



Robot-szabályozási algoritmusok kísérleti vizsgálata (Experimental testing of robot-controlling algorithms)



Beadás:

2011. október 25.

Intézmény:

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Készítette:

Bali Csaba
Mechatronika alapszak
7. szemeszter

Konzulens:

Zelei Ambrus
Műszaki Mechanikai Tanszék
Tudományos Segédmunkatárs

Tartalomjegyzék

1	Bevezetés.....	3
2	A szabályozó körök fejlődése	4
2.1	A szabályozás és vezérlés	5
2.2	A szabályozó körök csoportosítása	6
2.3	Folyamatok szerinti főbb csoportok	7
2.4	A jelek felbontása időben és/vagy térben.....	8
2.5	Kommunikáció digitális rendszerekkel	10
2.6	A mikrokontrollerek és digitális jelek	12
2.7	A kísérleti áramkörök főbb részei	13
2.8	DC motorok.....	17
2.9	Szervo motorok szerkezeti felépítése	19
3	A vizsgált robot	21
4	Felhasznált mechanikai modellek	24
4.1	Nemlineáris modell	24
4.2	Lineáris modell.....	25
4.2.1	Adott pont körüli linearizálás	25
4.2.2	Linearizálás az alsó egyensúlyi helyzet körül	26
4.2.3	Linearizálás az felső egyensúlyi helyzet körül	27
4.3	Súrlódási modellek	27
5	Szabályozási stratégiák, matematikai modellezés és elméleti vizsgálatok	30
5.1	Számítások, numerikus modellek, stabilitás vizsgálat	30
5.1.1	Numerikus stabilitás vizsgálat.....	30
5.2	Egyszerű PD és PID szabályozók	31
5.2.1	Analóg szabályozás	31
5.2.1.1	PD szabályozás stabilitása.....	32
5.2.1.2	Beállási pontosság.....	33
5.2.1.3	PID szabályozás stabilitása	34
5.2.2	Digitális szabályozás	34
5.2.2.1	Digitális P szabályozó DC szervó motorral	36
5.2.2.2	Digitális PD szabályozó	38
5.2.2.3	Kísérleti eredmények digitális PD szabályozóra.....	42
5.2.2.4	Digitális PID szabályozó	43
5.2.2.5	Kísérleti eredmények digitális PID szabályozóra	47
5.3	Inverz dinamika szabályozás.....	49
5.3.1	Elméleti áttekintés	49
5.3.2	Inverz dinamika szabályozás alkalmazása a vizsgált modellre.....	50
5.3.3	Kísérleti eredmények az inverz dinamika szabályozásra	50
5.4	Tetszőleges dinamika előírása az inverz dinamika szabályozás segítségével.....	51
5.4.1	Kísérleti eredmények az inverz dinamika szabályozásra	53
5.5	Inverz dinamika szabályozás modell bizonytalansággal.....	54
5.6	Modell bizonytalanság csökkentése adaptív szabályozással.....	54
5.6.1	Kísérleti eredmények.....	55
6	Összegzés	59
7	Köszönetnyilvánítás	60
8	Irodalom jegyzék.....	61

1 Bevezetés

A műszaki eszközeink észrevétlenül, de természetessé váltak életvitelünkben. A legújabb autókban, oly sok szabályozás található, hogy számszerűsíteni is nehéz lenne. A kormányozásnál a szervó rásegítés, a fékerő elosztás, megcsúszás elleni szabályozások, sőt a légkondicionálóban és a rádióban is találhatók szabályozások. A szabályozások mégis legjobban a robotikában vizsgálhatók, ahol többnyire a mozgás által vizualizálva láthatjuk egy-egy szabályozási eljárás eredményét.

A gyártástechnológiában már régóta alkalmazzák a robotokat. Az egyre kisebb léptékek szükségessé teszik a robotok pontosabb működését, melyet a robot mechanikai felépítésén kívül főként a szabályozási eljárásokkal javíthatunk. A robottechnika az űrkutatásban és már a sebészeti műtétek folyamán is fontos szerephez jut. A szabályozásoktól már nem csak a kényelmünk, de az életünk is függővé vált, így érthető a törekvés a stabilabb, gyorsabb és pontosabb eszközök megalkotására.

A dolgozatban arra teszek kísérletet, hogy bemutassam szimulációval és egy valós egy szabadsági fokú (1 DoF) robotikai eszközön is a szabályozási algoritmusok sajátosságait, és a rendszer paraméterek változtatásával létrejövő szabályozási eltérések jellegét. A roboton a legelterjedtebb szabályozási algoritmusok közül a PD, PID, „invers dynamic control” szabályozó algoritmusokat vizsgálom behatóbban, és egy paraméterbizonytalanságot kezelő adaptív algoritmust is tanulmányozok.

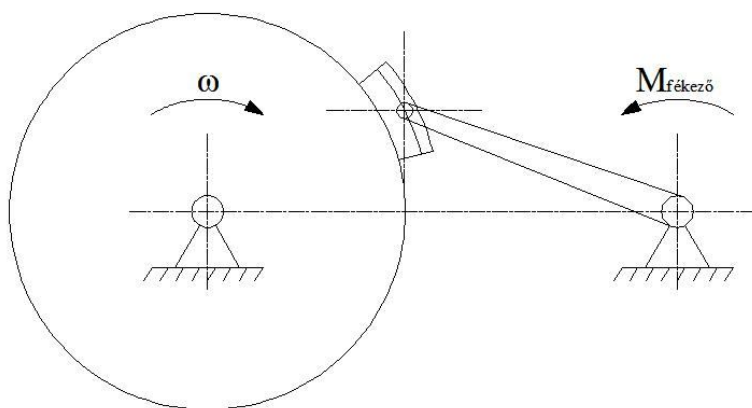
2 A szabályozó körök fejlődése

A környezetünkben található eszközöket a kezdetek óta irányíthatónak, szabályozhatónak próbáljuk kialakítani a könnyebb használhatóság, kényelmi okok vagy az eszközök tulajdonságainak kibővítése érdekében.

