezés írja le. A faltól Δy távolságban az örvényre jellemző $\mathbf{L}$ gyorsulás a falnál le kell, hogy csökkenjen zérusra. Ez csak fékező erő révén tud megvalósulni, ami úgy jön létre, hogy az örvény, a falhoz közeli közegekre nyomást fejt ki, *összenyomja azt*, így hozva létre p_a nyomásnövekedéssel jellemezhető fékező hatást.

A fentiek szerint előálló, a KÉ kicsiny környezetében az örvény, mint zajforrás által keltett, térben változó p_a nyomást a (20) egyenlet bal oldalának második tagja, $-\Delta \cdot p_a$ fejezi ki.

Miután az örvény elvonult a vizsgált térrészből és távozott a KÉ-nél, a lapátfelület közelében előállt, térben változékony p_a nyomás nem fog időben fennmaradni, hanem elemi hanghullám formájában c_0 hangsebességgel tovább fog terjedni a lapátfelülettől távolodva, mégpedig úgy, hogy a közegek elemi összenyomódása és ritkulása feleljen meg az anyagmegmaradásnak. Ezt az időfüggő, instacionárius [6] folyamatot fejezi ki a KÉ kicsiny környezetében a (20) egyenlet bal oldal első tagja. Az elemi örvény környezetétől távolabb, azaz már hangforrás hiányában, a (20) egyenlet bal oldalának megfelelő, azonban a jobb oldalon zérus forrástagot tartalmazó hullámeqyenlet fejezi ki a hanghullám további terjedését.

Tehát a KÉ kicsiny környezetében az áthaladó örvény által keltett p_a hangnyomás a hely és idő függvényében úgy alakul, hogy kielégítse a (20) egyenletet.

A hangterjedés további értelmezése, szemléltetése érdekében a dolgozatban nem részletezve megemlítem a következőket. Tekintsük a (20) egyenlet jobb oldalán lévő forrástaggal jellemzett elemi hangforrást pontszerűnek. Az egyenletből, miután a forrás révén a hang létrejött, a forrástól távolabb – ott már forrás hiányában –, a jobb oldalt zérussá téve származtathatjuk a

$$\frac{\partial^2 p_a}{\partial t^2} - c_0^2 \cdot \Delta \cdot p_a = 0 \quad (21)$$

differenceálegyenletet. Ezen differenceálegyenlet megoldása jelentősen túlmutat e dolgozat keretein. Itt csupán a szemléletesség kedvéért adom meg az [6] szakirodalomban fellelhető megoldást. Az elemi örvénytől, mint pontszerű hangforrástól r sugár irányú távolságra a következő, r helykoordináta és t idő szerinti függvény írja le a hangterjedést:

$$p_a(r, t) = \frac{1}{r} \cdot f\left(t - \frac{r}{c_0}\right) \quad (22)$$

A (22) egyenlet értelmezéséhez tekintsük az 7. ábrához kapcsolódó fenti példát: miközben a kiszemelt elemi örvény áthalad a KÉ-nél – azaz a hangforrás $r = 0$ radiális koordinátával jellemzett helyén –, a lapátfelülethez közeli közegrészre nyomást gyakorol, és így abban p_a nyomásnövekedést okoz. A nyomásnövelési folyamat az örvény kicsiny Δt áthaladási időtartamában történik, és ezen belül elér egy maximum-értéket: nevezzük ezt p_a amplitúdójának! Az örvény áthaladása előtt és után, forrás hiányában, $p_a = 0$. Tehát az örvény egy impulzus-szerű $p_a(t)$ gerjesztést ad a falfelületnél. Ez az impulzus időfüggő, Δt időtartamon belüli, zérusról maximum-értékig felfutó, majd pedig arról zérusig lefutó $p_a(t)$ nyomás-idő függvénnyel jellemezhető az $r = 0$ helyen. A vizsgálat $t = 0$ referencia-időpontjául válasszuk a $p_a(t)$ nyomásnövekedés kezdeti pillanatát!

A pontforrás által kifejtett megzavarás gömbhullám formájában terjed, c_0 hangsebességgel. Az említett példában a legintenzívebb zaj a gömbhullámban y irányban terjed. A (22) egyenlet szerinti megoldásban szereplő $1/r$ szorzó azt jelzi, hogy a hangnyomás amplitúdója a forrásról való r távolsággal fordított arányosságban csökken. A hullám r távolságra r/c_0 idő alatt jut el. A megoldásban szereplő f függvény a forrástól eltávolodó hullámot képvisel. Ebben a függvényben a $(t - r/c_0)$ idő-argumentum azt fejezi ki, hogy ha $[t, t + \Delta t]$ időtartományban a forrástól adott r sugárnyi távolságra szeretnénk az ott áthaladó hullámban a nyomást az idő függvényében leírni, akkor ehhez a t időhöz képest visszafelé „eltolva az időt”, a zaj keletkezésének $(t - r/c_0)$ időpillanatába kell „visszagondolnunk”, és az akkor a $[0, \Delta t]$ időtartományban érvényes $p_a(t)$ függvényt kell alapul vennünk, amelyet megszorozunk az $1/r$

kifejezéssel, hogy a hangnyomás forrás-távolságtól való függését, csökkenését figyelembe vesszük.

Zajkeltés elméleti háttere: összefoglalás

Ebben a rövid alfejezetben szeretném összegezni az AHE levezetése során felhasznált közelítéseket, amelyekkel a (20) egyenletre jutottam:

- A végső modell az említettek alapján csak a KÉ közvetlen környezetére, illetve az amögötti térrészre, továbbá csak 2D szemléletben érvényes. Az egész gondolatmenet során eltekintek a sűrűdástól, illetve az erők hatásától (pl. gravitáció).
- A leírtak, megfelelnek az sűrűdásmentességet feltételező, erőtereket elhanyagoló Euler-egyenletnek, az ez által képviselt lokális és konvektív gyorsulások és a térben változó nyomás kapcsolatának. Ezen kívül az AHE levezetése megfelel a közege részre vonatkozó anyagmegmaradás, kontinuitás elvének.
- A jelen dolgozatban vizsgált kis U_0 áramlási sebességek mellett feltételeztem magának az áramló közegnek az összenyomhatatlanságát, ami még megengedné p_{ink} térbeli változékonyságát, azonban a sűrűséget tekintve ρ_{ink} állandó értéket mutat. Ehhez képest kicsiny ρ_a értéknek megfelelő összenyomhatóságot csupán azért engedtem meg, hogy a hanghullám keletkezése és terjedése modellezhető legyen.
- Továbbá feltételeztem az áramlási térben a lapátnyomon kívüli, mindenütt párhuzamos U_0 zavartalan megfúvási sebesség-vektornak megfelelő $p_{\text{ink}} = \text{állandó}$ nyomást. Ez a feltétel a lapátnyomon belüli, sűrűdés által befolyásolt zónában is alkalmazható azzal a megfontolással, hogy a természetes koordináta-rendszerben felírt Euler-egyenlet normális irányú komponens egyenlete szerint, egymással párhuzamos áramvonalakra merőlegesen nem változik a nyomás. Ez a feltevés illeszkedik a Prandtl-féle határréteg-egyenlet szemléletéhez is [6].
- A jelen dolgozatban, részletesebben nem vizsgálva elfogadható, hogy a lapátnyomon belül a sebesség egy lapátnyom-középen jellemző minimum-értékről a lapátnyomon kívüli U_0 értékre monoton módon növekszik, a szívott és nyomott lapátoldalak mögött egyaránt. Azaz $\nabla(v^2/2)$ közel állandó vektorral jellemezhető.
- Továbbá éltem azzal a közelítéssel, hogy az áramlás alapvetően x irányú $\mathbf{v}$ sebességekkel jellemezhető, ami azt is jelenti, hogy a Lamb-vektor értelmében az örvényzaj a KÉ-re merőleges irányban terjed a legerőteljesebben, így az akusztikai

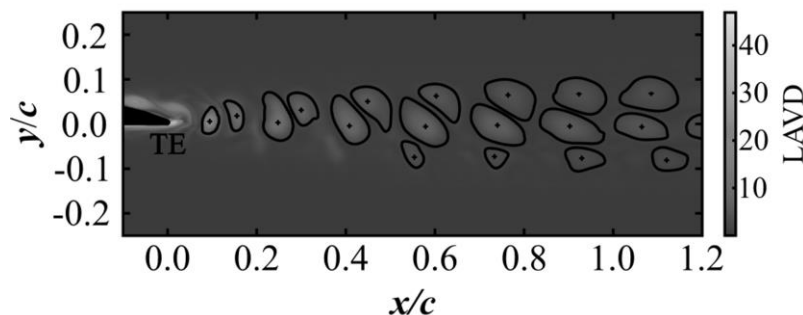
sűrűség térbeli változékonyságát jellemző gradiens is uralkodóan az y tengellyel párhuzamos.

- Az AHE levezetés a végső forma eléréséhez kihasználja, hogy a hangterjedés során a közegsúrlódás és a hőcsere elhanyagolható, és a hangsebesség konstans értéket vesz fel.

Az AHE a későbbiekben fontos alap-összefüggésként fog megjelenni, ugyanis ennek felhasználásával fogom levezetni a nagyobb – elemi örvényekből álló – örvények okozott zajhatását. Ebben kiemelt szerepet fog kapni a (20) egyenlet jobb oldalán adódó forrástag, ami az elemi örvényt, mint zajforrást jellemzi.

3. Körkörös, forgásszimmetrikus egyszerűsített örvénymodell

A (20) egyenlet jobb oldalán lévő forrástag egyetlen elemi örvény zajkeltő hatását képviseli. Ahogyan azt a [1] cikkben bemutatott CFD szimuláció mutatja, a vizsgált szárnymetszetről véges méretű, a lapátprofil vastagságával összemérhető nagyságrendű örvények úsznak le, amelyek a (20) egyenlet jobb oldala szerinti elemi örvények „kötegeként” képzelhetők el. A CFD eredmények alapján detektált örvényeket az 8. ábra szemlélteti. A folytonos vonalak az örvények határait, a pontok az örvényközpontokat (ÖK) jelölik. Ahogyan az [1]-ben indoklásra kerül, a leúszó örvényeket körhenger-palástfelület burkolójú alakzatoknak feltételezzük. Az ÖK ezen 2D körhengerek keresztmetszetének középpontját jelölik, egyúttal a jelen ábrán pedig a legnagyobb forgási szögsebességű pontokat.



