



Vasbetonszerkezetek relatív hatékonyságvizsgálata

Készítette:

Hegedűs Benedek Bence

BME-ÉPK

Építészmérnök osztatlan képzés

Sallai Borbála

BME-TTK

Alkalmazott matematikus MSc

Konzuensek:

Dr. Burai Pál

egyetemi docens

BME-TTK-MI

Dr. Koltai Tamás

egyetemi tanár

BME-GTK

Dr. Pluzsik Anikó

egyetemi docens

BME-ÉPK

Tudományos Diákköri Konferencia

Budapest, 2024.

Tartalomjegyzék

1. Absztrakt	3
1.1. Magyar nyelven	3
1.2. Angol nyelven	4
2. Bevezetés	6
2.1. Problémafelvetés	6
2.2. Vizsgálati elvek	8
3. Irodalom	10
4. Módszer leírása	12
4.1. Alapfogalmak	12
4.2. Egy input és egy output eset	13
4.3. Két input és egy output eset	14
4.4. Inputorientált modell állandó skálahatékonyág mellett	15
5. Adatok előállítása	21
5.1. A adatsor	21
5.1.1. Tartószerkezeti adatok előállítása	21
5.1.2. Fenntarthatósági és költségadatok előállítása	22
5.2. B adatsor	23
5.2.1. Tartószerkezeti adatok előállítása	23
5.2.2. Fenntarthatósági és költségadatok előállítása	24
6. Futtatási eredmények	25
6.1. A adatsor	25
6.1.1. A adatsor kézi elemzése	25
6.1.2. Gépi eredmények értékelése	28
6.2. B adatsor	32
6.2.1. B adatsor kézi elemzése	32
6.2.2. Gépi eredmények értékelése	39
7. Továbbfejlesztési lehetőségek	41
8. Összefoglalás	43
9. Melléklet	45
Irodalomjegyzék	50

1. fejezet

Absztrakt

1.1. Magyar nyelven

Minden műszaki problémára, mint például egy épület tartószerkezetének megtervezésére számtalan jó megoldás lehetséges. A műszaki, tervezési feladatok nagyon összetettek, geometriai, anyagfelhasználási, technológiai kérdéseket egyaránt átölelnek. Minden megoldásnak lehetnek előnyei és hátrányai, közöttük a választás nagyon nehéz. Az építész és statikus tervező közös feladata annak eldöntése, hogy adott cél eléréséhez az erőforrásokból mekkora mennyiség felhasználása indokolt a jelenleg rendelkezésre álló és alkalmazható technológiák mellett. Az építőipari gyakorlatban jelenleg nincs olyan általánosan elfogadott mérőszám, amely valamennyi fontos szempont szerint értékelné, közelítőleg megmondaná akár a koncepcionális tervezés fázisában, akár a részletes tervek elkészülte után, hogy a választott megoldás mennyire hatékony más hasonló, már megépült példákhoz viszonyítva. A szerkezetek megfelelősége jelenleg csak a hatásokkal szembeni ellenállás és használhatósági szempontból értelmezhető egzakt módon, azonban ezek mellett a bekezdési költség és a környezeti terhelés sem lenne elhanyagolható!

Dolgozatunkban a vasbetonra mint igen gyakori, ám relatív magas CO_2 kibocsátású építőanyagra koncentrálunk (lásd pl. [14]). Vasbeton gerenda- és födémszerkezeteknél szeretnénk megvizsgálni, hogy a jelenleg rendelkezésre álló vasbetonépítési technológiák alkalmazásakor mekkora költség elfogadható, mennyi és milyen minőségű felhasznált alapanyagra (beton, betonacél) van szükség egy adott feladat megoldásához, továbbá az adott technológiához és erőforrás-felhasználáshoz milyen teherbírású, környezeti lábnyomú vasbeton szerkezet tartozhat. Vasbetongerendák sokaságára számítjuk ki a teherbírásukat,

bekerülési költségüket és környezeti terhelésüket, majd ezen különböző kialakítású gerendák relatív hatékonyságát vizsgáljuk egyszerre több szempont szerint: melyik output szempontjából milyen az előnyös kialakítás, van-e olyan recept, ami minden szempontból a legkedvezőbb szerkesztéshez vezet?

A vázolt probléma megoldására relatív hatékonyságvizsgálatot, vagy angol elnevezésének kezdőbetűi alapján DEA (Data Envelopment Analysis) módszert alkalmazunk (lásd pl. [7] és [19] és az ott idézett irodalmat). A relatív hatékonyságvizsgálat egzakt matematikai eszközökkel teszi lehetővé azonos technológiával készült szerkezetek összehasonlítását az eredmények (output), valamint az ahhoz felhasznált erőforrások (input) súlyozott aránya alapján. A módszer mára széleskörben elterjedt (bankszektorban, egészségügyben, oktatásban, mezőgazdaságban, energiaiparban). Legfőbb megválaszolandó kérdés: vajon alkalmazható-e a közgazdaságtanban bevált módszer tartószerkezeti problémák elemzésére is.

1.2. Angol nyelven

For any engineering problem, such as the design of the supporting structure of a building, there are numerous good solutions. Technical design tasks are very complex, involving geometric, material use and technological issues. Each solution may have advantages and disadvantages, and the choice between them is very difficult. The joint task of the architect and the static designer is to decide how much of the resources would be needed to achieve a given goal with the currently available and applicable technologies. In construction industry practice, there are currently no generally accepted metrics to evaluate in terms of all important aspects, either in the conceptual design phase or after the detailed plans have been completed, how effective the chosen solution is compared to other similar, already built examples. The adequacy of the structures can currently only be interpreted in an exact way from the point of view of resistance to effects and usability. However, in addition to above, the cost and environmental impact would not be negligible either.

In this paper we focus on reinforced concrete as a very common but relatively high CO₂ emitting building material (see e.g.[14]). For reinforced concrete beam and slab structures, we want to investigate the acceptable costs of currently available reinforced concrete construction technologies, the quantity and quality of the raw materials (concrete, rein-

forcing steel) required for a given task, and the load-bearing capacity and environmental footprint of the reinforced concrete structure for a given technology and resource use. For a variety of reinforced concrete beams, we calculate their load-bearing capacity, cost and environmental load, and then we examine the relative efficiency of these different designs from several points of views: which is the preferred design for a specific output, is there a recipe leading to the most favorable design in all aspects?

To solve the outlined problem, we use relative efficiency analysis, the DEA (Data Envelopment Analysis) method (see e.g. [7] and [19] and references therein). The relative efficiency analysis makes it possible to compare structures made with the same technology using exact mathematical tools based on the weighted ratio of the results (output) and the resources used for it (input). The method is now widespread in the banking sector, healthcare, education, agriculture, energy industry. The main question to be answered is whether the method proven in economics can also be used to analyze structural problems.

2. fejezet

Bevezetés

2.1. Problémafelvetés

Minden műszaki problémára, mint például egy épület tartószerkezetének megtervezésére számtalan jó megoldás lehetséges. A műszaki, tervezési feladatok nagyon összetettek, geometriai, anyagfelhasználási, technológiai kérdéseket egyaránt átölelnek. Minden megoldásnak lehetnek előnyei és hátrányai, közöttük a választás nagyon nehéz. Az építész és statikus tervező közös feladata annak eldöntése, hogy adott cél eléréséhez az erőforrásokból mekkora mennyiség felhasználása indokolt a jelenleg rendelkezésre álló és alkalmazható technológiák mellett.

Az építőipari gyakorlatban jelenleg nincs olyan általánosan elfogadott mérőszám, ami közelítőleg megmondaná akár a koncepcionális tervezés fázisában, akár a részletes tervek elkészülte után, hogy a választott megoldás mennyire hatékony más hasonló, már megépült példákhoz viszonyítva. Hasznos lenne elemezni, hogy a megépült szerkezetek közül melyeknél alkalmazták hatékonyan az erőforrásokat, tervezőik milyen gyakorlatokat követtek, és vannak-e a hatékony felhasználást lehetővé tevő alternatív lehetőségek. A nem hatékony szerkezetek tervezői pedig milyen hibákat követtek el, milyen tervezési elvek átvétele javasolt a hatékonyra válás érdekében. Dolgozatunkban vasbeton gerendákra és födémekre szűkítjük a vizsgálatainkat. Napjainkban a vasbeton az egyik legelterjedtebb, legtöbbet használt építőanyag: évente mintegy 7 – 8 milliárd m^3 -t épít belőle a világ építőipara. Nagymérvű felhasználását az anyag rengeteg előnye okozza, többek között a viszonylagos olcsósága, univerzális alakíthatósága, a környezeti hatásokkal szembeni nagy ellenállóképessége stb. Ugyanakkor jól ismert és talán legnagyobb hátránya a töb-

bi építőanyaghoz képesti nagyon magas ökológiai lábnyoma, CO_2 kibocsátása (1000 kg cement előállításához hozzávetőlegesen 900 kg CO_2 kibocsátással jár, ehhez még hozzájön az acél 1000 kg-onkénti 140 kg CO_2 kibocsátása). A vasbetonszerkezetek tervezése tehát sok esetben elkerülhetetlen, azonban fontos lenne törekedni nem csak a teherbírásra, hanem a környezetvédelmi megfelelésre is. (A készülő új Eurocode szabályozásban a jelenlegi használhatósági határállapotban szereplő lehajlási korláthoz hasonló módon tervezik egy fenntarthatósági korlát bevezetését, mely egy adott szerkezet CO_2 kibocsátás-egyenértékére ad majd felső korlátot.[13]) Természetesen a teherbírásra és használhatósági megfelelésre, valamint a lehető legkevesebb CO_2 kibocsátással járó kialakítás mellett fontos a legkedvezőbb árú szerkezet megtervezése is: a cél tehát az, hogy egyszerre három (négy) kimeneti értéknek feleljen meg a kérdéses vasbetonstruktúra. (Ezek a kívánalmak többnyire egymásnak ellentmondó tervezési elveket igényelnek, a CO_2 kibocsátás a cementmennyiség csökkentésével valósítható meg hatékonyan, míg a bekerülési költség az acélfelhasználástól függ erősen.)

Egy valós tervezési helyzetben a fentiekén kívül az esztétikum, funkcionális megfelelés, építészeti megformáltság is nagyon fontos, a tervezési fázisban talán ez előbbieknél fontosabb szempont: a statikus terveket már csak az építész tervező által meghatározott keretek között lehet változtatni. Példa: ha egy adott helyiséget az építész síkfödémmel, alátámasztás nélkül kíván lefedni, akkor a statikusnak ehhez kell igazodni és egy megfelelő szerkezetet tervezni esetleg nagyobb vastagsággal, több vassal, jobb betonminőséggel ahelyett, hogy a CO_2 kibocsátás és ár szempontjából optimálisabb oszlopokkal és gerendákkal alátámasztott megoldást választaná. A gazdasági és környezeti hatékonyság sok esetben tehát szembenáll az esztétikai és térszervezési alapon hozott építészeti döntéssel. Vannak természetesen esetek, ahol egy oszlopok nélküli, légies, reprezentatív tér megéri a többszörös bekerülési költséget és CO_2 kibocsátást, azonban jó lenne, ha a tervezési folyamat minden résztvevője láthatná, hogy mi az adott építészeti döntés „ára”.

Dolgozatunkban vasbeton gerenda és födém szerkezeteknél szeretnénk megvizsgálni, hogy a jelenleg rendelkezésre álló vasbetonépítési technológiák alkalmazásakor mekkora költség elfogadható, mennyi és milyen minőségű felhasznált alapanyagra (beton, betonacél) van szükség egy adott feladat megoldásához, továbbá az adott technológiához és erőforrás-felhasználáshoz milyen teherbírású, környezeti lábnyomú vasbeton szerkezet tartozhat.

Megoldást szeretnénk adni különböző teherbírású, alátámasztású, keresztmetszetű és anyagú vasbeton gerendák és födémelek árának és CO_2 kibocsátásának összehasonlítására, amellyel a megrendelő vagy az építész könnyen láthatja, milyen árai vannak az egyes döntéseknek. Módszert keresünk annak eldöntésére, hogy a választott szerkezeti megoldás mennyire versenyképes, hatékony a már megépült hasonló szerkezetekhez képest.

Célunk továbbá az adott keretek közötti olyan optimális (relatív hatékony) megoldások megtalálása, amelyek megfelelnek a tartószerkezeti követelményeknek, a lehető legkisebb a CO_2 kibocsátásuk és a bekerülési költségük is. A vázolt probléma megoldására alkalmas a relatív hatékonyságvizsgálat, vagy angol elnevezésének kezdőbetűi alapján DEA (Data Envelopment Analysis). Legfőbb megválaszolandó kérdés: vajon alkalmazható-e a közgazdaságtanban bevált módszer az építőipari problémák elemzésére is?

2.2. Vizsgálati elvek

Amikor egy adathalmaz elemei közül a legjobbakat, leghatékonyabbakat szeretnénk megtalálni alapvetően kétféle módon járhatunk el. Végezhetünk klasszikus lineáris/nemlineáris optimalizálást vagy (relatív) hatékonyságvizsgálatot. A lineáris optimalizálás módszeréhez akkor nyúlhatunk, amikor a probléma visszavezethető egy adott lineáris függvény (célfüggvény) minimum/maximum értékének keresésére, melynek megengedett megoldásainak halmazát egy lineáris egyenlet- és egyenlőtlenség rendszer határozza meg. A nemlineáris programozási feladatok olyan optimalizálási feladatok, melyeknél a célfüggvény és a megengedett megoldások halmazát leíró feltételek közül legalább az egyik nem lineáris. Ilyenkor különböző matematikai módszerekkel kereshetjük az optimumokat, amennyiben léteznek (lásd pl. [17]).

Ezzel szemben a relatív hatékonyságvizsgálat esetén, bár ez a módszer is lineáris optimalizáláson alapul nincs, vagy nem ismerünk egyszerűen leírható matematikai összefüggést a bemeneti adatok és a hatékonysági változók között: ilyenkor egzakt számítással egyértelműen legjobb értéket nem lehet meghatározni, csupán azt a kérdést lehet megválaszolni, hogy a rendelkezésre álló adatok közül melyik (vagy melyek) a lehető leghatékonyabbak a többihez viszonyítva (innen a relatív szó).

Mint már fent említettük, dolgozatunkban ez utóbbi, a relatív hatékonyságvizsgálat módszerével keressük a szerkezetek közül a legjobbakat. Azért így járunk el, mert bár

van képletekkel leírható összefüggés, hiszen ebből számoljuk az adatokat, az olyan összetett és sokváltozós, valamint a szerkezetek különböző tulajdonságai olyan eltérő módokon mérhetők, hogy nem volna alkalmas az egyszerű optimalizálás, nem írható fel egyértelmű függvény a bemenetek (inputok) és kimenetek (outputok) között.

