

Országos Tudományos Diákköri Konferencia

Drónokon alkalmazott IMU szenzor
hibadetektálás mono kamera felvételekből

Szerző:

Jevuczó Gábor



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Közlekedés- és Járműirányítási Tanszék

Konzulens:

Dr. Bauer Péter

2025. január 8.

Tartalomjegyzék

1. Bevezető	1
2. Képfeldolgozási eljárások	2
2.1. Koordináta-rendszerek	2
2.2. Transzformációk	4
2.2.1. Transzformáció a testrendszer és a kamerarendszer között:	4
2.2.2. Transzformáció a testrendszer és a földrendszer között:	5
2.3. Epipoláris geometria	6
2.3.1. Esszenciális mátrix	6
2.3.2. Elmozdulás és elfordulás meghatározása	9
3. Repülési adatok és az optikai áramlás meghatározása	11
3.1. Repülési adatok	11
3.2. Optikai áramlás meghatározása	12
4. Képi információk kis mértékű szögsebességszenzor hibadetektálására	14
4.1. A Test→Föld forgatási mátrix képi adatokból	15
4.2. Euler szögek számolása forgatási mátrixból	15
4.3. Euler szögek számolása szögsebesség integrálásával	16
4.4. A meghatározott Euler szögek összehasonlítása	18
5. A kameraképből történő szögsebesség becslésből számolt Euler szög számítás	22
5.1. Egyenletek	23
5.2. Megoldás az elmozdulásvektor behelyettesítésével	25
5.3. Megoldás altér módszerrel	28
5.4. Euler szög hibával injektálva	33
5.5. Szenzor meghibásodások fajtái:	33
6. Mágneses mérések hibadetektálása	40
6.1. Mágneses mérések hibái	41
6.2. Mágneses mérések hibáinak detektálása	43

6.3. Két kép közötti relatív elfordulás alapján	43
6.4. Euler szögekből forgatási mátrix	45
7. Összefoglalás	50

1. fejezet

Bevezető

A drónok irányításában az inerciális mérőegységek (IMU-k) jelentős szerepet töltenek be. A légijárművekben alkalmazott kilenc tengelyes inerciális mérőegység tartalmaz egy három tengelyes gyorsulás szenzort, mely a haladó mozgás gyorsulásának mérését végzi, egy három tengelyes giroszkópot, mely a szögsebesség komponenseinek mérését végzi, továbbá egy három tengelyes mágneses szenzort, mely a légijármű föld mágneses mezőjéhez viszonyított orientációját adja meg.

Mivel az elmúlt évtizedben a drónok mérete és száma is nagymértékű növekedésnek indult, ezért az irányításukban nagy szerepet játszó szenzorok meghibásodásának lehető leggyorsabb észlelése fontos feladat. Ezen feladat megoldására egy lehetőség a kamera felvételek használata, ugyanis a mai drónok többségén IMU és GPS szenzorok mellett kamera is el van helyezve a különböző funkciók (pl.: felvétel készítése, videószemüveg) ellátása okán.

A megelőző dolgozatom, amelyet a 2023-as TDK konferencián mutattam be, a legyezési szögsebesség mérések hibáinak detektálásával foglalkozott, melyben valós szenzor adatokon, mesterségesen generált hibákat sikeresen detektáltam, mono kamera felvételekből becsült legyezési szögsebesség felhasználásával. Az akkor bemutatott módszer nem volt képes a kis mértékű hibák detektálására, de megmutatta, hogy érdemes a témában további munkát végezni.

A dolgozatom célja, hogy egy hexakopterre erősített, mono kamera képe alapján olyan információkat határozzak meg, melyek felhasználásával az IMU szögsebesség mérések kis mértékű hibái, illetőleg az IMU mágneses mérések hibái detektálhatók. Továbbá pedig, hogy a kidolgozott módszereket valós repülési adatokon teszteljem.

Ehhez először bemutatom az alkalmazott koordináta-rendszereket és a közöttük kapcsolatot teremtő transzformációs mátrixokat. Ezek után ismertetem, hogy két eltérő perspektívából készült kép felhasználásával, hogyan határozható meg a kamera relatív elmozdulása és elforgatása. A továbbiakban bemutatom a felhasznált repülési adatokat, és az optikai áramlás meghatározását. Az ezt követő fejezetben bevezetek olyan információkat, amelyek alkalmasak lehetnek szögsebesség, illetve mágneses mérések hibáinak detektálására.

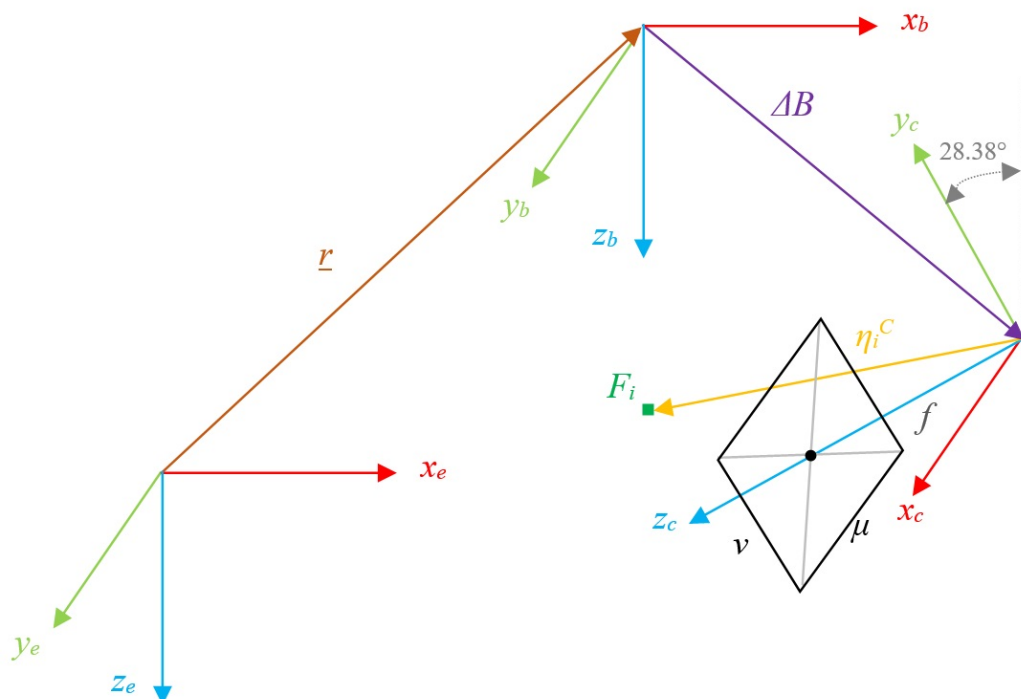
2. fejezet

Képfeldolgozási eljárások

Ebben a fejezetben először bemutatom a használt koordináta-rendszereket és a közöttük lévő kapcsolatot leíró transzformációkat, majd bemutatom két kamerakép közötti relatív elfordulás és elmozdulás irányának meghatározását. Jelen TDK dolgozatom a szakdolgozatom témájának továbbvitele, a következő két fejezet, mely a képfeldolgozási eljárásokat és a repülési adatokkal kapcsolatos általános információkat tartalmazza a BSc szakdolgozatomhoz készültek és a könnyebb megértés elősegítése céljából a téma felvezetéseként kerülnek bemutatásra.

2.1. Koordináta-rendszerek

Annak megértéséhez, hogy a légitármű hogyan mozog a környezetében érzékelt jellemző pontokhoz képest, először szükséges a koordináta-rendszerek meghatározása. A felhasznált koordináta-rendszereket az 2.1 ábra mutatja. A dolgozatom során három fő koordináta-rendszert használlok:



2.1. ábra. Koordináta-rendszerek.

- Föld koordináta-rendszer (Earth):

Más néven North-East-Down koordináta-rendszer. Ezen koordináta-rendszer a Föld felszínének egy pontjához van kötve melynek x_e tengelye a geodetikus észak (N) felé mutat (a geodetikus észak az ellipszoid legészakibb pontja), y_e tengelye a geodetikus kelet (E) felé mutat, z_e tengelye pedig az érintősík merőlegese, a Föld belseje felé mutat (D).

- Test koordináta-rendszer (Body):

A test koordináta-rendszer a légijármű tömegközéppontjához (súlyponthoz) van kötve, melynek x_b tengelye a jármű orra felé néz, y_b tengelye a jármű jobb oldala felé mutat, a z_b tengelye pedig lefelé mutat.

- Kamera koordináta-rendszer (Camera):

A kamerához kötött koordináta-rendszer. Ebben értelmezhetőek a kamera képe által szolgáltatott információk. A kamera oly módon lett rögzítve a drónhoz, hogy az x_c tengelye körül elforgatható (ledönthető), melynek mértéke a repülés előtt beállítható és rögzíthető. A 2.1 ábra a ledöntött állapotot ábrázolja. Abban az esetben, hogyha a kamera nincs ledöntve, az x_c tengelye a jármű jobb oldalának irányába mutat, y_c tengelye fölfelé, z_c tengelye pedig jármű hátulja felé mutat. A vizsgálataim során a kamera 28.38° -al lett ledöntve az x_c tengelye körül az óramutató járásával ellenkező irányban. Pozíciója a test rendszerben a ΔB vektorral van leírva, amely mutatja is, hogy a kamera nem a súlypontban lett elhelyezve ($\Delta B = [40.06 \quad -1 \quad 171.38]^T$ [mm]).

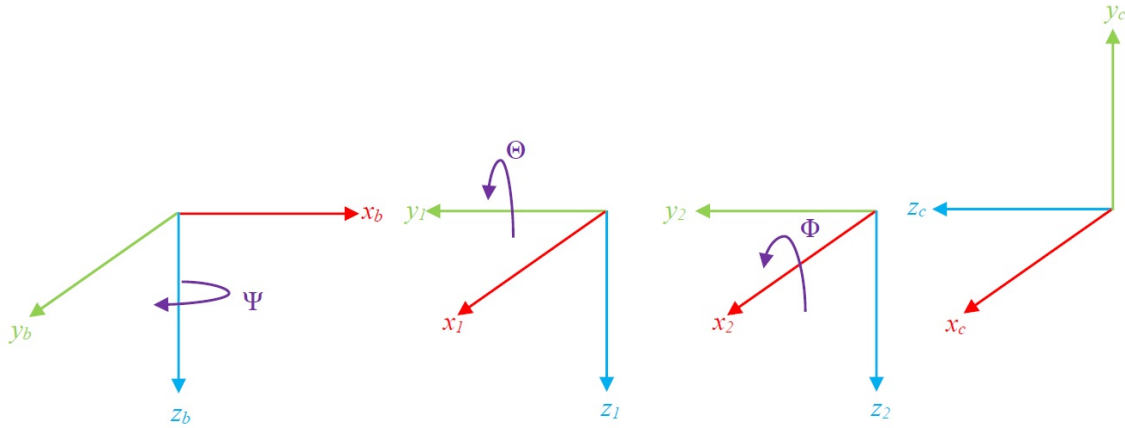
A szokatlan elhelyezés oka, hogy a repülések során használt DJI M600 Pro típusú drón egyszerre több projektben is felhasználásra kerül. Példának okáért [1]-ben egy lefelé néző gimballal stabilizált kamerával egy megkülönböztető jelzést használó gépjármű előtt haladnak, hogy a kereszteződésben elsőbbséget meg nem adó keresztirányú forgalomra figyelmeztessék a járművezetőt. Ebből kifolyólag a drón egy gimbal stabilizátorral is fel van szerelve. Abban az esetben hogyha a kamera a jármű eleje felé állna, akkor a gimbal stabilizátor kitakarná a kamerakép egy jelentős részét, ezért szükséges, hogy a jármű hátulja felé álljon. A vizsgált repülések során a multikopter hátrafelé repül, de a koordináta-rendszerek közötti transzformációk megfelelő definiálásával ez nem okoz különösebb problémát. Ezen transzformációkat mutatom be a következő alfejezetben.

2.2. Transzformációk

Célkitűzésem, hogy a későbbiekben az egyenletek egyszerűbb formáját kapjam, ennek okán kamerarendszerben írom fel az egyenleteket. Ehhez szükséges a testrendszerben értelmezett sebességvektorának, szögsebességvektorának illetve a ΔB pozíció vektorának kamerarendszerbe történő transzformálása. Ez a két koordináta-rendszer között általában a Z-Y-X kötött forgatási sorrendű Euler szögekkel történő transzformációval tehető meg. Euler szögeknek az azimut szöget (Ψ), bólintási szöget (Θ) és a bedöntési szöget (Φ) nevezik. Ez három egymás utáni elforgatást jelent, melynek sorrendje kötött. Az első forgatás a z tengely körül történik az azimut szöggel, a második az y körül a bólintási szöggel, majd az utolsó forgatás x tengely körül a bedöntési szöggel [2]. Ezt a három egymást követő forgatást a következő három rotációs mátrix írja le.

$$T_{\Psi} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_{\Theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad T_{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

2.2.1. Transzformáció a testrendszer és a kamerarendszer között:



2.2. ábra. Áttérés test koordináta-rendszerből a kamera koordináta-rendszerébe.

Ezen konvenciót követve, 2.2 ábrának megfelelően, először a testrendszer z_b tengelye körül ($\Psi = +90^\circ$)-al kell forgatni az óramutató járásával megegyezően. Majd a létrejött köztes koordináta-rendszer y_1 tengelye körül kellene forgatni Θ szöggel, de jelen esetben ez most egy nulla fokkal történő forgatás jelent. Majd a második köztes koordináta-rendszer x_2 tengelye körül kellene forgatni ($\Phi = -90^\circ$)-al a vízszintesen hátrafelé tekintő kamerához (ez az orientáció látható a 2.2 ábrán), de mivel a kamera a vízszinteshez képest le van döntve (28.38°)-al, ezért ($\Phi = -90^\circ + 28.38^\circ = -61.62^\circ$) fokkal kell elforgatni az x_2 tengely körül, az óramutató járásával megegyezően.

Ebból adódóan a testrendszerből a kamerarendszerbe történő áttértést az alábbi transzformációs mátrix írja le:

$$T_{CB} = T_{\Phi} \cdot T_{\Theta} \cdot T_{\Psi} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-61.62^\circ) & \sin(-61.62^\circ) \\ 0 & -\sin(-61.62^\circ) & \cos(-61.62^\circ) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(0^\circ) & 0 & -\sin(0^\circ) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(0^\circ) & 0 & \cos(0^\circ) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\begin{bmatrix} \cos(90^\circ) & \sin(90^\circ) & 0 \\ -\sin(90^\circ) & \cos(90^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0.4753 & 0 & -0.8798 \\ -0.8798 & 0 & 0.4753 \end{bmatrix}$$

Mivel a forgatási mátrixok és a belőlük képzett eredő mátrixok mind ortogonálisak, ezért az inverzük megegyezik a transzponáltjukkal [2], ebből fakadóan a Kamera→Test transzformáció:

$$T_{BC} = (T_{CB})^T \quad (2.3)$$

A v^B sebességvektor, az ω^B szögsebességvektor és a ΔB pozíció vektor kamerarendszerbeli képe a T_{CB} transzformációs mátrix felhasználásával az alábbi módon számolhatóak:

$$v^C = T_{CB} \cdot v^B \quad (2.4)$$

$$\omega^C = T_{CB} \cdot \omega^B \quad (2.5)$$

$$\Delta C = T_{CB} \cdot \Delta B \quad (2.6)$$

2.2.2. Transzformáció a testrendszer és a földrendszer között:

A korábban bemutatott konvenciót alkalmazva, a Föld→Test transzformációt az alábbi transzformációs mátrix írja le, természetesen más szögekkel, mint a Test →Kamera transzformációt.

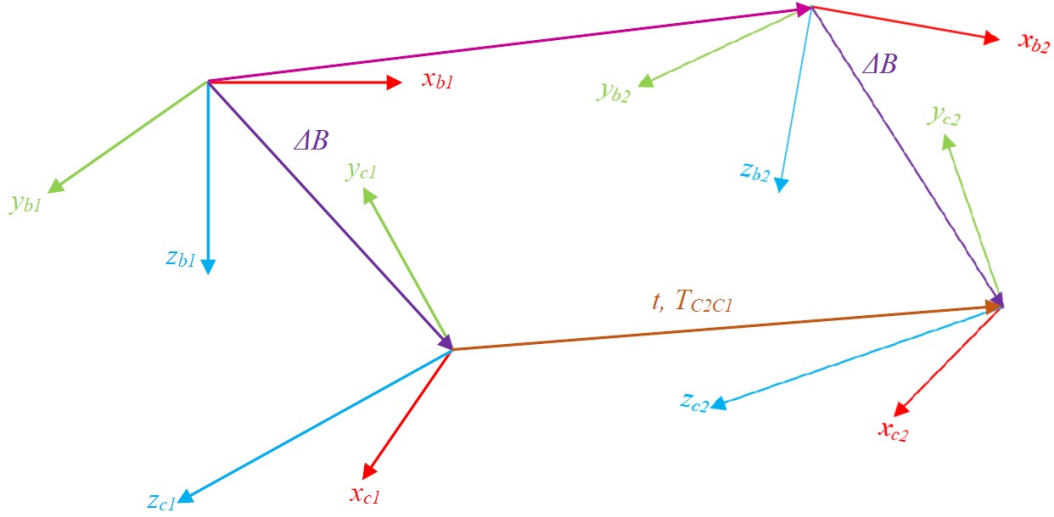
$$T_{EB} = T_{\Phi} \cdot T_{\Theta} \cdot T_{\Psi} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\theta\sin\psi & -\sin\theta \\ -\cos\phi\sin\psi + \sin\phi\sin\theta\cos\psi & \cos\phi\cos\psi + \sin\phi\sin\theta\sin\psi & \sin\phi\cos\theta \\ \sin\phi\sin\psi + \cos\phi\sin\theta\cos\psi & -\sin\phi\cos\psi + \cos\phi\sin\theta\sin\psi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

A Test→Föld transzformáció pedig a T_{EB} transzponáltjával egyenlő:

$$T_{EB} = (T_{BE})^T = (T_{\Phi} \cdot T_{\Theta} \cdot T_{\Psi})^T \quad (2.8)$$

2.3. Epipoláris geometria

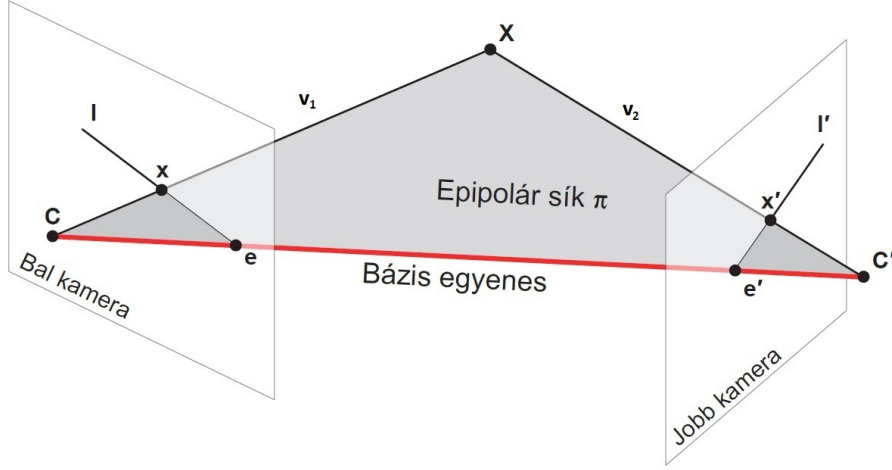


2.3. ábra. Kapcsolat a két egymást követő kép között.

Az epipoláris geometria teszi lehetővé, hogy ha egy, vagy akár több különböző kamerával egy adott mozdulatlan 3D látványról eltérő pozíciókban készült két képfelvétel - ezt a szakirodalomban [3] sztereó képpárnak nevezik -, alapján és ismerve a kamera belső paramétereit, meghatározható a két kamera közötti elforgatás és az eltolás iránya, azaz a kamera külső paramétereit.

2.3.1. Esszenciális mátrix

Célom, hogy meghatározzam a két kamera egymáshoz képesti elmozdulási irányát (t) és orientációját (T_{C2C1}) (lásd 2.3 ábra), amelyet az esszenciális mátrix fejez ki.



2.4. ábra. Epipoláris geometria [3] 35.oldal.

A 2.4 ábrán látható a két kamera koordináta-rendszere. A bal oldali kamerarendszer origóját (C) és a jobb oldali kamerarendszer origóját (C') a bázis egyenes köti össze. A bázis egyenes mindkét kamera képsíkján meghatároz egy-egy dőfspontot. Ezeket a pontokat nevezik epipólusoknak (e, e'). Minden egyes sztereó képpárhoz egy saját epipólus pár tartozik[3].

Tekintve az X térbeli pontot, az X , a C és a C' egy epipolár síkot határoznak meg, mely magába foglalja az epipólusokat (e, e') és az X térbeli pont vetületét a bal illetve, jobb kamera képsíkjára (x, x'). Minden egyes térbeli ponthoz más és más epipoláris sík tartozik, de mivel a sík magába foglalja a bázis egyenest, ezért ha a térbeli pont pozíciója változik, akkor az epipoláris sík a bázis egyenes körül fordul el [3].

A [4] alapján, az epipoláris síkra állítható egy normális, mely kifejezhető a $\vec{CC'}$ bázis egyenes (későbbiekben jelölje t) és a $\vec{CX}$ vetítésugár (későbbiekben jelölje $\vec{CX}$ -et a $\underline{v}_1$ és $\vec{C'X}$ -et a $\underline{v}_2$) vektori szorzataként.

$$\underline{n} = \underline{t} \times \underline{v}_1 \quad (2.9)$$

Mivel a normálvektornak ($\underline{n}$) merőlegesnek kell lennie a vetítésugárra ($\underline{v}_1$), ezért a normálvektor és a vetítésugár skaláris szorzata zérust kell, hogy eredményezzen [4].

$$\underline{v}_1 (\underline{t} \times \underline{v}_1) = 0 \quad (2.10)$$

Ez mátrixos formában felírva:

$$\begin{bmatrix} v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{1x} \\ v_{1y} \\ v_{1z} \end{bmatrix} = 0 \quad (2.11)$$

De mivel amit szeretnénk meghatározni az a t , azaz a jobb kamerarendszer pozíciója a bal kamerarendszerében és a $T_{C_2C_1}$ transzformációs mátrix, mely a bal oldali kamerarendszertől a jobb oldali kamerarendszerbe forgat.