Eleinte az emberi erő megnövelésére alakultak ki eszközeink, melyek az idő előrehaladtával külső energiaforrásból nyerték a működésükhöz szükséges energia bevitel nagy részét. Ezen külső nyers energia megzabolázására és irányítására alakultak ki a szabályozókörök.

A szabályozásnál egy vagy több általunk elképzelt rendszer kimenetet szeretnénk elérni, ennek érdekében a rendszert irányított energiafolyammal befolyásoljuk, hogy ezeket a kimeneti értékeket elérjük.

Az irányításra szolgáló külső energiamennyiséget csökkenthetjük a szerkezeti kialakítás ésszerű megválasztásával, ilyen esetet szemléltet *2-1. ábra*, ahol a kerék fékezéséhez szükséges fékpofa rászorító erőt növeli a fékezés során kialakuló súrlódási erőt, így a kereket a saját mozgási energiával fékezhetjük. Ez az elrendezés ugyanakkor egy instabil szerkezet, hiszen a megfelelő szabályozás nélkül komoly károkat tehet a rendszer önmagában az egyre növekedő fékerő miatt.



2-1. ábra Fékezett kerék

Az energiatakarékos gondolkodásmód és a környezet védelem ugyanakkor életre hívja a kis energia felhasználású szabályozásokat, melyek legtöbbször az előzőekben bemutatott fékrendszerhez hasonló instabil szerkezetek.

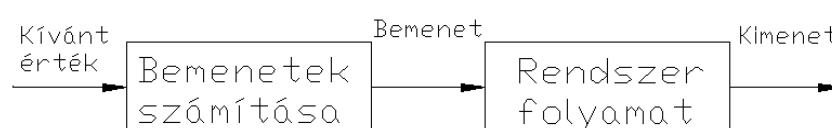
A stabilitás eléréséhez jól megtervezett mérő és szabályozó modullal kiegészített szerkezeteket kell építenünk.

2.1 A szabályozás és vezérlés

A rendszerünk működtetése, avagy irányítása során valamely kívánt állapotot szeretnénk elérni a rendszer kimenetein. Ekkor két fő irányítási struktúrát használhatunk (lásd [3]):

- vezérlést¹ vagy
- szabályozást.

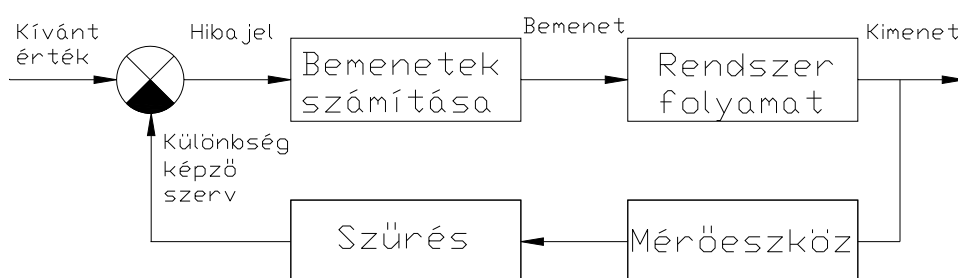
A *vezérlés* során tökéletesen ismerjük a rendszerünket, a rá ható zavarásokat és ezek alapján kiszámíthatjuk, hogy milyen bemeneti értékekkel kell a rendszerünket gerjeszteni az elvárt kimenet elnyeréséhez, ezt a 2-2. ábra szemlélteti.



2-2. ábra Vezérlés blokksémája

Előnye az egyszerűségében rejlik, hiszen a kimeneten tudjuk, hogy milyen érték fog megjelenni adott bemenet esetén. A valóságban a tisztán vezérléses rendszereket ritkán alkalmazunk, hiszen a kimeneti értékeket bizonytalanságok, ismeretlen zavarások terhelik.

A *szabályozásoknál* a kívánt kimeneti paramétert sosem érhetjük el pontosan, mégis jobban megközelíthetjük, mint vezérléssel, mert a bemenetek számításánál már figyelembe vesszük a kimeneteken jelentkező eltéréseket is. Egy egyszerű szabályozó kör blokksémáját mutatja be a 2-3. ábra.



2-3. ábra Szabályozás blokksémája

A szabályozó a bemenetek számítását a kívánt² q_d és a visszacsatolásból érkező mért kimeneti q érték különbségéből, e hibajel³ határozza meg, lásd 2.1-es egyenlet.

¹ Angolul a szabályozást *Closed Loop*- és a vezérlést *Open Loop Control*-nak nevezik, de rövidítve mindkettőt *Control*-nak nevezik, mely megtévesztő lehet.

² Angol nyelvű szakirodalmakban a kívánt jelet *desired*-nek nevezik, innen a d index

³ Angol nyelvű szakirodalmakban a hibát *error*-nak nevezik, innen az e rövidítés.

$$e = q_d - q \quad (2.1)$$

A szabályozási kör egész hosszán különböző jellegű és mértékű zavarások nehezítik a pontos kimeneti értékek elérését. A szabályzó egység bemenetén jelentkező hibajelet is zavarásnak tekinthetjük.

2.2 A szabályozó körök csoportosítása

A szabályozó köröket a következő szempontok szerint csoportosíthatjuk:

- A szabályozni kívánt folyamat szerinti főbb csoportok:
 - Mechanikai
 - Elektromos
 - Hidraulikus
 - Pneumatikus
 - Kevert rendszerek pl.: elektro-mechanikus
- A jelek felbontása szerint időben és/vagy térben:
 - Analóg, folytonos
 - Digitális, diszkrét
- A rendszer jellemzői alapján lehet:
 - Lineáris
 - Nem lineáris

A szabályozó szerint a teljesség igénye nélkül a következő csoportosítás lehetséges:

- Konvencionális szabályozó megoldások:
 - P
 - PD
 - PID
- Állapot szabályozások
 - Invers-dynamic-control
 - Adaptív
 - Állapottér szabályozás
 - Megfigyelő alapú
- Csúszómód szabályozók

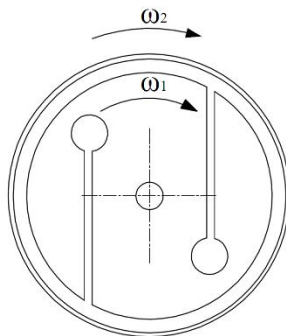
A szabályozó komplexitása szerint:

