

TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM
TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR
FÖLDRAJZ- ÉS FÖLDTUDOMÁNYI INTÉZET
GEOFIZIKAI ÉS ŰRTUDOMÁNYI TANSZÉK

Dinamikus lópatkó-pálya egy cirkumszoláris porgyűrű magyarázataként a Merkúr szomszédságában?

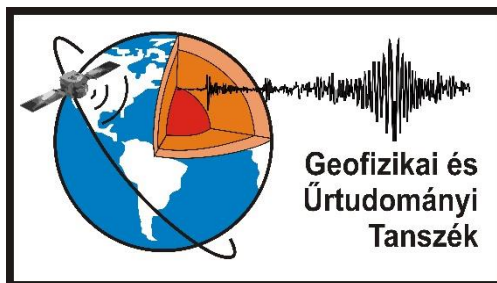
Készítette:

Péterfy Simon

III. földtudomány BSc, csillagász specializáció

Témavezető:

Dr. Székely Balázs
egyetemi docens



Budapest

2025

Tartalomjegyzék:

1. Absztrakt.....	3
2. Bevezetés.....	3
Kutatási motiváció.....	3
Az állatövi fényöv.....	4
A kozmikus por jelentősége.....	5
3. Elméleti megfontolások.....	6
A Hill-szféra	6
Lagrange-pontok és a Nap–Merkúr rendszert fenntartó körülmények	7
4. Kutatási módszertan és adatok.....	10
Eloszlás a Naprendszerben.....	10
Poynting–Robertson-effektus	14
Lineáris stabilitás analízis.....	16
Lópatkó-pálya	18
Illesztett tórusz a Merkúr pályáján.....	19
5. Eredmények.....	20
Lineáris stabilitás analízis eredménye.....	20
A Lagrange-pontok által meghatározott stabil régió	23
A Poynting–Robertson effektus időskálája	24
A tóruszfeltöltődés tömegbecslése	25
6. Diskusszió.....	26
A por eredete a Naprendszerben.....	26
A tórusz dimenziói és feltöltődésének lehetséges időskálája.....	27
A lópatkó-pálya deformációja	29
Térbeli eloszlás.....	33
7. Kitekintés.....	36
8. Konklúzió.....	36
9. Saját eredmények.....	36
Irodalomjegyzék.....	38
Függelék.....	39

1. Absztrakt

Tanulmányomban az állatövi felhő poranyagának térbeli és sűrűségbeli eloszlását vizsgálom a belső Naprendszerben, azon belül a Merkúr pályáján és a Nap közvetlen közelében megfigyelhető, 2018-ban felfedezett cirkumszoláris porgyűrű létrejöttének és fennmaradásának mikéntjére keresem a választ. A Merkúr pályája környékéről korábbi ismeretek alapján azt a képet alkottuk, hogy a Nap közelségéből és ezáltal annak rendkívül nagymértékű perturbációs hatásaiból kifolyólag hosszabb távon ez a környezet anyagot nem tartalmazhat. Úgy látszik, mára ez a kép árnyaltabb lett. Modellemben a Nap–Merkúr rendszer korlátozott háromtest problémáját vizsgáltam a Lagrange-féle librációs pontok mentén, amelyekre a stabilitás mértéke és a stabil régió belüli perturbált porszemcsék mozgásából az 1:1 középmozgás rezonancia és a folyamatos perturbáló hatások miatt kialakulható lópatkó-pályát feltételeztem. Modellem alapján a lópatkó-pálya a Nap közelségéből adódóan egy erős deformációt szenved el a stabil régió napközeli határfelületén, ahol a Poynting–Robertson-effektus hatására a különböző szemcseméretű porszemcsék folyamatosan kiesnek a stabil régióból, és spirális pályán bezuhannak a Napba. A különböző méretű szemcsék sorsának reprezentálására felállítottam három forgatókönyv szerint egy cirkumszoláris porgyűrűt, amelyben mindhárom esetben megjelent egy nagyobb szemcsékből álló kisebb kompakt gyűrű. A behullás időtartama 3 évtől akár 30 000 évig is terjedhet. Modellem szerint a behulló anyagot a különféle elnyúlt pályákon keringő üstökösök szétesése pótolja. A 67P/Csurjumov–Geraszimenko üstököst véve referenciaként, a Merkúr pályájára illesztett tóruszok térfogatának kitöltéséhez szükséges üstökösök számát és ehhez szükséges időskálát is kvantifikáltam. Végeredményként a modellem azt jósolja, hogy a műszeresen felfedezett cirkumszoláris porgyűrű egy erősen deformált lópatkó-pálya mentén oszlik el, amely egy folyamatos utánpótlásban részesülő dinamikus rendszerben képes fennmaradni, úgy, hogy az azt alkotó porszemcsék évszázados-évezredes skálán cserélődnek.

2. Bevezetés

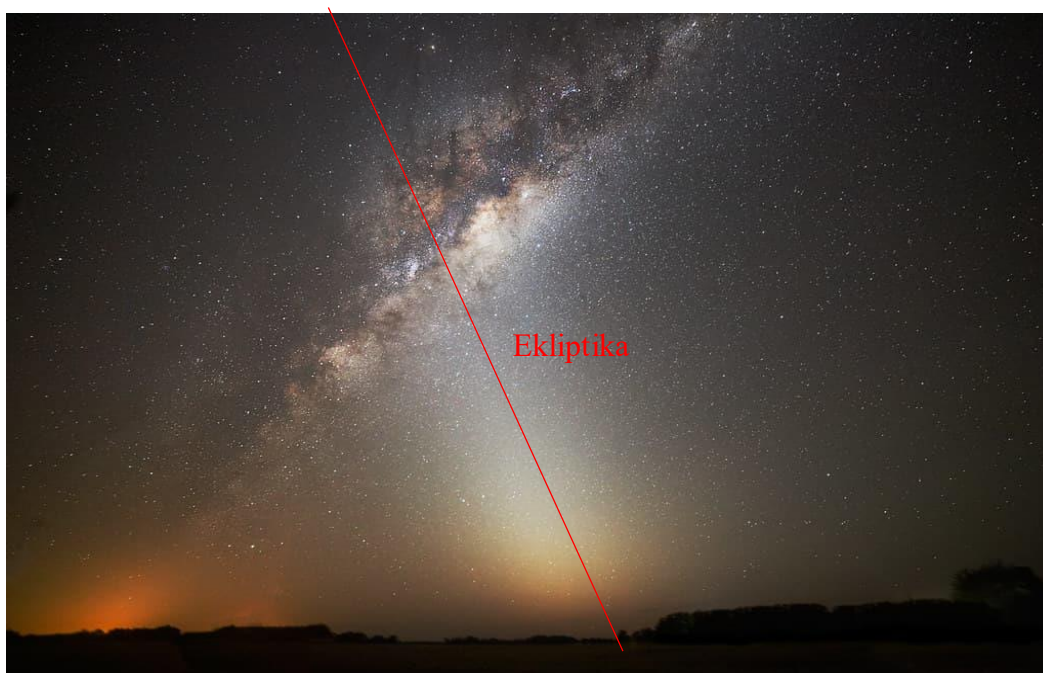
Kutatási motiváció

A kutatásom fő célpontja az állatövi felhő/zodiákus köd (1. ábra) poranyagának térbeli és sűrűségbeli eloszlásának vizsgálata a Naprendszerben, kifejezetten a belső Naprendszerben, a Merkúr pályájának környezetében. Középpontban a 2018-ban felfedezett (Stenborg *et al.*, 2018a) cirkumszoláris porgyűrű megértésével és létrejöttének, fennmaradásának körülményeivel foglalkozom, és keresem a magyarázatot arra, hogyan lehetséges, hogy

megfigyelhetünk egy poranyagban gazdag területet a Nap olyan közelségében, amelyről korábban azt feltételeztük, hogy „üresnek” kell lennie a nagy mértékű perturbációk miatt (Raines *et al.*, 2015). Ehhez fizikai hatások összetett rendszerét vizsgálom a Nap–Merkúr rendszerben azért, hogy láthassam, milyen térbeli formák alakulhatnak ki és hogy az őket létrehozó anyagok milyen időskálán vesznek részt a rendszerben.

Az állatövi fényöv

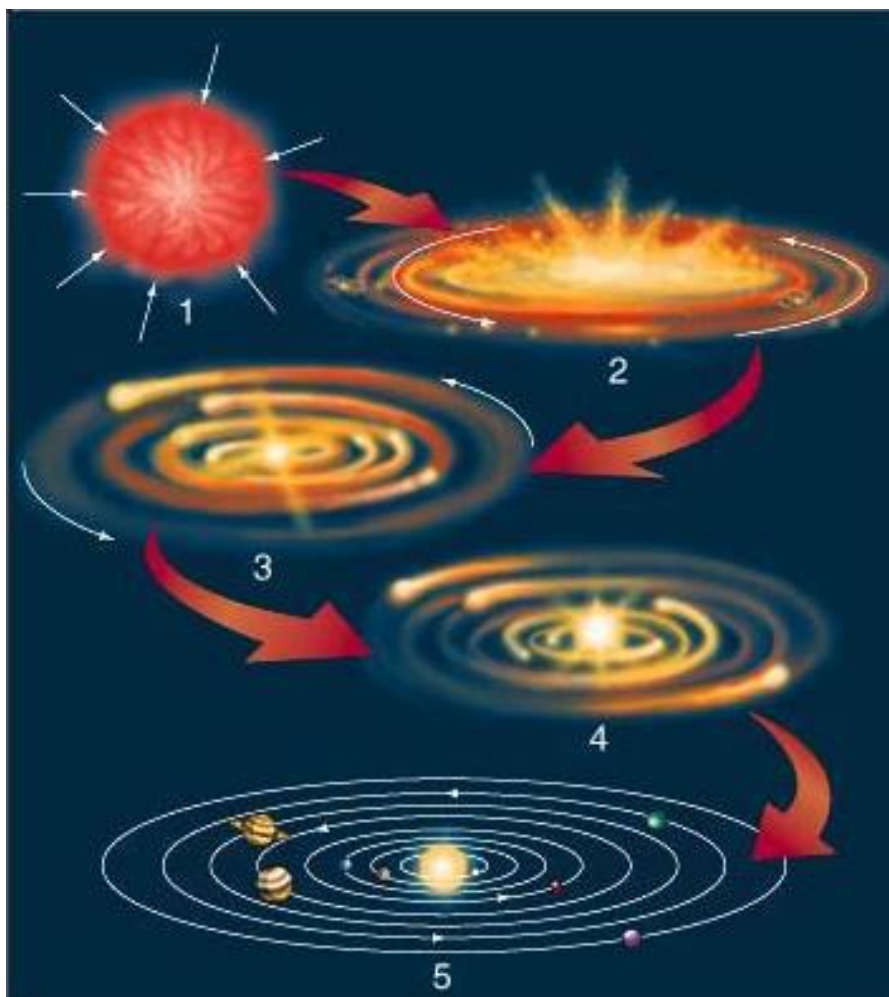
Jorgensen *et al.* (2020) a Juno űrszonda adatai alapján vizsgálták a bolygóközi por eloszlását a Naprendszerben és annak hozzájárulását az általam is vizsgált állatövi felhőhöz. Az állatövi felhő/állatövi fényöv, az ekliptika síkjában megtalálható poranyagban gazdag terület, amely a Naprendszer egészében, legjelentősegteljesebben viszont a belső Naprendszerben figyelhető meg (Grogan *et al.*, 2001). Nevének „állatövi” tagját a Földről nézve, ezen a síkban látható 12 csillagképről kapta, a „fényöv” pedig a Napból érkező fotonok porszemcséken való szétszóródásának és ezzel az ekliptika síkjában okozott éjszakai égbolton megfigyelhető ragyogása miatt kapta (1. ábra)¹.



1. ábra (Science Photo Gallery képének átdolgozása) Az ekliptika síkjában megfigyelhető állatövi fényöv ragyogása

¹ Ha az ábraaláírásban nem szerepel cikkekre utaló hivatkozás, abban az esetben az ábra saját szerkesztésű vagy átdolgozott. Az eredeti képcímek az Irodalomjegyzékben vannak feltüntetve.

A kozmikus por jelentősége



2. ábra. (www.phy.olemiss.edu) A Naprendszer keletkezésének fázisai a molekuláris felhő összeomlásától a napjainkban megfigyelhető elrendeződésig (magyarázat a szövegben).

A kozmikus por szerepe a csillagképződésben, továbbá a Naprendszer létrejöttében egy komplex terület, melynek megértésére a csillag- és bolygórendszerek keletkezéselméletének kutatása hivatott. A keletkezés fázisaival és körülményeivel áthatóan foglalkozott Marov (2018). Elképzelése szerint a molekuláris felhőkben² lévő por elnyeli a csillagok és más forró objektumok által kibocsátott sugárzást, ami felmelegíti szemcséket (2. ábra 1. pontja). Ugyanakkor azok hőenergiát bocsátanak ki infravörös hullámhossztartományban. Mivel az infravörös sugárzás kisebb frekvenciájának köszönhetően át tud haladni a sűrű molekuláris felhő anyagán, ez lehetővé teszi, hogy a felhő megszabaduljon a felesleges energiájától. Ez a hőmérséklet csökkenésében fog jelentkezni, ahol a gravitáció hatékonyabban húzza össze a

² A molekuláris felhők a csillagközi tér hatalmas, sűrű gáz- és porfelhői, melyek elsősorban hidrogénmolekulákból állnak, de tartalmaznak más elemeket és vegyületeket is, mint például hélium, szén-monoxid, és kis mennyiségben nehezebb elemeket, mint a szén és az oxigén.

gázanyagokat (Burkert & Lin, 2000). Ennek köszönhetően a felhő hidegebb régiói képesek lesznek összeomlani. Amikor ezek a lehűlt, sűrűbb területek kisebb térfogatba kényszerülnek a hőmérsékletük emelkedni kezd. Amikor már kellően kis térfogatba koncentrálódott az anyag és hőmérséklete is elég magas, létrejön a protocsillag (2. ábra 2. pontja), amelyből később tényleges csillag fejlődik. Ezen csillag körül kialakuló protoplanetáris korongokban lévő porszemcsék kölcsönhatnak egymással, összeütköznek, összetapadnak, egyre nagyobb csomókat képezve (2. ábra 3-4. pontja), amelyek végül bolygócsírákká és bolygókká állnak össze. Az ezáltal létrejövő komplex rendszert nevezzük Naprendszernek (2. ábra 5. pontja).

A poranyag eloszlásáról és csoportosulásairól szerzett eddigi ismereteim arra készítettek, hogy mélyebben vizsgáljam a területet és azt, hogy milyen körülmények között milyen formákban mutatkozhat meg a hatása.

