

Az Első Katonai Felmérés tartományi térképeinek rendszere: a hálózati északi irányok és feltételezett kijelölésük



Koszta Benedek

Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Kar

Földtudományi BSc (geofizika specializáció) 3. évfolyam

Témavezető:

Timár Gábor

tanszékvezető egyetemi tanár

ELTE TTK FFI Geofizikai és Űrtudományi Tanszék

A KULTURÁLIS ÉS INNOVÁCIÓS MINISZTERIUM EKÖP-24 KÓDSZÁMÚ EGYETEMI KIVÁLÓSÁGI
ÖSZTÖNDÍJ PROGRAMJÁNAK A NEMZETI KUTATÁSI, FEJLESZTÉSI ÉS INNOVÁCIÓS ALAPBÓL
FINANSZÍROZOTT SZAKMAI TÁMOGATÁSÁVAL KÉSZÜLT.

Tartalom

Absztrakt.....	2
1. Bevezetés és célkitűzés	3
2. A Habsburg Birodalom Első Katonai Felmérése	4
2.1. Történelmi háttér	4
2.2. Az Első Katonai Felmérés általános leírása.....	4
2.3. Térképészeti előzményei	7
2.4. A Cassini-vetület.....	7
3. Háromszögelési láncok Európában a 18. században	8
4. Első Katonai Felmérés lehetséges vetületéhez kapcsolódó korábbi vizsgálatok	9
5. Az Első Katonai Felmérés térképeinek csoportosítása a szelvényhálózat alapján	10
5.1. Földrajzi északra néző szelvényhálózatú területek.....	10
5.2. A földrajzi északkal szöget bezáró területek.....	11
6. A földmágneses mező történeti vizsgálata.....	12
6.1. A történelmi mágneses mérések	12
6.2. A földmágneses mező mérhető adatainak számítása	12
6.3. A gumfl modell	14
6.4. A gumfl validációja 18. századi Kárpát-medencére	14
6.5. A mágneses adatok meghatározása.....	15
7. A lehetséges vetületi kezdőpontok meghatározásának módszere.....	17
7.1. Az illesztőpontok felvétele	17
7.2. A forgatás szögének meghatározása a térkép alapján.....	17
7.3. A térképszelvények elforgatása.....	18
7.4. A lehetséges vetületi kezdőpont meghatározása	19
8. Eredmények	21
8.1. Belső-Ausztria	21
8.2. Galícia és Bukovina.....	22
8.3. Erdélyi Nagyfejedelemség.....	22
8.4. Cseh Királyság.....	24
8.5. Osztrák Németalföld.....	24
9. A módszer validálása, a számítás hibájának becslése.....	25
10. Diskusszió	28
10.1. A vetületi kezdőpontok és a mágneses észak irányába álló szelvényhálózatok	28
10.2. Az Első Katonai Felmérés térképezésének időbeli fejlődése	28
10.3. Kapcsolatok a XVIII. századi térképezések között	29
10.4. A téma jelentősége és a további vizsgálati lehetőségek.....	29
11. Összefoglalás	31
12. Irodalomjegyzék	32
13. Köszönetnyilvánítás.....	34
Függelék	35

Absztrakt

A Habsburg Birodalom Első Katonai Felmérésének bizonyos tartományi térképeinek a szelvényhálózata nem a földrajzi észak irányába néz, hanem azzal szöget zár be. Ez a szög bizonyos térképeknél kicsi, körülbelül 5° -os, míg másoknál nagyobb, körülbelül 15° -os. Korábban számos tartományára sikerült az Első Katonai Felmérésnek lehetséges Cassini-vetületet megadni, viszont ilyen elforgatott tartományoknál eddig sikertelen volt minden inverziós kísérlet, mivel nem vették figyelembe a szelvényhálózat elforgatását.

Kutatásomban ezen szelvényhálózatok visszaforgatásával keresem a legjobban illeszkedő Cassini-vetületet, valamint ez alapján a lehetséges vetületi kezdőpontokat. A forgatás okára is hipotéziseket állítok fel: nagyobb forgatás esetén ez a mágneses észak irányába néz, kisebb szög esetén pedig bizonyos térképek folytatása miatt jelentkezik a forgatás.

Számításaimmal és levéltári és szakirodalmi adatokkal igazolom, hogy Belső-Ausztria, Galícia és az Erdélyi Nagyfejedelemség szelvényhálózata az akkori mágneses észak irányába néz, és kezdőpontjaik, Bécs, Lemberg és Szászsebes. Míg az Osztrák-Németalföld térkép pedig az 1744-es Franciaország-térkép folytatása, így a vetületi kezdőpontja Párizs.

Az eredményekből és a szelvényhálózatok rendszeréből következtethetünk arra, hogy a horvát tartományi térképek a Belső-Ausztria-térkép folytatásai, így azoknak is a központja Bécs, míg hasonlóan Bukovina a Galícia térkép folytatása. Az eredményekből lehet újabb történeti mágneses adatokat megadni a XVIII. századi Habsburg Birodalomra, mely a történeti mágneses modellek fejlesztésében segít. Valamint az eredményeim segítenek szemléltetni az Első Katonai Felmérés térképezési módszereinek fejlődését.

1. Bevezetés és célkitűzés

Az Első Katonai Felmérés a 18. század legnagyobb térképészeti vállalkozása volt, hiszen a fél Európát átölelő Habsburg Birodalom majdnem teljes területéről készült térkép. A 18. századra a Föld alakjának és térképezésének tudománya arra a szintre fejlődött, hogy képesek voltak nagy felbontású, jó pontosságú országfelméréseket készíteni, melyek gyakran vetületi rendszerrel rendelkeznek. Az Első Katonai Felmérés esetében nem maradt ránk ilyen vetületi rendszer, így számos kutató úgy véli, hogy ez egy vetület nélküli térképezés. Viszont néhány korábbi számítási eredmény (pl. Molnár et al., 2014; Molnár és Timár, 2015; Timár, 2023) azt mutatja, hogy viszonylag jól illeszkednek a térképekre Cassini-vetületek, mely vetület a korszakban igen elterjedt volt.

Az Első Katonai Felmérés néhány térképrésze – a mai szemnek szokatlanul – el van forgatva; a szelvényhálózata nem a földrajzi észak irányába néz (pl. Belső-Ausztria, Erdélyi Nagyfejedelemség, Galícia, Osztrák Németalföld). Ezek bizonyos esetben nagyobb (körülbelül 15°-os), míg máskor kisebb (kb. 5°) szögben vannak elforgatva. Ennek különböző okai lehetnek, mint például az, hogy az akkori mágneses észak irányába vannak forgatva (Timár, 2023), vagy egy korábbi térkép ponthálózatának a folytatása (Kiss és Timár, 2024).

Kutatásomban azt vizsgáltam, hogy ezeknek az elforgatott szelvényhálózatú területeknek lehetett-e vetülete, illetve hol lehetett a vetületi kezdőpontja. A Cassini-vetületből és az inverziós módszerből kifolyólag csupán a kezdőpont hosszúságát kapom meg. Ezenkívül számos levéltári és szakirodalmi forrást használok fel, hogy a kezdőmeridiánból egy lehetséges kezdőpontot kaphassak. A számításaimat elvégzem hagyományos szelvényhálózatú térképekre is azért, hogy a kapott eredményeimet és az általam a vetületi kezdőpont meghatározására használt inverziós módszert validáljam; illetve, hogy az eredményeimhez hibát rendeljek.

Céлом azt is igazolni, hogy ezek az elforgatások a mágneses deklináció irányába történtek. Eredményeim alapján következtetéseket vonok le a 18. század végi mágneses deklinációkra a Kárpát-medencében, a szelvényhálózat alapján csoportosítom a térképszelvényeket, valamint az a térképezési módszer és gondolat időbeli fejlődését is vizsgálom.

2. A Habsburg Birodalom Első Katonai Felmérése

2.1. Történelmi háttér

A Habsburg Birodalom a 17-18. században Európa egyik legnagyobb területű nagyhatalma volt, mely az Oszmán Birodalom kiűzése és a spanyol örökösödési háború során hatalmas területekkel gyarapodott. Viszont Mária Terézia 1740-es trónra kerülése után számos háborúban vett részt, melyek során területeket is veszített. Ilyen volt először az osztrák örökösödési háború 1740 és 1748 között, ahol a trón megtartása érdekében Mária Terézia elveszítette Sziléziát. Később ennek visszaszerzése végett indított újabb háborút a Porosz Királyság ellen. Az 1756-63 közötti hétéves háború hadászati tapasztalatai alapján fogalmazódott meg az igény egy részletes katonai célú térkép létrehozására, ugyanis pontos térkép nélkül, mind a hazai, mind az idegen területeken nehéznek bizonyult a csapatok összehangolása, mozgatása. Az ötlet Franz Moritz Graf von Lacy nevéhez köthető, aki később a térképezés kezdeti vezetését is ellátta (Jankó, 2007). A hadászati felmérés ezután a katonaság egyik békebeli feladata lett, a felmérést később többször megismételték, így született meg később a Második és a Harmadik Katonai Felmérés is.

A Habsburg Birodalom és egyben a Magyar Királyság történetének ez volt az első nagyobb felbontású térképezése. Ezelőtt Lázár deákhhoz köthető országtérképet és annak másolatait használták az ország leírásához, de ennek a méretaránya 1:1 200 000 volt körülbelül, a másolatai általában még kisebb. Az Első Katonai Felmérésig teljes átfogó térkép nem készült az országról, csak egy-egy tartományt (pl. Temesi Bánság) mértek fel kb. 1:250 000-es méretarányú térképnek (Jankó, 2007). Hasonlóképpen készült el a Duna-völgyéről Marsigli felmérése a 17-18. század fordulóján vagy Müller 1769-es térképe a Kárpát-medencéről. Ezeket az adatokat már részben felhasználták az Első Katonai Felmérés során is.

2.2. Az Első Katonai Felmérés általános leírása

Az Első Katonai Felmérés, mely az osztrák szakirodalomban *Erste Landesaufnahme*, azaz első országfelmérés néven szerepel, 1763 és 1787 között zajlott, és az egész birodalmat érintette Salzburg, Tirol és Vorarlberg tartományokat kivéve (Veres, 2015). A hivatalos kezdést Mária Terézia (1740-1780) 1764-ben rendelte el, de az 1763-ban elkezdett Szilézia-térképet is ide szokás sorolni, így a kezdődátumot 1763-nak szokták tekinteni. Az országfelmérést csak II. József (1780-1790) uralkodása alatt sikerült befejezni, így szokás *Josephinische Aufnahme* (József-korebeli felmérés) néven is hívni (Jankó, 2007).

A térképezést a *Generalquartiermeisterstab* (magyarul: Főszállásmesteri Kar) végezte, melyben fokozatosan jutott egyre nagyobb szerep a mérnöki, geodéziai, térképészeti

szakembereknek. Ezt a hatalmas munkát praktikussági időrendben végezték el, azaz először azokat a területeket mérték fel, melyeken a legnagyobb volt a katonai fenyegetettség (pl. Szilézia, Cseh korona országai, Erdélyi Nagyfejedelemség). Későbbiekben került sor a belső részekre is (pl. Alsó-Ausztria, Magyar Királyság), melyeken már módszertanilag is egy fejlesztettek. Később hasonló módon néhány kezdeti szelvényt is helyesbítettek (Jankó, 2007).



1. ábra: A Habsburg Birodalom Első Katonai Felmérésének egységei. A színezés a különböző időpontú térképezést jelöli (Arcanum, 2004).