- Egyszerű
- Sorosan kapcsolt szabályozók
- Párhuzamosan kapcsolt szabályozók
- Egymásba ágyazott, kaszkádszabályozók

2.3 Folyamatok szerinti főbb csoportok

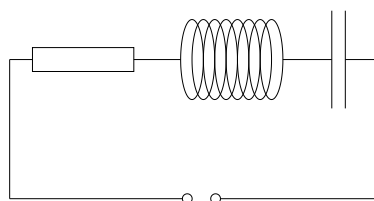
A szabályozáshoz ismernünk kell a rendszer folyamatokat, melyek sok esetben előre meghatározzák a rendszer főbb tulajdonságait, időállandókat, energiatárolók számát, szabályozási algoritmusokat, különféle elemeket. A 2.2 fejezetben összefoglalt esetekből a számunkra fontos mechanikai és elektromos folyamatokat ismerhetjük meg:

A *mechanikai* folyamatokban energia tárolóknak számítanak a rugók és a tömegek, melyek a jellemző lengésidőért felelnek. Ezekben a rendszerekben a disszipációt főként a felületek közti Coulomb és viszkózus súrlódás jelenti, de az anyagok deformálódása során is energia vész el a rendszerből a belső súrlódások révén. A súrlódás miatt az energia általában irreverzibilis folyamat során hővé alakul, és a rendszert melegíti. Egy példát mutat szabályozott mechanikai rendszerre a 2-4. ábra, ahol a belső tárcsa fordulatszámának függvényében a kikönnnyítéseknél rugalmasan kihajlik a súrlódó pofa és felfekszik a harang belső falára, így nyomaték vihető át a belső forgórész és a külső harang között.



2-4. ábra Centrifugál kuplung

Az *elektromos* rendszerekben az energiát a tekercsek és kondenzátorok tárolják valamint az ellenállásokat disszipációként foghatjuk fel. Belátható, hogy az elektromos és a mechanikai rendszerben található elemek, hasonlóságot mutatnak egymással, matematikai leírásuk megfeleltethető egymásnak, hiszen energiát tárolnak és disszipálnak. A 2-5. ábra egy tipikus elektronikai rendszert, egy RLC kört ábrázol.



2-5. ábra RLC kör

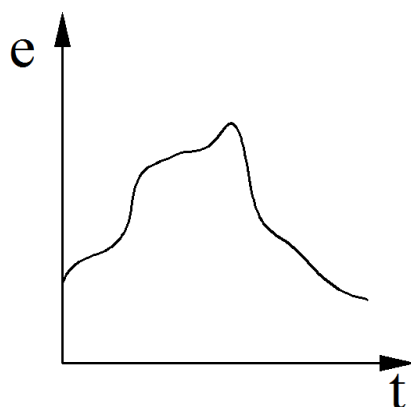
A továbbiakban egy *elektro-mechanikai* rendszerrel foglalkozunk majd, melyben szerepelnek tömegek, rugók, súrlódások, tekercsek, kondenzátorok, ellenállások. Az elektromos elemek által alkotott rendszer időállandói a nanoszekundumos és a mikroszekundumos tartományban helyezkednek el, így a mechanikai rendszer milliszekundumos és szekundumos

nagyságrendjéhez képest elhanyagolhatóak. Ez általában igaz a legtöbb ipari és egyéb robotikai rendszerre is.

2.4 A jelek felbontása időben és/vagy térben

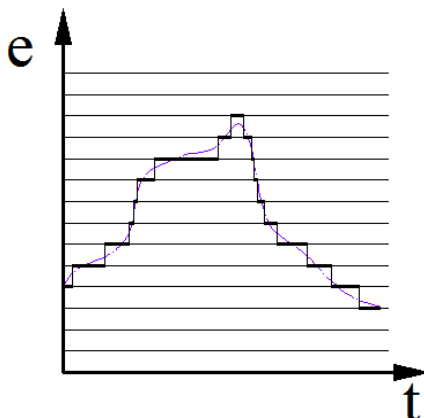
A szabályozási körökben különböző jelek alakulhatnak ki, a jelek által felvehető szintek és az időpillanat, mikor azt felveszik, fontos szereppel bírhat a szabályozás szempontjából. A jelek a valóságban folytonosak, így minden időpillanatban és bármilyen nagyságot felvehetnek egy adott intervallumon belül. Egy folytonos jelet mutat be a 2-6. *ábra*, melyet a fejezet során a diszkrétizált jelek mögött szaggatott vékony vonallal jelölünk.

A rendszer jellemzőit, a rendszer értékeket ma már főként elektronikai eszközök közbeiktatásával dolgozzuk föl, tároljuk és jelenítjük meg, ez felveti a következő diszkrétizációs problémákat, melyek lényeges információvesztéshez vezetnek.



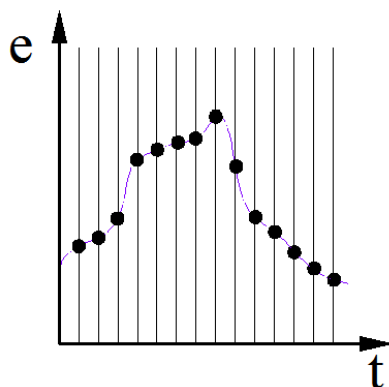
2-6. *ábra* Folytonos jel

Térbeli diszkrétizációnak nevezzük, azt a jelenséget mikor egy jel elveszti azt a tulajdonságát, hogy egy adott intervallumon bármekkora finomsággal fölvehessen egy értéket. A 2-6. *ábra* azt az esetet mutatja be, mikor a jel csak bizonyos diszkrét értékeket vehet föl. Ezt a diszkrétizációt a csak véges számbábrázolásra képes rendszereink és a jelek zavarérzékenysége indokolják.



