



SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
UNIVERSITAS SCIENTIARUM SZEGEDIENSIS
MÉRNÖKI KAR

***Engedékeny mechanizmussal kivitelezett 3D nyomtatott ujj
tervezése***

Berei Béla Jaran
gépészmérnök BSc
hallgató

Témavezető:
Csikós Sándor
tanársegéd

Konzulens:
Bálint Ádám
Intézeti mérnök

SZEGED
2024.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	2
1.1. Témaválasztás indoklása	2
1.2. Célkitűzések.....	2
2. Irodalmi áttekintés	3
2.1. Az engedékeny mechanizmus története és fejlődése.....	3
2.2. Az engedékeny mechanizmus tervezési módszerek csoportosítása	5
2.3. Az engedékeny mechanizmus tervezésének megközelítései.....	7
3. Anyagok és módszerek	11
3.1. Jelölések és jelrendszerek.....	11
3.2. Engedékenységi mátrix módszer	11
3.2.1. Engedékenységi tényező értelmezése	11
3.2.2. Fő-síkbeli és síkon kívüli engedékenységi mátrixok	13
3.3. Alapmodellek felállítása	15
3.3.1. Emberi ujj mozgástartománya és fő-síkja	15
3.3.2. Ízületek flexibilis csukló modelljei	17
3.3.3. Makro-modell felállítása	22
3.4. Fizikai tulajdonságok paraméterezése	23
3.4.1. Anyagi változók definiálása	24
3.4.2. Mozcástartomány paraméterezése	24
4. Eredmények	26
5. Összegzés	29
6. Irodalomjegyzék	30
7. Köszönetnyilvánítás	31
8. Melléklet	32

1. BEVEZETÉS

1.1. Témaválasztás indoklása

A 3D nyomtatás polimerekkel való berobbanása a 2010-es évek második felében rendkívül sok lehetőséggel kecsegtet nemcsak a kutatásoknak, de az iparban való használatnál egyaránt. Bár vannak kutatások az engedékeny mechanizmus kapcsán, rendkívül kevés alkalmazását láthatjuk a való életben és az iparban egyaránt. Szakdolgozatom egyik célja, hogy illusztráljam mennyi potenciál rejlik a biomechanikai alkalmazásokban, ezzel együtt lehetőséget a protézisek és művégtagok fejlesztésében. Témámat rendkívül inspirálta az olyan robotok, melyek állatok mozgását utánozzák, mint pl.: a madarak vagy pillangók repülését, kígyók kúszását, négylábú állatok futását.

1.2. Célkitűzések

A végső célom egy olyan 3D nyomtatott ujj matematikai és fizikai modelljének felállítása, mely az adott paraméterek ismeretében úgy, mint geometriai és a mozgástartomány, tetszőlegesen és átláthatóan meglehessen változtatni, illetve egy 3D-ben megtervezett mechanizmushoz/konstrukcióhoz, geometriai és mozgás paraméterek ismeretében meg tudjuk határozni, milyen anyagtulajdonságok kellenek az anyag megfelelő kiválasztásához. Mindezek mellé további feltételeket szabtam úgy, mint egy átlagos emberi ujj geometriai mérethűségének megtartása, a valóságot jól fedje, illetve az adott tervezendő síkban minél nagyobb igénybevételek ellenállása. Kitérek a nem várt, síkon kívüli igénybevételek káros hatásainak kockázatmentesítésére is. A fejlesztési potenciálok rámutatása is a megvalósítás részét képezik. Szakdolgozatomnak nem fogja részét képezni az ujj mozgásának, illetve annak megvalósításának kivitelezése, csak maga a szilárdságtani és engedékeny mechanizmussal történő méretezés lépései és modelljének felállítása

2. IRODALMI ÁTTEKINTÉS

Ebben a fejezetben az engedékeny mechanizmus történeti áttekintését mutatom be, a technológia kialakulásának nagyobb mérföldköveit. Továbbá a fizikai és matematikai megalapozását, hogyan kell értelmezni az engedékeny mechanizmus elméletét, és hogy milyen méretezési és modellezési megközelítései vannak jelen a kutatásokban. Továbbá kitérek arra is, hogy milyen anyagok viselkedhetnek engedékeny mechanizmusként. Néhány kutatásban, iparban és való életben fellelhető alkalmazásukat is bemutatom, részletezem.

2.1. Az engedékeny mechanizmus története és fejlődése

Az engedékeny mechanizmus olyan mechanikai rendszer, melynek komponensei rugalmas alakváltozásával érik el a mozgást, szemben a hagyományos szilárd testen alapuló mechanizmusokkal, amelyek csuklókat használnak. Ez a megközelítés olyan előnyöket kínál, mint az alkatrészsúly csökkenése, a súrlódás és a kopás megszüntetése az ízületeknél, valamint az egy alkatrészes gyártás lehetősége, így különösen értékes azokban az alkalmazásokban, ahol a magas precizitás és megbízhatóság elengedhetetlen (Zhang & Zhu, 2018). A rugalmasság mechanikai tervezésekben való kihasználása nem újdonság. Bár kevés történelmi adat áll rendelkezésre, úgy tűnik, hogy az ókori mérnökök és feltalálók alkalmaztak rugalmas szerkezeteket alkotásaikban. Például Leonardo da Vinci évszázadokkal ezelőtt egy rugalmas katapultot fejlesztett ki, ami azt mutatja, hogy már akkor is értették az anyagok rugalmasságának mechanikai előnyeit (Jingjun és mtsai., 2015).

Ennek ellenére az engedékeny mechanizmusok, mint önálló terület szisztematikus tanulmányozása és formalizálása csak a 20. század végén jelent meg. E korszak előtt a rugalmas szerkezetek tervezése nagyrészt a kézművességen és empirikus ismereteken alapult, erősen támaszkodva a tervező intuíciójára és tapasztalatára.

Az 1980-as évek végén jelentős fordulópontot jelentett az engedékeny mechanizmusok koncepciójának hivatalos bevezetése. A kutatók elkezdtek felismerni a rugalmas rendszerek potenciálját, hogy az elasztikus deformáción keresztül kívánt mozgásokat és erőátadásokat érjenek el, ami az akadémiai érdeklődés és kutatási tevékenységek fellendüléséhez vezetett.

Az 1990-es és 2000-es évek elején az engedékeny mechanizmusok szisztematikus tervezési módszertanai alakultak ki. Kiemelkedően fontos volt a pszeudo-merev-test modell (PRBM) bevezetése, amely lehetővé tette a tervezők számára a rugalmas szegmensek viselkedésének megközelítését ekvivalens merev test modellek használatával. Ez a

megközelítés megkönnyítette a hagyományos kinematikai elemzési technikák alkalmazását a rugalmas rendszerekre.

Az eszközök miniatürizálása és a Mikro-elektromechanikus rendszerek (MEMS) technológia felemelkedése jó alapokat biztosított az engedékeny mechanizmusok alkalmazásához. Monolitikus természetük és a hagyományos csuklók megszüntetése miatt ideálisak a mikro-méretű eszközökhöz, így széles körben alkalmazzák őket érzékelőkben, hajtóművekben és orvosi eszközökben (Howell, 2013).

A legújabb kutatások az olyan fejlett anyagok, mint az alakmemorikus kompozitok és polimerek alkalmazására összpontosítanak az engedékeny mechanizmusokban. Ezek az anyagok egyedi tulajdonságokat kínálnak, mint például a változtatható merevség és a nagy deformációk elviselésének képessége, bővítve a rugalmas rendszerek alkalmazási lehetőségeit (Kabganian & Hashemi, 2024).

Számos kutató tett jelentős hozzájárulást az engedékeny mechanizmusok területén: Larry L. Howell: A Brigham Young Egyetem professzora, Howell jelentős kutatásokat végzett az engedékeny mechanizmusok, köztük az origami által inspirált tervezések és MEMS alkalmazások terén. Szerzője a „Compliant Mechanisms” című könyvnek (Howell, L. L., 2001), amely alapvető szöveggként szolgál a területen. Jonathan B. Hopkins: A UCLA professzora, Hopkins kifejlesztette a Szabadság és Korlát Topológiák (FACT) keretrendszert, amely szisztematikus megközelítést biztosít az engedékeny mechanizmusok tervezéséhez. Munkája elősegítette a rugalmas rendszerek és azok alkalmazásainak megértését számos mérnöki területen (Hopkins & Culpepper, 2011).

Az engedékeny mechanizmusok számos területen találtak alkalmazást, úgy mint orvosi eszközök, precíziós mozgásukkal és kenés nélkül alkalmassá teszi őket sebészeti eszközökhöz és beültethető eszközökhöz (Jambhale & Deshmukh, 2023). A repülőgép ipari alkalmazásokban a csökkentett alkatrészszám és a súlymegtakarítási potenciál miatt az engedékeny mechanizmusok vonzóak a repülőgép-ipar számára, beleértve a struktúrákat és adaptív komponenseket (Kabganian & Hashemi, 2024). A fogyasztói termékek az engedékeny mechanizmusokat mindennapi eszközökben, például csíptethető fedelelekben és flexibilis csuklók formájában használják, ahol a rendszer egyszerűsége és megbízhatósága fontos szempont. A jövőbe tekintve az engedékeny mechanizmusok intelligens anyagokkal és additív gyártási technológiákkal történő integrációja adaptív és többfunkciós rendszerek létrehozásával kecsegtet. A folyamatos kutatás célja, hogy foglalkozzon a kifáradással, az anyagválasztással