A felmérést 1:28 800-as méretarányban készítették el, mellyel 1 négyzethektár a térképen 100 kataszteri holdnak felel meg a valóságban. Amely területekről már volt korábban készült térkép, annál átszerkesztették a méretarányt és becslés és lelépés segítségével állapították meg a részletpontokat, ezáltal sokkal gyorsabban tudták elvégezni a feladatot. Ilyen volt például a Cseh Királyság esete, ahol Müller 1712 és 1718 között készült térképét használták fel (Krejčí et al., 2009). Máshol a mérőasztalos megoldást használták, amely folyamatosan fejlődött; a Magyar Királyság felmérésének idejére egy teljesen új mérőasztalt is kifejlesztettek (Jankó, 2007).

A térképek rendszerétől nagyban eltér az Osztrák Nemzetföld felmérése, mert azt egy másik méretarányban (1:11 520) készítették. A térképet a szakirodalom is sokszor külön kezeli a készítőjéről elnevezve Ferraris-térképként (Veres, 2015; Vervust, 2016). A jelentős különbségek természetesen abból is erednek, hogy földrajzilag ez a Habsburg-tartomány el volt szeparálva a többitől.

Összesen 3245 darab szelvényt készítettek, melyek teljesen lefedték a Habsburg Birodalmat. Ezekből mindösszesen 1 eredeti példány készült, amely mellett másolatok állnak rendelkezésre. A katonai térképek egészen az első világháború végéig titkosak voltak, csak azután váltak elérhetővé a tudomány és a polgári térképészet számára. A felmérés térképlapjainak eredeti példányait az Osztrák Állami Levéltár Hadilevéltárának térképtárában őrzik, amely nagyon sokáig nem jutott el a térképészeti kutatókhoz. Másolat található még a magyar területekről a HM-HIM Térképtárában is (pl.: Timár et al., 2010).

1. táblázat: Az Első Katonai Felmérés tartományi részei (Jankó, 2007).

Tartományok	A felmérés ideje	Szelvények száma
Sziléziai Hercegség	1763-1764	40
Cseh Királyság	1764-1767	273
Morva Ögrófság	1764-1767	126
Osztrák Németalföld	1764-1771	275
Temesi Bánság	1769-1772	208
Erdélyi Nagyfejedelemség	1769-1773	280
Felső-Ausztria	1769-1772	64
Moldva-Oláh határőrvidék	1773-1774	103
Alsó-Ausztria	1773-1781	122
Báni határőrvidék	1774-1775	25
Bukovina	1774-1776	71
Károlyvárosi határőrvidék	1775-1777	64
Galícia	1779-1783	413
Szlavóniai határőrvidék	1780-1782	51
Német Bánsági Határőrvidék	1780-1784	33
Oláh-Illír Bánsági Határőrvidék	1780-1784	47
Varasdi határőrvidék	1781-1782	26
Szlavónia	1781-1783	66
Magyar Királyság	1782-1785	965
Horvátország	1783-1784	71
Belső-Ausztria	1784-1787	250

Az Első Katonai Felmérést alapvetően a szakirodalom vetület- és geodéziai alaphálózat nélküli térképnek jelöli, hiszen nem készült az egész tartományokra elsőrendű ponthálózat, valamint a térképezés dokumentációjában sem szerepel semmi egzakt utalás a vetületi rendszerre (Jankó, 2007).

2.3. Térképészeti előzményei

A 17-18. században a geodézia és a térképészet hatalmas fejlődésen ment keresztül, felerősödtek a Föld alakját, így a térképi alapfelületét is kutató kérdések.

Ebben ekkoriban a francia királyi udvarban szolgáló Cassini „*geodéta dinasztia*” járt élen. A teljes Franciaországot lefedő topográfiai térképet 1:86 400-as méretarányban César-François Cassini de Thury készítette el (Timár et al., 2014). Ennek a 187 szelvényből álló térképnek a vetülete alapján definiálták a gömbi alapú Cassini-vetületet. Később ezt forgási ellipszoidra Soldner általánosította, ezért manapság Soldner- vagy Cassini-Soldner vetület néven ismerhetjük (Timár, 2018). Az akkoriban használt geodéziai dátum (gömb) sugarát a francia háromszögelési láncokból kapott 1° távolság alapján számították ki.

2.4. A Cassini-vetület

A gömbi alapfelületű Cassini-vetületet alapvetően a topográfiai térképezésekhez használták. A vetület esetén Egyenlítő és a kezdő meridián egyenesek, viszont a többi szélességi és hosszúsági kör általános görbe. A vetület se nem terület-, se nem szögtartó, viszont mindkét esetben elég jól közelíti a valóságot. A vetület akkor igazán pontos, ha a térképezett terület észak-déli kiterjedése a meghatározó (Snyder, 1987). Cassini a korában még nem írta le az egzakt egyenleteit a vetületnek, hanem csupán a módszerét adta meg a vetület elkészítésének. Későbbiekben ez alapján matematikailag is leírták a vetületet (1, 2).

A térképi E (*Easting – keleties*) koordináta az egyenes Egyenlítő mentén keletre növekszik, míg az N (*Northing – északias*) a kezdőmeridián szerint északra (Cassini, 1783). A vetületi egyenletei megadhatók az alábbi változók segítségével:

- R – a Cassini-gömb sugara – az 1744-es Franciaország-térkép esetén 6 372 056 méter
- φ_0, λ_0 – kezdő szélesség és hosszúság értékek
- φ, λ – a pont koordinátái az alapfelületen
- E, N – a pont térképi koordinátái.

$$E = R \cdot \arcsin(\cos \varphi \cdot \sin(\lambda - \lambda_0)) \quad (1)$$

$$N = R \cdot \left(\arctg\left(\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos(\lambda - \lambda_0)}\right) - \varphi_0 \right) \quad (2)$$

A vetületet a gömbi geodéziai dátuma végett manapság már nem alkalmazzák, viszont a Soldner által az ellipszoidi geodéziai dátumra általánosított formulákat még néha a mai térképészetben is használják. Valamint az 1980-as évekig kifejezetten elterjedt volt, például Anglia térképezése is történt Cassini-Soldner-vetületben korábban (Snyder, 1987).

3. Háromszögelési láncok Európában a 18. században

A 18. század során a gömb alakú Föld-modell a mérésekhez képest már szisztematikus hibákat mutatott. Ebből kifolyólag számos helyen végeztek távolságméréseket, melyek sokszor különböző eredményeket adtak, így kiderült, hogy az ellipszoid modell sem teljesen tökéletes. Emiatt minél több helyen próbáltak méréseket végezni, és ezek a fokmérések (melyek valójában háromszögelési láncok) akár értelmezhetőek elsőrendű ponthálózatokként is az akkoriban készült országfelmérésekhez. Így feltételezhetően előfordulhat, hogy ezek a hálózatok a térképek rendszerének matematikai kiindulásához is alapot szolgáltathattak. Erre utal Liesganig feljegyzése is, mely szerint későbbi matematikai számításokat tervezett ebből a távolságmérésből (Veres, 2019).

Az első fokmérést César-François Cassini de Thury készítette Franciaországban, mely során a Párizson átmenő meridián hosszát tervezték lemérni. Később ezt használták fel az 1744-es Franciaország-térkép elkészítéséhez. Ugyanez a háromszögelési lánc átment az Osztrák Németalföldön, így Ferraris ennek az adatainak felhasználásával készítette el a Ferraris-térképet, amely már a Habsburg Első Katonai Felmérés részét képezi (Vervust, 2016).

Később Cassini ezt a háromszögelési láncot egész Európára ki akarta terjeszteni, így a délnémet területeken keresztül egészen Bécsig végzett méréseket (Kiss et al., 2023). A Bécs környéki méréseket 1761-ben végezte, mikor Liesganighoz érkezett, hogy közösen figyeljék meg a Vénusz átvonulását (Posch et al., 2013). Ezen hálózatot használták a Schmitt-féle Dél-Németországot bemutató térkép során elsőrendű alapponthálózatnak, így lehetséges az, hogy a térkép szelvényhálózata 5°-kal el van forgatva és párizsi kezdőmeridiánra illeszkedik legjobban (Kiss és Timár, 2024).

Ezzel párhuzamosan zajlottak mérések a Habsburg Birodalomban a jezsuiták vezetésével. Itt Brnóból (németül Brünn) indulva Bécsen és Grazon át Varasdig végeztek háromszögelési méréseket (Liesganig, 1770b).

Ezen mérések időtartama alatt látogatott Cassini Bécsbe (Timár, 2023). Ezek mellett később Liesganig végzett az Alföldön is Kistelek és Pétervárad között méréseket (Liesganig, 1770c), ezeknek az oka az volt, hogy így a zavaró hegyek hatását próbálta kiszűrni. Ennek a mérésnek bizonyos szinten célja volt a Magyar Királyságról készülendő térkép matematikai előkészítése is (Veres, 2019).

Ezekon kívül jelenleg nem ismerünk további teljesen megvalósult háromszögelési láncot, viszont Galíciára mérések megkezdésére, előkészítésére utaló jelek vannak (2. ábra). Abban az esetben Lvivből (Lemberg) indíthatták a felmérést (Liesganig, 1794).

Auch die Lage des Landes, und der Orte gegen die vier Weltgegenden ist nicht mit der sehr betrüglichen Magnetonadel bestimmt worden, sondern durch die astronomische Beobachtung des Winkels, welchen die aus einem beliebigen Fixpunkte beobachtete auf- oder untergehende Sonne mit einem anderen Fixpunkt zu einer gewissen in Secunden bekannten Zeit machet: woraus sodann die Lage dieses und anderer Fixpunkte, oder der Winkel, den sie mit dem Meridian machen, durch trigonometrische Rechnung gefunden wird.

Diese Beobachtung ist, zur Bestätigung der Sache, an dreyen Orten unternommen worden, und zwar bey Krakow am Krakusberg; zu Rzeszow im Thurme des Fürst Lubomirskischen Pallastes, und zu Lemberg in der astronomischen, nun abgebrochenen Sternwarte des vormaligen Jesuitencollegiums, deren nördliche Polhöhe zugleich auf 49 Grade, 51 Minuten, und 42 Secunden; die Länge aber von der Insel Ferro auf 41 Grade, 42 Minuten, und 30 Sekunden von oben erwähntem Herrn Abbé Liesganig festgesetzt worden.

Eben

2. ábra: Kivágat a Liesganig (1794) műből. Ebből látszódik, hogy Lemberget tekintették a mérések alapjának. Fontos kiemelni, hogy utal mágneses mérésekre is (Liesganig, 1794).

4. Első Katonai Felmérés lehetséges vetületéhez kapcsolódó korábbi vizsgálatok

A 2000-es évek során környezetváltozási vizsgálatok miatt merült fel igény a 18. század végi környezeti állapotok ismeretére, amelyre a legjobb lehetőséget az Első Katonai Felmérés szelvényei nyújtották. Ennek azért is volt különösen nagy jelentősége, mivel ezek a térképek még a folyószabályozások előtti állapotokat mutatják, ezáltal alapot nyújtott a korábbi állapotokkal való összehasonlításra, valamint javította a folyószabályozások vizsgálatának lehetőségeit is.

Ezután kezdődött meg a térképlapok szkennelése először a magyarországi, majd később a bécsi térképekkel. Később ezeknek a térképeknek a georeferálása történt meg viszonylag sok illesztőpont (*GCP – Ground Control Point*) segítségével, hogy a lehető legnagyobb pontosságot ériék el a mozaikszerű térképeknél. Mindezt az MAPIRE projekt során publikálták is (Timár et al. 2010; Biszak et al., 2014). A georeferálás minőségét az évek során javították, így egyre pontosabban állnak rendelkezésre a térképszelvények. A térképeket alapvetően vetület nélküli térképekhez szokták besorolni, hiszen nem maradt fenn ránk bizonyíték a vetületekre, de a georeferálás során tapasztalt kicsi hibák arra engednek következtetni, hogy valamilyen matematikai alapja kell lennie a térképnek. Ezt tovább erősíti az a tény is, hogy az országtérképek szélén nem nő jelentősen a georeferálás hibája. Ez abban az esetben, ha egy

térképet vetület nélkül készítenek általában előfordul, hiszen a pontatlanságok hibája összeadódik, nincs olyan számított érték mellyel ezeket pontosítani lehetne.