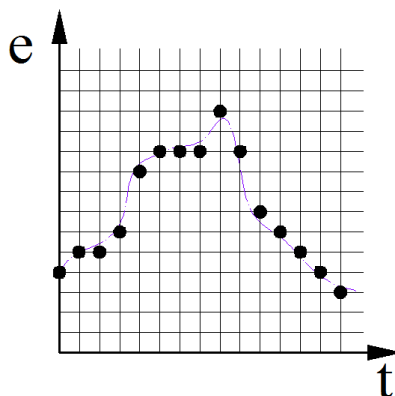
2-7. *ábra* Térben diszkrétizált jel

Időbeli diszkretizáció alatt, azt értjük, hogy a vizsgált jel egy bizonyos időpillanatbeli értékét tudjuk csak regisztrálni. Ezt a problémát az elektromos rendszerben található kapacitások miatti jelterjedési idők okozzák a logikai áramkörökben, e logikákat az órajelekkel szinkronizálják. A jel időbeni diszkretizációjára a 2-8. ábra mutatja a példát.



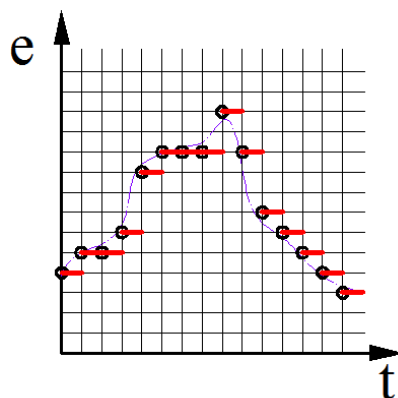
2-8. ábra Időben diszkrét jel

A valóságban az időbeli és térbeli diszkretizációs problémák egyszerre jelennek meg, ezt a 2-9. ábra szemlélteti.



2-9. ábra Térbeli és időbeli diszkretizáció

A gyakorlatban ezek a pillanatonként értékkel rendelkező pontok nem lennének használhatóak, hiszen az idő nagy részében nem determinált értékűek. Annak érdekében, hogy az időben mindig rendelkezzen a függvényünk valamilyen jelhez kapcsolódó értékkel, tartó áramköröket használunk. A legelterjedtebb tartó szerv a nullad rendű tartó (ZOH=Zero Order Hold) a következő érték megérkezéséig az előző értéken tartja a függvényünket. A nullad rendű tartó szervvel képzett jelet a következő 2-10. ábra szemlélteti.



2-10. ábra Zero Order Holder

Létezik első-, másod- és még magasabb rendű tartó szerv is, de ezekhez több számítási igény kell és a múltbeli értékek növekvő felhasználása miatt növekszik a múlt hatása a rendszerben, ami sok problémát okozhat a stabilitásnál. Összefoglalva már a nullad rendű tartó is jól közelíti a valóságot kis számítási igénnyel és kevés múltbeli előrehatással.

2.5 Kommunikáció digitális rendszerekkel

Az irányítási algoritmusok kiválasztásánál különböző kritériumokat definiálhatunk rendszerünkkel szemben, melyek a következők lehetnek:

- számítási igény
 - o nagy számítási igény, bonyolult műveletek
 - o egyszerű műveletekkel elvégezhető számítások
- állíthatóság
 - o egyszer állítható
 - o változtatható paraméterű
 - o sokoldalú algoritmusállítás
- gyorsaság
 - o fókuszált rendszerek
 - o szétszott erőforrású rendszerek

Egy rendszer szabályozásánál általában több választási lehetőséggel szembesülhetünk:

- analóg szabályozók
- mikrokontrollerek
 - o közönséges mikrokontrollerek (uC=micro-Controller)
 - o digitális jel feldolgozó kontrollerek (DSP=Digital Signal Processor)
- számítógép (PC=Personal Computer, embedded PC=csökkentett funkciójú célszámítógép)
 - o közönséges rendszer
 - o valós idejű (RT=Real Time) operációs rendszerek vagy kiegészítő szoftverek

A közönséges mikrokontrollerekkel (μC) való jelfeldolgozás a nagymértékű perifériás és számító egységekkel való integráltság miatt egyre nagyobb teret hódít. Ezen kontrollerek egyre több perifériás eszközt tartalmaznak, nagy feldolgozási sebesség mellett üzemelnek, amit a csökkentett utasításkészletüknek köszönhetnek (RISC=Reduced Instruction Set Computer). Áruk alacsony, megbízhatóságuk magas. A felprogramozott rendszert a külvilágból lehet állítani a benne lévő program keretein belül, e program módosításához viszont speciális eszközökre és programokra is szükség van. A RISC és a kis, általában 8 bites rendszer buszok miatt korlátozott műveletekre és kis felbontásra képesek (8 bit=0-255-ig terjedő előjel nélküli egészszám). Felhasználásuk általában specifikus műveletek gyors és fókuszált elvégzésére alkalmas. A 2-11. ábra egy közönséges mikrokontrollert ábrázol.



2-11. ábra Mikrokontroller

Digitális jelfeldolgozó kontrollerek más néven DSP-nek rövidített rendszerek 5-10 szer akkora órajeleken üzemelnek, mint a közönséges mikrokontrollerek, bonyolult műveletek gyors elvégzésére is alkalmasak. Áruk a μC -knél magasabb, de cél specifikusan szabályozó rendszerekhez tervezett alkalmazások. Belső busz sávszélességük általában 32 bites, ami alkalmassá teszi egyszeres pontosságú lebegő pontos számábrázolás használatára, mely nagy előnyt jelent a 8 bites rendszerekhez képest. Egy DSP kontrollert mutat a 2-12. ábra.



2-12. ábra TMS320 DSP chip beültetve

Közönséges PC rendszerek, szabályozási feladatok közül a kevésbé időfüggő rendszerekhez alkalmasak a korlátozott felhasználói órajel miatt, ami átlagosan 1 [kHz]. A számítógép a műveleteket nagy sebességgel hajtja végre, de a műveleti szálak közötti váltás és a háttérben futó programok kiszolgálása miatt sokszor az 1 [ms]-os időzítés is nehezen elérhető. Ezeken a rendszereken, így kevésbé a számítási teljesítmény, mint inkább a perifériák elérésére fordított idő a meghatározó. A gyakorlatban a 3 legelterjedtebb programozási környezet a C++ nyelvek, a LabView programcsalád és a Matlab script nyelv. A rendszer irányítás ezen válfaja sok elméleti modell gyakorlatban való kipróbálásához nyújt segítséget és egy azon programon belül általában offline szimulációt is futtathatunk a kísérletek előtt.