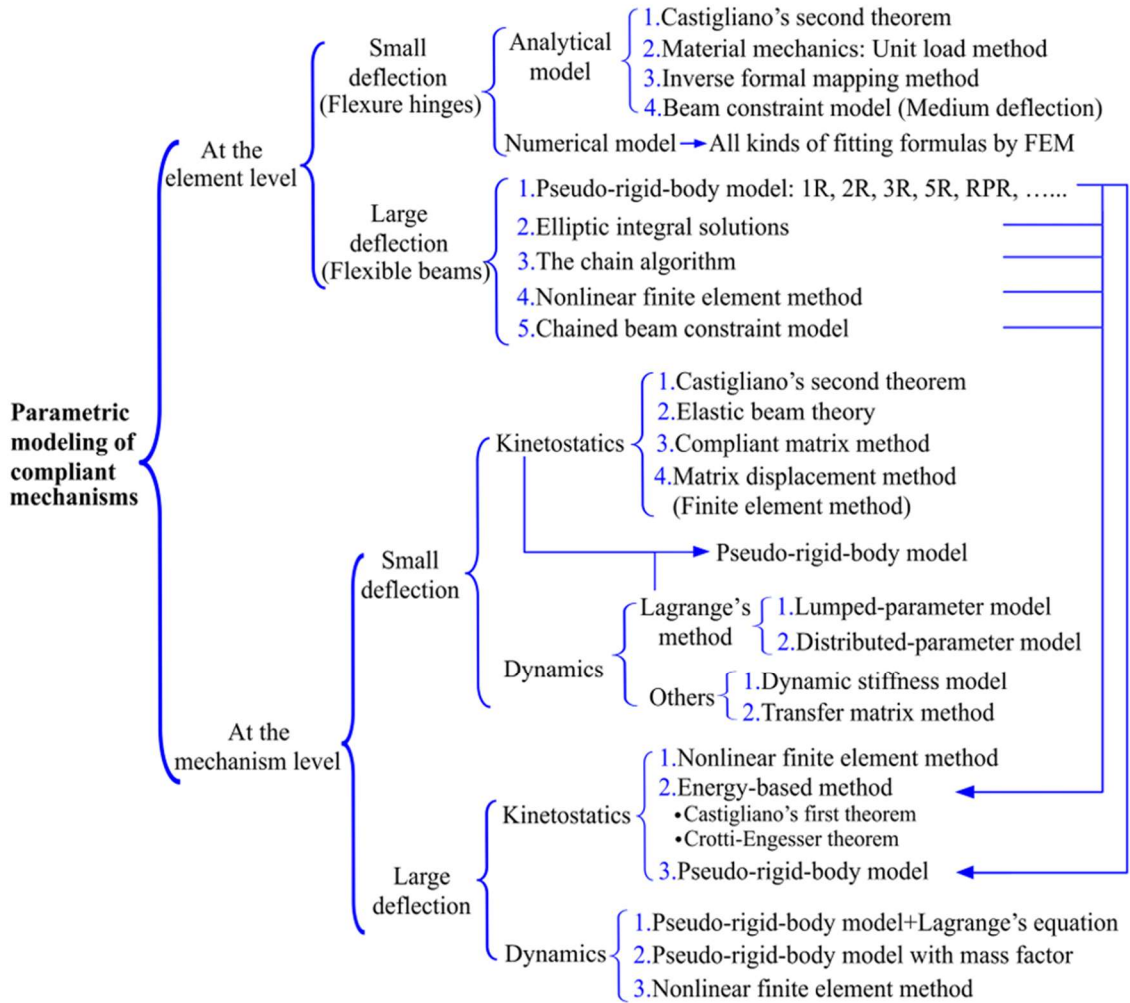
és a nagy deformációs elemzéssel kapcsolatos kihívásokkal, hogy tovább bővítse az engedékeny mechanizmusok alkalmazhatóságát a mérnöki tervezésben.

Összefoglalva, az engedékeny mechanizmusok története és tudományos fejlődése az empirikus tervezésektől egy jól megalapozott területig terjed, amely szigorú módszertanokra és változatos alkalmazásokra épül. Az új anyagok, tervezési technikák és alkalmazások folyamatos feltérképezése biztosítja, hogy az engedékeny mechanizmusok továbbra is fontos kutatási és innovációs területet képviselnek a gépészmérnöki tudományban.

2.2. Az engedékeny mechanizmus tervezési módszerek csoportosítása

Az engedékeny mechanizmusok, különösen a flexibilis csuklókkal működő rendszerek (Ling és mtsai., 2020) munkája alapján, az utóbbi évtizedekben jelentős fejlődésen mentek keresztül. Az engedékeny mechanizmusok rugalmas alakváltozás révén érnek el mozgást, ami olyan előnyöket nyújt, mint a csökkentett súrlódás, a holtjáték hiánya és a kopás minimalizálása a hagyományos merev test mechanizmusokhoz képest. Ez az összefoglaló a kinematikai és dinamikai modellezési módszerek terén elért főbb előre lépéseket emeli ki, amelyek hozzájárulnak a precízebb szabályozás eléréséhez olyan területeken, mint a MEMS, robotika és precíziós mérnöki alkalmazások.

Az 1980-as években Her és Midha munkássága (Her & Midha, 1987) az engedékeny mechanizmusokat önálló kutatási területként formálta meg. Az engedékeny mechanizmusok gyorsan elismerték, hogy képesek precíz mozgást biztosítani anélkül, hogy több csuklós mechanikai bonyolultságra lenne szükség. Ebben az időszakban vezették be azokat a módszereket, amelyek a mozgás és az erő viszonyát írják le a rugalmas elemekben, és amelyek alapvető szerepet játszottak a kis és nagy elhajlású rugalmas szerkezetek viselkedésének modellezésében. A pszeudo-merev-test modell (PRBM) széles körben elfogadottá vált, lehetővé téve, hogy a rugalmas szegmensek ekvivalens merev test modellekkel legyenek ábrázolhatók torziós rugókkal összekötve, így egyszerűsítve az elemzést és a tervezést.



1. ábra Az engedékeny mechanizmus kinetosztatikus és dinamikus modellezés megközelítéseinek csoportosításai.

Forrás: (Ling és mtsai., 2020)

A kinematikai és dinamikai modellezési módszerek tovább fejlődtek, ahogy a kutatók finomabb megközelítéseket fejlesztettek ki a különféle feltételek melletti rugalmas rendszerek elemzésére. A kis elhajlások kezelésére módosították a pszeudo-merev-test modellt, Castigliano második tételét, a megfelelési mátrix módszereket és az elasztikus rúdteóriát. A nagy elhajlású modellek, mint a rúdkorlátozási modell és a nemlineáris véges elem módszer, a jelentős deformációval rendelkező rugalmas rendszerek kihívásaira reagáltak. Ezek a módszerek lehetővé tették a tervezők számára, hogy pontosan kiszámítsák az erőket és az elhajlásokat még összetett soros-párhuzamos konfigurációkban is, ezzel bővítve az engedékeny mechanizmusok alkalmazhatóságát.

A dinamikai modellezés, amely elengedhetetlen a nagysebességű vagy magas frekvenciájú alkalmazásokhoz, prioritássá vált, ahogy az engedékeny mechanizmusokat egyre dinamikusabb rendszerekbe integrálták. A Lagrange-alapú modellezési módszerek központi

szerepet kaptak, lehetővé téve az engedékeny mechanizmusok dinamikai elemzését. Ez az előrelépés megteremtette az alapot a pontos szabályozás számára olyan alkalmazásokban, mint a vibrációcsillapítás és a precíziós pozicionálás. A PRBM-et kiterjesztették a tömegfaktorokkal, lehetővé téve olyan dinamikai válasz előrejelzését, amely megőrzi pontosságát még összetett, nagy sebességű működés esetén is.

A modellezési technikák fejlődése katalizálta az engedékeny mechanizmusok különböző területeken való alkalmazását. Az engedékeny mechanizmusok napjainkban széles körben jelen vannak a mikro- és nanomanipulációban, MEMS eszközökben, precíziós robotikában és orvosi eszközökben. Ahogy a kutatás folytatódik, az engedékeny mechanizmusok intelligens anyagokkal és additív gyártási technológiákkal való integrációja új lehetőségeket nyit adaptív és többfunkciós tervezések számára. A jövőbeni kihívások között szerepel a nemlinearitások kezelése, különösen a dinamikai kontextusban, valamint a nagy elhajlási elemzésekhez szükséges számítási hatékonyság növelése.

A következő fejezetben valamennyi fontosabb modellezési megközelítést fogok bemutatni, melyeket széles körökben alkalmaznak kutatásokhoz (Ling és mtsai., 2020) szerint.

2.3. Az engedékeny mechanizmus tervezésének megközelítései

Ebben a fejezetben (Ling és mtsai., 2020) alapján röviden bemutatom a legszélesebb körben alkalmazott tervezési eljárásokat és módszereket, ami engedékeny mechanizmusokat felépíti, avagy egyszerűbb megközelítésbe teszi más módszerekhez képest.

Pseudo-merev test modell (PRBM)

A pszeudo-merev test modell (PRBM) egyszerűsíti a rugalmas mechanizmusokat azáltal, hogy a rugalmas elemeket merev rudaknak tekinti, amelyeket forgócsuklók kötnek össze torziós rugókkal. Ez a közelítés lehetővé teszi a merev test mechanika alkalmazását a rugalmas mechanizmusok elemzésére, különösen a nagy alakváltozások elemzésére.

A PRBM különböző változatai, például az 1R, 2R és 3R modellek több paramétert adnak hozzá a pontosság növelése érdekében. Például az 1R modell egyetlen forgócsuklót és torziós rugót használ, míg a 3R modell szegmensekre osztja a rudat, így pontosabban ábrázolhatóak a nemlineáris viselkedések. Bár egyszerű és sokoldalú, a PRBM kevésbé hatékony dinamikai elemzések vagy összetett terhelési feltételek esetén.

Rúdrugalmas modell (BCM)

A rúdrugalmas modell a közepes és nagy alakváltozások problémáira összpontosít, figyelembe véve a terhelés-feszítés hatásait és a kontinuum rúdelméletet. A Taylor-sor kiterjesztésével ez a módszer köztes tartományú modellt hoz létre, amely akár a rúdhossz 10%-áig terjedő alakváltozásokat is figyelembe vesz.

A BCM különösen értékes a rugalmasság és a hibamozgások elemzésében. A legújabb fejlesztések közé tartozik a láncolt rúdrugalmas modell, amely kisebb szegmensekre osztja a gerendákat, hogy javítsa a nagy alakváltozások modellezését. Azonban az összetett mechanizmusokra való alkalmazása továbbra is kihívást jelent.

Castigliano II. tétele

Ez a módszer a rugalmas mechanizmusokban lévő elmozdulások kiszámítására szolgál a feszültségi energiák megoldásával. Különösen hatékony a rugóvezetett mechanizmusok esetében. Az eljárás integrálja a húzó, nyíró és hajlítási energiákat, így pontos erő-elmozdulás kapcsolatokat biztosít.

Bár az eljárás jól működik egyszerű konfigurációk, például XYZ rugalmas manipulátorok esetén, a soros-párhuzamos konfigurációk esetében nehézkessé válik a belső erőelemzés bonyolultsága miatt. Ennek ellenére a módszer népszerű választás a híd típusú erősítők és többlépcsős rugós kialakítások modellezésére.

Rugalmas rúdelmélet

A rugalmas rúdelmélet egy másik energia-alapú megközelítést kínál a kis alakváltozású rugalmas mechanizmusok számára. A hajlítónyomatéki egyenletek és az energiamegmaradás elvei kombinálásával számolja ki az alakváltozásokat. A módszer széles körben alkalmazható híd típusú rugalmas erősítők esetében.

Fő előnye, hogy elegáns analitikus képleteket vezet le, amelyek feltárják a rugalmas mechanizmusok deformációs jellemzőit. Azonban a módszer gyakran egyszerűsítő feltételezéseket igényel, például az input portokat merevként kezeli, ami csökkentheti a pontosságot az összetettebb konfigurációkban.

Engedékenységi mátrix módszer

A rugalmassági mátrix módszer az egyes rugalmas elemek rugalmassági tulajdonságait egy referenciakoordináta-rendszerbe transzformálja. Ez a technika lehetővé teszi a soros, párhuzamos és hibrid rugalmas mechanizmusok hatékony modellezését.

E módszer egyik jelentős előnye, hogy elkerüli a belső erők elemzését, ami különösen hasznos az összetett konfigurációk esetében. Azonban a modellezés bonyolulttá válik, ha több hajtási erő van jelen, különösen, ha az elmozdulások nem esnek egybe a hajtási erők pontjaival.

Végelem-módszer (VEM)

A végelem-módszer a rugalmas mechanizmusokat kisebb elemekre bontja, hogy megoldja a deformációs és feszültségi problémákat. Kis alakváltozású mechanizmusok esetén az FEM nagy pontosságot és rugalmasságot kínál, így nélkülözhetetlen eszköz a kinematikai és dinamikai modellezéshez.

Nagy alakváltozások esetén azonban az FEM nemlineáris formulációkat igényel, ami számításigényes lehet. Bár sokoldalú, az FEM nem nyújt olyan intuitív betekintést, mint a paraméteres módszerek, például a PRBM vagy a BCM.