3. Elméleti megfontolások

A Hill-szféra

Egy adott égitestre (pl. aszteroida, porszem), ahhoz, hogy egy tőle nagyságrendekkel nagyobb m tömegű objektum (pl. Föld) gravitációs vonzásába kerüljön, teljesülnie kell annak a feltételnek, hogy a kisebb objektumnak az m tömegű test Hill-sugarán belülre kell kerülnie. Ez gyakorlatban azt eredményezi, hogy a kisebb test pályájának alakját, pályamenti sebességét az őt befogó m tömegű test gravitációs hatása fogja meghatározni a Nap vagy más égitestek gravitációjával szemben, arra az időre amíg ezen határon belül tartózkodik. Az adott R_H sugarú térformát nevezzük Hill-szférának, amely egy gömb az m tömegű test körül. A sugár hosszát az alábbi képlet alapján tudjuk meghatározni körpálya esetén:

$$R_{Hkörpálya} = R \sqrt[3]{\frac{m}{3M}} \quad (1)$$

ahol R az m tömegű test és a központi test közötti távolság, m a test tömege, M a központi test tömege, ami a Naprendszerben, a Nap és bolygók Hill-szférájának meghatározásánál a Nap lesz. Elliptikus pálya esetén a pálya excentricitását és félnagy tengelyét is bele kell számolni az egyenletbe, ezért az alábbi képletet kapjuk:

$$R_{Hellipszis} = a(1 - e) \sqrt[3]{\frac{m}{3M}} \quad (2)$$

A Föld Hill-szférájának sugara így 1,5 millió km. Azt követően, hogy egy égitest átlépte a határfelületet, négy forgatókönyv végbemenetelét figyelhetjük meg a test mozgására a beesési sebességtől és tömegközépponttól számított távolságtól függően. Ezek az alábbi táblázatban láthatók:

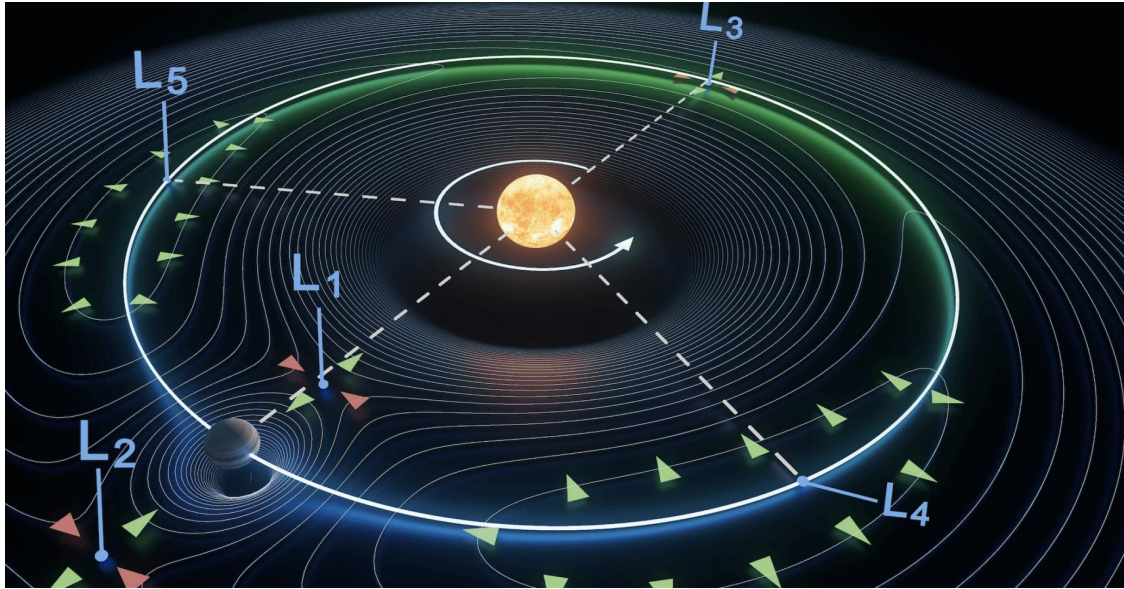
Égitest sebessége	Égitest távolsága a tömegközépponttól	Eredmény	Megfigyelhető esemény
Nagy	Távoli	Gravitációs elhajlás, pályamódosulás	Az égitest nem kerül pályára az őt befogó test körül, hanem módosított pályán folytatja útját.
Közepes	Közeli	Ideiglenes befogás, átmeneti hold	Általában instabil pályákon keringenek az ilyen testek, így idővel vagy visszatérnek a Nap körüli pályájukra, vagy becsapódnak
Alacsony	Közeli	Becsapódás (1) vagy végleges befogás (2)	(1) Ha a pályája a Föld felszínét metszi, becsapódás következhet be (2) Az égitest állandó Föld körüli pályára áll
Kicsi	Nagyon közeli	Árapályerők okozta szétesés	Az égitest darabokra szakadhat, és ezek a darabok vagy a Föld légkörébe hullanak, vagy a Föld körül maradnak törmelékként

3. táblázat. Egy égitest, az őt befogó objektum Hill-szférájába kerülését követő lehetséges forgatókönyvek, melyek az égitest, rendszerbe lépési sebességétől és a tömegközépponttól számított távolságától függ

Lagrange-pontok és a Nap–Merkúr rendszert fenntartó körülmények

Az, hogy egy égitest milyen mozgásokat végezhet a Naprendszer valamelyik bolygója környezetében, és hogy mennyire képes egy egyensúlyi állapotba kerülni a két test által létrehozott rendszerben, nagy mértékben számít a Lagrange-féle librációs pontoktól, pontosabban azok stabilitásától (4. ábra). Ezek olyan speciális pontok egy két égitestből álló gravitációs rendszerben, ahol a gravitációs és centrifugális erők vektoriális eredője egyensúlyban van. Tehát testek által létrehozott potenciálfelületnek szélsőértékei vannak ezekben a pontokban. Egy harmadik, viszonylag kisméretű test stabilan vagy kvázistabilan

helyezkedhet el ezek egyikében, miközben az égitestekkel együtt kering a rendszer közös tömegközéppontja körül, amely a Naprendszerben mindig a Napban lesz. Minden ilyen rendszerben öt kiegyensúlyozott pont található meg a térben. A konfiguráció kiegyensúlyozottságát a két test által kifejtett gravitációs erő és a centrifugális erő határozza meg.



4. ábra. (viterbischool.usc.edu) A korlátozott háromtest – probléma esetén fennálló öt Lagrange-pont általános térbeli elhelyezkedése

A gravitációs erőt az alábbi képlet adja:

$$F_{G1} = G \frac{M_1 m_3}{r_1^2}$$

$$F_{G2} = G \frac{M_2 m_3}{r_2^2}$$

ahol G a gravitációs állandó, M_1 a nagyobb tömegű test, M_2 a másik test tömege, m_3 pedig a Lagrange pontba helyezett test tömege, r_1 és r_2 pedig rendre a két test közti átlagos távolság

A centrifugális erőt meghatározható az

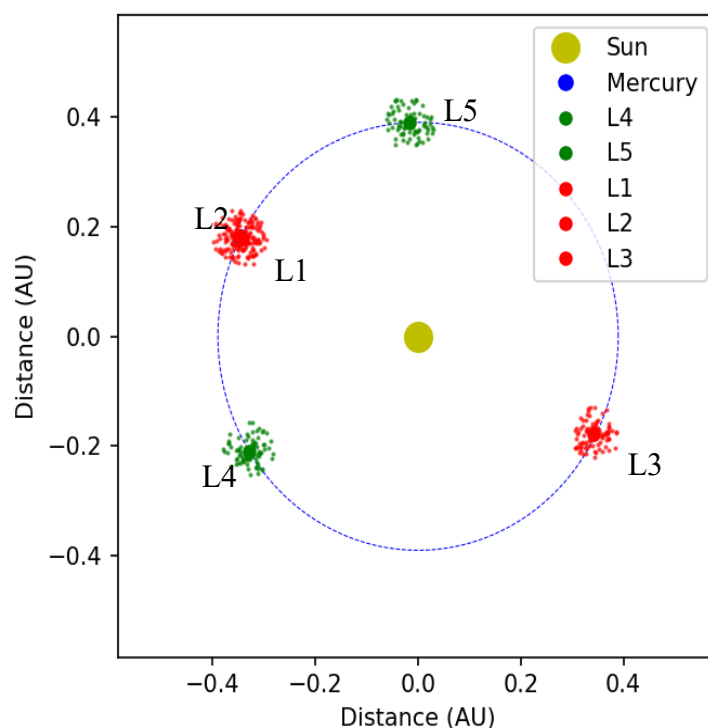
$$F_{centrifugális} = m_3 \cdot \omega^2 \cdot r$$

képlet alapján, ahol ω a tömegközéppont körüli keringés szögsebessége, r a középponti tömegtől mért átlagos távolság.

Miután ebben a rendszerben a testek és a Lagrange-pontok egymáshoz viszonyított relatív elhelyezkedése változatlan, ez azt jelenti, hogy az egyik pontban egy tökéletesen

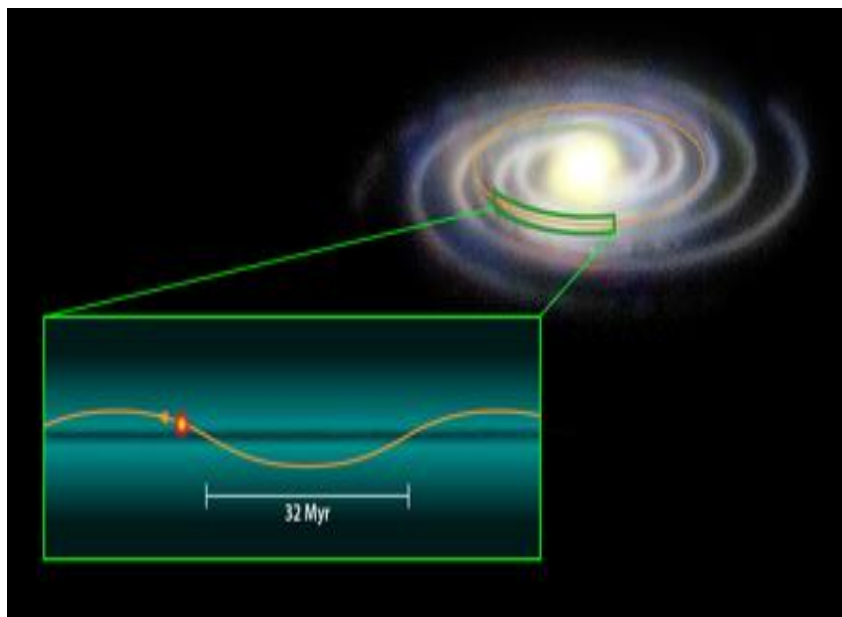
befogott test szögsebessége meg fog egyezni a tömegközéppont körül keringő test szögsebességével.

Ezen pontok elméleti stabilitásának meghatározása csak abban az esetben elégséges feltétele a bennük lévő testek hosszútávú megtartásának, ha nem veszünk figyelembe perturbáló hatásokat, amelyek eredhetnek más égitestek gravitációs vonzásából, a napaktivitás különböző manifesztációiból és a Naphoz közeledve egyre nagyobb szerepet kapó Poynting–Robertson effektusból. Mindezek együttes vizsgálatának esetén fennálló stabilitás eredményében mondhatjuk a rendszert kiegyensúlyozott konfigurációnak. A Nap–Merkúr rendszer esetében a fentiekben megfogalmazott perturbáló hatások figyelembevételével úgy gondolom, kompakt, összpontosított anyagsomósodásokról nem beszélhetünk a Lagrange-pontokban. Viszont egy kiterjedtebb, szélesebben elnyúló Lagrange-konfiguráció fennállásának a lehetőségét ez nem zárja ki. A 5. ábra vizualizációs célt szolgál, amely egy olyan fiktív Nap–Merkúr konfigurációt ábrázol, ahol lehetséges lenne a kompakt csomósodás.



5. ábra Fiktív, stabil csomósodás a Nap–Merkúr rendszerben, ahol a zölddel ábrázolt pontok az L4 és L5 stabil, míg a piros pontok az L1, L2 és L3 kvázistabil Lagrange-pontban összegyűlt anyagokat ábrázolja. (saját szerkesztés)

Úgy gondolom, a felfedezett gyűrűs szerkezet (Stenborg *et al.*, 2018a) fennmaradásában kiemelt szerepe van a Lagrange-féle librációs pontoknak, továbbá a belső Naprendszerbe



6. ábra. (physics.aps.org) A Naprendszer látszólagos hullámzó útja a Naprendszer középpontja körül, a 32 millió éves nullátmenet periódussal feltüntetve.

érkező üstökösökből származó anyagok által fenntartott folyamatos utánpótlás lehet az egyik kulcsfontosságú oka a struktúra fennmaradásának. A gyűrű nem tudna nagyobb időskálán stabilan létezni azt az esetet kivéve, ha egy dinamikus rendszerről beszélünk. Ezért úgy gondolom, a felfedezett gyűrűs struktúra egy dinamikus egyensúlyban lévő rendszer eredménye, ahol az átlagosan beérkező majd rövid időskálán meg is semmisülő anyag folyamatosan cserélődik a rendszerben. Továbbá ideiglenesen többlet is felgyűlhet a rendszerben egy periodikusan, az utánpótláshoz hozzájáruló forrásból, amelyet az Oort-felhő képez. Úgy gondolom, az Oort-felhő hozzájárulása a rendszerhez durván 32 millió éves periódussal kell rendelkezzen, annak okán, hogy amikor a galaxis sűrűbb síkján áthalad a Naprendszer (6. ábra), akkor az Oort-felhőt felépítő égitestek a síkban lévő égitestekkel ütközéseket szenvednek el, amelyek következményképpen bezuhannak a Naprendszerbe és gazdagítják annak aszteroida-, üstökös- és poranyagát.

4. Kutatási módszertan és adatok

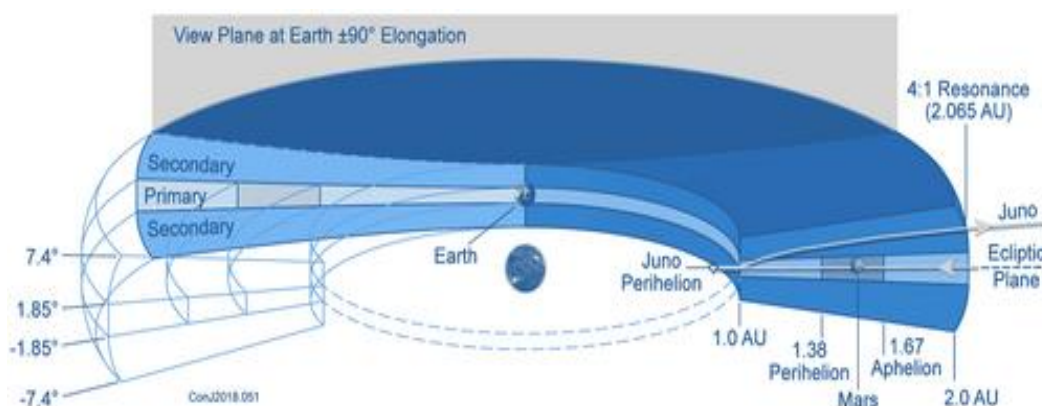
Eloszlás a Naprendszerben

Naprendszerrel alkotott számos keletkezési modell azt az eredményt mutatja, hogy a benne található por egy része már 4,5 milliárd éve jelen kell legyen a fentebb részletezett keletkezési folyamat protoplanetáris korongjának maradványainak köszönhetően (Greenberg, 2002). Az üstökösök és más égitestek anyaga pedig gazdagítja a Naprendszerben megtalálható port. Mindezen túl, modellezések, melyeknek fő célja az volt, hogy meghatározzák az aszteroida- és

üstökösanyag viszonylagos hozzájárulását az állatövi felhőhöz, arra jutottak, hogy a főövbeli ütközések során keletkező aszteroida-szemcsék nem képesek önmagukban létrehozni az állatövi felhő kibocsátását nagy ekliptikai szélességeken, mivel általában kisebb inklinációjú pályával rendelkeznek (Dermott, 2001). Emellett a bolygók által okozott gravitációs hatások és szekuláris rezonanciák³ hatásai 2 csillagászati egységnél kisebb távolságban nem elég erősek ahhoz, hogy az aszteroida-por nagyobb inklinációjú pályák felé terjedhessen (O'Brien *et al.*, 2007). Ezért az ebből az övből származó anyagok az ekliptika síkja körüli kis inklinációjú tartományon belül koncentrálnak. Ezzel szemben az állatövi fénycsík szélesebb szélességi eloszlást mutat (Hahn & Zook, 2002). Ez tovább erősíti azt az elméletet miszerint az állatövi felhő poranyagának elsődleges forrását az üstökösök képezik. Az állatövi felhő porának nagyobb szélességi eloszlása annak köszönhető, hogy folyamatosan apróbb darabokba törő, nagyobb inklinációjú pályával rendelkező üstökösök anyaga szélesebb szélességi tartományba képes maradni (Rigley & Wyatt, 2022).

