

A tengerszint potenciálértékének kiszámítása mareográf-adatok alapján tengerrészletekre

Tudományos diákköri dolgozat

Cziráki Kamilla

I. évf. geofizikus mesterszakos hallgató

Témavezető: Dr. Timár Gábor tanszékvezető egyetemi tanár



ELTE
EÖTVÖS LORÁND
TUDOMÁNYEGYETEM



ELTE Geofizikai és Űrtudományi Tanszék

2025

A Kulturális és Innovációs Minisztérium EKÖP-24 kódszámú Egyetemi Kiválósági Ösztöndíj Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült.

Tartalomjegyzék

1.	Bevezetés	3
2.	Adatok.....	7
2.1.	A geoid-modell.....	7
2.2.	A tengerszint-adatok	7
3.	Módszerek.....	10
3.1.	A tengerszint-adatok előkészítése	10
3.2.	A nehézségi potenciál kiszámítása	10
4.	Eredmények	13
4.1.	Az összes állomás számított potenciálértéke a 2016-2020-as időszakra	13
4.2.	A potenciál értékének időbeli változása Valencia és Wajima példáján	14
5.	Diszkusszió	16
5.1.	A potenciálértékek eltérése a GS80 geoidtól	16
5.2.	Az eredmény eltérése a geoid-undulációtól	17
6.	Konklúzió.....	19
7.	Felhasznált irodalom jegyzéke.....	20
8.	Ábra-, egyenlet- és táblázatjegyzék	22
9.	Függelék.....	23
9.1.	A felhasznált állomások adatai.....	23
9.2.	A potenciálérték kiszámításához készített Matlab-függvény	24
9.3.	Saját eredmények	25
9.3.1.	Tudományos kérdés	25
9.3.2.	Módszerek	25
9.3.3.	Saját eredmények.....	25

1. Bevezetés

Már az ókorban is felmerült, például Arkhimédész munkásságában, hogy a Föld alakját a tenger szintjéhez kössük. Tőle származik ugyanis a gondolat, hogy a pohár víz felszíne nem sík, hanem valójában egy gömbfelület része, melynek középpontjában a Föld tömegközéppontja található. Ehhez hasonlóan a tenger szintje is egy ilyenhez állna be, mely a Föld elméleti alakját adhatná, ami az ő feltevése szerint egy gömb (Rorres 2016).

A XVII. századtól terjedt el a gondolat, hogy a gömbi közelítés nem teljesen fedi a valóságot, ezért a forgási ellipszoiddal való közelítés lett tudományos körökben elfogadott, ezt elsőképp Newton (1687) vetette fel. Ezt aztán Huygens (1690) kötötte a tengerekhez, vagyis mondta ki, hogy a tenger felszíne forgási ellipszoid alakú.

Később aztán egyértelművé vált, hogy ez az alak ezeknél bonyolultabb, és egyik közelítés sem fedi a valóságot. Ezt Gauss (1828) mondta ki, aki művében leírta, hogy a Föld elméleti alakját nem geometriai testhez kell kötni, hanem gyakorlatilag egy újat kell definiálni ehhez. Ez a felszín a földi nehézségi erőter egy kitüntetett potenciálértékéhez tartozik, mely a legjobban illeszkedik a közepes tengerszinthez. Ezt Gauss tanítványa, Listing (1872) nevezte el geoidnak, leírása pedig Legendre (1784) módszere és Jeffreys (1929) javaslata alapján gömbfüggvény-sorok végtelen összegeként történik. A Gauss által definiált geoid leírásához tehát szükség van a gömbfüggvény-sorok együtthatóira, és a nyugalmi tengerszint magasságára. Ebből kapható meg aztán hogy mekkora az a potenciálérték, mely a geoidot definiálja.

Előbbi földi gravitációs mérések eredményeiből, valamint a műholdas technológiák elterjedése óta azok pályaelemeinek elhajlása alapján számítják, és így készülnek el a geoid-modellek, melyek bizonyos fokig és rendig tartalmazzák a gömbfüggvény-sorok együtthatóit. A végtelen összeg tehát végezzé szűkül, és valamilyen szinten közelítésekkel él. Napjainkban már 2000 fok és rend feletti modellek is rendelkezésre állnak, például az EGM 2008 (Pavlis et al 2012), ezek már rendkívüli pontosságúak. Fontos azonban kiemelni, hogy az együtthatók közül messze a legnagyobb a $2;0$ -s, mely (a többi, lényegesen kisebb páros sorszámú zonális taggal együtt) azt írja le, mennyire forgási ellipszoid-szerű a Föld. Ez nagyobb, mint az összes többi együttható összesen. Ennek az oka a Föld forgásában rejlik, mely a legnagyobb torzítója a tisztán tömegvonzási tér gömbszerű alakjának.

A másik, szintén nagy kihívást jelentő tényező a tengerszint leírása. Ez az egyszerűnek tűnő paraméter közel sem egyértelmű, leírása számos problémába ütközik. Egyrészt a tengerfelszínek magasságát rengeteg periodikus jelensége torzítja, az árapálytól kezdve a hosszabb periódusidejű évszakos, vagy akár évtizedes változásokig (Holgate 2007). Emellett komoly hatással van rá a légnyomás is, amely szintén jelentősen befolyásolja a tenger szintjét, valamint a tengerpartokon található mérőállomásokat a tengeröblök alakja. A parti területek vertikális mozgása szekuláris változásokat okoz az észlelt vízszint-adatokban.

A tengerszint ezért mindenképpen valamilyen időszakra vett átlagként értendő, léteznek havi, éves, vagy 5 éves periódusú adatok is. Ez valójában már nem is a Gauss (1828) által leírt nyugalmi tengerszint, hanem annak egy modellje, ami a különböző periodikus hatásoktól mentes, de bizonyos időszakra a legjobban illeszkedik a valós, megfigyelhető tengerszinthez (Sánchez et al 2016). Ha a tengerszintet, mint a geoid potenciálértékének kiszámításához használt bemenő adatot értelmezzük, fontos szempont az is, hogy milyen forrásból származnak a mérések. Egyrészt lehetséges in situ mérésekkel is vizsgálni a tengerszintet, másrészt a távérzékelés elterjedésével további technológiák is kifejlesztésre kerültek.