Lánçalgoritmus

A lánçalgoritmus hasonló az FEM-hez, de kiküszöböli a globális merevségi mátrix összeállításának szükségességét. Ehelyett a struktúrát egymás után modellezi, ami hatékonyabbá teszi az egyes gerendák nagy alakváltozásainak elemzését. Bár pontos, a hatékonyságát korlátozza, hogy iteratív beállításokat és peremfeltétel-követelményeket igényel.

Elliptikus integrál megoldások

Az elliptikus integrál megoldások nagy pontosságú analitikai eredményeket nyújtanak nagy alakváltozásokra azáltal, hogy a hajlítási egyenleteket trigonometrikus integrálokként fejezik ki. Ez a módszer széles körben alkalmazott a PRBM paramétereinek optimalizálására és egygerendás konfigurációk elemzésére.

Alkalmazása többgerendás rendszerekre vagy összetett mechanizmusokra korlátozott, de precizitása bizonyos helyzetekben kiemelkedően hasznos.

Energia-minimalizálási alapú megoldások

Az energia-minimalizálási megközelítések az alakváltozási problémákat a potenciális energia minimalizálásával oldják meg. Ezek a módszerek megkerülik a közvetlen mechanikai egyenleteket, így hasznosak a nagy alakváltozású problémák esetében.

Bár hatékonyak statikus elemzésekhez, az energia-minimalizálási technikák dinamikai modellezésre való kiterjesztése továbbra is kihívást jelent, ami korlátozza széleskörű alkalmazhatóságukat.

Lagrange-alapú dinamikai modellek

A rugalmas mechanizmusok dinamikai modellezése hagyományosan a Lagrange-módszeren alapul. Ez a megközelítés a kinetikai és potenciális energiák alapján számítja ki a dinamikai egyenleteket. A variációk között szerepelnek az összegzett paraméteres modellek, az elosztott paraméteres modellek és a PRBM-alapú dinamikák.

Bár a Lagrange-alapú modellek strukturált megközelítést kínálnak, gyakran egyszerűsítő feltételezéseket igényelnek, amelyek korlátozzák a pontosságot több szabadságfokú vagy nagy frekvenciájú rendszerek esetén.

Dinamikai merevség modellezése

A legújabb fejlesztések bemutatták a dinamikai merevség modelleket, amelyek tömegtényezőket integrálnak a rugalmassági egyenletekbe. Ezek a modellek javítják a dinamikai elemzést, különösen a nagy alakváltozásokkal vagy változó keresztmetszetekkel rendelkező mechanizmusok esetén. Bár ígéretesek, még a fejlesztés korai szakaszában vannak, és kihívást jelent az általánosításuk és alkalmazásuk összetett mechanizmusokra.

3. ANYAGOK ÉS MÓDSZEREK

3.1. Jelölések és jelrendszerek

U – a deformált test rugalmas alakváltozási energiája [J]

f_i – adott tengely mentén ható erő [N]

m_i – adott tengelyen fellépő nyomaték [Nm]

u_i – adott tengely irányú elmozdulás [m]

Θ_i – adott tengely körüli szögelfordulás [rad]

E – Young-modulusz [Pa]

G – nyírási modulusz [Pa]

N – axiális erő [N]

S – nyíróerő [N]

A – keresztmetszeti terület [m²]

d – átmérő [m]

M – nyomaték [Nm]

I – tehetetlenségi nyomaték [m⁴]

α_s – nyírási korrekciós faktor [-]

μ – Poisson tényező [-]

C – engedékenységi tényezők [1/Nm]

3.2. Engedékenységi mátrix módszer

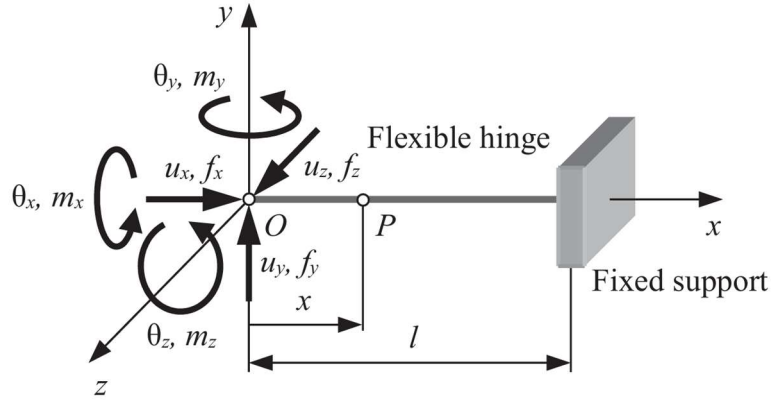
3.2.1. Engedékenységi tényező értelmezése

Ennek a módszernek az alap gondolata az, hogy az egyes rugalmas elemek engedékenységi mátrixát az adott helyi koordináta-rendszerből egy kijelölt referenciakoordináta-rendszerbe helyezzük át. Az engedékeny mechanizmusok kinetostatikája a soros láncban az engedékenységi mátrixok összege, míg a párhuzamos szerkezetekben a merevségi tényezők összege alapján modellezhető (Ling és mtsai., 2020).

(Lobontiu, 2020) és (M. Csizmadia Béla & Nándori Ernő, 2002) alapján Castigliano II. tétele felírható a következő parciális differenciálegyenlettel, azaz „valamely statikailag határozott szerkezet tetszőleges pontjának i irányú eltolódása egyenlő az alakváltozási energiának az adott pontban i irányban ható erő parciális deriváltjával.” (M. Csizmadia Béla & Nándori Ernő, 2002). Ugyanez levezethető a pont j környezetének tengelykörüli szögelfordulásával:

$$u_i = \frac{\partial U}{\partial F} \qquad \theta_i = \frac{\partial U}{\partial M} \qquad (1)$$

Értelmezzük a kapott összefüggéseket (1) a következő, egyik végén befogott rúd esetében:



2. ábra Befogott rúd igénybevételei
forrás: (Lobontiu, 2020)

Ezzel a jelölésrendszerrel felírhatjuk minden tengelyre ki tudjuk fejezni az elmozdulásokat és elfordulásokat:

$$u_x = \frac{\partial U}{\partial F_x}, \quad u_y = \frac{\partial U}{\partial F_y}, \quad u_z = \frac{\partial U}{\partial F_z}; \quad \theta_x = \frac{\partial U}{\partial M_x}, \quad \theta_y = \frac{\partial U}{\partial M_y}, \quad \theta_z = \frac{\partial U}{\partial M_z} \quad (2)$$

A (2) pontban ismertetett összefüggésekből ki lehet fejezni az alakváltozási energiát:

$$U = U_a + U_{cs} + U_{h,z} + U_{h,y} \quad (3)$$

$$U = \frac{1}{2E} \int_0^l \frac{N(x)^2}{A(x)} dx + \frac{1}{2G} \int_0^l \frac{M_{cs}(x)^2}{I_{cs}(x)} dx + \frac{1}{2E} \int_0^l \frac{M_{h,z}(x)^2}{I_z(x)} dx + \frac{1}{2E} \int_0^l \frac{M_{h,y}(x)^2}{I_y(x)} dx \quad (4)$$

A nyomatékok indexeiben az „a” – axiális, „cs” – csavaró, „h” – hajlító igénybevételeket jelentik.

További összefüggések az igénybevételekre:

$$N(x) = f_x; \quad M_t(x) = m_x; \quad M_{b,z}(x) = -f_y \cdot x + m_z; \quad M_{b,y}(x) = f_z \cdot x + m_y. \quad (5)$$

Ezen levezetésekéből és összefüggésekből (2-5) meghatározható a tengelyeken történő elmozdulások és elfordulások analitikus levezetése és kifejezése:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_x = \frac{1}{E} \int_0^l \frac{N(x)}{A(x)} \cdot \frac{\partial N(x)}{\partial f_x} dx = C_{u_x-f_x} \cdot f_x \\ u_y = \frac{1}{E} \int_0^l \frac{M_{b,z}(x)}{I_z(x)} \cdot \frac{\partial M_{b,z}(x)}{\partial f_y} dx = C_{u_y-f_y} \cdot f_y + C_{u_y-m_z} \cdot m_z \\ u_z = \frac{1}{E} \int_0^l \frac{M_{b,y}(x)}{I_y(x)} \cdot \frac{\partial M_{b,y}(x)}{\partial f_z} dx = C_{u_z-f_z} \cdot f_z + C_{u_z-m_y} \cdot m_y \\ \theta_x = \frac{1}{G} \int_0^l \frac{M_t(x)}{I_t(x)} \cdot \frac{\partial M_t(x)}{\partial m_x} dx = C_{\theta_x-m_x} \cdot m_x \\ \theta_y = \frac{1}{E} \int_0^l \frac{M_{b,y}(x)}{I_y(x)} \cdot \frac{\partial M_{b,y}(x)}{\partial m_y} dx = C_{\theta_y-f_z} \cdot f_z + C_{\theta_y-m_y} \cdot m_y \\ \theta_z = \frac{1}{E} \int_0^l \frac{M_{b,z}(x)}{I_z(x)} \cdot \frac{\partial M_{b,z}(x)}{\partial m_z} dx = C_{\theta_z-f_y} \cdot f_y + C_{\theta_z-m_z} \cdot m_z \end{array} \right. \quad (6)$$

A „C” – vel jelölt szimbólumok az *engedékenységi tényezők* (Lobontiu, 2020), melyekkel külön választjuk az anyagi és geometriai tulajdonságokat az igénybevételektől. Az engedékenységi tényezők alsó indexében az első tényező jelöli, hogy melyik tengely elmozdulásához vagy elfordulásához tartoznak, a második pedig, hogy az adott engedékenységi tényező melyik igénybevétellel van besorozva, vagyis melyik igénybevétel tartozik az adott tényezőhöz.

Az engedékenységi tényezőkkel való elválasztást követően, az így eredményezett összefüggéseket bármilyen keresztmetszetre, illetve profilra le lehet vezetni:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{u_x-f_x} = \frac{1}{E} \int_0^l \frac{dx}{A(x)}; \quad C_{u_y-f_y} = \frac{1}{E} \int_0^l \frac{x^2 dx}{I_z(x)} \\ C_{u_y-m_z} = C_{\theta_z-f_y} = -\frac{1}{E} \int_0^l \frac{x dx}{I_z(x)}; \quad C_{u_z-f_z} = \frac{1}{E} \int_0^l \frac{x^2 dx}{I_y(x)} \\ C_{u_z-m_y} = C_{\theta_y-f_z} = \frac{1}{E} \int_0^l \frac{x dx}{I_y(x)}; \quad C_{\theta_x-m_x} = \frac{1}{G} \int_0^l \frac{dx}{I_t(x)} \\ C_{\theta_y-m_y} = \frac{1}{E} \int_0^l \frac{dx}{I_y(x)}; \quad C_{\theta_z-m_z} = \frac{1}{E} \int_0^l \frac{dx}{I_z(x)} \end{array} \right. \quad (7)$$

3.2.2. Fő-síkbeli és síkon kívüli engedékenységi mátrixok

Az engedékenységi mátrix módszer lényege az In-Plane (fő-sík) és Out-Plane (síkon kívüli) mátrixok meghatározása, melyekre méretezünk és hiba elhárítunk vagy hibát előzünk

meg. A fő-sík az a sík, melyre méretezünk, a síkon kívüli paraméterekre pedig megállapítjuk a nem várt, nem rendeltetésszerű használatból eredő igénybevételeket.