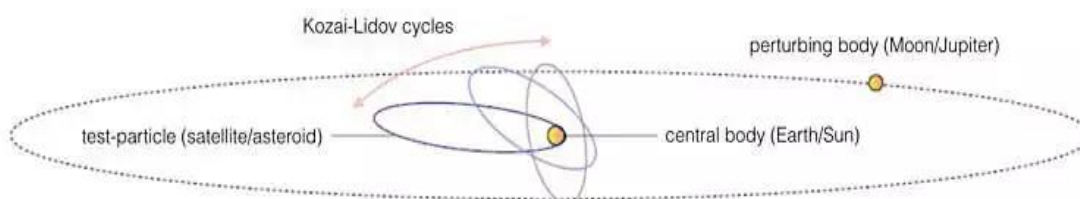
Dinamikus modellezés által (Jorgensen *et al.*, 2020) – amelyek matematikai vagy számítási reprezentációk, amelyeket egy idő múlásával változó rendszer viselkedésének leírására használhatunk, a modellek egyenleteiben szereplő változók pedig az idő függvényében változnak – vizsgálták a poranyag térbeli forrását a Naprendszerben (8. ábra), melynek eredményeképpen meg tudtak határozni három régiót, melyből különböző szemcseméretű, inklinációjú és pályamenti sebességgel rendelkező por származik. Továbbá az anyag további térbeli migrációját illetően azt feltételezik, hogy az elsődleges eloszlást kifejezetten a Mars környezetében a Jupiterrel való pályarezonanciák a Kozai-Lidov (KL) effektuson keresztül szórják szét egy másodlagos populációba, amely az ekliptikától való nagyobb szélességnél található. Viszont ekliptika közvetlen síkjában azt állítják, hogy az anyag eloszlása, eredete és pályaevolúciója egy még nem teljesen értett jelenség a számos perturbáló hatás egyidejű jelenléte miatt (Reach & Franz, 1997).

³ Szekuláris rezonancia: egy olyan jelenség a bolygódinamikában, amely akkor lép fel, amikor egy kis égitest (például egy kisbolygó vagy üstökös) pályaelemeinek egyik periódusa – például a hosszúsági pericentrumé, amely magába foglalja a felszálló csomó hosszát és a perigeum argumentumát – közel egyenlővé válik egy nagyobb bolygó hasonló mozgásának periódusával.



7. ábra J. L. Jorgensen, M. Benn kutatásában szereplő ábra, amely a két különálló populációból álló bolygóközi porszemcsék modellezett eloszlását mutatja be. Ahol az elsődleges eloszlás az ekliptikai sík $\pm 1,85^\circ$ -os tartományában helyezkedik el, míg a KL effektus hatására létrejövő másodlagos eloszlás a $\pm 7,4^\circ$ -os tartományban található

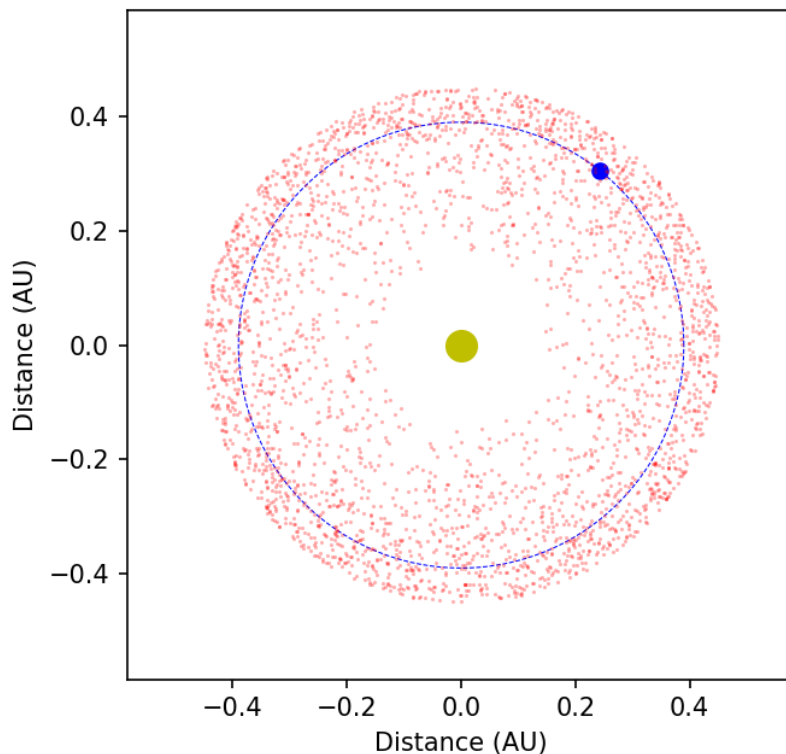
A Kozai–Lidov effektus (KL-effektus) egy olyan testnek pályaváltozását írja le, amelyben egy másik test – leginkább egy nagyobb tömegű, harmadik test – gravitációs hatása zavart okoz (8. ábra). Szemléltetve ezt a jelenséget: vegyünk egy központi testet (pl. a Nap), továbbá vegyünk egy objektumot, amely kering ekörül a központi test körül és perturbálja azokat a testeket, amelyek a közelében vannak. Most feltételezzük, hogy egy harmadik test belép a rendszerbe a saját gravitációs hatásával. Ekkor pályájának excentricitása nőni fog, azaz elliptikusabbá válik és „ferdülhet” is. Ez a kölcsönhatás azt fogja eredményezni, hogy egy konstans értékkel, periodikus oszcillációt lehet megfigyelni a pálya dőlésszöge és excentricitása között. Ennek következtében azt lehet megfigyelni, hogy a pálya alakja megnyúlik majd a referenciasíkhoz képest pedig megdől.



8. ábra. (planetary.s3.amazonaws.com) A Kozai–Lidov mechanizmus által okozott oszcilláció a pálya excentricitásában és dőlésszögében

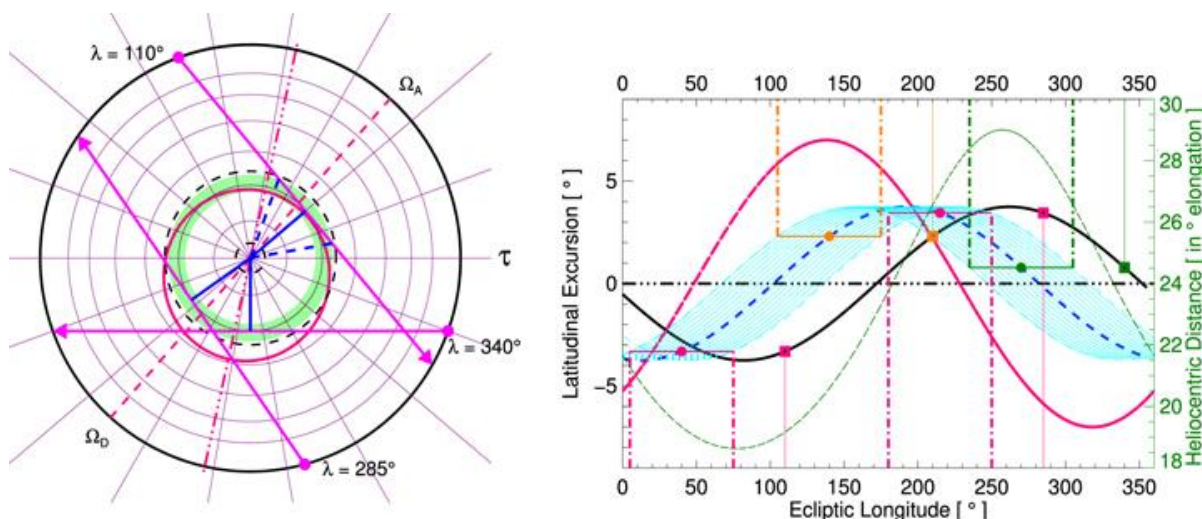
A belső Naprendszerben megtalálható por sűrűsége kimondottan foglalkoztatta 2018-ban Guillermo Stenborg, Johnathan R. Stauffer, és Russell A. Howard napfizikusokat azért, hogy felmérjék milyen körülmények fogják várni a NASA Parker űrszondáját, amely a Nap közvetlen közeléből fog majd adatokat szolgáltatni a kutatóknak. A por fluxusváltozásának

pontos heliocentrikus függésének mértékét szerették volna felmérni a Merkúr pályájától, a 0,39 csillagászati egységen belüli kozmikus térben (Stenborg *et al.*, 2018a). Elképzelésük az volt, hogy egy pormentes régió fog kirajzolódni az adataikban, ami megegyezett volna a belső Naprendszerből korábbiakban alkotott képről, miszerint nagy mennyiségű anyag nem maradhat a bolygóközi térben a Nap közelében. Az általuk használt műszer a STEREO (Solar TERrestrial RElations Observatory) űrszonda-páros, amellyel képeket készítettek a Napról és az attól való távolság növelésének hatására a fényességváltozás mértékéből szerették volna vizsgálni a területen megtalálható anyagok és azok sűrűségének jelenlétét. Két fényforrás mutatkozott meg az adataikban, az egyik egyértelműen a Nap koronájából származott, a másik viszont egy Napot körbevevő struktúrából, ráadásul 5%-kal fényesebb értéket mutatva, mint a napkoronából származó fény. Az űrszondák a térbeli elhelyezkedésüktől függetlenül mindenhol megfigyelték a második fényforrást, amelyet egy nagy mennyiségű por által létrehozott gyűrűs struktúrának azonosítottak. Azt is meghatározták, hogy a sűrűség értéke a Naptól vett távolság arányában csökken. A 9. ábrán az ezen adatoknak megfelelő reprezentációját készítettem el a felfedezett cirkumszoláris gyűrűnek.



9. ábra Guillermo Stenborg, Johnathan R. Stauffer, és Russell A. Howard által felfedezett gyűrűs térforma reprezentálása a Nap-Merkúr rendszerben heliocentrikus távolság függésével arányosan változó sűrűséggel (saját szerkesztés).

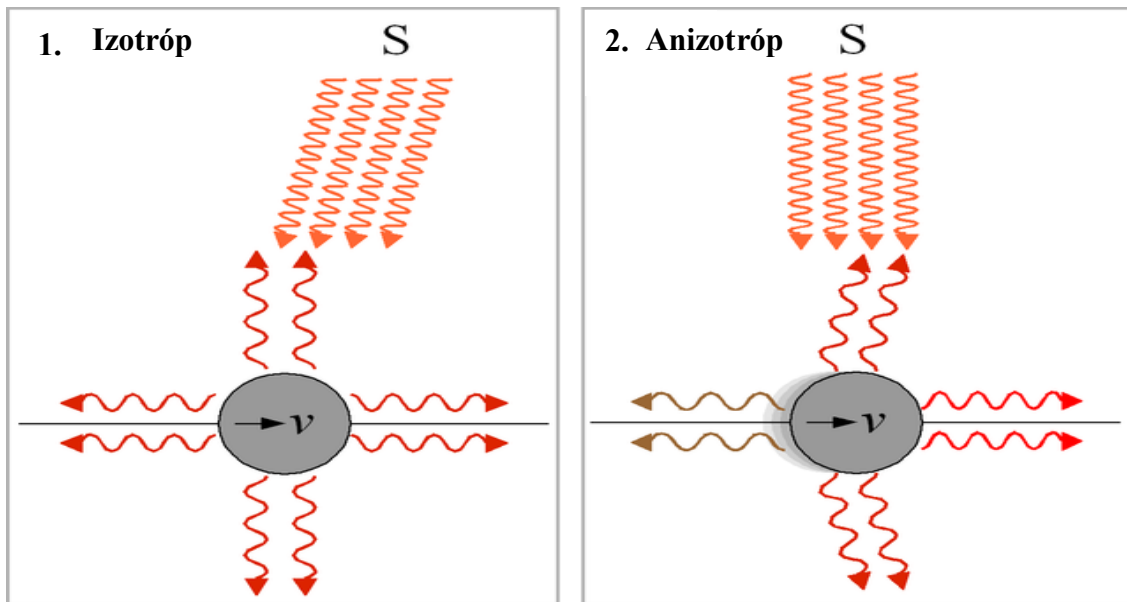
Az alábbi ábrát (10. ábra) mutatták be a kutatásban Stenborg *et al.* (2018a), amely a méréseik által megfigyelt fényességnövekedést ábrázolja a rendszerben



10. ábra (Stenborg *et al.*, 2018a) Balra: a Merkúr pályáját piros színnel ábrázoló poláris ábra. A pályasík és az ekliptika metszéspontját a szaggatott vonal, a főtengely irányát pedig a szaggatott pontozott vonal jelöli. A zöld színnel árnyékolt régió a fényességnövekedés nap felé eső részének átlagos helyét mutatja. Jobbra: a bolygó pályájának szélességi kitérésének azimutális alakulása (piros színnel), skála a bal tengelyen. Az árnyékolt világoskék régió azt a tartományt jelöli, ahonnan a megfigyelt fényesség ~50%-a származik

Poynting–Robertson-effektus

A Poynting–Robertson-effektus (a továbbiakban gyakran P-R-effektus) szerepének figyelembevétele a Nap-Merkúr rendszerben rendkívül fontos, mivel a porszemcsék pályájára nagy mértékben hat ezért pontos jelentésének meghatározása is elengedhetetlen. A Poynting–Robertson-effektus, amely John Henry Poynting és Howard P. Robertsonról kapta nevét, egy olyan folyamat, amely során a napsugárzás hatására a csillag körül keringő porszemcse szögsebessége folyamatosan csökken a csillag körüli pályájához viszonyítva. Ez azt eredményezi, hogy lassan a csillagba zuhan spirális pályán. A Naprendszer esetében ez a hatás az 1 μm és 1 mm közötti átmérőjű porszemcsékre nagy mértékben érvényesül (Grün & Svestka, 1996).