A tengerpartokon már évszázados hagyományra tekint vissza a tengerszint mérése tengeri vízmércékkel, az ún. mareográfokkal. Ezek az eszközök a parthoz vannak rögzítve, és erről olvassák le, hogy aktuálisan milyen a tenger szintje. Az ezáltal kapott adatok felbecsülhetetlen értékű információkat nyújtanak a tengerszint hosszútávú megváltozásairól, hiszen akár a XVIII. század óta szolgáltatnak adatokat (Ekman 1988). Ugyanakkor az ilyen régre visszanyúló adatsorok jelentősen korlátozódnak a Földközi-, a Balti- és az Északi-tenger jelentős kikötőire, itt kezdődtek ugyanis az ilyen mérések az újkorban, és napjainkban is jellemző, hogy földrajzilag nem egyenletes a mareográfok elhelyezkedése, például az északi félgömbön jóval több található belőlük, mint a délin.

Geodéziai használatukat azonban több tényező is nehezíti, egyrészt az, hogy adataik sok esetben nincsenek közös referenciaszinthez mérve, ami a hosszú távú analízist gyakorlatilag ellehetetleníti, fontos probléma emellett a tengerpartok torzító hatása, és a vertikális mozgások (Wöppelmann et al 2015). Ezek jelentősen torzíthatják a mércén leolvasott adatok és a tényleges egyensúlyi vízszint kapcsolatát.

Napjainkban a mareográf-adatok globális geodéziai felhasználhatóságának kulcsa az, hogy hozzájuk közel GNSS-vevőállomást telepítenek, ennek köszönhetően pedig pontos helyzetük

és mozgásuk is monitorozható. Ennél fontos szempont az is, hogy ez a vevőállomás minél közelebb legyen magához a mareográfhoz, ugyanis ellenkező esetben bizonytalansági tényezőt jelent a kettő közt lévő távolság, és a két pont esetlegesen eltérő mozgása (Wöppelmann et al 2015).

A mareográfok után a tengerszint megfigyelésében a komoly fejlődést a távérzékelés hozta el, amelynek műholdas altimetrián alapuló eszközei (pl. TOPEX/Poseidon, Jason sorozat) rengeteg információt szolgáltatnak. A módszer lényege, hogy a tenger felszínére bocsátott radarhullámok visszatérési idejét mérjük a műhold fedélzetén, ebből pedig kiszámítható a tengerszint távolsága a Föld tömegközéppontjától. A módszer előnye, hogy az közvetlenül olyan adatot szolgáltat, ami például a geoid meghatározásához szükséges, továbbá a mérés a tengerparthoz kötve, ennek köszönhetően kevésbé zavarják őket a vertikális mozgások, valamint jóval nagyobb területről is képesek adatot szolgáltatni. Ugyanakkor azt is meg kell jegyezni, hogy tengerpartok közelében a módszer nem megbízható, a szárazföldek ugyanis megzavarhatják a mérést.

Mint ahogy a fentiekből is látszik, a geoid potenciálértékének meghatározása nagyban függ a bemenő adatoktól, amik akár jelentősen különbözőek is lehetnek a módszerektől függően. Ugyanakkor fontos, hogy a geoid potenciálértéke közel állandó legyen (bizonyos időszakban), hiszen elengedhetetlen referenciafelület például a magasságok megállapításához. A potenciálfelülettől való 1-2 méteres szisztematikus eltéréseket okozhatnak ugyanakkor a termohalin áramlások illetve egyes zárt beltengerek (pl. a Földközi-tenger) vízmérlegében mutatkozó anomáliák.

Emiatt konvención alapul, hogy a jelenleg elfogadott $W_0 = 62\,636\,860 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ (Moritz 1980) érték jellemzi a geoidot, noha ez az 1980-as évben lett kiszámítva. Fontos kiemelni, hogy ennek az értékének megállapításához egyáltalán nem használják sem a mareográfok adatait, sem a műholdas altimetriát, vagyis tulajdonképpen a Gauss által leírt klasszikus geoid-definíció nem teljesül. A geoid potenciálértékét pusztán elméleti alapon határozták meg (1), a legjobban illeszkedő forgási ellipszoid paramétereit felhasználásával (Heiskanen & Moritz 1967, alapján). Ez a számítás leegyszerűsíti a problémát, és mivel a valódi tengerszint jelentős időbeli változásokat produkál, egy állandó megoldást jelent.

$$U_0 = \frac{GM}{b} \left(1 - \frac{1}{3} e'^3 + \frac{1}{2} e'^4 \right) + \frac{1}{3} \omega^2 u^2 \quad (1)$$

Az, hogy a geoid potenciálértékét nem kötik a tengerszinthez, felveti a kérdést, hogy van-e különbség az U_0 és a tengerszint potenciálértéke között, és ha igen, mekkora az. Mivel a tengerszint magasságáról számos adattal rendelkezünk, ezt vizsgálhatjuk akár műholdas, akár földi mérések alapján.

Pályamunkámban egy olyan módszert fogok bemutatni, mellyel kiszámítható az adott mareográf-adathoz (vagyis a tengerszint magasságához a Föld tömegközéppontjától) a nehézségi erőter potenciálértéke. A potenciálértékeket több területre is meghatároztam, igyekezve minél több területről információt szerezni. Ezek aztán összehasonlíthatóak lesznek a geoid U_0 értékével is.

Azért a mareográfok adatai alapján végeztem a kutatásomat, mert ezek az adatsorok sokkal régebbre nyúlnak vissza, mint a műholdas mérések, ezért sokkal hosszabb időtávról képesek információt adni a geoid potenciálértékéről, és végső soron a tengerek globális szintváltozási trendjeiről is. Ennek köszönhető az, hogy a módszer korábbi időintervallumokra is alkalmazható, amelynek köszönhetően múltbeli változások is elemezhetőek.