Ebből fakadóan ezek segítségével kifejezhető $\underline{v}_2$ (az X térbeli pont pozíciója a jobb oldali kamerarendszerben) a bal oldali kamerarendszerben [4].

$$\underline{v}_1 = T_{C_1C_2} \underline{v}_2 + \underline{t} \quad (2.12)$$

ahol $T_{C_1C_2} = (T_{C_2C_1})^T$ azaz a jobb oldali kamerarendszertől a bal oldali kamerarendszerbe forgató mátrix. A (2.12) egyenlet mátrixos formában felírva:

$$\begin{bmatrix} v_{1x} \\ v_{1y} \\ v_{1z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{2x} \\ v_{2y} \\ v_{2z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

A (2.13) egyenlet jobb oldalát behelyettesítve a (2.11) egyenletbe a $\underline{v}_1$ helyébe, az alábbi egyenlet adódik [4]:

$$\begin{bmatrix} v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{2x} \\ v_{2y} \\ v_{2z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \right) \quad (2.14)$$

ahol az összeadás utolsó tagja ($\underline{t} \times \underline{t} = 0$) zérus.

$$\begin{bmatrix} v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0 & -t_z & t_y \\ t_z & 0 & -t_x \\ -t_y & t_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{2x} \\ v_{2y} \\ v_{2z} \end{bmatrix} \right) \quad (2.15)$$

A fennmaradó egyenletben (2.15) a két 3×3 -as mátrix szorzatát ($[t]_x \cdot T_{C_1C_2}$) nevezik esszenciális mátrixnak. Ez az esszenciális mátrix (E) nem más, mint az elmozdulásvektor keresztszorzat-mátrixának ($[t]_x$) és a rotációs mátrix szorzata ($T_{C_1C_2}$), melyet Longuet-Higgins 1981-ben publikált.

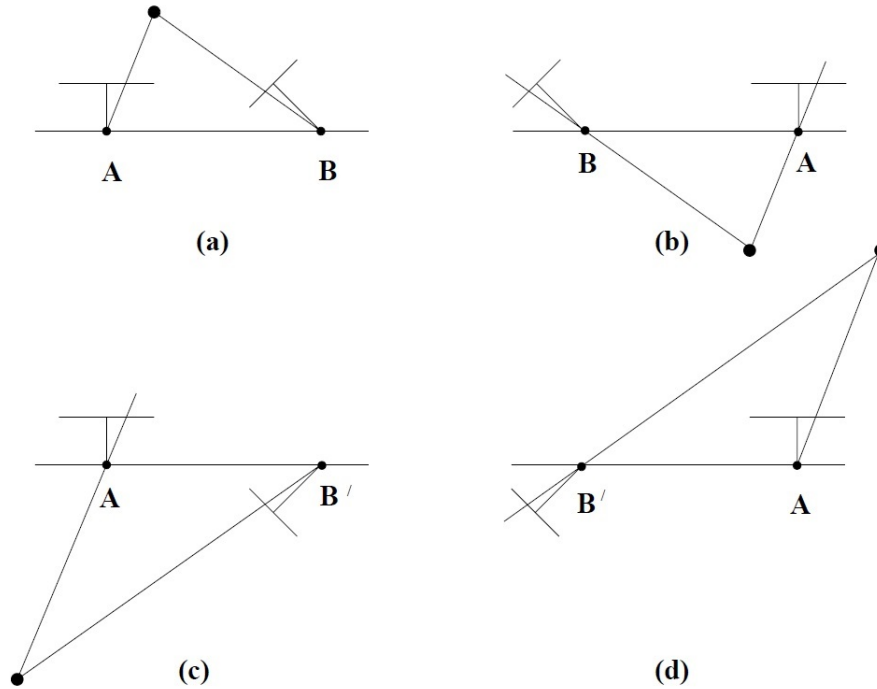
$$E = [t]_x T_{C_1C_2} \quad (2.16)$$

Az esszenciális mátrix egyik előnyös tulajdonsága, hogy felbontható az elmozdulásvektorra és a rotációs mátrixra a szinguláris érték felbontás segítségével. Tehát ha sikerül meghatározni az esszenciális mátrixot, abban az esetben meghatározható a rotációs mátrix és az elmozdulásvektor iránya, ellenben a hossza nem, más szóval az elmozdulásvektor mint egységvektor határozható meg.

Az esszenciális mátrix számolható a kameraképen megtalált és párosított (k) -ik és $(k + 1)$ -ik jellemző pontok segítségével, melyhez az OpenCV könyvtárban implementált `findEssentialMat` függvényt használtam az alábbi paraméterekkel: RANSAC metódus az esszenciális mátrix meghatározásához, a mátrix helyességének valószínűsége 99.9%, a maximális távolság az epipoláris egyenestől mielőtt outliernek minősíték egy jellemző pontot 0.5 pixel. Ez a függvény az 5 pontos algoritmust használja.

2.3.2. Elmozdulás és elfordulás meghatározása

A t és $T_{C_2C_1}$ számolható az előzőekben meghatározott E mátrixból a `recoverPose` OpenCV függvénnyel. Ennek a függvénynek bemenetként megadtam az előzőekben meghatározott esszenciális mátrixot és a k illetve $k + 1$ képpontokat, és ezen függvény kimeneteként megkaptam a rotációs mátrixot és az elmozdulásvektornak az irányát. Sajnos az elmozdulásvektor irányát sok esetben nem megfelelően határozza meg ez a beépített függvény. Ugyanis a lyukkameramodell egyik tulajdonsága, hogy használata során elveszítjük a mélységinformációt, vagyis hogy a jellemző pont milyen messze van a kamera koordináta-rendszerétől, hiszen ez egy $3D \rightarrow 2D$ leképezés. Ebből kifolyólag a kameraképen látható kétdimenziós pontról a lyukkamera modell nem tudja megmondani, hogy a térbeli pont a kamera előtt vagy mögött helyezkedik el. Ennek okán 4 különböző megoldása létezik az esszenciális mátrixnak, mely megoldásból a rotációs mátrixot mindig helyesen határozza meg ellenben a t egységvektor értelmét nem.



2.5. ábra. Lehetséges megoldások [5] 260. oldal.

A megfelelő t kiválasztásához, [5] alapján, fel kell bontani az esszenciális mátrixot egy S ferdén szimmetrikus mátrixra és egy R rotációs mátrixra azon feltételezés mellett, hogy a szinguláris érték felbontása az E mátrixnak az $Udiag(1, 1, 0)V^T$. Mely felbontásra az előjelek figyelembevétele nélkül két különböző eshetőség is létezik [5]:

$$S = UZU^T \quad és \quad R = UWV^T \quad vagy \quad R = UW^TV^T \quad (2.17)$$

ahol

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Mivel az E mátrix előjele nem határozható meg, ebből fakadóan t előjele sem, így négy lehetséges megoldás adódik [5]:

a) $t = U(3)$ (U mátrix harmadik oszlopa) $R = UWV^T$

b) $t = -U(3)$ $R = UWV^T$

c) $t = U(3)$ $R = UW^TV^T$

d) $t = -U(3)$ $R = UW^TV^T$

amelyeket a 2.5 ábra szemléltet, ahol $b)$ és $d)$ abban különbözik, hogy a két koordináta-rendszert összekötő bázisegyeses ellentétes értelmű (meg van fordítva), továbbá a $c)$ és a $d)$ megoldásoknál a **B** kamera, a bázis egyenes körül 180° fokkal el van forgatva (tükrözve van). A négy darab lehetséges konfiguráció közül csak egy esetben lesz látható a térbeli jellemző pont mindkét kamera által, így csak az egyik megoldás megfelelő [5].

A megfelelő konfiguráció kiválasztásához, elvégeztem az E mátrix szinguláris érték felbontását az OpenCV `SVDcomp` függvény segítségével, majd képeztem a (2.17) egyenletben szereplő $R = UWV^T$ rotációs mátrixot. Ennek a mátrixnak vizsgáltam a determinánsát, amennyiben ez a -1 értéket veszi fel, abban az esetben a t -nek előjelet kell váltania. Ezáltal két kamerakép közötti relatív elfordulás és az elmozdulás iránya meghatározásra került.

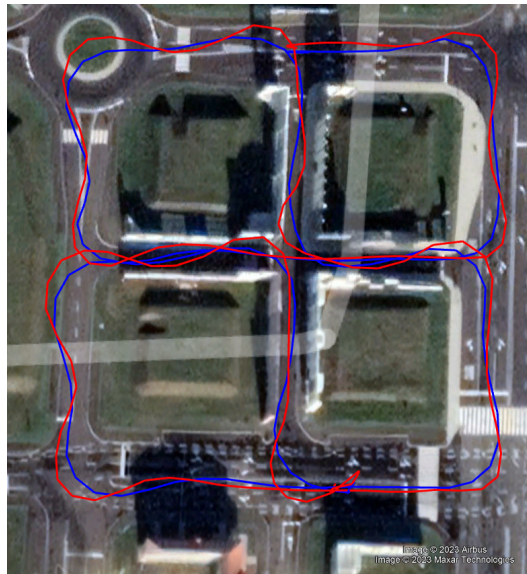
Qi Cai és társai [6] munkájukban bemutatnak egy új módszert a t elmozdulás vektor és a T_{C1C2} forgatási mátrix esszenciális mátrixból való meghatározására. A téma továbbviteleként a későbbiekben már az általuk leírt módszert fogom alkalmazni.

3. fejezet

Repülési adatok és az optikai áramlás meghatározása

A dolgozatom során valós mono kamera felvételeket és valós szenzor mérések adatait használtam fel. Ebben a fejezetben bemutatom a felhasznált adatokat, továbbá az optikai áramlás meghatározását.

3.1. Repülési adatok

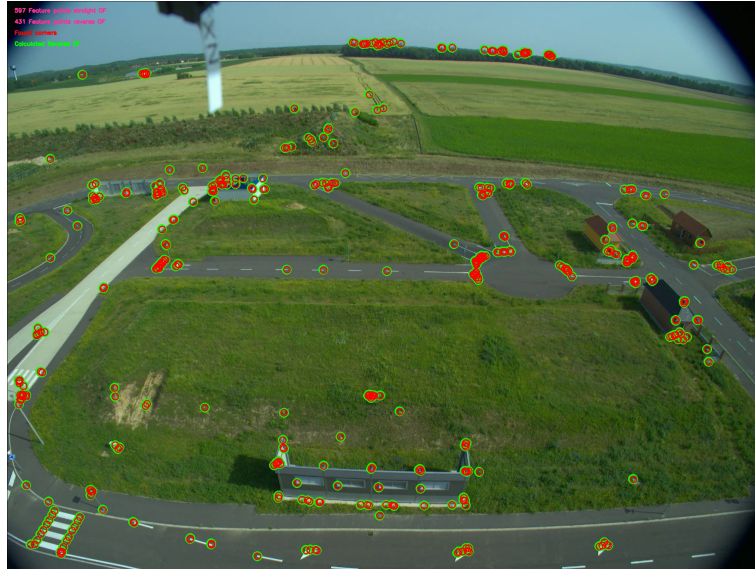


3.1. ábra. A felhasznált repülések útvonalai ZalaZONE Smart City felett.

A dolgozatom során két különböző repülés (későbbiekben jelölje őket Repülés1 (kék útvonal) és Repülés2 (piros útvonal)) során készült valós kamera felvételeket és valós szenzor adatokat vizsgáltam, amelyek egy DJI M600 Pro típusú multikopterrel készültek ZalaZONE Smart City felett, tehát városi környezetben. Mindkét repülés tartalmaz egy felszállást; a repülési magasság közelítőleg állandó, 35 méter. A jármű haladási irányába eső sebesség pedig mindkét repülés esetében $5\frac{m}{s}$ és a maximális bedöntés a Repülés1 esetén 10° a Repülés2 esetén pedig 15° .

3.2. Optikai áramlás meghatározása

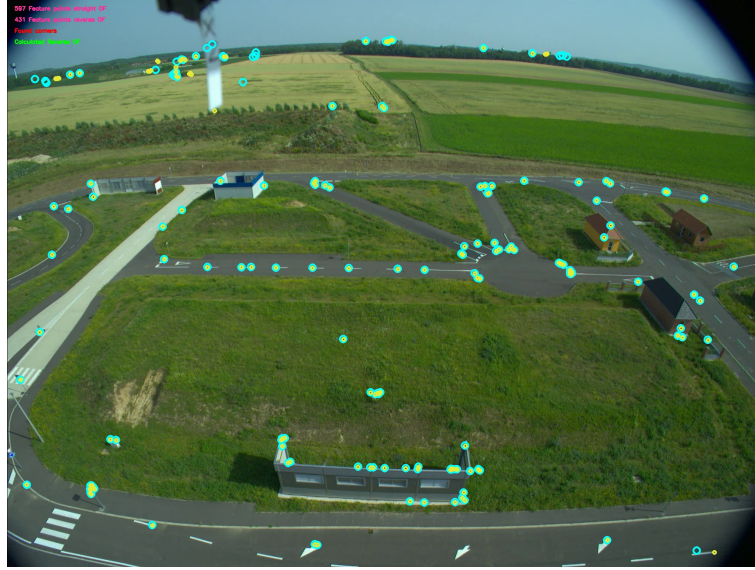
Az optikai áramlási vektorait minden esetben a következő módon számítottam ki. Először a jellemzőpontok detektálására és leírására az OpenCV könyvtárban implementált ORB (Oriented FAST and Rotated BRIEF) függvényt alkalmaztam 1 képpiramis szinttel, ezeket a jellemző pontokat a (k) index jelöli.



3.2. ábra. ORB detektor jellemzőpontjai.

Miután meghatároztam a jellemzőpontokat, ezeknek a pontoknak a mozgását szeretném követni az egymást követő képeken. Ehhez az OpenCV könyvtárban implementált `OpticalFlowPyrLK` függvényt használtam az alábbi paraméterekkel. A vizsgáló ablak mérete 9×9 -es, maximum 7 szintű képpiramist használjon, és az iterációk számát 10-ben maximáltam, ennek a módszernek a segítségével meg tudtam határozni, hogy az ORB által a (k) -adik képen detektált pontok a $(k + 1)$ -ik képen hol találhatóak.

Viszont vannak esetek, amikor ezek a párosítások hibásan történnek meg, mert változik a pixel intenzitás vagy esetleg túl nagyok a mozgások. Ezen probléma feloldására a $(k + 1)$ -ik képen párosított jellemző pontokat visszaszámoltam Lucas és Kanade módszerrel a (k) -ik képre. Ezt követően az ORB által és a megfordított optikai áramlás által számolt jellemzőpontok koordinátái között egy Euklideszi távolságot számoltam. Erre az Euklideszi távolságra bevezettem egy határértéket, hogyha ezt az értéket átlépi, abban az esetben ezt a pontot már ne használjam fel a későbbi számításaimban.



3.3. ábra. Eltávolított jellemző pontok.

A 3.3 ábrán kék színnel láthatóak a eltávolított pontok és az ábra bal felső sarka nagyon jól szemléletes a rosszul párosított jellemző pontokat. A 3.2 ábra mutatja a későbbi számolásokhoz felhasznált jellemző pontokat, ahol a piros körökkel jelölöm az ORB sarokdetektor által detektált pontokat, míg zöld körökkel jelölöm a megfordított optikai áramlás által számolt pontokat.

Miután meghatároztam a pontok helyét a $(k + 1)$ -ik képen és rossz párosításokat is kiszűrtem, akkor az optikai áramlás sebessége számolható a numerikus deriválás segítségével [7]:

$$\dot{\mu}_i \approx \frac{\mu_i(k + 1) - \mu_i(k)}{\Delta t}, \quad \dot{\nu}_i \approx \frac{\nu_i(k + 1) - \nu_i(k)}{\Delta t}$$

4. fejezet

Képi információk kis mértékű szögsebességszenzor hibadetektálására

A 2023-as TDK dolgozatomban [8] egy hexakopterre erősített, gimballal stabilizált, lefelé néző mono kamera képe alapján becsültem a legyezési szögsebességet az optikai áramlás segítségével, majd ezen szögsebesség felhasználásával valós repülésben mért szögsebesség adatokon mesterségesen generált hibákat detektáltam, melyből később konferencia cikk [9] is született. A BSc szakdolgozatomban [10] ezt kiterjesztettem mindhárom szögsebesség-komponens becslésére egy hexakopterre erősített, ferdén lefelé néző mono kamera esetére. A valós repülési adatokon mesterségesen generált hibák közül, additív típusú szenzormeghibásodás esetén a módszer, $A = 5.6^\circ/s$ és ennél nagyobb hozzáadott konstans értékeket volt képes detektálni, multiplikatív típusú szenzor meghibásodás esetén $P = 8\%$ és nagyobb százalékokat volt képes detektálni a módszer. Továbbá az egyik vizsgált repülés esetében a szenzor teljes meghibásodását nem volt képes detektálni a módszer (a különböző hibafajták leírását lásd a 5.5 alfejezetben).

Ebből fakadóan ennek a fejezetnek a célja, hogy olyan információkat határozzak meg a képi adatokból, melyeknek segítségével pusztán a két kamera kép közötti relatív elfordulásból lehetővé válik a kis mértékű szögsebességszenzor hibák detektálása. Mivel a légijármű mozgását alapvetően a Föld koordináta-rendszerben szokás leírni, tehát a drón pozícióját és orientációját a földrendszerhez képest írjuk le. Ebből kifolyólag érdemes vizsgálni a Test→Föld transzformáció fejlődését az idő múlásával. Az alap elgondolás az, hogy a 2.3 alfejezetben bemutatott, két kamera kép közötti relatív elfordulást felhasználva (kumulálva) meghatározom a T_{EB} Test→Föld forgatási mátrixot, azt követően ezt a mátrixot felbontom Euler szögekre. Mindezek mellett a mért szögsebességeket (melyek hibáit szeretnénk detektálni) integráljuk Euler szögekké, és a szenzor hibadetektálás alapja a két Euler szög adott időpillanatbeli összehasonlítása.

4.1. A Test→Föld forgatási mátrix képi adatokból

A $(k+1)$ -ik időpillanatra felírva a Test→Föld forgatási mátrix a kameraképből meghatározott rotációs mátrix segítségével:

$$T_{EB_{k+1}} = T_{EB_k} \underbrace{T_{BC} T_{C_1 C_{2k}} T_{CB}}_{\Delta T_k} = T_{EB_k} \Delta T_k \quad (4.1)$$

ahol ΔT_k a (k) és $(k+1)$ -ik időpillanatbeli képek közötti elfordulása a drónnak.

Ez a ΔT_k azt fejezi ki, hogy a két képkocka között a drón elfordul body1 pozícióból a body2 pozícióba, azaz a ΔT_{EB_k} változását fejezi ki, lásd 2.3 ábra. Mivel a Test →Föld transzformációt szeretném felírni a $(k+1)$ -ik időpillanatra, ezért először transzformálok body2-ből a kettes kamerarendszerbe, majd a képi adatokból számolt $T_{C_2 C_1}$ transzponáltjával áttérek az egyes kamerarendszerbe, továbbá az egyes kamerarendszerből a body1-be. Majd ezt a ΔT_k -t szorzom a k időpillanatbeli T_{EB_k} transzformációs mátrixszal.

Hasonlóan a (4.1) egyenlethez, felírható a $(k+2)$ -ik időpillanatra is a Test→Föld forgatási mátrix.

$$T_{EB_{k+2}} = T_{EB_{k+1}} T_{BC} T_{C_1 C_{2k+1}} T_{CB} = T_{EB_k} T_{BC} T_{C_1 C_{2k}} T_{CB} T_{BC} T_{C_1 C_{2k+1}} T_{CB} \quad (4.2)$$

A (4.1) és a (4.2) egyenletek alapján felírható az (N) -edik időpillanatra is a Test→Föld transzformációs mátrix.

$$T_{EB_{k+N}} = T_{EB_k} T_{BC} \left(\prod_{j=0}^{N-1} T_{C_1 C_{2k+j}} \right) T_{CB} = T_{EB_k} \Delta T_{k+N} \quad (4.3)$$

A képi adatokból történő felírás után ezt a mátrixot bontom fel Euler szögekké. Ehhez először bemutatom, hogyan határozhatóak meg az Euler szögek a T_{BE} forgatási mátrixból.