Alapvetően a történeti adatok alapján lehet feltételezni, hogy Cassini-vetület lehetett a térképezés alapja, hiszen a korszak hasonló, nagyszabású országtérképe (1744-es Franciaország-térkép) abban készült. Az erre vonatkozó inverziós számítás a Molnár és Timár (2015) volt. Ennek során meghatározták 5 különböző részre (Alsó-Austria, Magyar Királyság, Csehország, Horvátország, Galícia) legjobban illeszkedő Cassini-vetületet. Ezek alapján kapott hosszúság értékek segítségével Alsó-Ausztriára egyértelműen következett egy Bécs belvárosán (*Stephansdom*) áthaladó kezdő-meridián. Viszont a másik 4 esetben ezt nem sikerült történelmi helyszínhez kötni. Különösen érdekes Horvátország és Galícia esete, ahol több, mint 10° -kal tér el az elméleti vetület a vizsgált területtől. Ezáltal alapvetően a hipotézis igaznak bizonyult, viszont számos országrész esetén további kérdéseket vetett fel.

Timár (2023) számos levéltári adattal kiegészítette ezt a számolást, valamint ezáltal megadta a Magyarországi kezdőpontot a Molnár és Timár (2015) által számolt hosszúságra. Továbbá a háromszögelési-láncok ismertetése által megadott számos lehetséges vetületi-kezdőpont helyet. Timár (2023)-ban olvasható először a hipotézis, mely szerint bizonyos országrészek esetén a szelvények orientációja az akkori mágneses északi iránnyal egyezik meg, és ez a magyarázat arra, hogy a kapott Cassini-vetületek kezdő-meridiánjai nem az adott országrész területére esnek, hiszen egy elforgatott vetülettel történt a számítás.

Továbbá a Kiss és Timár (2024) egy korabeli nagyon hasonló esetre hívja fel a figyelmet. Mely szerint a Schmitt-féle Dél-Németországot bemutató térkép 5° -kal van elforgatva azért, hogy így a párizsi meridián lehessen a térképezés kezdőpontja. Ennek az a magyarázata, hogy ugyanazt a háromszögelési láncot használták fel, mint a Cassini-féle Franciaország-térképnél.

5. Az Első Katonai Felmérés térképeinek csoportosítása a szelvényhálózat alapján

Az Első Katonai Felmérés térképlapjainak lehetséges vetületi kezdőpontjainak meghatározásához kiemelten fontos a szelvényhálózat. Erre példa is a korábban végzett számítás, mely esetében Alsó-Ausztriára és a Magyar Királyságra pontos eredmény jött ki, míg a többi tartományra nem. Ezek alapján 3 csoportba oszthatjuk a térképeket. Az első csoport esetében a szelvényhálózat a földrajzi észak irányába áll, a második csoport esetén ezek igen kicsi (körülbelül 5° -os), a harmadik esetben nagyobb (körülbelül 15° -os) szöget zárnak be.

5.1. Földrajzi északra néző szelvényhálózatú területek

A 18 tartomány közül 3 sorolható ebbe a kategóriába: Felső-Ausztria, Alsó-Ausztria, Magyar Királyság. Ezek a birodalom központi területei, melyekre a felmérés később ért el, hiszen azt a

katonailag fenyegetettebb határmenti tartományokban kezdték, így volt lehetősége a térképezési technikának fejlődni addig, ami bizonyítottan megtörtént, hiszen már a Magyar Királyság felmérése során egy új mérőasztalt használtak (Jankó, 2007). Így itt már vélhetően a fejlettebb, földrajzi észak felé álló szelvényhálózatot használták, mert rájöttek hosszabb távú előnyére. Erre egy példa lehet, hogy a Magyar Királyságra elkészült egy elforgatott szelvényhálózatú térképvázlat, mégis végül a földrajzi északra néző hálózatot valósították meg (3. ábra).



3. ábra: A Magyar Királyságról készült térképvázlat (balra), mely elforgatott szelvényhálózattal rendelkezik, valamint a végleges térkép (jobbra), mely esetében a szelvényhálózat a földrajzi észak irányába áll (pl. Arcanum, 2004; Timár, 2023).

5.2. A földrajzi északkal szöget bezáró területek

A felmérés területeinek döntő része esetén a szelvényhálózat el van forgatva bizonyos mértékkel a földrajzi északi iránytól. Ezt nagy valószínűséggel utólag végezték és gyakorlati oka volt. Ez a lehetőség megmagyarázza a korábbi számításokban jelentkezett téves eredményeket Horvátország és Galícia esetében.

A kis szögben való elforgatás esetén például lehetséges, hogy a Schmitt féle Dél-Németországot bemutató térképhez hasonlóan egy másik térkép folytatása az adott terület. Ez nagy valószínűséggel igaz az Osztrák-Németalföldre. Hasonlóak figyelhetők meg Csehország és Morvaország esetén, bár arrafelé annyira nem történtek háromszögelési eljárások, így nem lenne indokolható az elforgatás.

Számos esetben viszont körülbelül 15° -os szöggel vannak elforgatva a szelvényhálózatok, amik nagyságrendileg megegyeznek az akkori mágneses deklináció nagyságával (Timár, 2023). Ezeknek az lehetett az oka, hogy célszerűnek találták azt, hogy az iránytűvel való tájékozódáshoz igazítsák a térképet, hiszen akkoriban a mágneses elhajlásból sokkal nagyobb

hiba következett. Ilyen tartományok Belső-Ausztria, a horvát területek, az Erdélyi Nagyfejedelemség és Galícia.

Ebben az esetben észrevehető az is, hogy Belső-Ausztria és a horvát területek esetén az elforgatás szöge azonos, azaz a két tartományban a szelvényhálózat folytonos, így ott felmerül az a lehetőség, hogy azok valójában egy felmérést képeznek, csupán feldarabolták őket tartományok szerint.

6. A földmágneses mező történeti vizsgálata

A történelmi kutatások során számos alkalommal előkerül az akkori mágneses mező irányának kérdése. Erre a célra határozták meg egyrészt történeti mérési adatokból, másrészt a földmágneses mező ismeretének modelljéből az 1590-ig visszaszámolt gufm1 modellt (Jackson et al., 2000).

6.1. A történelmi mágneses mérések

A történelem során az emberiség számára a földmágneses mező nyújtotta a legjobb tájékozódási lehetőséget egészen az úrkorszakig. A 20. század második felében vette ezt a szerepet csak át a GPS. Viszont a mágneses deklinációra vonatkozó ismeretek nélkül nem lehetett megfelelő a tájékozódás, ezért ennek a mérése is nagy hangsúlyt kapott. Ez különösen a tengeri hajóutaknál játszott nagy szerepet, ezért a nagy földrajzi felfedezések következtében nőtt meg a mérések száma. Ezáltal a tudomány a 16-17. századtól kezdve hatalmas mennyiségű földmágneses adat birtokában van.

A 19. századtól kezdve megjelentek az obszervatóriumi mérések is, melynek segítségével folyamatos egy helyről, egységes módon lévő adatok segítették a modell elkészítését. Ezeket a korral haladva egyre jobban egységesítették, és ezáltal ún. mérőállomás-hálózatokat hoztak létre, melyekben egységes módon történt a mérés, és az adatokat összegyűjtötték, feldolgozták (Korte és Mande, 2019).

A rendszeres és tömeges mérések így a tengerekre és Nyugat-Európára koncentráálódtak, a Kárpát-medence területéről nem nagyon származott mágneses adat a modellbe. Ebből kifolyólag a számított értékek a régió területére kevésbé pontos eredményeket adnak.

6.2. A földmágneses mező mérhető adatainak számítása

Az egész modell számításának alapja a mágneses potenciál meghatározása, melyet gömbi polárkoordinátás (r, θ, λ) alakban érdemes vizsgálni. Ehhez a Laplace-egyenlet gömbi polárkoordinátás alakját kell megoldani (3).

$$\Delta V(r, \theta, \lambda) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \lambda^2} = 0 \quad (3)$$

Ez alapján a Gauss-koefficiensek ismeretében meg lehet mondani a földrajzi helyre jellemző mágneses potenciálértéket (4), melyből ki lehet számolni a további szükséges adatokat is. Ehhez vezessük be az alábbi jelöléseket:

- a – a Földhöz legjobban illeszkedő gömb sugara; értéke: 6371,2 km
- θ – a földrajzi szélesség pótszőge (radiánban)
- λ – a földrajzi hosszúság (radiánban)
- n, m – egész számok, $n \geq m, n > 0, m \geq 0$
- $g_n^m(t), h_n^m(t)$ az időfüggő Gauss-koefficiensek
- $P_n^m(x)$ pedig a Schmidt-féle kvázi-normált asszociatív Legendre-polinom.

$$V(r, \theta, \lambda) = a \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^{n+1} (g_n^m(t) \cos(m\lambda) + h_n^m(t) \sin(m\lambda)) \cdot P_n^m(\cos \theta) \quad (4)$$

A földmágneses potenciál értékének időbeli változását, és ezzel együtt a szekuláris változásokat lehet ennek köszönhetően vizsgálni. A (4)-ban elhanyagoltuk a külső eredetű mágneses teret, ami nagyságrendekkel kisebb, mint a belső, és változásának időskálája is sokkal kisebb, így történeti vizsgálatokban kevésbé játszik szerepet.

A földmágneses mezőt mérhetően leíró komponensek (totáltér, inklináció, deklináció) a földmágneses indukcióvektor különböző komponenseiből számolható. Míg a földmágneses indukcióvektor meghatározható a földmágneses potenciálból, hiszen az a potenciál negatív gradiense (5).

$$\mathbf{B}(r, \theta, \lambda) = -\nabla V(r, \theta, \lambda) \quad (5)$$

A (5)-öt elvégezve kapjuk a mágneses indukcióvektor 3 komponensét gömbi polárkoordinátás alakban (6, 7, 8).

$$\mathbf{B}_r = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n (n+1) \left(\frac{a}{r} \right)^{n+2} (g_n^m(t) \cos(m\lambda) + h_n^m(t) \sin(m\lambda)) \cdot P_n^m(\cos(\theta)) \quad (6)$$

$$\mathbf{B}_\theta = - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^{n+2} (g_n^m(t) \cos(m\lambda) + h_n^m(t) \sin(m\lambda)) \cdot \frac{\partial P_n^m(\cos \theta)}{\partial \theta} \quad (7)$$

$$\mathbf{B}_\lambda = \frac{1}{\sin \theta} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^{n+2} m \cdot (g_n^m(t) \sin(m\lambda) - h_n^m(t) \cos(m\lambda)) \cdot P_n^m(\cos \theta) \quad (8)$$

Ezekből ki lehet fejteni a történeti mérések során vizsgált tényezőket, melyek adatait lehet összehasonlítani a potenciálból és így a modellből számolt értékekkel. Fontos megjegyezni,

hogy ebben az esetben az inklináció (I), és a deklináció (D)-t radiánban, míg a totálerősséget (F) teslában kapjuk.

$$F = \sqrt{B_r^2 + B_\theta^2 + B_\lambda^2} \quad (9)$$

$$I = \arctg \frac{-B_r}{\sqrt{B_\theta^2 + B_\lambda^2}} \quad (10)$$

$$D = \arctg \frac{B_\lambda}{-B_\theta} \quad (11)$$

6.3. A gufm1 modell

A rendelkezésre álló adatok alapján becsülték meg a földmágneses mezőt 1590-ig visszamenőleg. A modellt javítása, bővítése és összeillesztése több korábbi modellnek, mint például az ufm modellnek (Bloxham és Jackson, 1992). A gufm1 a földmágneses mező értékét a mag-köpeny határra adja meg, onnan át kell számolni a felszínre a keresett értékeket.