2. Adatok

2.1. A geoid-modell

A munkámhoz szükség volt egy geoid-modellre, amely tartalmazza a nehézségi erőter leírásához szükséges gömbfüggvény-sorok együtthatóit. Ehhez az EGM2008 modellt használtam (Pavlis et al 2008), mely az egyik legújabb globális geoid-modell. Ennek megalkotásához már felhasználták a „Gravity Recovery and Climate Experiment”, vagyis a GRACE műholdpáros adatait is, mely egyedülálló technológiájának köszönhetően felülmúlta a korábbi mérések pontosságát. A misszió keretein belül ugyanis 2 „Tom és Jerry” névre hallgató műholdat állítottak azonos pályára, melynek köszönhetően távolságuk megváltozását is mérni lehetett (Chen et al 2005).

A modell 2160 fokig és rendig tartalmazza a normalizált együtthatókat. Én a kutatásom során csak 100 fokig és rendig használtam fel ezeket, ami a technikai korlátok (a MatLab és Python szoftverkörnyezet alapértelmezett számábrázolási pontossága) mellett a maximális felbontást jelenti. A számítás során ugyanis ugyanaddig a fokig kell meghatározni az asszociált Legendre-polinomokat is, melyek kiszámításakor az említett szoftverkörnyezet számomra nem áthidalható határt jelentett.

Az EGM2008 modell a <https://earth-info.nga.mil/> honlapról származik, ahonnan letöltve .dat formátumban érhetőek el a koefficiensek, valamint egy rövid leírás és útmutató a felhasználásához.

2.2. A tengerszint-adatok

Ahhoz, hogy a potenciálérték számítható legyen a tengerpartokon, szükségesek a mareográfok adatai is. A felhasznált állomások kiválasztásánál fontos szempont, hogy a mareográf rendelkezzen egy lokális referenciaszinttel (RLR, revised local reference), amelyre az összes mareográf-adat át van számolva. Ez teszi lehetővé azt, hogy az egy helyről származó, de különböző időpontban mért adatokat összehasonlítsuk. Ez általában nagyjából 7000 mm-el van a tengerszint alatt, melynek az a szerepe, hogy ne jelenjenek meg negatív számok a mért adatok között.

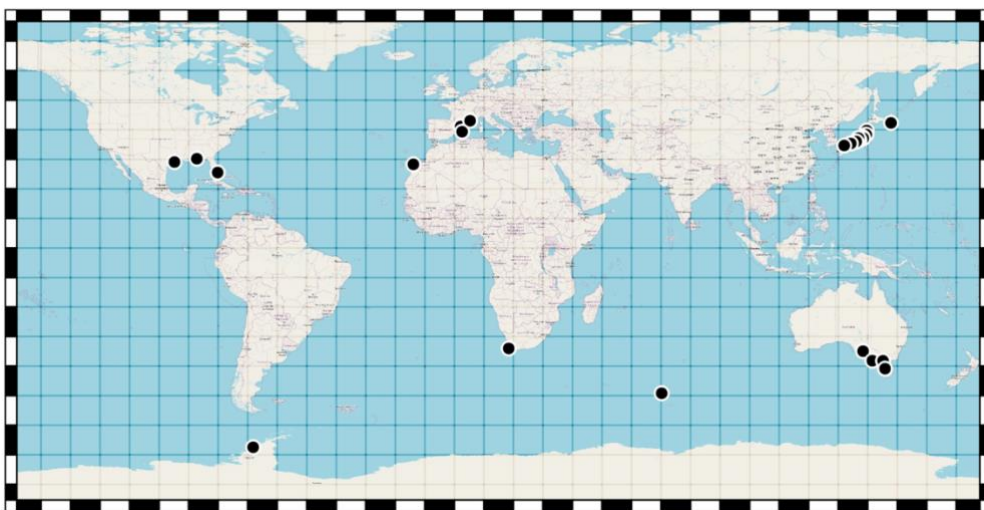
Továbbá különös fontosságú az, hogy a mareográfok rendelkezzenek kapcsolattal a referencia-ellipszoidhoz, hiszen kizárólag ennek segítségével lehet meghatározni a

tengerfelszín tömegközépponttól vett távolságát. Ehhez arra van szükség, hogy legyen a mareográfok mellett egy fix GNSS-állomás is, mellyel megállapítható, hogy mekkora a referenciaszint ellipszoid feletti magassága. Ez a GNSS egyre szélesebb körben való elterjedésének köszönhetően sok állomás esetén biztosított, azonban továbbra is probléma, hogy ezek sokszor messze (akár több km-es távolságokban) vannak a mareográfoktól, aminek köszönhetően bizonytalanságot okoz a kettő közti távolság átszintezése.

A mareográfok a PSMSL, vagyis a „Permanent Service for Mean Sea Level” oldaláról származnak, amely a legnagyobb online elérhető adatbázis a mareográfok adataival (Holgate et al 2013, PSMSL 2024). Innen azon mareográfok közül válogattam, melyek rendelkeznek ellipszoidi kapcsolattal, valamint RLR-re is át vannak számolva.

A mareográfok RLR-jének ellipszoidtól vett távolságának definiálására az oldalon a GNSS-mérések alapján több eredmény is megtalálható a legtöbb állomás esetén. Én minden esetben a NGL14-es megoldást (Blewitt et al 2018) használtam, ami a Nevada Geodetic Laboratory által lett kifejlesztve. A különböző megoldások közt az eltérés néhány mm-től 1-2 cm-ig alakul általában.

Az adatokat a honlapról bevitettem a Microsoft Excel programba, ahol aztán további számításokat végeztem velük. Az év és a tengerszint RLR feletti magassága mellett egy minőségellenőrzési tényező is helyet kapott a táblázatokban, amiből kiderül például, ha az adott évben legalább 30 napról hiányzik adat. Emellett a honlapról a mareográf koordinátáit, továbbá az RLR és az ellipszoid közötti távolságot (az NGL18-as megoldás szerintit) is letöltöttem, hiszen a későbbiekben szükség van rájuk a számítások elvégzéséhez.