4.2. Euler szögek számolása forgatási mátrixból

[11] alapján egy tetszőleges T forgatási mátrix Euler szögei az alábbi módon határozhatóak meg.

$$T = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Tekintsük a (2.8) egyenletet, mely a (2.7) egyenlet transzponáltja, (2.8)-ból felírható három darab egyenlet a ϕ , θ , ψ Euler szögek meghatározásához:

$$\frac{R_{23}}{R_{33}} = \frac{\sin \phi \cos \theta}{\cos \phi \cos \theta} = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \tan \phi \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{-R_{13}}{\sqrt{R_{11}^2 + R_{12}^2}} &= \frac{-(-\sin \theta)}{\sqrt{\cos^2 \theta \cos^2 \psi + \cos^2 \theta \sin^2 \psi}} \\ &= \frac{\sin \theta}{\sqrt{\cos^2 \theta (\cos^2 \psi + \sin^2 \psi)}} \\ &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\frac{R_{12}}{R_{11}} = \frac{\cos \theta \sin \psi}{\cos \theta \cos \psi} = \tan \psi \quad (4.7)$$

Ezen egyenleteket megoldva, $R_{11} \neq 0$ és $R_{33} \neq 0$ feltételezés mellett, az alábbi megoldásokat kapjuk az Euler szögekre :

$$\phi = \tan^{-1} \frac{R_{23}}{R_{33}} \quad (4.8)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{-R_{13}}{\sqrt{R_{11}^2 + R_{12}^2}} \quad (4.9)$$

$$\psi = \tan^{-1} \frac{R_{12}}{R_{11}} \quad (4.10)$$

A $\tan^{-1}$ inverz függvény számítása során meg kell határozni, hogy a megoldás mely síknegyedbe fog esni. A számláló előjele meghatározza, hogy az x feletti vagy alatti fél síkban, míg a nevező előjele pedig, hogy az y tengelytől jobbra vagy balra eső félsíkban fog-e elhelyezkedni a megoldás. Ez a programozás során az `atan2()` függvénnyel határozható meg [11]. Ezen egyenletek segítségével a 4.1 alfejezetben levezetett T_{BE} forgatási mátrix felbontható Euler szögekké, melyeket a mért szögsebességekből integrált Euler szögekkel hasonlítok össze. Ezt mutatom be a következő alfejezetben.

4.3. Euler szögek számolása szögsebesség integrálásával

A szögsebességek integrálásához, először meg kell teremteni a kapcsolatot az Euler szögek szögsebességei és a légi jármű szögsebességei között, ugyanis ahogy a jármű forog, úgy a járműhöz kötött koordináta-rendszer is forogni fog és ezáltal az Euler szögek folyamatosan változni fognak, amelyet az Euler szögek deriváltjai fognak kifejezni. Az új Euler szögek pedig ezen deriváltak integrálásával határozhatóak meg [2].

A 2.2 alfejezetben bemutatott Z-Y-X transzformációnak megfelelően először a Föld rendszer z_e tengelye körül a $\dot{\Psi}$ szögsebesség vektor fog megjelenni, így a Föld rendszer ψ szöggel x_1, y_1, z_1 köztes koordináta-rendszerbe fordul a z_e tengelye körül.

Következő lépésben a köztes koordináta-rendszer y_1 tengelye körül a $\dot{\Theta}$ szögsebesség vektor fog megjelenni, amelynek hatására a x_1, y_1, z_1 köztes rendszer a z_1 tengelye körül θ szöggel fog elfordulni az x_2, y_2, z_2 köztes koordináta-rendszerbe. Azonban ekkor a forgatás már az előző lépésben megjelent $\dot{\Psi}$ szögsebesség vektorra is kihat ezért, ebben a lépésben ennek a vektornak a x_2, y_2, z_2 -ben értelmezett koordinátáit még a T_Θ transzformáció segítségével meg kell határozni.

Utolsó lépésben pedig a x_2, y_2, z_2 rendszer x_2 tengelye körül a $\dot{\Phi}$ vektor fog megjelenni, melynek hatására az x_2, y_2, z_2 rendszer a test koordináta-rendszerébe fog fordulni, de ebben az esetben is a forgatás kihatással van a x_2, y_2, z_2 rendszerben leírt szögsebesség vektorokra, melyek testrendszerbeli képe a T_Φ transzformációval számolható [2].

Az adott transzformációs lépésben az Euler szögek szögsebesség vektorai az alábbi módon írhatóak fel:

$$\dot{\Psi} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}_e \quad \dot{\Theta} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}_1 \quad \dot{\Phi} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_2 \quad (4.11)$$

ahol az alsó index jelöli, mely transzformációs lépésben jelent meg az adott vektor.

Az előzőekben leírtaknak megfelelően, a jármű szögsebességei és az Euler szögek deriváltjai közötti összefüggés az alábbi módon írható fel [2]:

$$\begin{bmatrix} p^B \\ q^B \\ r^B \end{bmatrix} = T_\Phi \cdot T_\Theta \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}_e + T_\Phi \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}_1 + \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \sin \theta \cdot \dot{\psi} \\ \cos \phi \cdot \dot{\theta} + \sin \phi \cdot \cos \theta \cdot \dot{\psi} \\ -\sin \phi \cdot \dot{\theta} + \cos \phi \cdot \cos \theta \cdot \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

ahol T_Φ, T_Θ, T_Ψ a (2.1) egyenletben definiált rotációs mátrixok. A (4.12) lineáris egyenletrendszer megoldásával az Euler szögek szögsebességei az alábbi módon kifejezhetők:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p^B + \tan \theta \cdot \sin \phi \cdot q^B + \tan \theta \cdot \cos \phi \cdot r^B \\ \cos \phi \cdot q^B - \sin \phi \cdot r^B \\ \frac{\sin \phi}{\cos \theta} \cdot q^B + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \cdot r^B \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Ezáltal megteremtettük a kapcsolatot az Euler szögek szögsebességei és a test rendszerben értelmezett p^B, q^B, r^B szögsebesség komponensek között. A $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ komponensek integrálásával kapjuk az Euler szögeket. A numerikus integráláshoz az alábbi képleteket alkalmaztam.

$$\phi_k = \phi_{k-1} + \frac{\dot{\phi}_{k-2} + \dot{\phi}_{k-1}}{2} \cdot \Delta t \quad \theta_k = \theta_{k-1} + \frac{\dot{\theta}_{k-2} + \dot{\theta}_{k-1}}{2} \cdot \Delta t \quad \psi_k = \psi_{k-1} + \frac{\dot{\psi}_{k-2} + \dot{\psi}_{k-1}}{2} \cdot \Delta t \quad (4.14)$$

ahol Δt a két képkocka között eltelt időt jelöli.

4.4. A meghatározott Euler szögek összehasonlítása

Az előzőekben bemutatottaknak megfelelően az alábbi eredményeket kaptam, amelyek a 4.1 és 4.2 ábrákon láthatóak, ahol kék színnel ábrázoltam a mért szögsebesség komponensből (4.13) egyenletnek megfelelően integrált Euler szögeket, narancssárgával a két kamera kép közötti forgatási mátrixból meghatározott Euler szögeket, míg citromsárgával pedig a DJI M600 által mért Euler szögek láthatóak. A 4.1 ábrán jól látható, hogy sajnos a kamera képéből becsült Euler szögek nem kielégítőek. Helyenként látható, hogy leköveti a mért adatok jellegét, de az eltérések jelentősek.

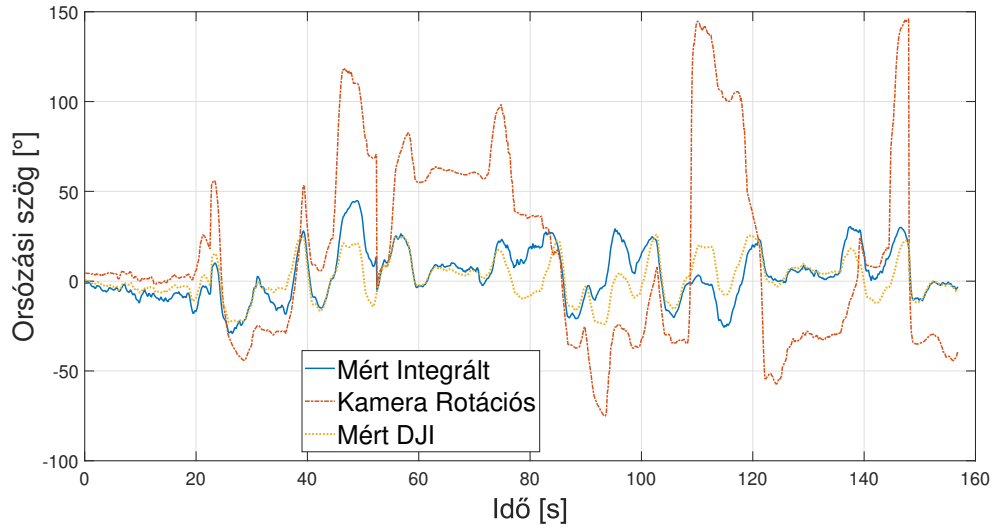
Ennek oka főként, hogy a forgatási mátrix az `recoverPose` OpenCV függvényből nem a kellő pontossággal kerül meghatározásra. Ezért ezen módszer alapján pusztán a két kép közötti relatív elfordulásból szögsebesség hiba nem lesz detektálható. Itt fontos megjegyezni, hogy a 4.2 ábrán a DJI M600 drón által mért szögsebességekből a (4.13) egyenletnek megfelelően integrált Euler szögek integrálása minden huszadik másodpercben újra indul, azaz a mért Euler szögekkel újrainicializálom a ϕ , θ , ψ értékeit a jobb integrálási eredmény érdekében. Erre azért van szükség, mert a méréseink zajjal terheltek és természetesen ezáltal a zajokat is integrálom, így fellép a drift jelensége, viszont ezen hatás a húsz másodpercenkénti újrainicializálással jelentősen csökkenthető, lásd 4.1 táblázat, mely a mért szögsebességből integrált szögek és a mért Euler szögek közötti átlagos abszolút hibákat (MAE - mean absolute error), illetve a négyzetes hibákat (RMSE - root mean square error) tartalmazza. A 4.2 táblázat mutatja két kamera kép közötti forgatási mátrixból meghatározott Euler szögek és a DJI által mért Euler szögek közötti átlagos abszolút hibákat, illetve a négyzetes hibákat. Látható, hogy kevesebb jellemző pont felhasználásával javul a becslés eredménye, de ez továbbra sem kielégítő.

4.1. táblázat. Az integrált Euler szögek hibái a DJI által mérthez képest.

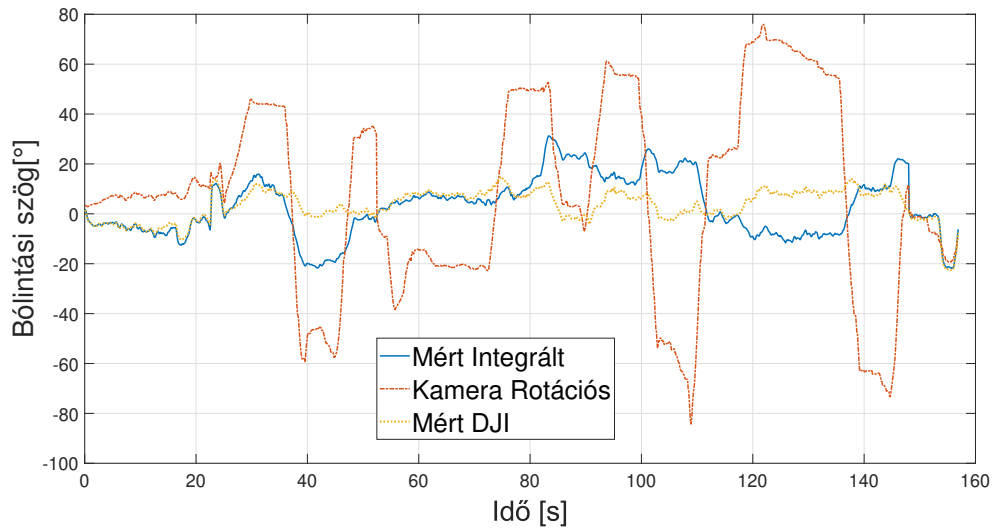
Újrainicializálás	MAE [°]			RMSE [°]		
	roll	pitch	yaw	roll	pitch	yaw
nem	7.5344	7.6980	157.9199	10.6100	11.1264	245.4588
igen	2.9754	2.6965	43.8667	3.9701	4.2869	119.3155

4.2. táblázat. A rotációs mátrixból számolt Euler szögek hibái a DJI által mérthez képest.

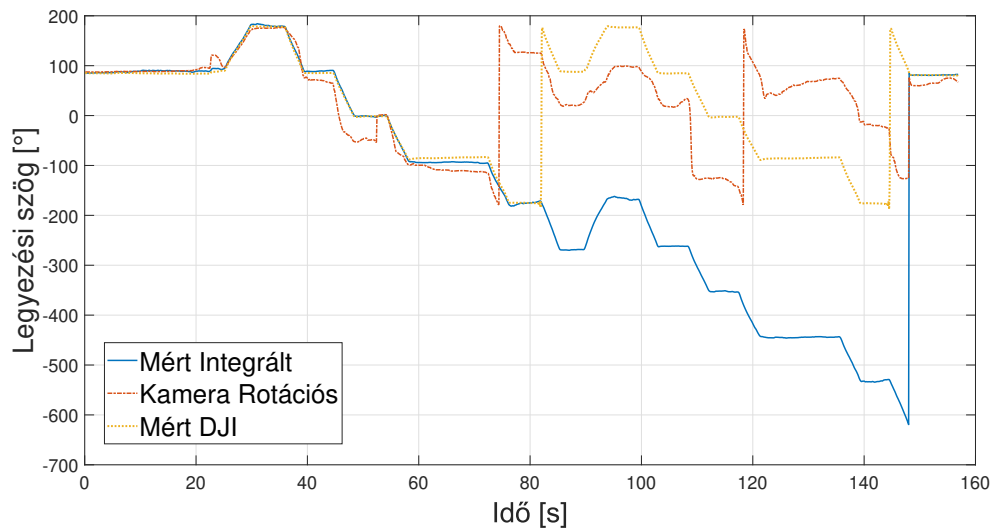
Jellemző pontok száma	MAE [°]			RMSE [°]		
	roll	pitch	yaw	roll	pitch	yaw
6000	38.3310	31.6128	74.8544	48.7984	37.7699	110.4352
40	73.6184	29.0194	60.9085	94.2899	33.2891	105.0865



(a) 1-es repülés orsózási szögeinek összehasonlítása

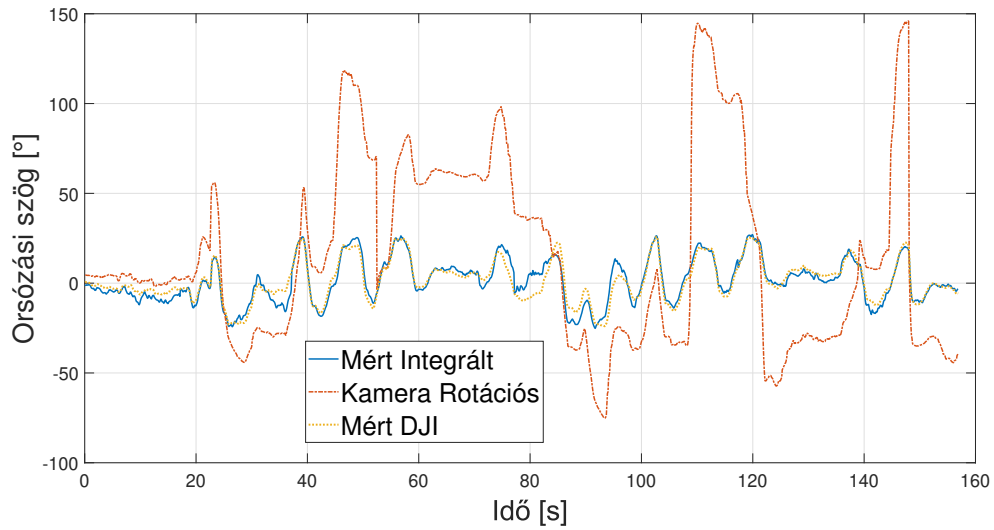


(b) 1-es repülés bólintási szögeinek összehasonlítása

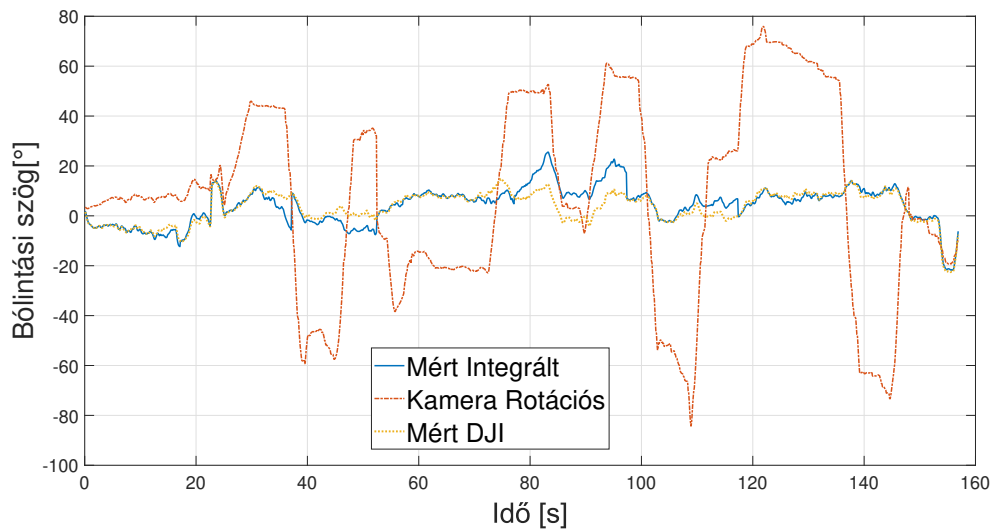


(c) 1-es repülés legyezési szögeinek összehasonlítása

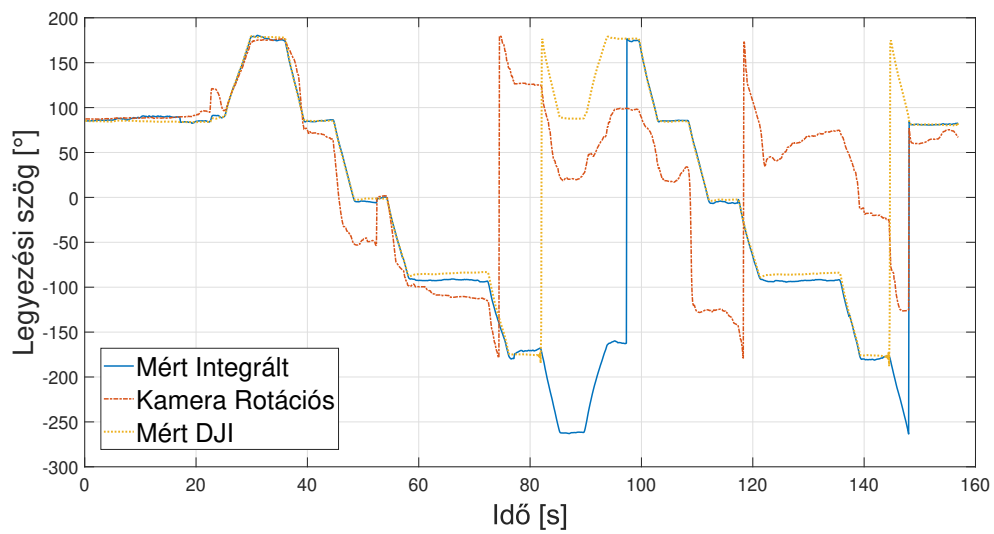
4.1. ábra. 1-es repülés Euler szögeinek összehasonlítása újrainicializálás nélkül



(a) 1-es repülés orsózási szögeinek összehasonlítása



(b) 1-es repülés bólintási szögeinek összehasonlítása



(c) 1-es repülés legyezési szögeinek összehasonlítása

4.2. ábra. 1-es repülés Euler szögeinek összehasonlítása újrainicializálással

Ebből adódik a kérdés, hogy a mono kameraképből milyen egyéb információ határozható meg, amelynek segítségével a mért szögsebességekben fellépő hibák detektálhatóak. Mint ahogyan a 4.2 ábrán illetve a 4.1 táblázatban látható, a mért szögsebességből integrált szögek bizonyos fokig jól közelítik a DJI M600 által mért szögeket. Ebből adódik a gondolat, hogy integráljuk a kameraképből nyert szögsebességeket a (4.13) egyenletnek megfelelően. A kameraképből történő szögsebesség becslésből számolt Euler szög számolást fogom bemutatni a következő fejezetben.

5. fejezet

A kameraképből történő szögsebesség becslésből számolt Euler szög számítás

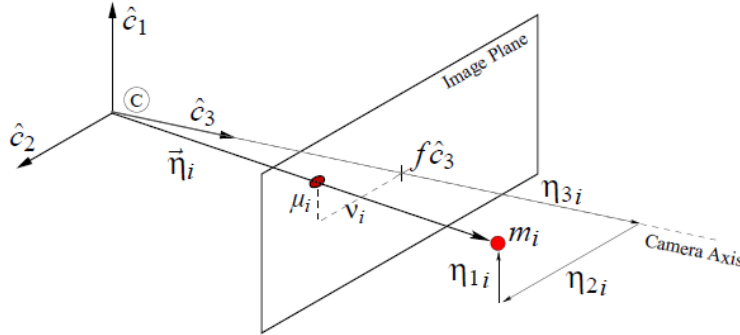
Ebben a fejezetben bemutatott 5.1 egyenletrendszer megoldására az elérhető irodalomban számos megoldási mód létezik. Az egyik legegyszerűbb a két lépéses lineáris megoldó [12]. Ennek a megoldónak a hátránya, hogy ugyan gyors és egyszerű, ellenben a zajokra nagyon érzékeny ezért 1991-ben [13] Kaelviaeinen bevezette a Motion Detection using Randomized Hough Transform (MDRHT) módszert translációs mozgások meghatározására, melyben a képi zajokból származó outliereket, a Randomized Hough Transform (RHT) segítségével távolította el. Ezt a módszert később Heikkonen [14] 1995-ben kibővítette rotációs mozgások meghatározására is. Az RHT és MDRHT módszerekről részletes leírást a [15] tartalmaz. Joseph J. Kehoe és társai [16] cikkükben az egyenletrendszer megoldásához több különböző módszert is leírtak. Ezt felhasználva [17] Kun Szabolcs és Bauer Péter bevezettek egy új kétlépéses lineáris megoldót, mellyel egy későbbi munkájukban [7] megmutatták, hogy a módszer alkalmas szenzorhiba detekcióra is. Ebben a fejezetben bemutatok két másik módszert, az első 5.2 módszer, amely a BSc szakdolgozatomban került bemutatásra, a második 5.3 pedig [18], amelyet David J. Heeger és társai vezettek be.