3. fejezet

Irodalom

A relatív hatékonyságvizsgálat matematikai modellje széleskörben elterjedt, leggyakrabban közgazdaságtani, kereskedelmi, szervezési problémák optimalizálására használják (lásd pl. [7]) és [19] és az ott található irodalmat). Mérnöki hatékonyságvizsgálati kérdésekben sokkal kevésbé bevett ez a módszer, ám néhány példát találunk ilyen irányú alkalmazására is (lásd pl. [5], [10], [3], [11], [16] és [8]).

Az épületszerkezetek optimalizálása, hatékonyságvizsgálata napjainkban igen fontossá vált a klímaváltozás közvetlen hatásainak észlelésével: sok kutatás foglalkozik az építőipar ökohatékonyságával, minél kisebb karbon-lábnyomú házak létrehozásával stb. Az eddig megjelent cikkek e témát az épületgépészet és energetika irányából közelítik meg: az épület teljes életciklusa alatt milyen mennyiségű CO_2 kibocsátást okoz annak megépítése, üzemeltetése, lebontása. (Ezt nevezik életciklus-analízisnek, angol rövidítése: LCA). Itt számítások és esettanulmányok segítségével elemeznek főleg lakóépületeket, optimalizálni próbálják az épületgépészeti-villamossági rendszereit (lásd pl. [5] és [10]). Olyan tanulmányt is találunk, ahol hasonló épületenergetikai összehasonlítást végeznek, ám már kifejezetten a relatív hatékonyságvizsgálat (DEA) modelljét hívják segítségül (lásd pl. [3]). Az épületek életciklusának fázisai közül számunkra az építéskori CO_2 kibocsátás a lényeges, hiszen tartószerkezetek vizsgálatakor ez a legszámottevőbb adat, karbantartásukra (főleg vasbeton esetén) nem kell sok erőforrást fordítani. A beépített karbonlábnyom vizsgálatára a mennyiségszámítás módszere általános: az adott építőanyag beépített tömegét egy viszonyszámmal szorozva kapjuk meg a beépített CO_2 egyenértéket (lásd pl. [11]). (Pontosabb értéket kaphatunk, ha a beépített anyag tömegén kívül a technológiából, beépítésből, szállításból adódó energiaszükségletet is figyelembe vesszük.) Az ilyen,

épületszerkezetek beépített karbonlábnyomával foglalkozó cikkekből már lényegesen kevesebbet találunk. Az egyik különböző építőanyagokból készült szerkezetek közül keresi a teljes életciklusra vetített legoptimálisabb variációt (lásd pl. [16]), azonban módszerét tekintve talán a kutatásunkhoz legközelebb álló az a vizsgálat, ahol teljesen azonos külső peremfeltételeknek megfelelő (azonos hőszigetelő-képességű), más megoldású (anyagú) falak relatív hatékonyságvizsgálatát végzik a karbonlábnyomuk szempontjából (lásd pl. [8]). A cikk végén a födémek és nyílászáró-szerkezetek hasonló vizsgálatát említik mint további kutatási lehetőség.

A vasbetonszerkezetek fenntarthatósági vizsgálata is fontos téma: a fenntarthatósági határállapot bevezetésére is irányulnak tervek (lásd pl. [14]), azonban tartószerkezetek relatív hatékonyságvizsgálatára még nem találtunk előzményt. Ezért is érdekes kérdés, vajon jól használható-e ez az egyébként bevett módszer egy napjainkban igen fontossá váló területen, a tartószerkezetek fenntarthatósági vizsgálatánál.

4. fejezet

Módszer leírása

4.1. Alapfogalmak

A relatív hatékonyságvizsgálat módszerét Koltai Tamás Relatív hatékonyságvizsgálat [19] című könyvében egy szupermarketlánc boltjainak vizsgálatán keresztül ismerhetjük meg. Jelen TDK-ban a boltok helyett vasbeton keresztmetszetek és gerendák input- és output adatait elemeztük ezzel a módszerrel.

Ahogy az üzletek, úgy a vasbeton gerendák hatékonyságának mérésére sincs egy egyszerűen meghatározható mutató. Több fontos adat együttes figyelembevételével hasonlíthatjuk össze működésüket, melyek külön-külön nem szolgálnak elegendő információval. A szerkezetek hatékonyságáról visszajelzést adhat például a gerendák teherbírása vagy az áthidalt távolság.

Az összehasonlítás során a befektetett erőforrásokat is figyelembe kell venni, például a felhasznált alapanyagokat, vagy az előállításához szükséges CO_2 kibocsátást.

Közgazdaságtani értelemben a befektetett erőforrásokat, és a hatékonyság mérésére szolgáló adatokat a következőképpen definiáljuk:

4.1.1. Definíció. *Inputnak nevezünk minden olyan erőforrást, amelynek felhasznált mennyiségéről a szervezeti egységek szabadon dönthetnek, és a menedzsment fontosnak, az értékelés meghatározó tényezőjének tekinti az azokból felhasznált mennyiséget.*

4.1.2. Definíció. *Outputnak nevezünk minden olyan, a menedzsment, és így az értékelés számára fontos működési eredmény, amelynek érdekében a szervezeti egységek erőforrásokat használnak fel.*

Tartószerkezetek tervezésekor a tervező szabadon dönt az inputok felhasználásáról, az outputokat pedig a tervezési cél jelöli ki.

További bonyodalmat jelent, hogy ezek a mutatók nem mérhetőek azonos egységgel, minden egyes outputnak és inputnak más és más a dimenziója.

A relatív hatékonyságvizsgálat egy olyan módszer, amelynek segítségével mindezen szempontok együttes figyelembevételével tudjuk a különböző szerkezeteket összehasonlítani. A módszer, mint a neve is mutatja relatív, azaz a vizsgált szerkezetek hatékonyságát egymáshoz mérjük. A legjobban teljesítő egységeket nevezzük hatékonyaknak, a többieket ezek példája alapján igyekszünk fejleszteni. Egy szerkezeti elem hatékonynak nevezése nem jelenti azt, hogy ennél jobb eredményeket lehetetlen elérni, csupán a rendelkezésre álló adathalmaz elemei közül működik a legideálisabban. Tehát egy új elem hozzávételével a módszert újra lefuttatva elképzelhető, hogy az új elem lesz a leghatékonyabb, és a régi hatékony elem már nem lesz az.

A relatív hatékonyságvizsgálat a rendelkezésre álló inputok súlyozott összegének, és az ezek felhasználásával előállított outputok súlyozott összegének aránya alapján értékeli az egyes tervezési célok megvalósulásának sikerességét. Ennek kétféle módja létezik: inputorientált és outputorientált közelítés. A szerkezettervezésben az inputorientált megközelítést találtuk célravezetőnek. Ez azt jelenti, hogy a jelenlegi outputértékek (tervezési célok) megtartása mellett, az inputértékek (energiabefektetés) csökkentésével szeretnénk növelni az adott szervezeti egység teljesítményét. Inputorientált közelítésnél a szerkezeti elemek hatékonysági mutatóját úgy kapjuk meg, hogy az outputok súlyozott összegét elosztjuk az inputok súlyozott összegével. Ennél a közelítésnél olyan súlyszámokat választunk, hogy a hatékonysági mutató mindig egy nulla és egy közötti szám legyen. A hatékony egységeknél a hatékonysági mutató az 1 értéket veszi fel, a nem hatékony egységek pedig annál rosszabbul teljesítenek, minél közelebb van a mutatójuk 0-hoz. A hatékonysági mutató ebben a közelítésben azt jelzi, hogy az inputok értékét milyen mértékben kell csökkenteni a szerkezeti elem működésének optimalizálása érdekében.

4.2. Egy input és egy output eset

Vizsgáljunk egy olyan, egyszerűsített esetet, amelyben csak egy input és egy output értékei állnak rendelkezésünkre. Ilyen számításokat végzünk az A és B adatsorok kézi elemzése

című fejezetekben (lásd a 6.1, 6.2, 6.7 és 6.8 ábrát).

A hatékonyságot egy input és egy output esetén könnyen ábrázolhatjuk grafikusán is. Vegyük fel egy kétdimenziós koordináta rendszer vízszintes tengelyén az egyes szerkezeti elemekhez tartozó input, függőleges tengelyén pedig az output adatokat. Ekkor egy szerkezeti elem hatékonysága megegyezik az elemet jelölő pontot és az origót összekötő egyenes meredekségével. Azaz minél meredekebb ez az egyenes, annál hatékonyabb a vizsgált elem.

4.2.1. Definíció. *Egy input és egy output esetén hatékonysági határnak nevezzük a leg-hatékonyabb boltokat az origóval összekötő egyenest.*

A hatékonysági határ a legmeredekebb egyenes. A rendelkezésre álló erőforrások hatékonyabb felhasználása a jelenlegi technológiákkal ennél a szintnél elméletileg nem lehetséges, legfeljebb az egyenesen lévő adatok érhetőek el. Minden hatékony egység ezen az egyenesen, és minden nem hatékony egység az egyenes alatt helyezkedik el. A hatékonysági határ alatt elhelyezkedő szerkezeti elemek hatékonyabbá tehetők a határon lévő elemek mintája alapján.

A hatékonyságot többféleképpen is értelmezhetjük. Leegyszerűsített esetben minden szerkezeti elemet ugyanolyan mércével mérünk, viszont előfordulhat, hogy különböző tervezési célok esetén más-más jellegű stratégiára van szükség. A módszer lehetővé tesz állandó, illetve változó skálahatékonyságú elemzést is. Jelen dolgozatban állandó skálahatékonyságot feltételeztünk a vizsgálatok során. (Állandó skálahatékonyság esetén a fent említett hatékonysági határ egyenes, de lehetőség van ennél bonyolultabb modell figyelembevételére is.)

4.3. Két input és egy output eset

Most egy komplexebb esetet vizsgálunk, már nem egy, hanem két input adatai állnak rendelkezésre egy output mellett. Ilyen számításokat szintén végzünk az A és B adatsorok kézi elemzése című fejezetekben (lásd a 6.3 és 6.9 ábrát).

A grafikus ábrázolás két input esetén is megvalósítható. Alapvetően itt már háromdimenziós koordináta rendszerre lenne szükség, de néhány változtatással a kétdimenziós ábrázolás is lehetséges.

Inputorientált esetben mindkét inputot elosztjuk a hozzájuk tartozó outputértékekkel, ezeket jelöljük a kétdimenziós koordináta rendszer vízszintes, illetve függőleges tengelyén. Ekkor a szerkezeti elemek hatékonyságát az origótól vett távolság jelzi. Annál hatékonyabb egy üzlet, minél közelebb helyezkedik el a hozzá tartozó pont az origóhoz.

Két input ábrázolása esetén is felírható a hatékonysági határ.

4.3.1. Definíció. *Két input és egy output esetén hatékonysági határnak nevezzük a leg-hatékonyabb egységeket összekötő szakaszokból álló görbét.*

A hatékonysági határon lévő elemek esetén az egyik inputérték csökkentésével a másik input értéke növekszik. Ezen szerkezeti elemek működésének hatékonysága a tervezők által jelenleg használt technológiákkal tovább nem javítható.

Azokat a elemeket, amelyek nem teljesítenek elég jól a hatékonysági határra szeretnénk vetíteni az ideális működés eléréséhez. Ezt például az őket az origóval összekötő egyenes mentén tehetjük meg.

Kettőnél több input, vagy több output esetén már nagyon nehéz a grafikus ábrázolás. Ezeket az összetettebb eseteket lineáris programozási modellel kezelhetjük, amely alább kerül bemutatásra. Ezt a modellt alkalmaztuk a 6.1.2 és 6.2.2 fejezetekben.

4.4. Inputorientált modell állandó skálahatékonyság mellett

Legyen J darab szerkezeti elemünk, melyeket I darab input és R darab output alapján szeretnénk összehasonlítani. Inputorientált megközelítés esetén a szerkezeti elemek hatékonyságát úgy számoljuk, hogy súlyozott outputjaikat elosztjuk súlyozott inputjaikkal. A modell célfüggvénye ez a hatékonyság, mindig az éppen vizsgált szerkezeti elem esetén. Inputorientált modellek vizsgálatakor ezt a hatékonyságot szeretnénk maximalizálni olyan súlysámokat választva, melyekkel minden elem hatékonysága 0 és 1 közötti szám lesz. A súlysámokat tartalmazó vektorok u és v , a feladat ezen vektorok optimális értékeit keresi.

Mivel a modell mindig az éppen vizsgált elem hatékonyságát számolja, az eredmények kiértékeléséhez minden egységre meg kell oldani a problémát, jelen esetben ez J darab futtatást jelent. Az így megalkotott lineáris programozási feladatot a következőképp írhatjuk

fel:

$$\begin{aligned}
& \max_{(u,v)} \left(\frac{u^T Y_0}{v^T X_0} \right) \\
& \frac{u^T Y}{v^T X} \leq 1 \\
& u, v \geq 0
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Ahol $X \in \mathbb{R}^{I \times J}$ az inputok adatait tartalmazó mátrix, $Y \in \mathbb{R}^{R \times J}$ az outputok adatait tartalmazó mátrix, $X_0 \in \mathbb{R}^I$ a vizsgált szerkezeti elem inputjait tartalmazó vektor, $Y_0 \in \mathbb{R}^R$ a vizsgált szerkezeti elem outputjait tartalmazó vektor, $u \in \mathbb{R}^R$ az outputok súlyszámát tartalmazó vektor és $v \in \mathbb{R}^I$ az inputok súlyszámát tartalmazó vektor.

A célfüggvény nevezőjében az u^T sorvektort szorozzuk össze az Y_0 oszlopvektorral, számlálójában pedig a v^T sorvektort szorozzuk az X_0 oszlopvektorral. A feladat ezen két skalárfüggvény hányadosának u és v szerinti maximumát keresi. Az egyenlőtlenségfeltétel számlálójában az u^T vektor és az Y mátrix szorzata J darab súlyozott outputértéket ad az u és v vektorváltozók függvényében, nevezőjében a v^T vektor és az X mátrix szorzata pedig J darab súlyozott inputértéket. A J darab egységre vonatkozó egyenlőtlenség az egyes elemek súlyozott input- és outputértékeinek hányadosát tartalmazza.