A modell csak a belső földmágneses mezőt veszi figyelembe, amely amúgy is a legnagyobb részét adja a mezőnek. Illetve a hosszabb időskálájú változások (szekuláris változások) a belső eredetű földmágneses mező változásának az eredménye.

A modell egyrészt felhasználja a földmágneses mező időbeli változásainak ismeretét, valamint – a főleg levéltári adatok között megtalált – számos mérési eredményt. Ezáltal korrigálja a szükséges számításokat, valamint statisztikai eszközöket is használ a lehető legjobb becslés érdekében. Viszont mivel az adatok túlnyomó többsége tengerekről származik, így a dolgozatban vizsgált területről (Habsburg Birodalom) viszonylag kisebb mennyiségű adat áll rendelkezésre. Emiatt vélhetően ebben a térségben a kapott adatoknak nagyobb a hibájuk.

A gufm1 modell értékei mindenki számára nyitottak, internetről a kért adatok letölthetők (<https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/calculators/magcalc.shtml#declination>). Valamint a történeti változásait a mágneses mezőnek térképen is nyomon követhetjük.

6.4. A gufm1 validációja 18. századi Kárpát-medencére

A Kárpát-medence területén végeztek a 18. században mágneses méréseket, ám ezekből rendkívül limitált számú maradt ránk. Ezen méréseket összehasonlítottam a gufm1 modell ugyanarra az évre és helyre vonatkozó adatával, illetve vizsgáltam az eltéréseket. A 18. század második feléből 2 településre (Buda és Nagybánya) sikerült mágneses adathoz jutnom, így csupán az eltérések nagyságrendjét tudtam becsülni (2. táblázat). Ellenőrzésképpen az ugyanott

szereplő párizsi adatok hibáját is megnéztem, hogy látszódjon, milyen mértékben nagyobb az eltérés Közép-Európában, mint Nyugat-Európában.

2. táblázat: A mért és a modellből kapott mágneses adatok a Magyar Királyság területére és Párizsra az összehasonlítás miatt (Jackson et al., 2000; Schenzl, 1881)

Helyszín	Év	Mért adat (°)	gufm1 (°)	eltérés (°)
Buda	1782	15,52	15,32	0,2
Buda	1783	15,6	15,37	0,23
Buda	1787	15,92	15,59	0,33
Buda	1788	16,07	15,63	0,44
Buda	1800	16,42	15,59	0,83
Buda	1802	16,33	15,55	0,78
Nagybánya	1785	15,5	13,83	1,67
Nagybánya	1788	15,4	13,93	1,47
Nagybánya	1796	14,86	13,85	1,01
Párizs	1783	21,28	20,72	0,56
Párizs	1786	21,65	21,07	0,58
Párizs	1800	22,15	22,1	0,05
Párizs	1802	22,05	22,17	-0,12

Az adatok alapján látható, hogy Budán az időszakban átlagosan $0,468^\circ$ volt az eltérés a deklináció adatokban, míg Nagybányán $1,383^\circ$ volt. Ezekkel szemben Párizsban abszolút értékben $0,3275^\circ$ volt a deklinációeltérés. Ebből a kevés adat ellenére látható, hogy kelet felé haladva nő a hiba mértéke, így a mágneses modellből származó adatok bizonytalansága is. Tehát ilyen esetekben az egész számítást nagyobb pontatlanság mellett kell értelmezni.

6.5. A mágneses adatok meghatározása

A megfelelő mágneses deklináció értékek megkapásához meg kell határozni, hogy melyik évre datáljuk a térkép elforgatását. Levéltári információk alapján a Magyar Királyságra lehet tudni, hogy az előkészítő munkálatok 1 évvel a felmérés kezdete előtt történtek (Liesganig, 1770), így feltételezzük, hogy minden más tartománynál így jártak el, és a deklinációt is ekkor határozták meg. Fontos megjegyezni, hogy mivel a felmérések általában 1-3 év hosszúak voltak, így annyi idő alatt a földmágneses mező sem változhatott olyan mértékben, hogy ez a számítást érdemben befolyásolja. A gufm1 modell továbbá kiadja az éves változás értékét is, tehát ha valamelyik esetben elég magas értéket tapasztalunk, akkor célszerű lehet több különböző deklinációs adatra is elvégezni a számolást. A vizsgált értékeknél általában $0,01-0,05^\circ/\text{év}$ körül alakult a változás, mely egy néhány éves időszakra nézve elhanyagolható.

A mérés helyének meghatározásával komolyabb problémák adódnak, hiszen erre még kevesebb adat áll a rendelkezésre. Valamint ebben az esetben az eltérések is jóval nagyobbak lehetnek, hiszen például a korszakban Bécs és Gyulafehérvár között a mágneses deklinációban

több, mint 3° eltérés adódott (Jackson et al., 2000). Ebben az esetben a városok meghatározásához a levéltári forrásokat használtam, valamint feltételeztem, hogy a vetületi kezdőpont helyén végezték a mágneses mérést. Mivel a térképezés irányításában a jezsuiták hatalmas részt vállaltak, így nagyobb eséllyel jezsuita csillagvizsgálók jelenthették a kezdőpontokat, hiszen párhuzamosan Liesganig volt a jezsuita csillagvizsgálók vezetője (Veres, 2019). Valamint szintén az ő műveiből ismerjük, hogy mely pontokat használta a háromszögelés során, tehát vélhetően azok közül került ki a mérés helyszíne. De például nem lehet tudni, hogy esetleg minden térkép esetén a bécsi mágneses deklinációt használták, ezért minden esetre megadom Bécs mágneses deklinációját is (3. táblázat). Hiszen akár a birodalmi központ is elképzelhető mágneses mérés helyeként.

3. táblázat: A mágneses deklináció adatok a feltételezett évekből és helyszínekről (Jackson et al., 2000). Minden esetben nyugatias az elhajlás.

Város	Évszám	Szélesség ($^\circ$)	Hosszúság (k. h.) ($^\circ$)	Mágneses deklináció ($^\circ$)
Graz	1784	47,07	15,43	16,69
Szászsebes (Sebes)	1768	45,96	23,57	13,25
Lemberg (Lviv)	1778	49,83	24,01	13,07
Bécs (Wien)	1784	48,2	16,36	16,38
Bécs (Wien)	1768	48,2	16,36	15,27
Bécs (Wien)	1778	48,2	16,36	16,02
Bécs (Wien)	1782	48,2	16,36	16,25

A városon belül a levéltári információk alapján lehet megadni a helyzeteket, viszont ez a mágneses deklináció értékét nem befolyásolja. A lehetőségek vetületi kezdőpont pozíciójára, és így a mágneses mérések potenciális helyei:

- Bécsben a Stephansdom
- Grazban a Schlossberg lábánál lévő híd
- Szászsebesben a városközpont
- Lembergben a jezsuita Szent Péter és Pál templom.

Ezek közül a grazi egy kicsit szokatlan, hiszen az egyedül nem köthető intézményhez, viszont ott pont szelvények sarokpontja van, ami kezdőpontnak való választása jelentősen megkönnyíti a térképezést. Valamint az a pont is jól meghatározható helyen volt, hiszen a hegy lábánál egy hídfő lehetett. Szászsebes esetében pedig levéltári források bizonyítják, hogy ott végezték a próbaméréseket.

7. A lehetséges vetületi kezdőpontok meghatározásának módszere

A dolgozatomban vizsgált térképszelvényeket a kutatás céljából .jp2 formátumban kaptam meg. A térképek szkennelési felbontása 300 dpi (*dot per inch – pixelszám inchenként*) volt. Bizonyos szelvények esetében a georeferáláshoz használt illesztőpontok (*ground control points – GCP*) is a rendelkezésemre álltak. Ilyen esetekben az illesztőpontok száma 10 és 150 között alakult térképlaponként.

7.1. Az illesztőpontok felvétele

A geoinformatikai feladat elvégzéséhez a GlobalMapper szoftvert használtam. Amely felmérésrészek esetében nem álltak rendelkezésemre illesztőpontok, azokban az esetekben én vettem fel ezeket, és így georeferáltam a térképeket. Minden ilyen térkép esetében körülbelül 10 darab pont felvételével dolgoztam, hiszen először a módszerrel nem a legpontosabb meghatározást akartam megadni, mivel számos más – a georeferálás pontatlanságánál nagyobb – hibaforrás is lép fel a vizsgálat során.

Az illesztés alaptérképének a WGS84 geodéziai dátumú World Imagery ingyenes, internetről letölthető műholdkép alapú térképet választottam. Ez azért volt szerencsés, mert így az épületek felismerése viszonylag könnyen sikerült, valamint az esetleges természeti illesztőpontok is megjelentek az alaptérképen is.

Az illesztőpontokra azért volt szükség, mert így kaptam pixelkoordináta, szélesség-hosszúság párokat. Az illesztés során a vetülettel nem foglalkoztam, arra a vizsgálat során nem lesz szükségem, hiszen más módszerrel fogok vetületet számolni.

7.2. A forgatás szögének meghatározása a térkép alapján

Mivel a térkép szelvényhálózata el van forgatva, ezért kiszámoltam annak a szögét is, hogy pontosan a szelvényhálózat és a földrajzi északi iránynak mekkora a bezárt szöge. Ezt a kép két pixelének a koordinátáinak segítségével koordinátageometriai eszközökkel valósítottam meg. A két pontot (A és B) egy szelvényvonal mentén, lehetőleg egymástól távol veszem fel, hogy az apróbb hibákat (például a felvétel nem pontos helye) ki tudjam küszöbölni.

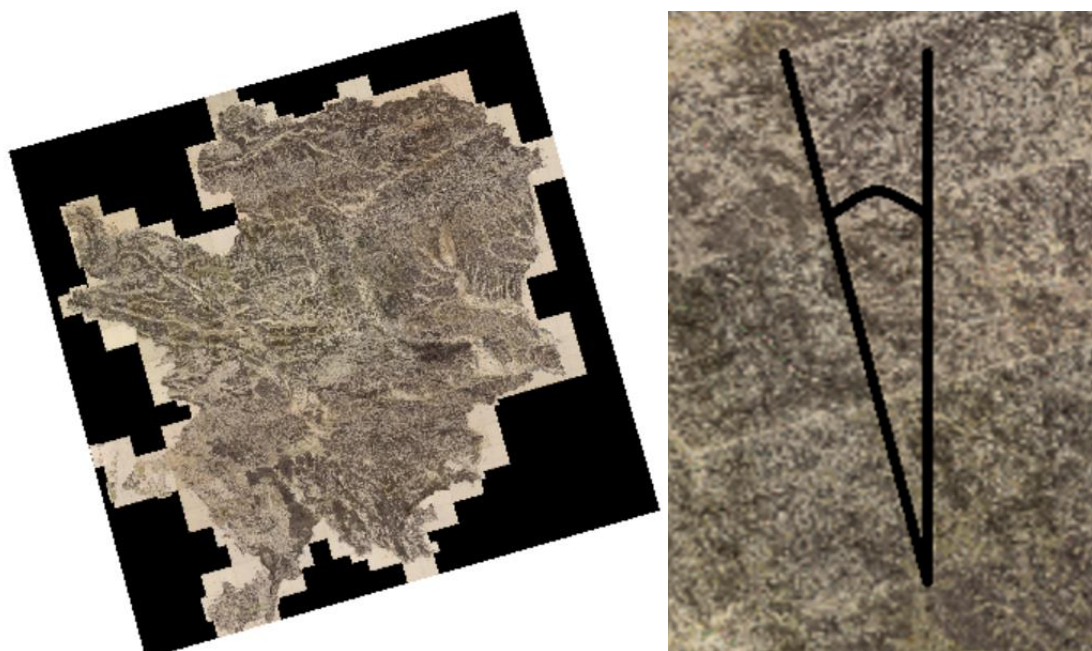
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad (12)$$

Ebből az így definiált egyenes iránytangensét határoztam meg a két pont koordinátáinak segítségével, melyből egyszerű átalakítással lehet megkapni a keresett értéket, mivel ebben az esetben nem a vízszintessel, hanem a függőlegessel bezárt szöget keressük. A szög

meghatározását a hibák csökkentése érdekében többször is elvégeztem különböző szelvényvonalak mentén, majd ezek átlagát vettem.