11. ábra. (upload.wikimedia.org) 1. pontja a porszemcsét veszi a vonatkoztatási rendszer középpontjának, melyben a P-R-effektus hatása az aberrációs szög miatt jelentkezik. A 2. pontban a csillagot vesszük a középpontba, ebben az esetben a P-R-effektus hatása a Doppler-eltolódás miatt alakul ki

A jelenség kétféleképpen érthető meg, attól függően, hogy melyik vonatkoztatási rendszerben szeretnénk vizsgálni. Ha az egyedi porszemcsét vesszük a vonatkoztatási rendszerünk középpontjának (11. ábra 1. pontja), amely egy csillag körül kering, akkor a csillag sugárzása úgy tűnik, mintha kissé szemből érkezne, ezt nevezzük a fény aberrációjának, melynek szöge nagy mértékben befolyásolja a hatás mértékét (Chakraborty & Narayan, 2018). Ezért ennek a sugárzásnak az elnyelése olyan erős eredményez, amelynek egy komponense ellentétes a mozgás irányával, ezzel a szögsebesség csökkenését eredményezve. Az aberráció szöge rendkívül kicsi, mivel a sugárzás fénysebességgel halad, míg ehhez képest a porszemcse sebessége nagyságrendekkel kisebb. Viszont, ha ezt az egész jelenséget a csillag nézőpontjából vizsgáljuk (11. ábra 2. pontja), akkor azt láthatjuk, hogy a porszemcse a napfényt teljes egészében sugárirányban nyeli el, ezért ebben a vonatkoztatási rendszerben az maga nem befolyásolja a szemcse szögsebességét. Viszont a porszemcse általi abszorbeált fotonok visszasugárzása egy anizotróp emissziót eredményez a csillagközepontú vonatkoztatási rendszerben (11. ábra 2. pontja), ami azt jelenti, hogy térbeli iránytól függ az anyag kisugárzása, ami a Doppler-effektus értelmében azt jelenti, hogy a haladási irányban megegyezően terjedő elektromágneses hullámok torlódnak, míg az ellentétes irányban elnyúlnak. A korábbi, porszemcse középpontú vonatkoztatási rendszerben (11. ábra 1. pontja) izotróp, azaz térbeli iránytól független kisugárzásról beszélhettünk. Az anizotrop sugárzás azt eredményezi, hogy a porszemcséből emittált fotonok szögsebességet vonnak el a porszemtől, ami így egyre közelebb

és közelebb kerül a csillaghoz mindeközben a kerületi sebessége pedig folyamatosan növekedik.

Annak érdekében, hogy a modellem pontosságát fejlesszem, a benne szereplő porszemcsék élettartamát meghatároztam a Poynting–Robertson-effektus időskálájából különböző méretű porszemcsékre nézve, amelyet a Merkúr pályasugarának távolságából indítva vizsgáltam. Ehhez az alábbi egyenlettel dolgoztam:

$$\tau_{P-R} \approx \frac{4\pi c^2 p r d^2}{3L_{\odot}} \quad (5)$$

A lineáris stabilitás analízise

Azért, hogy az elméleti megfontolások fejezetben általam feltételezett kulcsfontosságú szerepét a Lagrange-pontoknak a gyűrű fennmaradásában vizsgálhassam a rendszer alapvető stabilitásával foglalkoztam egy stabilitási analízis elvégzése által, melyben az L4 és az L5 pontokban határoztam meg az effektív potenciálegyenlet eredményét. Ennek köszönhetően a várható mozgásról tudtam egy képet alkotni. Ezek eredménye a felfedezett cirkumszoláris porgyűrű alakját rajzolták ki, egy perturbációmentes rendszerben. Ezt követően a perturbációk hatására megjelenő pályadeformációk vizsgálatának érdekében a Poynting–Robertson effektus időskáláját határoztam meg különböző méretű szemcséken, melynek eredménye a mozgásokra kapott értékekkel egybevetve, arra enged feltételezni, hogy a megfigyelt porgyűrű létrejöttére kaptam magyarázatot. Továbbá ezek összekapcsolásával a dinamikus rendszer fennállásának szükségességére kaptam bizonyítást.

A lineáris stabilitás analízis elvégzéséhez a forgó vonatkoztatási rendszerben vizsgált effektív potenciálegyenletet a rendszerben megjelenő erők elmozdulás menti integráljából határoztam meg.

$$\begin{aligned} \int F_{GNap} dr &= \int G \frac{M_1}{r_1^2} dr = GM_1 \int \frac{1}{r_1^2} = GM_1 \left(-\frac{1}{r_1}\right) = -\frac{GM_1}{r_1} \\ \int F_{GMerkúr} dr &= \int G \frac{M_2}{r_2^2} dr = GM_2 \int \frac{1}{r_2^2} = GM_2 \left(-\frac{1}{r_2}\right) = -\frac{GM_2}{r_2} \\ \int F_{centrifugális} dr &= \int \omega^2 r dr = \omega^2 \int r dr = \omega^2 \frac{r^2}{2} = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \end{aligned}$$

ahol a mínusz előjel azért jelent meg, mert a centrifugális erő esetén mivel az kifelé mutat, tehát az ehhez tartozó potenciál értéke a sugár növekedésével csökken. Ezért negatív, hiszen csökkenő potenciálra van szükség a kifelé mutató erőhöz. Továbbá a centrifugális potenciál úgy működik, hogy "ellensúlyozza" a vonzó gravitációs potenciált a forgó vonatkoztatási rendszerben. Ezért negatív hozzájárulással bír ahhoz. Ezeket figyelembe véve a kaptam az alábbi effektív potenciálegyenlet

$$U_{\text{eff}}(x, y) = -\frac{GM_1}{r_1} - \frac{GM_2}{r_2} - \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \quad (3)$$

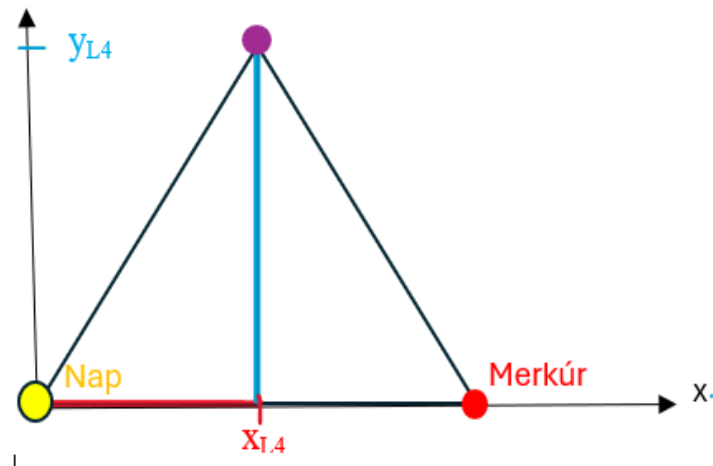
ahol G a gravitációs konstans, M_1 és M_2 a Nap és Merkúr tömege, r_1 és r_2 a vonatkoztatási rendszer középpontjától vett távolság, ω pedig a szögsebesség, amelyet az

$$\omega = \sqrt{\frac{G(M_1 + M_2)}{a^3}} \quad (4)$$

egyenlet határoz meg, ahol a az átlagos Nap–Merkúr távolság, értéke

$$\omega = \sqrt{\frac{6.67430 \times 10^{-11} \times (1.989 \times 10^{30} + 3.3011 \times 10^{23})}{(5.79 \times 10^{10})^3}} \approx 8,27 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$$

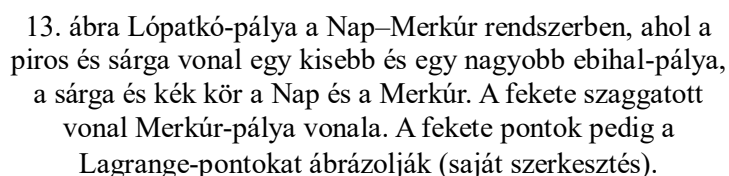
Mivel az L4 és L5 esetében egy szabályos háromszögről beszélünk (12. ábra), ezért ennek a speciális geometriának köszönhetően $r_1 = r_2 = r = a$ megegyezik, viszont az x -től és y -től való függésük okán az egyenletekben nem egyszerűsítettem velük az alakot.



3. ábra A Nap–Merkúr-L4 által kijelölt szabályos háromszög (saját szerkesztés)

ahol $x_{L4} = a \cos 60^\circ = \frac{1}{2}a$ és $y_{L4} = a \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. Az L5 koordinátái megegyeznek, annyi különbséggel, hogy az y koordináta előjele negatív.

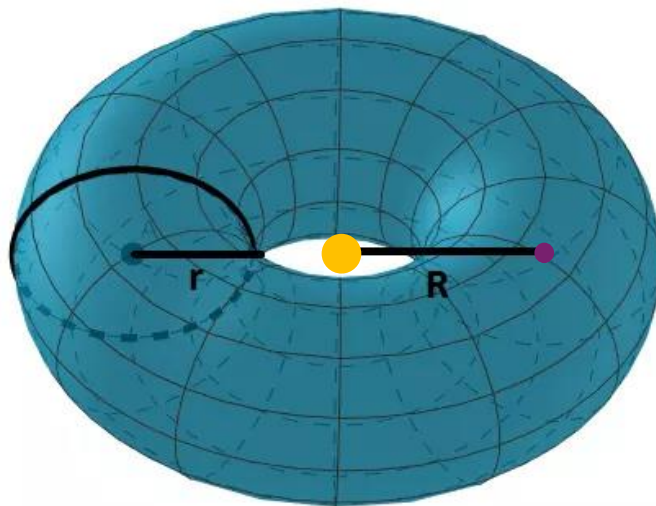
Abban az esetben, amikor stabilitásról önmagában beszélhetünk a Lagrange-pontokban, továbbá amikor a bennük lévő anyag 1:1 középmozgás rezonanciában van, tehát a (4) -es egyenlet porszemcsére meghatározott eredménye megegyezik a Merkúréval, viszont ha a külső perturbáló tényezők következtében a porcsomósodások nem kompakt módon gyűlnek össze, azt kaphatjuk eredményül, hogy az L4 és L5 körüli stabil régiókban nem csak pontszerű stabil pozíciók, hanem bonyolultabb rezonáns pályák, például lópatkó-pályák is kialakulhatnak, amelyek kettő elnyújtott ebihal pályára emlékeztethetnek az L3 környezetében összekapcsolódva. Ez por esetén egy tényleges gyűrű alakját eredményezheti amire láthatunk példát a Jupiter esetében (Liou & Zook, 1995).



A dinamikában és az égitestek mozgásának vizsgálatában a szélesebb librációjú pálya lópatkó alakú pályákhoz vezet el. A libráció a periodikus, hintázó jellegű mozgást írja le egy égitest körül, ahol az objektum nem egyenletes, hanem oszcilláló mozgást végez az egyensúlyi helyzet körül, ami jelen esetben az L4 és L5 stabil pont, azaz minél nagyobb a „kilengés” annál szélesebb lesz a libráció mértéke. A kilengések amplitúdóját pedig, az összes, rendszerben megfigyelhető perturbáló hatás összeredménye adja. Ez tökéletesen megmutatkozik a levezetett lineáris stabilitás analízisben, melynek végeredménye pont azt mutatta, hogy a testeknek egy kötött oszcillációs mozgást kell végezniük a Nap-Merkúr rendszerben.

Illesztett tórusz a Merkúr-pályáján

Számos kutatás foglalkozott már a Naprendszerben megtalálható poranyag térbeli és sűrűségbeli eloszlásával, viszont nagyságrendi közelítések születtek csak a porszemcsék adott térfogatban található mennyiségéről. Következőekben azt vizsgálom, hogy a Merkúr pályájára illesztett, adott térfogatú tórusz feltöltéséhez mennyi anyag szükséges. Pontosabban az érdekelt, hogy a felfedezett cirkumszoláris porgyűrű hány darab üstökös anyagából tudna létrejönni. Ehhez a 67P/Csurjumov–Geraszimenko üstökös tömegét vettem egységeknek és meghatároztam hány darab hozzá hasonló üstökös kellene az egyes tóruszok „feltöltéséhez”.



14. ábra Nap– Merkúr rendszer, ahol egy Merkúr pályára illesztett tórusz térfogatát vizsgáljuk. Az ábrán sárgával a Nap, lilával a Merkúr látható ábrázolva. Az R nagysága az átlagos Nap–Merkúr távolság, míg az r a tórusz csövének sugara. Az ábra vizualizációs célokat szolgál, és nem arányos.
(saját szerkesztés, kiegészítés)

Számításaimban öt különböző sugarú tóruszt vizsgáltam, melyekben a már korábban meghatározott, szilikátokra vett átlagos anyagsűrűségű szemcsék szerepeltek. Megvizsgáltam 0,1; 1 és 10 mikrométeres szemcsékkel, három különböző térfogati szemcse-sűrűséggel.

5. Eredmények

Lineáris stabilitás analízis eredménye

Az L4 és L5 stabilitásának szükséges feltétele,

$$\frac{M_1}{M_2} \geq 25$$

ahol M_1 a Nap, M_2 pedig a Merkúr tömege.

$$\frac{M_{\text{Nap}}}{M_{\text{Merkúr}}} \approx \frac{1.989 \times 10^{30} \text{ kg}}{3.3011 \times 10^{23} \text{ kg}} \approx 6.03 \times 10^6$$

Az arányszámból egyértelműen látszik a stabilitás mértékének jelentősége, azaz egy L4 vagy L5 pontban elhelyezett porszemcse elméletileg képes lenne megmaradni a Nap–Merkúr rendszerben.

A lineáris stabilitás analízis effektív potenciálegyenlét a (3)-as számú

$$U_{\text{eff}}(x, y) = -\frac{GM_1}{r_1} - \frac{GM_2}{r_2} - \frac{1}{2}\omega^2 r^2$$

egyenlet adja, amelynek Hess-mátrixának sajátértékeit szerettem volna meghatározni azért, hogy annak sajátértékeiből láthassam, milyen mozgásra lehet számítani az L4 és az L5 pontban.

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial y^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$$

$$\text{ahol } a = \frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial x^2}, b = \frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial y \partial x}, c = \frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial y^2}$$

A Hess-mátrixban szereplő második parciális deriváltakat meghatároztam, ennek levezetése a függelékben található. Először az x szerinti második parciális derivált értékét határoztam meg az L4 pontban

$$\frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial x^2} = \frac{GM_1}{r_1^3} \left(1 - 3 \frac{\left(x_{L4} + \frac{aM_2}{M_1 + M_2} \right)^2}{r_1^2} \right) + \frac{GM_2}{r_2^3} \left(1 - 3 \frac{\left(x_{L4} - \frac{aM_1}{M_1 + M_2} \right)^2}{r_2^2} \right) - \omega^2$$

ahol x_{L4} a negyedik Lagrange-pont x tengelyen vett koordinátája.