Az In-Plane vagy fő-sík vektorai:

$$[f_{ip}] = [f_x \quad f_y \quad m_z]^T; \quad [u_{ip}] = [u_x \quad u_y \quad \theta_z]^T \quad (8)$$

Az In-Plane engedékenységi mátrixa:

$$[u_{ip}] = [C_{ip}][f_{ip}]; \quad [C_{ip}] = \begin{bmatrix} C_{u_x-f_x} & 0 & 0 \\ 0 & C_{u_y-f_y} & C_{u_y-m_z} \\ 0 & C_{u_y-m_z} & C_{\theta_z-m_z} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Az Out-Plane vagy síkon kívüli vektorok pedig:

$$[f_{op}] = [m_x \quad m_y \quad f_z]^T; \quad [u_{op}] = [\theta_x \quad \theta_y \quad u_z]^T \quad (10)$$

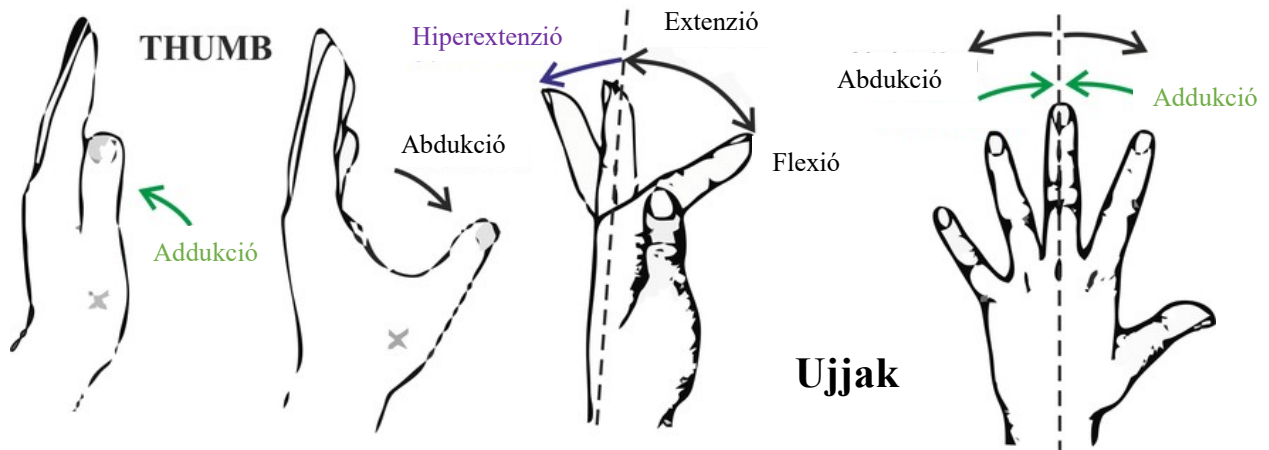
Az Out-Plane engedékenységi mátrixa:

$$[u_{op}] = [C_{op}][f_{op}]; \quad [C_{op}] = \begin{bmatrix} C_{\theta_x-m_x} & 0 & 0 \\ 0 & C_{\theta_y-m_y} & C_{\theta_y-f_z} \\ 0 & C_{\theta_y-f_z} & C_{u_z-f_z} \end{bmatrix} \quad (11)$$

3.3. Alapmodellek felállítása

3.3.1. Emberi ujj mozgástartománya és fő-síkja

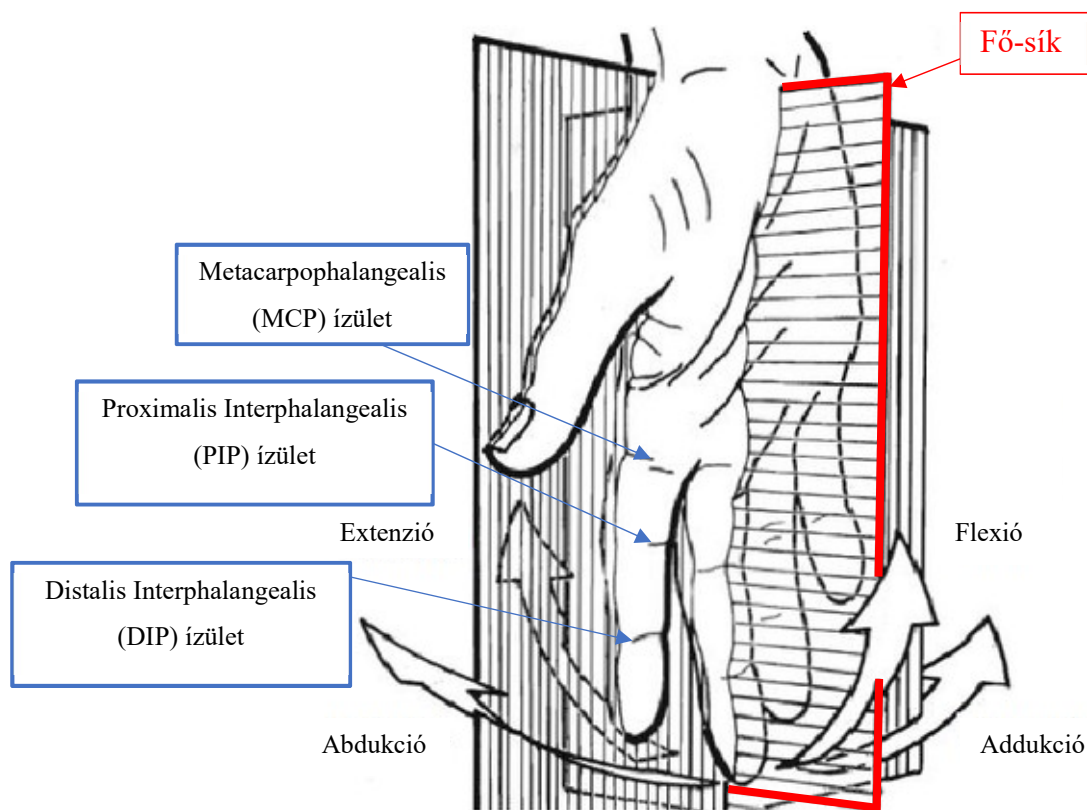
Bármilyen biomechanikus alapokon nyugvó mozgás leírásakor szükségünk van az adott mechanizmus vagy rendszer mozgástartományára. Ennek megállapítására a 3. ábra



3. ábra emberi ujj mozgástartománya
forrás: (Soska, 2015)

alapján megállapítható, hogy milyen fő mozgásokat végez az ujj. Egy emberi ujj, annak fő mozgásán kívül képes más igénybevételeket kompenzálni egy bizonyos mértékig, azaz fájdalom, vagy komolyabb sérülés mentesen. Ilyen pl. az ujj oldal irányú elmozdulása vagy az ujj elcsavarása saját tengelye körül. Míg az oldalirányú elmozdulásokat képes egy ujj ujjpercekre lebontva megfigyelni anélkül, hogy különösebben fájdalmat éreznénk (ujjperc oldalirányú játéka), addig a csavarás felvételére főként a bűtyköknél, az ujj a tenyér csatlakozásánál lévő ujjperc képes ezt felvenni.

Ezek alapján meg tudjuk határozni a fő-síkbeli, illetve a síkon kívüli mozgásokat (elmozdulások, elfordulások), majd ezeket csoportosítottam. A fő-síkon a munkasíkot értjük, azaz azt a síkot, melyen az ujj a fő-, rendeltetésszerű mozgásokat végzi (pl.: ujjak behajlítása, kifeszítése... stb.), ez egy tenyérre merőleges, az adott ujjak fő-tengelyével párhuzamos sík. Síkon kívüli mozgásokon azokat a térbeli elmozdulásokat vagy elforgatásokat értek meg, melyek kívül esnek a fő-síkból. Ezek jellemzően olyan mozgások, melyek ártanak az ujjnak, mint segítenének a fő-síkbeli mozgások elvégzéséhez. Rendkívül instabillá tudják tenni az ujjat, ezzel együtt a mozgás rendszert, és emiatt olyan kellemetlen biológiai/anatómiai balesetek történnek, mint pl.: ízületi fájdalmak, ujjtörések,... stb.



4. ábra Emberi ujj fő-síkja és ízületei
forrás: (van der Hulst és mtsai., 2012)

Az ujjaknak a mozgástartománya számokkal kifejezve a következő megállapításokat tették (Kapandji és mtsai., 2019):

- Metacarpophalangealis (MCP) ízület:
 - Hajlítás: Átlagosan 0° -tól 90° -ig
 - Nyújtás: Bizonyos esetekben akár 45° -os hyperextenzió is előfordulhat
 - Abdukció/Addukció: Kb. 0° -tól 20° -ig mindkét irányba
- Proximalis Interphalangealis (PIP) ízület:
 - Hajlítás: Jellemzően 0° -tól 100° -ig
 - Nyújtás: Általában nincs jelentős hyperextenziója, így alaphelyzetben 0° -on marad
- Distalis Interphalangealis (DIP) ízület:
 - Hajlítás: 0° -tól 80° -ig
 - Nyújtás: Bizonyos esetekben akár 5° -os hyperextenzió is előfordulhat
- Hüvelykujj mozgásai (Oppozíció):
 - Metacarpophalangealis ízület hajlítása: 0° -tól 60° -ig.

- Interphalangealis ízület hajlítása: 0° -tól 80° -ig
- Oppozíció: Az oppozíció a hajlítás, abdukció és rotáció kombinációja—nincs meghatározott egyetlen fokszám, de Kapandji skálán értékeli 0-tól (nincs oppozíció) 10-ig (teljes hüvelykujj-kisujj érintés).

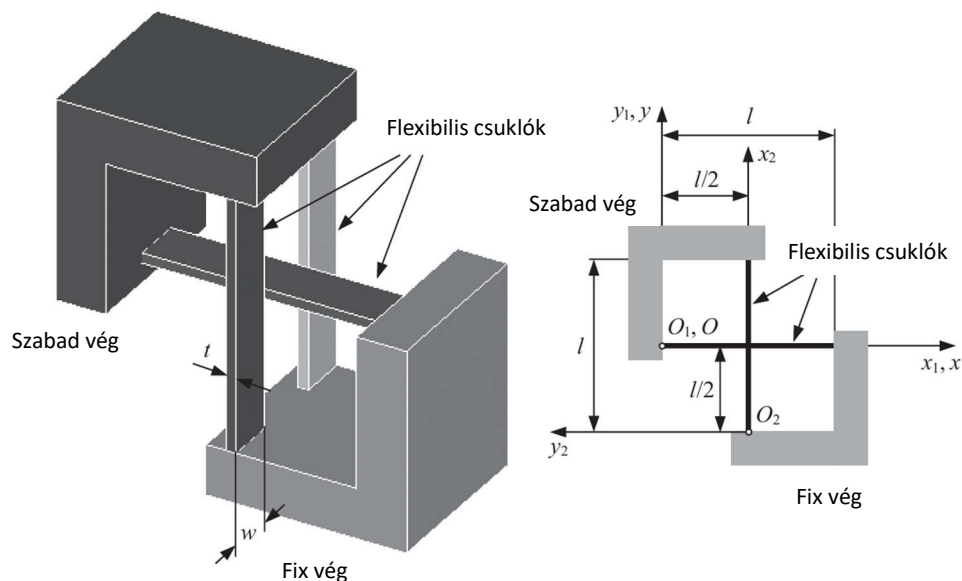
Ezen adatokat, majd a modellalkotás során a megengedhető legnagyobb és legkisebb kihajlásokkor figyelembe kell venni.