Ezen törtlineáris programozási feladatnak végtelen sok optimális megoldása lehet ugyanis $\frac{(c \cdot u^T) Y_0}{(c \cdot v^T) X_0} = \frac{u^T Y_0}{v^T X_0}$ minden $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ esetén. Ahhoz, hogy a feladat lineáris legyen és csak egyetlen optima létezzen normalizáljuk a célfüggvényt a hiperbolikus programozásban gyakran használt módon, a $v^T X_0 = 1$ feltétel hozzáadásával. Az új egyenlőséget a feladatba felvéve és az egyenlőtlenségi feltételt átrendezve kapjuk meg a modell végleges, lineáris alakját, melynek immár pontosan egy optimális megoldása létezik.

$$\begin{aligned}
& \max_{(u,v)} (u^T Y_0) \\
& u^T Y - v^T X \leq 0 \\
& v^T X_0 = 1 \\
& u, v \geq 0
\end{aligned} \tag{4.2}$$

A feladat megoldásához Matlab programot készítettünk, amely a mellékletben található. A módszer matematikai hátterének mélyebb megértéséhez, valamint a program megírásához segítségünkre volt David G. Luenberger [12], Panchapakesan Venkataraman [20] és Amir Beck [4] könyve.

A módszer gyakorlati alkalmazása során több probléma merült fel:

- Nehézséget okozott az, hogy az irodalomban, közgazdaságtani problémák esetében a hatékony egységeket minél nagyobb outputértékekhez tartozó minél kisebb input-értékek jellemzik. Tartószerkezetek elemzésekor azonban voltak olyan outputok is, amelyek minimalizálására kellett törekedni, például a CO_2 szennyezés mértéke.
- Eleinte az elemek hatékonyságai között minimális volt az eltérés (mindegyik hatékonyság 90% fölöttinek mutatkozott).
- Az outputértékek nagy szórása miatt könnyen torzultak az eredmények.

A fenti problémákat a következőképpen oldottuk meg:

- A problémás outputértékek tükrözése.
- Súlyszámkorlátok bevezetése ahhoz, hogy a hatékonysági számok eltávolodjanak egymástól.
- Normalizálás a szórás csökkentése érdekében.

Tükrözés, normalizálás

A gyakorlati alkalmazás során rögtön látszott, hogy mivel bizonyos outputjainkat maximalizálás helyett minimalizálni kell, biztosan szükség van az adatok valamilyen formában való tükrözésére. Először úgy próbáltuk ezt megoldani, hogy minden outputértéket az adott értékek maximumánál eggyel nagyobb számból kivontunk, de ez sajnos az adatok nagy szórása miatt sokat torzított az eredményen. A leghatékonyabb elemet sikeresen meg lehetett így is találni, de a többi elem hatékonysága egymáshoz képest nem a helyes arányokat mutatta. Például ha egy elem ára egy másik elem árának kétszerese volt az adathalmazban, akkor tükrözés után ez az egymáshoz való viszony lényegesen átalakult.

Kielégítő eredményeket a bemeneti értékek normalizálásával sikerült kapni, azaz minden inputértéket egyre állítottunk, és minden outputvektort elosztottunk minden eredeti inputvektorral, így a számoláshoz használt outputok száma az eredeti outputok számának és az inputok számának szorzata lett. Így már működött a korábban próbált tükrözés, ugyanis az adatok szórását, így a torzulás mértékét is jelentősen sikerült lecsökkenteni.

Súlyszámkorlátok

A hatékonyságok közötti minimális eltéréseket az okozhatja, hogy a modell számítása során bizonyos súlyszámok felvehetik a 0 értéket, azaz az ezekhez tartozó input vagy outputértékek kimaradnak a hatékonysági mutató számításából. Ekkor csak azokat az inputokat és outputokat vesszük figyelembe, amelyek a legkedvezőbb eredményeket hozzák, így nyilvánvalóan sokkal hatékonyabbnak tűnnek az elemek, mint a minden adat együttes figyelembevételével. A probléma megoldására olyan súlyszámkorlátokat kell bevezetni, amelyek nem engedik meg, hogy az optimális megoldásban a súlyszámok zéró értéket vehessenek fel.

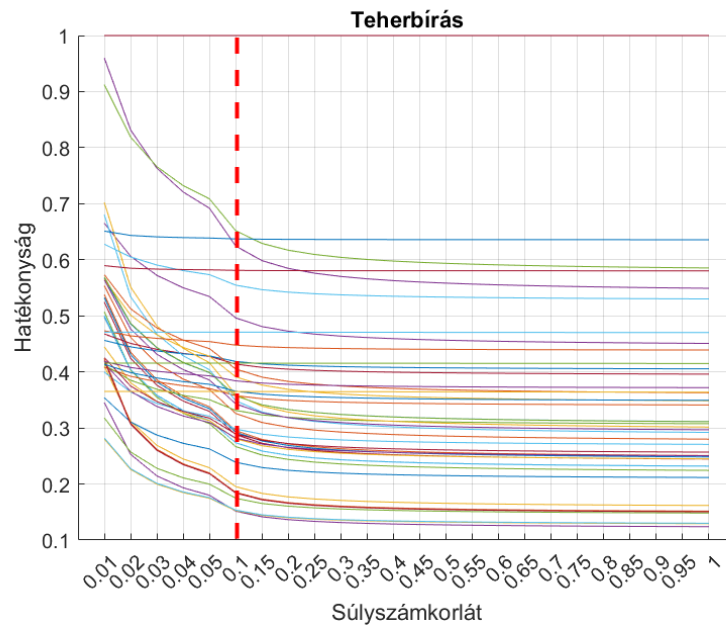
Legegyszerűbben úgy lehet súlyszámkorlátot megadni, hogy egy nullánál nagyobb alsó korlátot határozzunk meg minden súlyszámra. Viszont ez a megoldás az esetek többségében nem működőképes, ugyanis nem tudhatjuk általában előre, hogy mekkora súlyszámok fognak szerepelni az optimális megoldásban, így nehéz ésszerű alsó korlátot beállítani. Az úgynevezett relatív súlyszámkorlátok azonban sokkal célszerűbbek. Így a súlyszámok közötti arányt tudjuk befolyásolni. Ezek alkalmazásának egyik módja az, hogy páronként írunk elő a súlyszámokra korlátot, azaz minden két súlyszám hányadosára írunk elő alsó és felső korlátot. Ezt a megoldást alkalmaztuk mi is a futtatásaink során.

$$\begin{aligned} l_{ki} &\leq \frac{v_i}{v_k} \leq u_{ki} \\ L_{kr} &\leq \frac{u_r}{u_k} \leq U_{kr} \end{aligned} \tag{4.3}$$

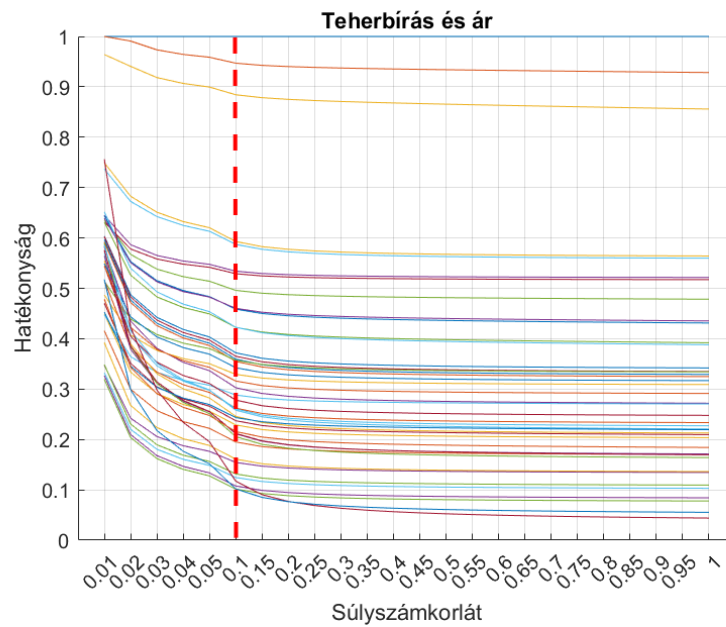
Jelen egyenlőtlenségekben a az i és k inputok súlyszámainak arányához adtunk meg egy l_{ki} alsó, és egy u_{ki} felső korlátot, valamint az r és k outputok súlyszámainak arányához egy L_{kr} alsó és egy U_{kr} felső korlátot. Általában a súlyszámkorlátokat szimmetrikusan adjuk meg, azaz $l_{ki} = \frac{1}{u_{ki}}$ és $L_{kr} = \frac{1}{U_{kr}}$, tehát mindegy, hogy melyik súlyszám van a nevezőben és melyik a számlálóban.

A modell felépítésekor feladatunk volt a legideálisabb alsó és felső korlátok megtalálása. Ehhez teszteltük, hogy a modell hogyan viselkedik különböző súlyszámkorlátok esetén. Az egyes súlyszámkorlátok alkalmazásával megnéztük, hogy melyik korlátnál vannak kiugró adatok, és melyiknél kapunk viszonylag egységes eredményeket. A vizsgálatot négyféle outputkombinációra végeztük el, ezek eredményeit az alább látható grafikonokon ábrázoltuk, melyeken a színes vonalak a különböző adatsorokat jelölik. Arra a következ-

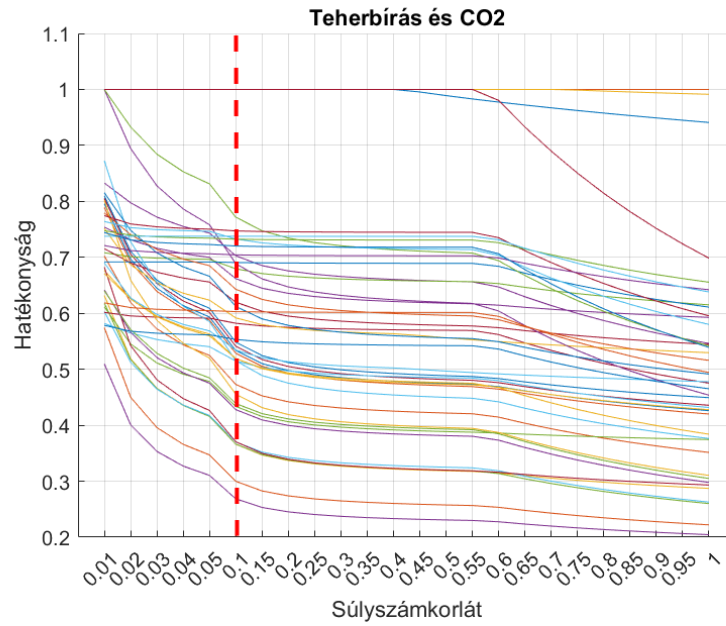
tetésre jutottunk, hogy minden súlyszámpár esetén a 0.1 és a 10 megfelelő alsó és felső korlátot alkotnak, ezt az ábrákon a szaggatott piros vonal mutatja.



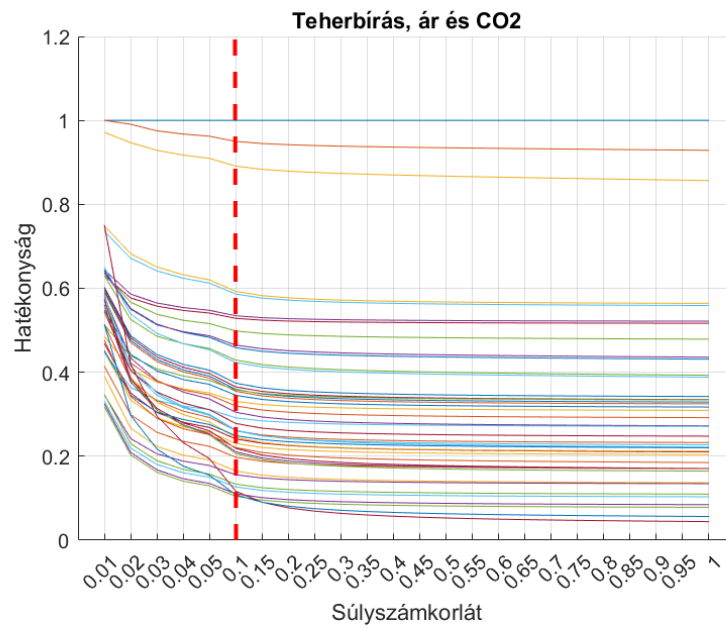
4.1. ábra. Inputok: betonszilárdság, acélkeresztmetszet, betonkeresztmetszet, output: teherbírás



4.2. ábra. Inputok: betonszilárdság, acélkeresztmetszet, betonkeresztmetszet, outputok: teherbírás, ár



4.3. ábra. Inputok: betonszilárdság, acélkeresztmetszet, betonkeresztmetszet, outputok: teherbírás, CO_2 kibocsátás



4.4. ábra. Inputok: betonszilárdság, acélkeresztmetszet, betonkeresztmetszet, outputok: teherbírás, ár, CO_2 kibocsátás

5. fejezet

Adatok előállítása

5.1. A adatsor

Az első (a) adatsorban gerendakeresztmetszeteket vizsgáltunk. Célunk volt, hogy megkeressük a 43 különböző gerendakeresztmetszet közül a leghatékonyabbakat (hatékonysági sorba rendezzük őket). Ennek egyrészt ellenőrzési szerepe volt: tesztelni kívántuk, hogy a program a nyilvánvalóan rossz (pl. lapos-széles) gerendákat valóban kis hatékonyságúnak tartja-e, illetve az itt elvárt eredményekre "kalibráltuk" a megfelelő input-output párokat, valamint a súlyszámkorlátokat. Másrészt már ebből is érdekes adatokat szűrtünk le a relatív hatékony gerendákat illetően, ezt a 6.1 fejezetben tárgyaljuk.

Az adatok előállítása teljes mértékben számított úton történt, tehát nem valós gerendákat, hanem a hatályos Eurocode szabványban leírt vasbetongerenda számítási elveinek megfelelően generált virtuális szerkezeteket hasonlítottunk össze, melyekhez segéd táblázatokból állapítottunk meg irányarat és CO_2 kibocsátási egyenértéket.

5.1.1. Tartószerkezeti adatok előállítása

Táblázatkezelő programban készítettünk egy számolótáblát, amely a bemeneti adatok megadása után kiszámolja az adott gerendakeresztmetszet megfelelőségét és maximális nyomatéki teherbírását. Az A adatsor elemei a mellékelt táblázat "A adatsor" munkafüzetében található (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablazarat.xlsx).

A számolótáblában megadható bemeneti adatok a következők: beton szilárdságának karakterisztikus értéke (f_{ck}), beton adalékanyagának legnagyobb szemnagysága (d_g), gerenda szélessége (b), magassága (h), acél szilárdságának karakterisztikus értéke (f_{yk}),

betonfedés nagysága (c_{nom}), húzott fővasalás átmérője, húzott fővasalás darabszáma és elrendezése, valamint a nyomott fővasalás átmérője, darabszáma és elrendezése. A számológép a megadott bemeneti adatok alapján az Eurocode-ban leírtak alapján kiszámolta (a megfelelő számítási lépések elvégzésével) a gerendakeresztmetszet nyomatéki teherbírást (lásd [1]), valamint azt, hogy megfelel-e a vele szemben támasztott szerkesztési szabályok mindegyikének (lásd [1]). Az adatsorban csak olyan keresztmetszetek kerültek be, amelyek kielégítik az összes szerkesztési szabályt, tehát amelyek akár a valóságban is megépülhetnének.