1. ábra: A felhasznált mareográfok térképen.

forrás: PSMSL (2024), OpenStreetMap, QGIS

A PSMSL honlapján elérhető területek közül választottam ki 4-et, ahonnan több állomás adatai is elérhetőek voltak, továbbá néhány esetben 1-1 állomás adatait, mivel nem volt a közelükben több elérhető ezek az első ábrán láthatóak. Ezen adatok segítségével végeztem el a számításokat. A PSMSL honlapján ennél sokkal több mareográf adatai érhető el; a kiválasztási szempont az volt, hogy olyan állomásokat használjak, amelyek nulla szintjéhez meg tudtam állapítani a Föld középpontjához képest értelmezett pozíciót, és amelyhez a választott időintervallumban (közel) folytonos adatok voltak elérhetőek. Az állomások azonosítói és koordinátái megtalálhatóak az 1.függelékben.

3. Módszerek

3.1. A tengerszint-adatok előkészítése

A kapott tengerszint-adatokat Microsoft Excel programban készítettem elő, hogy megfelelően fel tudjam őket használni a potenciálértékek kiszámításánál. Elsőként szűrtem az adatokat, ugyanis előfordult, hogy bizonyos évekhez nem tartozott megfelelő érték, ekkor a PSMSL (2024) adatbázisban alapértelmezetten a -99999 jelent meg, ami nem csak hogy nem helyes, de jelentősen torzítja is a további számításokhoz felhasznált átlagokat. Amennyiben egy év volt csak ilyen, az azt megelőző és az azt követő év átlagát vettem, ezzel kiküszöbölve a problémát, ha azonban egymás után többel is probléma volt, nem vettem figyelembe az adott állomást.

Ezt követően kiszámoltam a tengerszint adatok öt éves átlagait. Mivel ez az RLR szintjétől értendő, ezt adtam hozzá annak tömegközépponttól való távolságához. Utóbbi számításához szükséges egyrészt az RLR távolsága a referencia-ellipszoidtól, mely adat a PSMSL (2024) adatbázisból elérhető, valamint az adott szélességen a referencia-ellipszoid felszínének tömegközépponttól vett távolsága, amelyet Excelben számítottam ki. Az így kapott adat a tengerszint távolsága a Föld tömegközéppontjától, ez szükséges a számítás elvégzéséhez.

Egy további fontos előkészítő lépés a mareográfok szélességkoordinátáinak átszámítása geodetikus rendszerből geocentrikusba, ugyanis egyrészt a későbbiekben ez szükséges a potenciál számításához, másrészt az ellipszoid tömegközépponttól vett távolságának számításához is ezt kell felhasználni. A kettő közti különbség, hogy a szélességet definiáló szög az Egyenlítő síkjának a felszínre merőleges egyenessel (geodetikus), vagy pedig az adott pont és a Föld tömegközéppontjának összekötéséből származó egyenessel (geocentrikus) bezárt szöge. Ez a kettő gömb esetén megegyezik, forgási ellipszoid esetén viszont a geodetikus sugar nem metszi a tömegközéppontot, a geocentrikus pedig nem merőleges a felszínre.

3.2. A nehézségi potenciál kiszámítása

A kapott tengerszint-adatokból a potenciálértéket egy Python, illetve Matlab-program segítségével számítottam ki. A kezdeti megoldás Pythonban született meg, azonban a Matlab magasabb fokig képes kezelni az asszociált Legendre-polinomokat, ezért váltottam erre a munkám során. A két megoldás (18 fokig és rendig, valamint 100 fokig és rendig) átlagosan

10-40 m²s⁻² változást okozott. Ebben a nehézségi potenciál 2 komponensét számítottam ki (2. egyenlet), melyek a V gravitációs, és ϕ centrifugális potenciál.

$$W(r, \varphi, \lambda) = V + \phi \quad (2)$$

A gravitációs potenciál számításánál a gömbfüggvény-sorok együtthatói mellett (Pavlis et al 2008) az a-t, vagyis az egyenlítői sugarat és a GM-et, vagyis az univerzális gravitációs állandó és a Föld tömegének szorzatát mint állandókat használtam még fel. Az előbbi érték a=6 378 136,3 m, utóbbi GM=3 986 004,415*10⁸ m³s⁻² számításaimban Pavlis et al (2008) alapján.

A számításhoz szükséges képlet (3. egyenlet) bemenő paraméterei, vagyis amik ahhoz szükségesek, hogy meghatározzuk adott pontban a gravitációs potenciálértéket, az r, vagyis a középponttól vett távolság, φ' , a geocentrikus szélesség és λ , a hosszúság (a geocentrikus és geodetikus hosszúság közt nincs különbség). Továbbá szükséges még a számításhoz a P_{nm} , vagyis az asszociált Legendre-polinom kiszámítása. Ezt Pythonban a scipy modul scipy.special.lpmv függvényével számítottam ki, Matlabban pedig a beépített legendre függvényt használtam.

$$V(r, \varphi', \lambda) = \frac{GM}{r} \left(1 + \sum_{n=2}^{100} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda)) \bar{P}_{nm}(\sin(\varphi')) \right) \quad (3)$$

A felhasznált együtthatók normalizáltak, emiatt az asszociált Legendre-polinomokat is normalizálni kellett. A Matlab függvény beépített normalizációs faktora ugyanakkor nem megfelelő erre, az nem az NGA (2014) által leírt normalizáció. Az itt felhasználandó tényező a 4. egyenletben olvasható, melyet a standardnek megfelelően használtam. A képletben szereplő k értéke 1, ha m=0 és 2, ha m $\neq$ 0.

$$\bar{P}_{nm}(\sin\varphi') = \sqrt{\frac{(n-m)!(2n+1)k}{(n+m)!}} P_{nm}(\sin\varphi') \quad (4)$$

A nehézségi potenciál másik tényezője, a centrifugális potenciál kiszámítása során felhasznált állandó a Föld forgási szögsebessége, melynek értéke $\omega=7,292115*10^{-5}$ rad/s. Ennek felhasználásával, továbbá a kérdéses pont középponttól való sugarának és geocentrikus szélességének ismeretében számítottam ki a centrifugális potenciál értékét a 5. egyenlet alapján.

$$\phi(r, \varphi') = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \cos(\varphi')^2 \quad (5)$$

A fent bemutatott összefüggések felhasználásával készítettem el tehát a programokat, melyekben az általam készített függvény megadja a megfelelő paraméterpárok esetén, hogy mekkora a nehézségi potenciál értéke az adott helyen. Ehhez Pythonban felhasználtam a math, numpy és scipy modulok függvényeit is. A program lefutási ideje alapvetően nem hosszú, ez főképp annak köszönhető, hogy csak 100 fokig és rendig szerepelnek az asszociált Legendre-polinomok. A függvény részletes Matlab-kódját a 9.2. függelékben lehet megtalálni.