Az értékek behelyettesítését követően az egyenlet eredménye:

$$\frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial x^2} \approx -5.13 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-2}$$

Ezt követően az y szerinti második parciális derivált értékét határoztam meg az L4 pontban

$$\frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial y^2} = \frac{GM_1}{r_1^3} \left(1 - 3 \frac{y_{L4}^2}{r_1^2} \right) + \frac{GM_2}{r_2^3} \left(1 - 3 \frac{y_{L4}^2}{r_2^2} \right) - \omega^2$$

ahol y_{L4} a negyedik Lagrange-pont y tengelyen vett koordinátája. A meghatározott értékek behelyettesítését követően az egyenlet eredménye:

$$\frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial y^2} \approx -1.54 \times 10^{-12} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-2}$$

A Hess-mátrixban szereplő x és y szerinti második parciális deriváltak, melyekben egyik esetben először x majd y , míg a másikban y majd x szerint végeztük el a deriválást, egyenlőek egymással, mivel a deriválás sorrendje felcserélhető, az értéket nem változtatja meg.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial y \partial x} \\ \frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial x \partial y} &= -3 \frac{GM_1}{r_1^5} \left(x_{L4} + \frac{aM_2}{M_1 + M_2} \right) y_{L4} - 3 \frac{GM_2}{r_2^5} \left(x_{L4} - \frac{aM_1}{M_1 + M_2} \right) y_{L4} \\ \frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial^2 U_{\text{eff}}}{\partial y \partial x} \approx -8.88 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-2} \end{aligned}$$

Ezen konkrét értékekkel határoztam meg a mátrix sajátértékeit, ehhez szükséges volt a determináns és a nyom meghatározása

$$\det(H) = a \cdot c - b^2$$

$$\begin{aligned} \det(H) &= (-5.13 \times 10^{-13})(-1.54 \times 10^{-12}) - (-8.88 \times 10^{-13})^2 \\ &\approx 1.476 \times 10^{-27} \text{ m}^{-4} \text{ s}^{-4} \end{aligned}$$

$$\text{tr}(H) = a + c$$

$$\text{tr}(H) = -5.13 \times 10^{-13} + (-1.54 \times 10^{-12}) \approx -2.05 \times 10^{-12} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-2}$$

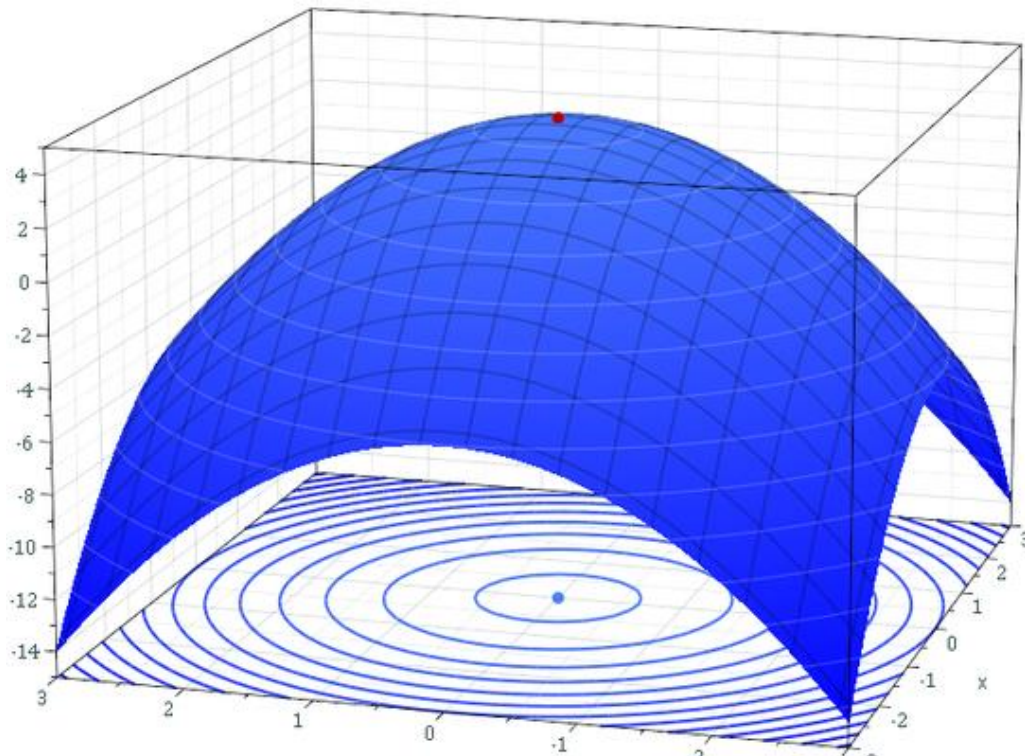
A determináns és a nyom meghatározását követően a sajátértékeket az alábbi egyenlettel határoztam meg:

$$\lambda = \frac{\text{tr}(H) \pm \sqrt{\text{tr}(H)^2 - 4 \cdot \det(H)}}{2}$$

$$\lambda_1 \approx -7.20 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-2}$$

$$\lambda_2 \approx -2.05 \times 10^{-12} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-2}$$

A kapott λ_1 és λ_2 érték előjele megegyezően negatív, ami a konfiguráció stabilitására utal azért, mert így a rendszer dinamikáját leíró differenciálegyenlet-rendszer megoldásai időben csillapodnak, vagyis visszatérnek az egyensúlyi ponthoz. Továbbá a rendszer potenciálfüggvénye az egyensúlyi pont (amely egy lokális maximum) körül lokálisan konkáv,



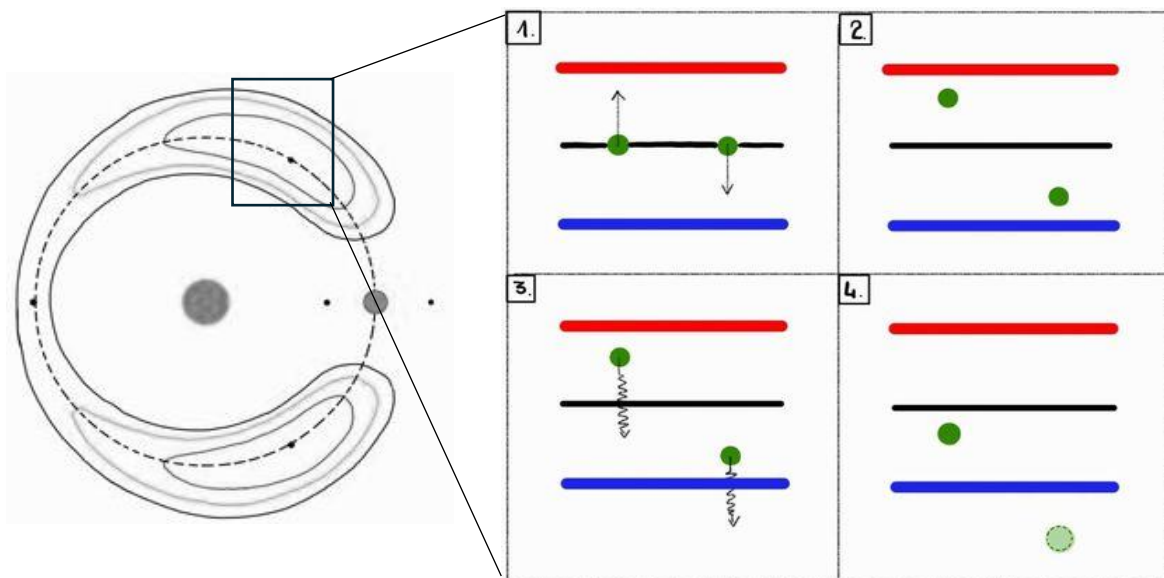
15. ábra. A potenciálfüggvény háromdimenziós ábrázolása, ahol a függvénynek szélsőértéke (lokális maximuma) van a piros pontban.

azaz az egyensúlyja stabil. Ezt a 15. ábra ábrázolja, ahol a függvény lokális maximum értékét vesz fel a piros pontban. Az általunk vizsgált esetben, a piros pont a Lagrange-pontot jelenti.

Egy ilyen rendszerben a nem túlzottan nagy perturbációs hatások oszcilláló, korlátozott mozgáshoz vezetnek, ahelyett, hogy határtalanul eltérítenék vagy kilöknék a szemcséket. Ennek és a még korábban meghatározott tömegarányok ismeretében tovább biztosíthatom a stabilitásról alkotott képemet. Amelyek lehetővé teszik, hogy a porszemcsék az L4 és L5 között mozogjanak anélkül, hogy elveszítenék stabilitásukat. Így úgy gondolom a Nap–Merkúr rendszer L4 és L5 pontjai körüli régiók tehát nem csak egyszerű "csoportosulási pontok", hanem dinamikus régiók, ahol a porszemcsék összetett mozgásokat végezhetnek.

A Lagrange-pontok által meghatározott stabil régió

Ez kedvező a lópatkó-pálya létrejöttének számára, mivel az 1:1 középmozgás rezonancia a kulcsa ennek a konfigurációnak, ahol így az L4 és L5 pontok körüli libráció (hintázás) kisebb energiával is fenntartható, mivel a stabilitás szélesebb tartományt fed le. Az egyes porszemcsék érzékenysége arányos lesz a heliocentrikus távolsággal, olyan értelemben, hogy minél közelebb helyezkedik el egy porszemcsé a Naphoz, feltételezve azt, hogy továbbra is a Lagrange-pontok által meghatározott stabil felületen belül van, annál nagyobb lesz a valószínűsége annak, hogy az őt érő perturbációk azt fogják eredményezni, hogy kiessen ebből a stabil régióból. Ennek reprezentálásra készítettem el az alábbi fázislépésekből álló 16. ábrát.



16. ábra A zöld porszemcsék (1.) stabil régió belüli elhelyezkedésének függése a perturbáló hatásokra (2.), amikor is a Naptól nagyobb távolságban (piros vonal) lévő szemcsé képes volt még a stabil régió belüli maradni (3.). A Naphoz közelebb eső (kék vonal) határ felé haladva kiesik a stabil régióból (4.) (saját szerkesztés)

A 16. ábrán az látható, hogy az első fázisban a Merkúr pályavonalán elhelyezkedő mindkét porszemcsét a stabil régió egyik különböző területére helyezük át, úgy, hogy a perturbáció hatására az egyik a Naphoz közelebb, míg a másik a Naptól távolabb kerül, amelyet már a

második fázislépés ábrázol. A harmadik lépésben, a szemcsék perturbációk hatására a Nap irányába, a stabil felület napközeli határához kezdenek el mozogni. A negyedik lépésben már az látható, hogy az eredetileg a Naphoz közelebbi, de még a stabil régió belül elhelyezkedő szemcse kiesett abból, míg a távolabbi képes volt bent maradni. Ebből is látható, hogy a Naptól való távolság nagy mértékben befolyásolja a stabil régió különböző területein elhelyezkedő anyagok élettartamát.

Modellem szerint, először a kis porszemek zuhannak be, majd ahogyan a nagyobbak is elkezdnek bezuhanni és közeledni a Naphoz a magas hőmérséklet és intenzív sugárzás hatására egyes részecskék anyaga szublimálni kezd, vagyis közvetlenül gázhalmazállapotba alakul anélkül, hogy először megolvadna – csökkenni fog a méretük ezzel azt eredményezve, hogy a folyamat lezajlása sebessége egyre gyorsabb és gyorsabb lesz a fentiekben kifejtett méretfüggésnek köszönhetően.

A Poynting–Robertson effektus időskálája

A (5) -ös, $\tau_{P-R} \approx \frac{4\pi c^2 \rho r d^2}{3L_{\odot}}$ egyenlet alapján, a Merkúr pályavonalában megtalálható különböző méretű porszemcsék élettartama az alábbi táblázatban látható:

Szemcseméret [μm]	P-R effektus időskálája (τ _{P-R}) [év]
0,1	27,3
1	273
10	2730
100	27300

17. táblázat Poynting–Robertson-effektus időskálája egy Merkúr pályasugarától induló adott szemcseméretű porszem esetén.

Az egyenletben a porszemcsék sűrűségét kerekítve 2600 kg/m³ -rel, a szemcse Naptól való távolságát a Merkúr pályájának 0,387 CsE, vagy 57,9 millió km-es értékével, a Nap luminozitását pedig 3,828×10²⁶ W-tal számoltam.

A porszemcse sűrűségének meghatározásánál a Mariner–10 űrmisszió 1974-1975 között szolgáltatott spektrális adatai alapján meghatározott, a Merkúr régiójában és felszínén szilikátokra jellemző emissziós vonalak jelenlétéből indultam ki (Hapke, 1977). És a szilikátok sűrűségének 2500-3500 kg/m³ közötti intervallum leggyakoribb értékéből választottam a sűrűség értékét.

A táblázatból azt láthatjuk, hogy a kisebb szemcsék (0,1-1 μm) néhány évtized-évszázad alatt gyorsan eltűnnek a rendszerből, míg a nagyobbak (100 μm) több tízezer évig megmaradhatnak a Nap – Merkúr rendszer valamely pontjában. Ez jól mutatja, hogy szemcseméret milyen kritikus hatást gyakorol a porszemcsék dinamikai élettartamára a Merkúr környezetében.

A tóruszfeltöltődés tömegbecslése

Az összehasonlítás kedvéért mindezt a 67P/Csurjumov–Geraszimenko üstökös tömegegységében adjuk meg ($M_{67P} = 9,98 \times 10^{12} \text{ kg} \approx 10^{13} \text{ kg}$)

A tórusz dimenzióit tekintve az R , azaz a tórusz sugara az átlagos Nap–Merkúr távolság, ami 57910000 km, ennek értéke konstans a számolások során.

