



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM  
ÉPÍTÉSZMÉRNÖKI KAR

Morfológia és Geometriai Modellezés Tanszék

# APTYCHUSOK SZERKEZETÉNEK GEOMETRIAI ELEMZÉSE

Ferencz Eszter

Konzulensek:

Dr. Domokos Gábor

HUN-REN Morphodynamics Research Group

TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI KONFERENCIA 2024

## BEVEZETÉS

A mezozoikumban kialakult kőzetek jelentős mennyiségű fosszília maradványait őrizték meg. A kalcitos felépítésű fossziliáknak kiemelt szerepe van a paleontológiában a mezozoikumi klíma vizsgálata során, mivel ezek, ellenállva a diagenezis folyamatának, pontos paleohőmérsékleti jelek kinyerésére alkalmasak. Jelentős csoportját képezik ezeknek a maradványoknak a mezozoikumban élt puhatestű külső vázas élőlények, az ammoniteszek, amelyek szájszervi része, az aptychus, szintén kalcium-karbonát anyagú. [1] Az ammoniteszek csigákéhoz hasonlító, de egy síkban felcsavart spirális háza gyakran jól megfigyelhető a reprezentatív középületek padló-, fal- vagy lábazati burkolataként alkalmazott mészkőben is.

Az aptychusok különlegessége, hogy szemben az ammonitesz vázak metastabil, a tengervízben könnyen feloldódó aragonit anyagával, stabil kalcit anyagúak és szerkezetük számos esetben mechanikailag sokkal ellenállóbbnak bizonyult az ammonitesz-vázaknál, így jobb állapotban tudtak fennmaradni azoknál. Felmerül a kérdés, hogy a törékeny kalcit kristályokból hogyan jöhetett létre ilyen nagy szilárdsággal rendelkező anyag. Feltételeztük, hogy a megoldás a szövetek geometriai felépítésében rejlik, erre kerestük a választ munkánk során.

Egy a Mecsek hegységből származó *Laevaptychus* maradvány metszetét vizsgáltuk. Első lépésként az aptychus felszínére merőleges metszetében megjelenő szöveti mintázatot konvex mozaikként értelmeztük, mely a sík konvex sokszögekkel való lefedését jelenti hézagok és átfedések nélkül. Hipotézisünk szerint, a metszet vázát képező mozaik geometriai tulajdonságai magyarázatot adhatnak az aptychus szerkezeti erősségére, melynek igazolásához a [2], [3] munkákban bemutatott konvex mozaikok elméletét használtuk.

Vizsgálatunk második szakaszában azt a sejtést fogalmaztuk meg, hogy az aptychus metszetben kirajzolódó síkbeli mozaik geometriájából a szerkezet térbeli felépítésére is következtethetünk. Bujtor László (Eszterházy Károly Katolikus Egyetem) hívta fel a figyelmet személyes közlésben arra, hogy az aptychus anyagának szerkezete hasonlóságot mutat a Bouligand -szerkezethez. A Bouligand- szerkezet egy spirálisan rétegzett, szálak szerkezeti rendszer, amelyben a szálak rétegenként fokozatosan elfordulnak egymáshoz képest egy meghatározott szögben vagy tartományon belül. A Bouligand- szerkezet természetes megjelenésének számos példája már ismert, például rákfélék páncéljában található kitin alapú szerkezetek esetében [4]. Az ilyen típusú geometriai elrendezés jelentősen megnöveli az anyag mechanikai ellenálló képességét és izotróp viselkedést biztosít a repedésekkel szemben.

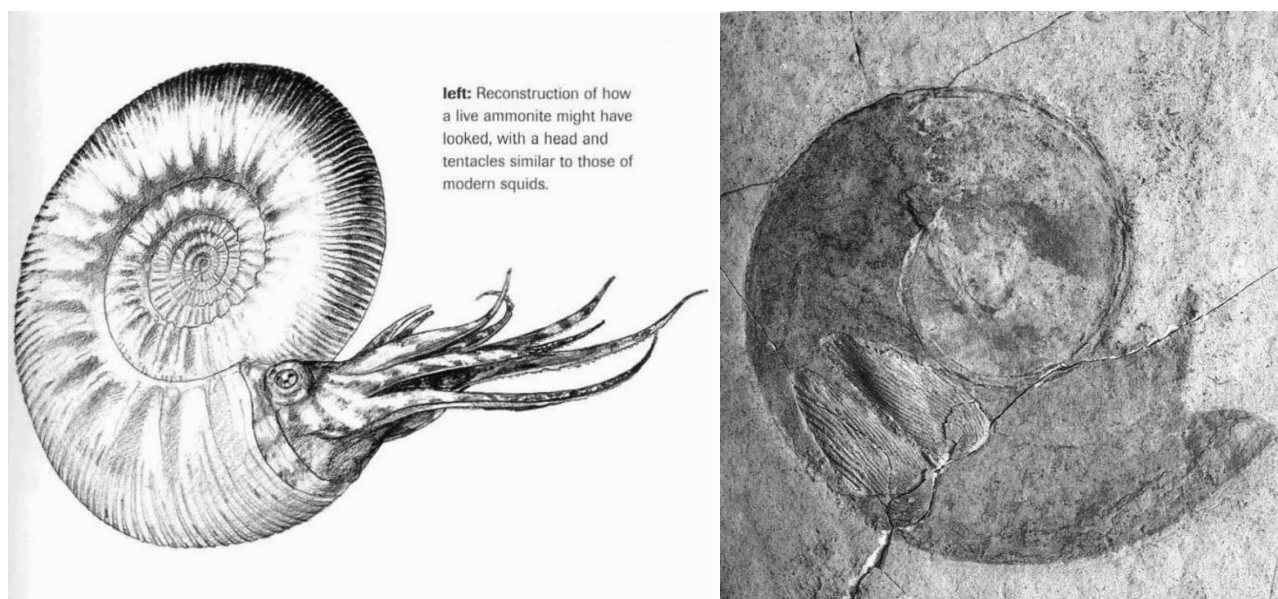
A feltevés igazolásához Farkas Csaba (HUN-REN CSFK Földtani és Geokémiai Intézet) azonosította és jelölte meg a T, illetve X,Y típusú csomópontokat. Bouligand- szerkezet esetén várható, hogy a “ T “ csomópontok relatív gyakorisága erősen fluktuálni fog, attól függően, hogy a metszet síkja az elmetszet réteg tengelyével milyen szöget zár be. Az aptychus szöveten mért adatokat összevetettük egy Poisson pontfolyamat által generált véletlen pontthalmazon és egy szabályos Bouligand -szerkezet metszetén mért adatokkal. Az eredmények egyértelműen azt mutatták, hogy a kísérleti metszet adataiban megfigyelhető fluktuáció nem a véletlennek köszönhető, hanem a szerkezet geometriájának terméke. Tehát az aptychus kivételes szilárdsága jelentős részben a Bouligand- szerkezethez hasonló anyagszerkezeti tulajdonságainak köszönhető.