4. Eredmények

4.1. Az összes állomás számított potenciálértéke a 2016-2020-as időszakra

Az így elkészült programban számítottam ki a potenciál-értékeket az állomásokra. Az alábbiakban a 2016-2020-as időszakra számított értékeket lehet olvasni. Egy esetben elvégeztem a számítást hosszabb időtávra, azt a későbbiekben (4.2. fejezet) mutatom be. A táblázatban megjelenítettem a geoid elméleti értékét is Moritz (1980), amelyhez viszonyítom a későbbiekben az általam kapott eredményeket.

Állomás neve	Számított potenciálérték (m^2s^{-2})
Barcelona	62635919,4
Marseille	62636370,1
Mallorca	62635918,0
Oga	62636456,1
Nezugaseki	62636423,7
Ogi	62636394,1
Kashiwazaki	62636393,3
Toyama	62636354,8
Wajima	62636351,3
Mikuni	62636335,8
Tajiri	62636271,2
Hamada2	62636214,4
Port Stanvac	62636491,6
Portland	62636503,7
Stony Point	62636470,5
Burnie	62636518,7
SpringBay	62637094,9
Galveston 2	62636642,7
Virginia Key	62635886,3
Pensacola	62636564,8
Kerguelen	62636029,1
Rothera	62636635,2
Fuerteventura	62636081,1
Simons Bay	62636202,1
GRS80 (Moritz 1980)	62636860

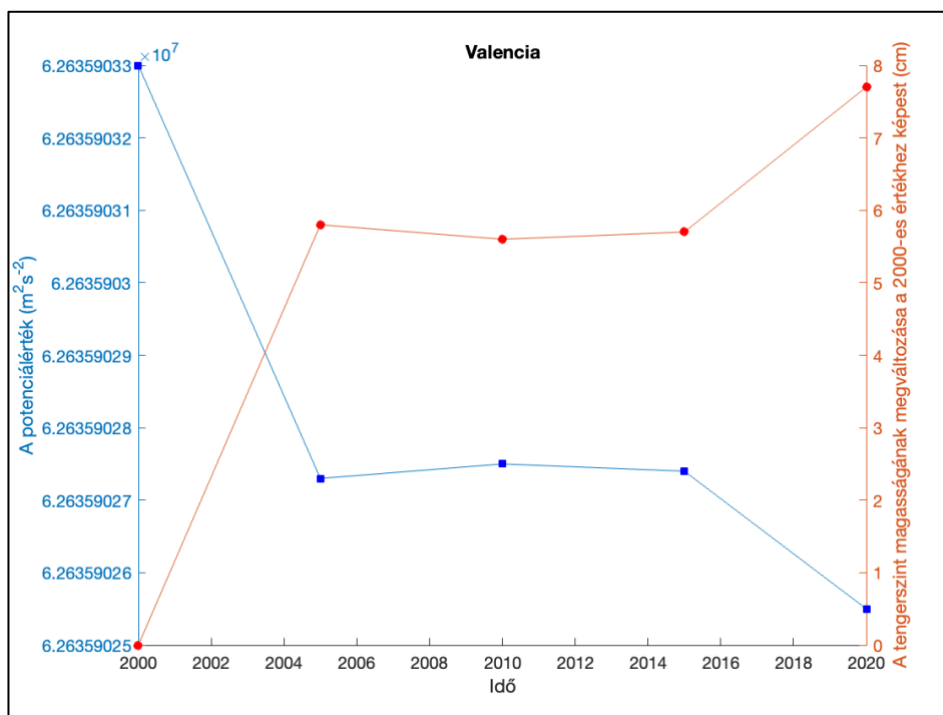
1. Táblázat: Az eredményül kapott potenciálértékek a 2016-2020-as időszakban, és a geoid értéke az 1980. évi geodéziai rendszer szerint

Ahogy látható az 1. táblázat adataiból, a legnagyobb potenciálérték Barcelona állomására, a legkisebb pedig Virginia Keyre jellemző. A továbbiakban bemutatom a Wajima és Valencia állomások adatain végzett számításaimat, mely több időszakra is tartalmazza a bemutatott értékeket.

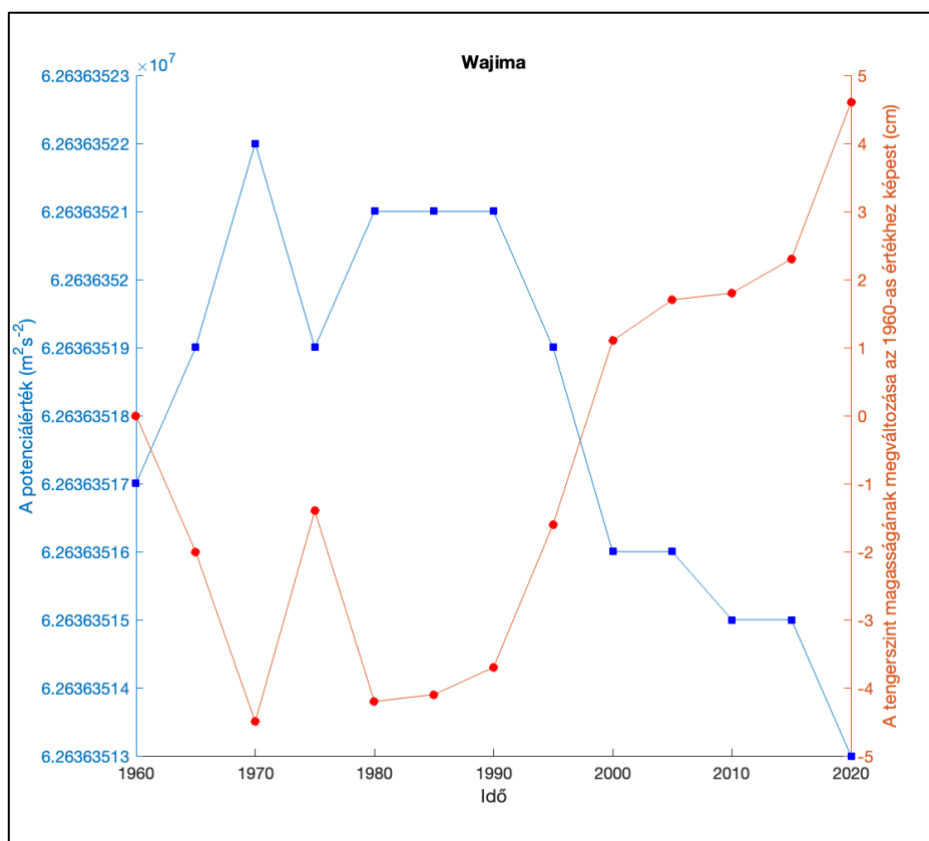
4.2. A potenciál értékének időbeli változása Valencia és Wajima példáján