Tórusz cső sugara (r)	Szemcse- méret	M_{67P} egységekben		
		100 db/ m^3	1000 db/ m^3	10000 db/ m^3
Merkúr sugara (2439,7 km)	0,1 μm	0,00	0,0002	0,02
	1 μm	0,18	1,77	17,72
	10 μm	177,22	1772	17721
Merkúr sugara $\times 4$ (9758,8 km)	0,1 μm	0,003	0,028	0,28
	1 μm	2,84	28,36	283,55
	10 μm	2835,51	28355,15	283551,48
Merkúr sugara /4 (609,925 km)	0,1 μm	0,00001	0,0001	0,001
	1 μm	0,01	0,11	1,11
	10 μm	11,08	110,76	1107,62
Merkúr Hill- szférájának sugara (175.290 km)	0,1 μm	0,91	9,15	91,49
	1 μm	914,86	9148,57	91485,73
	10 μm	914857,33	9148573,27	91485732,67
Merkúr Hill- szférájának sugara $\times 2$ (350.580 km)	0,1 μm	3,66	36,59	365,94
	1 μm	3659,43	36594,29	365942,93
	10 μm	3659429,31	36594293,07	365942930,66

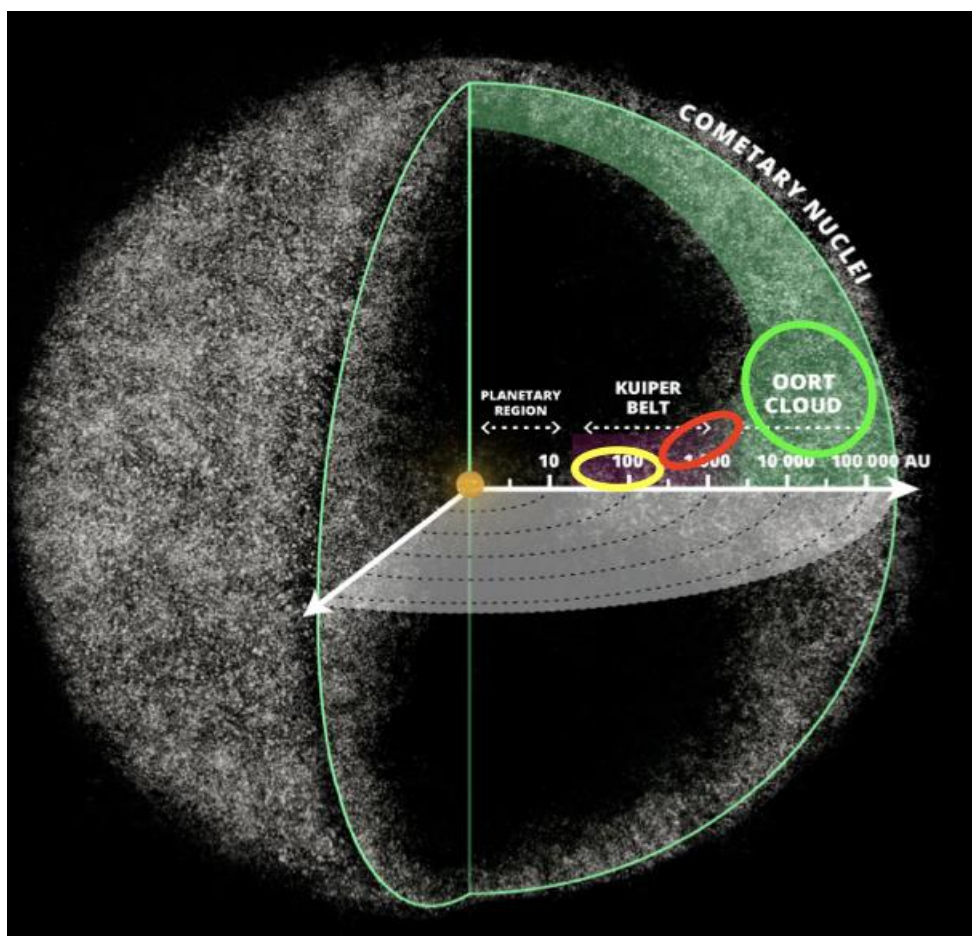
18. táblázat Különböző csőszugárral rendelkező tóruszok térfogatának kitöltéséhez szükséges üstökösök száma eltérő szemcseméret és térfogati sűrűség esetén.

A táblázatban kapott eredmények kg egységekben meghatározott értékei az 1. függelékben található.

6. Diszkusszió

A por eredete a Naprendszerben

A Naprendszerben megtalálható por eredetéről végzett kutatásokban arra a következtetésre jutottak, hogy az állatövi fényövben felfedezhető poranyag nagy része (85-95%), tőlünk mintegy 1 csillagászati egység távolságban, a Jupiter családba tartozó üstökösöknek tulajdonítható (19. ábra). A maradék 5-15% aszteroidák, az Oort-felhőből érkező és a Halley-típusú üstökösöknek köszönhető (Nesvorný *et al.*, 2010). Ebben az 1 CsE-re elhelyezkedő térségben az IKAROS biztosít adatokat, pontosabban a fedélzeten megtalálható ALADDIN névre hallgató csillagközi por detektálására szolgáló műszer, amely mintegy hat hónapos körútja a során a Föld és Vénusz környezetében mérhető poranyag fluxusát határozta meg és hasonlította össze. Az utazás során az ALADDIN sikeresen mérte a porszemcsék sűrűségét, szemcseméretét, ezáltal lehetővé tette, hogy a fluxusváltozás heliocentrikus függőségét lehessen vizsgálni.



19. ábra (Laurine Moreau) A Naprendszerben megtalálható por eredetének három fő forrása, ahol a sárga terület a Jupiter családjába tartozó, a piros a Halley-típusú a zöld pedig az Oort-felhőből származó hosszú periodicitású üstökösök kiindulási régióját

Mint az a 19. ábrán is látható, a három különböző régióból érkező poranyag különböző inklináció pályákon jut be a Naprendszerbe az ekliptikai síkot véve referenciának, ennek fontos szerepe van akkor, amikor azt szeretnénk vizsgálni, hogy specifikusan a Merkúr pályájának területén, a Naptól mintegy 0,39 CsE távolságban milyen az anyag kémiai felépítése, főként pedig a szemcsemérete, mivel az határozza meg, hogy mekkora időskálán vesz részt a Nap–Merkúr rendszer dinamikájában. A kémiai tulajdonságok a szemcse átlagsűrűségének meghatározásában fontos az általam végzett kutatás során. Pályadinamikát tekintve az inklináció szögének növelése, az egyes porszemcsék által elszenvedett gravitációs interakciók és perturbációk értékének csökkenésében vállal nagy szerepet. Ugyanis az ekliptika síkjában áthaladó anyagok gravitációsan kölcsönhatnak a Naprendszer bolygóival, ez viszont a pályahajlás növelésével csökkenő tendenciát mutat a kevesebb „zavaró” test jelenlétének köszönhetően. Ebből több következtetést is le tudunk vonni, elsősorban, azok a testek, amelyek kis inklinációjú pályán haladnak a belső Naprendszerben az interakciók eredményeképpen folyamatosan kisebb darabokba törnek, átlagos szemcseméretüket tekintve ezen porszemcsék lehetnek, 0,1-100 mikrométeresek. Másodszor, az előző következtetéshez szükséges logika mentén tovább haladva, ha találunk nagyobb szemcséket, testeket, mondjuk 1-10 millimétereseket, amelyek rendkívül ritkák a Merkúr közelségben, azoknak elsődleges forrása, nagy valószínűséggel a magasabb inklinációval rendelkező populációk lehetnek, azaz a Halley-típusú és főként az Oort-felhő üstökösei (Nesvorný *et al.*, 2010), amelyek mire a belső Naprendszerbe értek és minden alacsony hőállóságú részanyagukat elpárologtatták számunkra már csak kőzetanyagok vizsgálatának lehetőségét hozzák számításba a Merkúr pályájának közelségében.

A tórusz dimenziói és feltöltődésének lehetséges időskálája

A 67P/Csurjumov–Geraszimenko üstökösről meglévő adatok nagy pontosságúak, ezért úgy gondolom, megfelelő viszonyítási alapnak számít a rendszerben. A táblázatból kiolvasható, hogy hány darab 67P/Csurjumov–Geraszimenko üstökösmag kellene ahhoz, hogy a különböző méretű tóruszokat kitöltsük anyaggal. Ahogyan az a táblázatban is látható, a tórusz térfogatát öt különböző méretű cső sugarával számoltam ki:

1. Merkúr sugara (2439,7 km)
2. Merkúr sugarának negyede (609,925 km)
3. Merkúr sugarának négyszerese (9758,8 km)
4. Merkúr Hill-szférájának sugara (175290 km)
5. Merkúr Hill-szférája sugarának kétszerese (350580 km)

Az értékek megválasztásakor egy logaritmikus skála felállításra törekedtem, mely a valós fizikai körülményeket figyelembe véve is reális eredményeket adhat. A már korábban ismertetett lópatkó-pálya „legkiszélesedőbb” pontja szabta ki a felső határt, amelyet nagyságrendileg a Hill-szféra sugarának kétszerese jelenti. A tórusz kerületét pedig a Merkúr ellipszis pályájának hossza határozta meg, melynek pontos értéke 359.883.955 km (kiszámítása az 2. függelékben található). Ezen érték is konstans a számítások során.

Időskálát tekintve vizsgáltam hány év lenne szükséges az egyes tóruszok feltöltésére abban az esetben, ha éves szinten átlagosan száz darab 67P/Csurjumov–Geraszimenko tömegegységnyi üstökös érkezik a területre és esik szét azonnal. Erre mind az öt esetben az 1 mikrométeres porszemcsére, melynek térbeli sűrűsége⁴ 1000 db/m³ meghatározott időskála az alábbi táblázatban látható.

Tórusz cső sugara	Időskála (év)
Merkúr sugara (2439,7 km)	0,18
Merkúr sugarának négyszerese (9758,8 km)	2,84
Merkúr sugarának negyede (609,925 km)	0,01
Merkúr Hill–szférájának sugara (175290 km)	914,86
Merkúr Hill–szférája sugarának kétszerese (350580 km)	3659,43

20. táblázat Különböző csőszugárral rendelkező tóruszok térfogatának kitöltéséhez szükséges időskála abban az esetben, amikor évi átlagos 100 üstökös érkezik a területre és esik szét azonnal.

A 20.táblázatban feltüntetett, és a már korábban ismertetett P–R-effektus időskála a rendszer dinamikus jellegéről és a folyamatos utánpótlás szükségességéről adhat bizonyosságot.

A lópatkó-pálya deformációja

A Poynting–Robertson-effektus időskálájából, a rendszer 1:1 középmozgás-rezonanciájából és a Naptól való távolság függésének szerepéről a Lagrange-pontok által

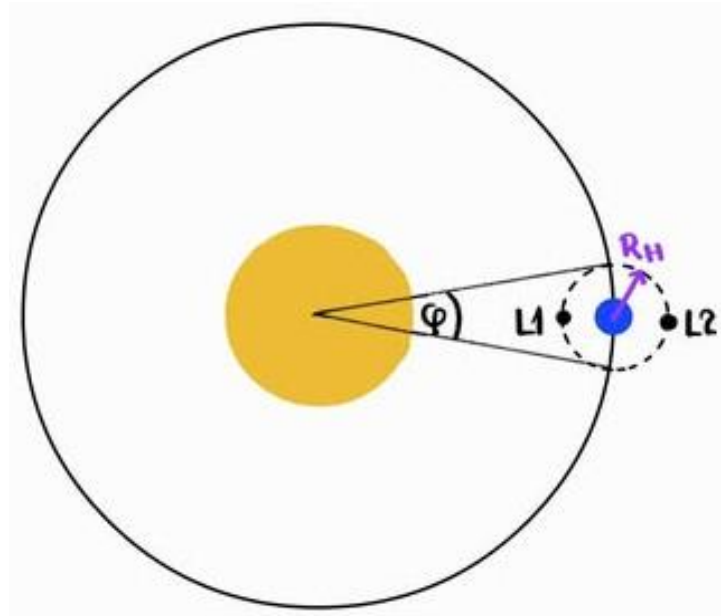
⁴ A dolgozatban kétféle sűrűséggel kell dolgoznunk: az egyik a szemcsék (azaz az anyaguk) sűrűsége kg/m³ egységekben, másrészt pedig a térfogati sűrűség, azaz a szemcsék darabszáma egységnyi térfogatban db/m³ vagy db/km³ egységekben.

létrehozott stabil régióban felveti a lehetőségét annak, hogy egy nagyon érdekes példáját figyelhetjük meg a speciális, korlátozott háromtest problémának a saját Naprendszerünkben. A specialitását az adja, hogy az általam feltételezett lópatkó-pálya nem tudja megtartani a tökéletes, idealizált esetben megfigyelhető térformáját, hanem egyre inkább „folyik el” ahogyan közeledünk a Naphoz. Ezt a 16. ábra olyan formában támasztja alá, hogy a belső határfelülethez közelebb eső nagy mennyiségű szemcsék nem tudnak kirajzolni egy jellegzetesen elhatárolható válaszvonalat a folyamatos behullás következményeképpen. Ez eredményezheti azt, hogy a megfigyelt térforma egy gyűrűs alakba rendeződött, ahol a sűrűség csökken ahogyan közeledünk a Naphoz. Feltételezem, hogy ha a rendszert tökéletesen lineáris esetben vizsgáljuk, ahol a perturbációk lehetősége ki van zárva a Nap–Merkúr rendszer képes lenne egy lópatkó pályát mutatni.

A lópatkó-pálya deformálódottságának meghatározásakor érdekelt, hogy a Merkúr Hill-szférájának milyen mértékben kellene láthatónak lennie a modellemben és hogy ennek, hogyan kellene jelentkeznie a gyűrűs szerkezet pályamenti sűrűségváltozásaiban. Ezért a (2) -es $R_{\text{Hillipszis}} = a(1 - e) \sqrt[3]{\frac{m}{3M}}$ egyenlet alapján meghatározta a Merkúr Hill-sugarát, amely 175.290 km. Pályájának hossza 359.883.955 km, amelyet K jelöl. Ahhoz, hogy meghatározzam a Hill-szféra mekkora szögű területet jelent a Merkúr pályáján, az alábbi egyenlet alkottam ennek leírására, amelynek vizualizálásához készítettem a 19. ábrát:

$$\varphi_H = 2 \times \frac{R_H}{\frac{K}{360^\circ}} = 2 \times \frac{175290 \text{ km}}{\frac{359,883 \times 10^6 \text{ km}}{360^\circ}} = 0,35^\circ$$

A szög kis mértéke azt jelenti, hogy a Merkúr pályája mentén fennálló porgyűrű a pályának 99,9%-án képes anyagot fenntartani, ez alátámaszthatja, hogy a lópatkó-pályája olyan mértékben deformálódhat, hogy gyűrűként fennmaradhat.

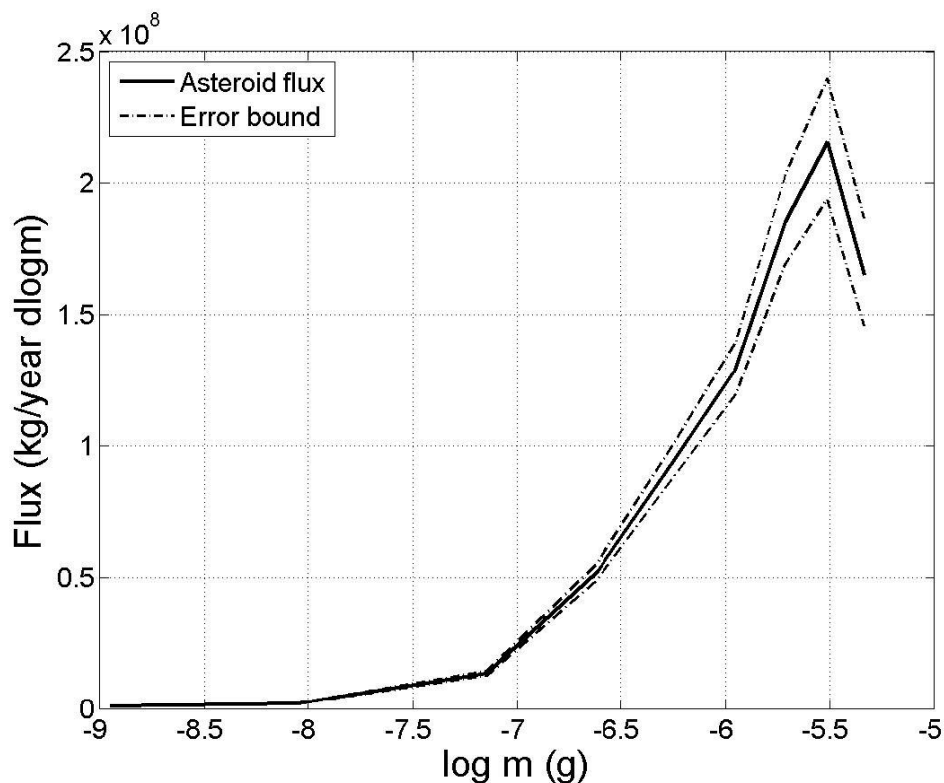


21. ábra. Merkúr Hill-szférája által kijelölt körcikk központi szöge (saját szerkesztés, eltúlzott, vizualizációs céllal).