PC rendszerek valós idejű programkörnyezettel, nagy pontosságot és magas számítási teljesítményt biztosít. Léteznek külön valós idejű műveletekhez tervezett operációs rendszerek és lehetséges egy már meglévő operációs rendszert egy kiegészítő program csomaggal valós idejű rendszerré tenni. A kulcsa az ilyen programoknak, hogy ütemezett megszakításokat hajt végre megadható időközönként és ezeknek a megszakításoknak a prioritását változtatja, hogy várakoztatás nélkül lefuthassanak. Ezek a rendszerek akár közönséges PC-n is futhatnak, de a megbízható szoftverek a valós idejű rendszer eléréséhez igen drágák.

2.6 A mikrokontrollerek és digitális jelek

A digitális szabályozások tulajdonságait meghatározzák a szabályozási körben előforduló digitális jelek, melyek egy intervallumon belül véges számú értéket vehetnek csak föl. A digitális rendszerek egy meghatározott frissítési frekvencián működnek, mely szintén erősen befolyásolja a rendszerünk működését. Ezt az időt meghatározhatja digitális rendszerünkben:

- mag órajele
- analóg-digitális átalakítás ideje
- számítási műveletekhez szükséges idő
- programok beépített késleltetése
- magasabb szintű rendszerekkel történő kommunikációs idő

A mikrokontrollerek legfontosabb elemeit, és azok meghatározó tulajdonságait a következőkben foglalhatjuk össze:

A mag órajel sok esetben a digitális rendszerünk fizikai képességeitől függ, melyet a félvezetők kapcsolási időszükségletei határoznak meg. A mag órajelet pontosságtól függően rezgőkörökkel vagy precíz kristályokkal adhatjuk meg.

Az analóg/digitális átalakító (A/D converter) a valós analóg jeleket digitálissá alakítja, amely időt vesz igénybe, ezt az időt legtöbbször az átalakítási eljárás, a felbontás és az elérni kívánt pontosság szabja meg. Az átalakítások időzítését a magórajelből előosztókkal ereztetjük.

A számítási műveletekhez szükséges idő az általunk választott feldolgozó rendszer utasítás készletétől és az általunk a futtatni kívánt program bonyolultságától függ. A mai mikrokontrollerek (μC) esetén az utasítások átlagosan 1 magciklusnyi, míg bonyolultabb utasítások akár 4 mag ciklusnyi futási időt is igénybe vehetnek.

A programok beépített késleltetése egy általunk választott értékkel növelheti a programunk futási idejét, mellyel szabályozhatjuk rendszerünk működési frekvenciáját.

A magasabb szintű rendszerekkel történő kommunikációs idő nagy szerephez jut, ha bonyolultabb műveleteket nagyobb teljesítményű gépeken akarunk elvégezni, ekkor a rendszer magas és alacsony szintű része közti kommunikációs protokoll és a nagyobb teljesítményű rendszeren futó programok szabják meg a kommunikációs idő többletet, jelen dolgozatban a Matlab program soros porti kommunikációs ideje korlátozza a rendszer futási idejét.

A szabályozásokban használt micro-controllerek (μC) úgynevezett *SCAN* ciklusokban működnek, ami magában foglalja a fentebb felsorolt tényezőket:

- a bemenetek beolvasásának
- program lefuttatásának
- kommunikációk végrehajtásának
- kimenetek átváltásának

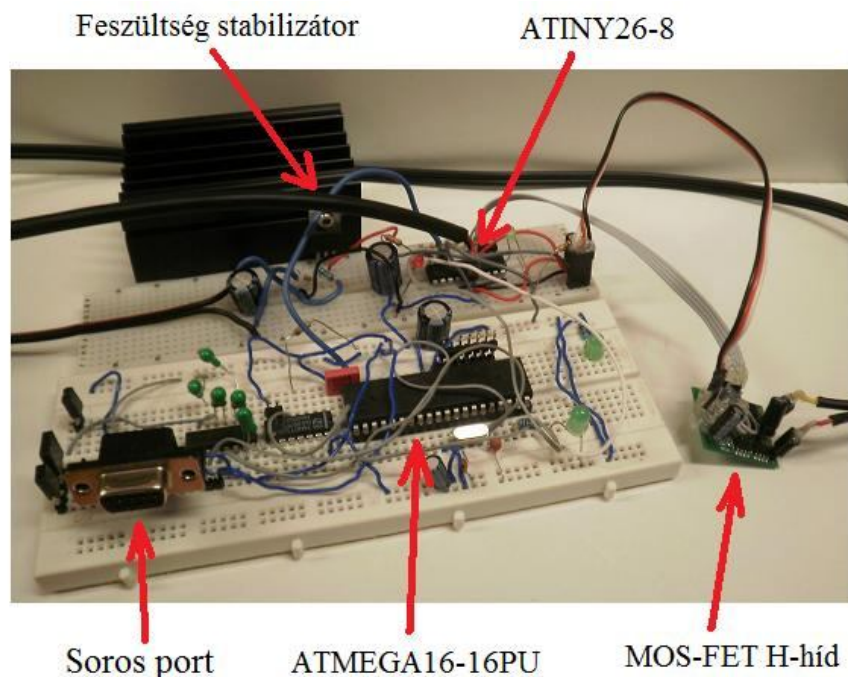
idejét.

2.7 A kísérleti áramkörök főbb részei

A kísérletek elvégzéséhez ideiglenes próbapaneles áramköröket építettem, melyek könnyű átépíthetősége nagy előnyöket rejt a hosszadalmasabb végleges elkészítés és későbbi kiegészítésekkel szemben. A próbapanelon található jelző LED-ek, továbbá a kommunikációs mikro vezérlő és egy teljesítményelektronika vezérlő mikrokontrollere is, ami a motort táplálja. Az elektronikai elemek digitális működésük során tranzisztor-tranzisztor logikai szinten üzemelnek (TTL= Transistor- Transistor Logic), ami 0-5V feszültségű kommunikációs jelszinteket determinál. Az áramkörben az 5 V-ot logikai igaznak vagy 1-nek értelmezzük, míg a 0 V-ot logikai hamis vagy 0-nak értelmezzük.