Mivel a legtöbb esetben mareográfok adatai nem csak a 2016-2020-as időszakra állnak rendelkezésre, hanem hosszabb időtartamra vonatkozóan is letölthetőek, megvizsgáltam két esetben azt is, hogy milyen formában jelenik meg a tengerszint magasságának ingadozása a számított potenciálértékben.

A számítást két helyen végeztem el több öt éves időszakra. Egyrészt a Japánban található Wajima esetén, valamint a Spanyolországban található Valencia esetén. Előbbi a leghosszabb rendelkezésre álló adatsor Japánból, egészen 1960-tól kezdve vannak éves tengerszintadatok. Ugyan a világon több helyen is végeztek ennél régebb óta méréseket, azok általában jóval kevésbé konzisztensek, sok a hiányzó adat, míg Wajima esetén alig merült fel ilyesmi. Valenciára azért esett a választás, mert adatai a Földközi-tenger nyugati medencéjének tengerszint-változásait mutathatják be. Ebben az esetben viszont rövidebb időszakra állt csak rendelkezésre adat, 2000-től 2020-ig.



2. ábra: Valencia állomás tengerszintjének és potenciálértékének megváltozása 2000-2020-ig
forrás: PSMSL (2024)



3. ábra: Wajima állomás tengerszintjének és potenciálértékének megváltozása 1960-2020-ig
forrás: PSMSL (2024)

Ahogy a 2. és a 3. ábrán látható, mindkét esetben összességében 10 cm-nél kisebb tengerszintváltozások figyelhetők meg. Wajima állomás esetén a hosszabb időtartam azt is jelenti, hogy jóval nagyobb fluktuációkat láthatunk, mint Valencia esetében, különösképpen mivel az első két ötéves időszakban majdnem 5 cm-el csökkent a tengerszint.

Valencia állomásról ugyan kevesebb adat áll rendelkezésre, azt megállapíthatjuk, hogy a 2005-2015-ös időszakban a tengerszint magassága nem változott jelentősen, a változások néhány mm-esek.

A potenciálértékek esetén szépen látszik, hogy változásuk ellentétes a tenger szintjének megváltozásával, ami a várakozásoknak megfelel. Természetesen az utóbbi időszak tendenciája a tengerszint emelkedése, így annak potenciálértéke is szinte mindenhol csökken, ezt mutatja a 2. és a 3. ábra is.

5. Diskusszió

5.1. A potenciálértékek eltérése a GRS80 geoidtól

A kapott potenciálértékek fontos jellemzője, hogy mennyire térnek el a GRS80 geoid potenciálértékétől. Mivel utóbbi érték fix, ez jól mutathatja, hogy a mareográfok adatai alapján számolt értékek milyen kapcsolatban vannak az ellipszoidra számolt potenciálértékkel, hiszen a GRS80 tulajdonképpen a legjobban illeszkedő forgási ellipszoid potenciálértékével egyezik meg Heiskanen & Moritz (1967) alapján.

Állomás neve	Eltérés a GS80-tól (m^2s^{-2})
Barcelona	-910.5694
Marseille	264.916054
Mallorca	-187.32213
Oga	-194.76945
Nezugaseki	-265.15162
Ogi	-311.34302
Kashiwazaki	-326.34666
Toyama	-338.43878
Wajima	-359.52795
Mikuni	-373.87747
Tajiri	-406.2699
Hamada2	-435.90312
Port Stanvac	-436.72221
Portland	-459.87411
Stony Point	-475.22229
Burnie	-478.71762
SpringBay	-494.15955
Galveston 2	-558.80833
Virginia Key	-615.59154
Pensacola	-627.90943
Kerguelen	-748.86094
Rothera	-800.93838
Fuerteventura	-912.04188
Simons Bay	-943.70939
GRS80 (Moritz 1980)	0

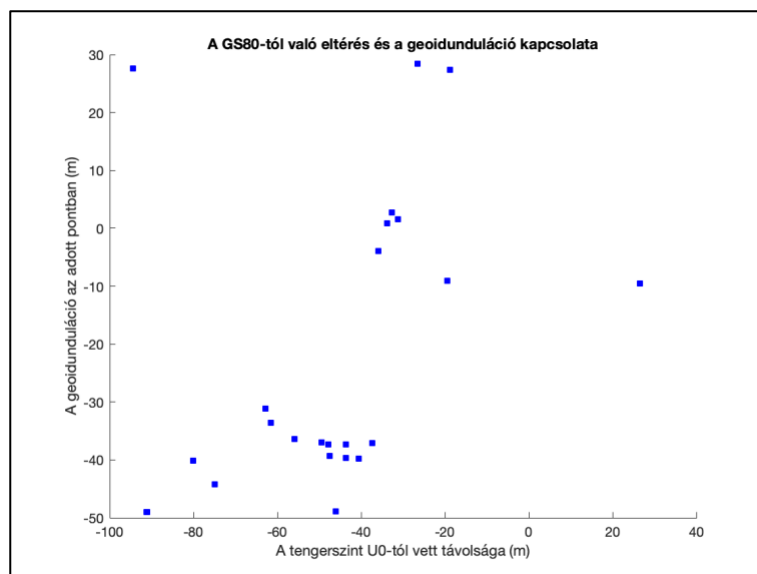
2. Táblázat: Az eredményül kapott potenciálértékek eltérése a GRS80-as geoidértéktől

Az 2. táblázat mutatja, hogy mekkora eltéréseket számítottam a GRS80 és az általam kapott értékek között. Mint látható, az eltérések $-943 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ -tól $264 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ -ig terjednek. Ezek az értékek jelentős eltérések, amelyek oka egyelőre nem tisztázott. A nagyságrendjük nagyjából egybeesik a geoidunduláció nagyságrendjével, viszont annak az értékével nem esnek egybe, emiatt a kapcsolatuk nem egyértelmű.