5.1.2. Fenntarthatósági és költségadatok előállítása

A fent leírt módon kiszámolt gerendakeresztmetszet egy 1 méteres szakaszára vetítve a számológép megadta a benne felhasznált acél- és betonmennyiséget. Fontos hangsúlyozni, hogy itt még nyírási vasalás nem, csak hosszvasalás szerepelt a gerendában, így értelemszerűen annnyival kevesebb az összes számított acélmennyiség az előállított összes adatokban.

A környezeti fenntarthatóság számításához a betongyártás során előállított CO_2 kibocsátást annak cementtartalmából számított CO_2 kibocsátással közelítettük: 1000 kg cement előállítása esetén 900 kg CO_2 szabadul föl (lásd [6]). A különböző szilárdsági osztályba tartozó betonok cementtartalmát táblázatból olvastuk ki (lásd [18]). Az acélgyártás környezetterhelésének számításához a következő adatot vettük alapul: 10000 kg acél előállítása esetén 1400 kg CO_2 szabadul föl (lásd [2]).

A költségadatok előállításához jórészt 2023-as adatokat használtunk. Ezen adatok inflálódnak, azonban, mivel a teljes kutatás során ezekkel dolgoztunk, arányosságbeli különbség nem áll fenn. A különböző betonminőségekhez rendelt köbméterre vetített költségadatokat táblázatból olvastuk ki. Példaképp a C12-es beton ára $20500 Ft/m^3$, a C40-esé $28000 Ft/m^3$ (lásd [15]). Betonacélok költségeit 6 méteres, különböző átmérőjű hosszvasakra külön adták meg, ezek átlagolásával számítottunk egy átlagos kg-onkénti árat: $343,22 Ft/kg$ (lásd [9]).

A szén-dioxid kibocsátási és költségadatok számítását természetesen lehetne pontosítani, például milyen gyártású cementet használunk, honnan szállítják az anyagokat, milyen betonacélok vannak épp raktáron. A valóságban ez valamelyest módosíthatja az eredményt, ezeket azonban most elhanyagoltuk, mert ezek függetlenek a szerkezettől,

egyszerűsített modellünkben pedig arra szeretnénk volna választ keresni, hogy pusztán az anyagmennyiségek szempontjából mi az előnyös választás. Tovább változtathatják az értékeket alternatív gyártástechnológiák, pl. "zöld beton" használata, ezen innovatív módon előállított szerkezetek vizsgálta azonban már egy másik kutatást igényelnek.

Az így tartószerkezeti, fenntarthatósági és költségadatokkal ellátott keresztmetszeti sorokat a számolótáblával kiírtattuk, majd a 43 számítás elvégzése után összegeztük ezeket egy közös adattáblázatban, amiből a későbbi relatív hatékonyságvizsgálatokat futtattuk.

5.2. B adatsor

A második (b) adatsorban teljes gerendák viselkedését vizsgáltuk. Az a adatsorhoz képest különbség volt itt, hogy más-más teherrel terhelt, különböző hosszúságú (feszítávolságú), két- és többtámaszú gerendákat is össze tudunk vetni egymással. A megadott teherre és a keresztmetszet adatai alapján számolt önsúlyra a számolótábla meghatározta az igénybevételeket, és csak azokat a megoldásokat fogadta el, ahol a gerenda megfelelt ezeknek. Itt tehát nem fogunk látni M_{Rd} értéket a különböző gerendáknál, mert ezt már itt nem cél növelni. Épp csak annyira kell nagy nyomatéki teherbírással (és természetesen nyírási ellenállással) bírniuk a gerendáknak, ami az adott statikai adatokból következik. Az adott feszítávokra és terhekre tehát a különböző megoldások által okozott CO_2 kibocsátás és ár nagyságát vizsgálva lehet a hatékonyabbakat és kevésbé hatékonyakat megmutatni.

5.2.1. Tartószerkezeti adatok előállítása

Hasonló számolótáblát készítettünk, mint az a adatsor értékeinek számításához. A táblázat a bemenő adatok megadása után megmondja, hogy a teljes gerenda megfelel-e a különböző tartószerkezeti követelményeknek és szerkesztési szabályoknak, majd, ha igen, kiszámítja a teljes szerkezet CO_2 kibocsátási egyenértékét és bekerülési költségét. A B adatsor elemei a mellékelt táblázat "B adatsor" munkafüzetében található (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablazat.xlsx).

A számolótáblában megadható bemeneti adatok a következők: gerendát terhelő külső teher (p_0), gerenda teljes hossza (l), gerenda alátámasztásainak száma (ez az érték minimum 2, ekkor egy két végén falakkal alátámasztott gerendát kapunk, ha növeljük, egyenlő távolságonként vasbeton oszlopokat helyez a program a gerenda további alátámasztása

céljából), beton szilárdságának karakterisztikus értéke (f_{ck}), beton adalékanyagának legnagyobb szemnagysága (d_g), gerenda szélessége (b), magassága (h), acél szilárdságának karakterisztikus értéke (f_{yk}), betonfedés nagysága (c_{nom}), alsó fővasalás átmérője, alsó fővasalás darabszáma és elrendezése, a felső fővasalás átmérője, darabszáma és elrendezése, valamint a nyírási vasalás (kengyelezés) átmérője és kengyeltávolsága. A számolótábla a megadott bemeneti adatok alapján az összes teher meghatározása után (külső teher és önsúly összege) kiszámította a két vagy többtámaszú tartó statikai sémája alapján a nyomatéki és nyírási igénybevételeket, majd az Eurocode alapján (a megfelelő számítási lépések elvégzésével) a gerendakeresztmetszet nyírási és nyomatéki teherbírását (lásd [1]), valamint azt, hogy megfelel-e a vele szemben támasztott szerkesztési szabályok mind-egyikének (lásd [1]). Az adatsorban csak olyan keresztmetszetek kerülhettek be, amelyek teherbírás és használhatóság (lehajlás) szempontjából megfelelnek, illetve kielégítik az összes szerkesztési szabályt, tehát amelyek akár a valóságban is megépülhetnének.

Fontos megjegyezni, hogy mivel normál terhelésnél és fesztávnál általában a használhatósági határállapot (lehajlás) szab szűkebb határokat, a gerendák megfelelőségén kizárólag a betonmennyiség növelésével (magasság növelésével) lehet szignifikánsan javítani, emiatt itt (az egyébként környezeti fenntarthatóság szempontjából nem feltétlenül rossz) túlvasalt gerendaszerkesztés nem is jöhetett szóba.

5.2.2. Fenntarthatósági és költségadatok előállítása

A fenti teljes gerendaszerkezet árát és CO_2 kibocsátásának egyenértékét az a adatsorban részletezett módon, az összes acél- és betonmennyiség megfelelő számokkal való beszorzása után nyertük. Fontos megjegyezni, hogy, mivel a modellünkben elképzelt szituációban egy falakkal határolt helyiséget szeretnénk egy gerendával áthidalni, a gerenda két végén lévő feltámaszkodáshoz nem számoltunk külön oszlopot, azonban a nem kéttámaszú gerendák esetén a közbelső támaszokat egy átlagos, 3 m-es szintmagasságú, 30/30 cm-es keresztmetszetű vasbeton oszlop alátámasztással számoltuk, melyben a négy sarkán 1-1 db 20 mm-es átmérőjű betonacél, nyírási szempontból a minimális kengyelezés van. Az oszlopok beton- és acéltérfogatát értelemszerűen szintén hozzászámítottuk a szerkezet összes acél- és betonterfogatához. Az ily módon előállított gerendaszerkezetek adatsorait a számolótáblával kiírtattuk, majd 202 darab ilyen számítás elvégzése után összegeztük ezeket egy közös adattáblázatban, amiből a későbbi relatív hatékonyságvizsgálatokat futtattuk.

6. fejezet

Futtatási eredmények

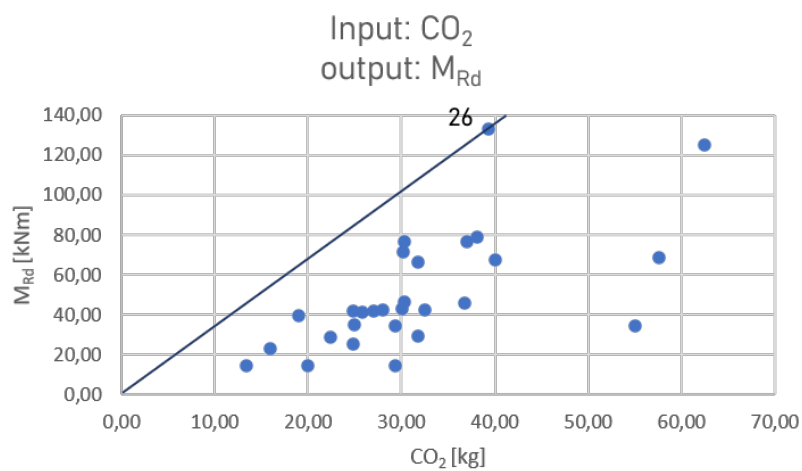
6.1. A adatsor

6.1.1. A adatsor kézi elemzése

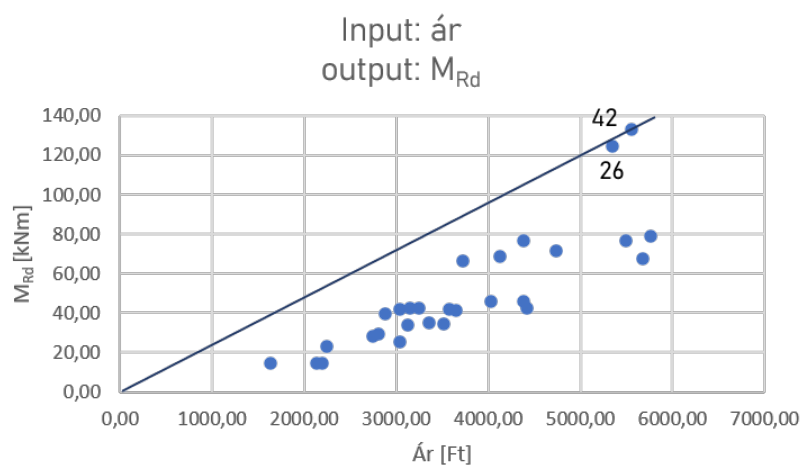
A DEA (relatív hatékonyságvizsgálat) modelljének egy egyszerű esetét grafikus módon is szemléltethetjük. Ezen esetek az egy input és egy output, illetve a két input és egy output esete (lásd 4. fejezet és [7]). Ekkor maga a hatékonyságszámítás is elvégezhető kézzel, a kapott értékek grafikonokon jól szemléltethetők. Az A adatsor elemei a mellékelt táblázat "A adatsor" munkafüzetében találhatók (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablazat.xlsx), az adatokhoz számított kézi hatékonyságok az O, P és Q oszlopokban láthatók.

Az első, egy inputtal és egy outputtal rendelkező modellben az egyes sorok hatékonyságát egyszerűen az output és input hányadosaként kapjuk: minél kisebb inputhoz minél nagyobb output tartozik, annál hatékonyabb a mintánk. Grafikusan úgy szemléltethetjük ezt az esetet, ha az egyes sorokhoz tartozó inputértékeket egy grafikon x tengelyén, az outputokat az y tengelyén szerepeltetjük. Ekkor az egyes pontok mint adatok hatékonyságát a pontot origóval összekötő egyenes határozza meg: minél meredekebb az egyenes, annál hatékonyabb az elem. A leghatékonyabb elemet az origóval összekötő egyenes meredekségét nevezzük az adatok hatékonyságának.

Példánkban az output (növelendő mennyiség) az M_{Rd} (nyomatéki teherbírás), az input a gerenda ára (O oszlop), egy másik vizsgálatban annak CO_2 kibocsátási egyenértéke volt (P oszlop). Ezek hatékonysága tehát az $M_{Rd}/ár$, illetve M_{Rd}/CO_2 . Ezen vizsgálatokból



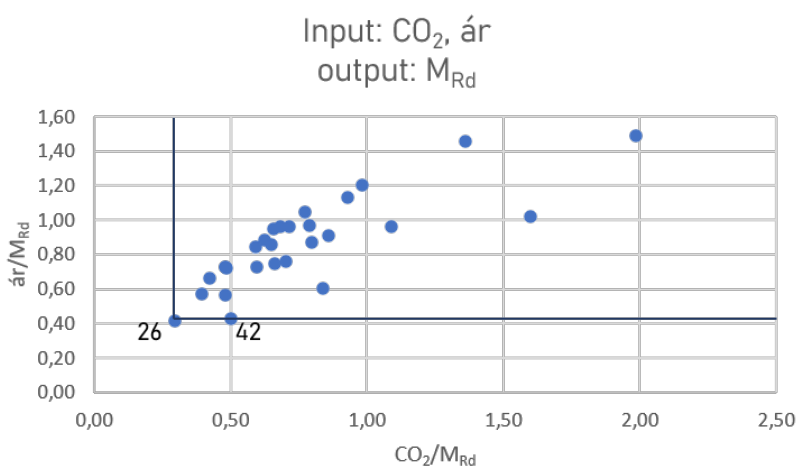
6.1. ábra. A mellékelt táblázat "A adatsor" munkafüzetének O oszlopában lévő hatékonyságok alapján (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablázat.xlsx)



6.2. ábra. A mellékelt táblázat "A adatsor" munkafüzetének P oszlopában lévő hatékonyságok alapján (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablázat.xlsx)

készült grafikonokat az 6.1 és 6.2 ábrák mutatják. Az M_{Rd}/CO_2 vizsgálatból a 26. adatsor került ki leghatékonyabbnak: egy keskeny-magas, gyenge betonminőségű és sok vasat tartalmazó minta: egységnyi CO_2 kibocsátáshoz képest akkor tudjuk a legtöbb nyomatéki teherbírást elérni, ha az 1 kNm nyomatéki teherbíráshoz jutó magasabb CO_2 kibocsátású betont minimalizáljuk és a leggyengébbet választjuk, és az acélból érjük el a nagy teherbírást a gerendában. Az $M_{Rd}/ár$ vizsgálatból a 42. minta adódott a leghatékonyabbnak: itt a vasalás mennyiségén kívül a betonminőség is magas (C40), a gerenda szintén keskeny-magas geometriájú. 1 Ft-ra vetítve tehát akkor lehet a legnagyobb nyomatéki teherbírást elérni, ha az acél és betonadatokat is növeljük.