## TARTALOMJEGYZÉK

|                                                          |    |
|----------------------------------------------------------|----|
| BEVEZETÉS.....                                           | 2  |
| TARTALOMJEGYZÉK .....                                    | 3  |
| AMMONITESZEK .....                                       | 4  |
| VIZSGÁLT MINTA.....                                      | 6  |
| KONVEX MOZAIKOK.....                                     | 8  |
| AZ APTYCHUS SZERKEZETI METSZETE MINT KONVEX MOZAIK ..... | 10 |
| BOULIGAND- SZERKEZET.....                                | 12 |
| APTYCHUS MINT BOULIGAND- SZERKEZET .....                 | 13 |
| EREDMÉNYEK.....                                          | 15 |
| ÖSSZEFOGLALÁS .....                                      | 17 |
| IRODALOMJEGYZÉK .....                                    | 18 |
| ÁBRAJEGYZÉK.....                                         | 19 |
| KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS .....                                | 20 |

## AMMONITESZEK

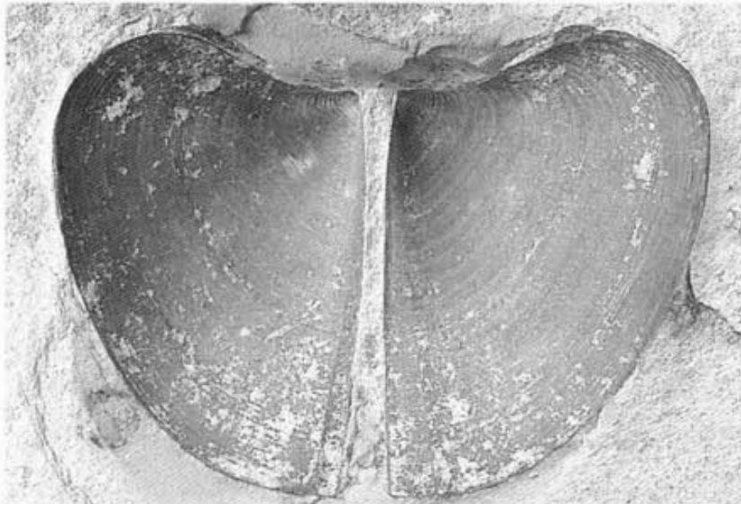
Az ammoniteszek a tengeri, normál sósvízi élőlények egy kihalt csoportja, melyek az ordovicium időszakban, mintegy 450 millió évvel ezelőtt jelentek meg, és a kréta időszak végén, körülbelül 66 millió évvel ezelőtt haltak ki a dinoszauruszokkal együtt. A lábasfejűek (Cephalopoda) osztályába tartoztak, így rokonságban álltak a ma élő tintahalakkal és polipokkal. Az ammoniteszek spirális, belül kamrázott házzal rendelkeztek, amely rendkívül változatos méretű és formájú lehetett, a régiótól, az időszaktól és a különböző fajoktól függően. Ezek az élőlények a világ óceánjainak szinte valamennyi élőhelyét, a trópusoktól a sarkvidékig, sekélytől a mélytengerig meghódították, ahol planktonnal és kisebb tengeri élőlényekkel táplálkoztak. Egyedi házszerkezeteik kiválóan konzerválódtak, így gyakori maradványok mészkövekben, agyagokban és homokkővekben [1].



1. ábra: Illusztráció, arról, hogy hogyan nézhetett ki, egy élő ammonitesz. Ammonitesz fosszília, *aptychus* maradvánnyal a testkamrában. [1]

Mivel egyetlen faj vagy alfaj gyakran csak kétmillió évig, vagy még kevesebb ideig maradt fenn, a paleontológusok ma kulcsfontosságú fossziliákként használják őket a kőzetrétegek korának meghatározásához. Sok ammoniteszfaj globálisan is elterjedt volt, ezért ha egy bizonyos faj két különböző helyen található kőzetben fellelhető, akkor a geológusok biztonsággal állíthatják, hogy mindkét képződmény egy időben rakódott le [1].

Az ammonitesz spirális vázának környezetében, vagy a lakókamra belsejében gyakran előfordul, hogy ún. *aptychus* maradványokat is találnak (2. ábra). Az *aptychus*ok párban vagy egyesével előforduló, enyhén görbült, bordázott vagy sima felületű, kalcitos szerkezetű, két elemből álló lemezek, melyek funkciója a mai napig vita tárgyát képezi. Általánosan elfogadott, hogy valószínűleg az ammoniteszek szájszervének szerves részeként működtek.



2. ábra: Párban fennmaradt aptychus maradványok [1].

Horacio Parent és Gerd E. G. Westermann munkája szerint [5] az aptychusok többfunkciós szervként szolgáltak, támogatva az ammonitesz különböző létfenntartó tevékenységeit. Leggyakrabban, az állat táplálkozásában, védekezésben és víz alatti mozgásában volt jelentős szerepük. Példaként, az aptychusok sok esetben az ammonitesz vázának pereméhez szinte tökéletesen illeszkedtek, ami arra enged következtetni, hogy operculumként is funkcionáltak, lezárva a lakókamrát és megvédve a lágytestet a ragadozók támadásaitól. Egyes szerzők szerint az aptychusnak az úszási képességek erősítésében is szerepe lehetett[5].

Az aptychus fossziliák jelentősége, többek között, a mezozoikum éghajlatának kutatásában mutatkozik meg. Az éghajlati viszonyok feltérképezéséhez olyan képződmények elemzésére van szükség amelyek ellenállnak a diagenetikus átalakulásnak, például különböző kalcitkövületek. A tengervíz paleohőmérsékletének meghatározására szolgáló, széles körben alkalmazott eszköz az oxigénizotópos termometria, mely a vízben található  $^{16}\text{O}$  és  $^{18}\text{O}$  oxigénizotópok arányán alapul. Ez az érték folyamatosan változik a víz hőmérsékletének változásával. Kalcitos szerkezete miatt az ammonitesz aptychusának maradványai az ilyen vizsgálatokhoz alkalmas mintának bizonyulnak. [6]

Emmellett, az aptychusok másik figyelemre méltó tulajdonsága, hogy bár törékeny kalcitkristályok alkotják, szerkezetük mégis jelentős szilárdsággal rendelkezik. Ennek köszönhetően ellenállóbbak a környezeti hatásokkal szemben, és gyakran sokkal jobb állapotban maradtak meg, mint az ammoniteszek spirális házai. A dolgozatomban továbbá az aptychusok ezen kiemelkedő tulajdonságát fogom vizsgálni, annak szerkezeti okait keresve.

## VIZSGÁLT MINTA

Az általunk vizsgált aptychus minta Bujtor és Albrecht gyűjtéséből származik, melyet 2021-ben publikáltak [7]. A talált leleteket további kutatások során is használták a [6]-ban bemutatott munka keretében.

A maradványok a Mecsek hegységből, Zengővárkony közeléből származnak, amely Magyarország déli részén helyezkedik el. A Mecsek hegység kora jura időszaki rétegei sekély, szénben gazdag, klasztikus és márgás üledékekből állnak, vastag homokkőrétegekkel, amelyek egy gyorsan süllyedő üledékes medence jelenlétére utalnak, rövid távú ciklikus változásokkal. A jura középső időszakában a terület a Tisza-mikrokontinens részeként elkülönült az európai lemez peremétől, és a Tethys-óceánhoz hasonló körülmények közé került, ami pelágikus mészkőképződést eredményezett, ammonitico rosso típusú üledékekkel, különösen az oxfordi és kimmeridgei időszakokban.

Ezek a változások a fauna összetételében is tükröződtek, ahol a mélytengeri ammoniteszek aránya jelentősen növekedett az időszakban. A Mecsek területét ammoniteszek és egyéb mélyvízi élőlények, például brachiopodák népesítettek be. Ennek köszönhetően a térségben jellegzetes sötétvörös, ammonitico rosso típusú mészkőrétegek számos tengeri maradványt őriztek meg [7].

