

Saját eredmények

A vizsgált tudományos kérdés: A dolgozatban áramlási jelenségeket modellező stacionárius konvekció-diffúziós egyenletekkel foglalkozunk. Tekintsük a (11)-nél található egyenletet, mely paraméterként tartalmazza az ε és ρ pozitív konstansokat. Diszkretizáljuk a feladatot a dolgozat elején ismertetett módszerek valamelyikével (FDM, FEM vagy SDFEM), melynek során a numerikus megoldás előállításához egy olyan lineáris egyenletrendszert kell megoldani, aminek a mátrixa nem szimmetrikus. Ehhez két elterjedt iteratív módszert használunk, melyek konvergencia-sebessége függ az egyenlet együtthatóitól. A dolgozatban arra a kérdésre sikerült választ adni, hogy ε és ρ különféle értékei esetén a CGN- vagy a GCR-módszer fog kevesebb lépésben konvergálni.

A saját elvégzett munka és az eredmények összefoglalása:

- Az FDM, FEM és SDFEM diszkretizációs módszer, illetve a prekondicionált CGN- és GCR-módszer implementálása MATLAB-ban. A technikai részletek és az algoritmusok leírása megtalálható a dolgozat 2. fejezetében.
- 3.1. fejezet: A CGN- és a GCR-módszer összehasonlítása mérések segítségével különböző tesztfeladatokon, grafikonok készítése, és az eredmények kiértékelése.
- 3.1. Tétel: Az ismert (5) és (6) lineáris konvergenciabecslések összehasonlítása, a kérdés visszavezetése egy harmadfokú polinom gyökére, formula levezetése a Cardano-képlet segítségével, egyértelműség vizsgálata a diszkrimináns előjelének meghatározásával.
- 3.3. Megjegyzés: A gyökök sorozatának monoton növekedése és lineáris közelíthetőségének vizsgálata számítógépes eszközökkel MATLAB-ban.
- 3.8, 3.9, 3.11, 3.14. Állítás: Kiszámítható alsó- és felső becslések levezetése az egyenlet paramétereire FEM és SDFEM diszkretizáció esetén, melyek teljesülésekor a CGN lineáris becslése jobb a GCR becslésénél. A bizonyításokban az egyenlethez tartozó bilineáris forma felső határát becsültem a korábban kiszámolt gyökök segítségével, illetve funkcionálanalízises eszközöket használtam.
- 3.3. fejezet: Az elméleti eredmények alkalmazása a mérési eredmények magyarázatára, egy konkrét feladat esetében a paraméterekre adott alsó- és felső becslés kiszámítása, a becslések szemléltetése grafikonokon.
- 3.19. Állítás: Az ismert (8) és (9) szuperlineáris konvergenciabecslések összehasonlítása.
- 3.21, 3.23, 3.24. Állítás: Egy speciális esetben a szuperlineáris becslésben szereplő E operátor szinguláris értékeinek kiszámítása, és felső becslés levezetése a ρ paraméterre, melynek teljesülése esetén a GCR szuperlineáris becslése jobb a CGN becslésénél.
- 3.5. fejezet: A szuperlineáris eredmények alkalmazhatóságának korlátai, ennek szemléltetése grafikonokon, és egy lehetséges javításra tett kísérlet bemutatása.

A lineáris konvergenciabecslések összehasonlításával sikerült megmutatni, hogy diszkretizációs módszertől függetlenül elegendően kicsi ρ esetén mindig a CGN-módszer konvergál gyorsabban, illetve SDFEM diszkretizáció esetén elegendően nagy ρ esetén szintén a CGN-módszer a gyorsabb. A ρ paraméterre kiszámítható korlátokat vezettem le. A mérési eredmények azt mutatják, hogy ρ más értékeire jellemzően a GCR-módszer konvergál gyorsabban, azonban ezt a lineáris becslések nem igazolják. A szuperlineáris becslésekkel kapott eredmények ugyan megerősítik ezt, de a vizsgált feladatokon ezek a becslések rosszul közelítenek, így ez önmagában nem ad teljes magyarázatot, ezért további vizsgálatok szükségesek.