5.1. Egyenletek

Az optikai áramlás és a légi jármű szögsebességei közötti kapcsolatot, kamera rendszerben felírva a (5.1) egyenlet írja le.

$$\begin{aligned}
 \dot{\mu}_i &= \frac{\eta_{2i} f r^C}{\eta_{3i}} - \frac{f u^C}{\eta_{3i}} - f q^C + \frac{\eta_{1i} f w^C}{\eta_{3i}^2} - \frac{f q^C z^C}{\eta_{3i}} + \frac{f r^C y^C}{\eta_{3i}} - \frac{\eta_{1i}^2 f q^C}{\eta_{3i}^2} + \frac{\eta_{1i} \eta_{2i} f p^C}{\eta_{3i}^2} \\
 &\quad + \frac{\eta_{1i} f p^C y^C}{\eta_{3i}^2} - \frac{\eta_{1i} f q^C x^C}{\eta_{3i}^2} \\
 \dot{\nu}_i &= f p^C - \frac{f v^C}{\eta_{3i}} - \frac{\eta_{1i} f r^C}{\eta_{3i}} + \frac{\eta_{2i} f w^C}{\eta_{3i}^2} + \frac{f p^C z^C}{\eta_{3i}} - \frac{f r^C x^C}{\eta_{3i}} + \frac{\eta_{2i}^2 f p^C}{\eta_{3i}^2} - \frac{\eta_{1i} \eta_{2i} f q^C}{\eta_{3i}^2} \\
 &\quad + \frac{\eta_{2i} f p^C y^C}{\eta_{3i}^2} - \frac{\eta_{2i} f q^C x^C}{\eta_{3i}^2}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

ahol $(p^C \ q^C \ r^C)$ és $(u^C \ v^C \ w^C)$ rendre a drón kamerarendszerbe transzformált szögsebesség és sebességkomponensei, $(x^C \ y^C \ z^C)$ a kamerarendszer testrendszerben lévő pozícióját leíró vektor koordinátái, mely már a kamerarendszerbe van transzformálva. Továbbá $(\eta_{1i} \ \eta_{2i} \ \eta_{3i})$ a jellemző pont kamerarendszerbeli helyzetét leíró vektor koordinátái, $(\mu_i \ \nu_i)$ a jellemző pont kamera képsíkján értelmezett koordinátái és a $(\dot{\mu}_i \ \dot{\nu}_i)$ a jellemző pont sebessége a kamera képsíkján.



5.1. ábra. m pont leképezése a kamera képsíkjára. [16] 4. oldal

Ez az egyenletrendszer $6 + 3N$ ismeretlent tartalmaz, melynek megoldására $2N$ egyenlet szolgál. A hat darab ismeretlen a drón sebességkomponensei $(u^C \ v^C \ w^C)$, illetve szögsebesség-komponensei $(p^C \ q^C \ r^C)$, továbbá a plusz három ismeretlen pedig $(\eta_{1i} \ \eta_{2i} \ \eta_{3i})$ a térbeli pont koordinátáiból adódik és mivel N darab jellemző pont található a kameraképen ezért $6 + 3N$ az ismeretlenek száma. A $2N$ egyenlet pedig abból származtatható, hogy minden egyes új jellemző ponttal kettő darab a (5.1)-nek megfelelő egyenlet áll elő, mely egyenlet ebben a formában nem megoldható.

Viszont a lyukkamera modellből kifejezve az η_{1i} és η_{2i} jellemző pont pozíció koordinátáit, csökkenthető az ismeretlenek száma [7].

$$\eta_{1i} = \frac{\mu_i f}{\eta_{3i}} \quad (5.2)$$

$$\eta_{2i} = \frac{\nu_i f}{\eta_{3i}} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_i = & r^C \left(\nu_i + \frac{f y^C}{\eta_{3i}} \right) - q^C \left(f + \frac{\mu_i^2}{f} + \frac{f z^C}{\eta_{3i}} + \frac{\mu_i x^C}{\eta_{3i}} \right) \\ & + p^C \left(\frac{\mu_i y^C}{\eta_{3i}} + \frac{\mu_i \nu_i}{f} \right) + \frac{\mu_i w^C}{\eta_{3i}} - \frac{f u^C}{\eta_{3i}} \\ \dot{\nu}_i = & p^C \left(f + \frac{\nu_i^2}{f} + \frac{f z^C}{\eta_{3i}} + \frac{\nu_i y^C}{\eta_{3i}} \right) - r^C \left(\mu_i + \frac{f x^C}{\eta_{3i}} \right) \\ & - q^C \left(\frac{\nu_i x^C}{\eta_{3i}} + \frac{\mu_i \nu_i}{f} \right) - \frac{f v^C}{\eta_{3i}} + \frac{\nu_i w^C}{\eta_{3i}} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Ezek után további feltételezésekkel/elhanyagolásokkal élek. A kamerarendszer pozícióját leíró vektor a (2.6) egyenlet alapján számolható:

$$\Delta C = T_{CB} \cdot \Delta B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0.4753 & 0 & -0.8798 \\ -0.8798 & 0 & 0.4753 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 40.06 \\ -1 \\ 171.38 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -169.82 \\ 46.21 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Ennek eredményeképp a kamerarendszer pozícióját leíró vektor x_c koordinátája nullának vehető, az y^C és z^C koordinátája ugyan nem tekinthető zérusnak, viszont az egyenletekben a η_{3i} konstanssal vannak osztva, ahol η_{3i} nagyságrendekkel nagyobb mint az x^C és y^C . A vizsgálatom során 35-37 méter magasan repül a drón sík terep fölött. Magas épületeket is feltételezve (5 emeletes épület közelítőleg 20 méter magas), akkor is a fennmaradó távolság nagyságrendje közelítőleg 10 méter. Az $y_c = -0.16982$ [m] koordinátát elosztva 10 méterrel, 0.017 [-] adódik, mely a μ , ν , f nagyságrendjeihez viszonyítva elhanyagolható. Ebből adódóan a tagok, melyekben a pozícióvektor koordinátái szereplenek, zérusnak tekinthetőek. Ezeket az elhanyagolásokat beépítve az egyenletrendszerbe, a (5.6) adódik.

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_i = & \frac{\mu_i \nu_i}{f} p^C + \left(-f - \frac{\mu_i^2}{f} \right) q^C + \nu_i r^C + (\mu_i w^C - f u^C) \frac{1}{\eta_{3i}} \\ \dot{\nu}_i = & \left(f + \frac{\nu_i^2}{f} \right) p^C + \left(-\frac{\mu_i \nu_i}{f} \right) q^C + (-\mu_i) r^C + (\nu_i w^C - f v^C) \frac{1}{\eta_{3i}} \end{aligned} \quad (5.6)$$

Az így kapott egyenletrendszer már csak $6+N$ ismeretlent tartalmaz $2N$ egyenletre, így ez az egyenletrendszer már hat darab jellemző pontra számolt sikeres optikai áramlás esetén eredményre vezet.

Ezen fejezet célja a (5.6) egyenletrendszer megoldásának az integrálása. A következő két alfejezetben, két különböző algoritmust és azok eredményeit mutatom be.

5.2. Megoldás az elmozdulásvektor behelyettesítésével

A (5.6) egyenlet kétrészre osztható, egy lineáris Ax és egy bilineáris $z^T Bq$ részre mely formalizált alakban az alábbi módon írható fel:

$$y = Ax + z^T Bq \quad (5.7)$$

ahol az x megfeleltethető az ω szögsebességvektornak z^T a v^T sebességvektor transzponáltjának és q az $1/\eta_{3i}$ a jellemző pontok z irányú koordinátáinak reciprokát tartalmazó vektornak.

[19] Charles R. Johnson és társai munkája alapján egy bilineáris egyenletrendszer az alábbi alakban felírható:

$$y^T A_i x = g_i \quad (5.8)$$

ahol A egy $(p \times q)$ mátrix, y egy $(1 \times p)$ vektor és x egy $(q \times 1)$ vektor. Továbbá leírják, hogy egy bilineáris egyenletrendszer megoldása egy x , y vektorpár, mely kielégíti az n darab bilineáris egyenletet, illetve ha x és y megoldás akkor tx és $\frac{1}{t}y$ skalárszorosok is megoldások lesznek ahol $t \neq 0$.

Ha tetszőlegesen skálázott x értékekre a megoldás egy reciprok módon skálázott y érték, akkor a bilineáris egyenletrendszer ezen tulajdonságát kihasználva a sebességvektor mint egységvektor behelyettesíthető az egyenletrendszerbe és így csak a sebesség irányát kell meghatározni, mely egységvektor a képi információkból közelítőleg meghatározható (lásd 2.3 fejezet).

$$e_v^C = \frac{v^C}{\|v^C\|} = \begin{bmatrix} e_u^C \\ e_v^C \\ e_w^C \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Tehát a (5.6) egyenletrendszerben az u^C , v^C , w^C sebességkomponensek helyére behelyettesíthetőek az egységvektor-komponensei e_u^C , e_v^C , e_w^C és mivel ezek a komponensek közelítőleg meghatározhatóak, ezért a skálázott $\frac{1}{\eta_{3i}}$ kiemelhető és ezzel az egyenletrendszer egy lineáris egyenletrendszerre kerül visszavezetésre, ahol az $x = [p^C \ q^C \ r^C \ \frac{1}{\eta_{31}} \ \frac{1}{\eta_{32}} \ \dots \ \frac{1}{\eta_{3N}}]^T$ az ismeretlenek. Viszont egy skálázott sebességvektor, egy skálázott $\frac{1}{\eta_{3i}}$ vektort fog eredményezni, melyet a későbbiekben mint $b = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_N]^T$ fogok jelölni.

Elvégezve a behelyettesítéseket a (5.6) egyenletrendszerbe az alábbi lineáris egyenletrendszer adódik:

$$\begin{aligned}\dot{\mu}_i &= \frac{\mu_i \nu_i}{f} p^C + \left(-f - \frac{\mu_i^2}{f}\right) q^C + \nu_i r^C + (e_w^C \mu_i - e_u^C f) b_i \\ \dot{\nu}_i &= \left(f + \frac{\nu_i^2}{f}\right) p^C + \left(-\frac{\mu_i \nu_i}{f}\right) q^C + (-\mu_i) r^C + (e_w^C \nu_i - e_v^C f) b_i\end{aligned}\quad (5.10)$$

Ez mátrixos formában felírva:

$$\dot{y} = Cx \quad (5.11)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\mu}_1 \\ \dot{\nu}_1 \\ \dot{\mu}_2 \\ \dot{\nu}_2 \\ \vdots \\ \dot{\mu}_N \\ \dot{\nu}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\mu_1 \nu_1}{f}\right) & \left(-f - \frac{\mu_1^2}{f}\right) & \nu_1 & (e_w^C \mu_1 - e_u^C f) & 0 & \cdots & 0 \\ \left(f + \frac{\nu_1^2}{f}\right) & \left(-\frac{\mu_1 \nu_1}{f}\right) & -\mu_1 & (e_w^C \nu_1 - e_v^C f) & 0 & \cdots & 0 \\ \left(\frac{\mu_2 \nu_2}{f}\right) & \left(-f - \frac{\mu_2^2}{f}\right) & \nu_2 & 0 & (e_w^C \mu_2 - e_u^C f) & \cdots & 0 \\ \left(f + \frac{\nu_2^2}{f}\right) & \left(-\frac{\mu_2 \nu_2}{f}\right) & -\mu_2 & 0 & (e_w^C \nu_2 - e_v^C f) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\mu_N \nu_N}{f}\right) & \left(-f - \frac{\mu_N^2}{f}\right) & \nu_N & 0 & 0 & \cdots & (e_w^C \mu_N - e_u^C f) \\ \left(f + \frac{\nu_N^2}{f}\right) & \left(-\frac{\mu_N \nu_N}{f}\right) & -\mu_N & 0 & 0 & \cdots & (e_w^C \nu_N - e_v^C f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p^C \\ q^C \\ r^C \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

A C mátrix pszeudo inverzét C^+ számolva az egyenletrendszer legkisebb négyzetek módszerével könnyen és gyorsan megoldható.

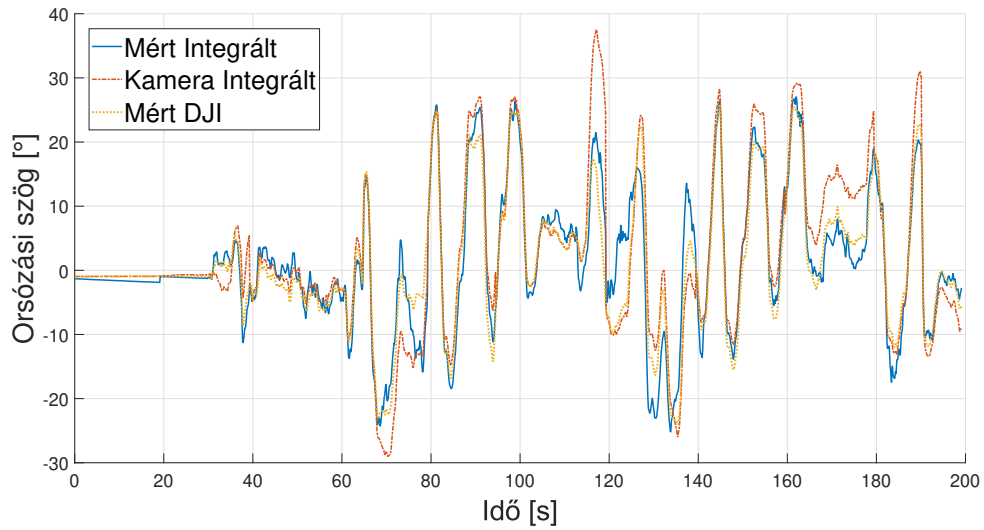
$$C^+ = (C^T C)^{-1} C^T \quad (5.13)$$

$$x = C^+ y \quad (5.14)$$

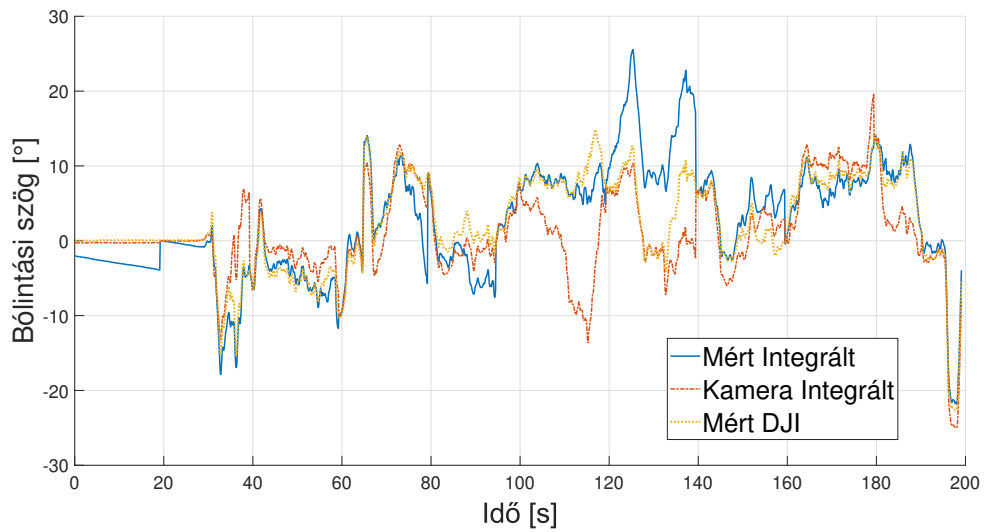
A (5.6) egyenletet a fentebb ismertetett módon megoldva és a 4.3 alfejezetben bemutatottaknak megfelelően integrálva a 5.2 ábrán látható eredményeket kaptam, ahol kék színnel jelöltem a mért szögsebesség integrálásával kapott Euler szögeket, sárgával a kameraképből becsült szögsebesség integrálásával kapott Euler szögeket, és citromsárgával a DJI M600 által mért Euler szögeket jelöltem.

5.1. táblázat. Kamera szögsebességbecsléséből integrált Euler szögek hibái a DJI által mérthez képest a jellemző pontok számának függvényében.

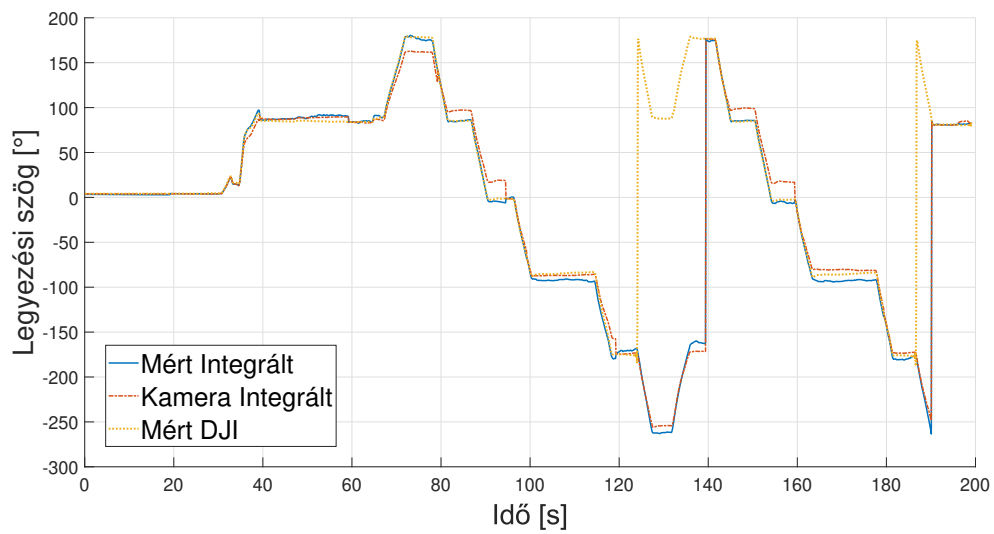
Jellemző pontok száma	MAE [°]			RMSE [°]		
	roll	pitch	yaw	roll	pitch	yaw
100	4,7681	5,0418	37,8067	8,1082	7,5281	105,4354
300	3,6407	4,0833	37,1609	6,2102	6,5752	105,8204
600	3,4291	3,323	37,0956	5,6573	5,3619	105,8665
1000	2,9732	2,9197	37,0036	4,844	4,7268	105,7969



(a) 1-es repülés orsózási szögeinek összehasonlítása



(b) 1-es repülés bólintási szögeinek összehasonlítása



(c) 1-es repülés legyezési szögeinek összehasonlítása

5.2. ábra. 1-es repülés Euler szögeinek összehasonlítása

Látható, hogy helyenként jelentősen eltér a kameraképből integrált Euler szög, legfőképpen a bólintási szög tér el jelentősen a 110. másodperc környékén. A 5.1 táblázat tartalmazza a kameraképből integrált Euler szögek és a DJI által mért Euler szögek közötti átlagos abszolút hibákat, illetve a négyzetes hibákat különböző számú jellemző pontok esetére. Megfigyelhető, hogy a jellemző pontok számának a növelésével az Euler szög becslés egyre pontosabb. Csakhogy, ahogy a képpontok számát növeljük úgy a (5.12) egyenletben szereplő együttható mátrix dimenzióját is növeljük. Ebből fakadóan ez a megoldási módszer sok képpontra igencsak számításigényes. Ezért célszerű egy másik szögsebességbecslő-eljárás alkalmazása, ezt mutatom be a következő 5.3 alfejezetben.

Fontos megjegyezni, hogy mint ahogyan az a 4.4 alfejezetben megírtam, az integrálást ebben az esetben is 20 másodpercenként újrainicializálom a pontosabb integrálási eredmény elérése végett. A 5.2 táblázat mutatja különböző hosszúságú időintervallumokra a kameraképből integrált Euler szögek és a DJI által mért Euler szögek közötti átlagos abszolút hibákat, illetve a négyzetes hibákat, 1000 jellemző pontra számolva. A táblázat jól szemlélteti, hogy minél nagyobb az integrálási időablak, annál nagyobb lesz a becslésen a hiba.

5.2. táblázat. Az kameraképből integrált Euler szögek hibái a DJI által mérthez képest különböző újrainicializálási időablakkal.

Újrainicializálás [s]	MAE [°]			RMSE [°]		
	roll	pitch	yaw	roll	pitch	yaw
10	1.7764	2.1883	16.5981	3.1345	3.4456	68.8858
15	2.1806	2.4118	26.7030	3.8447	4.1971	89.9135
20	2,9732	2,9197	37,0036	4,844	4,7268	105,7969
25	3,6732	3,4876	11,3597	6,7799	5,595	46,6685
30	4,1319	4,9258	52,9804	6,0966	7,1252	130,1074
no	10.2558	10.8246	118.5866	14.8117	14.7637	205.0951

5.3. Megoldás altér módszerrel

David J. Heeger és társai munkájukban [18] egy olyan módszert mutattak be az optikai áramlás egyenletrendszerének megoldására, melynek fő lényege, hogy amennyiben a t elmozdulásvektor iránya ismert abban az esetben meghatározható egy olyan d_i^T vektor mely az $\frac{1}{\eta_{3i}}$ -től függő tagot zérusba vetíti, és ezáltal az egyenletrendszer ezen függését megszünteti. Ennek a megoldási módszernek a jelenlegi problémára történő aktualizálását mutatom be a következőekben.

[18] alapján, a (5.6) egyenletrendszer felírható az alábbi alakban:

$$OF_i = V_{\omega_i} \omega^C + V_{v_i} v^C \frac{1}{\eta_{3i}} \quad (5.15)$$

ahol V_{ω_i} a szögsebességvektor együttható mátrixa míg a V_{v_i} sebesség vektor együttható mátrixa.