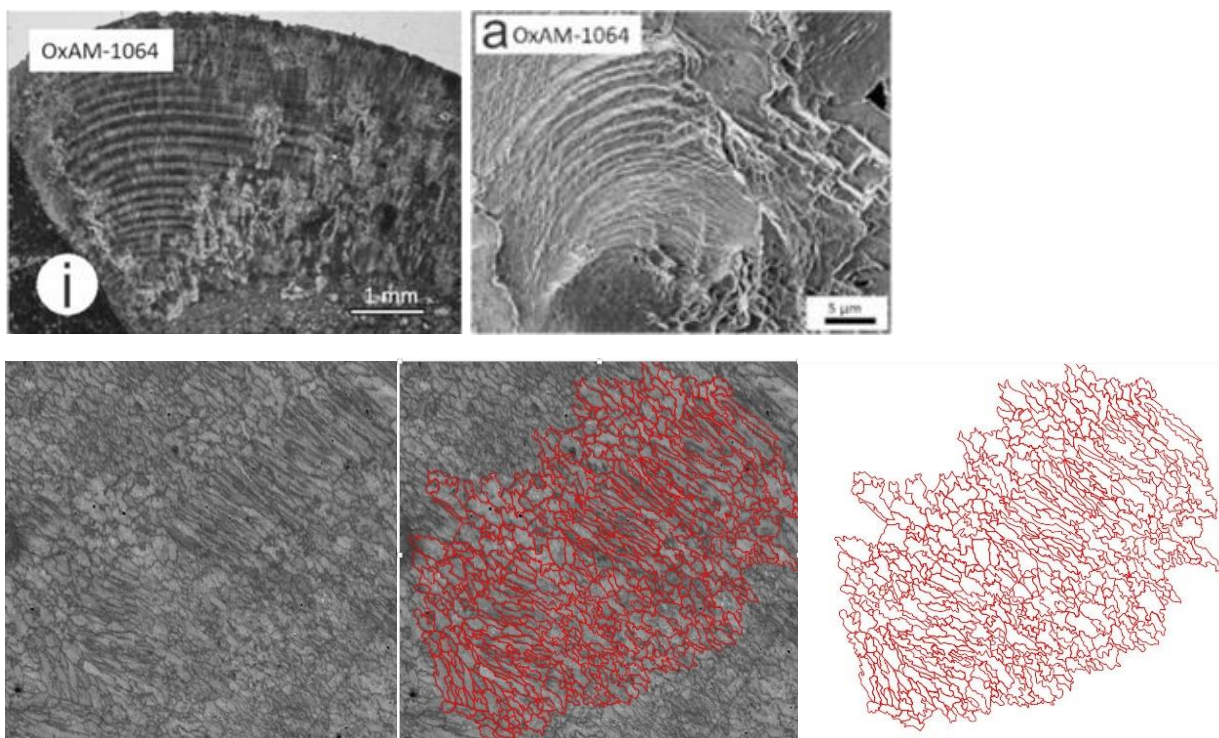
A kutatás során elemzett *Laevaptychus* maradvány a *Laevaptychus* sp. ex gr. *hoplisus-obliquus* csoportba tartozik. Ezek a fajok szoros kapcsolatban állnak az *Aspidoceras* nemzetséggel, földrajzi és rétegtani eloszlásuk szorosan követi gazdaállatuk, az aspidoceratid ammoniteszek elterjedését.



3. ábra: a) *Aptychus* fosszília a Mecsek hegységből, léptékjelző vonal 1 cm. b) *Ammonitico rosso* típusú vörös mészkő, a gyűjtés helyszínén [7]

A [6]-ban bemutatott kutatás során *Laevaptychus* fossziliák stabilizotópos elemzését végezték, azt vizsgálva, hogy ezek a maradványok megbízható adatforrást jelentenek-e a paleohőmérsékleti rekonstrukciókhoz. A kutatás során metszetet készítettek a fossziliáról, majd különböző eljárásokkal mikroszkopikus képek készültek a szöveti szerkezetről (4. ábra).

A 4. ábrán látható az aptychus metszet egy kisebb részletének a visszaszórt elektrondiffrakciós Electron Back Scattered Diffraction, EBSD) szöveti képe. A vizsgálatot Zajzon Norbert (Miskolci Egyetem) készítette. A képen jól elkülöníthetők a különböző szemcsék határvonalai. Ezeknek a celláknak a körvonalairól Farkas Csaba (HUN-REN CSFK Földtani és Geokémiai Intézet) által készített rajzolatot (4. ábra piros rajz), valamint az általa azonosított X-Y-T csatlakozás-eloszlást használtuk a jelen dolgozat elkészítése során.



4. ábra: a) A. Optikai mikroszkópos kép a Bujtor et al. (2024) által vizsgált OXAM-1064 minta szövetéről [6]. b) Laevaptychus OXAM-1064 mintáról készült visszszórt elektrondiffrakciós kép [6]. c) Az aptychus kristálytani szerkezete, pirossal kirajzolva a szemcsék határai.

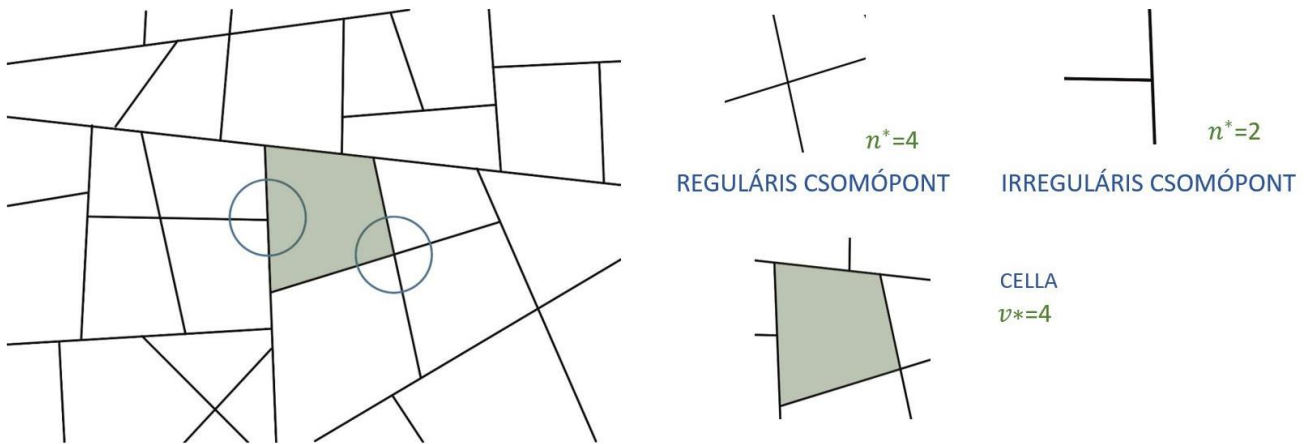
## KONVEX MOZAIKOK

Az aptychus szöveti geometriájának megértéséhez a metszetben kirajzolódó mintázatot konvex mozaikként vizsgáljuk, az [2], [3]-ben kidolgozott elmélet alapján. A sík sokszögekkel való lefedését nevezzük konvex mozaikoknak, a sokszögek között hézagok és átfedések nélkül. A mozaikot alkotó poligonok a mozaik cellái, a cella szögeinek száma, pedig a cella fokszáma, melyet  $v^*$ -al jelölünk. Több cella csúcsának egy pontban való találkozását csomópontnak nevezzük. A csomópontban találkozó cellacsúcsok száma határozza meg a csomóponti fokszámot, az  $n^*$  értékét. Az  $n^*$  és  $v^*$  értékek teljes mozaikon számolt átlaga: az  $\bar{n}^*$  és  $\bar{v}^*$ , melyek kombinatorikailag fontos jellemzői a konvex mozaikoknak.