8. ábra: ÖL CFD alapú szemléltetése [1]

Az örvény-detektálás módszere az úgynevezett Lagrangian-averaged vorticity deviation (LAVD) mennyiség CFD adatokból való származtatása alapján történt. Ennek megfelelően a LAVD mennyiség értékei szerepelnek a 8. ábrán. A LAVD módszer megértése és ismertetése meghaladja e dolgozat kereteit, azonban részletes leírásra kerül a [20][21][22] irodalmakban. Itt csak annyira foglalkozom vele, hogy a 8. ábrát értelmezzem. Egyszerűsített megfogalmazásban azt mondhatjuk, hogy ahol a LAVD értékek a legnagyobbak, ott a legerőteljesebb a közegrészek saját tengelyük körüli forgása. A fentiek alapján ezek az ÖK-ok.

Az ÖK-től távolodva a LAVD értékek fokozatosan csökkennek. A 8. ábrán fekete kontúrvonalak jelölik az örvények határát. A LAVD módszer azt jelzi, hogy e határokon belül még ugyanahhoz az örvényhez tartozóan összehangoltan mozognak, együtt forognak az elemi közegelemek.

A KTDK dolgozatban végzett számításaim alapját az [1] cikkben szereplő CFD eredmények és modellezési feltevések, közelítések adják. A CFD technika részletezése és eredményeinek feldolgozása – benne: az örvények detektálása –, továbbá az örvényekre alkalmazott modellek helyességének magyarázata és igazolása túlmutat a KTDK dolgozaton, így ezeket itt nem részletezem; ezek tekintetében a témavezető társszerzőségében írt [2] cikkre hivatkozom.

Helyezkedjenek el a (20) egyenlet jobb oldalán lévő elemi források dV elemi térfogatokban, úgy, hogy az elemi térfogatok sokasága kiadja a véges méretű örvény V térfogatát. A V térfogat pedig rendelkezzen A határoló felülettel, amely dA felületelem-vektorokkal [6] jellemezhető felületelemekből épül fel. Ez alapján alkalmazható a Gauss-Osztrogradszkij tétel [6], amely kimondja a következőket: A dV elemi térfogatokban fellépő elemi $\mathbf{L}$ -források, azaz $\nabla \cdot \mathbf{L}$ divergenciák összessége – amely összesítés a V térfogaton belül vett integrálásnak felel meg – azt eredményezi, hogy az A határolófelületen $\mathbf{L}$ kiáramlása, fluxusa kell, hogy megjelenjen. Az elemi $\mathbf{L} \cdot d\mathbf{A}$ felületi fluxusok összessége – amely összesítés az A felületen vett integrálásnak felel meg – ki kell, hogy adja a belső forrásokból felszabaduló mennyiséget. Ezzel a szemléltetéssel a Gauss-Osztrogradszkij tétel [6] a jelen esetre:

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{L} \cdot dV = \int_A \mathbf{L} \cdot d\mathbf{A} \quad (23)$$

A véges méretű leúszó örvények, mint elemi örvényekből felépülő „örvénykötegek” zajkeltő hatását (23) egyenlet jobb oldala segítségével veszem figyelembe, [1] CFD eredményei és modell-feltevései alapján. Az [1] nyomán, és ott részletesen indokolva, az örvényeket körkörös alakzatként modellezem. A CFD eredmények feldolgozása alapján [1] tartalmazza az örvények közelítő R rádiuszát. E rádiusz egy olyan kör sugara, mely körnek a területe megegyezik a detektált örvény keresztmetszetével, a CFD-ben és e dolgozatban is alkalmazott 2D szemléletben.

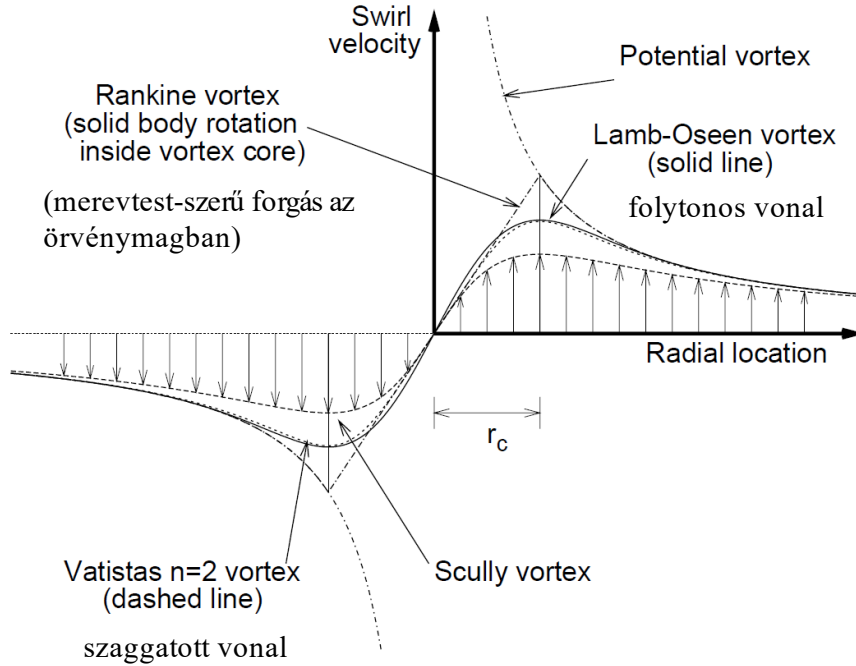
A körkörös örvény által képviselt sebesség-eloszlást [1] nyomán, a [23] szakirodalom felhasználásával, a következő módon modellezem:

- Az örvény középpontja a vizsgálat során állandónak modellezett $\mathbf{v}_{VC}$ sebességgel halad.
- Erre a $\mathbf{v}_{VC}$ sebességre szuperponálódik a körkörösnek modellezett örvényt jellemző $\mathbf{v}_V$ sebességeloszlás. $\mathbf{v}_V$ az örvény kerülete mentén természetesen változtatja az irányát. Azonban nagyságát adott sugáron a kerület mentén állandónak veszem – vagyis a

modellezett sebességeloszlás forgásszimmetrikus –, és csak $v_u(r)$ tangenciális (érintő) irányú komponenst tartalmaz. A [23] nyomán $v_u(r)$ modellezése a következő függvénnyel történik:

$$v_u(r/R_*) = \frac{\Gamma_\infty}{2\pi \cdot R_*} \cdot \frac{r/R_*}{[1+(r/R_*)^{2n}]^{1/n}} \quad (24)$$

ahol Γ_∞ az örvény által képviselt cirkuláció [6] $r \rightarrow \infty$ feltétel mellett; R_* az ún. örvénymagsugár, amelyen a legnagyobb a v_u jellemző tangenciális sebesség – nem azonos az R örvénysugárral – és n az örvény-hatványkitevő. n különféle megválasztásával különböző örvénymodelleket kapunk. Ez alapján a különböző örvénymodellek: $n = 1$: Scully, $n = 2$: Vatistas, $n \rightarrow \infty$: Rankine. A 9. ábrán példát láthatunk a különböző – n örvény-hatványkitevő beállítással kapható – örvénymodellek v_u sebességeloszlására. Az ábrán látható függőleges tengely mentén az adott vízszintes tengely menti sugáron jellemző v_u tangenciális sebesség. Az ábrán szereplő r_c a jelen dolgozatban az R_* jellemzőnek, az örvénymagsugárnak felel meg.



9. ábra: Örvénymodellek radiális sebességeloszlása [23] – „vortex” = „örvény”

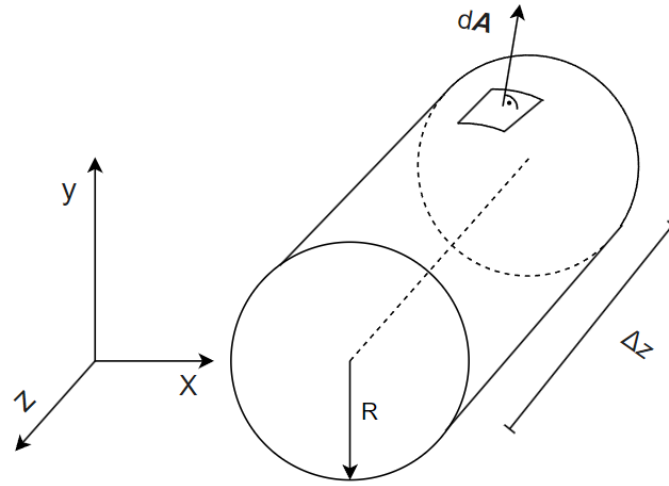
A jelen dolgozatban végzett számításokban használt n értékek 1 körül mozognak. $n = 1$ [23] alapján a Scully-modell-féle sebességeloszlást képviseli; az ábrán „Scully vortex”.

A CFD eredményekből az összes vizsgált leúszó örvényre származtathatóak – és így e dolgozatban adottságnak tekintendőek – a Γ_∞ , R_* , és n jellemzők, vagyis a $v_u(r)$ eloszlás is. A fenti két pont értelmében az örvény jellemző sebességeloszlásának modellje:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{vc} + \mathbf{v}_v \quad (25)$$

4. A leúszó örvények által keltett zaj egyszerűsített modellezése

A CFD szimulációk eredményei alapján, pl. a 8. ábrán bemutatott „pillanatfelvételen” meghatározásra kerültek a leúszó örvények középpontjai, amelyeket a fekete pontok jelzik. A modellezés szerint a vizsgált időpillanatban e középpontok körül R sugarú körök által határolva, vagyis a 2D szemléletben R sugarú körhengereken belül helyezkednek el az örvények. A vizsgált pillanatban rögzítsük térben e körhengerek palástfelületét úgy, mint a (23) egyenlet jobb oldalán lévő A örvény-határoló felületet. Ahogyan a 10. ábrán is látható, az R sugáron, Δz hosszon elhelyezkedő palástfelületet jellemző dA felületelem-vektorok [6] az örvényközepptől sugár irányban kifelé mutatnak. A szemléletesség kedvéért az $[x, y, z]$ koordinátateret axonometrikus ábrázolásban mutatom be.