A (5.15) egyenletrendszer mátrixos formában felírva:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mu}_i \\ \dot{\nu}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_i \nu_i}{f} & -f - \frac{\mu_i^2}{f} & \nu_i \\ \frac{\nu_i^2}{f} + f & -\frac{\mu_i \nu_i}{f} & -\mu_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p^C \\ q^C \\ r^C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -f & 0 & \nu_i \\ 0 & -f & \mu_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^C \\ v^C \\ w^C \end{bmatrix} \frac{1}{\eta_{3i}} \quad (5.16)$$

A (5.16) egyenletből a $V_{v_i} v^C \frac{1}{\eta_{3i}}$ tag eliminálásához, először az egyenlet mindkét oldalát beszorzom egy d_i^T vektorral.

$$d_i^T OF_i = d_i^T V_{\omega_i} \omega^C + d_i^T V_{v_i} v^C \frac{1}{\eta_{3i}} \quad (5.17)$$

Majd figyelembe véve, hogy a (5.17) összeg második tagja zérus értéket kell hogy felvegyen, ennek következtében az alábbi egyenletnek teljesülnie kell.

$$d_i^T V_{v_i} v^C \frac{1}{\eta_{3i}} = 0 \quad (5.18)$$

Ebből az egyenletből következik, hogy a d_i^T vektor inverz számolással meghatározható.

$$d_i^T = (V_{v_i} v^C)^{-1} \quad (5.19)$$

Ámde ezt az inverzet nem szükséges kiszámolni mert ha v^C ismert akkor a $V_{v_i} v^C$ szorzatnak az eredmény vektorára merőleges vektorral ez a tag zérusba vihető, ez pedig könnyen előállítható a koordináták felcserélésével és az egyik koordináta előjel váltásával.

De v^C nem ismert pusztán a kamera kép alapján, viszont az elmozdulásvektor iránya meghatározható (lásd 2.3 alfejezet), melynek segítségével a $V_{v_i} v^C$ szorzatra merőleges vektor előállítható.

$$d_i^T = (V_{v_i} v^C)^{-1} \quad \Rightarrow \quad d_i^T = (V_{v_i} t)^{-1} \quad (5.20)$$

A d_i^T vektorra [18]-ben egy további megkötést is előírnak miszerint a d_i^T vektornak a normája egységnyi kell, hogy legyen $\|d_i^T\| = 1$. Fontos megjegyezni, hogy ez a d_i^T vektor minden egyes jellemző pontra (és a hozzá tartozó optikai áramlásra) más és más. Ezen nullába vetítéssel a (5.6) egyenletből az $\frac{1}{\eta_{3i}}$ jellemző pont mélységétől való függés megszűnt. Ennek a módszernek a nagy előnye, hogy a d_i^T vektorral történő vetítés a $2N$ darab egyenletből N darab egyenletet konstruál, illetve a $3 + N$ ismeretlenből vetítés hatására már csak 3 ismeretlen marad, ennek eredményeképp V_{ω_i} együttható mátrix dimenziója $2N \times (3 + N)$ -ról lecsökken $N \times 3$ -ra, ezáltal az egyenletrendszer megoldásának számítási igénye jelentősen csökken.

Szemléltetés végett, alább bemutatom a 3 jellemző pontra a d vektor meghatározását.

$$V_{v_i} t = \begin{bmatrix} -f & 0 & \mu_1 \\ 0 & -f & \nu_1 \\ -f & 0 & \mu_2 \\ 0 & -f & \nu_2 \\ -f & 0 & \mu_3 \\ 0 & -f & \nu_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 t_z - f t_x \\ \nu_1 t_z - f t_y \\ \mu_2 t_z - f t_x \\ \nu_2 t_z - f t_y \\ \mu_3 t_z - f t_x \\ \nu_3 t_z - f t_y \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

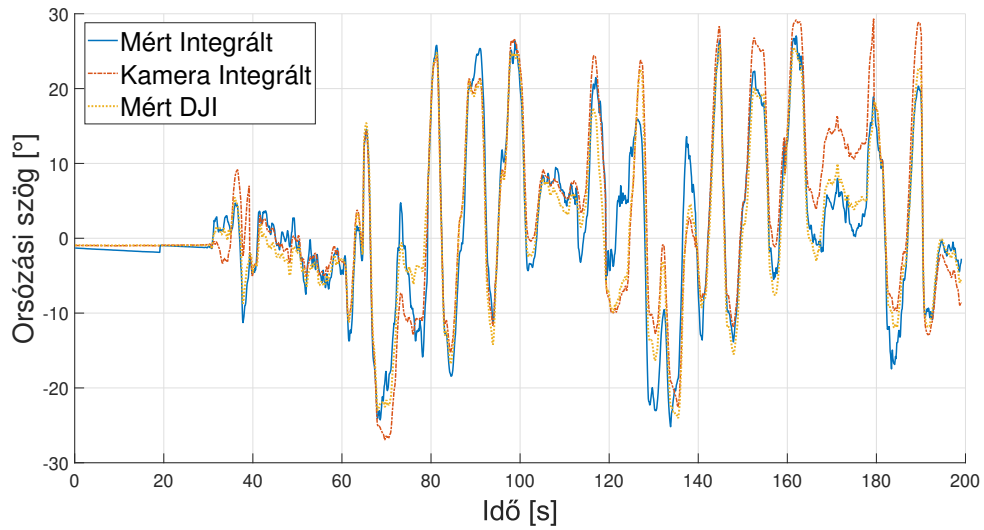
A koordináták felcserélésével és az egyik negálásával továbbá a koordináták normalizálását követően a d -re az alábbi eredményt kaptam:

$$d = \begin{bmatrix} d_{x_1} & 0 & 0 \\ d_{y_1} & 0 & 0 \\ 0 & d_{x_2} & 0 \\ 0 & d_{y_2} & 0 \\ 0 & 0 & d_{x_3} \\ 0 & 0 & d_{y_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{f t_y - \nu_1 t_z}{\sqrt{|f t_x - \mu_1 t_z|^2 + |f t_y - \nu_1 t_z|^2}} & 0 & 0 \\ \frac{f t_x - \mu_1 t_z}{\sqrt{|f t_x - \mu_1 t_z|^2 + |f t_y - \nu_1 t_z|^2}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f t_y - \nu_2 t_z}{\sqrt{|f t_x - \mu_2 t_z|^2 + |f t_y - \nu_2 t_z|^2}} & 0 \\ 0 & \frac{f t_x - \mu_2 t_z}{\sqrt{|f t_x - \mu_2 t_z|^2 + |f t_y - \nu_2 t_z|^2}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f t_y - \nu_3 t_z}{\sqrt{|f t_x - \mu_3 t_z|^2 + |f t_y - \nu_3 t_z|^2}} \\ 0 & 0 & \frac{f t_x - \mu_3 t_z}{\sqrt{|f t_x - \mu_3 t_z|^2 + |f t_y - \nu_3 t_z|^2}} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

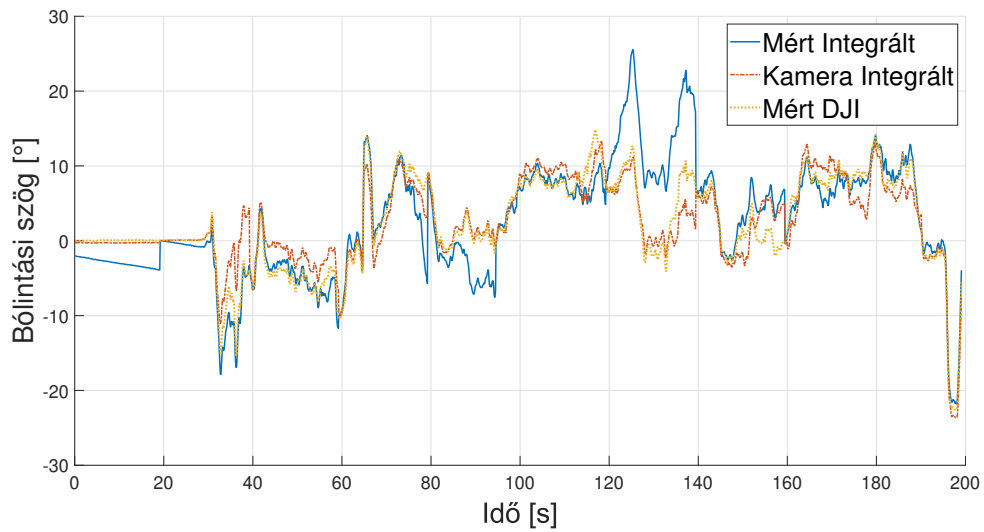
Ezen algoritmus által becsült szögsebességek integrálásával kapott eredményeket a 5.3 és a 5.4 ábrák szemléltetik. A 5.3 táblázat tartalmazza a kameraképből integrált Euler szögek és a DJI által mért Euler szögek közötti átlagos abszolút hibákat, illetve a négyzetes hibákat. Összehasonlítva a 5.1 táblázattal megállapítható, hogy a két módszer közelítőleg azonos hibával becsüli az Euler szögeket, ellenben az altér módszer kisebb számítási igényét kihasználva több jellemző pont dolgozható fel, ezáltal tovább csökkenthetőek az Euler szögek hibái.

5.3. táblázat. Kamera szögsebességbecsléséből integrált Euler szögek hibái a DJI által mérthez képest a jellemző pontok számának függvényében.

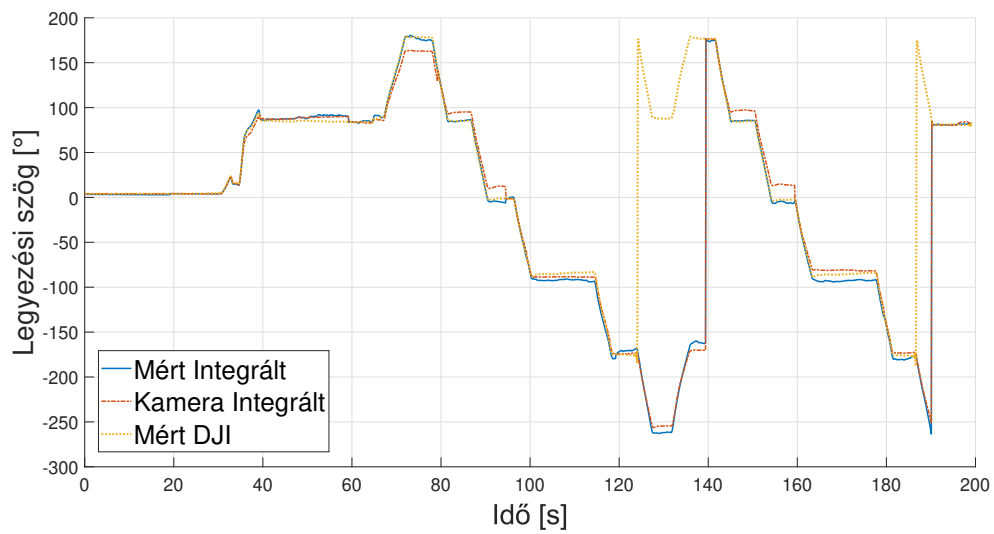
Jellemző pontok száma	MAE [°]			RMSE [°]		
	roll	pitch	yaw	roll	pitch	yaw
100	4,7905	4,9825	37,7406	8,0946	7,4318	105,3815
300	3,6964	4,014	37,0554	6,2172	6,4733	105,8843
600	3,4226	3,2222	36,9363	5,5854	5,2446	105,9366
1000	2,9323	2,8869	36,8196	4,7755	4,7035	105,8593
6000	2,49	1,7184	36,3217	3,5328	2,395	105,7057



(a) 1-es repülés orsózási szögeinek összehasonlítása

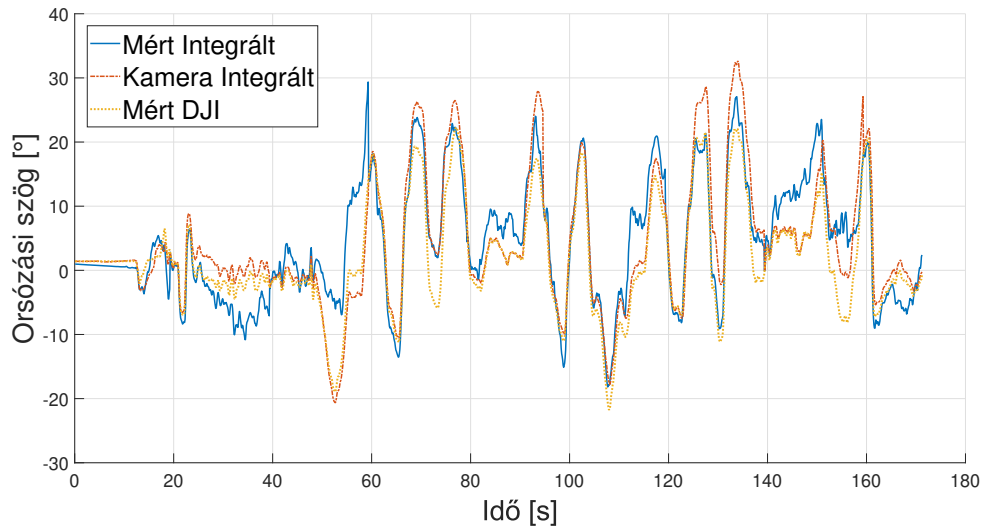


(b) 1-es repülés bólintási szögeinek összehasonlítása

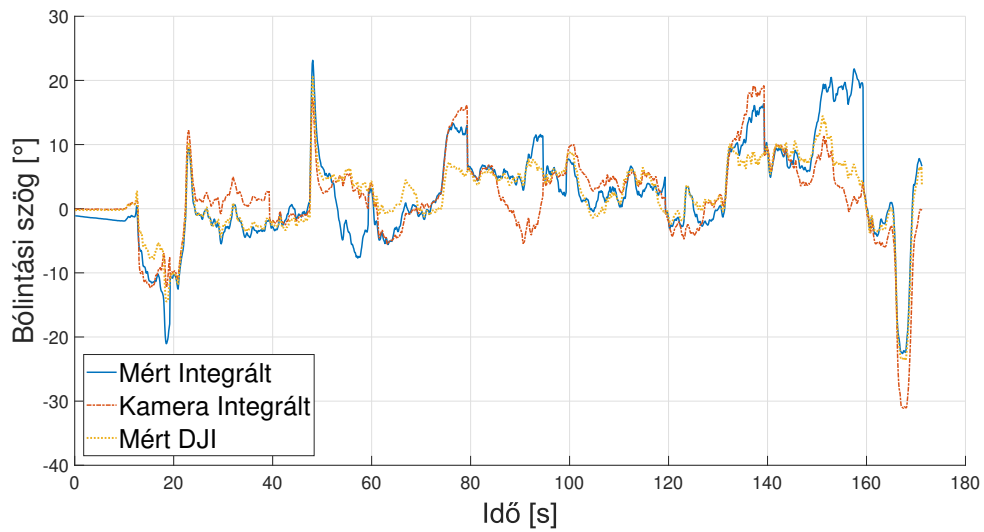


(c) 1-es repülés legyezési szögeinek összehasonlítása

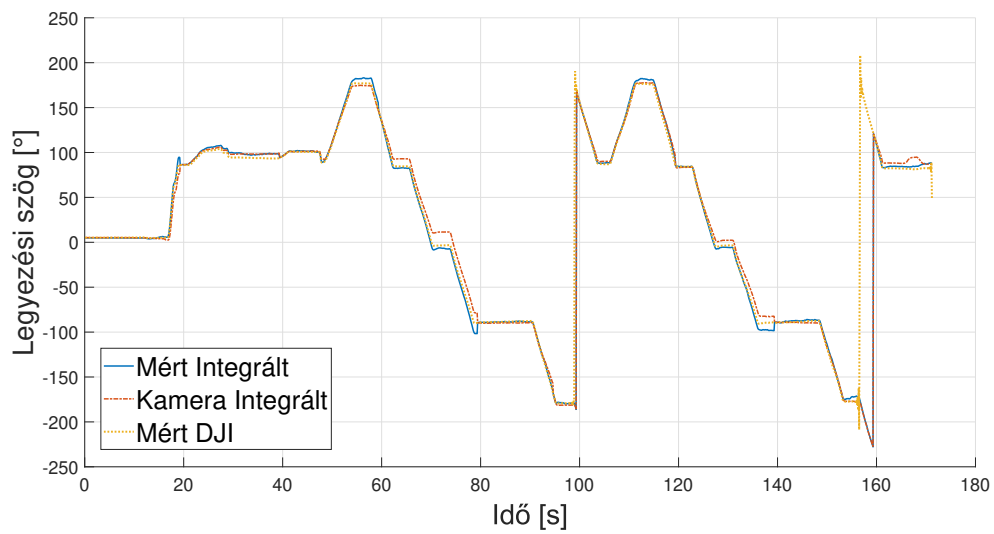
5.3. ábra. 1-es repülés Euler szögeinek összehasonlítása



(a) 2-es repülés orsózási szögeinek összehasonlítása



(b) 2-es repülés bólintási szögeinek összehasonlítása



(c) 2-es repülés legyezési szögeinek összehasonlítása

5.4. ábra. 2-es repülés Euler szögeinek összehasonlítása

5.4. Euler szög hibával injektálva

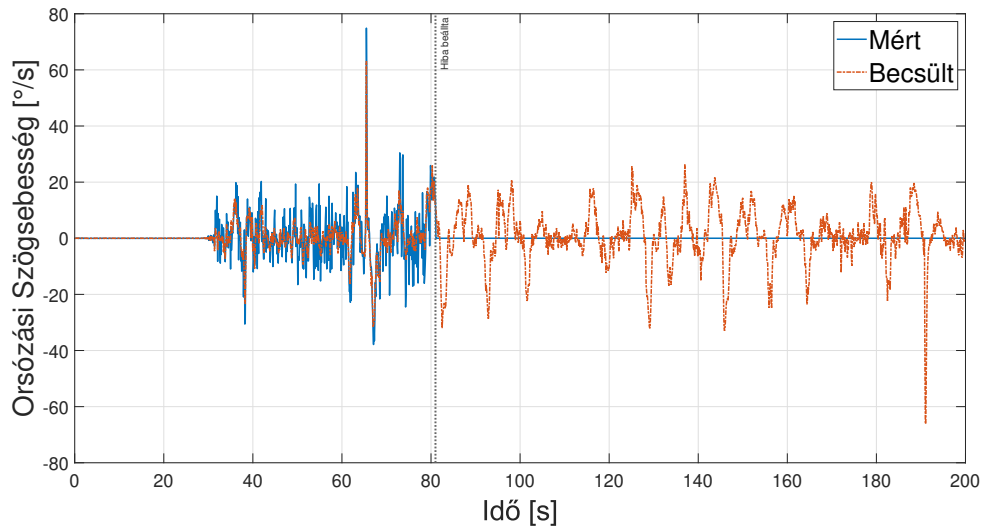
Ebben a fejezetben először ismertetem a vizsgált szenzorhibákat. Majd bemutatom, hogy az integrált Euler szögekben ezek a különféle mesterségesen előállított meghibásodások hogyan jelennek meg.

5.5. Szenzor meghibásodások fajtái:

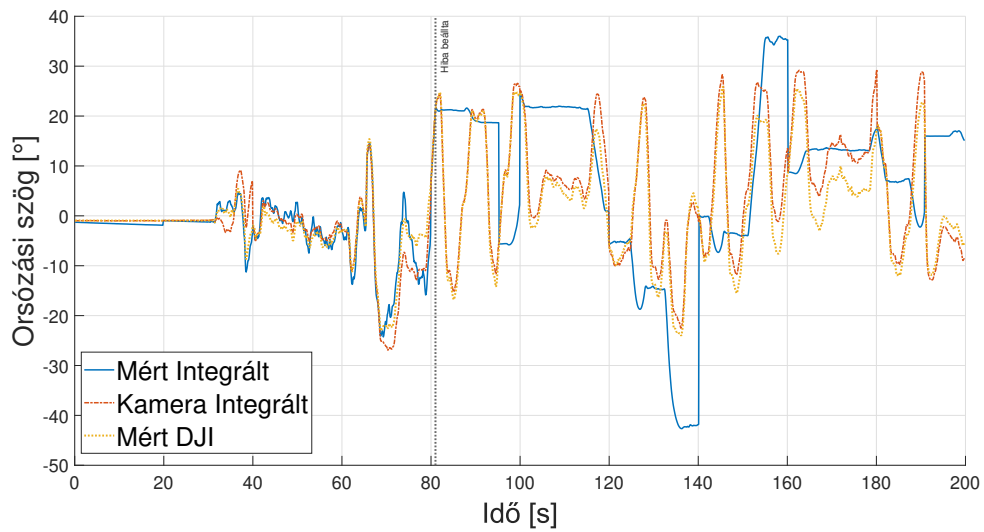
Guillermo Heredia és társai [20] munkájukban részletesen bemutatják egy autonóm modellhelikopter jellemző szenzor meghibásodásait, és [7] munkája alapján 4 fajta szenzor hibát vizsgáltam:

1. **Szenzor teljes meghibásodása:** A hiba beálltának időpillanatától kezdődően zérus kimenetet ad a szenzor.
2. **Szenzor konstans értéken történő beragadása:** A szenzor kimenetén a hiba beálltának időpillanatától fogva, a hiba beálltának időpillanatában érvényes konstans érték fog csak megjelenni.
3. **Additív típusú szenzor meghibásodás:** A szenzor által mért értékekre egy konstans érték A szuperponálódik.
4. **Multiplikatív típusú szenzor meghibásodás:** A szenzor kimenetén a mért értékek $100 + P\%$ -a fog megjelenni.