A két inputtal és egy outputtal történő kézi hatékonyságvizsgálat esetén kétszer számítjuk ki az outputok és inputok hányadosát, majd ezen két értéket reciprokát rajzoljuk föl a grafikon két tengelyére. Ekkor a két érték által meghatározott pont origótól mért "távolsága" lesz fordítottan arányos az elem hatékonyságával: tehát a két értékből a Pitagorasz-tétele alapján számított távolság minél kisebb, annál hatékonyabb lesz a minta. Az erről készült grafikont az 6.3 ábra mutatja (hatékonyságok: Q oszlop). Esetünkben a két input az ár és a CO_2 kibocsátási egyenérték volt, output az M_{Rd} . A vizsgálat alapján a 26. és 42. minták a leghatékonyabbak, tehát az előző két vizsgálat eredményeinek mintegy uniója.



6.3. ábra. A mellékelt táblázat "A adatsor" munkafüzetének Q oszlopában lévő hatékonyságok alapján (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablázat.xlsx)

Ezen kézi számítások azonban nem elegendők a téma alapos és több változót figyelembe vevő vizsgálatához. A továbbiakban a relatív hatékonyságvizsgálat matematikai

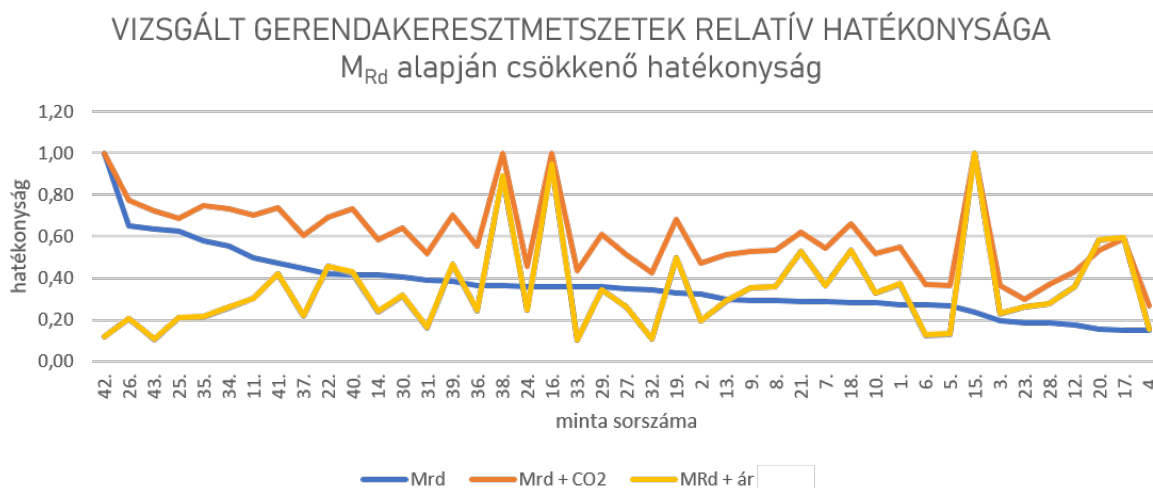
modelljei alapján készített programok segítségével futtatjuk a vizsgálatokat és elemezzük azok eredményeit.

6.1.2. Gépi eredmények értékelése

A megfelelő inputok, outputok és súlyszámkorlátok kalibrálása után négyféle vizsgálatot végeztünk. Az eredmények a mellékelt táblázat "A adatsor" munkafüzetében az R, S és T oszlopokban találhatók (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablazat.xlsx). A program inputjai minden esetben azonosak voltak: a beton szilárdságának karakterisztikus értéke (f_{ck}), a keresztmetszet betonterülete (a_c) és a húzott betonacélok keresztmetszeti területe (a_s). Az outputok esetén voltak az eltérések: az első futtatásban csak a keresztmetszet határnyomatéka (M_{Rd}) volt az output (R oszlop), a második esetben a határnyomaték és a CO_2 kibocsátás (S oszlop), a harmadik esetben a határnyomaték és az ár (T oszlop), a negyedik esetben mind a három, tehát a határnyomaték, a CO_2 kibocsátás és az ár is (azonos eredmények, szintén T oszlop). (Az összes futtatásban szerepelt a határnyomaték mint output, hiszen ez a lényege a gerendának, hogy terhet viseljenek.) Fontos elismételni, hogy ezen vizsgálatok inputorientált vizsgálatok voltak: az outputokat az inputok, az anyagfelhasználás szempontjából vizsgáljuk. Lehet-e ugyanolyan outputot (M_{Rd} , CO_2 , ár) kevesebb anyag felhasználásával elérni. A négyféle futtatással az összes adatsorra kiszámolt relatív hatékonysági értékeket négyféle sorrendbe rendeztük az első, második, harmadik és negyedik futtatás eredményei alapján. Ezzel azt szerettük volna megvizsgálni, hogyan változik a többi outputra számított hatékonysági érték, ha az egyiket csökkenő sorrendbe rendezzük.

Vizsgáljuk először az 6.4 grafikont: ahol a csak nyomatéki teherbírás outputú sorba rendezést látjuk, kitűnik, hogy a leghatékonyabb gerenda a 42; amelynek a legnagyobb nyomatéki teherbírása van mind közül (227,20kNm). A második a 26; melynek a harmadik legnagyobb nyomatéki teherbírása van (132,96kNm), és csak a harmadik a 43; melynek a második legnagyobb nyomatéki teherbírása van (144,41kNm). A kis helycsere oka az lehet, hogy a 26. mintegy feleannyi acélterületű, mint a 43; míg az összes többi adata megegyező vele, és csak kicsivel kevesebb nyomatékot visel el. Ez a futtatás azonban nem vesz tudomást az árról és a CO_2 kibocsátásról, így a többi eredményét nem részletezzük.

Az 6.5 grafikont vizsgálva látjuk, hogy az M_{Rd} és CO_2 outputokat figyelembe vevő

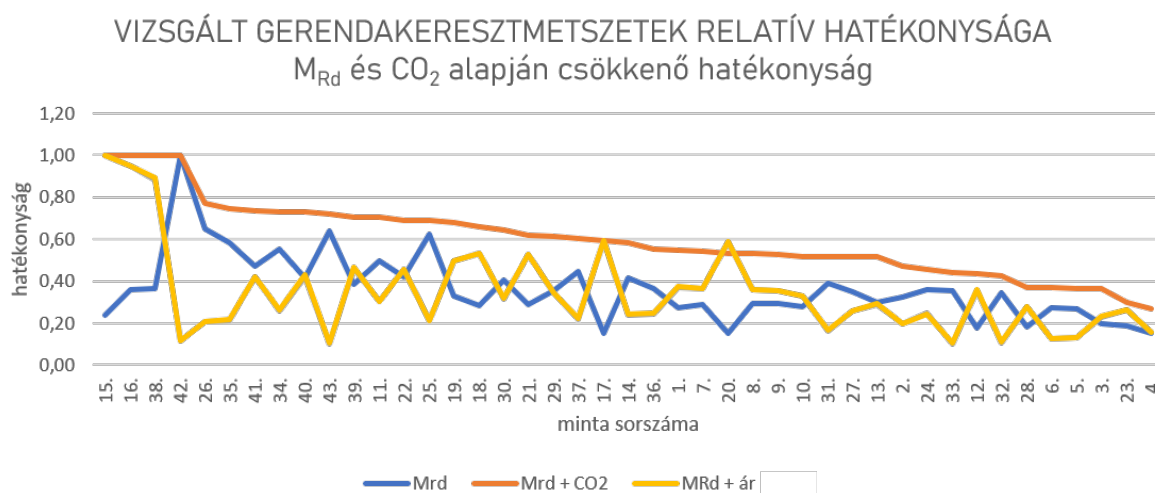


6.4. ábra. A mellékelt táblázat "A adatsor" munkafüzetének R, S és T oszlopában lévő hatékonyságok alapján (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablazat.xlsx)

futtatás alapján három adat is relatív hatékony: a 15; 16. és a 38. Mindhárom keresztmetszet azonos szilárdságú (egy közepes, $f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$ -es betonszilárdság), azonos keresztmetszeti méretű (kicsi, $b = 120 \text{ mm}$, $h = 200 \text{ mm}$), csak az acélmennyiség változó. Érdekes, hogy a 38. úgy került be a leghatékonyabbak közé, hogy túlvasalt. (A szabvány megengedi, de nem ajánlja.) Ennek az lehet az oka, hogy a környezeti fenntarthatóság szempontjából a beton a legkedvezőtlenebb, hozzá képest az acél egységnyi teherbírásra vetítve kevesebb CO_2 kibocsátást okoz, tehát a kis betonkeresztmetszetű, sok vasat tartalmazó gerendák CO_2 kibocsátás szempontjából előnyösek lesznek. Érdekes viszont, hogy amíg a 15. esetben nem csak az M_{Rd} és CO_2 outputú, hanem az M_{Rd} és ár, illetve a mindhárom outputú futtatás is nagy hatékonyságot mutat, ez a vasalás növelésével a 16. és 38. esetekben már csökken, hiszen pénzügyi szempontból a beton növelése a gazdaságos.

További érdekesség ezen a grafikonon, hogy milyen ellentétes egymással a kék (csak M_{Rd} output szerinti hatékonyságok) és a sárga (M_{Rd} és ár output szerinti hatékonyság) vonal, mintha egymás komplementerei volnának. Magyarázat lehet erre az, hogy míg a teherbírás növelésében nagy szerepet játszik az acél nagyarányú növelése, ez az árat olymértékben növeli, hogy a nyomatéki teherbírás növekedésével sem lesz hatékony a gerenda. Tehát míg a nyomatéki teherbírás (és CO_2 kibocsátás) szempontjából előnyös, ha a betonhoz képest sok acélt tartalmaz a gerenda (acél/beton hányados nagy), az ár szem-

pontjából ellenkező a cél: legyen minél több beton benne az acélhoz képest (acél/beton arány legyen kicsi).

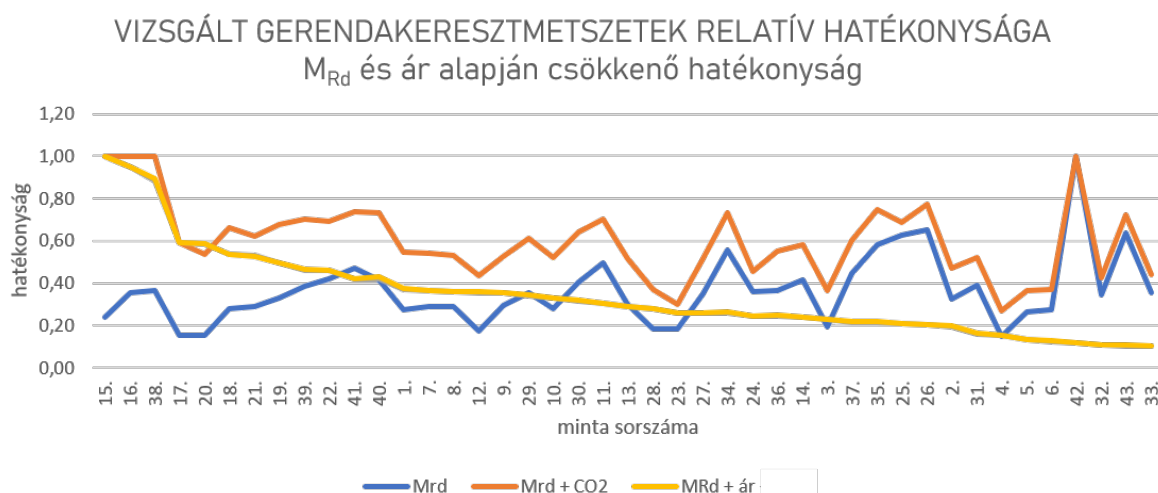


6.5. ábra. A mellékelt táblázat "A adatsor" munkafüzetének R, S és T oszlopában lévő hatékonyságok alapján (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablazat.xlsx)

A harmadik és negyedik, vagyis az M_{Rd} és ár outputú, illetve az M_{Rd} , CO_2 és ár outputú futtatások hatékonysági eredményei igen hasonlóak. Ennek az egybeesésnek oka a következő: mint fentebb említettük, általánosságban igaz az, hogy a CO_2 kibocsátás és a nyomatéki teherbírás szempontjából az acél/beton arány növelése okoz jelentős javulást a minták hatékonyságában, az ár szempontjából pont ellenkezőleg. Ezt igazolva az eddigi vizsgálatokból is az látszik, hogy ha az anyagmennyiségeket vesszük inputnak és input-orientált modellt használunk, akkor az M_{Rd} és CO_2 kibocsátás egyaránt az acélmennyiség növelésével lesz hatékony, míg az ár szempontjából történő vizsgálat esetében az acélmennyiség arányának csökkentése a cél. Mivel tehát nagyjából egyformán viselkedik az M_{Rd} és CO_2 , nem várható nagy különbség, ha csak az M_{Rd} -t és árat, vagy az M_{Rd} -t, árat és (az M_{Rd} -vel azonosan viselkedő) CO_2 -t tekintjük outputnak. A negyedik, mindhárom értéket outputnak tekintő vizsgálatnak tulajdonképpen nincs további információtartalma: itt azt keresnénk tulajdonképpen, hogy mindhárom értéket fixálva hogyan lehet a legkedvezőbb anyagfelhasználást elérni (aminek viszont nincs visszahatása az outputokra.)

Az 6.6 grafikon tehát a harmadik számú futtatás eredményét mutatja. Jól látszik rajta, hogy a leghatékonyabb eset a 15. adat, a már említett 30 N/mm^2 -es kockaszilárdságú 120 mm széles és 200 mm magas gerenda kevés vasalással. Látható, hogy a többi, jobb

hatékonyságú gerenda is kicsi: a következő kettő ezen gerendának jobban vasalt verziói, a negyedik helyezett a 17. adat, egy azonos szilárdságú, $200 \times 200 \text{ mm}$ -es gerenda kevés vasalással. A nagyobb gerendáknak kisebb a relatív hatékonyságuk. Az ábrán megfigyelhető még, hogy minél inkább csökken az M_{Rd} és ár szerint vizsgált hatékonyság, annál jobban közeledik egymáshoz az M_{Rd} és az M_{Rd} és CO_2 outputú adatsorok hatékonysága. Ezen két vonal (narancs és kék) azonos tendenciája azonban már a grafikon első harmadától jól megfigyelhető. Ennek oka szintén az a hasonlóság az M_{Rd} és CO_2 output között, melyről már fentebb írtunk: mindkét output hatékonysága az acél/beton arány növelésével nő.