3.3.2. Ízületek flexibilis csukló modelljei

Az előző alfejezetben az összes ujj ízület megengedhető mozgástartományát megvizsgáltuk, ennek alapján felépíthetjük egy emberi ujj ízületeinek modellét.

DIP és PIP ízületek modellje

Ezek az ízületek alap esetben nem tudnak oldal irányban elmozdulni, így a következő modell alkalmazható (Lobontiu, 2020) alapján:



5. ábra Cross-Leaf csuklós modell
forrás: (Lobontiu, 2020)

Ez a modell tökéletes a fő-síkban a 80° -os mozgástartomány kivitelezésére és megtartására. Akárcsak a ízület, a modell alapesetben nem képes oldalirányú szögkompenzációra.

A modell a következő engedékenységi mátrixokat tartalmazza:

1. Az egész csukló engedékenységi mátrixát:

$$[C_{O,ip}] = \left([C_{O,ip}^{(1)}]^{-1} + 2[C_{O,ip}^{(2)}]^{-1} \right)^{-1}, \quad (12)$$

2. A szegmensek engedékenységi mátrixát:

$$[C_{O,ip}^1] = [C_{Oker,ip}^{(f)}]; \quad [C_{O,ip}^2] = [C_{O,ip}^{(v)}] = [T_{ip}^{(v)}]^T [R^{(v)}]^T [C_{Oker,ip}^{(v)}] [R^{(v)}] [T_{ip}^{(v)}] \quad (13)$$

melyben az „ f ” – függőleges, míg az „ v ” – vízszintes szegmenseket jelöli. Esetünkben a $[C_{Oker,ip}^{(v)}]$ és $[C_{Oker,ip}^{(f)}]$ engedékenységi tényező azt szimbolizálja, hogy az adott szegmens keresztmetszetének engedékenységi mátrixát kell vennünk.

3. A translációs és rotációs mátrixokat:

$$[R^{(v)}] = \begin{bmatrix} \cos(\pi/2) & \sin(\pi/2) & 0 \\ -\sin(\pi/2) & \cos(\pi/2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$[T_{ip}^{(v)}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta y & -\Delta x & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -l/2 & -l/2 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

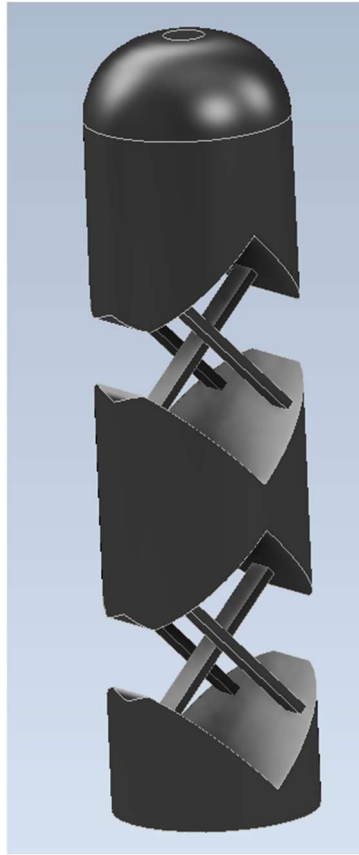
Az így keletkezett új összefüggésekből (12-15) a flexibilis csuklónk fő-síkbeli engedékenységi mátrixa:

$$[C_{O,ip}] = \begin{bmatrix} C_{u_x-f_x} & 0 & 0 \\ 0 & C_{u_y-f_y} & C_{u_y-m_z} \\ 0 & C_{u_y-m_z} & C_{\theta_z-m_z} \end{bmatrix} \quad (16)$$

ahol

$$\begin{cases} C_{u_x-f_x} = \frac{l^3}{Ewt(l^2+2t^2)}; \\ C_{u_y-f_y} = \frac{2l^3(l^2+t^2)}{Ew^3(2l^2+2t^2)}; \\ C_{u_y-m_z} = -\frac{2l^2}{Ew^3}; \quad C_{\theta_z-m_z} = -\frac{4l}{Ewt^3} \end{cases} \quad (17)$$

Az így levezetett modell ekképpen modellezhető 3D szoftver segítségével a 6 ábrán van szemlélítve:



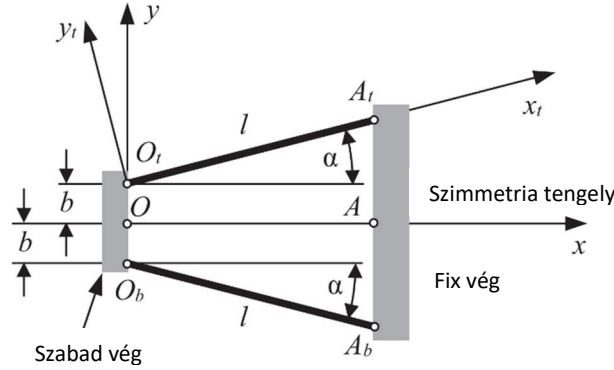
*6. ábra DIP és PIP ízületek 3D modellje
forrás: saját ábra, Autodesk Inventor*

A levezetést az 2. mellékletben található

MCP ízület modellje

Eme ízület modellje a legkomplexebb a 3 ízület közül, ugyanis amellett, hogy az egész ujj tartását ez az ízület adja az oldalirányú kompenzációt és a csavarásból származó szögkompenzációt is el kell tudni viselnie.

Ennek érdekében egy meglehetősen más megközelítést kell alkalmaznunk. A főmozgást egy egymással szembeállított párhuzamos csukló pár alkotja, amely megfelelő dőlési szöveget biztosít. Ez a csukló pár egymással szemben, egyenként a szabadvégükönél vannak



7. ábra Szembe állított csukló pár egyik tagja
forrás: (Lobontiu, 2020)

összeillesztve. Mivel a modellben összesen 4 szegmens található, a párokban egyesével 2 szegmens a 7. ábrán látható módon párhuzamosan összekötve, majd a párokat összekötve egy soros kapcsolással.

Az 7. ábrán látható csuklórészt a következő féleképpen lehet lemodellezni:

Az engedékenységi mátrix a csukló pár egyik tagjára lebontva:

$$[C_{o,ip}^{tag}] = \left([C_{o,ip}^{(f)}]^{-1} + [C_{o,ip}^{(a)}]^{-1} \right)^{-1} \quad (18)$$

ahol az indexek ebben az esetben „f” – felső, „a” – alsó-t, a fő-sík engedékenységi mátrixánál felső indexében a „tag” – csukló pár egyik tagját jelentik.

Az engedékenységi mátrixa a felső szegmensre és annak rotációs és transzlációs mátrixa:

$$[C_{o,ip}^{(f)}] = [T_{ip}^{(f)}]^T [R^{(f)}]^T [C_{o_{ker},ip}^{(f)}] [R^{(f)}] [T_{ip}^{(f)}] \quad (19)$$

$$[T_{ip}^{(f)}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta y & -\Delta x & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ b & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$[R^{(f)}] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Az engedékenységi mátrixa az alsó szegmensre és annak rotációs és transzlációs mátrixa:

$$[C_{O,ip}^{(a)}] = [T_{ip}^{(a)}]^T [R^{(a)}]^T [C_{O_{ker},ip}^{(a)}] [R^{(a)}] [T_{ip}^{(a)}] \quad (22)$$

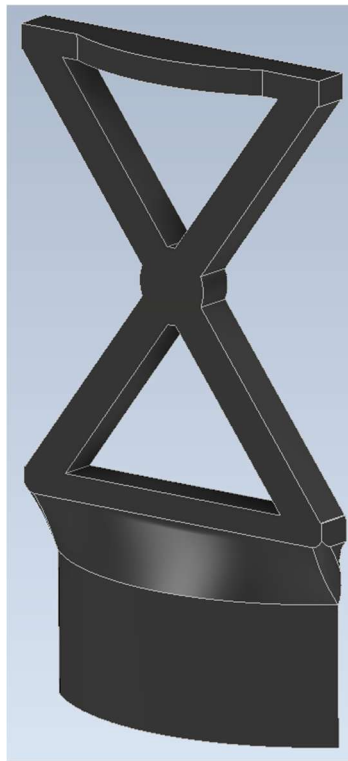
$$[R^{(a)}] = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha) & \sin(-\alpha) & 0 \\ -\sin(-\alpha) & \cos(-\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$[T_{ip}^{(a)}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta y & -\Delta x & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -b & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Az itt bemutatott modell fő-síkbeli engedékenységi mátrixa olyannyira nagy, hogy ezt az 1. mellékletben vezetem le.

A szembe állítást követően a sorba kapcsolás következik. A flexibilis csuklók nem kapcsolódnak közvetlen egymáshoz, hanem köztük van egy szilárdtest sziget, azért hogy a megfelelő stabilitást biztosítsa a szegmenseknek, ugyanis ha a csuklók, ill. azok szegmensei túl hosszúak, az instabillá teheti a rendszert:

- kevésbé kontrollálható mozgást;
- terhelés alatt nem várt kihajlások;
- saját súlya által való behajlást (bármely koordináta irányába történő felállítás/elfektetés során)



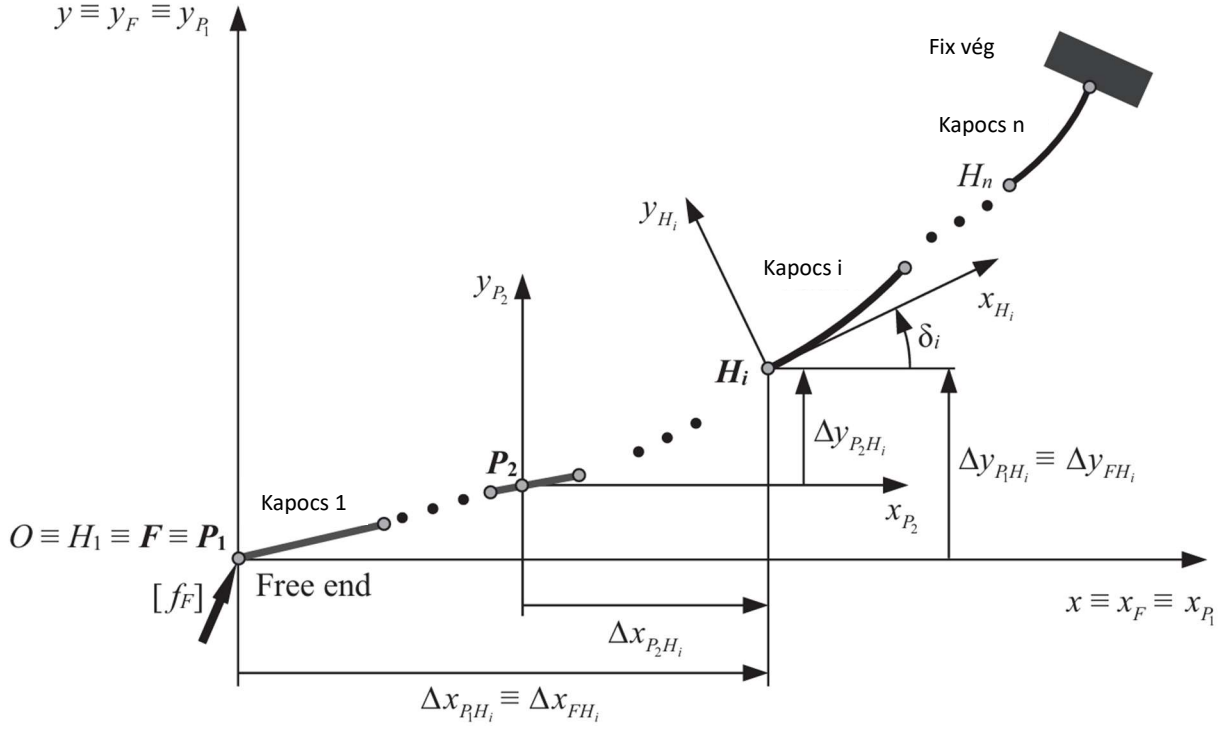
8. ábra MCP ízület modellje 3D modellje
forrás: saját ábra, Autodesk Inventor

Az itt bemutatott modell fő-síkbeli engedékenységi mátrixa olyannyira nagy, hogy ezt az 2. mellékletben vezetem le.