A 2-13. ábra következő elemeket mutatja

1. ATMEL AVR ATMEGA16-16PU kommunikációs microcontroller
2. DC 15 V 5A tápellátás a hálózatról transzformálva
3. DC 5 V 5A tápellátás a feszültség stabilizátorból
4. MAX232 Soros RS-232 TTL illesztő
5. Programozó csatlakozó
6. PWM visszajelző LED-ek
7. Motor forgásirány jelző LED-ek
8. AVR ATINY26-8 MOS-FET vezérlő controller
9. 7.328 MHz-es kvarc kristály a pontos soros porti kommunikációhoz



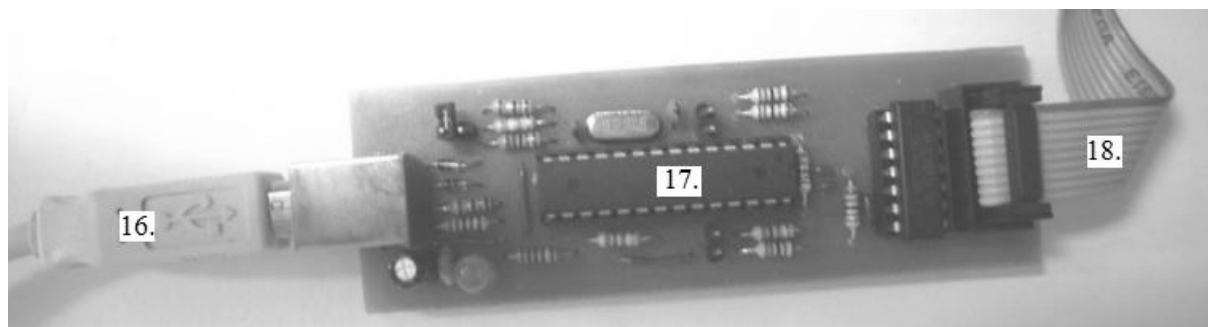
2-13. ábra A központi szabályozó logika próbapanelre építve

A kommunikációt a PC és a szabályozó logika közt saját készítésű illesztő elektronikával oldottam meg, mely soros porton keresztül csatlakoztatható a PC-hez. Az újabb PC-k és laptopok már nem rendelkeznek soros porti csatlakozóval, ez egy USB - RS-232 átalakítóval oldható meg, mely virtuális COM portként jelenik meg a PC-n. A controllernek viszont már TTL szinten lehet csak adatot közvetíteni, így egy konverter chippet is alkalmaznunk kell, hogy szint illesztetten tudjuk közvetíteni az adatfolyamot.

A mikrovezérlő programozásához elengedhetetlen egy megfelelő memória felprogramozó elektronika. Ezt a házilag készítettem, leírások alapján.

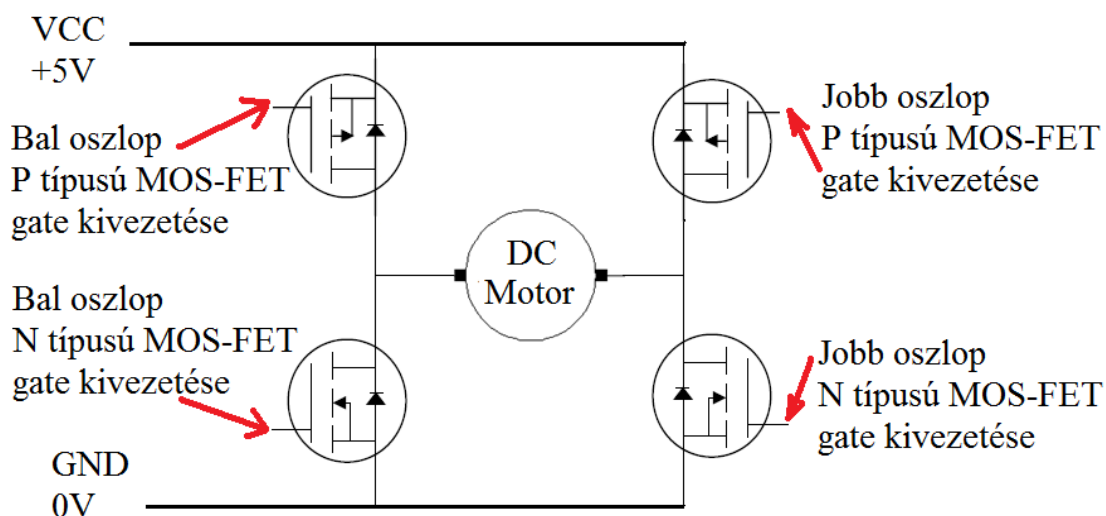
A 2-14. ábra számozott elemeinek magyarázata

16. USB kábel a PC-vel való csatlakoztatáshoz
17. STK 500 v2 programozó AVR típusú controllerekhez
18. Szalagkábel a controller megfelelő ki és bemeneteihez



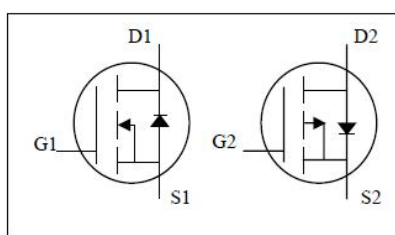
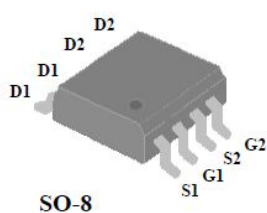
2-14. ábra STK 500 v2 AVR programozó áramkör (lásd [7])

A motor teljesítmény fokozataként egy H-híd szolgál, melyet a bekötött motorral szemléltet a 2-15. ábra. A kapcsolás célja a motor PWM (Pulse Width Modulation) vezérelhetősége és forgásirány váltása, kis teljesítmény disszipáció mellett (lásd [2]).