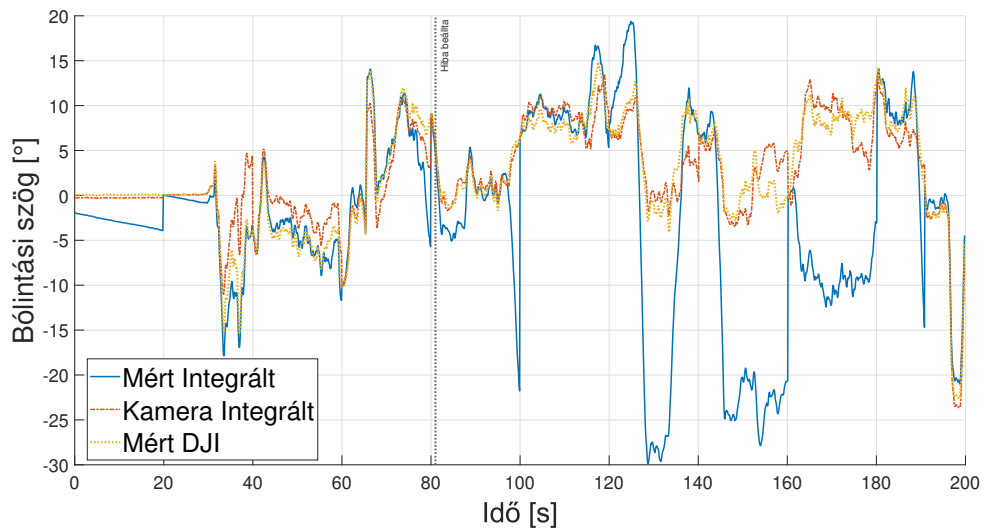
Az orsózási szögsebességben létrehozott szenzor teljes meghibásodása látható a 5.5a ábrán. Tekintve a 5.5b és az 5.5c ábrákat látható, hogy jelentős eltérést indukál a hiba nem csak az orsózási szögben, hanem a bólintási szögben is. A legyezési szögben jelentős eltérés nem volt tapasztalható, ezért nem ábrázoltam (ez mind a 4 típusú meghibásodás esetén igaz). Továbbá megfigyelhető, hogy az újrainicializálás következtében a 20 másodperces időablakon belül hibák hatása újra és újra fokozatosan jut érvényre.



(a) 1-es repülés orsózási szögsebessége teljes szenzor meghibásodással



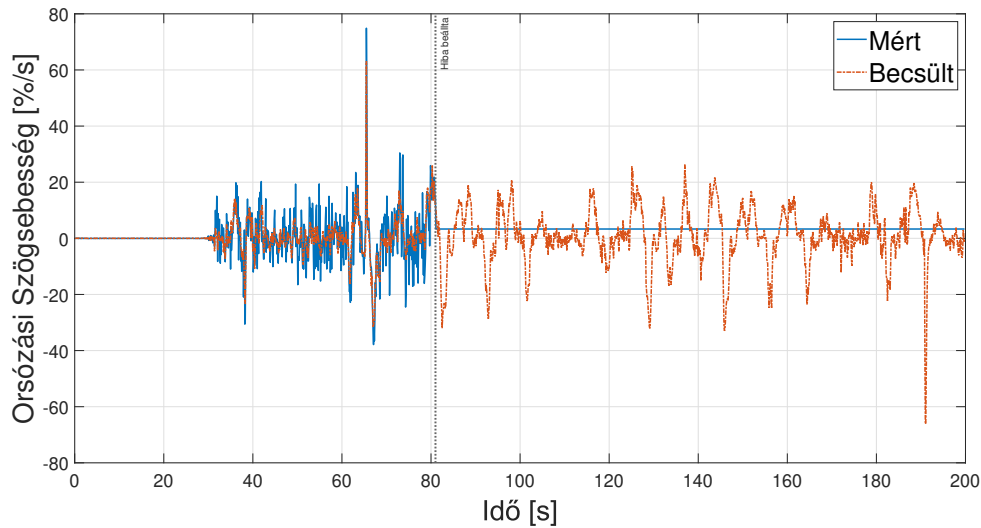
(b) 1-es repülés orsózási szögeinek összehasonlítása teljes szenzor meghibásodással



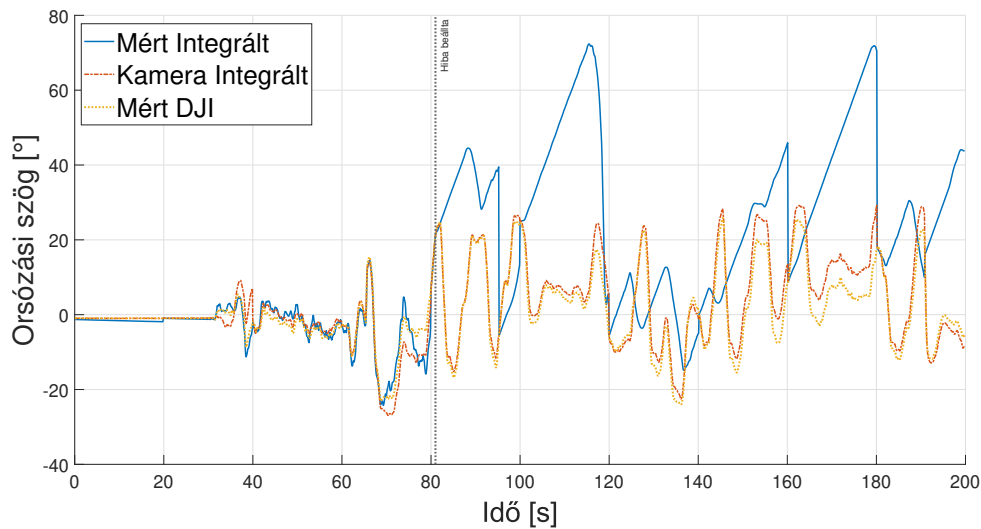
(c) 1-es repülés bólintási szögeinek összehasonlítása teljes szenzor meghibásodással

5.5. ábra. 1-es repülés Euler szögeinek alakulása teljes szenzor meghibásodása esetén

Az orsózási szögsebességben létrehozott, szenzor konstans értéken történő beragadása típusú meghibásodás látható a 5.6a ábrán. Tekintve a 5.6b és az 5.6c ábrákat látható, hogy jelentős eltérést indukál mind az orsózási szögben, mind a bólintási szögben is. Továbbá itt is megfigyelhető, hogy a 20 másodperces időablakon belül nagymértékű eltérések alakulnak ki.

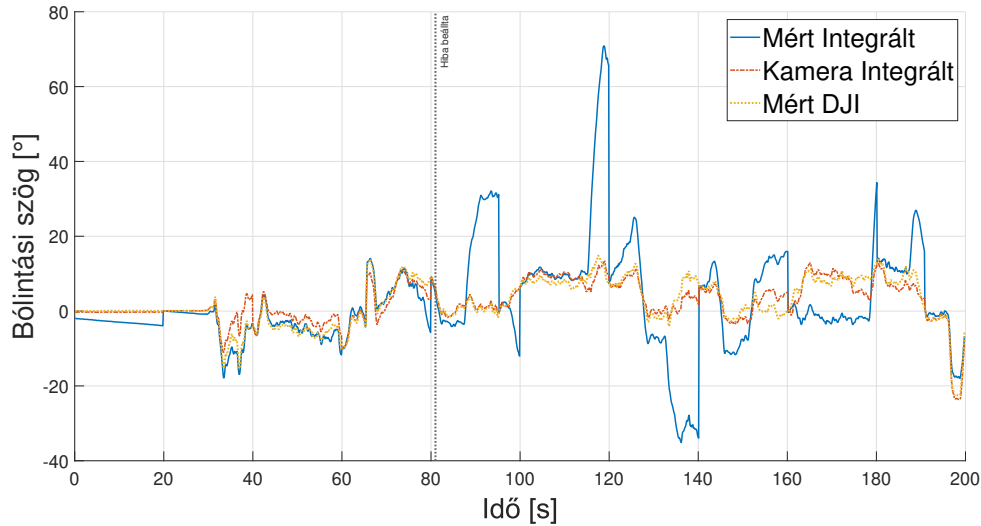


(a) 1-es repülés orsózási szögsebessége szenzor konstans értéken történő beragadása esetén



(b) 1-es repülés orsózási szögeinek összehasonlítása szenzor konstans értéken történő beragadása esetén

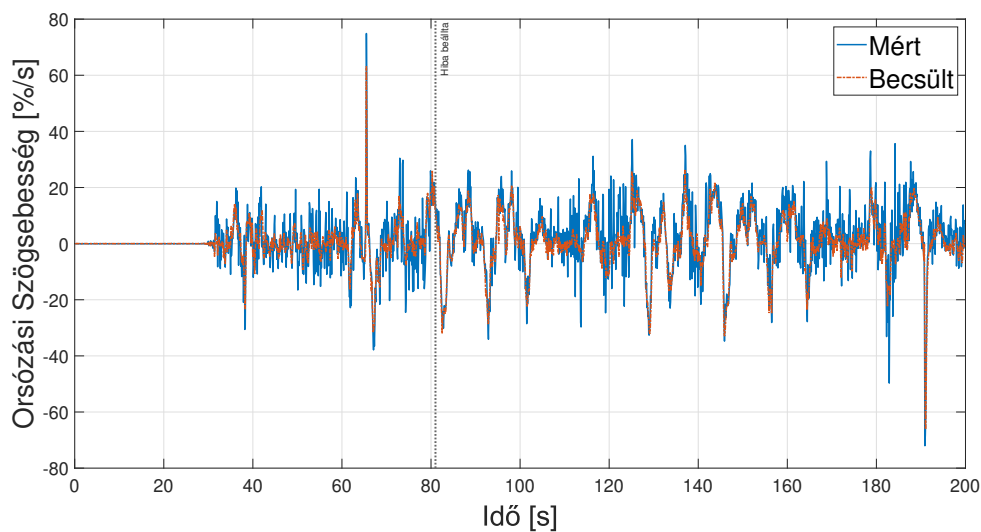
5.6. ábra. 1-es repülés Euler szögeinek alakulása szenzor konstans értéken történő beragadása esetén



(c) 1-es repülés bólintási szögeinek összehasonlítása szenzor konstans értéken történő beragadása esetén

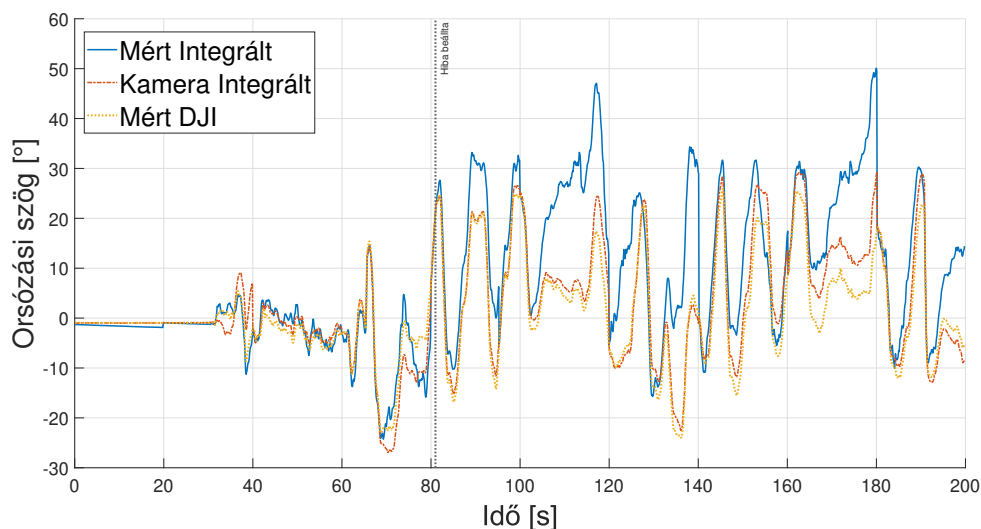
5.6. ábra. 1-es repülés Euler szögeinek alakulása szenzor konstans értéken történő beragadása esetén

Az orsózási szögsebességben létrehozott additív típusú szenzor meghibásodás látható a 5.7a ábrán, $A = 2^\circ/s$ eltérés hozzáadásával. Az 5.7b és az 5.7c ábrákon látható, hogy ugyan kisebb mértékű, de még így is számottevő eltérést hoz létre mind az orsózási szögben, mind a bólintási szögben. Az orsózási szögben a 140 és 160 másodperc közötti 20 másodperces időablakon belül nem lép fel jelentős eltérés, viszont ezzel párhuzamosan a bólintási szögben nagymértékű eltérések alakulnak ki. Ezt a szenzor hiba detektáló algoritmus reziduáljának meghatározásakor figyelembe kell venni.

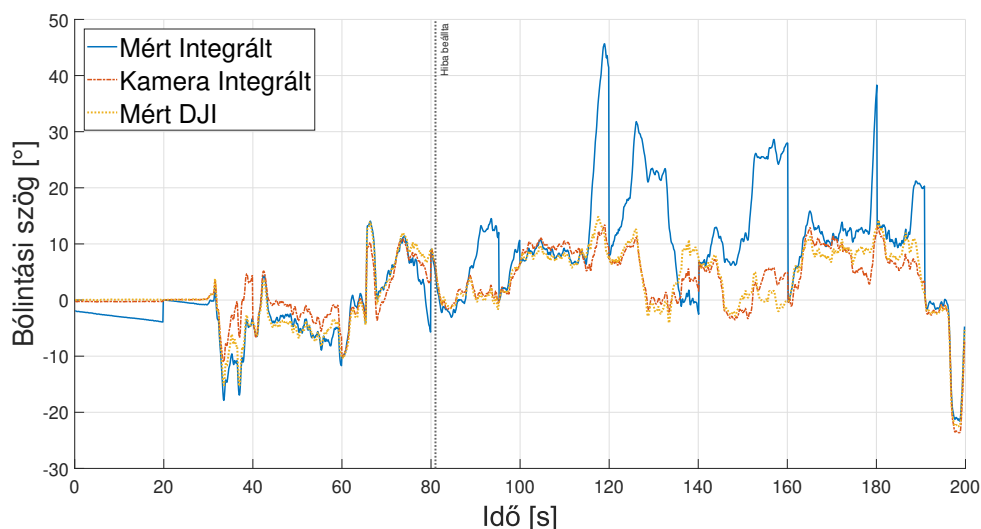


(a) 1-es repülés orsózási szögsebessége additív típusú szenzor meghibásodás esetén

5.7. ábra. 1-es repülés Euler szögeinek alakulása additív típusú szenzor meghibásodás esetén



(b) 1-es repülés orsózási szögeinek összehasonlítása additív típusú szenzor meghibásodás esetén



(c) 1-es repülés bólintási szögeinek összehasonlítása additív típusú szenzor meghibásodás esetén

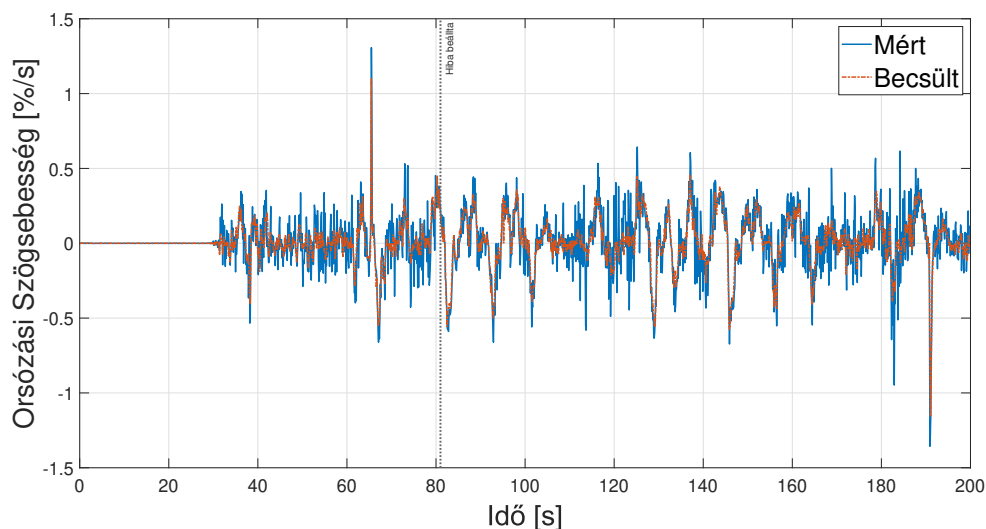
5.7. ábra. 1-es repülés Euler szögeinek alakulása additív típusú szenzor meghibásodás esetén

Az orsózási szögsebességben létrehozott multiplikatív típusú szenzor meghibásodás látható a 5.8a ábrán, $P = 5\%$ eltérés hozzáadásával. Az 5.8b és az 5.8c ábrákon látható, hogy az eltérés mértéke nem olyan jelentős, mint a megelőző esetekben. Itt is mind az orsózási, mint a bólintási szögben megjelennek a hibák. Mivel kismértékű az eltérés ezért, az Euler szögek még pontosabb integrálása érdekében érdemes lehet a szögsebesség komponenseket szűrni az integrálás előtt, habár ez késleltetést fog belevinni a szenzor hiba detekcióba.

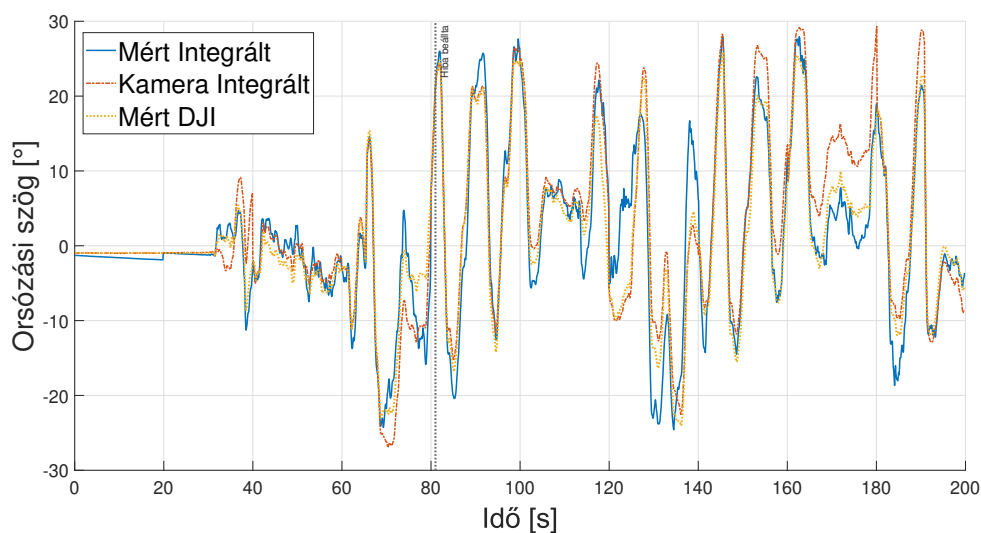
Továbbá fontos, hogy az integrálásból adódóan mind a 4 típusú szögsebesség szenzor meghibásodás esetére az ablak megfelelő méretének megválasztása kritikus paraméter, hiszen úgy kell meg választani az ablak méretét, hogy kellően rövid legyen, hogy az integrálási hiba ne legyen túl nagy, viszont elegendően hosszú, hogy rendelkezésre álljon elegendő idő a szenzor meghibásodás detektálására. Ez különösen igaz a multiplikatív típusú szenzor meghibásodásra. Ezenfelül a szenzor hibadetekció során a reziduál képzésekor figyelembe kell venni, hogy egyszerre több Euler szögben is megjelenhet a hiba. Harmadszor pedig, a multiplikatív hiba kis mértékű eltérése miatt a szögsebességek szűrésére is szükség lehet.

Az ebben a fejezetben bemutatott Euler szög alapú módszer igen ígéretes a kis mértékű hibák detektálására, melyekre alkalmazható szenzor hibadetekciós eljárás kifejlesztésével szeretnék foglalkozni majd a jövőben.

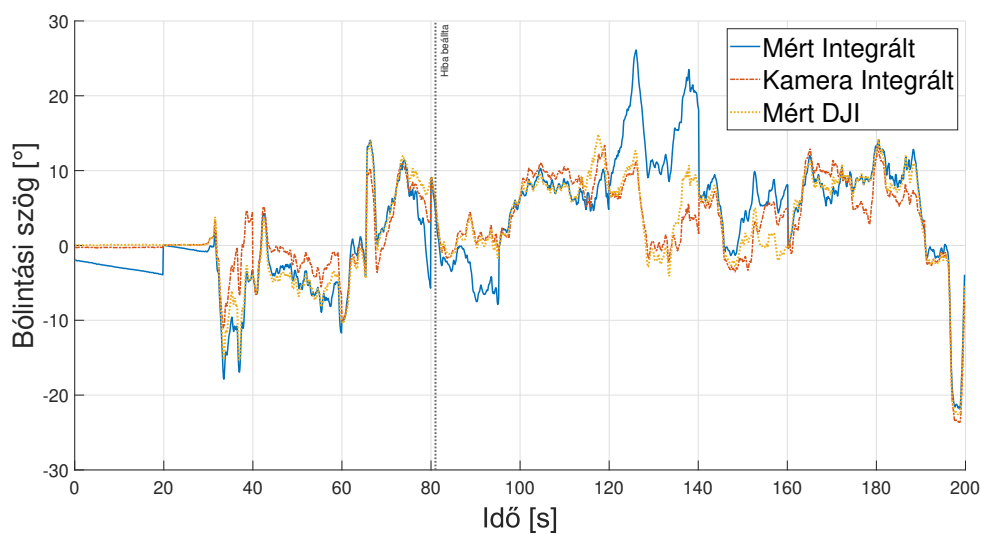
A következőekben bemutatom, hogy a korábban ismertetett eljárásokkal, pontosabban a forgatási mátrixból Euler szög számításával, továbbá szögsebesség integrálásából kapott Euler szögek segítségével milyen információk határozhatóak meg az IMU mágneses szenzor meghibásodásainak detektálására.