10. ábra: Kör keresztmetszetű 2D örvény határoló felületét alkotó körhenger, és a rajta elhelyezkedő dA felületelem-vektorok bemutatása

E határoló felületekre egyenként származtassuk a (23) egyenlet jobb oldalán lévő kifejezést, amely az elemi örvényekből álló véges méretű – azaz makroszkopikus – örvény zajkeltő hatását jellemzi, miközben áthalad a rögzített hengerfelületen. Származtassuk ehhez a (6) egyenlet szerinti Lamb-vektort a (24) és (25) egyenletek felhasználásával:

$$\mathbf{L} = (\nabla \times \mathbf{v}) \times \mathbf{v} = [\nabla \times (\mathbf{v}_{VC} + \mathbf{v}_V)] \times (\mathbf{v}_{VC} + \mathbf{v}_V) = (\nabla \times \mathbf{v}_V) \times (\mathbf{v}_{VC} + \mathbf{v}_V) \quad (26)$$

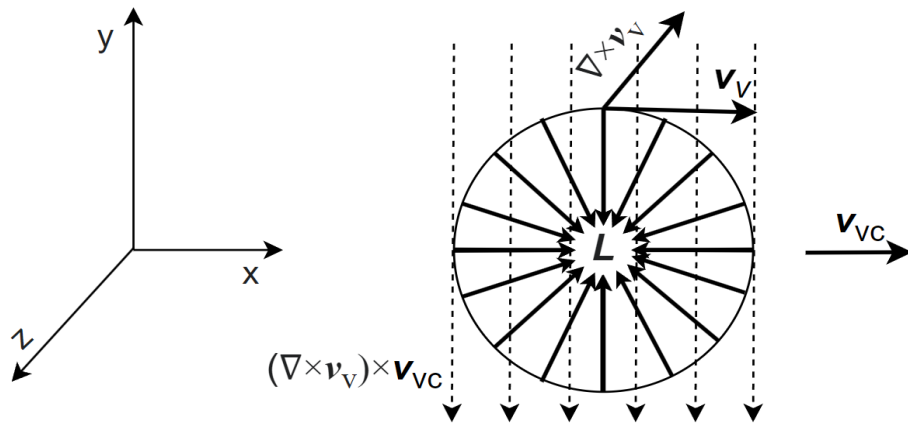
A fenti egyenletben [1] nyomán felhasználtam, hogy a $\mathbf{v}_{VC}$ sebességet az adott helyen a zaj modellezése szempontjából állandónak tekintjük, ezért $\nabla \times \mathbf{v}_{VC} = \mathbf{0}$.

A (26) egyenletben, az alkalmazott 2D szemléletben, $\nabla \times \mathbf{v}_V$ -nek csak z irányú komponense van (azaz csak z tengely körüli forgása képzelhető el az elemi közegrészeknek), és ez a rotáció-komponens kifejezhető a körkörös pályákon jellemző forgásszimmetrikus $v_u(r)$ eloszlás alapján, a [6] tankönyvben (74. old. (2.6) egyenlet) ismertetett módon:

$$(\nabla \times \mathbf{v}_V)_z = \left(\frac{v_u}{r} + \frac{dv_u}{dr} \right) \quad (27)$$

Mivel a (24) képleten keresztül az egyes örvényekre a CFD eredményekből illesztett $v_u(r)$ eloszlás ismert, rajta a (27) egyenletben szereplő r szerinti deriválás elvégezhető, és így $(\nabla \times \mathbf{v}_V)_z$ tetszőleges sugáron meghatározható.

Az egyszerűbb szemléltetés érdekében a 11. ábra a körhenger csak egy z tengelyre merőleges metszetét mutatja be. Ettől függetlenül a leírtak megegyeznek mind körhenger, és körhenger-metszet esetében is. (A hengerfelület ennek megfelelően az ábrán csak $\Delta A/\Delta z$, valamint a $d\mathbf{A}$ felületelem-vektorok ebben a szemléltetésben valójában vonalelem-vektoroknak felelnek meg.)



11. ábra: Körhenger-metszet szemléltetése

A 11. ábra alapján a (26) egyenlet végén lévő tag felbontásából származó $(\nabla \times \mathbf{v}_V) \times \mathbf{v}_V$ tag hatásáról beláthatóak a következők. Mivel $(\nabla \times \mathbf{v}_V)$ z irányú, – lásd (27) egyenlet és a 11. ábra – valamint $\mathbf{v}_V$ tangenciális irányú – lásd (24) egyenlet és 11. ábra –, ezért a vektoriális szorzatuk, vagyis $\mathbf{L}$ megfelelő komponense radiális irányú kell, hogy legyen. Ez a (23) egyenlet jobb oldala értelmében a sugár mentén kifelé mutató $d\mathbf{A}$ felületelem-vektorokkal szorozódik skalárisan. A skalárszorzat az R sugarú körhenger-palástfelület $2 \cdot R \cdot \pi$ hosszúságú kerülete mentén állandó a forgásszimmetria miatt. A 2D szemléletben az R sugarú hengereknek csupán egy a z tengely mentén Δz hosszúságú „szeletét” vesszük, és így egy

$$\Delta A = 2 \cdot R \cdot \pi \cdot \Delta z \quad (28)$$

rész-palástfelületre vesszük a fent tárgyalt (23) egyenlet jobb oldalán lévő integrált. Az integrál a fenti megfontolásokkal, (24)(27)(28) felhasználásával, a következő formába írható:

$$\int_{\Delta A} [(\nabla \times \mathbf{v}_V) \times \mathbf{v}_V] \cdot d\mathbf{A} = 2 \cdot R \cdot \pi \cdot \Delta z \cdot \left[\left(\frac{v_u}{r} + \frac{dv_u}{dr} \right) \cdot v_u \right]_{r=R} \quad (29)$$

A (26) egyenlet végén lévő tag felbontásából származó másik, $(\nabla \times \mathbf{v}_V) \times \mathbf{v}_{VC}$ tag kapcsán pedig a 11. ábra alapján a következő megfontolásokat tesszük. A (27) egyenletnek megfelelően $\nabla \times \mathbf{v}_V$

z irányú, és az R sugarú körhenger-palást mentén állandó. A modellezésünk szerint a $\mathbf{v}_{VC}$ szintén állandó. Ezeknek megfelelően a fenti vektoriális szorzat állandó. Ez a konstans vektor változás nélkül „átáramlik” a körhenger-palástfelületen. Ezért az egyik palástfelület-oldalon adódó $[(\nabla \times \mathbf{v}_V) \times \mathbf{v}_{VC}] \cdot d\mathbf{A}$ szorzatok nagysága megegyezik, de előjele ellentétes a másik oldalon adódó hasonló szorzatokéval, így a szorzatok kioltják egymást (11. ábra), azaz:

$$\int_{\Delta A} [(\nabla \times \mathbf{v}_V) \times \mathbf{v}_{VC}] \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (30)$$

Figyelembe véve a (29) és (30) egyenletek részeredményeit, és a tetszőlegesen megválasztott Δz hosszal osztva – azaz a 2D szemléletben a zajkeltő hatást egységnyi szárnyhosszra vonatkoztatva –, kiadódik az [1] szakirodalomban levezett S forrástag, amely a leúszó makroszkopikus örvények zajkeltő hatását modellezi:

$$S = 2 \cdot R \cdot \pi \cdot \left[\left(\frac{v_u}{r} + \frac{dv_u}{dr} \right) \cdot v_u \right]_{r=R} \quad (31)$$

A (31) egyenletben bemutatott S mértékegysége $[(m/s)^2]$. Ezt megszorozva az (1) egyenlet értelmében állandónak tekintett ρ_0 sűrűséggel, $[Pa]$ mértékegységet kapunk. Ennek megfelelően illeszkedik S ahhoz a szemlélethez, hogy az adott helyen áthaladó örvény – a környezetére megzavarást kifejtve – p_a hangnyomással jellemezhető zajt gerjeszt. E zajkeltés fizikai hatásmechanizmusa pedig a következő egyszerűsített módon írható le. Az R sugarú palástfelületen az örvényben közegegrészek mozognak, amelyek radiális irányú gyorsulását az S forrástag a (29) összefüggésben szereplő Lamb-vektorral jellemzi. A gyorsulás – Newton II. törvénye értelmében – a nyomás térbeli változékonyságával kell, hogy együtt járjon. Vagyis amikor az örvény áthalad adott helyen, a környezetében térben és időben változó p_a nyomással jellemezhető megzavarást hoz létre.

A fentieket összefoglalva a Gauss-Ostrogradszkij tétel (23) egyenlet) szerint származtattuk a véges méretű – elemi örvényekből felépülő – örvénykötegek zajkeltő hatását. Az [1] alapján körhenger-palást alakúnak modellezett örvényhatároló felületek, és az örvényen belüli, (25) egyenlet szerint modellezett sebességek ismeretében meghatároztuk a (23) összefüggés jobb oldalán lévő tagot, amely az örvényszajt jellemzi. Kihasználtuk [1], hogy a zajhatás szempontjából az örvényközéppontok sebességének állandóságát feltételezhetjük, illetve, hogy a 2D szemlélet alapján a rotációnak csak z irányú komponense létezik. Beláttuk, hogy a Lamb-vektor felbontásából származó kifejezések szimmetriai okok miatt átalakíthatók, így a jóval egyszerűbb (31) egyenletre, az S forrástagra jutva. Ez a tag a leírtak alapján jellemzi az örvények zajkeltő hatását.