2-15. ábra Motor vezérlő H-híd kapcsolás

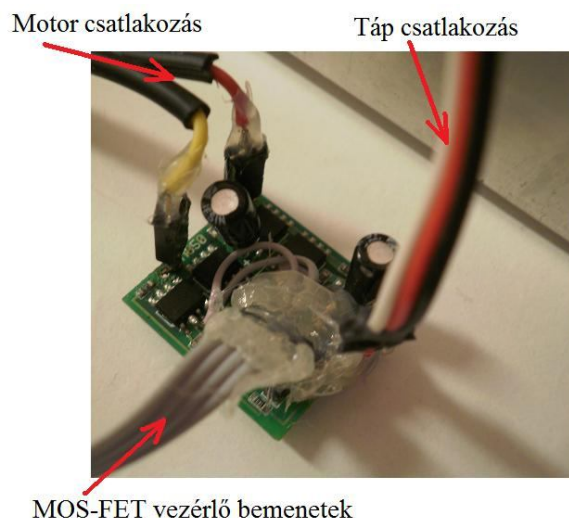
A MOS-FET oszlopokban nem lehet aktív egyszerre a P és az N típusú MOS-FET, mert az tápzárlatot okozna. A helyes logikával való kapcsolást a motorvezérlő mikrokontroller állítja, melybe 10 [μ s]-os késleltetést programoztam a tápzárlat veszélyével fenyegető tranzien্স kombinációk elkerülése érdekében. A H-hídban AP4502GM típusú MOS-FET-ek vannak, egy tokban megtalálható a P és az N típusú elem is, amelyekből már egy teljes oszlopot lehet építeni egy tokkal. A H-hídat 4 tok alkotja, egy oszlop 2 tokból áll, melyek párhuzamosan vannak kötve a kisebb ellenállás és nagyobb terhelhetőség elérése érdekében. A 2-16. ábra 4 tok egyikének kinézetét, lábkivezetését és paramétereit mutatja.



N-CH	BV_{DSS}	20V
	$R_{DS(ON)}$	18m Ω
	I_D	8.3A
P-CH	BV_{DSS}	-20V
	$R_{DS(ON)}$	45m Ω
	I_D	-5A

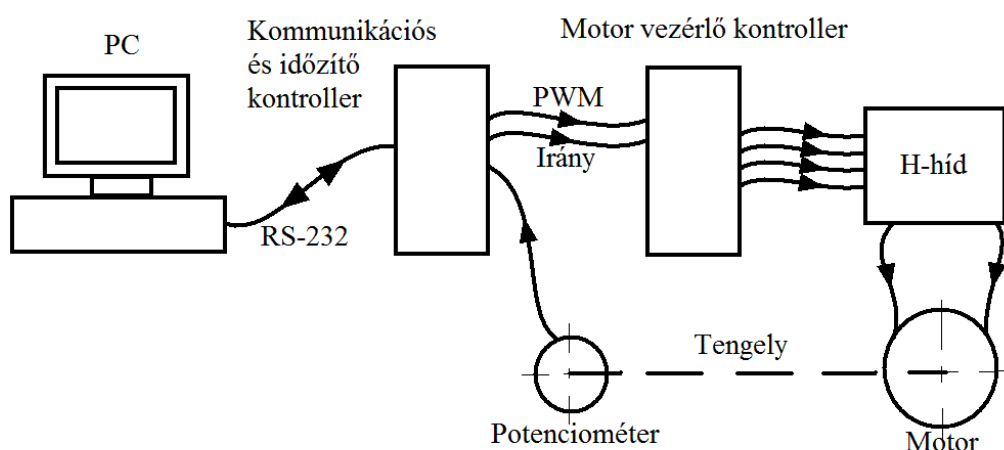
2-16. ábra P és N csatornás MOS-FET chip (lásd [8])

A H-hídat a motor gyári elektronikájából átépítve és saját vezérléssel bővítve készítettem el. A motor vezérléséhez, a teljesítmény elektronikát a 2-17. ábra mutatja.



2-17. ábra Az átépített H-híd

Az elektronikát, a motort, a pozíció érzékelést és a számítógépet a következő 2-18. ábra mutatja. A 2-18. ábra szerinti mérési összeállítás működését a következőkben ismertetem.



2-18. ábra A mérési összeállítás elméleti kapcsolása

A számítógép 16 bites előjeles számot küld a kommunikációs és időzítő controllernek, amely a meghatározott időintervallummal bekövetkező megszakítás alkalmával a PWM-et és a motor forgásirányát aktualizálja. A megszakítás alkalmával a controller a megszakítások közti időintervallumban mintavételezett potenciométer feszültség jelét – mely lineáris kapcsolatban áll a pozícióval – küldi vissza 16 bites előjel nélküli számként.

A controller mintavételezése 10 bites felbontású, így 50 mintavételi érték összege 0-51150 közti nagyságot vehet fel, melyet a 16 bites előjel nélküli csomagban megjeleníthető 0-65535 érték nem korlátoz. A több mintavételi érték átlagolás után kisebb zajt eredményez a jelben.

A PWM és irány jelet a motorvezérlő controller a MOS-FET-ek megfelelő kapcsolásával juttatja a motorra egy 0 vagy 5 [V] nagyságú kétértékű jelként, melyet a motor tehetetlensége

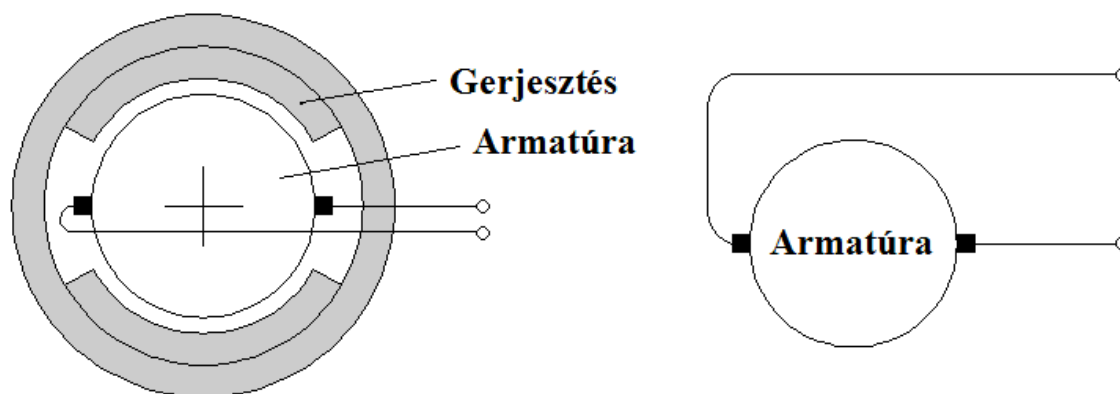
miatt kiátlagol és egy 0-5 [V] közötti látszólagos feszültségként realizál. A PWM jel 3,67[kHz] frekvenciájú a jelen összeállításban.