A mozaikok csomópontjainak két jelentősen eltérő típusát különböztethetjük meg: a reguláris és az irreguláris csomópontokat. Reguláris csomópontokról beszélhetünk ha az adott pontba kizárólag valamelyik csúcsukkal csatlakoznak a környező cellák, irreguláris csomópontnak nevezzük azt az esetet amikor egy csomópontban több cella csúcsa találkozik egy másik cella élével. A 5. ábra szemlélteti a két típus közötti különbséget. A leggyakrabban előforduló reguláris csomópontok fokszáma  $n^* = 3$  vagy  $n^* = 4$  és „Y” vagy „X” alakúak. Az irreguláris csomópontok legjellemzőbb típusa „T”-re hasonlít és  $n^* = 2$  csomóponti fokszámmal rendelkezik.

A mozaikban megszámlálható reguláris ( $N_R$ ) és irreguláris ( $N_I$ ) csomópontok számának aránya határozza meg a mozaik regularitását ( $r$ ), amely a [2] alapján a következő képpen adható meg:

$$(1) \quad 0 \leq r \equiv N_R / (N_R + N_I) \leq 1$$

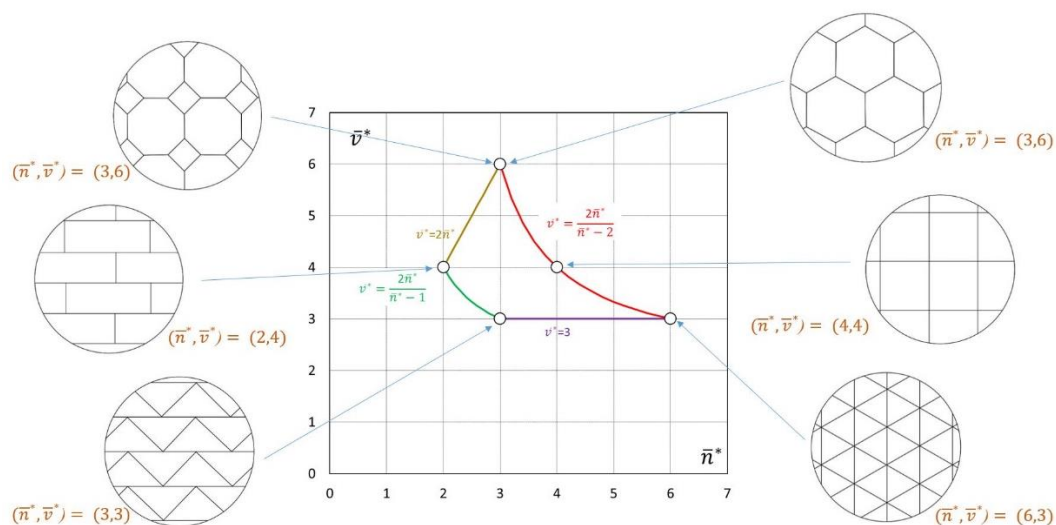


5. ábra: KONVEX MOZAIK: a sík konvex sokszögekkel való lefedése, hézagok és átfedések nélkül. Alapfogalmak: mozaik egy cellája, példa reguláris és irreguláris csomópontokra.

A mozaikokat az  $\bar{n}^*$  és  $\bar{v}^*$  átlagokkal ábrázolhatjuk az ún. szimbolikus síkon  $[\bar{n}^*, \bar{v}^*]$ , ahol a két érték segítségével egy ún. szimbolikus pont rendelhető minden mozaikhoz. Fontos megjegyezni, hogy ez a hozzárendelés fordított irányban nem egyértelmű, vagyis a szimbolikus sík egy pontjának több mozaik is megfeleltethető (6. ábra). A szimbolikus síkon a konvex mozaikok által lefödött terület határa szintén meghatározható [8] a következő egyenlet segítségével:

$$(2) \quad \bar{v}^* = \frac{2\bar{n}^*}{(\bar{n}^* - r - 1)}$$

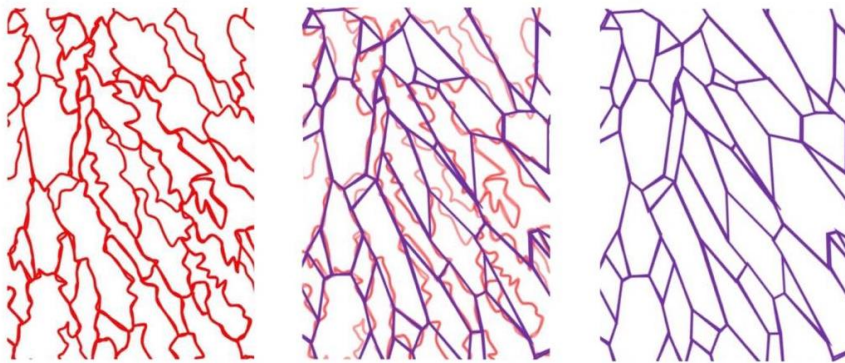
A szimbolikus síkon a konvex mozaikok által elfoglalt terület meghatározásánál (6. ábra) azt is figyelembe kell venni, hogy a reguláris csomópontok foksámának legkisebb értéke  $n^* = 3$  és az irreguláris csomópontok foksámának legkisebb értéke pedig  $n^* = 2$  lehet.



6. ábra: Szimbolikus sík és néhány egyszerű szabályos mozaik ábrázolása a szimbolikus síkon, Megfigyelhető, hogy a szimbolikus sík egy pontja több mozaik szimbolikus pontja is lehet (az ábrán  $[\bar{n}^*, \bar{v}^*] = [3, 6]$  pont).

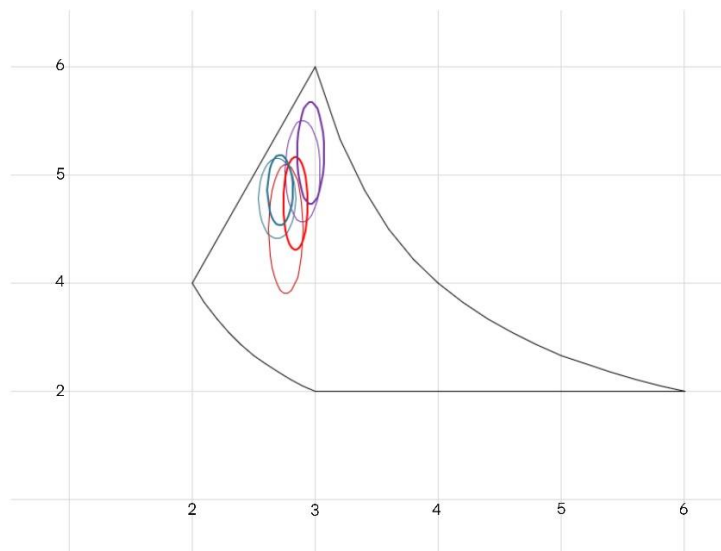
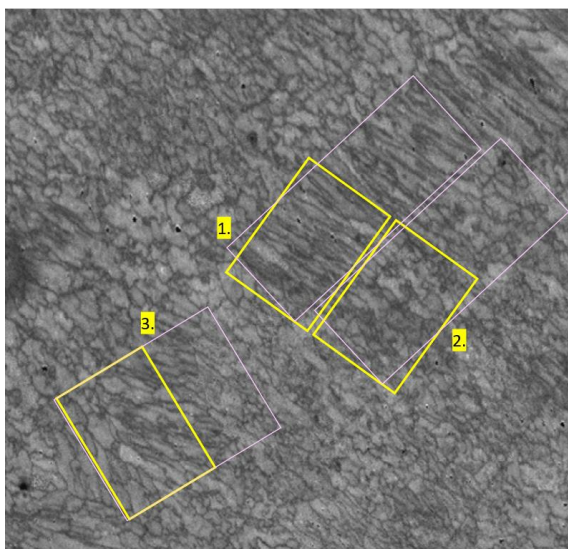
## AZ APTYCHUS SZERKEZETI METSZETE MINT KONVEX MOZAIK