4. táblázat: A szelvényhálózat és az északi irány által bezárt szög.

Országgrész	Bezárt szög (°)
Belső-Ausztria	15,66
Erdélyi Nagyfejedelemség	12,71
Galícia	12,145



4. ábra: Belső-Ausztria térképe az Első Katonai Felmérésen (balra), illetve az elforgatás szöge, és annak meghatározása (jobbra) (Arcanum, 2004).

7.3. A térképszelvények elforgatása

A hipotézisnek megfelelően a térképlapot valamilyen szöggel visszaforgatjuk, hogy ezáltal a vetületi kezdőpontját meghatározzuk. A forgatáshoz a GCP-k pixelkoordinátáit használjuk. A feladat geometriailag leírható egy síkidom adott (α) szöggel való elforgatásával. A forgatás középpontja tetszőleges, így célszerű az origót (0; 0) választani. A forgatás végrehajtásához a descartes-i koordinátákat polárkoordinátákká váltam át (12, 13), hiszen abban a koordinátarendszerben az origó körüli forgatás egyszerűbben leírható. Egy A (r, γ) pont képe $A'(r, \gamma + \beta)$ lesz. A számítás során a szöget radiánban, előjelesen mérjük, így kevesebb számítási hiba fordulhat elő. Ezután visszatérünk a derékszögű koordinátarendszerbe (14, 15).

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (13)$$

$$\gamma = \arctg \frac{y}{x} \quad (14)$$

$$x' = r \cdot \cos(\gamma + \beta) \quad (15)$$

$$y' = r \cdot \sin(\gamma + \beta) \quad (16)$$

Mivel akkoriban a térképet utólag forgatták el a mágneses deklináció értékével, így ahhoz, hogy a forgatott koordinátákat kapjuk a visszaforgatást a mágneses deklináció ellentétjével kell elvégezni.

7.4. A lehetséges vetületi kezdőpont meghatározása

Az általam használt módszer a Molnár és Timár (2015) inverziós módszerére alapszik. Kutatásom során inverziós eljárással azt a kezdőpontú Cassini-vetületet keresem, mely a legjobban illeszkedik a forgatott pixelkoordinátákra. Az inverziós eljárás során a cél az, hogy a mérési eredményekre matematikai módszerekkel megkeressük a legjobban illeszkedő modellt (Molnár, 2013). Ez ebben a problémában úgy valósul meg, hogy keressük, hogy milyen kezdőpontú és forgatási szöggel jellemezhető Cassini-vetületet illeszkedik a legjobban az illesztőpontokra. A számítások során a forgatási szöveget ismertnek veszem így a probléma egyváltozósra egyszerűsödik.

Az inverziós probléma megoldásához szükség van a pixelkoordináták térképi koordinátákra való átváltására, amihez meg kell határozni, hogy egy pixel a valóságban hány méter oldalú négyzetnek felel meg. Mivel ismert, hogy a térkép méretaránya 1:28 800, valamint, hogy a szkennelés 300 dpi-ben történt, ebből meghatározhatjuk a keresett értéket az inch – méter váltószám ismeretében (17).

$$\frac{28\,800 \cdot 0,0254 \frac{m}{inch}}{300 \frac{1}{inch}} = 2,438 \, m \quad (17)$$

Tehát a számítások során a forgatott pixelkoordinátákat 2,438-cal kell megszorozni ahhoz, hogy a valóságbeli helyzetüket kapjuk egy descartes-i koordináta-rendszerben. Ezáltal lesznek összehasonlíthatóak a Cassini-vetület értékeivel.

Ezek után a Cassini-vetület egyenleteinek (1, 2) segítségével kapjuk a szélesség, hosszúság értékekből a Cassini-vetületben kapott északias (N) és keleties (E) koordinátáit. Ezek csak a kezdőpont (φ_0, λ_0) koordinátáitól függenek. Majd összehasonlítjuk az így kapott (E, N) koordinátákat a 2,438-cal megszorozott képi (x, y) koordinátákkal. Azt a (φ_0, λ_0) értékpárt keressük, melyre ezek között a legkisebb lesz az eltérés.

Ez egy minimalizációs eljárás, melyet a legkisebb négyzetek módszerével oldok meg. Az összehasonlításhoz kiszámolom minden koordináta átlagtól való abszolút eltérését. Majd veszem az (E, x); (N, y) párok esetére a két eltérés négyzetösszegét, és ezt összegezem (22)

Ezután ezen értékeket minden pontra összeadom (23). Ennek az összegnek kell λ_0 függvényében megadni a minimumát. Az így kapott λ_0 esetén leszünk legközelebb a Cassini-vetülettel a képi koordinátákhoz.

$$\Delta N_i = |N_i - \bar{N}| \quad (18)$$

$$\Delta E_i = |E_i - \bar{E}| \quad (19)$$

$$\Delta X_i = 2,438 \times |x_i - \bar{x}| \quad (20)$$

$$\Delta Y_i = 2,438 \times |y_i - \bar{y}| \quad (21)$$

$$\Delta = (\Delta E_i - \Delta X_i)^2 + (\Delta N_i - \Delta Y_i)^2 \quad (22)$$

A (22)-ben szereplő Δ értékeket összeadva az összes pontra kapjuk azt az értéket, melyet minimalizálni szeretnénk. Ezek alapján a (23)-ban lévő teljes kifejezést kapjuk, mely csak a λ_0 -tól függ.

$$\min \left(\sum_{i=1}^n (|E_i - \bar{E}|^2 - 2,438 \times |x_i - \bar{x}|)^2 + (|N_i - \bar{N}|^2 - 2,438 \times |y_i - \bar{y}|)^2 \right) \quad (23)$$

A Cassini-vetületben az E koordináta nem függ φ_0 -tól, valamint N koordináta esetében az (1, 2) ismeretében a minimalizációs eljárás során kiesik, így a keresett minimum invariáns lesz a φ_0 koordinátára. Ezáltal egyetlen egy változótól függ a minimum. Az eljárás során kihasználjuk azt, hogy a felmerülendő λ_0 értékek között csupán egy minimumhely lesz, amit numerikusan meg lehet határozni a szükséges pontosságra. Jelen számolásban 2 tizedesjegy pontosságra elegendő, hiszen a mágneses adatot is csak ilyen pontosan ismerhetjük. Viszont a hibák így is vélhetően sokkal nagyobbak, akár 0,3-0,5° eltérés esetén is lehetséges a számolt és a valós értékek között.

A kezdőmeridiánra használt inverziós eljárás mellett elkészítettem az α forgatási szögre számító verziót is, mely esetben a kezdőmeridián értékét rögzítem és abból keresem a legjobban illeszkedő forgatási szöget. Továbbá vizsgálom a kétváltozós minimalizációs eljárást is, mely során a $(\alpha; \lambda_0)$ párokra keresem a minimumértéket. Az inverziós eljárások megoldására Python programozási nyelven írt kódot használok.

A kétváltozós minimalizációs eljárást a számítások végrehajtása során elvettem, mivel nagyon sok különböző $(\alpha; \lambda_0)$ párra a minimumhoz nagyon közeli hiba adódott, ami által az abból kapott eredmények nem lennének pontosak, könnyen téves következtetésekre vezethetnének, hiszen ezek az eltérések egybe estek a módszer hibájának a nagyságával.

8. Eredmények

A számításokat számos mágneses deklinációra elvégeztem, valamint a hibabecslés javítása érdekében. Valamint összevetettem a térképi szelvényhálózat északkal bezárt szögével végzett forgatással. Az eredmények között a városok nevével jelölöm, hogy melyik városból származik a mágneses deklináció. Illetve amennyiben a térképről származik a szög, akkor a „térkép” szót használom.

Mivel a számítások a szélességet nem adják meg, így csak a hosszúságot tüntetem fel. A szélesség meghatározása a hosszúság alapján történelmi adatok segítségével lehetséges. Minden forgatási szöghöz feltüntettem a számítás során kapott kezdő hosszúsági értéket. Minden országrésznél az alábbi eseteket veszem figyelembe:

- a térkép elforgatásának szögértéke
- Bécs mágneses deklinációja a szelvényezés előtti évre
- az országrész feltételezett kezdőpontjának mágneses deklinációja a szelvényezés előtti évre

8.1. Belső-Ausztria

Belső-Ausztria vetületi kezdőpontjára a hipotézis Graz volt, ennek a hosszúsága: k. h. 15,43°. Ebben az esetben mivel Bécs és Graz esetében a mágneses deklináció eltérése alacsony, így a két számítás eredménye nem feltétlen különíthető el a hibák mértéke miatt.

5. táblázat: Vetületi kezdőpont hosszúságának becslése Grazra és Bécsre. A Bécs vizsgálata a számításokból utólag adódott.

Forgatás szöge (°)	Hosszúság értéke (k. h.) (°)	Eltérés Graztól (°)	Eltérés Béctől (°)
-16,69 (Graz)	15,02	0,41	1,38
-16,38 (Bécs)	15,47	0,04	0,93
-15,66 (térkép)	16,44	1,01	0,04

Az eredmények alapján a mágneses deklinációból következő forgatások elég pontosan visszaadják Graz értékét, viszont az ennél pontosabb térképi forgatások Bécsset engedik feltételezni. A térképi forgatásra kicsi eltérések alakulnak ki Bécs esetére (0,1°) emiatt lehet azt kezdőpontnak elfogadni. A bécsi kezdőpontot az is alátámasztja, hogy onnan indult ki a háromszögelési lánc, mely áthaladt ezeken a területeken (Liesganig, 1770b), így az „elsőrendű ponthálózat” kezdőpontja is Bécs. Mivel Horvátország és Belső-Ausztria között a szelvényhálózat folytonos, azaz pontosan ugyanannyira van elforgatva a két terület, így feltételezhetjük, hogy ez a két tartomány térképészetileg azonos. Valamint további horvát területek esetében is fennáll ez a folytonosság (Szlavónia, Szlavón Határőrvidék, Varasdi

Határőrvidék, Károlyváros). Az is erre enged következtetni, hogy ezeknek a helyi térképészeti vezetőjük a helyszínen megegyezett. Ezeken a területeken ezt Jeney Mihály Lajos látta el (Jankó, 2006).

8.2. Galícia és Bukovina

Galícia és Bukovina felmérése is nagy valószínűséggel egy szakaszban készült. Ezt nem csak a szelvényhálózat folytonossága erősíti meg, hanem az is, hogy ugyanazon műben írja le Liesganig a térkép elkészítését, és módszereit (Liesganig, 1794). Ez a helyzet nagyon hasonló a horvát területekkel. A Galícia közigazgatási központja Lemberg (Lviv) volt, valamint ott is volt egy jezsuita csillagvizsgáló, melynek egy ideig Liesganig volt a vezetője (Veres, 2019). Ez alapján lehet feltételezni, hogy az is volt a felmérés kezdőpontja. Liesganig említ is egy helyet a művében, ahonnan méréseket végeztek, így feltételezhetjük azt a helyet (2. ábra, Liesganig, 1794). Mindezt Ferro-i koordinátákban adja meg, melyet az akkori Habsburg Birodalomban használt Ferro-i hosszúság ismeretében váltottam át greenwich-i kezdőmeridián melletti keleti hosszúságra (Timár és Molnár, 2013).