6.6. ábra. A mellékelt táblázat "A adatsor" munkafüzetének R, S és T oszlopában lévő hatékonyságok alapján (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablazat.xlsx)

A három leghatékonyabb minta

A fenti grafikonokból jól látható, hogy három olyan mintát találunk, melyek úgy az M_{Rd} és CO_2 , mint az M_{Rd} és ár outputú futtatásokban hatékonyak mutatkoztak. Ezek a 15; 16. és 38. minták. A minták betonminősége és keresztmetszete azonos, csak az acélmennyiségükben van különbség. Nagyjából átlagos, 30 N/mm^2 betonszilárdsággal rendelkeznek, mely így egyik irányba sem okoz szélsőséges esetet (környezeti és gazdasági fenntarthatóság szempontjából sem lesz rossz az eredmény). geometriáját tekintve kis keresztmetszetű gerendákról van szó ($b = 120 \text{ mm}$, $h = 200 \text{ mm}$). Elmondhatjuk tehát, hogy az ilyen átlagos betonszilárdságú, kis keresztmetszetű (és így számértékét tekintve kis nyomatéki teherbírású) gerendából lehet olyat kialakítani, amely minden szempontból

előnyös lesz, ha nagyobb az igénybevétel, prioritizálás szükséges.

Különbségek a kézi és gépi vizsgálat eredményei között

Amint látjuk, a kézi számítás hatékonysági értékei jelentősen eltérnek az itt elemzett hatékonysági értékektől. Ennek oka az eltérő kérdésfelvetés: míg a kézi számításnál arra a kérdésre kerestük a választ, hogy egységnyi CO_2 kibocsátás vagy pénz áráért melyik gerenda esetében tudunk nagyobb teherbírást elérni, addig a géppel számított, inputorientált hatékonyságvizsgálatoknál jelen kérdésfeltevésből adódóan arra a kérdésre tudunk válaszolni, hogy egy adott teherbírású, árú, esetleg CO_2 kibocsátású gerendát legkevesebb mennyi anyagból tudunk létrehozni. Minél kevesebb anyagot használtunk arányosan, annál hatékonyabb a minta: így közvetve a környezettudatosság (CO_2 kibocsátás) mindig szerepelni fog a szempontok között, amiről viszont nem tudtunk meg semmit a kézi számítások esetében. Fontos tehát hangsúlyozni, hogy az eltérő kérdésfelvetés igen eltérő hatékonysági értékekhez vezethet!

6.2. B adatsor

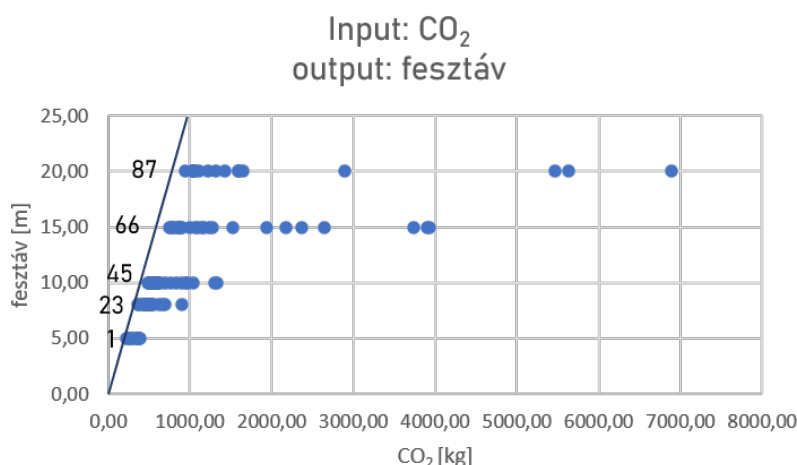
6.2.1. B adatsor kézi elemzése

Az A adatsor kézi elemzésénél megismert módszerhez hasonlóhoz folyamodtunk a B adatsor kézi elemzésénél: input paraméter a gerendaszerkezet által áthidalandó fesztáv volt, míg outputoknak a szerkezet bekerülési költségét (ár) és környezetterhelését (CO_2 kibocsátás) választottuk. A B adatsor elemei a mellékelt táblázat "B adatsor" munkafüzetében található (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablazat.xlsx). A két külön számítható hatékonysági érték az adatsorokhoz így a fesztáv / CO_2 kibocsátás (S oszlop) és a fesztáv / ár hányadosok (T oszlop) voltak, melyekből (azonos nagyságrendűvé szorzásuk után) a fent megismert módon, a Pitagorasz tétele alapján számítottuk az összhatékonyságot (U oszlop). A kapott értékeket végül normáltuk. Elsőként, részletebben a $p_0 = 10 \text{ kN/m}$ külső teherrel terhelt gerendákat vizsgáljuk (1-90. adatsor). A többi külső terhekhez tartozó gerenda-adatokat utána ezzel összevetjük.

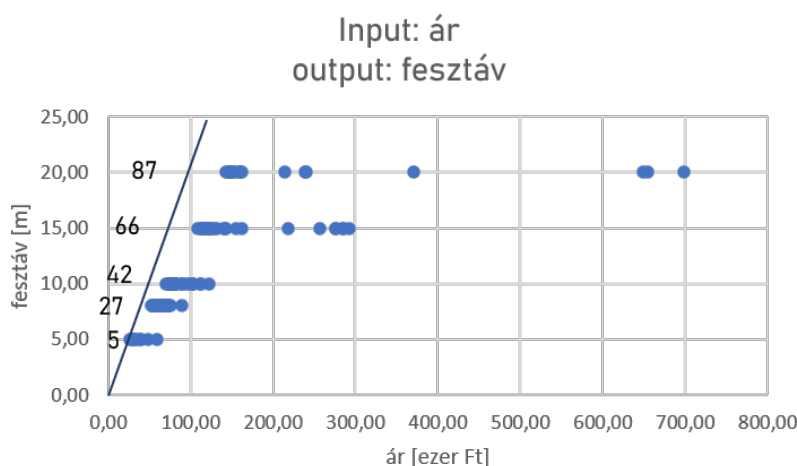
A kapott eredményekből jól látszik, hogy a megfelelő outputok megadása miatt úgy a kisebb, mint a nagyobb fesztávú szerkezetek esetében is találunk hatékony vagy közel hatékony mintákat. A leghatékonyabbak az 1; 23; 27. és 87. minták. Ezen mintákban

közös, hogy mind viszonylag alacsony betonminőséggel készülnek (C20 és C30 beton), illetve mind keskeny-magas kialakításúak ($b < h$). Érdekes, hogy az acéltartalma egyiknek sem kimagaslóan nagy, hatékonyságukat a kellően sok közbelső letámaszkodás (oszlop) okozta csökkentett igénybevételeknek való megfelellhetőség okozza.

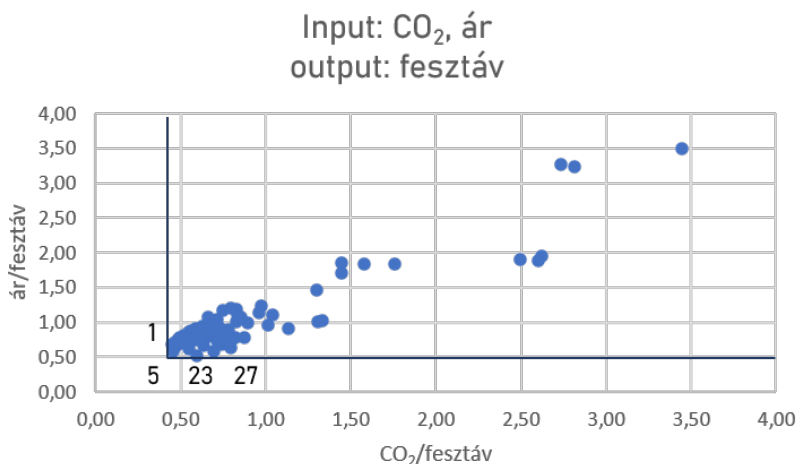
Az A adatsor kézi elemzésénél megismert egy input egy outputos, illetve a két input egy outputos esetekre felrajzolható grafikonokat vizsgáljuk:



6.7. ábra. A mellékelt táblázat "B adatsor" munkafüzetének S oszlopában lévő hatékonyságok alapján (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablázat.xlsx)



6.8. ábra. A mellékelt táblázat "B adatsor" munkafüzetének T oszlopában lévő hatékonyságok alapján (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablázat.xlsx)

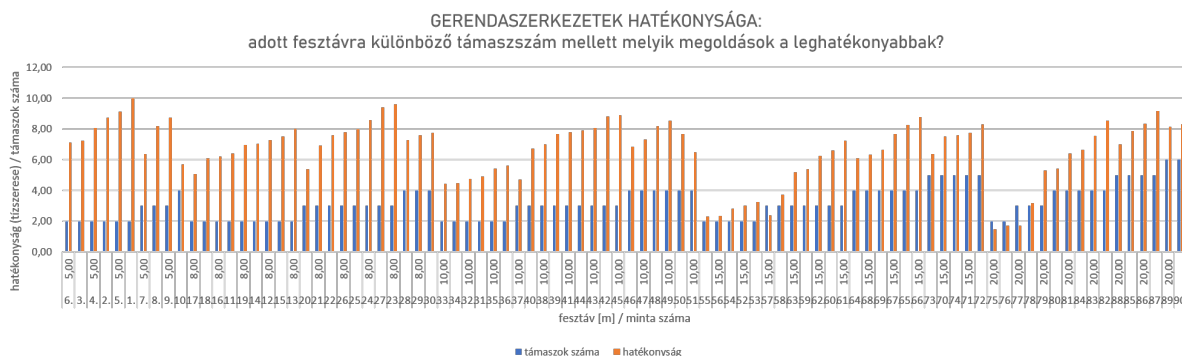


6.9. ábra. A mellékelt táblázat "B adatsor" munkafüzetének U oszlopában lévő hatékonyságok alapján (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablazat.xlsx)

A 6.7 és a 6.8 grafikonokon az egy input-egy outputos esetek látszanak, azon pontokhoz tartozó elemek a leghatékonyabbak, melyek a legközelebb vannak a hatékonysági határ (kék) vonalához. Jól látszik az, hogy a nagyobb fesztávú minták közül a legjobbak (leginkább balra lévők) nem lesznek annyira hatékonyak, mint a kisebb fesztávokhoz tartozó minták (változó a skálahatékonyság), de igen megközelítik azt. A 6.9 grafikon a két input egy output esetét mutatja: a leghatékonyabb pontok a függőleges és vízszintes hatékonysági határvonalakhoz közel eső pontok, az elemek hatékonysága azok e két vonaltól mért távolságuk négyzetösszegének gyökével arányos.

Más típusú grafikonokon is ábrázoltuk az adatok hatékonyságát. Az 6.10 grafikonon a függőleges tengelyen ábrázoltuk a minták hatékonyságát (a könnyebb láthatóság érdekében 10-zel szorozva), illetve az adott mintánál kialakított támaszok számát. A függőleges oszlopok mint minták alatt a felső szám az adott minta fesztávját, az alsó szám a minta számát jelzi. Az azonos fesztávú és támaszszámú mintákat az összhatékonyságuk alapján növekvő sorrendbe rendeztük. Ebből a grafikonból – az optimális minták egyértelmű láthatóságán kívül – jól látszik az, hogy melyik fesztávnál mely támaszszámú opciókból kerülnek ki a leghatékonyabbak: egy idő után a támaszok számának növelése előny, hiszen annál inkább csökken a gerenda igénybevétele, ám egy ponton túl nem érdemes tovább növelni, hiszen minden egyes közbenső támasz jelentős beton- és acélmennyiség-növekedéssel is jár. Esetünkben az 5 méteres fesztávhoz a két szélső támasz elegendő, a 8 méteres fesztávnál 3, 10 méteren szintén 3, 15 méteren 4, 20 méteren 5 alátámasztás

esetén kapjuk a leghatékonyabb konstrukciót.

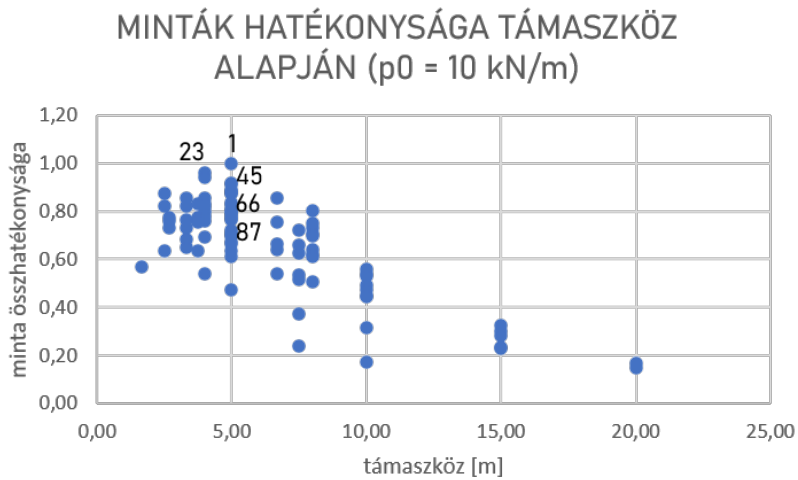


6.10. ábra. A mellékelt táblázat "B adatsor" munkafüzetének U oszlopában lévő hatékonyságok alapján (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablazat.xlsx)

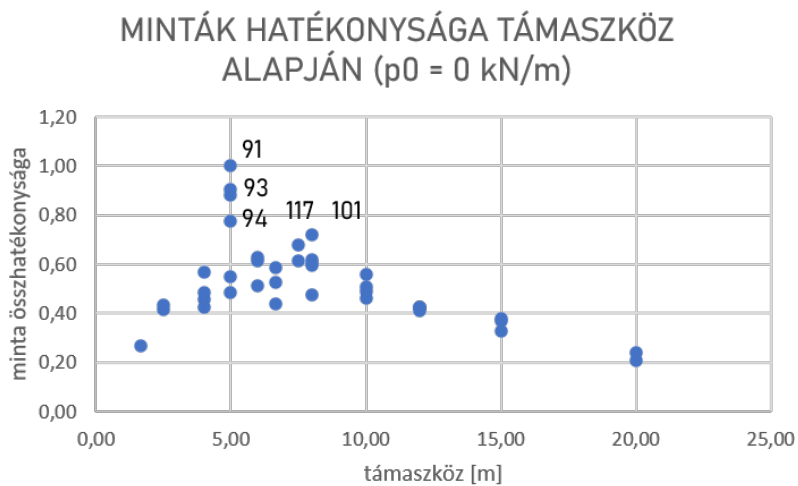
Az 6.11 grafikonon a vízszintes tengelyen az egyes mintákhoz tartozó tényleges támaszokzt ($feszítáv / (támaszok\ száma - 1)$) ábrázoltuk, a függőleges tengelyen a minták hatékonyságait. A grafikon pontjai közül a legfelsőket érdemes szemlélteni olyan szempontból, hogy meglássuk, melyik támaszkialakításhoz milyen a lehető leghatékonyabb gerendakonstrukció. Ha egy képzeletbeli burkológörbét húznánk a pontok fölé, a görbe legmagasabb pontján, illetve annak közelében érintett pontok a leghatékonyabb minták volnának. (Ezeket meg is számoztuk a grafikonon.) Ezen értékek között találjuk a fent felsorolt hatékony mintákat is. A leghatékonyabb gerendakonstrukciók támaszköze 4-5 méteres. (A 10 kN/m-es külső teherre tervezett öt leghatékonyabb konstrukció sorszáma és támaszköze: 1. - 5 m; 23. - 4 m; 45. - 5 m; 66. - 5 m; 87. - 5 m.)