Az aptychusmetszetet vizsgálva azt a sejtést fogalmaztuk meg, hogy a rágószerv nagyfokú szilárdsága nagyrészt a metszetében megjelenő mozaik geometriájára vezethető vissza. Ahhoz, hogy matematikailag vizsgálni tudjuk a metszetben kirajzolódó mintázatot első lépésként konvex mozaikként modellezzük azt. Feltételezzük, hogy az eredeti szöveti mintázat cellái megfelelő pontossággal közelíthetők poligonokkal. Úgy határozzuk meg a metszet vázát képező konvex mozaikot, hogy meghatározzuk az összes metszetben kialakult csomópontot és ezek típusát. Ezután az éllel összekapcsolt csomópontokat egyenes szakaszokkal kötjük össze. Úgy is fogalmazhatnánk, hogy “kisimítjuk” az eredeti mintázatban a cellák éleit a 7. ábrán látható módon.



7. ábra: Az aptychusmetszet vizsgálata konvex mozaikként

A teljes metszetben szövettanilag jól elkülöníthetőek különböző mintázatú kisebb területek, ezért a méréseinket külön-külön ezeken a kisebb tartományokon végeztük. A 8. ábrán látható a három kijelölt mérési terület, az 1. tartományban hossztengetyi metszetben láthatóak a szemcsék, a 2.-ban keresztmetszetben, a 3.-ban pedig harántmetszetben. Mindegyik területet két szinten vizsgáltunk, egy több adatot biztosító, nagyobb területen (8. ábra, lila téglalapok) és egy tisztább szöveti képet mutató, kisebb területen (8. ábra, sárga téglalapok).



8. ábra: a) Mérési területek az aptychus metszeten. b) A különböző területeken mért csomópontok és cellafokszámok átlaga által meghatározott szimbolikus pontok 90%-os konfidencia-ellipszisei a szimbolikus síkon. Vékony vonal: a kisebb téglalapok, vastag vonal: nagyobb téglalapok. Piros: 1.terület, kék: 2.terület, zöld: 3.terület.

Egy konvex mozaik geometriájából fakadó szerkezeti szilárdságát az úgynevezett cellasűrűség értékével jellemezhetjük:

$$(3) \quad \rho = \frac{\bar{v}^*}{\bar{n}^*}$$

Minél nagyobb a  $\rho$  értéke, annál kedvezőbbek a mozaik szilárdsági tulajdonságai ( például egy hálósan rakott téglafal esetén  $\rho = 1$ , egy kötésben rakott téglafal esetén  $\rho = 2$ ). Konvex mozaikok esetén tudjuk, hogy:

$$(4) \quad 0.5 \leq \rho \leq 2.$$

Jelöljük  $\rho$  átlagát  $\rho_a$ -val és a szórását pedig  $\rho_d$ -vel.

Az kijelölt területeken mért adatokra:

$$(5) \quad \rho_a = 1.73 \quad , \quad \rho_d = 0,057 \quad .$$

Hogy kontextusba helyezzük a kapott értékeket, összehasonlíthatjuk megépült, és máig fennmaradt történelmi falak adataival [10]:

$$(6) \quad 1.61 \leq \rho \leq 2$$

$$(7) \quad \rho_a = 1.82, \rho_d = 0.1 \quad .$$

Figyelembe véve az (5) pont alapján számolt adatok bizonytalanságát, megállapíthatjuk  $\rho_a$  a érték konfidencia intervallumának határait, mely szerint kijelenthetjük, hogy az általunk vizsgált kovex mozaikok esetén 90% valószínűséggel teljesül az

$$(8) \quad 1.68 < \rho_a < 1.80$$

egyenlőtlenség.

Az 8. pontban az aptychus metszetre meghatározott adatok, a konvex mozaikokra jellemző (4) egyenlőtlenséggel és a falakra vonatkozó (6) (7) adatokkal is összehasonlítva kedvező eredményeket hoznak, és arra engednek következtetni, hogy a hipotézisünk, mely szerint az aptychus szilárdsága nagyrészt a szerkezeti geometriájának köszönhető, igaz.

Továbbá, érdemes megjegyezni, hogy az eredeti szövetben kialakult cellák élei nem egyenes szakaszok, hanem enyhén cikcakkosak. Ezt a jellemzőt mi a méréseink során elhagytuk, hogy alkalmazni tudjuk a metszetre a konvex mozaikok elméletét, viszont a valóságban ez a tulajdonság még inkább erősíti az anyag szerkezeti felépítését.

## BOULIGAND- SZERKEZET

Személyes szóbeli közlés során Bujtor László (Eszterházy Károly Katolikus Egyetem) hívta fel a figyelmet arra, hogy az aptichusz anyagának szerkezete hasonlóságot mutat a Bouligand- szerkezethez. A Bouligand- szerkezet egy olyan különleges anyagszerkezet, mely geometriai felépítésének köszönhetően kivételes szilárdságot és mechanikai ellenállóképességet biztosít az anyagnak. A Bouligand- szerkezet egymáshoz képest fokozatosan elforgatott rétegekből épül fel, ahol az egyes rétegek közötti szögeltolódás lehet egy állandó, vagy adott tartományon belül változó paraméter. A szerkezetet alkotó rétegek pedig egymáshoz igazított, konvex poliéderekből álló prizmatikus kötegekből állnak. A poliéderek, a szomszédos poliéderekhez és a rétegeket alkotó sorokhoz képest is eltolva, “téglakötés-szerűen” csatlakoznak egymáshoz (9. ábra).

A Bouligand-szerkezet a természetben fellelhető komplex anyagszerkezetek egyik kiemelkedő példája. Például a rákfélék páncéljában található szilárd anyagok, mint a kitin, gyakran mutatják ezt a szerkezeti mintázatot. Ezekben az esetekben a réteges, szálas szerkezet különösen hatékony a mechanikai terhelésekkel, például a nyomással és ütésekkel szemben, miközben kis súlyt és rugalmasságot biztosít az anyagnak [4].

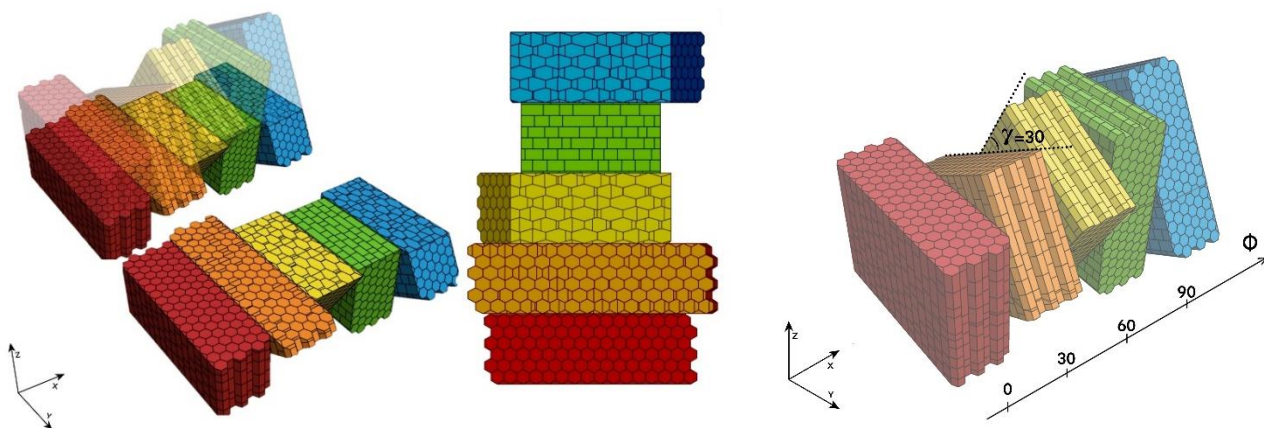
A Kaijin Wu és munkatársai által 2020-ban készített publikáció szerint [4] különböző típusú Bouligand-szerkezetek az elforgatott rétegek által leírt  $180^\circ$ -os fordulaton belül három fontos paraméterrel írhatóak le:

*forgási szög ( $\gamma_0$ ):* a szomszédos rétegek közötti szögeltolódás mértéke

*dimenzió nélküli szálhossz ( $l$ ):*  $l/d$ , ahol  $l$  a rostsál hossza és  $d$  a szál átmérője

*csavarási szög ( $\phi$ ):* azt az irányt jelöli, amely szerint az egyes rétegek elfordulnak az x tengely körül, a csavarási szögeloszlás egy fordulaton belül szintén a szerkezet fontos jellemzője

A 9. ábrán látható a Bouligand szerkezetek egyik típusának általam készített modellje. A modellben a rétegeket alkotó rostsálakat hatszög alapú, egymás után sorolt különböző hosszúságú hasábokkal modelleztem. A hasábok a szomszédos szálakban egymáshoz képest eltolva érnek véget. Egy réteget több sor egymás mellé rendezett „rostsál” alkot, az ábrán a különböző rétegeket különböző színekkel jelöltem. Minden réteg  $\gamma_0 = 30^\circ$ -kal van elforgatva az előző réteghez képest az x tengely körül, tehát az első pirossal jelölt réteghez képest a következők rendre  $\phi = 30^\circ$ ,  $\phi = 60^\circ$ ,  $\phi = 90^\circ$  és  $\phi = 120^\circ$ . Ezután a szerkezetet elmetasztem az xy síkkal párhuzamosan középen. Látható, hogy a különböző rétegek metszeti képe milyen mértékben változik a metszősík és a hasábok tengelye által bezárt szög függvényében. Ez a megfigyelés szolgált a következőkben tárgyalt hipotézis alapjául.



9. ábra: Bouligand- szerkezet felépítése és metszete

## APTYCHUS MINT BOULIGAND- SZERKEZET

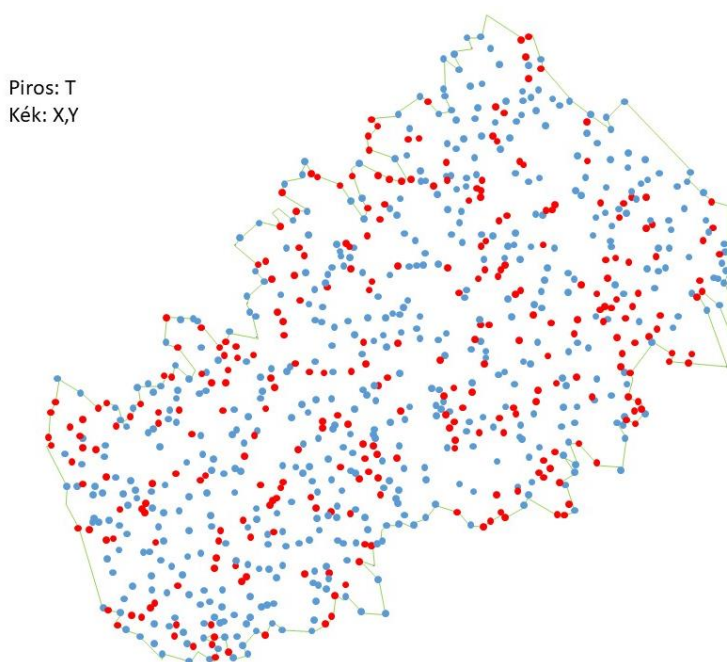
Az aptychus metszetében megjelenő konvex mozaik elemzése során a Farkas Csaba által beazonosított és megszámlolt reguláris (T), illetve az irreguláris (Y,X) típusú csomópontok helyét pirossal (T) és kék ponttal (Y, X) jelöltük (10. ábra). Megfigyelhető, hogy a metszeten belül a különböző kisebb területeken jelentősen eltér a T, illetve az Y, X típusú csomópontok aránya.

Feltételezésünk szerint ennek a jelenségnek a magyarázata az aptychus szövetének háromdimenziós szerkezeti rendszerében rejlik, és az általunk vizsgált metszet egy Bouligand -szerkezet síkbeli metszetének felel meg.

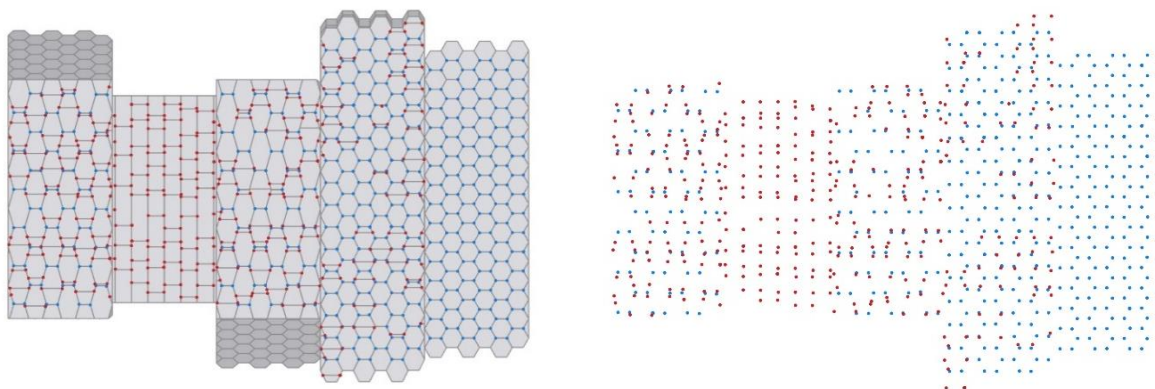
Hipotézisünk igazolásához először vegyük szemügyre alaposabban a korábban bemutatott szabályos Bouligand -szerkezet (9. ábra) metszetét. A 11. ábrán az aptychus metszethez hasonlóan piros és kék színnel jelöltük a különböző típusú csomópontokat. Látható, hogy ahol a metszősík a réteg tengelyével párhuzamos, ott kizárólag reguláris, T típusú csomópontok keletkeztek. Amint a metszősík és a réteg tengelye által bezárt szög nőni kezd ( a mi modellünkben  $30^\circ$  majd  $60^\circ$ ), úgy fog nőni fokozatosan az irreguláris csomópontok száma is addig, amíg az említett szög el nem éri a  $90^\circ$ -ot, amikor a metszősík a réteget éppen merőlegesen vágja el és az összes keletkező csomópont irreguláris lesz. Az ezt követő rétegben ismét kevesebb lesz a reguláris és több az irreguláris csomópont és így tovább.