6. táblázat: A vetületi kezdőmeridián számítása Galíciára.

Forgatás szöge (°)	Hosszúság értéke (k. h.) (°)	Eltérés Lemberg-től (°)
-13,07 (Lemberg)	22,51	1,49
-16,02 (Bécs)	18,6	5,4
-12,145 (térkép)	23,72	0,28

Az eredmények alapján egyértelmű, hogy ezen térképezések esetén Bécs már nem játszik szerepet, mint potenciális kezdőpont. A térképi forgatás alapján egész jó eredményt kapunk Lemberg-re (az eltérés csupán 0,28°), így alapvetően a hipotézis a kezdőpontra itt is igazolódik. Viszont itt az látható, hogy a mágneses deklinációval való elforgatásra sokkal nagyobb eltérés adódik. Ennek az lehet a magyarázata, hogy a gufm1 modell értéke ebben a régióban sokkal kevésbé pontos. Ez ugyanazt a jelenséget mutatja, mint Nagybánya mágneses deklináció adatai, így felmerülhet az is, hogy itt az eredmény jóval nagyobb hibával terhelt.

8.3. Erdélyi Nagyfejedelemség

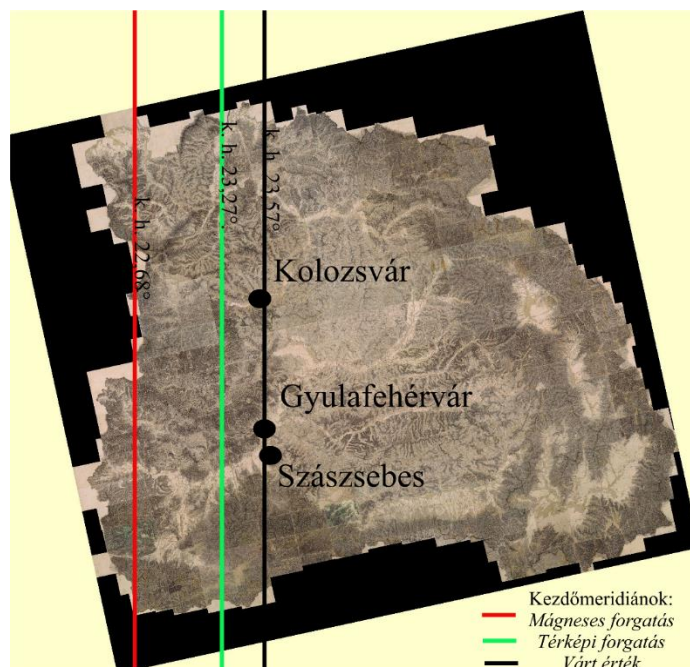
Az Erdélyi Nagyfejedelemség esetén több olyan vetületi kezdőpont merül fel, melyeket az általam használt inverziós módszerrel nem lehet elkülöníteni, hiszen gyakorlatilag azonos hosszúsági körön fekszenek. Az egyik Szászsebes, ahol a felmérés próbaméréseit végezték, így logikus, hogy azt tekintsük vetületi kezdőpontnak (Veres, 2015). Viszont emellett, vele szinte teljesen azonos meridiánon fekszik Kolozsvár és Gyulafehérvár is, amelyek a korszak meghatározó települései, valamint jelentős jezsuita központok is voltak. Ezekre kitűnő példa

Gyulafehérvár, azon belül pedig a Batthyáneum épülete. Ennek a délnyugati tornya ugyanis csillagvizsgálóként működött abban az időben. Valamint Kolozsváron a Farkas utcai templom is elképzelhető. Onnan történtek jezsuita megfigyelések az 1761-es Vénusz átvonulással kapcsolatban (Posch et al., 2013).

7. táblázat: A számolt vetületi kezdőpont hosszúságok az Erdélyi Nagyfejedelemségre.

Forgatás szöge (°)	Hosszúság értéke (k. h.) (°)	Eltérés Gyulafehérvártól, Kolozsvártól, Szászsebestől (°)
-13,23 (Gyulafehérvár)	22,52	1,05
-13,12 (Kolozsvár)	22,68	0,89
-15,27 (Bécs)	19,62	3,92
-12,71 (térkép)	23,27	0,3

Az eredmények az Erdélyi Nagyfejedelemség esetében szerkezetileg nagy hasonlóságot mutatnak: Bécs elvethető, a térképi forgatás viszonylag pontos, míg a gufm1-ből következő eredménynek a hibája nagyobb (7. táblázat, 5. ábra). Ezek alapján levonható az a következtetés, hogy a hipotézis igaz, azaz meghatároztuk a lehetséges vetület kezdőmeridiánját. Viszont mivel nem áll rendelkezésünkre elég történeti információ, így a három város (Szászsebes, Gyulafehérvár, Kolozsvár) közül nem tudjuk eldönteni (5. ábra), melyik is volt a valós kezdőpont, de ez az eredmény nagyobb léptékű értelmezése esetén nem is szükséges.



5. ábra: Az Erdélyi Nagyfejedelemség térképe az Első Katonai Felmérésen, valamint a számított és feltételezett vetületi kezdőpontok. Az ábra is mutatja, hogy Kolozsvár, Gyulafehérvár és Szászsebes szinte pontosan ugyanazon a hosszúságon fekszik (Arcanum, 2004).

8.4. Cseh Királyság

A Cseh Királyság esetében létezett egy korábbi térkép, melyet újra felhasználtak az Első Katonai Felmérés készítése közben. Így a szelvényezés során nem végeztek teljeskörű felmérést, hanem egyrészt átvették a pontokat, illetve gyors, becslésen és megfigyelésen alapuló módszerekkel kiegészítették a pontokat, így tudtak nagyobb felbontást elérni (Krejčí et al., 2009). Ez a rendszer arra enged következtetni, hogy nem is létezett valós vetülete a térképszelvénynek. Mindezt a számítások is megerősítik, hiszen egyetlen esetben sem esik az optimális kezdőmeridián a területre.

8. táblázat: A kezdőmeridiánok értékei a Cseh Királyságra a különböző forgatásokra.

Forgatás szöge (°)	Hosszúság értéke (k. h.) (°)
0	18,74
-15,14 (Prága)	<10
-5 (Bécs)	12,27
-6,19 (térkép)	10,73

A lehetséges kezdőpont (Prága) mágneses deklinációján és a térképi szögön kívül ebben az esetben megvizsgálom még két lehetséges esetet. Egyrészt mivel kicsi a forgatás szöge, ezért számolok egy kezdőpontot forgatásmentes esetre is. Mivel egy másik korabeli térkép (Schmitt féle Dél-Németországot bemutató térkép) esetén a kis elforgatásnak az volt a magyarázata, hogy így tudták folytatni egy már meglévő háromszögelési láncra a térképet (Kiss és Timár, 2024). Ezért itt is megvizsgálom az 5°-os forgatás esetét.

Ezen eredményekből látható, hogy nem lehet a számított eredményeket levéltári és történelmi adatokkal megfeleltetni, ezáltal a Cseh Királyság esetére jó eséllyel ki lehet jelenteni, hogy Cassini-vetületben nem volt térképészeti alapja.

8.5. Osztrák Németalföld

Az Osztrák Németalföld esetében a szelvényhálózat szintén kis szögben (körülbelül 3-5°) van elforgatva. A szakirodalmi információk alapján Cassini által készített francia háromszögelési láncot folytatták végig azon a területen, így feltételezhetjük, hogy nagyon hasonlóan jártak el, mint a Schmitt-féle Dél-Németországot bemutató térkép esetén. Így a forgatásokat igen kis szögekre végzem el.

Az eredmények alapján látható, hogy a térkép majdnem biztos, hogy el van forgatva, valamint az is, hogy a térképi szöggel való elforgatás egész jó eredményt ad Párizsra (k. h. 2,3°). Ezek alapján a számítási módszer megerősíti a hipotéziseinket, miszerint az Osztrák

Németalföld úgy van elforgatva, hogy folytatása lehessen az 1744-es Franciaország-térképnek, így módszertanilag megegyezik a Schmitt-féle Dél-Németországot bemutató térképpel.

9. táblázat: A kezdőmeridiánok értékei az Osztrák Németalföldre a különböző forgatásokra.

Forgatás szöge (°)	Hosszúság értéke (k. h.) (°)
0	11,96
-17,92 (Brüsszel)	<0
-5,28 (térkép)	3,62

9. A módszer validálása, a számítás hibájának becslése

A számításom háromféle hibával terhelt: az inverzió módszeréből származó hiba; az illesztőpontok felvételéből származó hiba; az elforgatási szögből eredő hiba. A kapott eredményen ezek összege jelenik meg, melyet figyelembe kell venni az eredmények értelmezésénél.

Az inverziós számításaim módszerének helyességét Molnár és Timár (2015) alapján ellenőrzöm, ahol a Habsburg Birodalom más tartományaira végezték el ugyanezen számításokat. Azt vizsgáltam, hogy az általam felvett GCP-k Alsó-Ausztria, Galícia, a Cseh Királyság és Horvátország esetére visszaadják-e az ott kapott értékeket. Mivel abban a tanulmányban nem alkalmaztak forgatást, így azokat én sem alkalmazok most.

10. táblázat: Vetületi kezdőpont számítása Alsó-Ausztriára, Galíciára, a Cseh Királyságra és Horvátországra, illetve ezek összevetése a Molnár és Timár (2015) adataival. Minden számítás forgatás nélkül készült.

Ország rész	Vetületi kezdőpont számított értéke (°)	Molnár és Timár (2015) adata (°)	Eltérés (°)
Alsó-Ausztria	16,35	16,35	0,00
Galícia	39,03	39,19	0,16
Cseh Királyság	18,74	18,79	0,05

Ez alapján a módszer elegendően pontosnak nevezhető, látszik, hogy az eltérések gyakorlatilag elhanyagolhatóak, hibahatáron belül vannak (10. táblázat). Ez alapján elmondható az általam kidolgozott inverziós módszerről, hogy a valós eredményeket adja vissza.

Érdemes megvizsgálni azt is, hogy mennyire határozza meg az illesztőpontok száma az inverzió eredményét, hiszen bizonyos országrészeknél csupán 10-15, míg máshol akár több, mint 100 GCP is a rendelkezésemre állt. Ezt úgy ellenőrzöm, hogy néhány tartomány esetében több különböző GCP számra is elvégzem az illesztést (11. táblázat).

11. táblázat: A legjobban illeszkedő Cassini-vetület kezdőmeridiánja különböző GCP számok esetére. Ilyen esetekben a térképi szög forgatását alkalmazom.

Országgrész	Vetületi kezdőpont számított értéke (°) kevés GCP-re	Vetületi kezdőpont számított értéke (°) sok GCP-re	Eltérés (°)
Galícia	23,72 (15 GCP)	23,63 (736 GCP)	0,09
Erdélyi Nagyfejedelemség	22,93 (13 GCP)	23,27 (28 GCP)	0,34

Az illesztőpontok növelése nem növeli jelentős mértékben a pontosságot (11. táblázat), így alapvetően felismerhető, hogy ha nagy pontossággal 10 GCP-re meghatározzuk a legjobban illeszkedő kezdőmeridiánt, akkor az közelítőleg jó eredményt ad. Az Erdélyi Nagyfejedelemség esetében jelentkező nagyobb eltérés oka lehet a kevésbé pontos GCP felvétel, éppen ezért minden esetben a több GCP-vel végeztem a számításokat, hiszen azok bizonyára megbízhatóbbak, az esetleges hibák jobban kiátlagolódnak.