A kézi számítás azonban korlátos, mert csak három paramétert tud legfeljebb figyelembe venni a számításnál. A gépi relatív hatékonyságvizsgálatban ezzel szemben több inputtal és outputtal tudunk számolni.

A többi külső terhekre (0; 5 és 20 kN/m) számított hatékonyságokból a 6.11 grafikonhoz hasonlókat készítettünk. Ezeken a grafikonokon (6.12, 6.13 és 6.14) is azt láthatjuk, hogy a leghatékonyabb akkor lesz a gerenda, ha a tényleges támaszköz 3-6 méter között lesz. Ha alaposabban vizsgáljuk a grafikonokat, láthatjuk, hogy az 5 méteres támaszköz adja mindig a leghatékonyabb konstrukciót (mert a legrövidebb fesztáv mindig a leghatékonyabbak között lesz, hiszen nem kell hozzá köztes oszlopot építeni), ám a teher növelésével a hatékonyabb minták támaszköze csökken. Írjuk föl tehát a másik három (0; 5 és 20 kN/m-es) külső teherhez tartozó öt leghatékonyabb mintát is! A 0 kN/m-es

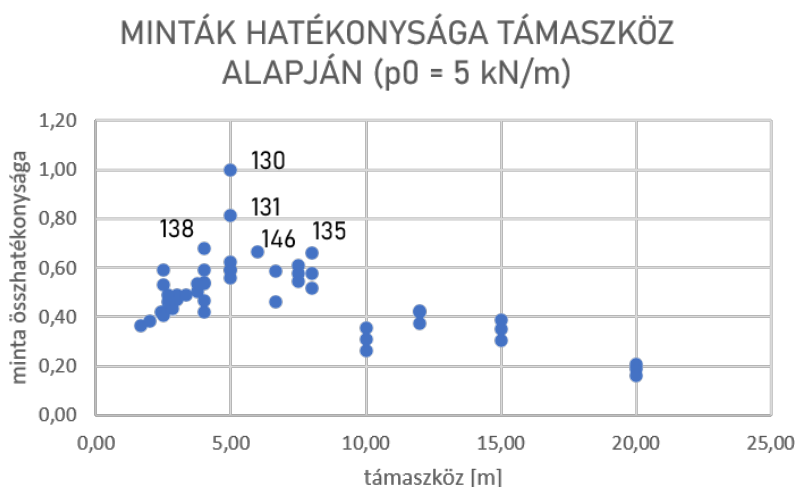


6.11. ábra. A mellékelt táblázat "B adatsor" munkafüzetének U oszlopában lévő hatékonyságok alapján (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablazat.xlsx)



6.12. ábra. A mellékelt táblázat "B adatsor" munkafüzetének U oszlopában lévő hatékonyságok alapján (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablazat.xlsx)

külső teherre tervezett öt leghatékonyabb konstrukció sorszáma és támaszköze: 91. - 5 m; 93. - 5 m; 94. - 5 m; 101. - 8 m; 117. - 7,5 m. Az 5 kN/m-es külső teherre tervezett



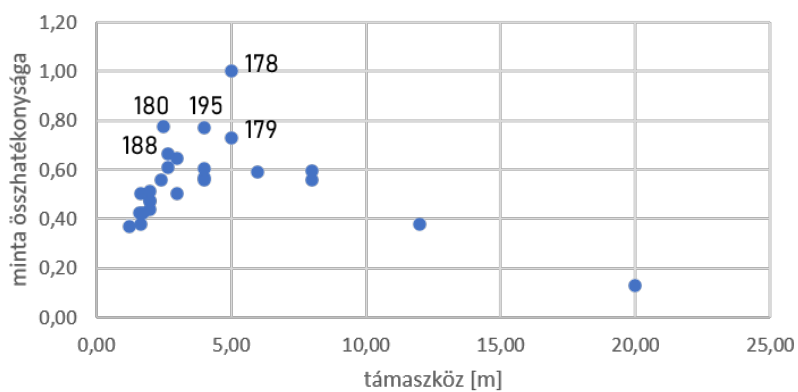
6.13. ábra. A mellékelt táblázat "B adatsor" munkafüzetének U oszlopában lévő hatékonyságok alapján (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablázat.xlsx)

öt leghatékonyabb konstrukció sorszáma és támaszköze: 130. - 5 m; 131. - 5 m; 135. - 8 m; 138. - 4 m; 146. - 6 m. A 20 kN/m-es külső teherre tervezett öt leghatékonyabb konstrukció sorszáma és támaszköze: 178. - 5 m; 179. - 5 m; 180. - 2,5 m; 188. - 2,67 m; 195. - 4 m.

A 0 kN/m-es teherhez tartozó öt leghatékonyabb minta támaszközének átlaga 6,1 m, az 5 kN/m-hez tartozóknak 5,6 m, a 10 kN/m-hez tartozóknak 4,8 m, míg a 20 kN/m-hez tartozóknak 3,83 m. Jól látszik az, hogy a teher növelésével hogyan csökken a hatékony támaszköz értéke. A 6.15 grafikonon ábrázolva ezen támaszköz-átlagértékeket egy láthatjuk, hogy nagyságrendileg egy egyenesen helyezkednek el. Ezen lineáris egyenes pontjainak számításával közelíthetjük tehát az adott külső teherre a környezeti és gazdasági szempontból hatékony vasbeton gerendakonstrukciók támaszközét:

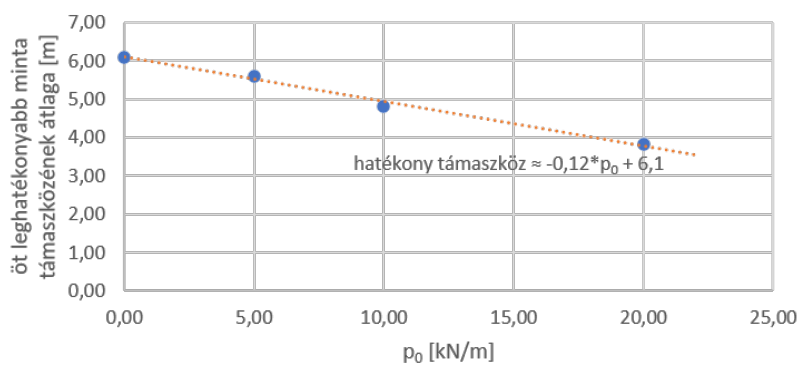
$$\text{hatékonytámaszköz} \approx -0,12 \cdot p_0 + 6,1$$

MINTÁK HATÉKONYSÁGA TÁMASZKÖZ ALAPJÁN ($p_0 = 20 \text{ kN/m}$)



6.14. ábra. A mellékelt táblázat "B adatsor" munkafüzetének U oszlopában lévő hatékonyságok alapján (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablazat.xlsx)

Külső teher és az átlagos hatékony támaszköz összefüggése

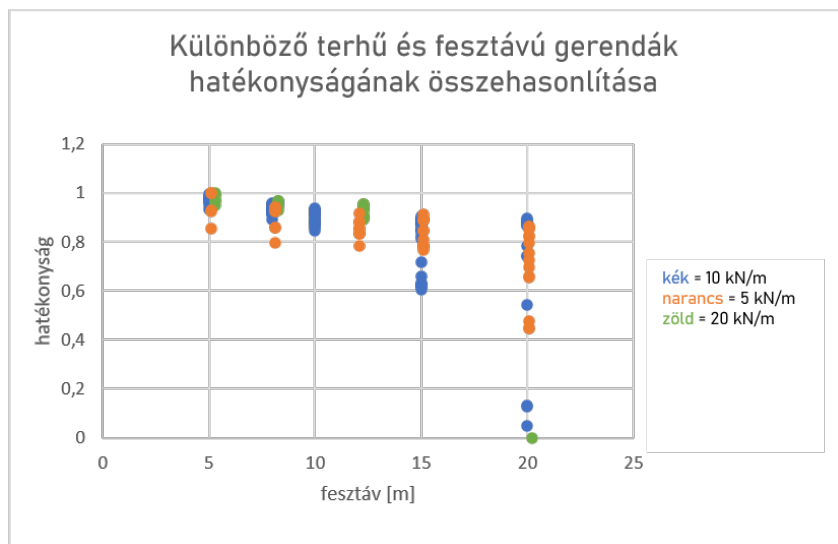


6.15. ábra

6.2.2. Gépi eredmények értékelése

A DEA módszerrel végzett hatékonyságvizsgálat inputjának a fesztávot és a külső terhet, míg outputnak a CO_2 kibocsátást és a gerendák árát választottuk (lásd a mellékelt táblázat "B adatsor" munkafüzetének V oszlopát (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablázat.xlsx)). A külső teherrel nem terhelt ($p_0 = 0 \text{ kN/m}$) gerendákra a gépi számítást annak szingularitása miatt nem végeztük el.) Célunk itt az volt, hogy megvalósíthassuk a négy tényezőjű vizsgálatot (két input és két output paraméterrel), amire már kézi módszer nem létezik. Így tud megvalósulni az, hogy a fesztávon kívül a változó külső teher hatását is figyelembe vesszük a gerendán.

A vizsgálat azt mutatja, hogy a kézi számítás eredményei sokkal közelebb vannak a gépi eredményekhez, mint azt az A adatsor kétféle számításakor tapasztaltuk. Ennek oka az, hogy míg ott a más input-output paraméterek miatt más volt a két vizsgálati módszer kérdésfeltevése, itt nagy eltérés nincs benne, csupán egy új vizsgálati szempont is bekerült a paraméterek közé. A fesztáv és támaszok számának összefüggéseit a kézi módszer leírásánál már ismertettük. Most a fesztáv függvényében ábrázoljuk az egyes minták hatékonyságát!



6.16. ábra. A mellékelt táblázat "B adatsor" munkafüzetének V oszlopában lévő hatékonyságok alapján (http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablázat.xlsx)

A 6.16 grafikonon azt láthatjuk, hogy a fesztáv növelésével a leghatékonyabb minták hatékonysága csak kis mértékben csökken. Itt igazolni lehet tehát azt is, hogy az eredeti, nagyobb fesztáv esetén nem érhető el olyan jó hatékonyságú gerendaszerkezet, mint

egy kisebb fesztáv esetén, mert a hatékony támaszköz kialakítása esetén is fordítódik erőforrás a közbelső letámaszkodások kialakítására. Az is látszik ugyanakkor, hogy ez a hatékonyságcsökkenés nem jelentős, mindössze kb. 10 % négyeszeresére növekedő fesztáv mellett. Kijelenthetjük tehát, hogy a nagy fesztáv áthidalása még nem jelent nagy hatékonyságcsökkenést, sokkal több múlik a megfelelő támaszköz (támaszok számának) megválasztásán, valamint a gerenda acél-beton arányán és minőségén.

A gépi futtatás esetünkben nem jelentett nagymértékű többletinformációt a korlátos számú inputú és outputú kézi hatékonyságvizsgálathoz képest. Ennek oka, hogy a külső terhet (mely nem szerepelhetett a kézi számítás változói között) gondosan megválogatva három (négy) fix értékre állítottuk be, és ezen három (négy) típusú adatsoron belül a kézi módszer kiválóan működött, ezzel szemléltetve a módszer használhatóságát. A valós tervezési helyzetekben azonban minden gerenda más-más terhelést kap, nincs két azonos szerkezet: azon eseteket, ahol a fesztáv és a külső teher is minden mintánál eltérő, már csak az ismertetett gépi relatív hatékonyságvizsgálat módszerével lehet számolni.

7. fejezet

Továbbfejlesztési lehetőségek

Az építőipar területén az efféle optimalizálás és hatékonyságvizsgálat még csak kismértékben van jelen. Az épületszerkezeti és -energetikai összehasonlításokra több példát találunk (lásd pl. [5], [10], [3], [11], [16] és [8]), azonban kifejezetten tartószerkezeti elemek hatékonyságvizsgálatát még nem sokan végezték. Dolgozatunkban mi a vasbetonra mint építőanyagra, azon belül is főleg a vonalszerű szerkezetekre (gerendákra) fókuszáltunk, mivel ez napjaink egyik leggyakoribb és legnagyobb karbonlábnyomú építőanyaga. Elemzésünkben kizárólag számolt értékeket vizsgáltunk, az EUROCODE-nak megfelelő módon terveztünk gerendákat. Mindez azonban csak sematikus képe a valóságnak: nem tudtunk és nem is kívántunk valós gerendákat modellezni, mert azok tervezése oly aprólékos munka (pl. az összes szerkesztési szabály betartása, rendelkezésre álló betonacélok figyelembevétele stb.), amit automatikusan lefuttatni több száz mintára nem lehet. Érdemes volna azonban a még pontosabb, valósághűbb számítás céljából valós, megépült szerkezetek vizsgálata is, melyek adatait pl. kiviteli tervekből lehet visszanyerni. Különösen igaz ez akkor, ha a kutatást födém szerkezetekre is ki szeretnénk terjeszteni: ott a gerendákra megalkotott közelítő tervezés sem lehetséges, csak az ökölszabályok alkalmazásával történő közelítő méretfelvétellel van lehetőség. Itt még nagyobb hangsúlyt kaphatna a már megépült vasbeton födémek kiviteli tervek alapján való elemzése. A kiviteli tervek alapján megépült szerkezetek vizsgálatakor érdekes volna kitérni arra, hogy a tervezés előtti, koncepcionális fázisban történő hatékonyságvizsgálat a közelítő méretek alapján mennyire mutat azonos tendenciákat a kész szerkezetek vizsgálatával.