3.3.3. Makro-modell felállítása

Az ízületek modelljeinek felállítása már önmagában adhat egy jó becslést, hogy miképpen fog viselkedni terhelés alatt az ujj, viszont a méretezés és tervezés mérettartománya meglehetősen kicsi, így előfordulhat, a becslésből adódó kumulált hibák olyan nagyságrendi tervezési hibát fognak okozni, melyek nem kívánt és nehezen kezelhető, korrigálható számítási és kivitelezési hibákat eredményeznek. Továbbá, a makro-modell képes számolni a terhelés megoszlással a csuklók között.

Az ujj egy egyenes tengely mentén sorba kapcsolt, szabad végén terhelt *lánc*. Eme modell mozgás vektorai a következő képpen állíthatók elő:



9. ábra Soros csuklókból álló lánc, szabad végén terhelve
forrás: (Lobontiu, 2020)

$$[u_{P1,ip}] = (\sum_{i=1}^n [C_{FH_i,ip}]) [f_{F,ip}] \quad (25)$$

A (25) egyenletben a „ H ” jelölés az az adott szegmensnek a tetszőlegesen megválasztott koordináta-rendszer „ P ” pontbeli Origójához legközelebb eső végét jelenti. Az $C_{FH_i,ip}$ jelölés a láncban szereplő szegmensek fő-síkbeli engedékenységi mátrixának és azok translációs és rotációs mátrixainak összege. A translációs és rotációs mátrixok levezetését lásd (19-21) egyenleteknél. A teljes ujj behelyettesített makro modellje a 3. mellékletben található.

3.4. Fizikai tulajdonságok paraméterezése

Ebben a fejezetben meghatározom, hogy adott/tetszőleges kezdeti, avagy elvárt geometriai tulajdonságok által miképpen határozható meg az ujj anyaga. A következő paraméterek adottak:

DIP és PIP ízület modellek szegmenseinek adatai:

- téglalap keresztmetszet
- $w_{dip} = 0,0025\text{m}$
- $t_{dip} = 0,002\text{m}$

- $l_{dip} = 0,017324m$

MCP ízület modellek szegmenseinek adatai:

- téglalap keresztmetszet
- $w_{mcp} = 0,0025m$
- $t_{mcp} = 0,002m$
- $l_{mcp} = 0,0085m$

3.4.1. Anyagi változók definiálása

A modellben a geometriai és mozgás paraméterei adottak, azonban az anyagtulajdonságok változók lesznek. Ez a fajta tervezési eljárás számítás tekintetében egy biztonságosabb tervezést, könnyebb számítás levezetést, és jobb kalkulációs hidat (anyag és geometria között) eredményez.

A továbbiakban meg kell állapítani:

- a Young-modulus lehetséges/javasolt értékét (E)
- igénybevételek paramétereit
- megengedhető maximális síkon kívüli terhelések
- megengedhető feszültséget

3.4.2. Mozgástartomány paraméterezése

A makro modellt felhasználva meg tudjuk határozni a Young modulust. Legyen az ujjbegy végének lehajlása $\theta_z = 160^\circ$. Továbbá, terheljük az ujjbegy végét a fő-sík y koordináta mentén $f_y = 10N$ -nal. Ez azt jelenti, hogy egy olyan anyag kiválasztása lenne a cél, amely képes az ujj 10N-os terhelés által 160° -ban elhajlani az y koordináta mentén. Az így fellépő m_z nyomaték:

$$m_z = f_y \cdot l_{ujj} = 10N \cdot 0,098 = 0,98Nm \quad (26)$$

A 3.4. fejezetben meghatározott paraméterekkel és a makro-modell felhasználásával az alábbi egyenletrendszert kapjuk:

$$C_{\theta_z-m,ip} \cdot m_z + C_{u_y-m,ip} \cdot u_y = \theta_z \quad (27)$$

$$C_{makro,ip} = \sum_{i=1}^n ((Tr_{szegmens,i})^T * C_{szegmens,i} * Tr_{szegmens,i}) \quad (28)$$

$$Tr_{szegmens,i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta y_{FH_i} & \Delta x_{FH_i} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \delta_i & \sin \delta_i & 0 \\ -\sin \delta_i & \cos \delta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

A behelyettesítést a 3. mellékletben le van vezetve. A behelyettesítést követően a Young modulus $E \approx 40,11 \text{ MPa}$.

A síkon kívüli, egész pontosan a θ_y szögelfordulás függvényében kiszámolható hogy mekkora terhelés kell ugyanekkora $\theta_z = 160^\circ$ - os elhajlási szöget kapjunk. Azonban a tervezést illetően, hogy síkon kívüli, vagyis: csavaró és oldalirányú igénybevételeket, ezért lesz csak a DIP és PIP ízületeket méreteznem. A síkon kívüli levezetés részletes és behelyettesített értékekkel való számítása a 4. mellékletben található. Az elméleti levezetés abban változik, hogy a mozgás vektorok és engedékenységi tényezők a (10-11) – es egyenletekben lesznek a változók. A translációs mátrix a következőképpen változik:

$$[T_{op}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta y & -\Delta x & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta y \\ 0 & 1 & \Delta x \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l/2 \\ 0 & 1 & -l/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

A következő engedékenységi mátrixot kapjuk:

$$[C_{op}] = \begin{bmatrix} C_{\theta_x-m_x} & 0 & 0 \\ 0 & C_{\theta_y-m_y} & C_{\theta_y-f_z} \\ 0 & C_{\theta_y-f_z} & C_{u_z-f_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7l}{2Et w^3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{84l}{83Et w^3} & -\frac{14l^2}{83Et w^3} \\ 0 & -\frac{14l^2}{83Et w^3} & \frac{30l^3}{83Et w^3} \end{bmatrix} \quad (31)$$

A következő egyenletrendezés után

$$\theta_z = \theta_y = C_{\theta_y-f_z} \cdot f_z + C_{\theta_y-m_y} \cdot f_z \cdot l_{DIP} \gg f_z = \frac{\theta_y}{C_{\theta_y-f_z} + C_{\theta_y-m_y} \cdot l_{DIP}} \quad (32)$$

kapjuk meg az eredményt, hogy a síkon kívüli $\theta_y = 160^\circ$ - os elhajlításhoz $f_z = 30,12 \text{ N}$ szükséges

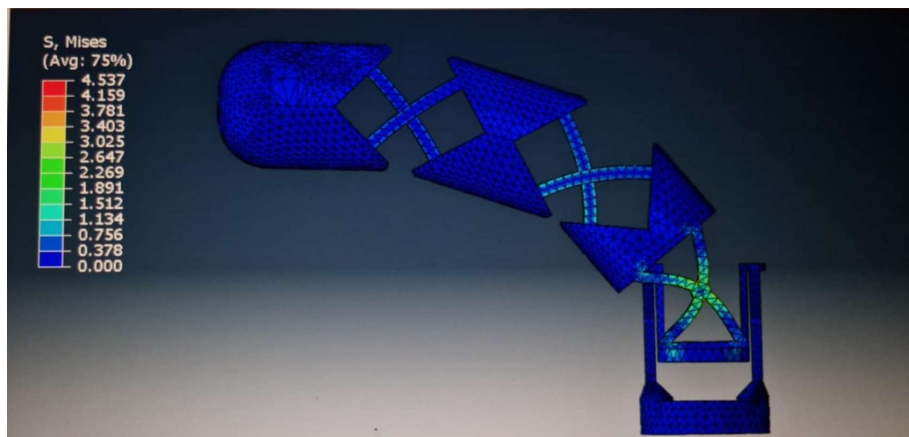
4. EREDMÉNYEK

A tervezett engedékeny mechanizmussal felépített flexibilis csuklókból felépített ujjat y tengely menti $f_y = 10\text{N}$ egy pontban koncentrált erővel terheljük z tengely mentén $\theta_z = 160^\circ$ - os tervezett elhajlásra megkaptuk a Young modulus-t, $E \approx 40,11\text{ MPa}$.

Ez annyit jelent, hogy az anyagunknak meglehetősen nagy rugalmassággal kell rendelkezzen. Ez az érték viszonylag magasabb, mint a legtöbb 3D nyomtatott műanyagok és műanyagkompozitok.

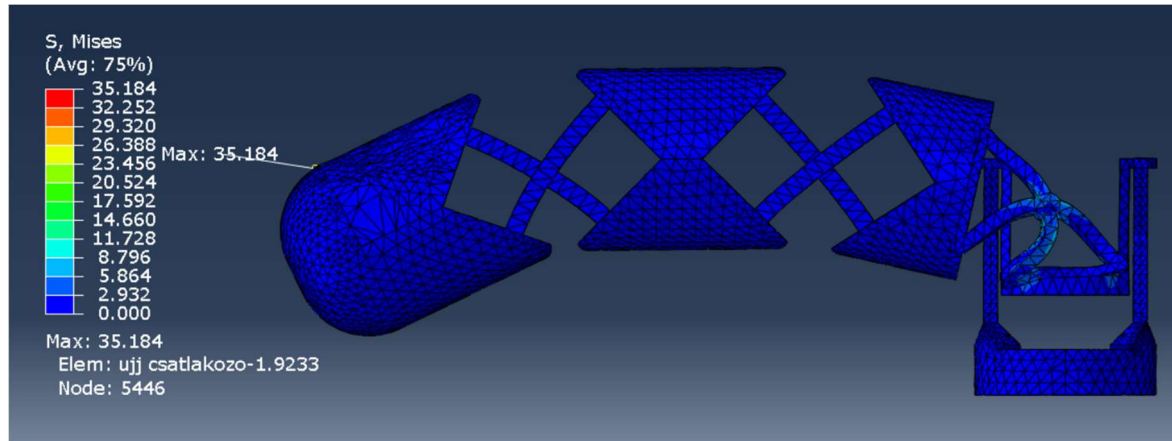
A számításokból kitűnik, hogy a fő-síkra tervezett $f_y = 10\text{N}$ igénybevételhez képest az $f_z = 30,12\text{N}$ **3-szor** nagyobb értékkel rendelkezik. Ez azért lehetséges, mert a tervezés és az analitikus levezetés során az volt a cél, hogy a fő-síkra megtegye az általunk tetszőlegesen választott paraméterek alapján. Ennek következménye, hogy más irányba bármilyen rugalmas legyen az anyag, az általunk kialakított geometria miatt mindig nagyobb terhelésnek kell alkalmazunk síkon kívüli mozgásokra.