Az is kérdésekre ad okot, hogy nem jött ki ekvipotenciálhoz közeli érték, vagyis nem csak a GRS80-hoz képest, de egymáshoz képest is jelentős különbségeket mutatnak az eredmények, habár a tengerszinttől ez várható lett volna. Az eltérés nagyságrendje néhány száz m^2s^{-2} , ami az eredményekhez képest kicsinek tűnhet, viszont méterben ez ennek a tizedét jelenti, ami jelentős különbség.

5.2. Az eredmény eltérése a geoid-undulációtól

A kapott eltéréseket mindenképpen érdemes olyan szempontból is megvizsgálni, hogy a földrajzi hely milyen kapcsolatban áll a potenciálértékkel. A kérdés vizsgálatához egyrészt kiszámoltam, hogy az egyes helyeken mekkora a távolsága a mért tengerszint-értékeknek az normálellipszoidtól (a GRS80-as potenciálértékkel vett különbséget elosztottam a normál gravitációs gyorsulás értékével). Emellett vettem az adott pontokban a geoidunduláció értékét is, majd összehasonlítottam a kettőt. Az eredmények a 4. ábrán láthatóak.



4. Ábra: A GRS80-tól való eltérés és a geoidunduláció kapcsolata
forrás: PSMSL (2024)

Ahogy a 4. ábrán is látható, egyértelmű korreláció nem fedezhető fel a geoidunduláció értéke és a GRS80-tól való eltérés között, azonban a pontosabb eredményekre akkor jelennének meg, ha több területről lenne adatunk, melyek változatos földrajzi helyekről származnak.

6. Konklúzió

A 24 számított potenciálérték eltérései a GS80-as geoid potenciálértékétől (Moritz 1980), -950 - $+200 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ között mozognak minden állomás esetén. Ez azt jelenti, hogy az elméleti geoidértéktől ennyiben térnek el a mareográfok által mért tengerszint-adatok. Ez a vártnál jóval nagyobb eltérés, amit a továbbiakban is vizsgálni szükséges

Maga a különbség (illetve annak a normál gravitációs gyorsulással vett hányadosa) a geoidunduláció nagyságrendjébe esik, viszont azzal szisztematikus korrelációt nem mutat, ezért az eredmény további kérdéseket vet fel. Azért különösképpen, mert az állomások között önmagukban is jelentős különbségek vannak, így közel sem ekvipotenciális eredményt kapunk.

A tengerszint emelkedése minden általam vizsgált területen kimutatható, annak átlagos értéke $3,77 \text{ mm/év}$. Két esetben azt is vizsgáltam, hogy egy-egy mareográf hosszabb időszakra vonatkozó tengerszint-adatai hogyan befolyásolják a potenciálértéket. Wajima állomásról 1956 óta van elérhető adat, Valencia állomásról pedig 2000 óta. Ezeken szépen látszik az évi 2 - 5 mm -es váltakozása a tengerszintnek, és az is, hogy ez ellentétesen hat a potenciál értékére.

7. Felhasznált irodalom jegyzéke

- Blewitt, G., Hammond, W., & Kreemer, C. (2018). Harnessing the GPS Data Explosion for Interdisciplinary Science. *Eos*, 99. <https://doi.org/10.1029/2018EO104623>
- Chen, J. L., Wilson, C. R., Famiglietti, J. S., & Rodell, M. (2005). Spatial sensitivity of the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) time-variable gravity observations. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 110(B8). <https://doi.org/10.1029/2004jb003536>
- Ekman, M. (1988). The world's longest continued series of sea level observations. *Pure and Applied Geophysics PAGEOPH*, 127(1), 73–77. <https://doi.org/10.1007/bf00878691>
- Gauss, C. F. (1828). *Bestimmung des Breitenunterschiedes zwischen den Sternwarten von Göttingen und Altona*. Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen, 84 p.
- Heiskanen, W. A., & Moritz, H. (1967). *Physical Geodesy*. San Francisco W. H. Freeman and Company.
- Holgate, S. J. (2007). On the decadal rates of sea level change during the twentieth century. *Geophysical Research Letters*, 34(1). <https://doi.org/10.1029/2006gl028492>
- Holgate, S. J., Matthews, A., Woodworth, P. L., Rickards, L. J., Tamisiea, M. E., Bradshaw, E., Foden, P. R., Gordon, K. M., Jevrejeva, S., & Pugh, J. (2012). New Data Systems and Products at the Permanent Service for Mean Sea Level. *Journal of Coastal Research*, 29(3), 493. <https://doi.org/10.2112/JCOASTRES-D-12-00175.1>
- Huygens, C. (1690). *Traité de la lumière*. Pierre Vander, Leiden, 190 p.
- Jeffreys, H. (1929). *The earth: Its origin, history and physical constitution*. Cambridge Univ. Press.
- Legendre, A. M. (1784). Recherches sur la figure des planètes. *Mémoires de l'Académie Royale de Sciences, L'Imprimerie Royale, Paris*, 370-389 p.
- Listing, J. B. (1872). *Über unsere jetzige Kenntniss der Gestalt und Grösse der Erde (aus den Nachrichten der K. Ges. Der Wiss)*. Deiterich, Göttingen, 66 p.
- Moritz, H. (1980). Geodetic reference system 1980. *Bulletin Géodésique*, 54(3), 395–405. <https://doi.org/10.1007/BF02521480>