5. A leúszó örvények által okozott felhajtóerő-ingadozás egyszerűsített modellezése

Az örvények által okozott felhajtóerő-ingadozások drónok, ventilátorlapátok esetében jelentős lapátrezgést okozhatnak. Az ebből következő lapátdeformációkat ventilátorzaj is kísérheti [2]. Megmutatható a [24] irodalom szerint, hogy a lapátmetszet körüli, időben átlagolt cirkuláció és felhajtóerő-tényező között 2D szemléletben az alábbi közelítő összefüggés érvényes:

$$\Gamma_P = \frac{1}{2} \cdot C_L \cdot U_0 \cdot c \quad (32)$$

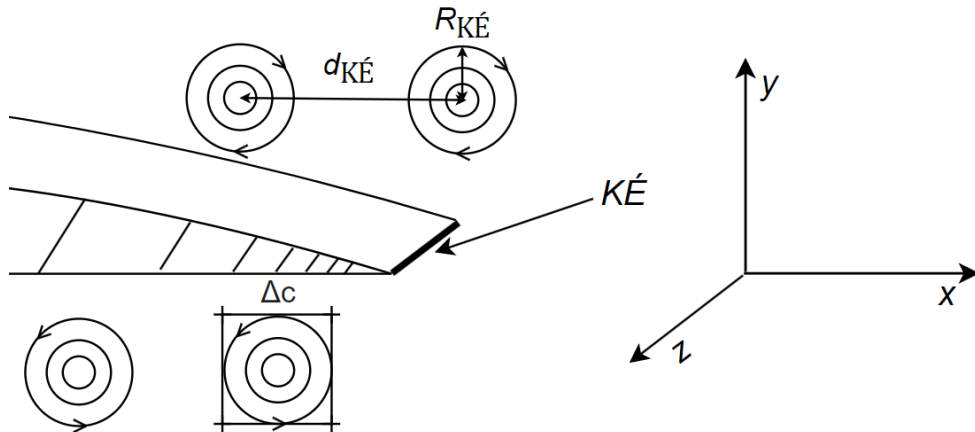
Ahogy a 8. ábrán is látható, a SZO és NYO lapátfelületekről egymást követő örvények válnak le. Megvizsgálandó az egymást követő örvények $d_{KÉ}$ távolsága, amely az alábbi képlettel számítható [2]:

$$d_{KÉ} = \frac{v_{xKÉ}}{f} \quad (33)$$

ahol $v_{xKÉ}$ az örvényközepponatok x irányú sebessége a kilépőélnél, f pedig az örvényleválási frekvencia. Ha az örvények követési távolsága nagyobb, mint az örvénysugár kétszerese, akkor mondhatjuk, hogy az örvények között nincsen átfedés, tehát érvényesek a későbbiekben tett megfontolások és levezetett összefüggések [2]:

$$d_{KÉ} > 2 \cdot R_{KÉ} \quad (34)$$

A leúszó örvényeket Γ_v abszolút értékű cirkuláció jellemzi, amelynek nagyságát a CFD eredményekből származtatott R és $v_u(R)$ alapján minden örvényre számíthatjuk. Ha a (34) egyenlet szerinti feltétel teljesül – nincsen az egyes örvények között átfedés –, akkor egyidejűleg csak egy örvény úszik le a SZO- vagy NYO-ról. Minden ilyen „páratlan” örvény ingadozást jelent a lapát körül vett cirkulációban, és a (32) egyenlet alapján a felhajtóerőben is. A 12. ábrán az $[x, y, z]$ térben, axonometrikus ábrázolásban mutatom be a KÉ-nél leúszó örvényeket és ezek $d_{KÉ}$, $R_{KÉ}$ és Δc jellemzőit.



12. ábra: KÉ-nél leúszó örvények és jellemzőik bemutatása

Egy adott, a KÉ-nél éppen leúszó örvény a lapátfelület közelében a 12. ábra alapján Δc hatáshosszon Δv_B mértékben lecsökkenti a sebességet, az egyébként örvények hiányában érvényes v_B sebességhez képest. E sebességcsökkenés, a Bernoulli-egyenlet értelmében, a SZO-ról leúszó örvény esetén lecsökkenti a szívott oldali depressziót, ami a felhajtóerő csökkenését okozza, a (32) egyenlet szerinti idő-átlagolt C_L jellemzőhöz képest. A NYO-ról leúszó örvény miatti sebességcsökkenés pedig fokozza a nyomott oldali túlnyomást, ami pedig a felhajtóerő növekedését okozza.

A [2] egyenletei és a kapcsolódó szöveg tartalmazza a felhajtóerő fentiek miatti változását, modellezését. Az örvények által okozott felhajtóerő változás kifejezhető a Bernoulli-egyenlet alapján, a helyi, örvény által módosított, és a zavartalan áramlási sebességet tekintve. Ezek alapján – itt a továbbiakban nem részletezett módon – kifejezhető C_L ingadozása, az időbeli-átlagolt C_L jellemzőhöz ((32) egyenlet) képest, az alábbiak szerint [2]:

$$\frac{\Delta C_L}{C_L} = \pm \frac{(\Delta c \cdot \Delta v_B)}{\Gamma_P} \quad (35)$$

A jobb oldali tag előjelének használata indokolt, ugyanis a felhajtóerő-ingadozás előjele az alábbiak szerint változhat: pozitív, hogyha a NYO-ról, negatív, ha a SZO-ról levált örvényt vizsgálunk. Képezzük az örvény körüli cirkulációt a 12. ábrán látható módon úgy, mint a sebesség vonalintegrálját egy Δc oldalhosszúságú négyzet, mint zárt görbe körül! Mivel (24) összefüggés alapján forgásszimmetrikus, kör alakúnak modellezett örvényeket tekintünk, ezért $\Delta c \cdot \Delta v_B$ csak az örvény által képviselt cirkuláció $\frac{1}{4}$ részét tartalmazza, a fent említett négyzet lapátfelülethez közeli, azzal párhuzamos oldalán véve a vonalintegrált.

A maradék 3-szor $\frac{1}{4}$ rész a négyzet másik 3 oldala mentén vett vonalintegrál: két esetben a lapátfelületre merőleges oldalakon, illetve egy esetben a lapátfelülettel párhuzamosan az örvény ettől távolabbi részén vett integrál. Ezzel a megfontolással az alábbi egyenletre jutunk, amely kapcsolatot teremt az örvény Γ_V cirkulációja és a felhajtóerő ingadozása között [2]:

$$\frac{\Delta C_L}{C_L} = \pm \frac{1}{4} \cdot \left[\frac{\Gamma_{VTE}}{\Gamma_P} \right] \quad (36)$$

6. Esettanulmányok

A következő fejezetekben egy RAF-6E szárnyprofilon elvégzett tanulmányokat [1][2] mutatok be, melyekben a leúszó örvények adatai CFD szimulációk alapján kerültek megállapításra. Számításaimat ezen örvény-adatok felhasználásával végeztem.

Az 1. táblázat összefoglalja az 5 különféle α és Re_c beállítású CFD vizsgálati eset alapadatait. Ahogyan [2]-ben szerepel, a CFD vizsgálati forgatókönyvek olyan szélcsatorna-mérési eseteket reprodukálnak, melyekben kimutatható volt az ÖL jelensége a RAF-6E szárnyprofilon. A

táblázatban bemutatott adatok fontosak lesznek a későbbiekben, mivel ezek alapján végeztem az örvényzajjal kapcsolatosan számításokat. Az 5 különböző esetben a megfúvási szög a $0.0-2.7^\circ$ tartományon belüli, illetve a Reynolds-szám $0.6 \cdot 10^5$ és $1 \cdot 10^5$ nagyságú. A Mach-szám – $Ma = U_0/c_0$ – a helyi zavartalan áramlás és a helyi jellemző hangsebesség hányadosa, f az örvényleválás frekvenciája, b a leúszó örvénysorok keresztirányú távolsága. b és f a CFD számítások alapján kerültek megállapításra. A szélcsatornás méréseknél és a 2D CFD-vizsgálatoknál használt lapát alapmodell $c = 0.100\text{ m}$ hosszú volt, és $U_0 = 9.0\text{ m/s}$, illetve 15.0 m/s beállítások mellett történtek vizsgálatok. Így adódtak a fent írott Reynolds-számok, a 20°C hőmérsékletű levegő kinematikai viszkozitását véve alapul. Ilyen CFD szimulációkra a 4., 5. és 8. ábrákon láthattunk példát.

Jellemzők	Esetek				
	1	2	3	4	5
$\alpha [^\circ]$	0.0	1.1	2.7	0.0	1.1
$Re_c/10^5 [-]$	0.60	0.60	0.60	1.00	1.00
$Ma [-]$	0.026	0.026	0.026	0.043	0.043
$U_0 [\text{m/s}]$	9.0	9.0	9.0	15.0	15.0
$b/c [-]$	0.039	0.048	0.054	0.040	0.043
$f[\text{kHz}]$	0.36	0.37	0.34	0.82	0.77

1. táblázat: A mérési esetek és a hozzájuk tartozó jellemzők

A CFD szimulációs módszer, valamint a CFD eredményekkel való összehasonlítást megalapozó mérések módszerének bemutatása, értelmezése túlmutat a dolgozat keretein, így ezeket itt most nem részletezem, azonban [1]-ben részletesen bemutatásra kerülnek.

A 3. fejezet alapján [1]-ben LAVD segítségével beazonosításra kerültek a SZO és NYO-ról leúszó örvények, az 1. táblázat szerinti 1-5 esetekre. Esetenként 8-12 örvény lett beazonosítva számszerű adatokkal, a KÉ-től x irányban mért 1 húrhossznyi tartományon belül. Ezek az örvényadatok rendelkezésre állnak, tehát a dolgozatban adottságnak tekintendők. A következő fejezetben ezekre az örvényekre fogok számításokat végezni az 1. táblázat adatai és a 4. fejezetben leírtak alapján.

7. A zajkeltő hatás számítása

Ebben a fejezetben bemutatom a CFD eredmények alapján számított, az S aeroakusztikai forrástaghoz ((31) egyenlet) szükséges jellemzőket és azok származtatását. Diagramokon bemutatom az egyes esetekre a KÉ-től való távolság függvényében az általam számított S aeroakusztikai forrástagot. Ennek előzményeként tárgyalom, hogy hogyan alkalmaztam az

adatpontokra való hatványfüggvény-illesztés, valamint lineáris extrapoláció elvét az egyes örvényekre számított adatok x koordinátától való függésének szemléltetésére és a KÉ-nél jellemző számadatok becslésére.

A 4. fejezetben meghatároztuk az S forrástagot, amely a véges méretű örvények zajhatásának jellemzésére szolgál. A 3. és 6. fejezetek alapján a rendelkezésre álló CFD eredményekből az összes vizsgált leúszó örvényre származtathatóak a szükséges jellemzők.