Illusztráció és önellenőrzés céljából készítettem végelem-módszert használó program, Abaqus szimulációkat. A tervezésemben, mivel az MCP ízületet 2x2 db cross-leaf csuklóval láttam el, hogy kezelni tudjam a csavaró és oldalirányú igénybevételeket. A 3D modellezés során túl vékonyra terveztem az MCP ízületek csuklóit tartó elemeket, mely azt eredményezte, hogy nem tartották a helyén a fő-mozgásért felelős MCP csuklókat, hanem az összes MCP csuklót tartó elem deformálódott és elmozdult a csuklókkal együtt.



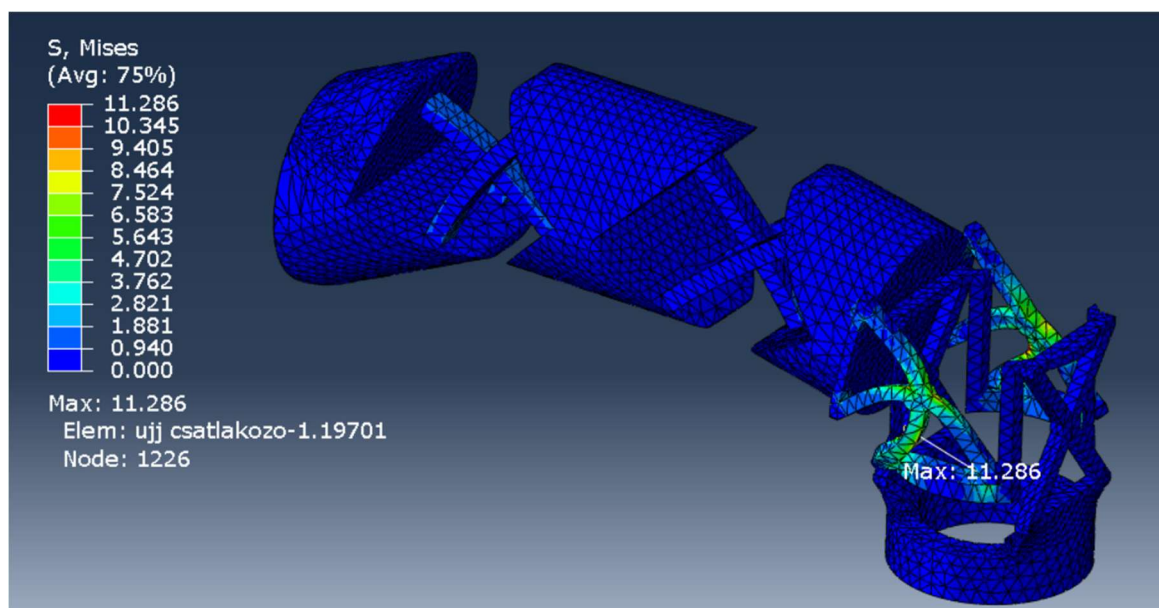
10. ábra Szimuláció-2
forrás: saját ábra, Abaqus

A 3D modellem áttekintése helyett, lerögzítettem a fő-mozgást végző MCP csukló alsó támasztó elemét az Abaqusban, így már jól látható, hogy hogyan viselkedik a modell, ha a csuklók megfelelően vannak rögzítve a 10. ábrán látni is lehet. Azonban az ujj nem tud megfelelően elhajolni a kívánt módon, mivel a síkon kívüli MCP csuklók felső támasza akadályozza, megtámasztja az alsó ujjpercet.

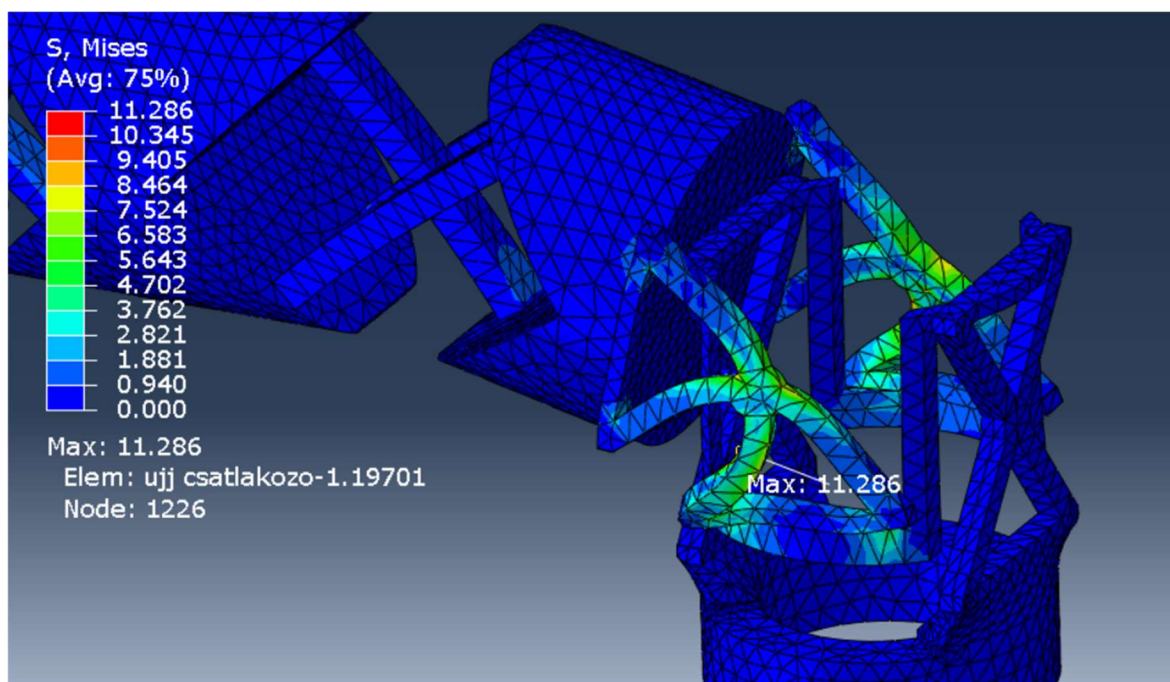


11. ábra Szimuláció-3
forrás: saját ábra, Abaqus

A 11. ábrán látható, hogy beállítottam, hogy a megakadást elhárítsam, anyagon keresztüli áthajlást engedélyeztem, hogy lássam és ellenőrizhessem az eddigi elméleti számításokat. A továbbra is észrevehető, hogy az ujj nem képes az elvárt módon 160°-ban elhajlani. Ez azért lehetséges, mivel az ujjat csak koncentrált erővel terheltem egy, az ujj végén lévő pontban, amely egy bizonyos pontig elhajlítja az ujjat, de utána már csak „húzni” fogja a csuklókat. Ez olyan deformációkat eredményez, mint csavaró és húzó igénybevételből származó, mely a 12. és 13. ábrán látható, hogy nem kalkulált módon viselkedik.



12. ábra Szimuláció-3.a
forrás: saját ábra, Abaqus



13. ábra Szimuláció-3.b
forrás: saját ábra, Abaqus

5. ÖSSZEGZÉS

Az eredményeimből kitűnik számomra, hogy a legnagyobb különbség a fő-síkbeli és síkon kívüli terhelésre, az az hogy a kettő között kisebb különbség van, mint vártam. Sokkal nagyobb síkon kívüli koncentrált erőre számítottam, de ez azzal magyarázható, hogy mivel rugalmas anyagot választottam, így ez nem is lesz magasabb. Ha pedig magasabb lenne, az azt jelenti hogy az anyagom sokkal kevésbé rugalmas, mind inkább merev.

Számításaim helyességét igazolja, hogy az engedékenységi mátrixok megalkotásánál a mátrixnak a (2,3) és (3,2) eleme mindig meg kell egyezzen, a Young modulus-ra kapott érték a rugalmas anyagokra jellemző tartományban maradt. Annak ellenére, hogy a Young modulus meghatározásakor nem teljesen megfelelően paramétereztem, az előbb említett feltételek teljesültek, és az ujj az elvárt mozgást, az elvárt irányba végzi el.

Azonban, mint azt meg is említtem a 3.3.1.-es fejezetben, hogy az MCP ízület nem képes 45°-os hyperextenzióra, vagyis a tenyérrel ellentétes irányba való visszahajlásra. Az én általam tervezett ujj a szimmetrikus tervezésből adódóan mind a 2 irányban képes az elméletileg tervezett $\theta_z = \pm 160^\circ$ - ra.

Összességében az elméleti levezetésből meghatározott paraméterek működnek, helyes konstrukcióval és egy másfajta, dinamikus elméleti tervezéssel, ahol a nem-lineáris rugalmas tartományt is figyelembe vesszük, könnyebben megíósolható lehet az ujj viselkedése.

6. IRODALOMJEGYZÉK

Her, I., & Midha, A. (1987). A Compliance Number Concept for Compliant Mechanisms, and Type Synthesis. *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, 109(3), 348–355. <https://doi.org/10.1115/1.3258802>

Hopkins, J. B., & Culpepper, M. L. (2011). Synthesis of precision serial flexure systems using freedom and constraint topologies (FACT). *Precision Engineering*, 35(4), 638–649. <https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2011.04.006>

Howell, L. L. (2001). *Compliant Mechanisms*. Wiley.

Howell, L. L. (2013). Compliant Mechanisms. In J. M. McCarthy (Szerk.), *21st Century Kinematics* (o. 189–216). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4471-4510-3_7

Jambhale, P. K., & Deshmukh, B. B. (2023). Application of Compliant Mechanisms in Various Fields—A Review. In R. Sharma, R. Kannojiya, N. Garg, & S. S. Gautam (Szerk.), *Advances in Engineering Design* (o. 707–716). Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-981-99-3033-3_58

Jingjun, Y. U., Guangbo, H. A. O., Guimin, C., & Shusheng, B. I. (2015). State-of-art of Compliant Mechanisms and Their Applications. *Journal of Mechanical Engineering*, 51(13), 53–68. <https://doi.org/10.3901/JME.2015.13.053>

Kabganian, M., & Hashemi, S. M. (2024). Towards Design Optimization of Compliant Mechanisms: A Hybrid Pseudo-Rigid-Body Model–Finite Element Method Approach and an Accurate Empirical Compliance Equation for Circular Flexure Hinges. *Biomimetics*, 9(8), Article 8. <https://doi.org/10.3390/biomimetics9080471>

Kapandji, A., Owerko, C., & Anderson, A. (2019). *The Physiology of the Joints - Volume 1: The Upper Limb* (7th edition). Handspring Publishing.