A 21. ábrán is látható, a Hill-szféra sugara megegyezik az L1 Lagrange-pont Merkúr tömegközéppontjától számított távolságától, ez bizonyos esetekben eredményezheti azt, hogy az L4-L5 által kijelölt stabil régiót elhagyó, Nap felé spirálisan haladó szemcsék képesek lehetnek egy nagyon rövid időre félstabil halo-pályára állni az L1 vagy akár L2 pontban, ezzel a Merkúr közelében várt sűrűségcsökkenés értékét gyengíteni.

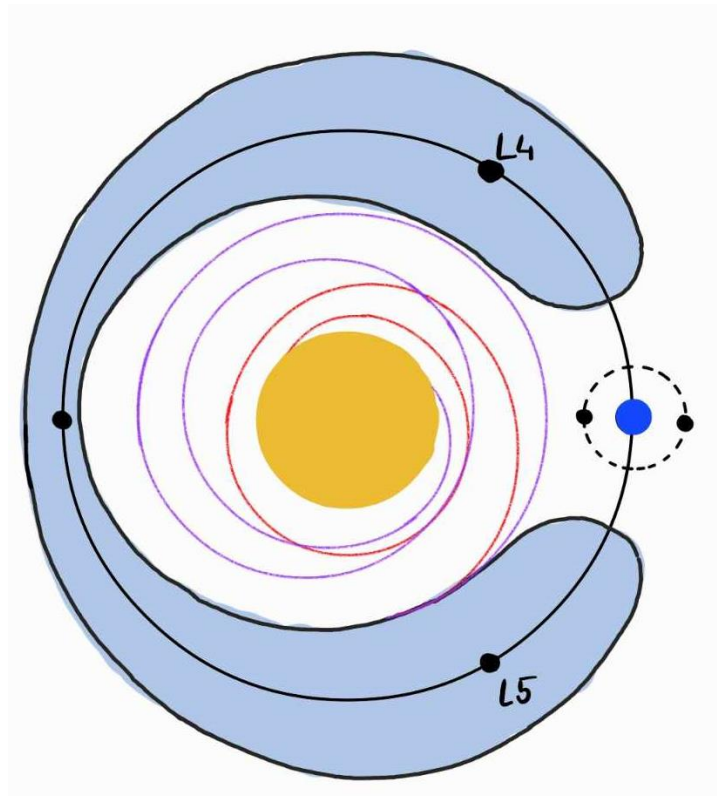
Borin *et al.* (2017) a Merkúr felszínébe becsapódó anyagok mennyiségét határozta meg. Adatai azt mutatják, hogy a nagyobb szemcsék képezik a beeső anyag tömegének nagy részét (22. ábra). A kisebb szemcsék kisebb mértékben járulnak hozzá a felszínbe becsapódó anyagokhoz. Ebből arra tudtam következtetni, hogy a kisebb szemcsék a porgyűrű kialakításában fognak részt venni, és idővel bezuhannak a Napba a P–R-effektus eredményeképpen. Ezen

feltételezésemet alátámasztja az általuk meghatározott érték a Merkúr környezetébe érkező porszemcsékről és azok eredetéről, amely a 23. ábrában látható.



22. ábra (Borin *et al.*, 2017) Mikrometeorit-áramlás a Merkúron az 5-100 μm közötti méretű becsapódó részecskék esetében.

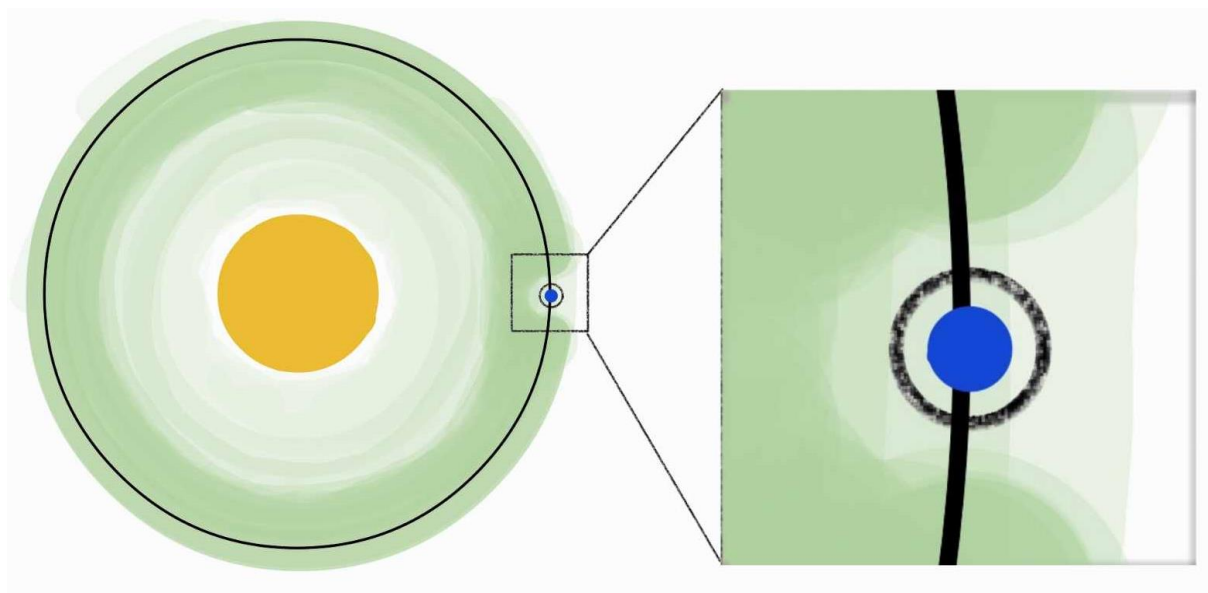
Ezt követően a Poynting–Robertson-effektus szemcsemérettől függő időskálájából kiindulva folytattam hipotézisem vizsgálatát, úgy, hogy az L5 körüli porszemcsék mozgását vizsgáltam azt követően, hogy elhagyták a stabil régiót. A P-R-effektus spirális pályájának különbségei két különböző szemcseméret esetén, amikor is a nagyobbik „több kört tesz meg” a Nap körül, azaz az általa megtett spirális út hosszabb és több ideig tart, míg a kisebb szemcse, hamarabb bezuhan a Napba. Ennek pontos időbeli értékei pedig a 18. táblázatban láthatók. Ugyanabból a pontból indított különböző méretű porszemcséknek pályabeli különbsége könnyen megfigyelhető, és a 23. ábrán látható.



23. ábra A stabil régiót elhagyó különböző méretű porszemcsék P-R-effektus hatására kialakuló spirális pályái, ahol a piros a kisebb, a lila a nagyobb porszemcse pályáját, az acélkék terület az idealizált esetben fennálló stabil lópatkó-pályát jelöli. (Narancssárga a Nap, kék a Merkúr. Az ábra nem arányos, vizualizációs célokat szolgál. és saját szerkesztés).

Ezt követően mindezt figyelembe véve fel tudtam állítani egy pontosabban definiált képet a sűrűség térbeli változásáról a gyűrűben. Amely így a mérések által meghatározott (Stenborg et al., 2018a) Naphoz való közelebbi területek kisebb sűrűséget tartja fent,

kiegészítésként a Merkúr Hill-szférája körüli értékcsökkenést, amely a félstabil halo-pályák miatt képes lehet a vártnál sűrűbb régiókat is fenntartani (24.ábra)



24. ábra A sűrűségmodellem térbeli változása és a Merkúr közelében látható halo-pályáknak köszönhető vártnál sűrűbb terület megjelenítése. A zöld satírozott terület erőssége a sűrűség nagyságával arányos, a kék pont a Merkúr, a körülötte látható kör pedig a Hill-szférát reprezentálja(saját szerkesztés)

Térbeli eloszlás

A feltételezett dinamikus rendszer vizsgálata érdekében az éves szinten átlagosan a Merkúr környezetéhez kerülő üstökösökből és aszteroidákból származó por egész rendszerre értendő időskálájára néztem meg a lehetséges alakulását a rendszernek. Ehhez évi átlagos összmenyiségnek 13.500 egyedi porszemcsével dolgoztam a modellemben, amely átlagos 30.000 tonna/év tömeget jelenthet a rendszerben és teszt jelleggel azt figyeltem, hogy milyen különböző eloszlások alakulhatnak ki.. A három lehetőséget úgy állítottam fel, hogy a beérkező por mennyiségének az aránya hogyan oszlik el a rendszerbe belépett, azaz a gyűrűt felépítő por, a Merkúr Hill-szférájába került, és az éppen képes volt túlélni anyagok között. A szemcseméret meghatározásánál Borin *et al.* (2017) által meghatározott adatok (25. táblázat) alapján dolgoztam, amelyek azt mutatják, hogy a területhez legjelentősegteljesebben hozzájáruló szemcseméret a 10–100 μm között van, ahol a 10 mikrométeres szemcsékből található meg a legtöbb (24. ábra), ami a P-R-effektus hatását is bizonyíthatja.

Table 2. Impact velocities of particles arriving at the different planets considering a cometary source.

Particle size (μm)	Comet velocity (km s^{-1})			
	Mercury	Venus	Earth	Mars
10	16.61	16.8	15.86	12.87
50	17.95	21.44	17.07	13.25
100	18.40	26.30	17.67	14.21

Table 3. Percentage of particles arriving on Mercury, Venus, Earth, and Mars considering cometary and asteroidal sources.

Particle size (μm)	Comets				Asteroids			
	Mercury	Venus	Earth	Mars	Mercury	Venus	Earth	Mars
10	25.8	19.9	28.7	25.6	37.6	27.7	24.8	9.8
50	19.0	17.3	29.5	34.2	32.1	26.5	22.9	18.5
100	12.9	15.9	27.1	44.0	30.7	30.9	23.2	15.2

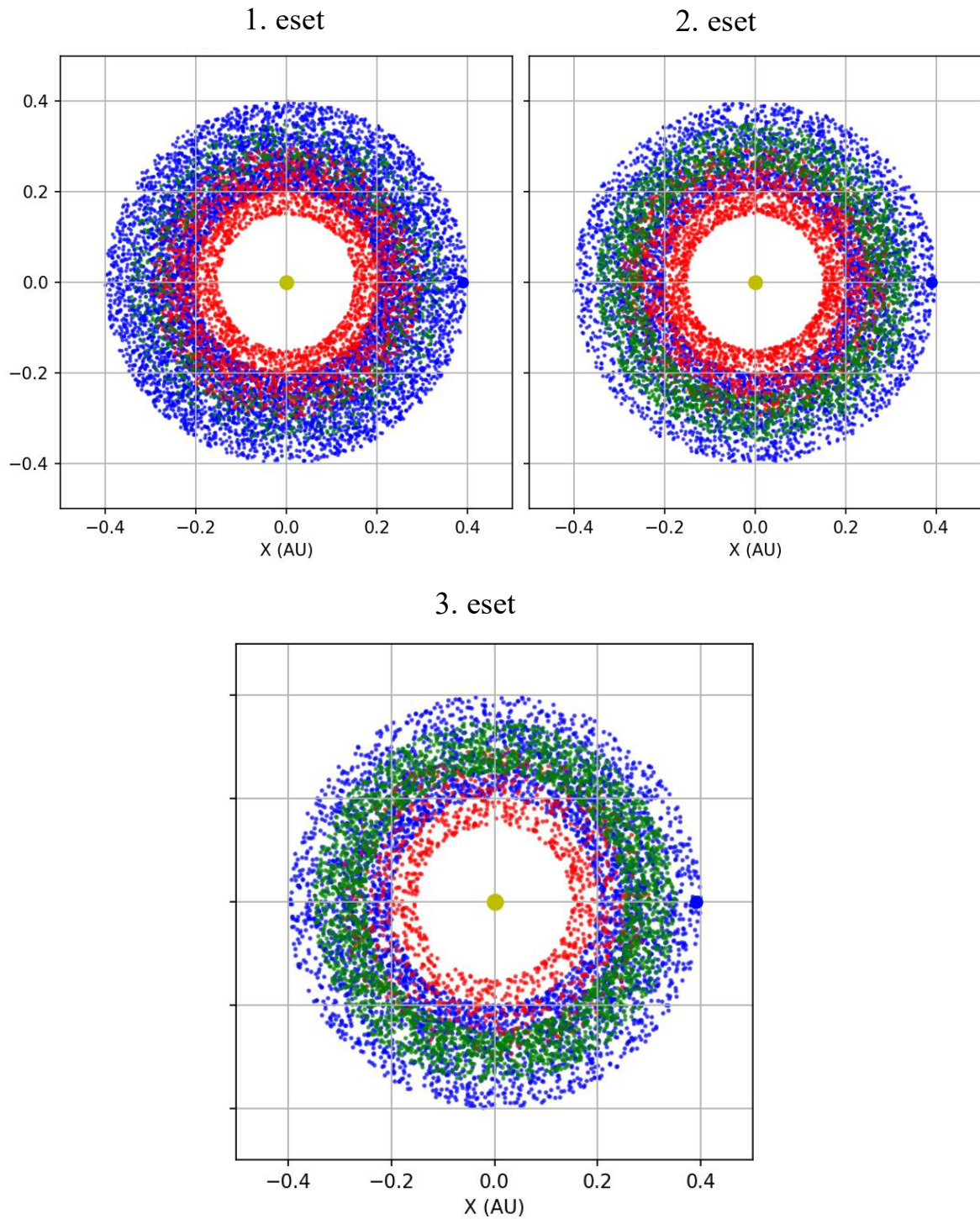
25. táblázat Borin *et al.* (2017) cikkéből kivett táblázatok, amelyek a szemcseméretet és sebességet határozzák meg.

1. eset: A modellezett éves mennyiség 70%-a, 9450 szemcse (21 000 tonna) vesz részt a gyűrű fenntartásában, ahol szemcseméretet tekintve 15 000 tonnányi 10-100 μm , 5000 tonna 1-10 μm és 1 tonna 100 μm -nél nagyobb érték közötti szemcsékkel vizsgáldtam.
2. eset: A modellezett éves mennyiség 60%-a, 8100 szemcse (18 000 tonna) vesz részt a gyűrű fenntartásában, ahol szemcseméretet tekintve 10 000 tonnányi 10-100 μm , 5000 tonna 1-10 μm és 3 tonna 100 μm -nél nagyobb érték közötti szemcsékkel vizsgáldtam.
3. eset: A modellezett éves mennyiség 45%-a, 6075 szemcse (13 500 tonna) vesz részt a gyűrű fenntartásában, ahol szemcseméretet tekintve 8000 tonnányi 10-100 μm , 2000 tonna 1-10 μm és 3500 tonna 100 μm -nél nagyobb érték közötti szemcsékkel vizsgáldtam.