Az inverzió módszeréből (10. táblázat) és a kezdeti térképészeti adatokból (11. táblázat) fakadó hibák összeadva nagyságrendileg 0,2-0,3° eltérést eredményeznek. Ehhez érdemes még a mágneses deklinációadatok okozta hibák nagyságrendjét hozzávenni. A történeti mérések és a gufm1 közötti különbségből (2. táblázat) kiindulva feltételezhetjük, hogy a mágneses deklinációadatok hibája nem nagyobb $\pm 0,5^\circ$ -nál az esetek nagy részében. Éppen ezért néhány tartományra elvégzem az inverziót úgy is, ha $0,5^\circ$ -kal kisebb vagy nagyobb lenne a deklináció (12. táblázat). Az így kapott vetületi kezdőpont-sávban várható a valós kezdőpont helye.

12. táblázat: A mágneses deklináció hibájából fakadó eltérés vizsgálata néhány tartományra.

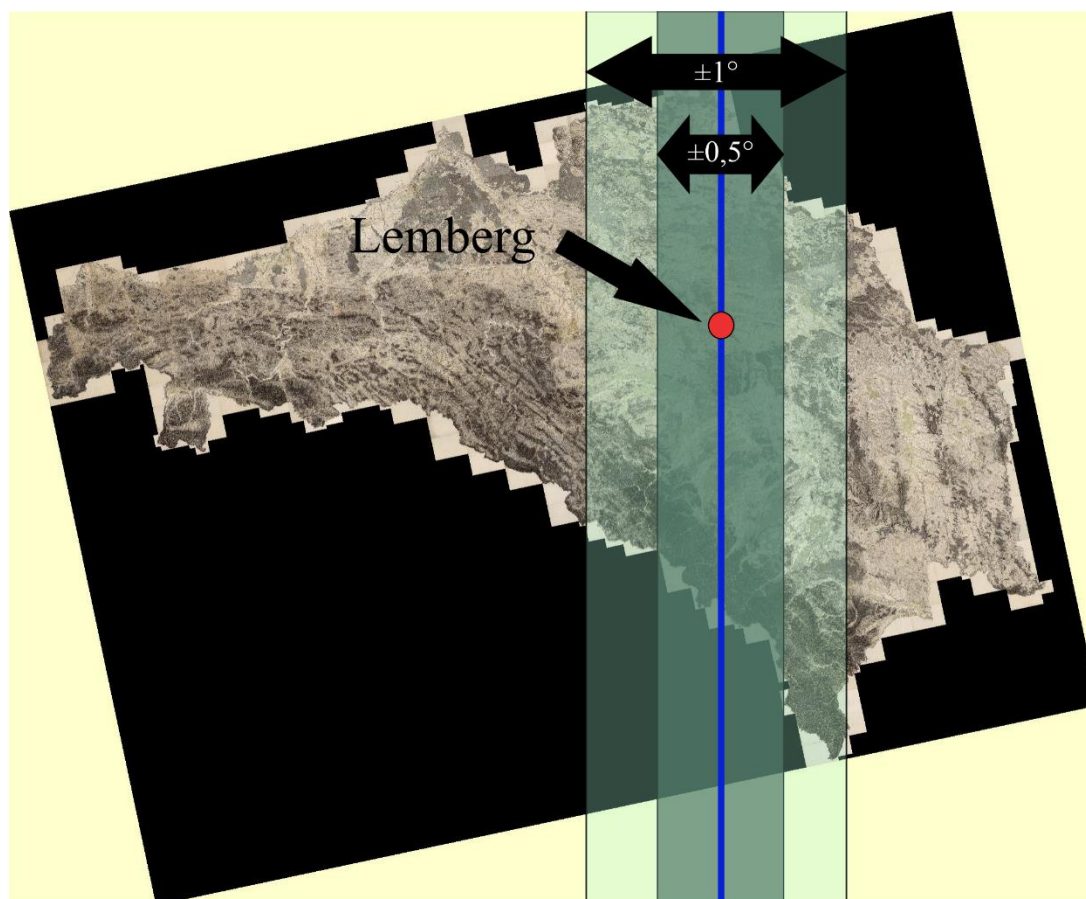
A deklináció értéket (D) a feltételezett kezdőpont deklinációjától számítom.

	A legjobban illeszkedő vetületi kezdőmeridiánok [k. h. °]		
	Erdélyi Nagyfejedelemség	Belső-Ausztria	Galícia
D-0,5°	23,39	16,18	23,17
D	22,68	15,49	22,51
D+0,5°	22,00	14,81	21,86
Eltérés a két szélsőérték között [°]	1,39	1,37	1,31

A mágneses deklinációból eredő hibák nagyságra már érdemben nagyobb, mint a módszerből és a térképészeti adatokból következő hibáé (12. táblázat). Az kapott végeredményünket ennek a kétféle hibának az összege terheli. Amennyiben összeadjuk a kapott hibákat, az alapján az adódik, hogy a valósághoz képest a számításunk $\pm 1^\circ$ -os hibával terhelt a mágneses deklinációk esetén (6. ábra). Ez az érték azért lesz fontos, mert ezáltal lehet

megbecsülni azt, hogy mennyire lehet elfogadni azt, hogy a mágneses deklináció értékével forgatták el a területeket.

Amennyiben a térképi szöggel számolunk, abban az esetben a mágneses deklinációból fakadó hiba helyett a szög leolvasásának hibáját kell figyelembe venni. Ez az érték jóval alacsonyabb, nagyjából $0,1-0,2^\circ$ -os, így azok az eredmények pontosabbak lesznek. Ezáltal a térképi szöggel való számítás esetében a hiba mértéke $\pm 0,5^\circ$ -nak adódik.



6. ábra: A hibák mérete a várt kezdőmeridián körül Galícia példáján (Arcanum, 2004). A $0,5^\circ$ -os részen belülre jön ki a térképi forgatásból származó kezdőmeridián, míg az 1° -os szélességre a mágneses forgatásból következő.

Ezalapján azt az eljárásrendet követem a jobban elforgatott területek esetén, hogy a térképi szögből fakadó adat alapján határozom meg a lehetséges vetületi kezdőpontot, hiszen az pontosabb adat. Majd ez alapján vizsgálom a mágneses északi irányhoz való forgatás lehetőségét.

10. Diszkusszió

10.1. A vetületi kezdőpontok és a lehetséges mágneses deklinációértékek

Az általam megvizsgált nagy szögben elforgatott tartományok (Belső-Ausztria, Erdélyi Nagyfejedelemség, Galícia) esetében minden esetben igaz lesz az, hogy a feltételezett kezdőponttól a térképi forgatás esetén $0,5^\circ$ -on belül helyezkedik el a számított kezdőmeridián, így alapvetően igazoltam a lehetséges kezdőpontokra vonatkozó hipotézist. Az is igazgá válik Belső-Ausztria és az Erdélyi Nagyfejedelemség esetében, hogy a mágneses forgatás esetében is 1° -nál kisebb az eltérés. Így ebben a két esetben a módszer igazolja azt, hogy a mágneses észak irányába forgatták a szelvényeket jó eséllyel (Koszta és Timár, 2024). Galícia esetében a hiba nagyobb ($1,4^\circ$), viszont amennyiben Nagybánya történeti adatait tekintjük (2. táblázat), akkor ott is jelentősebb eltérés ($1,38^\circ$). Ez alapján Galícia esetében is igazolódik a hipotézis, azzal a kikötéssel, hogy a bizonytalanság nagyobb lesz.

Ezek alapján a térképezések felhasználásával lehetővé válik új 18. századi mágneses deklinációadatok megadása, melyekkel pontosítható válnak a történeti mágneses modellek a Kárpát-medencére. A mágneses deklináció értékének megadása többféle módon is történhet, hiszen egyrészt tekinthetjük a térképről leolvasható elforgatás szögét is annak, valamint inverziós módszerrel is meghatározhatjuk az elméleti kezdőponthoz legjobban illeszkedő forgatási szöget. Ezek az értékek minden bizonnyal pontosabbak, mint a gufm1-ből származóak.

13. táblázat: A lehetséges mágneses deklináció értékek a különböző városokra és időpontokra.

Város	Évszám	gufm1 [$^\circ$]	Térképi szög [$^\circ$]	Legjobban illeszkedő szög [$^\circ$]
Bécs	1784	16,38	15,66	15,77
Szászsebes	1768	13,23	12,71	12,52
Lemberg	1778	13,07	12,145	11,86

Az eredmények alapján látható, hogy a térképi szög és az inverziós eljárásból kapott szög nagyságrendileg megegyezik; az eltérés maximum $0,2-0,3^\circ$ -os. Ez alapján jó eséllyel igaz lesz, hogy a valóságban tapasztalt mágneses deklináció értékek ezen értékektől nem térnek el jobban, mint $\pm 0,5^\circ$, mely esetben a modellnél pontosabb szögértékeket kapunk.

10.2. Az Első Katonai Felmérés térképezésének időbeli fejlődése

A lehetséges vetületi rendszerekből és a szelvényhálózatokból is lehet következtetni arra, hogy az Első Katonai Felmérés térképezési módszere hogyan fejlődött. Az elején előszeretettel használták az elforgatott vetületeket, hiszen ezek, ha a mágneses észak irányába voltak forgatva,

akkor terepi, gyakorlati használat esetén komoly előny biztosítottak az iránytűvel tájékozódó hadtesteknek. A kis szögű elforgatásnak pedig az volt az előnye, hogy így egy korábbi adatot tudtak felhasználni. Eleinte még többször használták a korábbi térképek átmintavételezését és további pontok „lelépéssel” történő felvételét. Ilyenre példa a Cseh Királyság és a Temesi Bánság.

Ezzel szemben a térképezés során minden bizonnyal rájöttek ezeknek a hibáira (pl. pontosság, változó mágneses északi irány), ezért áttértek a földrajzi észak felé néző szelvényhálózatra. Ennek az áttérésnek egy nagyon jó példája, hogy a Magyar Királyság esetén a vázlattérkép még forgatott szelvényhálózattal készült, míg a végleges már nem. Azaz a felmérés második felére felismerték, hogy hosszú távon alkalmasabb ez a típus.

10.3. Kapcsolatok a XVIII. századi térképezések között

Az XVIII. század során a geodéziával foglalkozó kutatók között fennállt a szakmai kapcsolat, a tudásmegosztás, így mindez megfigyelhető a létrehozott térképeken is. Ilyen szakmai kapcsolat biztosan fennállt Cassini és Ferrari között, hiszen számos francia geodéziai adatot használtak fel az Osztrák Németalföld térképezése során (Vervust, 2016). Továbbá Cassini és Liesganig találkozása és szakmai eszmecseréje is megtörtént 1763-ban Bécsben biztosan (Posch et al., 2013; Veres, 2019; Timár, 2023). Emellett Schmitt is vett át számos információt Cassinitől (Kiss és Timár, 2024).

Az egyik csoport esetében az 1744-es Franciaország-térkép a kezdeti helyzet. Ennek az elsőrendű ponthálózatának a folytatása az Osztrák Németalföld-térkép, valamint a Schmitt-féle Dél-Németországot bemutató térkép. Ezeket a térképeket úgy forgatták el, hogy a Cassini-vetületük ráilljen a francia térképre.

Az Első Katonai Felmérés térképeit is vetületi rendszerét tekintve több részre lehet osztani. Egyrészt a Belső-Ausztria és a horvát részek (Horvátország, Szlavónia, Szlavón-határőrvidék, Varasdi-határőrvidék, Károlyváros) azonos szögben vannak elforgatva, így egy nagy térképezésnek számítanak. Ezek a térképszelvények módszertanilag is megegyeznek, valamint a térképezések terepi vezetője is azonos volt (Jeney Mihály Lajos) (Jankó, 2006).

Továbbá a korábbi számítások, illetve az eredményeim alapján kijelenthető, hogy nagy valószínűséggel szinte a teljes Első Katonai Felmérés során Cassini-vetületet használtak. Ez alól egyértelmű kivétel a Cseh Királyság és a Temesi Bánság.