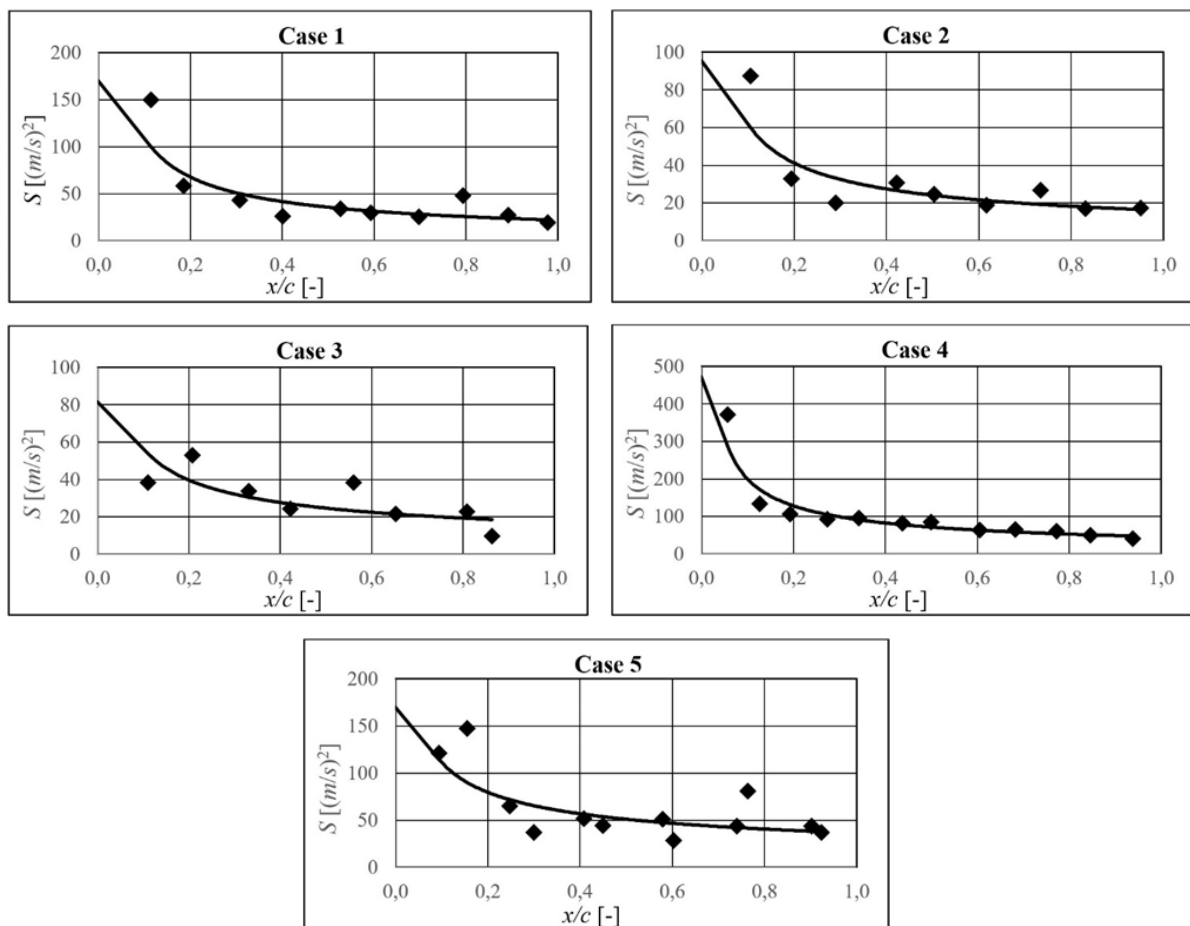
A (31) egyenlet jobb oldalán sorban haladva származtattam a megfelelő mennyiségeket a CFD adatokból az összes örvényre, és azokat a KÉ-től vett dimenziótlan távolság függvényében diagramokon is ábrázoltam:

- Az örvények R sugara adottság, ezért a kör alakú örvények határoló kerülete $2 \cdot R \cdot \pi$ számítható.
- A v_u tangenciális sebességeket az $r = R$ sugáron a Γ cirkuláció ismeretében határoztam meg. Ezek alapján a szögsebesség is számolható $r = R$ helyen.
- A $\frac{dv_u}{dr}$ derivált számításához először meghatároztam a (24) szerinti $v_u(r)$ sebességeloszlás „első tagját”. Kiszámoltam az ehhez szükséges Γ_∞ cirkulációt, és a sugarak ismeretében származtattam $v_u(r)$ függvény deriválás szempontjából konstans tagját: $\frac{\Gamma_\infty}{2 \cdot \pi \cdot R_*}$.
- Elvégeztem a $\frac{dv_u}{dr}$ számítást, amellyel már lehetővé vált S számítása.

A 13. ábra [2] mutatja a számított S értékeket az 5 esetre minden örvényre a KÉ-től, a szárny mögötti nyomban vett c – azaz húr hossznyi – dimenziótlan távolság mentén. A folytonos vonalak az ábrán – ezeket később részletezve – a fő trendeket mutatják, a KÉ és hozzá legközelebbi adatpont között lineárisává válnak.

A szimbólumok az egyes örvények adatait jelölik. Az örvényszaj ugyan a KÉ-hez kötődik [5], de a KÉ-től távolabbi örvények hatását is érdemes lehet figyelembe venni a zajkeltés szempontjából, hiszen ezek ütközhetnek az áramlás lapáttól távolabbi részein található tárgyakkal – pl. ventilátor-motor tartóelemei, terelőlapátok –, zajt okozva. Ezért az ábrák a KÉ-től távolabbi örvényeket is jellemzik.

Ahogy az ábrákról leolvasható, minden esetben a legnagyobb S érték a KÉ-nél várható és távolság KÉ-től való növekedésével jelentősen csökken. Az S adatokból kimutatható, hogy esetenként átlagosan az $x/c = 1$ távolságban vett érték a KÉ-nél jellemző értéktől 0.18-szoros szorzóval tér el [2].



13. ábra: S aeroakusztikai forrástag x/c koordináta függvényében [2]

Az [5] szerint az örvényszaj a KÉ-hez köthető, azonban az általam számított S értékek a KÉ-től távolabb detektált örvényekhez tartoznak. Az örvénydetektálás a kutatás jelen fázisában nem tartalmazta a közvetlenül a KÉ-nél jelentkező örvények kimutatását. Ezért a jelen számítás során a következő extrapolációs technikát alkalmaztam a KÉ-nél jellemző S értékek becslésére. Többféle trendvonal kipróbálása után a hatványfüggvény illesztés bizonyult a legmegfelelőbbnek. Az x/c koordináta függvényében az S értékekre illesztett hatványfüggvény a KÉ-hez legközelebbi adatpontig tart, a 13. ábrán látható módon. Az egyes esetekre az illesztett hatványfüggvények hatványkitevője viszonylag kis tartományban, -0.5 és -0.7 között változik [2], ami a hatványfüggvény-illesztés általánosíthatóságát mutatja a jelen esetekre.

A lineáris extrapolációhoz számoltuk a hatványfüggvény S helyettesítési értékét és meredekségét – azaz iránytangensét – a KÉ-hez legközelebbi, azaz legkisebb x/c értékű adatpontra. Majd ezen adatok alapján elvégeztük a S lineáris extrapolációját $x/c = 0$ értékig, azaz a KÉ-hez. Az S értékek nem illeszkednek pontosan a hatványfüggvényre, de ettől függetlenül a használt extrapolációs technika jó nagyságrendi közelítésnek bizonyul. A fentiek alapján az elvégzett saját munkámat összefoglalva:

- a) A CFD eredmények alapján származtattam az S aeroakusztikai forrástag számításához szükséges jellemzőket az egyes örvényekre.
- b) Az egyes leúszó örvényekre számítottam, és a KÉ-től való távolság függvényében diagramokon ábrázoltam az S aeroakusztikai forrástagot.
- c) Hatványfüggvény-illesztés, majd lineáris extrapoláció segítségével számítottam a KÉ-nél közelítőleg jellemző S értékeket.

Ily módon rendelkezünk az örvényszaj jellemzésére szolgáló S értékekkel, amelyeket a következő fejezetben elemzek, és összevetem azokat a [5] szakirodalom eredményeivel, az örvényszaj minimál-modell alkalmazhatóságának értékelése végett.

8. A zajforrás modellezett szintjeinek összehasonlítása; összevetés szakirodalmi mérési adatokkal

A korábban leírtak alapján számszerű adatokkal rendelkezünk az egyes örvények zajkeltő képességére, a 4. fejezetben bemutatott minimál-modell alapján. E modell értékelése végett összevetem a felhasználásával származtatott adatokat a [5] szakirodalomban ismertített, méréseken alapuló empirikus zajszámítás adataival.

Az S értékekkel való összehasonlításra a szakirodalom igen kevés adatot kínál: az [5] szolgáltat szűk körű mérési adatokat az általunk vizsgált α és Re_c tartományban. A 13. ábrán látható S értékek és a [5]-höz kapcsolódóan elvégzett számítások kiértékelésében is az $\alpha = 0.0$ és $Re_c = 10^5$ értékekkel jellemezhető esetet innentől referenciának (**REF**) tekintjük, és az ehhez a REF esethez képesti akusztikai változásokat, trendeket vizsgáljuk. A [5]-ben elérhető mérési adatokat és ezáltal az empirikus számítási modellek megbízhatóságát a Konzulens instrukciói szerint, egyszerűsített módon értékeltem ki.

A [5]-ben rendelkezésre álló zajszint eredményeket az 1. táblázatban szereplő f örvényleválási frekvencia-értékekre a KÉ-re merőlegesen irányban lesugárzott zajra vonatkozóan értékeltem. A [5]-ben található mérési eredmények a vizsgált $Re_c = (0.6 \dots 1.0) \cdot 10^5$ tartományon belül nem szolgálnak adattal az örvényszaj α függésére; azok kizárólag $\alpha = 0^\circ$ beállítású vizsgálatokhoz tartoznak. A [5]-ben található, a referencia-szinthez képesti zaj számítási képletét számos megfontolással és egyszerűsítéssel, a konzulens instrukciói alapján [2] az alábbi alakban használtuk fel:

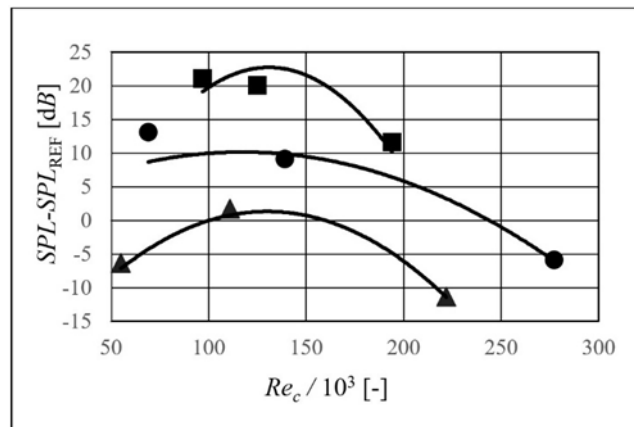
$$SPL - SPL_{REF} = 10 \cdot \log_{10} \left[\frac{Ma}{Ma_{REF}} \right]^5 + 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{b}{b_{REF}} \right) + G_{Re_c} + G_\alpha \quad (37)$$

Az összefüggés jobb oldalának első, $Ma = U_0/c_0$ jellemzőt tartalmazó tagja magába foglalja a zavartalan megfúvási sebesség hatását. A jobb oldal második, b jellemzőt tartalmazó tagja pedig

[5][13] nyomán figyelembe veszi a lapát körüli határréteg állapotát, amit a Re_c és α mennyiségek befolyásolnak [2]. A G_{Re_c} tag a Re_c mennyiség hatását veszi figyelembe, illetve a G_α tag az α megfúvási szög hatását tartalmazza. Az utóbbi számítására a $G_\alpha [\text{dB}] = -3 \cdot \alpha [^\circ]$ közelítést alkalmaztuk.