(a) 1-es repülés orsózási szögsebessége multiplikatív típusú szenzor meghibásodás esetén



(b) 1-es repülés orsózási szögeinek összehasonlítása multiplikatív típusú szenzor meghibásodás esetén



(c) 1-es repülés bólintási szögeinek összehasonlítása multiplikatív típusú szenzor meghibásodás esetén

5.8. ábra. 1-es repülés Euler szögeinek alakulása multiplikatív típusú szenzor meghibásodás esetén

6. fejezet

Mágneses mérések hibadetektálása

Már a repülés kezdete óta használják az iránytűt a pilóták különböző navigációs célokra. Az iránytű a Föld mágneses térerősségét mérő műszer, mely a mágneses északi irányt mutatja, amely eszközt, ha vízszintesen tartunk, akkor orientálni tudjuk magunkat az Északi mágneses sarokhoz képest.

A magnetométereknek két fő típusa létezik, az egyik a skalár magnetométerek, amelyek csak a mágneses tér erősségét mérik, mint egy skalár érték, ezeket főként geofizikai feltérképezésre használják. A másik főcsoportjuk pedig a vektor magnetométerek, melyek a nem csak a mágneses tér erősségét, hanem annak irányát is mérik, ezt a típust használják navigációs célokra.

Egy IMU-ban található 3 tengelyes magnetométer a Föld mágneses mezejét méri a légijármű orientációjának meghatározása érdekében. Ezek többnyire MEMS (micro-electromechanical systems) mágneses mező szenzorok, melyeknek alapvető működése a Hall-effektuson vagy különböző magnetorezisztív elveken alapulnak, mint például anisotropic magnetoresistance (AMR), giant magnetoresistance (GMR) vagy tunnel magnetoresistance (TMR), [21] ez utóbbit használja példának okáért a Bosch által gyártott BMM350 magnetométer. A magnetorezisztív érzékelők permalloy ötvözetekből készülnek, amely anyagok a mágneses mező hatására megváltoztatják az ellenállásukat. A MEMS mágneses szenzorok a Föld mágneses mezejét mérik, de ezeket a méréseket lokális mágneses anomáliák, a szenzor gyártási hibája vagy más elektromos eszköz által gerjesztett elektromágneses mező megzavarhatják[22].

6.1. Mágneses mérések hibái

A mágneses szenzorhibákról egy részletes leírás a [23]-ban található, ebben az alfejezetben összefoglalom a főbb hiba fajtákat.

1. Külső és Belső zavarások:

Belső mágneses zavarásnak azt tekintjük, amikor a szenzorhoz viszonyítva a zavaró tárgy vagy eszköz mereven van rögzítve, például egy elektromos eszköz vagy másik szenzor, amely a magnetométer közelében, a szenzorhoz képest van fixen elhelyezve.

Külső mágneses zavarok közé tartozik minden olyan tárgy által okozott zavarás, amely nem mereven van rögzítve a szenzorhoz képest. Ezek olyan tárgyak, amelyek a szenzor környezetében mozognak, mint például egy elhaladó autó vagy akár a mobiltelefonok.

Mind a külső, mind a belső zavarások függenek a mágneses mező változásától. Vannak olyan hibák, is melyek függetlenek a mágneses mező változásától, ilyen például a szenzor gyártási pontatlansága, illetve a szenzor pontatlan felszereléséből adódó hibák.

A külső és belső zavarások alapvetően három fő csoportba sorolhatóak: bias, skálázás és az ortogonalitás sérülése.

2. Soft Iron:

Ezek olyan anyagok, amelyek külső mágneses tér hatására egy mágneses mezőt hoznak létre. Az anyag által gerjesztett mező függ mind az anyagtól mind a külső mágneses mező irányától és erősségétől.

A lágyvas tipikus példája, az elektromágnes, amikor a lágyvas, mint egy mag helyezkedik el a tekercsen belül. Az áram által átjárt vezető, ez esetben a tekercs egy mágneses teret indukál, mely fluxust hoz létre a vasmagban, ezáltal mágnesezhető anyagot tud magához vonzani, viszont amint lekapcsoljuk az áramot a vezetőről, a mágneses mező megszűnik.

Ezen zavarás az alábbi mátrixszal vehető figyelembe:

$$C_{soft} = \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zx} & \alpha_{zy} & \alpha_{zz} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

3. Hard Iron:

Ezek olyan anyagok, amelyek állandó mágneses mezővel rendelkeznek. Ezek közelítőleg konstans értékek, ezért ezeket csak egy b_{hi} konstans értékkel tudjuk figyelembe venni a mágneses mérésekben azaz bias hatásként.

4. Időben változó bias:

Ebbe a csoportba tartoznak az olyan zavaró mágneses mezők, amelyek az időben változnak, például egy villanymotor különböző fordulatszámokon üzemeltetve vagy egy multikopter motorjai is ide sorolhatóak. Ez egy időben változó b_{tv} értékkel vehető figyelembe.

5. Skálázódás:

Minden egyes mágneses szenzornak más és más az érzékenysége, ebből fakadóan két különböző szenzornak a kimenete sose lesz azonos. Ezt az eltérést a ζ_x , ζ_y , ζ_z skálázási tényezőkkel tudjuk figyelembe venni, amelyek egy adott szenzor kimenet-bemenet csillapítását veszik figyelembe. Ezeket a tényezőket egy 3×3 -as mátrixba felírva tudjuk figyelembe venni.

$$C_{scale} = \begin{bmatrix} 1 + \zeta_x & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \zeta_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \zeta_z \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

6. Merőlegesség sérülése (nonorthogonality):

Amikor a magnetométert felépítő elemi szenzorok nem merőlegesek egymásra, hanem 90° foktól eltérő szöget zárnak be, vagyis a szenzorok síkjai nem esnek egybe a magnetométer X , Y , Z tengelyeivel. Ezt az alábbi mátrixszal tudjuk figyelembe venni:

$$C_{no} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \sin \rho & \cos \rho & 0 \\ \sin \phi \cos \lambda & \sin \lambda & \cos \phi \cos \lambda \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

ahol ρ a y-szenzor és az y-tengely által bezárt szög, a ϕ z-szenzor és az xy-z sík által bezárt szög, λ pedig a z-szenzor és az y-z sík között bezárt szög. [24]

7. Pontatlan rögzítés:

Sajnos a mágneses szenzort sose fogjuk tökéletesen bepozícionálva felrögzíteni a járműre. Ebből fakadóan pontatlan rögzítésből adódó hiba, vagy esetlegesen a jármű vázának kismértékű deformációjából adódóan nem lesz pontos a rögzítés.

Ezt egy ferdén szimmetrikus C_{no} mátrixszal tudjuk figyelembe venni. Alapvetően ennek a meghatározása egyszer szükséges, mert jó esetben az üzemeltetés során nem változik.

$$C_{no} = \begin{bmatrix} 1 & -\eta_z & \eta_y \\ \eta_y & 1 & -\eta_x \\ -\eta_y & \eta_x & 1 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

6.2. Mágneses mérések hibáinak detektálása

Az alap elgondolás, hogy az IMU által testrendszerben mért mágneses térerősségvektort egy adott k_0 időpontban rögzítem és a rögzített k_0 időpontban mért Euler szögekkel transzformálok földrendszerbe. Ezek után minden időlépésben ezt a kameraképből meghatározott forgatási mátrixszal forgatom a testrendszerbe. Az alapja a mágneses szenzorhiba detekciónak a testrendszerbe forgatott és a testrendszerben mért két mágneses térerősség vektor minden időpillanatban történő összehasonlítása.

6.3. Két kép közötti relatív elfordulás alapján

A 4.1 alfejezetben bemutattam, hogy az epipoláris geometria segítségével két különböző perspektívából készült kép által meghatározott forgatási mátrixból, hogyan kalkulálható a Test→Föld forgatási mátrix. Adódik a gondolat, hogy ez a forgatási mátrix felhasználható mágneses szenzor hibadetekcióra mégpedig úgy, hogy egy adott k_0 időpillanatban a testrendszerben mért mágneses vektort $m_{mert}^B(k_0)$, az adott időpillanatban mért Euler szögek segítségével földrendszerbe transzformálok. A földrendszerbe transzformált mért mágneses vektort jelölje $m_{mert}^E(k_0)$. Majd ezt a (4.3) egyenletnek megfelelően kumulált (a megkülönböztetés végett jelölje $T_{BE_k}^*$) forgatási mátrixszal minden időlépésben a földrendszerben rögzített (k_0) kezdeti időpillanatban számolt és rögzített $m_{mert}^E(k_0)$ vektort transzformálok testrendszerbe, azaz forgatom a térben a légitármű kamera képéből becsült mozgásának megfelelően.

A k_0 kezdő időpillanatban testrendszerben mért mágneses vektort $m_{mert}^E(k_0)$ a kezdő időpillanatban mért Euler szögekkel a testrendszerbe transzformálok és rögzítem.

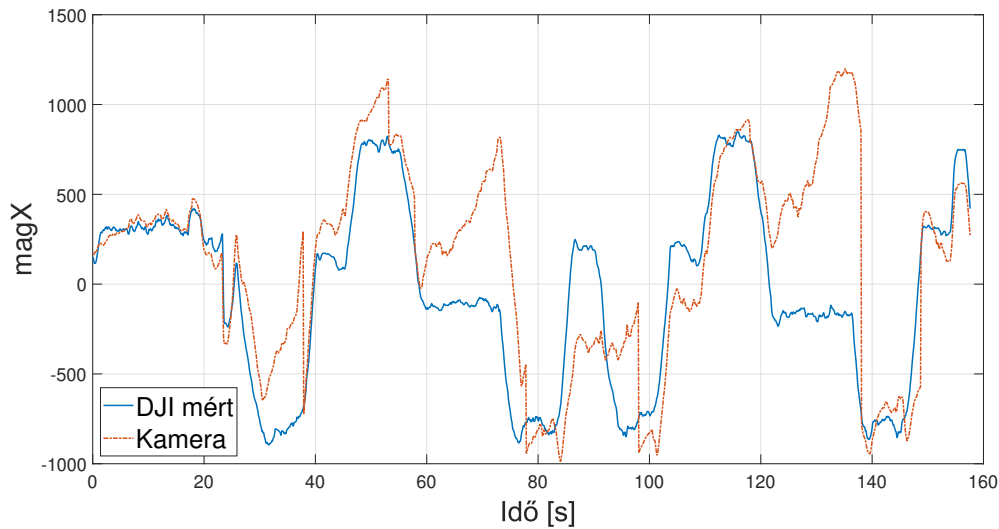
$$m_{mert}^E(k_0) = T_{EB_0} \cdot m_{mert}^B(k_0) \quad (6.5)$$

Majd a kapott $m_{mert}^E(k_0)$ földrendszerbeli mágneses vektort transzformálok k időpillanatban a $T_{BE_k}^*(k)$ kameraképből kapott kumulált transzformációs mátrixszal, ami által kapok adott k időpontra egy becslést, a test rendszerbeli mágneses vektorra $m_{becs}^B(k)$.

$$m_{becs}^B(k) = T_{BE_k}^* \cdot m_{mert}^E(k_0) \quad (6.6)$$

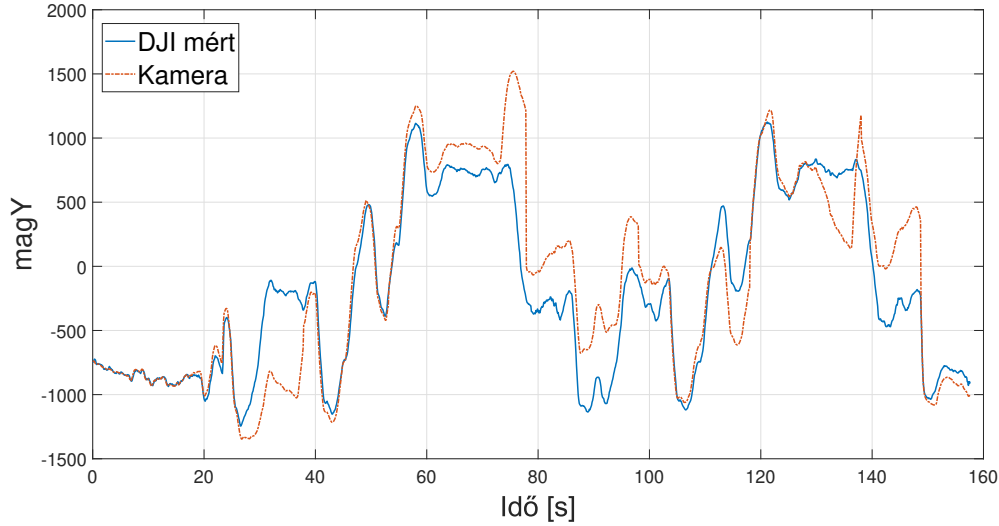
Ezen módszer alkalmazásával a hibamentes esetre a 6.1 ábrán látható eredményeket kaptam. A 6.1 ábrán kék színnel láthatóak a mágneses térerősség mérés x_b , y_b , z_b komponensei, illetve narancssárga színnel látható a kameraképből meghatározott kumulált $T_{EB_K}^*$ forgatási mátrix által meghatározott mágneses vektor x_b , y_b , z_b komponensei. Látható, hogy a kameraképből meghatározott vektor jelentősen eltér a mért értékektől, ezáltal ez a módszer nem lesz alkalmas IMU mágneses szenzor mérések hibáinak vizsgálatára. Ez visszavezethető a T_{C1C2} mátrix nem megfelelő pontosságú becslésére.

Ennek következtében adódik a gondolat, hogy a 5.3 alfejezetben meghatározott Euler szögek felhasználásával állítsam elő a T_{EB_k} mátrixot. Ezt fogom bemutatni a következő alfejezetben.

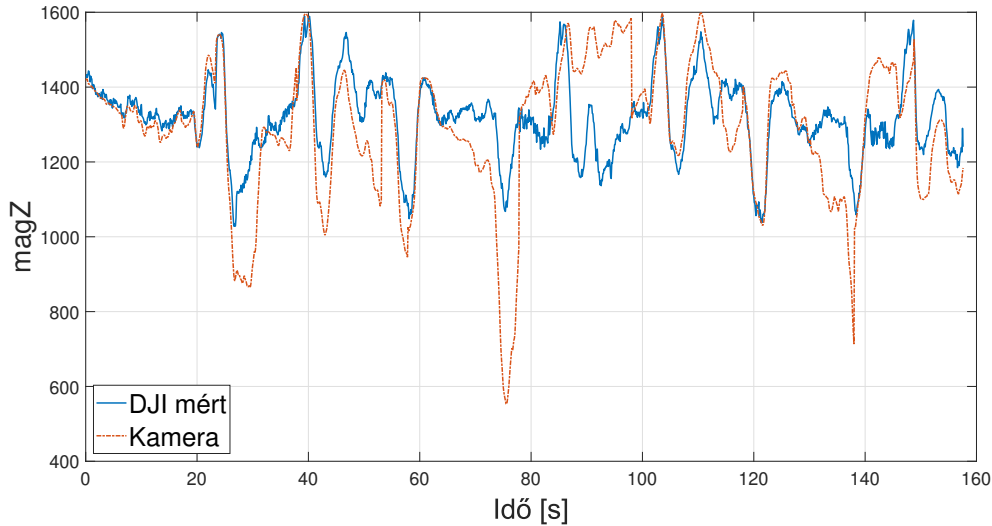


(a) 1-es repülés mágneses térerősség mérésének x_b komponense

6.1. ábra. 1-es repülés mágneses térerősség mérésének összehasonlítása



(b) 1-es repülés mágneses térerősség mérésének y_b komponense



(c) 1-es repülés mágneses térerősség mérésének z_b komponense

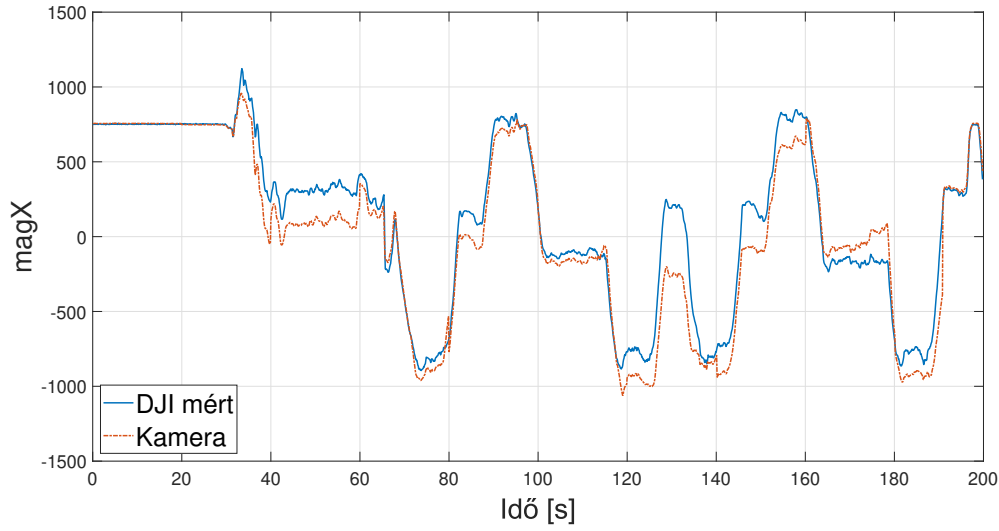
6.1. ábra. 1-es repülés mágneses térerősség mérésének összehasonlítása

6.4. Euler szögekből forgatási mátrix

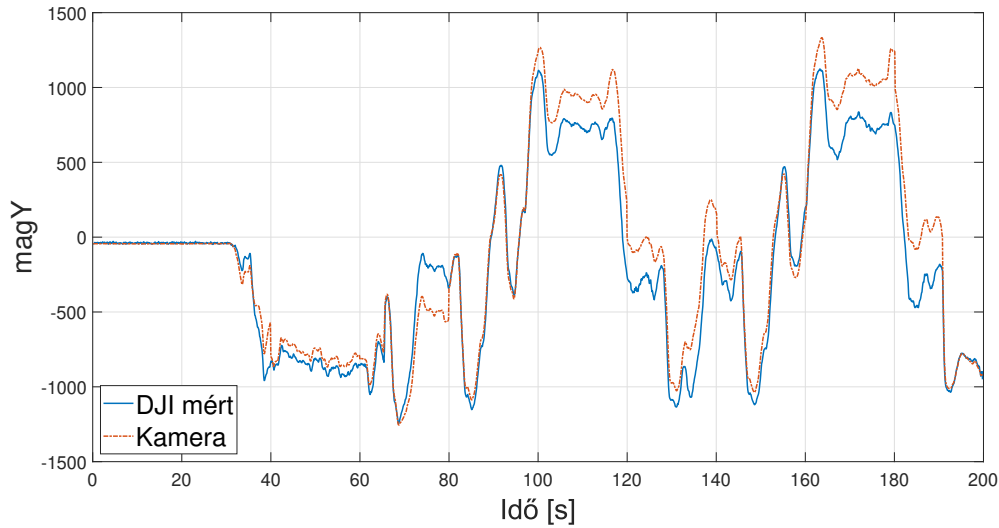
Behelyettesítve a (2.8) egyenletbe az 5.3 alfejezetben eredményül kapott Euler szögeket, meghatározható a $\hat{T}_{BE_k}$ forgatási mátrix. Mint az előző alfejezetben, itt is először ki kell számolni a k_0 kezdő időpillanatbeli mágneses vektort a földrendszerben. Ez ugyanúgy a (6.5) egyenletnek megfelelően történik. Minden időpillanatban kiszámításra kerül a $\hat{T}_{BE_k}$ forgatási mátrix a becsült Euler szögek felhasználásával és így a k_0 kezdő időpillanatban rögzített $m_{mert}^E(k_0)$ vektort áttranszformálok testrendszerbe, amely által kapok egy becslést $m_{becs}^B(k)$ a testrendszerben, a mágneses vektorra.

$$m_{becs}^B(k) = \hat{T}_{BE_k}^* \cdot m_{mert}^E(k_0) \quad (6.7)$$

Ennek eredménye látható a 6.2 ábrán. Ezen megoldás jobb becslést adott a testrendszerben értelmezett mágneses vektorra, de esetenként jelentősen eltér a mért értékekhez képest. Hasonlóan mint az Euler szög becslésnél, az integrálást újrainicializálom 20 másodpercenként, viszont ezzel azonos időben viszont a $m_{mert}^E(k_0)$ vektort nem inicializálhatom újra. A 6.4 ábrán látható a testrendszerben mért mágneses vektor földrendszerbe transzformálva. Jól látható, hogy a mágneses méréseink közelítőleg sem konstansok, ezáltal a 6.2 ábrán látható hibák jelentős részét nem az Euler szögek okozzák, hanem a pontatlan mágneses mérés. A 6.4 ábrán látható kiugrásokat a mért euler szögben mérésben lévő zavarások okozzák.