10.4. A téma jelentősége és a további vizsgálati lehetőségek

A kutatás során készítettem egy számítógépes programot, mely az illesztőpontok, és a térkép méretarányának ismeretében megadja a legjobban illeszkedő Cassini-vetület koordinátáit.

Ezáltal ez a későbbiekben bármelyik térképre elvégezhető, így meggyorsíthatja a hasonló témájú kutatásokat. A mágneses deklináció irányába való forgatás igazolásával sikerült a korabeli térképezés egy – ma már nem használt – módszerét bemutatni, hiszen igazoltam, hogy akkoriban szándékosan forgatták el utólag a térképeket a mágneses észak irányába. A lehetséges vetületek vizsgálatával, szakirodalmi és levéltári adatok felhasználásával bemutattam néhány összefüggést a különböző tartományok elkészítésével kapcsolatban.

A számítógépes program lehetővé teszi, hogy számos további hasonló számítást végezzünk, így további bizonyítékokat készítsünk a lehetséges vetületekről. Ilyenek lehetnének a több tartományt együttesen invertáló esetek. Azaz egyben georeferálni Belső-Ausztriát a horvát részekkel és úgy elvégezni az inverziót, hiszen az állítás szerint azok egy felmérés, csak utólag lettek feldarabolva. Hasonlóan lehetne eljárni Galícia és Bukovina esetében.

11. Összefoglalás

Dolgozatomban a Habsburg Birodalom Első Katonai Felmérésének bizonyos országrészeinek szelvényhálózatával foglalkoztam, valamint annak a történeti mágneses északi iránnyal való feltételezett kapcsolatát kutattam. A kutatásom során arra kerestem a választ, hogy miért jelennek meg bizonyos térképeken az elforgatott szelvényhálózatok, valamint, hogy létezik-e vetületük ezeknek a térképeknek.

Belső-Ausztria, az Erdélyi Nagyfejedelemség és Galícia esetében igazolódott az, hogy jól illeszkedik a lehetséges vetület a feltételezett kezdőpontra, valamint az is, hogy ezeket a térképeket az akkori mágneses észak irányába forgatták el.

Emellett vizsgáltam további tartományokat is: a Cseh Királyság, Osztrák Németalföld. Ezekre a forgatás kicsi szöge más módszerek állnak a háttérben. Az Osztrák Németalföld esetén a vetületet úgy forgatták el, hogy annak a kezdőpontja Párizs legyen, és így a folytatása lehessen az 1744-es Franciaország-felmérésnek. Csehország esetében pedig a számítások igazolták a szakirodalmat, hogy ott átvettek egy korábbi térképet és azt pontosították, így annak nincs vetülete.

A lehetséges vetület és a vetületi kezdőpont meghatározásával a térképek georeferálásának pontossága javítható, valamint sokkal kevesebb illesztőpontból elvégezhető. Így összességében jobb eredményt lehet elérni, mely történettudományi kutatásokat is segíthet. A mágneses forgatás igazolásából pedig a Habsburg Birodalom területére tudtam újabb történeti mágneses adatokat megadni, melyek pontosabbak, mint a gufm1 értékei.

Interdiszciplináris kutatásomban számos folytatási és kiegészítési utat látok, melyek további érdekes kérdésekre keresik a választ, esetleg eddigi állításaimhoz szolgáltatnak további bizonyítékokat.

12. Irodalomjegyzék

- Arcanum (2004): Első Katonai Felmérés: Magyar Királyság (1763-1787) 1:28800. Georeferált változat - The First Military Survey: Kingdom of Hungary (1763-1787) 1:28.800. Georeferenced version. DVD-ROM, Arcanum Adatbázis Kft., Budapest.
- Bloxham, J., Jackson A. (1992): Time Dependent Mapping of the Magnetic Field at the Core-Mantle Boundary, *Journal of Geophysical Research*, 97, 19 537.
- Biszak, E.; Kulovits, H.; Biszak, S.; Timár, G.; Molnár, G.; Székely, B.; Jankó, A.; Kenyeres, I. (2014): Cartographic heritage of the Habsburg Empire on the web: the MAPIRE initiative. In 9th International Workshop on Digital Approaches to Cartographic Heritage 9, 26.
- Cassini III, C.-F. (1783, post mort.): *Description géométrique de la France*. J. Ch. Desaint, Paris, 107.
- Cassini III, C.-F. (1775): *Relation d'un voyage en Allemagne*, Imprimerie Royale
- Jackson, A.; Jonkers, A. R. T.; Walker, M. R. (2000): Four Centuries of geomagnetic secular variation from historical records, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 358, 957.
- Jankó, A. (2006). An outstanding person of the 1st military survey: Mihály Lajos Jeney.
- Jankó, A. (2007): *Magyarország katonai felmérései 1763-1950*, Argumentum kiadó, Budapest
- Kiss, E.; Klöffler, M.; Timár, G. (2023): Schmitt's Map: The Combination of French and Austrian Surveying Expertise in Southern Germany. In *Proceedings of the 17th ICA Conference Digital Approaches to Cartographic Heritage*, 175.
- Kiss, E.; Timár, G. (2024): Understanding the Basis of Schmitts Map of South Germany: Georeferencing the Sketches of Staržinsky and Sarret (Late 1790s). *Geographies* 4, 500.
- Kosztá, B.; Timár, G. (2024): A possible cartographical data source for historical magnetic field improvement: The direction of the section north of the Habsburg first military survey (No. EGU24-582). *Copernicus Meetings*.
- Korte, M.; Manda, M. (2019): Geomagnetism: From Alexander von Humboldt to Current Challenges. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems* 20, 3801-3820.
- Krejčí, J.; Mikšovský, M.; Zimová, R. (2009): Possible relation between the Müller's map of Bohemia and the First Military Survey — A case study of the Kladno region. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica*, 44, 39.
- Liesganig, J. (1794): *Darstellung der Methode welche bey der Ausmessung und Zeichnung der Karte der Königreiche Galizien und Lodomerien angewandt worden ist*.

- Liesganig, J. (1770)a: *Dimensio Graduum Meridiani Viennensis Et Hungarici*. Bernardus, Vindobonae [Wien], 262 p.
- Liesganig, J. (1770)b: *Triangulation Method Used by Josef Liesganig, 1770*,
- Liesganig, J. (1770)c: *Triangulation Method Used by Josef Liesganig 2*
- Molnár, G. (2013): *Geofizikai inverzió, egyetemi jegyzet Eötvös Loránd Tudományegyetem*
- Molnár, G.; Timár, G.; Biszak, E. (2014): Can the First Military Survey maps of the Habsburg Empire (1763–1790) be georeferenced by an accuracy of 200 meters. 9th International Workshop on Digital Approaches to Cartographic Heritage, Budapest.
- Molnár, G.; Timár, G. (2015): Inversion Application in Cartography: Estimation of the parameters of the best fitting Cassini-Projections of the First Habsburg Military Survey, *Geosciences and Engineering*, 4, 6, 36.
- Posch, T.; Aspaas, P. P.; Bazso, A.; Müller, I. (2013): Austrian-Hungarian astronomical observatories run by the Society of Jesus at the time of the 18th-century Venus transits, *The Journal of Astronomical Data* 19: 121.
- Schenzl, G. (1881): *Adelék a Magyar koronához tartozó országok földmágnassági viszonyainak ismeretéhez*. Kiadja a Királyi Magyar Természettudományi Társulat.
- Snyder, J. P. (1987): *Map Projections – A Working Manual*, Supersede USGS Bulletin 1532
- Timár, G. (2018): *A Föld alakjának ismerettörténete – az archív térképek georeferálásának geofizikai alapja*, MTA doktori értekezés, Budapest
- Timár, G.; Biszak, S.; Székely, B.; Molnár, G. (2010): Digitized Maps of the Habsburg Military Surveys – Overview the project of the ARCANUM Ltd. (Hungary), *Preservation of Digital Cartography*, 273.
- Timár, G.; Mészáros, J.; Molnár, G. (2014): A simple solution of georeferencing the Cassini map series of France, 9th International Workshop on Digital Approaches to Cartographic Heritage
- Timár, G.; Molnár G. (2013): *Maps and grids*. Eötvös Loránd Tudományegyetem
- Timár, G. (2023): Possible Projection of the First Military Survey of the Habsburg Empire in Lower Austria and Hungary (Late 18th Century)—An Improvement in Fitting Historical Topographic Maps to Modern Cartographic Systems, *Journal of Geoinformation*, 12, 220.
- Veres, M. V. (2015): *Constructing Imperial Spaces: Habsburg Cartography in the age of Enlightenment*, Ph.D. thesis, University of Pittsburg
- Veres, M. V. (2019). Scrutinizing the Heavens, Measuring the Earth: Joseph Liesganig's Contribution to the Mapping of the Habsburg Lands in the Eighteenth Century. *Journal of Jesuit Studies* 6, 1, 85.

Vervust, S. (2016): Count de Ferraris's Maps of the Austrian Netherlands (1770s): Cassini de Thury's Geodetic Contribution, *Imago Mundi*, 68:2, 164.

13. Köszönetnyilvánítás

Szeretném megköszönni a témavezetőmnek, Timár Gábornak a tudományos diákköri kutatásom során kapott rengeteg segítséget, kérdéseimre való folyamatos rendelkezésre állást, valamint azt is, hogy egyrészt ezen rendkívül érdekes téma irányába indított el.

A MAPIRE projekt keretében fejlesztett térképmozaikokat és bizonyos esetekben a georeferáláshoz használt illesztőpontokat kutatási célra az Arcanum Kft. tette hozzáférhetővé, melyet külön köszönök.

Függelék

A témavezetőm, Timár Gábor által talált, általam felhasznált levéltári adatok az alábbi helyről tölthetők le: [LEVELTARI ADATOK](#)

Az általam készített Python programozási nyelvű programkód és egy saját magam által készített GCP jegyzék az alábbi helyről tölthető le: [PROGRAMKOD](#)

Saját eredmények

- Az Első Katonai Felmérés tartományi térképeinek lehetséges elforgatási szögeinek meghatározása
- Bizonyos tartományok esetén illesztőpontok felvétele, és ezzel a térképek georeferálása
- A gufm1 történeti mágneses modell Kárpát-medencére vonatkozó hibájának becslése
- Python nyelven készített programozási kód, mellyel meg lehet határozni a legjobban illeszkedő Cassini-vetületet az Első Katonai Felmérés adott tartományi térképeire
- Az inverzió háromféle módon történő elvégzése (adott α mellett λ_0 -ra; adott λ_0 mellett α -re és kétváltozós módon ($\alpha; \lambda_0$))
- A különböző tartományokra a lehetséges vetületi kezdőpontok meghatározása
- A módszerem és az eredményeim hibáinak meghatározása
- Új, a gufm1-nél pontosabb történeti mágneses deklinációadatok megadása
- Eredményeim diszkutálása, következtetések levonása a térképezés fejlődésére
- Az eredmények alapján lehetséges kapcsolatok felállítása a 18. századi országtérképek között

Eltérés a másik Országos Tudományos Diákköri dolgozathoz képest

Az Országos Tudományos Diákköri Konferencia Fizika, Földtudományok, Matematika szekciójába két dolgozattal neveztem, melyek teljesen eltérő témájúak. A másik dolgozatom címe: *A kvarc-coesite átalakulás nyírózónákban: 2D numerikus modellezés termodinamikai adatok felhasználásával*. A másik OTDK dolgozatom esetében témavezetőm Porkoláb Kristóf, Phd a HUN-REN Földfizikai és Űrtudományi Kutatóintézet tudományos munkatársa. A két dolgozat témájában és módszerében is teljesen eltérő.