A három esetben az anyagnak különböző térbeli eloszlása figyelhető meg a kezdeti feltételektől függően. Ennek bemutatására készítettem a 26. ábrát, amelyben a felvázolt három eset látható. A térbeli eloszlás különbségei egyértelműen kirajzolódnak az ábrán, ahol a piros az 1-10 μm , a kék a 10-100 μm , a zöld pedig a 100 μm -nél nagyobb porszemcséket jelöli.

Az ábrán az is látszik, hogy a Poynting–Robertson-effektus hatása hogyan érvényesül a rendszerben a különböző méretű szemcséken, ezért láthatjuk mindhárom esetben a legbelső régióban a piros (1-10 μm -es) szemcséket. Továbbá azt is megfigyelhetjük, hogy a zöld

(100 μm -nél nagyobb) szemcsék egy kompakt gyűrűt alakítanak ki egyedi szemcséket tekintve egymáshoz közel.



26. ábra A cirkumszoláris porgyűrűt felépítő különböző méretű porszemcsék térbeli eloszlása abban az esetben, amikor a feltételezett éves átlagos 30 000 tonna anyagból különböző mennyiség megmaradását feltételezzük a rendszerben.

7. Kitekintés

Következőkben a 100 mikronos és annál nagyobb szemcsék által létrehozott kisebb, lokális gyűrű megértésével szeretnék foglalkozni, mert úgy gondolom, hogy a Naprendszer poranyagának térbeli és sűrűségbeli eloszlásáról, ezáltal a Naprendszer poranyagának kollektív evolúciójáról alkotott képünket nagy mértékben képes lehet megreformálni.

Mindezek mellett létre szeretnék hozni egy újabb modellt melyben a jelenlegi modellemben szereplő három forgatókönyv mentén kialakuló cirkumszoláris porgyűrűnek változásait és körülményeit egyesítem a fentebb kifejtett tóruszok és a Nap – Merkúr rendszerbe érkező üstökösök adataival. Mindezt azért, hogy egy még pontosabb képet alkothassak a rendszer dinamikus jellegéről.

8. Konklúzió

Úgy gondolom, mindezt figyelembe véve Guillermo Stenborg, Johnathan R. Stauffer, és Russell A. Howard cirkumszoláris porgyűrűje (Stenborg *et al.*, 2018a) valójában elképzelhető, hogy egy perturbációs hatások által nagy mértékben deformált lópatkó-pálya, amelyben az individuális porszemcsék a Poynting–Robertson-effektus hatására spirálisan bezuhannak a Napba ezzel a Nap–Merkúr közti térfogatot is megtöltve anyaggal. A rendszer teljes kiürülése akkor történik meg, amikor az utolsó porszemcse is elhagyta azt vagy megsemmisült, ezek az utolsó szemcsék a P-R-effektus hatása miatt a legnagyobb méretűek lesznek, amelyeknek élettartama a 17. táblázatban is meghatározott több tízezer év. Ennek pontos értéke a 25. táblázatban felvázolt három esetben több változótól is függhet, mint például a napaktivitás erőssége, vagy akár attól, hogy a galaxisban való mozgásában éppen a sűrű régióban van-e a Naprendszer, ugyanis ebben az esetben a 25. táblázat első esetének anyagbeli gazdagsága lesz megfigyelhető a beérkező plusz anyag miatt. Miután az éves beérkező anyagmennyiség átlagban megegyezik, ezért minden évben képes lenne létrejönni a cirkumszoláris porgyűrű abban az esetben is, ha a megelőző évben minden anyagát elvesztette volna. Ezért létfontosságú a dinamikai rendszer lehetőségének és pontos körülményeinek megértése, mert a rendszer nem tud kiürülni hosszú távra, viszont térbeli és sűrűségbeli eloszlásában nagymértékű fluktuációk jelentkezhettek.

9. Saját eredmények

- A Nap–Merkúr rendszer Lagrange-pontjai által kijelölt térben a porszemcsék várható mozgásának meghatározása

- A Poynting–Robertson-effektus időskálájának felállítása különböző méretű porszemcsékre a Merkúr pályájának méretskáláján
- A Lagrange-féle librációs pontok által meghatározott stabil régió belüli porszemcsék elhelyezkedésének jelentőségének meghatározása a perturbatív erők hatására
- Egy, a Merkúr pályájára illesztett, különböző dimenziókkal vizsgált tórusz adott térfogatának kitöltéséhez szükséges 67P/Csurjumov-Geraszimenko üstökös tömeg egységeiben kvantifikált darabszámának meghatározása
- A tórusz feltöltődéséhez szükséges lehetséges időskála meghatározása 1 mikrométeres porszemcsék esetében
- Dinamikus modell megalkotása a felfedezett cirkumszoláris gyűrű magyarázatára egy deformált lópatkó-pálya alapján
- A dinamikus modell kezdeti feltételektől függő különbségeinek ábrázolása három lehetséges forgatókönyv mentén

Irodalomjegyzék

- Borin, P., Cremonese, G., & Marzari, F. (2017). Asteroidal and cometary dust flux in the inner Solar System. *Astronomy & Astrophysics*, 605, A94. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201730617>
- Burkert, A., & Lin, D. N. C. (2000). Thermal instability and the formation of clumpy gas clouds. *The Astrophysical Journal*, 537(1), 270–282. <https://doi.org/10.1086/308989>
- Chakraborty, A., & Narayan, A. (2018). Effect of stellar wind and Poynting–Robertson drag on photogravitational elliptic restricted three-body problem. *Solar System Research*, 52(3), 177–187. <https://doi.org/10.1134/S0038094618020016>
- Dermott, S. F. (2001). Dynamics of interplanetary dust: Modeling the Zodiacal Cloud. *Bulletin of the American Astronomical Society*, 33(3), 1082.
- Greenberg, J. M. (2002). Cosmic dust and our origins. *Surface Science*, 500(1–3), 793–822. [https://doi.org/10.1016/S0039-6028\(01\)01555-2](https://doi.org/10.1016/S0039-6028(01)01555-2)
- Grogan, K., Dermott, S. F., & Kehoe, T. J. J. (2001). Dynamics of interplanetary dust: Modeling the zodiacal cloud. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 39(1), 517–550.
- Grün, E., & Svestka, J. (1996). Physics of interplanetary and interstellar dust. *Space Science Reviews*, 78(1–2), 347–354. <https://doi.org/10.1007/BF00170821>
- Hahn, J. M., & Zook, H. A. (2002). Clementine observations of the zodiacal light and the dust content of the inner Solar System. *Icarus*, 158(2), 360–372. <https://doi.org/10.1006/icar.2002.6881>
- Hapke, B. (1977). Interpretations of optical observations of Mercury and the Moon. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 15(2), 264–275. [https://doi.org/10.1016/0031-9201\(77\)90035-8](https://doi.org/10.1016/0031-9201(77)90035-8)
- Jorgensen, J. L., Benn, M., Connerney, J. E. P., Denver, T., Jorgensen, P. S., Andersen, A. C., & Bolton, S. J. (2020). Distribution of interplanetary dust detected by the Juno spacecraft and its contribution to the zodiacal light. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 125(12), e2020JE006509. <https://doi.org/10.1029/2020JE006509>
- Liou, J. C., & Zook, H. A. (1995). An asteroidal dust ring of micron-sized particles trapped in the 1:1 mean motion resonance with Jupiter. *Icarus*, 113(2), 403–414. <https://doi.org/10.1006/icar.1995.1030>
- Marov, M. (2018). The formation and evolution of the solar system. In *Oxford Research Encyclopedia of Planetary Science*. <https://doi.org/10.1093/acrefore/9780190647926.013.2>
- Nesvorný, D., Jenniskens, P., & Levison, H. F. (2010). Cometary origin of the zodiacal cloud and carbonaceous micrometeorites. *The Astrophysical Journal*, 713(2), 816–836. DOI 10.1088/0004-637X/713/2/816
- Raines, J.M., DiBraccio, G.A., Cassidy, T.A. et al. Plasma Sources in Planetary Magnetospheres: Mercury. *Space Sci Rev* **192**, 91–144 (2015). <https://doi.org/10.1007/s11214-015-0193-4>
- Reach, W. T., & Franz, B. A. (1997). The three-dimensional structure of the zodiacal dust bands. *Icarus*, 127(2), 397–408. <https://doi.org/10.1006/icar.1997.5704>
- Rigley, J. K., & Wyatt, M. C. (2022). Comet fragmentation as a source of the zodiacal cloud. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 511(1), 1535–1547. <https://doi.org/10.1093/mnras/stab3482>

- Stenborg, G., Howard, R. A., & Hess, P. (2018a). Evidence for a circumsolar dust ring near Mercury's orbit. *The Astrophysical Journal*, 868(1), 74. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/aae6cb>
- O'Brien, D. P., Morbidelli, A., & Bottke, W. F. (2007). The primordial excitation and clearing of the asteroid belt—Revisited. *Icarus*, 191(2), 434–452. <https://doi.org/10.1016/j.icarus.2007.05.005>

Az átvett ábrák forrásai

2. ábra https://www.phy.olemiss.edu/~luca/astr/Topics-Solar/Images/Summary_354x394.jpg
4. ábra https://viterbischool.usc.edu/wp-content/uploads/2024/01/Lagrange-light_story.png
6. ábra https://physics.aps.org/assets/9a7b85b2-fe0e-4ea3-99f3-08c4f9a894e9/e41_2_medium.png
8. ábra https://planetary.s3.amazonaws.com/web/assets/pictures/_1200x227_crop_center-center_82_line/104628/20180226_kozai-lidov-cycle.jpg.webp
11. ábra https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/5/5c/Poynting-Robertson_effect.png/312px-Poynting-Robertson_effect.png
14. ábra https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcSqN33OdpixXbINKNVERTD_YAcB1pQ-knbkw&s
19. ábra <https://www.sgo-penc.hu/images/naprendszer/oort.jpg>

Függelék

1. Függelék

Az 5. fejezetben bemutatott 67P/Csurjumov–Geraszimenko üstökös tömegegységeiben meghatározott üstökös darabszám kg egységekben is vizsgálhatók, melyek az alábbi táblázatban vannak feltüntetve.

Tórusz cső sugara (r)	Szemcse-méret	kg egységekben		
		100 db/m ³	1000 db/m ³	10000 db/m ³
Merkúr sugara (2439,7 km)	0,1 μ m	$1,77 \times 10^9$	$1,77 \times 10^{10}$	$1,77 \times 10^{11}$
	1 μ m	$1,77 \times 10^{12}$	$1,77 \times 10^{13}$	$1,77 \times 10^{14}$
	10 μ m	$1,77 \times 10^{15}$	$1,77 \times 10^{16}$	$1,77 \times 10^{17}$
Merkúr sugara $\times 4$ (9758,8 km)	0,1 μ m	$2,83 \times 10^{10}$	$2,83 \times 10^{11}$	$2,83 \times 10^{12}$
	1 μ m	$2,83 \times 10^{13}$	$2,83 \times 10^{14}$	$2,83 \times 10^{15}$
	10 μ m	$2,83 \times 10^{16}$	$2,83 \times 10^{17}$	$2,83 \times 10^{18}$

Merkúr sugara /4 (609,925 km)	0,1 μm	$1,11 \times 10^8$	$1,11 \times 10^9$	$1,11 \times 10^{10}$
	1 μm	$1,11 \times 10^{11}$	$1,11 \times 10^{12}$	$1,11 \times 10^{13}$
	10 μm	$1,11 \times 10^{14}$	$1,11 \times 10^{15}$	$1,11 \times 10^{16}$
Merkúr Hill-szférájának sugara (175.290 km)	0,1 μm	$9,13 \times 10^{12}$	$9,13 \times 10^{13}$	$9,13 \times 10^{14}$
	1 μm	$9,13 \times 10^{15}$	$9,13 \times 10^{16}$	$9,13 \times 10^{17}$
	10 μm	$9,13 \times 10^{18}$	$9,13 \times 10^{19}$	$9,13 \times 10^{20}$
Merkúr Hill-szférájának sugara × 2 (350.580 km)	0,1 μm	$3,65 \times 10^{13}$	$3,65 \times 10^{14}$	$3,65 \times 10^{15}$
	1 μm	$3,65 \times 10^{16}$	$3,65 \times 10^{17}$	$3,65 \times 10^{18}$
	10 μm	$3,65 \times 10^{19}$	$3,65 \times 10^{20}$	$3,65 \times 10^{21}$

2. Függelék

Az ellipszis pályájának területét közelítő képlettel számíthatjuk ki, mivel nincsen egyszerű zárt-formájú megoldás az ellipszis területére. Az alábbiakban kiszámítom a Merkúr pályájának hosszát, figyelembe véve a pálya excentricitását.

Adatok

- $a = 57,91 \times 10^6$ km: az ellipszis fél-nagytengelyének fele
- $e = 0,2056$: az ellipszis excentricitása

Kistengely kiszámítása

A kistengely fele az alábbi képlettel számítható:

$$b = a \times \sqrt{1 - e^2}$$

Behelyettesítve az adatokat:

$$b = 57,91 \times 10^6 \times \sqrt{1 - 0,2056^2}$$

Számítás:

$$b = 57,91 \times 10^6 \times \sqrt{1 - 0,042268} \approx 57,91 \times 10^6 \times 0,9787 \approx 56,64 \times 10^6 \text{ km}$$

Az ellipszis területének közelítésére a következő képlettel dolgoztam:

$$K \approx \pi(a + b) \times \left(1 + \frac{3h}{10 + \sqrt{4 - 3h}}\right)$$

ahol h értékét az alábbi képlet adja

$$h = \frac{(a - b)^2}{(a + b)^2}$$

Számítás:

$$h = \frac{(1,27)^2}{(114,55)^2} = \frac{1,6129}{13116,3025} \approx 0,000123$$

Kerület kiszámítása:

Első rész:

$$a + b = 57,91 \times 10^6 \text{ km} + 56,64 \times 10^6 \text{ km} = 114,55 \times 10^6 \text{ km}$$

Második rész:

$$\frac{3h}{10 + \sqrt{4 - 3h}} = \frac{3 \times 0,000123}{10 + \sqrt{4 - 0,000369}} \approx \frac{0,000369}{10 + 1,999908} \approx \frac{0,000369}{11,999908} \approx 0,0000308$$

Ezért:

$$1 + \frac{3h}{10 + \sqrt{4 - 3h}} \approx 1 + 0,0000308 \approx 1,0000308$$

A teljes terület így megadható

$$K \approx \pi \cdot 114,55 \cdot 10^6 \cdot 1,0000308$$

Számítás:

$$K \approx 3,1416 \times 114,55 \cdot 10^6 \times 1,0000308 = 359.883.955 \approx 359,883 \times 10^6 \text{ km}$$