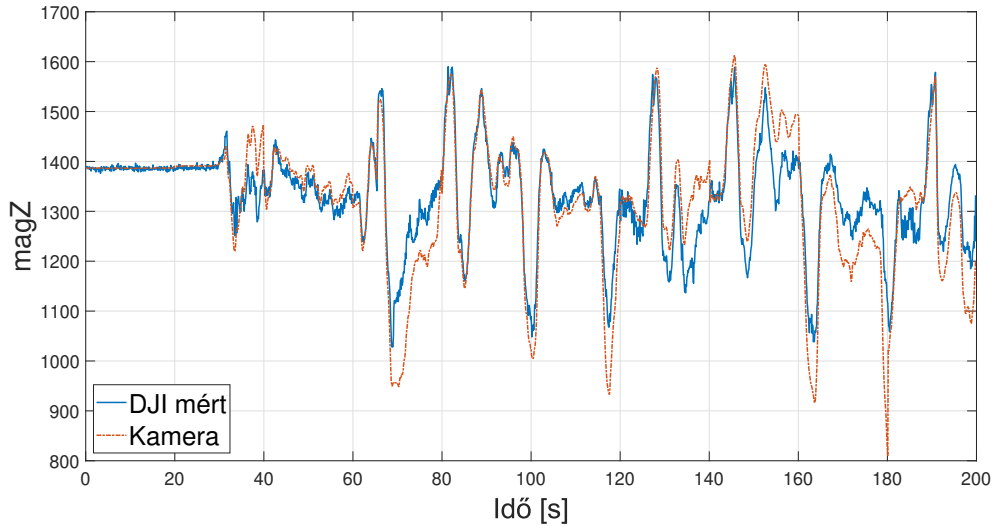


(a) 1-es repülés mágneses térerősség mérésének x_b komponense



(b) 1-es repülés mágneses térerősség mérésének y_b komponense

6.2. ábra. 1-es repülés mágneses térerősség mérésének összehasonlítása

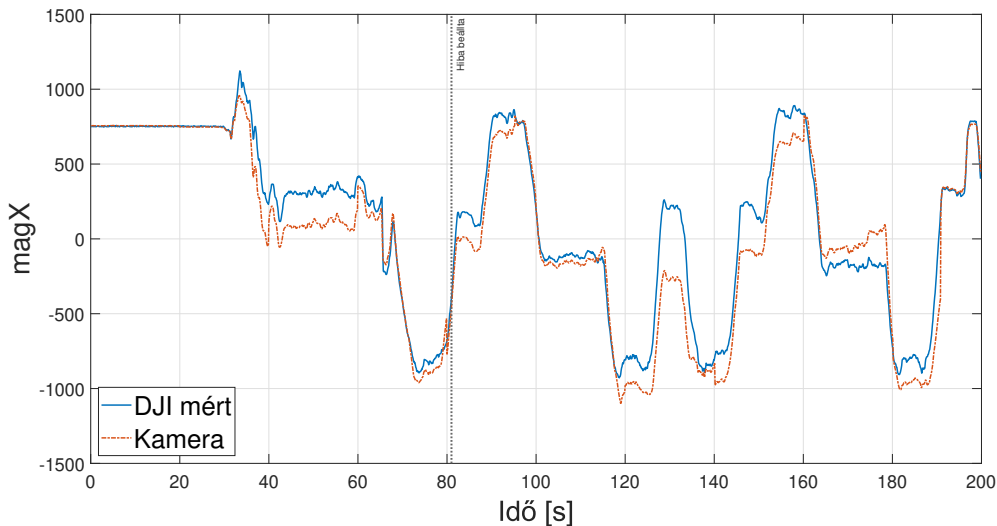


(c) 1-es repülés mágneses térerősség mérésének z_b komponense

6.2. ábra. 1-es repülés mágneses térerősség mérésének összehasonlítása

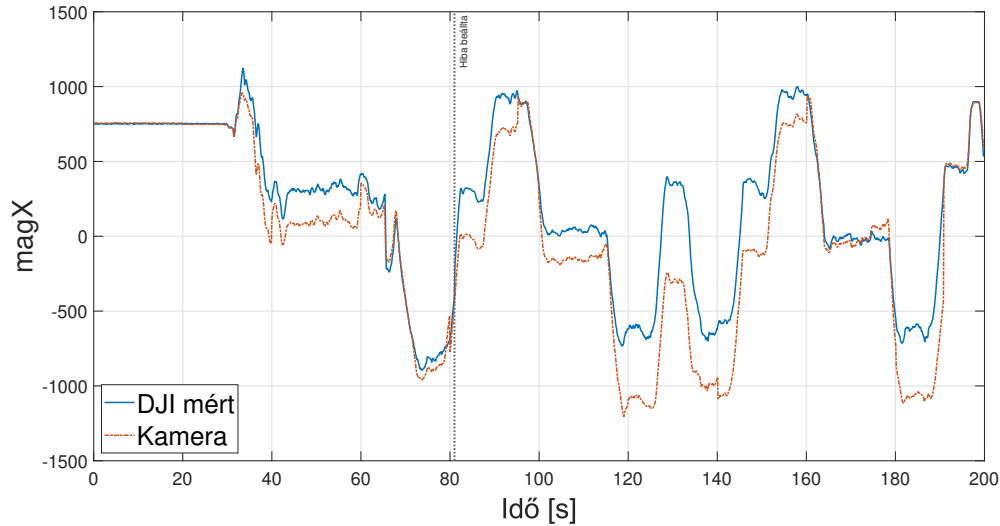
A korábban bemutatott hibák alapján a működés során alapvetően bias típusú meghibásodások léphetnek fel amennyiben a mágneses szenzorunk előre kalibrálva van. Pontosabban soft-iron, hard-iron és az időben változó bias léphet fel. A következőkben ezeket a meghibásodási típusokat állítom elő a mért mágneses térerősség vektorokon.

A 6.3b ábrán látható a mágneses térerősség mérésének x_b komponense, mesterségesen előállított 5% – os Soft Iron hibával, amely csak az x_b komponensbe lett generálva. A 6.2a ábrához viszonyítva az eltérések nem számottevőek, ezért ezen hibának a detekciója további vizsgálatokat igényel.



(a) 1-es repülés mágneses térerősség mérésének x_b komponense Soft Iron hibával

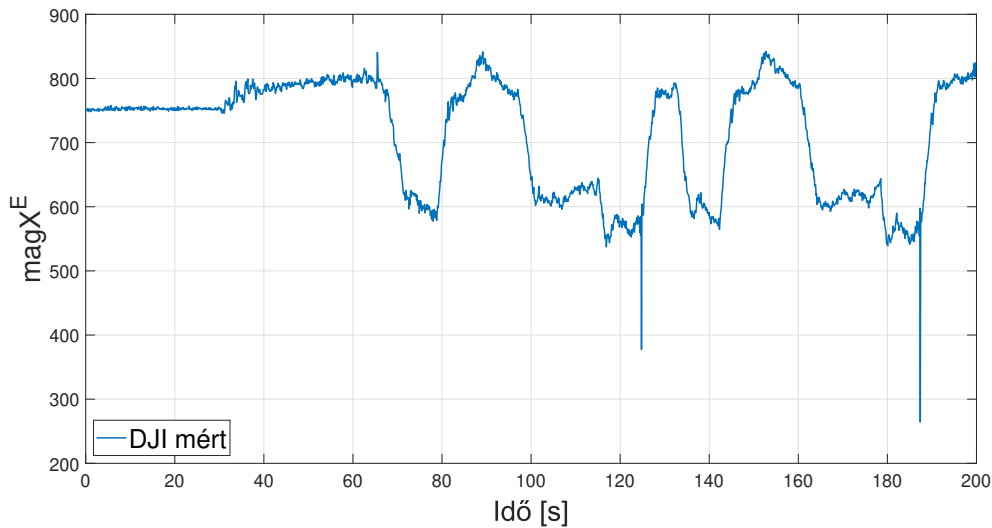
6.3. ábra. 1-es repülés mágneses térerősség mérésének összehasonlítása hibával



(b) 1-es repülés mágneses térerősség mérésének x_b komponense, Hard Iron hibával

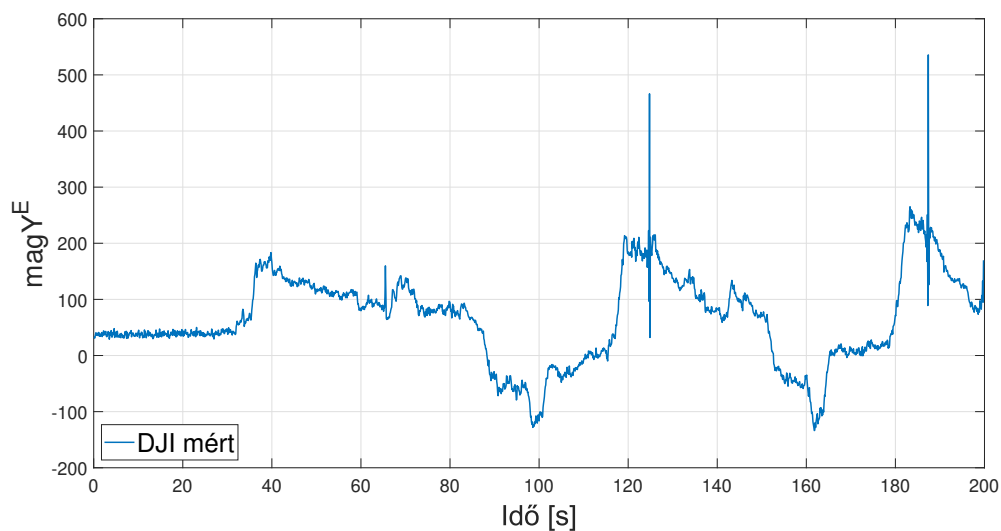
6.3. ábra. 1-es repülés mágneses térerősség mérésének összehasonlítása hibával

A 6.3b ábrán látható a mágneses térerősség mérésének x_b komponense, mesterségesen elő állított $b_{hi} = 150$ Hard Iron hibával. Megfigyelhető, hogy a 6.2a ábrához viszonyítva az eltérések nagyobbak, ezáltal jó eséllyel egy helyesen kiválasztott szenzoriba detektáló algoritmus sikeresen fogja tudni detektálni.

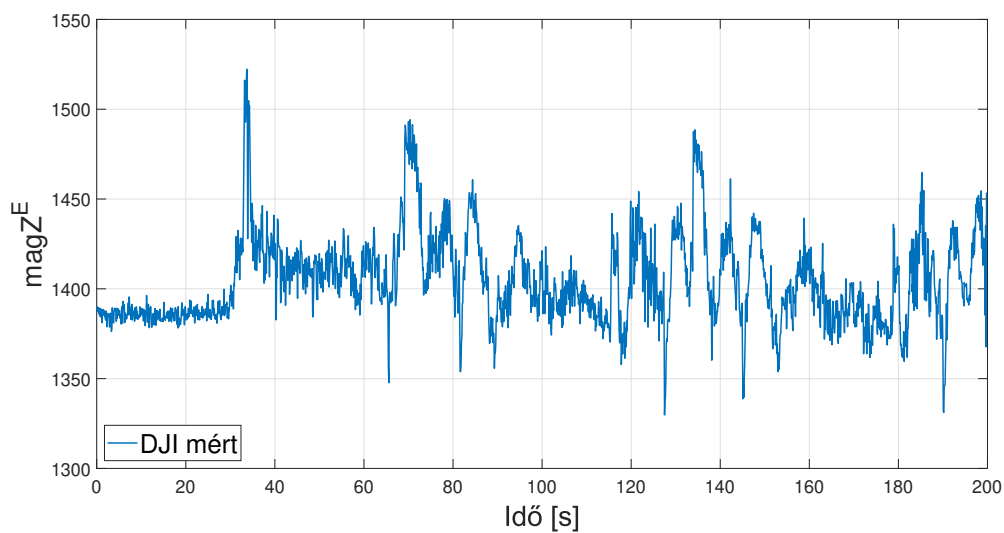


(a) 1-es repülés mért mágneses térerősség mérésének x_e komponense Föld koordináta-rendszerben

6.4. ábra. 1-es repülés mért mágneses térerősség vektora a Föld koordináta-rendszerben



(b) 1-es repülés mért mágneses térerősség mérésének y_e komponense Föld koordináta-rendszerben



(c) 1-es repülés mért mágneses térerősség mérésének z_e komponense Föld koordináta-rendszerben

6.4. ábra. 1-es repülés mért mágneses térerősség vektora a Föld koordináta-rendszerben

7. fejezet

Összefoglalás

A koordináta-rendszerek definiálása után, bemutattam, hogy hogyan határozható meg a két kép közötti relatív elfordulás és eltolás az epipoláris geometria segítségével. Mindezek után meghatároztam több olyan információt is melyek a képiadatokból meghatározhatóak és alkalmasak lehetnek a szögsebesség és mágneses mérések hibáinak detektálására. Sajnálatos módon a két kép közötti relatív elfordulásból származó információk a dolgozatban bemutatott formájukban nem kielégítőek szenzor hiba detekcióra. Ellenben a mért, illetve becsült szögsebességek integráljai biztató eredményeket szolgáltatottak. Későbbiekben a téma továbbviteleként szeretném folytatni a munkát, a két kép közötti relatív elfordulás még pontosabb becslésének kidolgozásával, ugyanis ezen módszer előnye a kevesebb számítási lépés, ugyanis a szögsebesség becslő módszerek esetén szinten szükséges ez a lépés. Ezzel párhuzamosan pedig a szögsebességek integrálás előtti szűrésével és az Euler szögekre történő hiba detektálási eljárás kidolgozásával.

Irodalom

- [1] Péter Bauer és tsai. „Encounter Risk Evaluation with a Forerunner UAV”. *Remote Sensing* 15.6 (2023). ISSN: 2072-4292. DOI: 10.3390/rs15061512. URL: <https://www.mdpi.com/2072-4292/15/6/1512>.
- [2] Bauer Péter. *Koordináta rendszerek és transzformációk*. Letöltés dátuma: 2023.12.06. 2015. URL: http://www.kjit.bme.hu/images/Tantargyak/Valaszthato_targyak/Legi_kozlekedes/Koordinata_rendszerek_es_transzformaciok.pdf.
- [3] Czúni László Kató Zoltán. *Számítógépes látás [elektronikus dok.] : egyetemi tananyag / írta Kató Zoltán, Czúni László*. Typotex, 2011. URL: <http://nbn.urn.hu/N2L?urn:nbn:hu-108199>.
- [4] Hata Kenji és Savarese Silvio. *CS231A Course Notes 3: Epipolar Geometry*. Letöltés dátuma: 2023.12.06, 5. old. URL: https://web.stanford.edu/class/cs231a/course_notes/03-epipolar-geometry.pdf.
- [5] Richard Hartley és Andrew Zisserman. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. 2. kiad. Cambridge University Press, 2004. DOI: 10.1017/CB09780511811685.
- [6] Qi Cai és tsai. „Equivalent Constraints for Two-View Geometry: Pose Solution/Pure Rotation Identification and 3D Reconstruction”. *International Journal of Computer Vision* 127 (2019. febr.). DOI: 10.1007/s11263-018-1136-9.
- [7] Peter Bauer és Szabolcs Kun. „Optical flow-based angular rate sensor fault detection on UAVs*”. *IFAC-PapersOnLine* 55.14 (2022). 11th IFAC Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles IAV 2022, 46–51. old. ISSN: 2405-8963. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.07.581>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896322009922>.
- [8] Jevuczo Gabor. „Drónokon alkalmazott optikai áramlás alapú legyezési szögsebességbecslés és hibadetektálás”. *Tudományos Diákköri Konferencia*. 2023. URL: <http://tdk.bme.hu/conference/KJK/2023/sessions/JI1/paper/Dronokon-alkalmazott-optikai-aramlas-alapu>.

- [9] Gabor Jevuczo és Peter Bauer. „Optical flow-based vertical angular rate fault detection on UAVs”. *IFAC-PapersOnLine* 58.4 (2024). 12th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS 2024, 109–114. old. ISSN: 2405-8963. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2024.07.202>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896324002866>.
- [10] Jevuczo Gabor. „Légieszköz szögsebességszenzor hibadetektálás kamera felvételekből”. Dipl. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2024.
- [11] Steven M. LaValle. *Planning Algorithms*. Cambridge University Press, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1017/CB09780511546877>. URL: <https://lavalle.pl/planning/>.
- [12] Anthony Barrett. „Computer Vision and Image Processing (UNICOM Applied Information Technology Reports)”. Chapman Hall, 1990. Three-dimensional interpretation of optical flow fej., 182–208. old. ISBN: 9780412377303.
- [13] Lei Xu Heikki Kälviäinen Erkki Oja. „Motion detection using randomized Hough transform”. *Proc. 7th Scandinavian Conf. on Image Analysis* (1991), 72–79. old.
- [14] Jukka Heikkonen. „Recovering 3-D motion parameters from optical flow field using randomized Hough transform”. *Pattern Recognition Letters* 16.9 (1995), 971–978. old. ISSN: 0167-8655. DOI: [https://doi.org/10.1016/0167-8655\(95\)00025-C](https://doi.org/10.1016/0167-8655(95)00025-C). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/016786559500025C>.
- [15] Heikki Kälviäinen. „Randomized Hough Transform: New Extensions”. Dissz. Lappeenranta University of Technology, 1994. URL: <https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=f2f2df04746fb1c928d542af490684f78f8fa55c>.
- [16] Joseph Kehoe és tsai. „State Estimation Using Optical Flow from Parallax-Weighted Feature Tracking”. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*. DOI: 10.2514/6.2006-6721. eprint: <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.2006-6721>. URL: <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2006-6721>.
- [17] Szabolcs Kun és Peter Bauer. „Improvements in Optical Flow-based Aircraft Partial State Estimation”. *2021 17th International Workshop on Cellular Nanoscale Networks and their Applications (CNNA)*. 2021. szept., 1–4. old. DOI: 10.1109/CNNA49188.2021.9610822.
- [18] David J. Heeger és Allan D. Jepson. „Subspace methods for recovering rigid motion I: algorithm and implementation”. *Int. J. Comput. Vision* 7.2 (1992. jan.), 95–117. old. ISSN: 0920-5691. DOI: 10.1007/BF00128130. URL: <https://doi.org/10.1007/BF00128130>.

- [19] Charles Johnson, Helena Smigoc és Dian Yang. „Solution Theory for Systems of Bilinear Equations”. *Linear and Multilinear Algebra* 62 (2013. febr.). DOI: 10.1080/03081087.2013.839670.
- [20] G. Heredia és tsai. „Detection of Sensor Faults in Autonomous Helicopters”. *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 2005. ápr., 2229–2234. old. DOI: 10.1109/ROBOT.2005.1570444.
- [21] Juan Jose Valle Fraga és tsai. „Design, fabrication, characterization and reliability study of CMOS-MEMS Lorentz-force magnetometers”. *Microsystems Nanoengineering* 8 (2022. szept.). DOI: 10.1038/s41378-022-00423-w.
- [22] Cui Chao, Zhao Jiankang és Jianghao Hu. „Improving robustness of the MAV yaw angle estimation for low-cost INS/GPS integration aided with tri-axial magnetometer calibrated by rotating the ellipsoid model”. *IET Radar, Sonar & Navigation* 14.1 (2020), 61–70. old. DOI: <https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2019.0200>. eprint: <https://ietresearch.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1049/iet-rsn.2019.0200>. URL: <https://ietresearch.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1049/iet-rsn.2019.0200>.
- [23] Halil Soken és Shin-Ichiro Sakai. „Magnetometer Calibration for Advanced Small Satellite Missions”. 2015. júl.
- [24] Ahmed Wahdan és tsai. „Magnetometer Calibration for Portable Navigation Devices in Vehicles Using a Fast and Autonomous Technique”. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 15.5 (2014), 2347–2352. old. DOI: 10.1109/TITS.2014.2313764.

Ábrák jegyzéke

2.1. Koordináta-rendszerek.	2
2.2. Áttérés test koordináta-rendszerből a kamera koordináta-rendszerébe. . .	4
2.3. Kapcsolat a két egymást követő kép között.	6
2.4. Epipoláris geometria [3] 35.oldal.	7
2.5. Lehetséges megoldások [5] 260.oldal.	9
3.1. A felhasznált repülések útvonalai ZalaZONE Smart City felett.	11
3.2. <i>ORB</i> detektor jellemzőpontjai.	12
3.3. Eltávolított jellemző pontok.	13
4.1. 1-es repülés Euler szögeinek összehasonlítása újrainicializálás nélkül	19
4.2. 1-es repülés Euler szögeinek összehasonlítása újrainicializálással	20
5.1. m pont leképezése a kamera képsíkjára. [16] 4.oldal	23
5.2. 1-es repülés Euler szögeinek összehasonlítása	27
5.3. 1-es repülés Euler szögeinek összehasonlítása	31
5.4. 2-es repülés Euler szögeinek összehasonlítása	32
5.5. 1-es repülés Euler szögeinek alakulása teljes szenzor meghibásodása esetén	34
5.6. 1-es repülés Euler szögeinek alakulása szenzor konstans értéken történő beragadása esetén	35
5.6. 1-es repülés Euler szögeinek alakulása szenzor konstans értéken történő beragadása esetén	36
5.7. 1-es repülés Euler szögeinek alakulása additív típusú szenzor meghibásodás esetén	36
5.7. 1-es repülés Euler szögeinek alakulása additív típusú szenzor meghibásodás esetén	37
5.8. 1-es repülés Euler szögeinek alakulása multiplikatív típusú szenzor meghi- básodás esetén	39
6.1. 1-es repülés mágneses térerősség mérésének összehasonlítása	44
6.1. 1-es repülés mágneses térerősség mérésének összehasonlítása	45
6.2. 1-es repülés mágneses térerősség mérésének összehasonlítása	46

6.2.	1-es repülés mágneses térerősség mérésének összehasonlítása	47
6.3.	1-es repülés mágneses térerősség mérésének összehasonlítása hibával	47
6.3.	1-es repülés mágneses térerősség mérésének összehasonlítása hibával	48
6.4.	1-es repülés mért mágneses térerősség vektora a Föld koordináta-rendszerben	48
6.4.	1-es repülés mért mágneses térerősség vektora a Föld koordináta-rendszerben	49

Táblázatok jegyzéke

4.1.	Az integrált Euler szögek hibái a DJI által mérthez képest.	18
4.2.	A rotációs mátrixból számolt Euler szögek hibái a DJI által mérthez képest.	18
5.1.	Kamera szögsebességbecsléséből integrált Euler szögek hibái a DJI által mérthez képest a jellemző pontok számának függvényében.	26
5.2.	Az kameraképből integrált Euler szögek hibái a DJI által mérthez képest különböző újrainicializálási időablakkal.	28
5.3.	Kamera szögsebességbecsléséből integrált Euler szögek hibái a DJI által mérthez képest a jellemző pontok számának függvényében.	30