Vasbetonszerkezetek hatékonyságának vizsgálatakor külön hangsúlyt lehetne még fordítani az előregyártott és monolit szerkezetek közti különbségekre. Egy ilyen kutatásban

azonban már lényeges volna nem csak az anyagmennyiségekből számított ár és karbonlábnyom figyelembevétele, hanem a szállítási, kivitelezési összetevők kalkulálása is.

További érdekes kutatási irány lehet a többi építőanyag hasonló hatékonyságvizsgálata: milyen anyagú és keresztmetszetű acél tartó alkalmazása célszerű bizonyos esetekben, milyen falazatot érdemes kialakítani stb. Ezen is túlmutatva öszvérszerkezeteket is érdemes lenne vizsgálni, ám a végső cél egy olyan metódus kidolgozása volna, amely adott szempontok alapján meghatározza, hogy egy adott építési helyzetben melyik építőanyag felhasználása a legoptimálisabb, figyelembe véve az összes vonatkozó szempontot. Például érdemesebb egy meghatározott méretű csarnokkeretet acélból vagy vasbetonból kivitelezni?

A modellt matematikailag is érdemes lehet továbbfejleszteni. A jövőben a következő irányokba tervezünk elindulni: változó skálahatékonyság alkalmazása, outputorientált közelítéssel való összehasonlítás. Az úgynevezett duális modell vizsgálata is érdekes információkkal szolgálhat, ugyanis a primál feladat (ebben a dolgozatban használt modell) matematikailag könnyebben értelmezhető, a duál feladat viszont a tervezők szempontjából praktikusabb megközelítést ad. A primál modell súlyszámai mérnöki tartalom szempontjából nem bírnak jelentős információval, főleg a hatékonysági mutatók miatt érdemes a vizsgálatokat elvégezni. A duál feladat paraméterei viszont iránymutatást adhatnak, hogy milyen stratégiával, melyik inputadatok változtatásával lehet a hatékony működés felé elmozdulni.

8. fejezet

Összefoglalás

Dolgozatunkban a vasbeton gerendák hatékonyságát kívántuk vizsgálni azok környezeti terhelése és ára szempontjából. A vizsgálat nem történhetett a gerendaadatok optimalizálásával, mert az csak akkor lehetséges, ha pontosan ismerjük zárt alakban az optimalizálandó célfüggvényt, amelynek szélsőértékét keressük a megfelelő paraméterek módosításával. Itt a számítás összetett volta miatt ilyen célfüggvényt nem tudtunk előállítani. Az adattudomány fejlődésével azonban a rendelkezésre álló sok ezer már megtervezett gerenda adatai összehasonlíthatóvá válnak akkor is, ha a tervezési helyzetek eltérők. Jelen dolgozatban az általunk előállított adatok egymáshoz képesti, relatív hatékonyságát tudtuk vizsgálni. Erre a főleg közgazdasági területeken bevált relatív hatékonyságvizsgálat matematikai módszerét (DEA = Data envelopment analysis) kívántuk alkalmazni egy, a matematikai modell alapján létrehozott számítógépes program segítségével. Egyik fontos kérdésünk az volt, hogy valóban működik-e ez a módszer az építőipar, szerkezettervezés területén is?

Vizsgálatunknak két része volt: az A adatsor elemzésénél különböző gerendakeresztmetszeteket (illetve azok 1 méter hosszú szakaszait) hasonlítottuk össze egymással, a B adatsor esetében konkrét fesztávokra és különböző külső terhekre számított teljes gerendakonstrukciók hatékonyságára voltunk kíváncsiak. Az A adatsor elemzéséből az acél és beton anyagmennyiségeinek aránya és a környezeti és gazdasági fenntarthatóság közti elmentés összefüggést tártuk fel, a B adatsor DEA vizsgálata során a fesztáv és a támaszok számának összefüggését kerestük a hatékony minták esetén, illetve arra a megállapításra jutottunk, hogy általánosságban bármilyen fesztáv és külső teher áthidalására van a leghatékonyabbhoz közeli megoldás, a kérdés csak az, hogy ahhoz hány közbenső oszlop

kialakítása szükséges. (Az adatsorokat összehasonlításuképpen kézi módszerekkel is vizsgáltuk, melyek eredményei nem minden esetben egyeztek meg a számítógépes DEA modell által adott hatékonysági számokkal.)

Kutatásunkat sok irányba lehetne még folytatni, itt egy fontos építőanyagból, a vasbetonból kialakított egy bizonyos tartószerkezeti elem hatékonysági viselkedését néztük a koncepciótervezési fázisban (még nem megépült elem vagy kiviteli terv), ami csak egy nagyon kis szelete a lehetséges hasonló témáknak. Ugyanakkor fontosnak tartjuk kijelenteni, hogy dolgozatunk rámutatott arra, hogy van helye a más területen bevált relatív hatékonyságvizsgálati módszernek a tartószerkezetek fenntarthatóságának vizsgálatában, ami napjainkban egyre égetőbb problémává válik.

9. fejezet

Melléklet

Az alább látható programkód egy Adatok.xlsx nevű exceltáblát olvas be, amely a szerkezeti elemek input- és outputadatait tartalmazza. Megadtuk a 0.1, 10 súlyszámkorlátpárt és a hozzá tartozó egyenlőtlenségeket. Sikerült találni egy módszert, amely tetszőleges sok input és output esetén előállítja a megfelelő súlyszámkorlátmátrixot (47-109 sor). A 4.4 fejezetben bemutatott modell célfüggvényét és egyenlőség valamint egyenlőtlenség feltételeit beállítva a kód a *linprog* programcsomag segítségével számolja ki az optimális értékeket, amik új exceltáblába kerülnek kiírásra. A beillesztett kód az A adatsor azon esetét számolja, amikor outputnak vesszük az elemek teherbírását, árát és CO_2 kibocsájtását, inputnak pedig a betonszilárdságot, az acélkeresztmetszetet és a betonkeresztmetszetet, de a többi esetre való futtatás is hasonlóan történik.

Az adatokat és a hatékonyságokat tartalmazó táblázat ezen a hivatkozáson keresztül érhető el: http://www.math.bme.hu/uploads/Vegleges_tablazat.xlsx

```
1 %Adatok beolvasasa
2 data = readtable('Adatok.xlsx');
3
4 X = [data.fck, data.ac, data.as];
5 Y = [data.mrd1, data.co21, data.ar1, data.mrd2, data.co22, data.
      ar2, data.mrd3, data.co23, data.ar3];
6
7 also = 0.1;
```

```

8  felso = -10;
9
10 [num_DMUs, num_inputs] = size(X);
11 [~, num_outputs] = size(Y);
12
13 results = cell(num_DMUs, num_inputs + num_outputs + 1);
14
15 for j = 1:num_DMUs
16     X0 = X(j, :);
17     Y0 = Y(j, :);
18
19     % Celfuggveny: min -u * Y0
20     f = -[zeros(1, num_inputs), Y0];
21
22     A1 = zeros(num_DMUs, num_inputs + num_outputs);
23
24     % Egyenlotlenseg feltetelek: u*Y - v*X <= 0, u*P <= 0, v*P <= 0
25     for i = 1:num_DMUs
26         A1(i, :) = [-X(i, :), Y(i, :)] ;
27     end
28
29     b1 = zeros(num_DMUs, 1);
30
31     if num_inputs > 1
32         %inputokra also korlat
33         A2 = zeros(nchoosek(num_inputs, 2), num_inputs+num_outputs);
34         sz = 1;
35         for i=1:num_inputs-1
36             A0 = zeros(1, num_inputs+num_outputs);
37             A0(i) = also;
38             for k=i+1:num_inputs
39                 A0(k) = -1;

```

```

40         A2(sz , :) = A0;
41         A0(k) = 0;
42         sz = sz+1;
43     end
44     A0(i) = 0;
45 end
46
47 %inputokra felso korlat
48 A3 = zeros(nchoosek(num_inputs , 2) , num_inputs+num_outputs);
49 sz = 1;
50 for i=1:num_inputs-1
51     A0 = zeros(1 , num_inputs+num_outputs);
52     A0(i) = felso;
53     for k=i+1:num_inputs
54         A0(k) = 1;
55         A3(sz , :) = A0;
56         A0(k) = 0;
57         sz = sz+1;
58     end
59     A0(i) = 0;
60 end
61 b2 = zeros(2*nchoosek(num_inputs , 2) , 1);
62 end
63
64 if num_outputs > 1
65 %outputokra also korlat
66 A5 = zeros(nchoosek(num_outputs , 2) , num_inputs+num_outputs);
67 sz = 1;
68 for i=num_inputs+1:num_inputs+num_outputs-1
69     A0 = zeros(1 , num_inputs+num_outputs);
70     A0(i) = also;
71     for k=i+1:num_inputs+num_outputs

```

```

72         A0(k) = -1;
73         A5(sz, :) = A0;
74         A0(k) = 0;
75         sz = sz+1;
76     end
77     A0(i) = 0;
78 end
79
80 %outputokra felso korlat
81 A4 = zeros(nchoosek(num_outputs, 2), num_inputs+num_outputs);
82 sz = 1;
83 for i=num_inputs+1:num_inputs+num_outputs-1
84     A0 = zeros(1, num_inputs+num_outputs);
85     A0(i) = felso;
86     for k=i+1:num_inputs+num_outputs
87         A0(k) = 1;
88         A4(sz, :) = A0;
89         A0(k) = 0;
90         sz = sz+1;
91     end
92     A0(i) = 0;
93 end
94 b3 = zeros(2*nchoosek(num_outputs, 2), 1);
95 end
96
97 if num_inputs > 1 && num_outputs > 1
98     A = [A1; A2; A3; A4; A5];
99     b = [b1; b2; b3];
100 elseif num_inputs > 1
101     A = [A1; A2; A3];
102     b = [b1; b2];
103 elseif num_outputs > 1

```

```

104     A = [A1; A4; A5];
105     b = [b1; b3];
106 else
107     A = [A1];
108     b = [b1];
109 end
110
111 % Egyenloseg feltetelek:  $v \cdot X_0 = 1$ 
112 Aeq = [X0, zeros(1, num_outputs)];
113 beq = 1;
114
115 % Also hatarok:
116 lb = zeros(1, num_inputs + num_outputs);
117
118 % Megoldas:
119 options = optimoptions('linprog', 'Display', 'off');
120 [weights, fval] = linprog(f, A, b, Aeq, beq, lb, [], options);
121
122 v = weights(1:num_inputs);
123 u = weights(num_inputs+1:end);
124 fprintf('Optimal u:\n');
125 disp(u);
126 fprintf('Optimal v:\n');
127 disp(v);
128 fprintf('Maximized uY0: %.4f\n', -fval);
129
130 uY0 = u .* Y0';
131 results(j, :) = [num2cell(v'), num2cell(u'), {-fval}];
132
133 end
134
135 %Kiiras excelbe

```

```

136 VariableNames = [arrayfun(@(i) sprintf('v_%d', i), 1:num_inputs,
    'UniformOutput', false), ...
137                 arrayfun(@(i) sprintf('u_%d', i), 1:num_outputs
    , 'UniformOutput', false), ...
138                 {'uY0'}]];
139 T = cell2table(results, 'VariableNames', VariableNames);
140
141 output_filename = 'hatekonysag.xlsx';
142 writetable(T, output_filename);

```

Irodalomjegyzék

- [1] Eurocode 2. *Betonszerkezetek méretezése*. (<https://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/EN-Eurocodes/eurocode-2-design-concrete-structures>).
- [2] Az acélgyártás CO_2 kibocsátása. (<https://www.sustainable-ships.org/stories/2022-/carbon-footprint-steel>).
- [3] Mohsen Shahandashti Minsoo Baek Baabak Ashuri, Jun Wang. *A data envelopment analysis (DEA) model for building energy benchmarking*. Emerald Insight, 2019.
- [4] Amir Beck. *Introduction to nonlinear optimization. Theory, algorithms, and applications with Python and MATLAB*, volume 32 of *MOS/SIAM Ser. Optim.* Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 2nd edition, 2023.
- [5] Kiss Benedek György. *Épületek környezeti hatás szerinti többdimenziós optimalizálása*. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építésmérnöki Kar, Csonka Pál Doktori Iskola, 2022.
- [6] A cementgyártás CO_2 kibocsátása. (<https://www.cement.org/docs/default-source-/th-paving>).
- [7] Tone K. Cooper W. W., Seiford L. M. *Data Envelopment Analysis*. Springer, 2007.
- [8] Paula Hild Mélanie Guiton Emil Popovici Enrico Benetto Diego Iribarren, Antonino Marvuglia. *Life cycle assessment and data envelopment analysis approach for the selection of building components according to their environmental impact efficiency: a case study for external walls*. ScienceDirect, 2015.
- [9] Betonacélok egységárai (2023.). (<https://www.tolnayvasker.hu/termek/acceltermek/betonacel/>).

- [10] Neslihan Alp Nate Barry Endong Wang, Zhigang Shen. *Benchmarking energy performance of residential buildings using two-stage multifactor data envelopment analysis with degree-day based simple-normalization approach*. ScienceDirect, 2015.
- [11] Király Krisztián. *A fenntartható építőipar törekvései és a tartószerkezetek beépített karbonlábnyoma*. Mérnök Újság XXXI. évfolyam 7. szám, 2024.
- [12] David G. Luenberger. *Linear and nonlinear programming*. Boston, MA: Kluwer Academic Publishers, reprint of the 2nd edition edition, 2003.
- [13] Stuart L. Matthews. *fib Model Code 2020: Enabling advances for new and existing concrete structures*. Wiley Online Library, 2023.
- [14] Henrik Stang Michel D. Lepech Mette R. Geiker, Alexander Michel. *Limit states for sustainable reinforced concrete structures*. ScienceDirect, 2019.
- [15] Különböző minőségű betonok egységárai (2023.). (<https://vas-centrum.hu/beton-arlista-ervenyes-2022-masodik-felev>).
- [16] Murat Kucukvar Omer Tatari. *Eco-Efficiency of Construction Materials: Data Envelopment Analysis*. ASCE Library, 2011.
- [17] S. Saha S. Bandyopadhyay. *Some Single- and Multiobjective Optimization Techniques*. Springer Berlin, 2013.
- [18] Különböző szilárdsági osztályba tartozó betonok cementhányadai. (<https://hsamaterial.com/blog/understanding-the-mix-ratio-for-c20-c25-c30-c35>).
- [19] Koltai Tamás. *Relatív hatékonyságvizsgálat (DEA), Alapmodellek és menedzsment-alkalmazások*. Akadémiai Kiadó, 2023.
- [20] Panchapakesan Venkataraman. *Applied optimization with MATLAB programming*. John Wiley and Sons, New York, 2nd ed. edition, 2009.