Visszatérve a aptychus szerkezetében megfigyelt mozaikhoz, feltehetjük a kérdést, hogy a kisebb területek között megfigyelt látványos különbség jelentheti-e azt, hogy ugyanazt a jellegű mintázatot látjuk, csak különböző torzításban. Ha a feltételezés helyes, akkor az arra mutatna rá, hogy az aptychus kalcitos szerkezete is prizmatikus jellegű, vagyis hasábok alkotják, melyek nyalábokként csoportosulnak. Emellett a nyalábok egymással és a metszősíkkal is különböző szöget zárnak be, tehát az eltérő mintázatú területek a mozaikon valójában különböző nyalábok jelenlétére utalnak.

Másképpen fogalmazva, a síkbeli metszeten az irregularitás változása a térbeli szerkezetben különböző rétegek jelenlétére utal, és a rétegek irányának változását tükrözik.



10. ábra: Az aptychus metszetben megjelenő konvex mozaikon az irreguláris T(piros) és a reguláris Y,X(kék) csomópontok helye Farkas Csaba (HUN-REN CSFK Földtani és Geokémiai Intézet) vizsgálatai alapján.



11. ábra: A Bouligand -szerkezet metszetében keletkező irreguláris  $T$ (piros) és reguláris  $Y,X$  (kék) csomópontok

## EREDMÉNYEK

Ahhoz, hogy hipotézisünket igazolni és az általunk tett megfigyeléseket számszerűsíteni tudjuk a korábban meghatározott bináris piros-kék pontthalmazból (10. ábra) indultunk ki, mely a különböző típusú csomópontok helyét jeleníti meg.

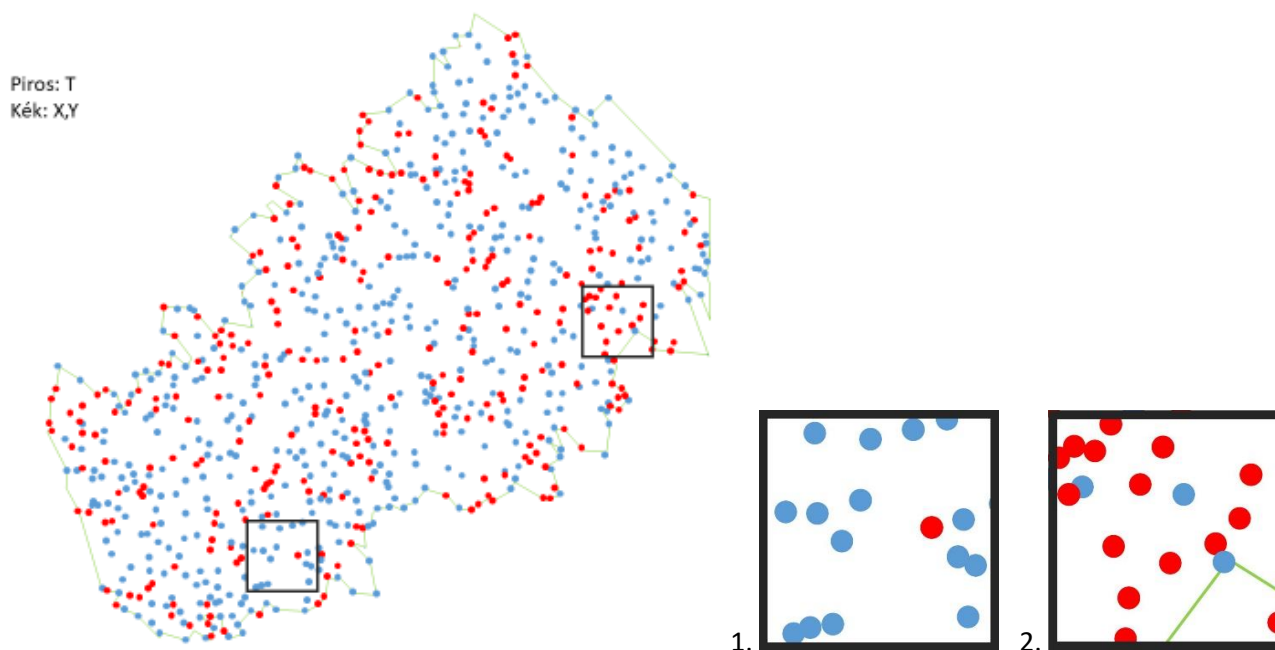
Első lépésként a teljes nagy területen megpróbáltunk a különböző színek arányában minél jobban eltérő kisebb területeket azonosítani. Ezt első közelítésben, a pontthalmazon téglalap alakú „ablakok” tologatásával tettük és az ablakok által határolt kisebb területeket vizsgáltuk.

Ha a piros pontok számát jelöli a  $P$  és a kék pontok számát jelöli a  $K$ , akkor olyan ablakokat kerestünk, amelyekre:

- (a)  $K > 0, P > 0$
- (b)  $K + P > 10$
- (c)  $|K - P|$  minél nagyobb.

Ezután a talált ablakokban kiszámítottuk annak a bináris valószínűségi változónak a " $p$ " a várható értékét, amely 0 értéket vesz fel a piros és 1 értéket vesz fel a kék pontokon.

Például nézzük meg a következő két ablakot:



12. ábra: Példa két jelentősen eltérő csomóponti aránnyal rendelkező ablakra

Az 1. ablakban  $P=1, K=15$ , tehát  $p_1 = 1/16=0.062$ . A második ablakban pedig  $P=15, K=3$ , tehát  $p_2 = 15/18=0.83$ .

Ezután meghatározzuk a kapott értékekhez tartozó 99%-os konfidencia intervallumot. Az első ablak esetében ennek sugara 0.16, tehát azt mondhatjuk, hogy ebben az ablakban az

$$(8) \quad 0.00 < p_1 < 0.22$$

egyenlőtlenség 99% valószínűség teljesülni fog. A második ablakra pedig igaz lesz a következő:

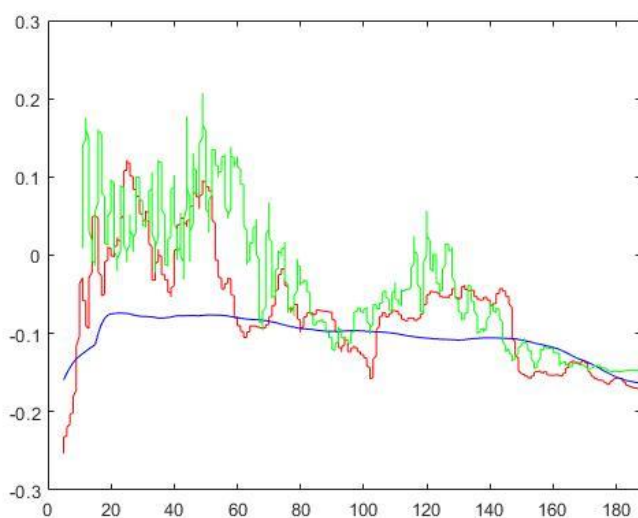
A cél az volt, hogy olyan ablakokat találjunk, amelyek esetén a konfidencia intervallumok nem fednek át, illetve minél nagyobb legyen ezeknek a szétválása. A vizsgált két ablak (12. ábra) ennek megfelelő példája.

Sok ilyen kis ablak megtalálása után a vizsgálat egységes kiterjesztése következett a teljes ponthalmazra. A folyamat egy Sipos András Árpád által készített szoftver segítségével történt, amely különböző méretű ablakokat alkalmazott az egész területen. A program ezeket az ablakokat végigvezette a felületen, majd meghatározta, hogy mekkora ablak esetén várható a legnagyobb szeparáció a 99%-os konfidencia intervallumok között, valamint kiszámította a legnagyobb szeparáció várható értékét (13. ábra, pirossal jelölt adatok).