A (37) egyenlet alkalmazhatóságának részleges ellenőrzése érdekében a 14. ábra összehasonlítja a G_{Re_c} tagot és a számszerű mérési eredményeket, különböző Ma számok esetében, ezzel mutatva G_{Re_c} megbízhatóságát [2]. A fekete vonalak a [5] szerinti G_{Re_c} empirikus számítási eredményeket, a szimbólumok a [5]-ben elérhető konkrét mérési eredményeket jelölik, $\alpha = 0.0^\circ$ esetre.

A 14. ábrán található adatcsoportok esetében az Ma értékek a következők: háromszögek $\rightarrow Ma = 0.09$; körök $\rightarrow Ma = 0.12$; négyzetek $\rightarrow Ma = 0.18$. A REF esethez tartozó számított adatot tekintjük a 0 referencia-értéknek, ahogyan azt a legkisebb Mach-számú, $Ma = 0.09$ esethez tartozó folytonos vonal mutatja. A jobb áttekinthetőség érdekében a $Ma = 0.12$ -höz, illetve $Ma = 0.18$ -hoz tartozó adatokat 10, illetve 20 dB értékkel eltoltuk a függőleges tengely mentén.



14. ábra: G_{Re_c} [5] szerinti számításának kiértékelése $\alpha = 0^\circ$ beállítású esetekre [2]

Az [5] alapvető célja az általunk vizsgáltaknál jelentősen nagyobb Re_c , α és Ma esetekre vonatkozó empirikus számítások kidolgozása. Ennek ellenére a 14. ábrán látható, hogy a számított G_{Re_c} értékek mérsékelt Re_c és Ma esetekre is elfogadhatóan illeszkednek a mérési adatokhoz. A számított és mért jellemzők közötti eltérések szórása 2 dB. A kisebb Re_c -hoz tartozó számítási és mérési G_{Re_c} adatok közti különbség pesszimisztikusan elérheti az 5 dB értéket. Ezt a közelítő tulajdonságot kritikusán figyelembe kell venni a (37) egyenlet empirikus használatakor.

A (37) egyenlet segítségével számítottuk a vizsgált 5 esetre a várható örvényszajt. Az örvényszaj összehasonlítására számított értékek az 5 esetre a 2. táblázatban találhatóak meg [2]. Az S

forrástag kiértékelésénél az S_{REF} értékkel dimenziótlanított forrástag logaritmusának 20-szorosát tekintettük a hangnyomásszinttel analóg mennyiségnek. Tehát, illeszkedve az [6]-ban szereplő hangnyomásszint definíciójához, $20 \cdot \log_{10}(S/S_{\text{REF}})$ szerepel a kiértékelésben, mint S szint.

A 2. táblázatban fentről lefelé haladva láthatók a következő jellemzők:

- Az egyes esetekhez tartozó beállítások;
- A 7. fejezet alapján a KÉ-hez extrapolált S értékek, ezek dimenziótlanítva a REF értékkel, valamint az S szintek;
- A KÉ-hez legközelebbi örvények S értékei, ezek dimenziótlanítva a REF értékkel, valamint az így adódó S szintek. Ezeket azért tüntettük fel, hogy megvizsgálhassuk, hogyan alakulnak az S szintek, ha a KÉ-hez való – kényszerűségből végzett – extrapoláció elhagyásával a KÉ-hez legközelebbi örvények S adataival számolunk.
- Az utolsó sorban pedig az empirikus számítási lehetőség (37) használatával számított, tehát mérés-alapú hangnyomásszintek láthatóak, a REF esethez képest.

Jellemzők	Esetek				
	1	2	3	4 REF	5
α [°]	0.0	1.1	2.7	0.0	1.1
$Re_c/10^5$ [-]	0.60	0.60	0.60	1.00	1.00
S KÉ-hez extrapolálva [(m/s) ²]	170	95	82	471	170
(S/S_{REF}) [-]	0.36	0.20	0.17	1.00	0.36
$20 \cdot \log_{10}(S/S_{\text{REF}})$ [dB]	-9	-14	-15	0	-9
S KÉ-hez legközelebb [(m/s) ²]	150	87	38	371	121
(S/S_{REF}) [-]	0.40	0.24	0.10	1.00	0.33
$20 \cdot \log_{10}(S/S_{\text{REF}})$ [dB]	-8	-13	-20	0	-10
$SPL - SPL_{\text{REF}}$ (37) [dB]	-15	-18	-22	0	-3

2. táblázat: Hangnyomásszintek összehasonlítása [2]

A 2. táblázatban szereplő adatok kiértékelése a következő. Az $20 \cdot \log_{10}(S/S_{\text{REF}})$ ún. S -szintek a zajkeltés minimál-modelljét jellemzik; ezeket hasonlítjuk össze a $SPL - SPL_{\text{REF}}$ mérés-alapú empirikus adatokkal.

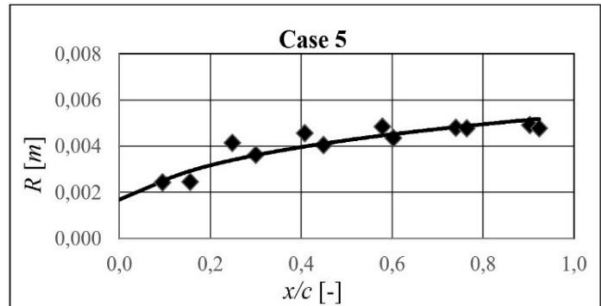
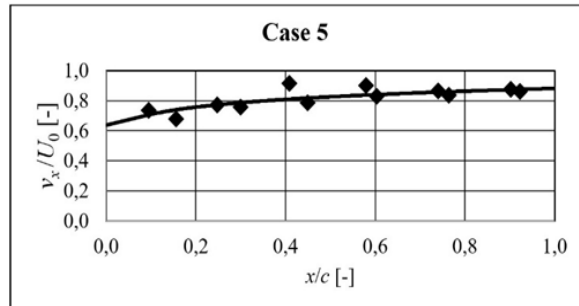
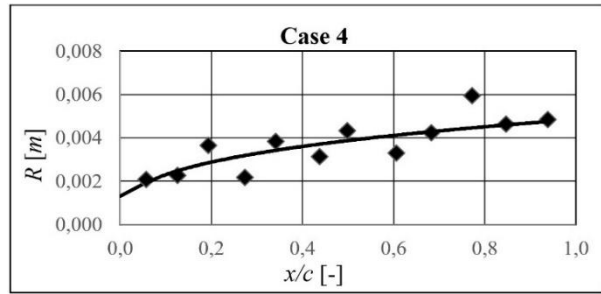
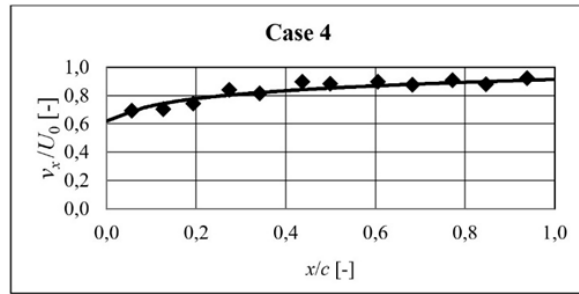
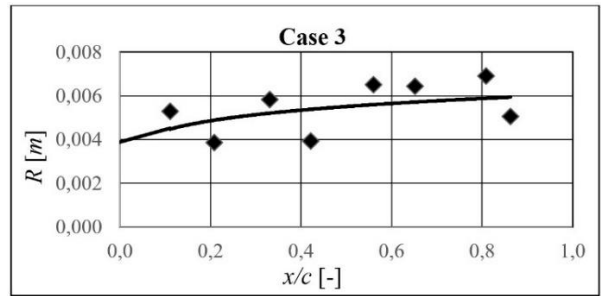
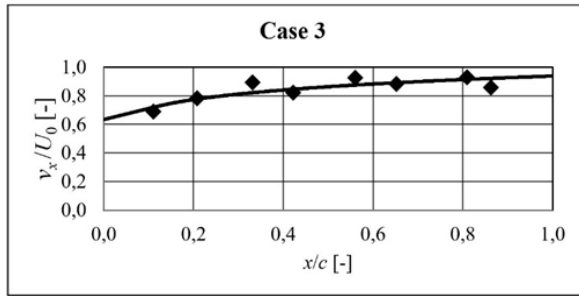
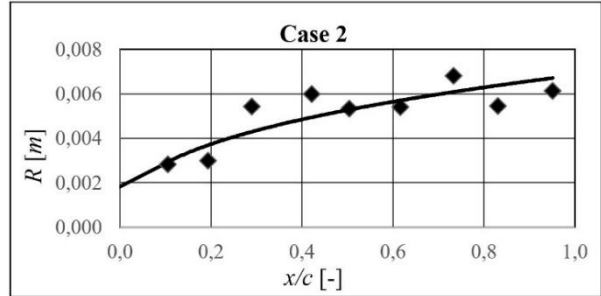
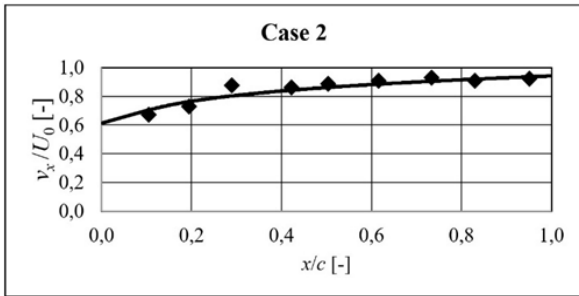
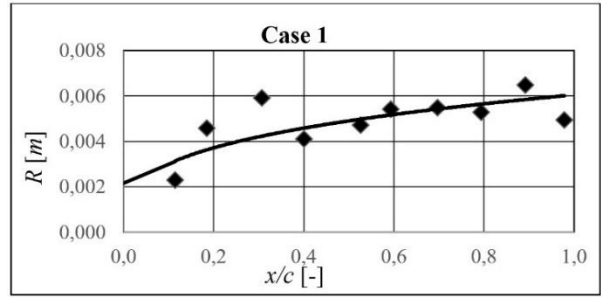
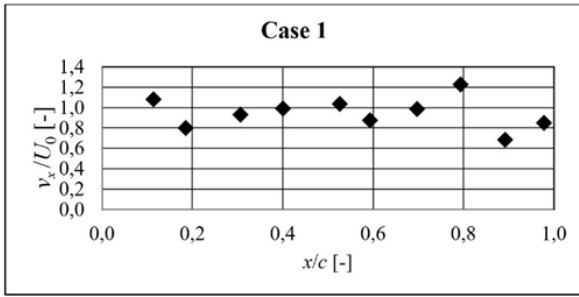
- a) Állandó α értékek mellett az S szintek jól mutatják a (37) segítségével számított kvalitatív trendeket annak megfelelően, hogy az örvényszaj csökkenést mutat a sebesség – és ebből kifolyólag Re_c és Ma – csökkenésével: $4 \rightarrow 1$ és $5 \rightarrow 2$ esetekben. A megfigyelhető 8...9 és 3...5 dB mértékű S csökkenések alábecsülik az empirikus összefüggés szerinti 15 dB mértékűeket (2. táblázat utolsó sora). A 14. ábráról leolvashatóan azonban ez az empiria szerinti 15 dB mértékű csökkenés akár 5 dB értékkel is túlozhat, ahogyan az ábra kiértékelésénél arra felhívtuk a figyelmet.
- b) Állandó Re_c és Ma értékek mellett az S szintek kvalitatíve jól mutatják α növekedésével várható zajcsökkenést: $4 \rightarrow 5$ és $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ esetekben. Az S csökkenések, rendre 9...10 dB, 5 dB, és 6...12 dB, összhangban vannak az empirikus modell szerinti 3...8 dB, 3 dB, és 7 dB értékű csökkenésekkel.
- c) A legnagyobb α megfúvási szögű 3. eset kiemelendő, ugyanis a nagyobb α miatt ez a legrelevánsabb a jelen vizsgálatok szempontjából, a fokozott felhajtóerőt és így lapát-kihasználtságot tekintve. Ebben ez esetben egyeznek meg leginkább az S szintek és az empirikus számítások: -20 dB és -22 dB.