- National Geospatial-Intelligence Agency (NGA). (2004). *World Geodetic System 1984, its definition and relationships with local geodetic systems* (No. NGA.STND.0036_1.0.0_WGS84).
- Newton, I. (1687). *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Pepys, London, 510 p. <https://doi.org/10.3931/E-RARA-440>
- Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C., & Factor, J. K. (2012). The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 117(B4). <https://doi.org/10.1029/2011jb008916>
- Pavlis, N., Kenyon, S., Factor, J., & Holmes, S. (2008). Earth gravitational model 2008. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2008*, 761–763. <https://doi.org/10.1190/1.3063757>
- Permanent Service for Mean Sea Level (PSMSL). (2024). *Tide gauge data*.
- Rorres, C. (2016). Archimedes' floating bodies on a spherical Earth. *American Journal of Physics*, 84(1), 61–70. <https://doi.org/10.1119/1.4934660>
- Sánchez, L., Čunderlík, R., Dayoub, N., Mikula, K., Minarechová, Z., Šíma, Z., Vátrt, V., & Vojtíšková, M. (2016). A conventional value for the geoid reference potential W_0 . *Journal of Geodesy*, 90(9), 815–835. <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0913-x>
- Wöppelmann, G., & Marcos, M. (2016). Vertical land motion as a key to understanding sea level change and variability. *Reviews of Geophysics*, 54(1), 64–92. <https://doi.org/10.1002/2015rg000502>

8. Ábra-, egyenlet- és táblázatjegyzék

1. Ábra: A felhasznált mareográfok térképen, forrás: PSMSL (2024), OpenStreetMap, QGIS
 2. Ábra: Valencia állomás tengerszintjének és potenciálértékének megváltozása 2000-2020-ig, forrás: PSMSL (2024)
 3. Ábra: Wajima állomás tengerszintjének és potenciálértékének megváltozása 2000-2020-ig, forrás: PSMSL (2024)
 4. Ábra: A GS80-tól való eltérés és a geoidunduláció kapcsolata
-
1. Egyenlet: Az U_0 értékének elméleti meghatározása, forrás: Heiskanen & Moritz (1967)
 2. Egyenlet: A nehézségi potenciál a gravitációs és centrifugális potenciál összegeként
 3. Egyenlet: A gravitációs potenciál általános alakja $n=18$ -ig, forrás: NGA 2014
 4. Egyenlet: Az asszociált Legendre-polinom normalizálása, forrás: NGA 2014
 5. Egyenlet: A centrifugális potenciál kiszámításához használt képlet, forrás: NGA 2014
-
1. Táblázat: Az eredményül kapott potenciálértékek a 2016-2020-as időszakban, és a geoid értéke az 1980. évi geodéziai rendszer szerint
 2. Táblázat: Az eredményül kapott potenciálértékek eltérése a GS80-as geoidértéktől

9. Függelék

9.1. A felhasznált állomások adatai

Város	Azonosító	Szélesség	Hosszúság
Barcelona	1811	41,151	2,165
Burnie	683	-40,860	145,915
Fuerteventura	2048	28,331	-13,858
Galveston 2	161	29,121	-94,788
Hamada2	1585	34,717	132,066
Kashiwazaki	783	37,171	138,508
Kerguelen	1849	-49,161	70,256
Mallorca	1892	39,371	2,637
Marseille	61	43,087	5,353
Mikuni	1190	36,071	136,148
Nezugaseki	752	38,376	139,548
Oga	1264	39,753	139,705
Ogi	1344	37,628	138,281
Pensacola	246	30,236	-87,210
Port Stanvac	1506	-34,928	138,467
Portland	1547	-38,156	141,613
Rothera	1931	-67,435	-68,129
Simons Bay	826	-34,009	18,440
Spring Bay	1216	42,354	147,932
Stony Point	1033	-38,185	145,224
Tajiri	1148	35,412	134,315
Toyama	1389	36,578	137,224
Virginia Key	1858	25,580	-80,161
Wajima	132	37,220	136,900

9.2. A potenciálérték kiszámításához készített Matlab-függvény

```
function U = potential_calc(r, fi, lamda)
    GM = 3986004.415e8;
    a = 6378136.3;
    omega = 7.292115e-5;
    spherical_harmonics = readmatrix('/Users/kamillacziraki/Desktop/TDK/tdk/EGM2008_
    Spherical_Harmonics/EGM2008_to2190_TideFree.txt');
    total_sum = 0;
    i = 1;
    for n = 2:100
        m = 0;
        mnsum = 0;
        poli = legendre(n, sind(fi));
        while int16(spherical_harmonics(i, 1)) == n
            if m == 0
                k = 1;
            else
                k = 2;
            end
            normlegendre = ((factorial(n - m) * (2 * n + 1) * k) / factorial(n + m))^0.5 * poli(m +
            1);
            mnsum = mnsum + ...
                (spherical_harmonics(i, 3) * cosd(m * lamda) + ...
                spherical_harmonics(i, 4) * sind(m * lamda)) * normlegendre;
            m = m + 1;
            i = i + 1;
        end
        total_sum = total_sum + (a / r)^n * mnsum;
    end
    U = (GM / r) * (1 + total_sum) + (omega^2 * r^2 * cosd(fi)^2) / 2;
end
```

9.3. Saját eredmények

9.3.1. Tudományos kérdés

- Mareográf-adatok és az EGM2008 geoidmodell alapján a tengerszint potenciálértékének megbecslése a 24 állomásra.

9.3.2. Módszerek

- A PSMSL (Permanent Service For Mean Sea Level) adatai alapján a mareográfok által mért tengerszint-értékekből ötéves átlag számítása, majd pedig a pontos gömbi koordináták meghatározása;
- Python- és Matlab-program segítségével a potenciálérték kiszámítása az EGM2008 geoidmodell adatait felhasználva, kiszámítva a gravitációs és centrifugális potenciál összegét.

9.3.3. Saját eredmények

- A kiszámított potenciálértékek a 2016-2020-as időszakra 24 mareográf-állomásra (Dolgozat 4.1. fejezete);
- A potenciálértékek több időszakra való kiszámítása 2 mareográf-állomás (Valencia és Wajima) esetén (Dolgozat 4.2. fejezete);
- A GRS80-tól és a geoid-undulációtól való eltérés kiszámítása (Dolgozat 5. fejezete).