

Munkánk során különböző permutonkat konstruáltunk, és ezek entrópiasorozatainak asszimptotikus értékét számoltuk ki. A triviális esetek vizsgálata után úgy készítettünk újabb bonyolultabb permutonokat, hogy korábbiakat ragasztottunk össze. A kapott permutonok entrópiáját a Shannon-entrópia alapvető tulajdonságait és elemi kombinatorikát használva számoltuk ki.

A $H(\mu^n)$ entrópia sorozat asszimptotikájának pontos meghatározása nem egyszerű feladat. Témavezetőnk Maga Balázs belátta, hogy ez abban az esetben, ha a μ permuton egy olyan mértéktartó $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ függvénynek felel meg, amely véges sok folytonosan differenciálható darabból áll, akkor

$$\lim_{n \rightarrow \infty} H(\mu^n)/n = \int_0^1 \log |f'(x)| dx.$$

Felmerül a kérdés, hogy végtelensok folytonosan differenciálható darabból álló függvényre is működik. A kérdés kapcsán a következő eredményeket értük el:

- A mértéktartó függvények egy olyan családja esetén ahol a függvények végtelensok lineáris darabból állnak megmutattuk, hogy működik a formula.
- Konstruáltunk egy ellenpéldát, ahol nem működik a formula.

További felmerülő kérdés, hogy $H(\mu^n)$ nagyságrendje és a mintakerülés között van-e összefüggés. Ezzel kapcsolatban a következő eredményeket értük el:

Létrehoztunk egy végtelen sok lineáris darabból álló f függvényhez tartozó μ_f permutont amely nem mintakerülő, viszont $H(\mu^n) = O(n)$. Ezzel bemutattuk, hogy ekvivalencia nem áll fenn a mintakerülés és az entrópiasorozat $O(n)$ nagyságrendje között. Ezután megvizsgáltuk, hogy a $H(\mu^n) = O(n)$ nagyságrend okoz-e mégis valami mintakerüléshez hasonlót. Bevezettük az ε mintakerülés fogalmát:

Definition 0.1. Azt mondjuk, hogy egy μ permuton ε -mintakerülő, ha létezik olyan n és olyan n hosszú τ permutáció melyre $t(\tau, \mu) \leq \varepsilon/n!$. Ilyenkor azt mondjuk, hogy a μ permuton a τ mintát ε -elkerüli.

Ezen definíciót használva megfogalmaztunk összefüggéseket ε -mintakerülés és az asszimptotikus entrópia között.

Dolgozatunk utolsó részeként a tapasztalataink alapján sejtéseket fogalmaztunk meg.