Annak érdekében, hogy megbizonyosodjunk, hogy az adatokban mért fluktuáció nem a véletlen terméke, szükséges volt megállapítani, hogy véletlen bináris ponthalmaz esetén mekkora fluktuáció lépne fel az adatokban egy ilyen mérés során. Ez a fent említett mérőssorozat elvégzésével valósult meg egy, az eredeti ponthalmaz méretével megegyező (kék és piros pontok száma azonos) Poisson pontfolyamat által generált halmazon (13. ábra, késsel jelölt adatok). A Poisson-pontfolyamat egy olyan matematikai modell, amely véletlenszerű pontok elhelyezkedését írja le egy térben, ahol a pontok előfordulása független egymástól, és a pontok száma egy adott területen Poisson-eloszlást követ. [9]

Amennyiben az eredeti ponthalmazon mért fluktuáció kisebb vagy egyenlő mértékű lett volna a véletlen ponthalmazon mért értékével, akkor szinte biztosan kijelenthető, hogy mindez a véletlennek köszönhető. Viszont az eredmények azt mutatták, hogy a kísérleti halmazon mért fluktuáció jelentősen nagyobb, mint a Poisson -pontfolyamat által generált halmazon, ami arra utal, hogy a jelenség nem lehet véletlen, hanem a szerkezet geometriájából fakad.

Végül, a mérések a szabályos periodikus Bouligand -szerkezet metszetén meghatározott ponthalmazon is megismétlődtek, és az eredményeket összehasonlítottuk a korábban meghatározott két adatsorral. A 13. ábrán egyértelműen megfigyelhető, hogy az aptychus metszeten mért fluktuáció az ablak méretétől függetlenül, szignifikánsan meghaladja a véletlen ponthalmazon mért értékeket. A szabályos Bouligand- szerkezettel összehasonlítva pedig látható, hogy a két görbe jellege megegyezik, viszont a valódi Bouligand -szerkezeten mért értékek valamivel magasabbak a szerkezeti geometria szabályossága miatt.



13. ábra: Az aptychus metszeten, egy szabályos Bouligand- szerkezeten, és egy Poisson- pontfolyamat által generált ponthalmazon mért adatok. Függőleges tengely: legnagyobb szeparáció a 99%-os konfidencia intervallumok között. Vízszintes tengely: a ponthalmazon végigvezetett ablak mérete, vagyis az ablakba eső piros és kék pontok számának összege. Piros: aptychus metszet. Kék: Poisson- pontfolyamat. Zöld: Bouligand -szerkezet.

## ÖSSZEFOGLALÁS

A dolgozatban az ammoniteszek szájszervének, az aptychusoknak a szerkezetét és annak különleges mechanikai tulajdonságait vizsgáltuk, rendkívüli szilárdságának okait keresve. Első lépésben az aptychus metszetén kirajzolódó szöveti mintázatot konvex mozaikként értelmeztük, melyen a konvex mozaikok elméletét alkalmaztuk. Az eredmények azt mutatták, hogy aptychus metszet vázát képező mozaik geometriai tulajdonságai jelentősen hozzájárulnak a aptychus szerkezeti erősségéhez.

További vizsgálataink során feltételeztük, hogy a síkbeli metszet geometriájából a szerkezet térbeli felépítésére is következtethetünk, mely a Bouligand -szerkezethez hasonló. A feltevés igazolásához a metszeten azonosítottuk és jelöltük a T, illetve X,Y típusú csomópontokat. ezután a T csomópontok relatív gyakoriságát vizsgáltuk, amely Bouligand- szerkezet esetén várhatóan erősen fluktuációt mutat. Ezután az aptychus szöveten mért adatokat összevetettük egy Poison- pontfolyamat által generált véletlen pontthalmazon és egy szabályos Bouligand- szerkezet metszetén mért adatokkal. Az eredmények arra utalnak, hogy az anyag rendkívüli mechanikai ellenálló képessége és a repedésekkel szembeni védelme az anyag Bouligandhoz hasonló felépítésének köszönhető.

## IRODALOMJEGYZÉK

- [1] N. Monks és P. Palmer, *Ammonites*, Washington D.C: Smithsonian Institution Press, 2002.
- [2] G. Domokos és Z. Lángi, „On Some Average Properties of Convex Mosaics,” kötet: 31, szám:3, pp. 783-793, 31 08 2022.
- [3] G. Domokos, Á. G. Horváth és K. Regős, „A two-vertex theorem for normal tilings,” *Aequationes Mathematicae*, kötet:97, szám:1, pp. 185-197, 01 02 2023.
- [4] K. Wu, Z. Song, S. Zhang, Y. Ni, S. Cai, X. Gong, L. He és S.-H. Yu, „Discontinuous fibrous Bouligand architecture enabling formidable fracture resistance with crack orientation insensitivity,” *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, kötet:117, szám:26, pp. 15465-15472, 22 06 2020.
- [5] H. Parent és G. E. Westermann, „Jurassic ammonite aptytic: functions and evolutionary implications,” *Swiss Journal of Paleontology*, kötet:135, szám:1, pp. 101-108, 01 03 2016.
- [6] L. Bujtor, A. Demény, P. Németh és B. Bajnóczi, „Laevaptychi as reliable paleotemperature archives: high-resolution stable isotope compositions of Kimmeridgian (Jurassic) lamellar structured aspidoceratid lower mandibles from Zengővárkony (Mecsek Mountains, Hungary),” *International Journal of Earth Sciences*, kötet:113, szám:2, pp. 353-367, 01 03 2024.
- [7] L. Bujtor és R. Albrecht, „Latest Oxfordian – earliest Kimmeridgian ammonite dominated fauna and microfacies from the ammonitico rosso-type Fonyászó Limestone Formation at Zengővárkony (Mecsek Mountains, Hungary),” *Volumina Jurassica*, pp. 61-94, 22 11 2021.
- [8] G. Domokos, D. J. Jerolmack, F. Kun és J. Török, „Plato's cube and the natural geometry of fragmentation,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, kötet:117, szám: 31, p. 18178–18185, 27 05 2020.
- [9] G. Last és M. Penrose, *Lectures on the Poisson Process*, 1 szerk., Cambridge University Press, 2017.
- [10] Nagy Klaudia: Falak geometriája (TDK dolgozat, konzulens: Domokos Gábor)

## ÁBRAJEGYZÉK

1. [1]
2. [1]
3. [7]
4. [6]
5. Saját készítésű ábra: Procreate, MS-Power Point
6. Saját készítésű ábra: Procreate, MS-Power Point
7. Farkas Csaba ábrája
8. Demény Attila ábrája
9. Saját készítésű ábra: Shapr3D, Procreate
10. Farkas Csaba ábrája
11. Saját készítésű ábra: Shapr3D, Procreate
12. Saját készítésű ábra: MS Power Point
13. Sipos András Árpád ábrája

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Köszönetemet fejezem ki dr. Domokos Gábornak, aki konzulensként folyamatos támogatásával és tanácsaival segítette munkámat. Köszönöm dr. Sipos András Árpádnak a dolgozatomhoz tett értékes javaslatokat, dr. Demény Attilának az általa biztosított aptychus mintát és a szakmai segítséget, Farkas Csabának az aptychus szöveti elemzések eredményeinek átadását. A munka alapját Bujtor László (Eszterházy Károly Katolikus Egyetem) gyűjtése és paleontológiai feldolgozása, valamint Zajzon Norbert (Miskolci Egyetem) EBSD elemzései szolgáltatták. Az aptychusok őslénytani leírásának javításában Bujtor László segítségét hálásan köszönöm.