A jelentősebb eltérések az S szintek és (37) egyenlet alapján számított adatok között a minimálmodell bizonytalanságának, az extrapolációs technika használatának, és a fentebb említett, az empirikus modellel [5] kapcsolatos problémáknak tudhatók be. Továbbá az [5]-ben a mérési adatok és az empirikus modell szimmetrikus NACA0012 profilra vonatkozik, a jelen esetben pedig aszimmetrikus RAF-6E profilt vizsgáltunk. Ez is lehet részben okozója az S szintek és az empirikus számítások eltérésének. Ezeket a fellépő problémákat meg lehet szüntetni a jövőben, a minimálmodellek megbízhatóságának javítása, és előtervezés során való használhatóság érdekében. Ez további részletezésre kerül majd az összefoglalás, a jövőbeli tervek részében.

9. A felhajtóerő-ingadozás modell-számításai

Az 5. fejezet alapján a leúszó örvények a KÉ közelében módosulást keltenek a helyi sebességben, ezzel befolyásolva a lapátcirkulációt és általa a felhajtóerőt. Így a profilra merőleges irányban rezgések keletkeznek a SZO és NYO lapátfelületekről leúszó örvények következtében. Ebben a fejezetben bemutatom a (36) egyenletben már ismertetett felhajtóerő-ingadozás modellhez kapcsolódó számításaimat, illetve összevetem azokat az ÖL okozta felhajtóerő-ingadozásra nagyságrendi közelítést adó CFD vizsgálatok eredményeivel.

Kezdetben szükséges volt a (33)(34) egyenletek segítségével ellenőrizni az örvények x irányú átfedését a KÉ-nél. A 15. ábrán láthatók az ÖK-ok x -irányú sebességei, illetve a 16. ábrán az örvénysugár R a dimenziótlan x/c koordináta függvényében, az 5 esetre.



15. ábra: ÖK-ok x -irányú sebessége x/c koordináta függvényében [2]

16. ábra: R örvénysugár nagysága x/c koordináta függvényében [2]

A 13. ábrához hasonlóan hatványfüggvény szerint illesztett folytonos trendvonalak láthatók – a 15. ábra 1. eset kivételével – minden esetben. E hatványfüggvény-illesztés lineáris extrapolációba megy át a KÉ és a hozzá legközelebbi adatpont között. A 7. fejezetben leírottakhoz hasonló lineáris extrapolációs technika segítségével – a KÉ közvetlen környezetéhez kötődő adat hiányában – számítottam R és v_x jellemzőket a KÉ-nél. Egy extrapoláció szempontjából hiányos eset van, a 15. ábrán látható 1. eset: ahogyan ott látható az adatokból, a hatványfüggvény-illesztés irreleváns lett volna, és így a $v_{xKÉ} = U_0$ közelítéssel éltünk (U_0 az 1. táblázatban található).

A 15. és 16. ábrákon az adatpontok jelentős eltérését mutatnak a trendvonalaktól, mely eltérések alkalmanként a SZO és NYO lapátfelületekről leváló örvények közti szisztematikus oszcillációt magukba foglalják. Hangsúlyozzuk azonban, hogy a trendvonal-illesztés kizárólagos célja az elkerülhetetlen extrapoláció a KÉ-hez, valamint a fő trendek szemléltetése. Az extrapolált $R_{KÉ}$ és $v_{xKÉ}$ értékek a 3. táblázatban találhatók meg, amely tartalmazza a felhajtóerő-ingadozás modellezése szempontjából fontos további adatokat is [2]. Számítottam az örvények követési távolságát, $d_{KÉ}$ jellemzőt a (33) egyenlet alapján, és kifejeztük $d_{KÉ}/(2 \cdot R_{KÉ})$ értékeit a 3. táblázatban.

Az 5. fejezet alapján, mivel $d_{KÉ}/(2 \cdot R_{KÉ}) > 1$ minden esetre, ezért a leúszó örvények x -irányú átfedése kizárható a (34) egyenlet alapján.

Az időbeli átlagolt G_L értékek a 3. táblázatban megtalálhatók.

Az [1]-ben megtalálható $[I_V/I_P]$ adatok – [1]-ben $[I/I_{ref}]$ – x -irányú eloszlása nem tesz lehetővé trendvonal-illesztést, illetve extrapolációt a KÉ-hez. A felhajtóerő-ingadozás számításához a (36) egyenlet alapján – a KÉ-hez legközelebbi örvényekre jellemző – $[I_{VKÉ}/I_P]$ adatok lettek felhasználva. Ezek megtalálhatóak a 3. táblázatban.

Jellemzők	Esetek				
	1	2	3	4	5
α [°]	0.0	1.1	2.7	0.0	1.1
$Re_c/10^5$ [-]	0.60	0.60	0.60	1.00	1.00
$v_{xKÉ}$ [m/s]	9.0	5.5	5.7	9.3	9.6
$R_{KÉ}$ [m] · 10 ³	2.2	1.8	3.9	1.3	1.7
$d_{KÉ}/(2 \cdot R_{KÉ})$ [-]	5.8	4.1	2.2	4.3	3.7
G_L [-]	0.28	0.39	0.57	0.39	0.49
$[I_{VKÉ}/I_P]$ [-]	0.47	0.45	0.46	0.32	0.27
$\pm \Delta C_L/C_L$, CFD [%]	7	11	16	15	8
$\pm \Delta C_L/C_L$, modell [%]	12	11	12	8	7

3. táblázat: Felhajtóerő-ingadozás modellezése szempontjából fontos adatok

Az örvény-cirkuláció eloszlása egy közel állandó értékkel jellemezhető a nyom mentén. A 3. táblázat mutatja továbbá a felhajtóerő-ingadozás amplitúdójának és az időben átlagolt felhajtóerőnek az arányát $\Delta C_L / C_L$ százalékos formában (a 3. táblázatban: „ $\pm \Delta C_L / C_L$, CFD”), amelyet közvetlenül a CFD vizsgálat biztosított. A minimál-modell – a (36) egyenlet – segítségével becsült ingadozás is megtalálható a táblázatban („ $\pm \Delta C_L / C_L$, modell”).

A 3. táblázat alapján a felhajtóerő-ingadozás minimál-modellezését a következő módon összegezzük. Az átlagos CFD-alapú relatív ingadozása a felhajtóerő-tényezőnek az 5 esetre $\pm 11\%$. A minimál-modell segítségével számított átlagos százalékos relatív ingadozás pedig $\pm 10\%$. Ezek alapján a minimál-modell a $\Delta C_L / C_L$ értékre nagyságrendileg megfelelő becslést ad.

10. Összefoglalás

Repülőgép-szárnyakról, valamint pl. drón-légcsavarok, ventilátorok szárnyhoz hasonló lapátjairól az áramlásban leúszó örvények zajt és rezgést okozhatnak. Célkitűzésünk e nemkívánatos hatások mérséklése: a környezeti zajterhelés csökkentése és az üzembiztonság növelése. Ennek érdekében megismertük a leúszó örvények jellegzetességeit, és egyszerűsített számítási modelleket dolgoztunk ki a zaj- és rezgéskeltésre vonatkozóan. A BME Áramlástan Tanszék kutatói 2D CFD vizsgálatokat végeztek az örvényleválás részleteinek felkutatására a RAF-6E aszimmetrikus profilon, az $\alpha = 0.0^\circ \dots 2.7^\circ$, és $Re_c = (0.60 \dots 1.00) \cdot 10^5$ tartományban. Mindez hozzájárul mérsékelt méretű és kerületi sebességű járókerék-lapátozások esetén az örvényleválás hatásának tanulmányozásához. A dolgozatban e CFD szimulációk eredményeit használtam fel, további számításaimhoz. Továbbá a dolgozatban kísérleti adatokat vettem a szakirodalomból a modellezési analízis alátámasztására.

A dolgozatban bemutatott kutatómunkámban a következőkben felsorolt önálló feladatokat végeztem el:

- a) Megértettem és levezettem további saját felhasználásra az akusztikai hullámegyenletet, amely tartalmazza az elemi örvények által keltett zaj forrását. Ennek segítségével képesek voltunk a véges méretű örvényekre is származtatni az örvényzajt. Ezáltal, a CFD adatok felhasználásával, számításokat tudtunk elvégezni.
- b) Szemléltettem és megértettem a körkörös, forgásszimmetrikus örvénymodellt. Megértettem az egyszerűsített örvénymodell alkalmazását a leúszó véges méretű örvények által képviselt zajkeltő hatás modellezésére, az S aeroakusztikai forrástag előállítása révén.