Ling, M., Howell, L. L., Cao, J., & Chen, G. (2020). Kinetostatic and Dynamic Modeling of Flexure-Based Compliant Mechanisms: A Survey. *Applied Mechanics Reviews*, 72(030802). <https://doi.org/10.1115/1.4045679>

Lobontiu, N. (2020). *Compliant Mechanisms: Design of Flexure Hinges* (2. kiad.). CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9780429184666>

M. Csizmadia Béla & Nándori Ernő. (2002). Mechanika mérnököknek. *Szilárdságtan, Nemzeti tankönyvkiadó*.

Zhang, X., & Zhu, B. (2018). Introduction to Compliant Mechanisms and Design Methods. In X. Zhang & B. Zhu (Szerk.), *Topology Optimization of Compliant Mechanisms* (o. 1–24). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-13-0432-3_1

7. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Megköszönném Csikós Sándor tanárúrnak az eddigi iránymutatását a munkám során, és köszönetet szeretnék még adni Ivanov Rolandnak a számításaimban való segítségéért. Köszönetet szeretnék még mondani édesanyám kitartó támogatásáért, és végtelen szeretetéért. Köszönettel tartozok a Szegedi Tudományi Egyetem Mérnöki Karának, hogy forrásaiból és tekintélyes tanári karának szakmai tanácsaiért és végtelen jóindulatú segítőkészségükért.

8. MELLÉKLET

1. melléklet: Az MCP ízület modellje

```

syms l E w t
sympref('AbbreviateOutput',false);

C_ux_fx_negy = 1/(E*w*t);
C_uy_fy_negy = 4*l^3/(E*w*t^3);
C_uy_mz_negy = -6*l^2/(E*w*t^3); %C_thz_fy
C_thz_mz_negy = 12*l/(E*w*t^3);
C1 = subs(C_ux_fx_negy,[l,w,t],[0.0085,0.0015,0.0015]);
C2 = subs(C_uy_fy_negy,[l,w,t],[0.0085,0.0015,0.0015]);
C3 = subs(C_uy_mz_negy,[l,w,t],[0.0085,0.0015,0.0015]);
C4 = subs(C_thz_mz_negy,[l,w,t],[0.0085,0.0015,0.0015]);

Cnegy = [C1,0,0; 0,C2,C3; 0,C3,C4]

R_f = [0.6,0.8,0; -0.8,0.6,0; 0,0,1];
R_a = [0.6,-0.8,0; 0.8,0.6,0; 0,0,1];

T_f = [1,0,0; 0,1,0; 0.016,0,1];
T_a = [1,0,0; 0,1,0; -0.016,0,1];

Cip_f = T_f.*R_f.*Cnegy*R_f*T_f;

Cip_a = T_a.*R_a.*Cnegy*R_a*T_a;

Cip = inv(inv(Cip_f)+inv(Cip_a));

Cip_uj = simplify(Cip)

```

2. melléklet: A DIP és PIP ízületek modellje

```

syms l E w t
sympref('AbbreviateOutput',false);

C_ux_fx_negy = 1/(E*w*t);
C_uy_fy_negy = 4*l^3/(E*w*t^3);
C_uy_mz_negy = -6*l^2/(E*w*t^3); %C_thz_fy
C_thz_mz_negy = 12*l/(E*w*t^3);

C11 = subs(C_ux_fx_negy,[l,w,t],[0.017324, 0.0025,0.002]);
C22 = subs(C_uy_fy_negy,[l,w,t],[0.017324, 0.0025,0.002]);
C33 = subs(C_uy_mz_negy,[l,w,t],[0.017324, 0.0025,0.002]);
C44 = subs(C_thz_mz_negy,[l,w,t],[0.017324, 0.0025,0.002]);

Cnegy_leaf = [C11,0,0; 0,C22,C33; 0,C33,C44];

R_leaf = [0,1,0; -1,0,0; 0,0,1]

T_leaf = [1,0,0; 0,1,0; -0.017324/2,-0.017324/2,1]

C_beszorzas = R_leaf.*T_leaf.*Cnegy_leaf*R_leaf*T_leaf

C_ossz = inv(Cnegy_leaf) + 2*inv(C_beszorzas)
C_ossz_in = inv(C_ossz)
C_leaf = simplify(C_ossz_in)

```

3. melléklet: Az új makro-modellje és a Young modulus

```

R_makro = [1,0,0; 0,1,0; 0,0,1];

T_1 = [1,0,0; 0,1,0; 0.023886,0,1];
T_2 = [1,0,0; 0,1,0; 0.053386,0,1];
T_3 = [1,0,0; 0,1,0; 0.077,0,1];
T_4 = [1,0,0; 0,1,0; 0.086039,0,1];

%TR_1 = T_1*R_makro
%TR_2 = T_2*R_makro
%TR_3 = T_3*R_makro

Cip_uj_makro1 = T_3.*Cip_uj*T_3 + T_4.*Cip_uj*T_4

Cip_uj_makro2 = [Cip_uj_makro1(1,1), Cip_uj_makro1(1,2), Cip_uj_makro1(1,3);
Cip_uj_makro1(2,1), Cip_uj_makro1(2,2), Cip_uj_makro1(2,3);
Cip_uj_makro1(3,1), Cip_uj_makro1(3,2), Cip_uj_makro1(3,3)]

Cip_uj_par = 2*inv(inv(Cip_uj_makro1) + inv(Cip_uj_makro2))

C_makro = T_1.*C_leaf*T_1 + T_2.*C_leaf*T_2 + T_3.*Cip_uj_par*T_3

C_thz_mz = C_makro(3,3)
C_uy_mz = C_makro(3,2)

egyenlet1 = C_thz_mz*0.98 + C_uy_mz*10

egyenlet2 = egyenlet1 == 160

rendezett = solve(egyenlet2,E,"Real",true)

Young_modulus = vpa(rendezett)

```

4. melléklet: Síkon kívüli engedékenységi mátrixok

```
%fz meghatározása (out-plane összehasonlítása in-plane-hez kepest)

syms l E w t G f_z
sympref('AbbreviateOutput',false);

C_thx_mx_negy = 3*l^2*(1+0.4)/(E*w^3*t);
C_thy_my_negy = 12*l/(E*w^3*t);
C_thy_fz_negy = 6*l^2/(E*w^3*t);
C_uz_fz_negy = 4*l^3/(E*w^3*t);

C11_o = subs(C_thx_mx_negy,[l,w,t,E],[0.017324,0.0025,0.002,40111430.078]);
C22_o = subs(C_thy_my_negy,[l,w,t,E],[0.017324,0.0025,0.002,40111430.078]);
C33_o = subs(C_thy_fz_negy,[l,w,t,E],[0.017324,0.0025,0.002,40111430.078]);
C44_o = subs(C_uz_fz_negy,[l,w,t,E],[0.017324,0.0025,0.002,40111430.078]);

Cnegy_leafo = [C11_o,0,0; 0,C22_o,C33_o; 0,C33_o,C44_o];

R_leafo = [0,1,0; -1,0,0; 0,0,1];

T_leafo = [1,0,0; 0,1,0; -0.017324/2,-0.017324/2,1];

C_beszorzas_o = R_leafo.*T_leafo.*Cnegy_leafo*R_leafo*T_leafo;

C_ossz_o = inv(Cnegy_leafo) + 2*inv(C_beszorzas_o);
C_ossz_in_o = inv(C_ossz_o)
C_leaf_o = simplify(C_ossz_in_o)

%-----

R_makro = [1,0,0; 0,1,0; 0,0,1];

T_1o = [1,0,0; 0,1,0; 0.023886,0,1];
T_2o = [1,0,0; 0,1,0; 0.053386,0,1];
T_3o = [1,0,0; 0,1,0; 0.077,0,1];
T_4o = [1,0,0; 0,1,0; 0.086039,0,1];

%TR_1 = T_1*R_makro
%TR_2 = T_2*R_makro
```

```
%TR_3 = T_3*R_makro

C_makro_o = T_1o.'*C_leaf_o*T_1o + T_2o.'*C_leaf_o*T_2o;

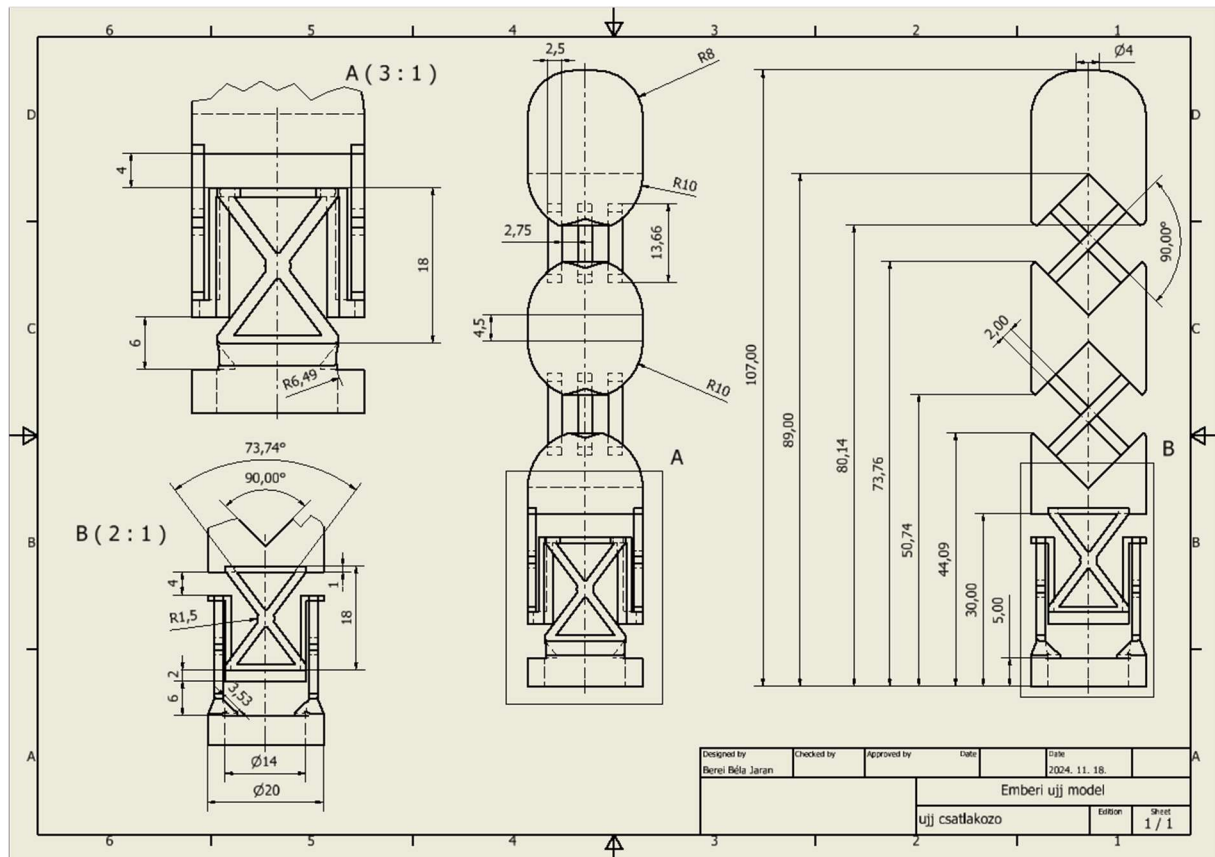
C_thy_fz_o = vpa(C_makro_o(2,3))
C_thy_my_o = vpa(C_makro_o(2,2))

egyenlet1o = C_thy_fz_o*f_z + C_thy_my_o*f_z*0.077

egyenlet2o = egyenlet1o == 160

rendezett_o = solve(egyenlet2o,f_z,"Real",true)
```

5. melléklet: Emberi ujj modell



6. melléklet: Emberi ujj modell 2