- c) Részt vettem az örvényszajra kidolgozott minimál-modell első konkrét alkalmazásában. Ezen belül a CFD eredmények alapján származtattam az S aeroakusztikai forrástag számításához szükséges jellemzőket. Az egyes leúszó örvényekre kiszámítottam, és a kilépő éltől való távolság függvényében diagramokon ábrázoltam az S aeroakusztikai forrástagot. Megértettem és alkalmaztam a hatványfüggvény-interpoláció, és az ahhoz illeszkedő lineáris extrapoláció elvét, az egyes örvényekre számított adatok x koordinátától való függésének szemléltetésére és a kilépő élnél jellemző szám adatok becslésére. Megértettem a zaj logaritmikus szintekkel való összehasonlító jellemzésének szemléletét. A hangnyomásszint-definícióhoz igazodva az S szinteket egy referencia-esethez képest a $20 \cdot \log_{10}(S/S_{\text{REF}})$ képlettel fejeztük ki. A következő összefüggéseket figyeltük meg: az S szintek jelentős csökkenést mutatnak a kilépő éltől vett távolság növekedésével. Változatlan α értékek mellett Re_c és Ma növekedésével – ahogyan az nagyobb áramlási sebességnél várható – növekednek az S szintek. Változatlan Re_c és Ma értékek mellett az S szintek α növekedésével csökkenést mutatnak. Feldolgoztam és a saját számításokkal összevethető formába hoztam a szakirodalomban elérhető zajmérési eredményeket. A szakirodalmi adatok trendjeit diagramon ábrázoltam. A Re_c , Ma és α értékek változásával mutatózó S trendeket kvalitatív módon, és némely esetben kvantitatív módon is visszaadták a szakirodalomban szereplő mérési adatok.
- d) Megértettem és további saját felhasználásra levezettem a leúszó örvények által keltett felhajtóerő-ingadozásra vonatkozó egyszerűsített minimál-modellt. Számítottam és diagramokon ábrázoltam a kilépő élnél leúszó örvények áramlás-irányú átfedésének ellenőrzéséhez szükséges v_x és R adatokat, alkalmazva az interpolációs-extrapolációs technikát. Megállapítottam, hogy az örvények átfedése kizárható, és így az egyszerűsített felhajtóerő-ingadozási modell alkalmazható. E számításaimmal hozzájárultam a felhajtóerő-ingadozás becsléséhez. E bevezető feladataim után konzulensemmel közösen végeztük el a modell-számításokat. A minimál-modell alkalmazásához csupán a leúszó örvények Γ_{VKE} értékeire volt szükség. A CFD alapján megállapított, időbeli átlagra vonatkoztatott felhajtóerő-ingadozás, $\Delta C_L / C_L$, az egyes esetekre átlagolva $\pm 10\%$ nagyságrendűre adódott. Ezt a nagyságrendet jól visszaadták a minimál-moddellel elvégzett számítások. Fentiekkel hiánypótló szakirodalmi információt szolgáltatunk az ingadozás nagyságrendjére vonatkozóan.

A fentiek kiemelik az örvényleválás analitikus minimál-modellezése által adott lehetőségeket, zaj- és rezgéskeltési szempontból egyaránt. A gyors és költséghatékony modellezési eszköztár

felhasználható a korszerű, mérsékelt méretű és kerületi sebességű axiális átömlésű járókerék-lapátozások előtervezése, biztonsági ellenőrző számításai során. A dolgozat újdonságtartalmának egyik eleme, hogy ventilátor- és drón-rotorok lapátozását reprezentáló aszimmetrikus szárnyprofilra tárgyalja az örvényleválás jelenségét, ezzel hozzáadva a szakirodalmi ismeretekhez; ugyanis ilyen jellegű szakirodalmi vizsgálatok elsősorban NACA00 szimmetrikus profilokra vonatkoznak.

A tárgyalt téma és az alkalmazott módszerek korszerűségét mutatja a modern CFD szimulációs és CFD-alapú örvénydetektálási eszközök eredményeinek felhasználása. A téma korszerűségét és újdonságtartalmát mutatja, hogy az a nemzetközi forgógépes szakmai közösség érdeklődésére tart számot: a dolgozatban leírt eredményeim felhasználásával cikket nyújtottunk be 16th European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics (ETC16) rendezvényre, Európa legnagyobb tekintélyű nemzetközi forgógépes konferenciájára.

Összefoglalás: jövőbeli tervek

Az esettanulmányok során fellépő kihívások, problémák kezelhetők a jövőben, a minimálmodellek megbízhatóbb, szélesebb körű felhasználása érdekében. Ezek alapján a kutatócsoport jövőbeli céljai az alábbiak:

- Kibővíteni az elvégzett örvényleválási vizsgálatokat további CFD esettanulmányokkal.
- Elkerülni az extrapolációs technika használatát, az örvénydetektálással a kilépőél-közel tartományra összpontosítva.
- Saját vizsgálatok, mérések elvégzése a modellezés helyességének igazolására.

Személyes célom, hogy elmélyülhessek ezen témákban, és további tapasztalatokat szerezzek az áramlástan tudományterületen.

IRODALOMJEGYZÉK

- [1] G. Daku and J. Vad. "Enhanced modelling of the phenomenon of vortex shedding from a low-speed axial flow rotor blade profile." ASME Paper GT2024-123991, 2024.
- [2] G. Daku, B. Békési and J. Vad. "Computational and analytical modelling of vortex shedding from a low-speed axial flow rotor blade profile from the perspectives of noise generation and blade vibration." In: Proceedings of the 16th European Turbomachinery Conference. Paper ID: ETC2025-126. Hannover, Germany, 2025. (benyújtva)
- [3] Bálint, Soós ; Ádám, Romász ; Balázs, Istók ; Kristóf, Tokaji ; Csaba, Horváth; "Localizing the Broadband and Tonal Noise Sources of Coplanar Propellers", 24th

- Workshop of the Aeroacoustics Specialists Committee of the CEAS, Aeroacoustics of Electrically Driven Air Vehicles: Towards a Green and Quiet Aviation (2023), October 12-13, 2023, Budapest, Hungary, pp. 1-2. , 2 p. (abstract).
- [4] T. Carolus. *Ventilatoren*. Teubner Verlag, Wiesbaden, 2003.
 - [5] T. F. Brooks, D. S. Pope, M. A. Marcolini. *Airfoil self-noise and prediction*. NASA Ref. Publication 1218, 1989.
 - [6] Lajos Tamás: *Az áramlástan alapjai*. 5. átdolgozott és bővített kiadás. Budapest, Varg Hungary Kft., 2015. ISBN 978 963 12 2885 4.
 - [7] C. Lee, M. K. Chung and Y. H. Kim, Y. H. “A prediction model for the vortex shedding noise from the wake of an airfoil or axial flow fan blades.” In: *Journal of Sound and Vibration* 164.2 (1993), pp. 327-336.
 - [8] S. Sasaki, Y. Kodama, H. Hayashi and M. Hatakeyama. “Influence of the Karman vortex street on the broadband noise generated from a multiblade fan.” In: *Journal of Thermal Science* 14.3 (2005), pp. 198-205.
 - [9] H. Dou, Z. Li, P. Lin, Y. Wei, Y. Chen, W. Cao and H. He. “An improved prediction model of vortex shedding noise from blades of fans.” In: *Journal of Thermal Science* 25.6 (2016), pp. 526-531.
 - [10] A. Robinson, “Einstein said that — didn’t he?” In: *Nature* 557.3 (2018), p. 30.
 - [11] Vincze, M., Borcia, I. D., and Harlander, U., 2017, “Temperature Fluctuations in a Changing Climate: An Ensemble Based Experimental Approach,” *Sci. Rep.*, 7(254), p. 9.
 - [12] H. Schlichting. *Boundary-layer theory*. 7th ed., McGraw-Hill, New York, 1979.
 - [13] S. Yarusevych, P. E. Sullivan and J. G. Kawall. “On vortex shedding from an airfoil in low-Reynolds-number flows.” In: *Journal of Fluid Mechanics* 632 (2009), pp. 245-271.
 - [14] S. Yarusevych and M. S. Boutilier. “Vortex shedding of an airfoil at low Reynolds numbers.” In: *AIAA journal* 49.10 (2011), pp. 2221-2227.
 - [15] R. W. Paterson, P. G. Vogt, M. R. Fink and C. L. Munch. “Vortex noise of isolated airfoils.” In: *Journal of Aircraft* 10.5 (1973), pp. 296-302.
 - [16] W. T. W. Cory. *Fans & ventilation. A practical guide*. Elsevier in association with Roles & Associates Ltd., 2005.

- [17] B. B. Daly. *Woods practical guide to fan engineering*. Woods of Colchester Ltd., 6th impression, 1992.
- [18] H. Xue, G. Previati, M. Gobbi, G. Mastinu. „Research and development on noise, vibration, and harshness of road vehicles using driving simulators—A Review.” In: *SAE International Journal of Vehicle Dynamics, Stability, and NVH* 7.4 (2023), pp. 2-23.
- [19] M. Kaltenbacher, S. Schoder. “Physical models for flow: acoustic interaction.” In: T. Bodnár, G.P. Galdi and S. Nečasová. (eds.). *Waves in flows*. 1st ed., pp. 265-353). Birkhäuser, 2021.
- [20] G. Haller, A. Hadjighasem, M. Farazmand and F. Huhn. “Defining coherent vortices objectively from the vorticity.” In: *Journal of Fluid Mechanics* 795 (2016), pp. 136-173.
- [21] K. A. Kovács and E. Balla. “Parameter identification of the Lagrangian-Averaged Vorticity Deviation vortex detection method through the investigation of fluid flow around solid bodies.” In: *Periodica Polytechnica Mechanical Engineering* 67.4 (2023), pp. 293-302.
- [22] E. Balla, K. A. Kovács and B. Lendvai. “Comparison of vortex detection methods on the numerical simulation of tip leakage flow of an axial fan.” *ASME Paper GT2024- 121322*, 2024.
- [23] M. J. Bhagwat, J. G. Leishman. “Generalized viscous vortex model for application to free-vortex wake and aeroacoustic calculations.” In: *Proceedings of the 58th Annual Forum and Technology Display of the American Helicopter Society International*. Montréal, Canada, pp. 2042–2057, 2002.
- [24] B. Lakshminarayana. *Fluid dynamics and heat transfer of turbomachinery*. John Wiley and Sons, New York, 1996.