A potenciométer feszültségosztóként üzemelve a hajtómű nyomaték kivezető tengelyéhez van csatlakoztatva és így annak szöghelyzetét képes feszültség jellé alakítani, amit kommunikációs és időzítő controller mintavételez és küld vissza a PC-nek.

2.8 DC motorok

A következőkben bemutatom az alkalmazási feladatom szempontjából felhasznált motor típust.

Villamos végrehajtó eszköznek legtöbbször motorokat alkalmaznak, melyek villamos energiát mechanikus energiává képesek alakítani. A szervo technikában a DC motorok (egyenáramú hajtások) egyed-uralkodóak. A DC motorok közül a külső gerjesztésű motorok, azon belül az állandó mágneses motorok a legelterjedtebbek a szervo rendszerekben. Ezen motorok többnyire föld mágnesből készült gerjesztéssel rendelkeznek melyet a motorházához rögzítve helyeznek el ld.: 2-19. ábra. A föld mágnes által létrehozott mágneses térerősség állandó, értéke nem változtatható, hanem a föld mágnes anyagi tulajdonsága adja. Az armatúra ebben az állandó mágneses térben forog.

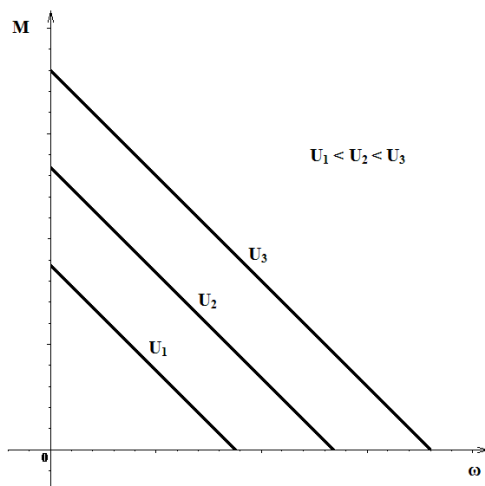


2-19. ábra Állandó mágneses gerjesztésű motor

Ez a motortípus kedvelt a szervo technikában, mert a külső gerjesztésnek energia szükséglete nincsen, így a hatásfok kedvezően alakul. Az állandó mágneses térben az armatúra gerjesztését a tekercsére kapcsolt feszültség idézi elő. A nyomatékot lineárisan szabályozhatjuk a gerjesztő árammal, amit a feszültséggel változtathatunk ld.: 2-20. ábra. Az armatúra tekercsre az áramot kommutátoron keresztül vezetik, ami általában szénkefe. A fordulatszám és a kialakuló nyomaték lineáris karakterisztikát vesz föl, mely jól látható a feszültség-nyomaték diagramról, amelyet az alábbi egyenlet ír le:

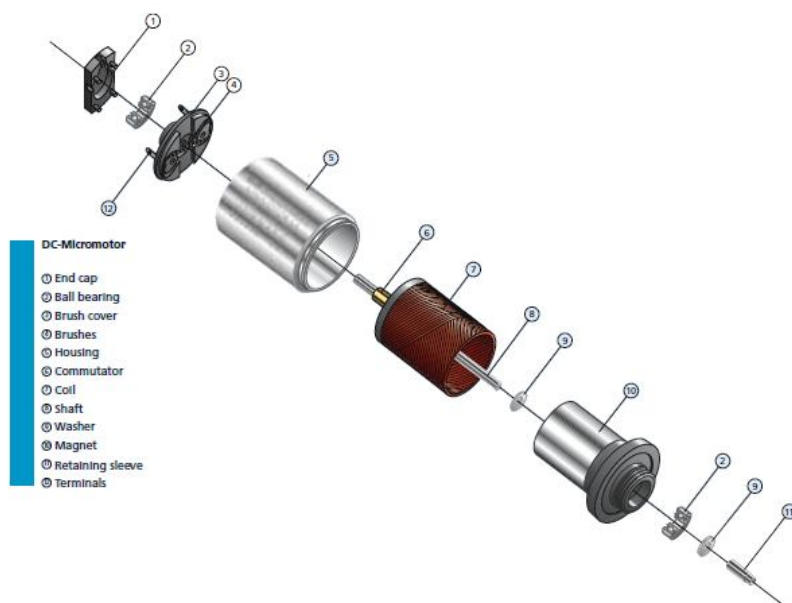
$$M = \frac{K_{\Phi} \Phi}{R_a} u - \frac{(K_{\Phi} \Phi)^2}{R_a} \omega \quad (2.2)$$

A fenti egyenletben u a motor tekercsére adott feszültséget jelenti, vagyis a gyakorlatban ez jelenti a rendszerre adott beavatkozó jelet. A kialakuló M nyomaték pedig a motor dinamikájától, vagyis a Φ fluxus kialakulásától függ, valamint motor paramétereitől, amik a K_{Φ} konstans és az R_a armatúratekercs ellenállás.



2-20. ábra Állandó mágneses motor fordulatszám-nyomaték karakterisztikája

A motor sok előnye miatt még ma is elterjedt motortípus az ipai és a szórakoztató elektronikákban. A robotrendszerekben, napjainkban már egy különleges elrendezésű, úgynevezett magnétküli motort szabályozunk. Ez a motor kis tehetetlenséggel rendelkezik, mert a tekercselés nem vasmagra van felcsévélve, hanem lakkban erősített öntartó szerkezet. A 2-21. ábra egy FAULHABER magnétküli motort mutat példát.



2-21. ábra FAULHABER mag nélküli motor (lásd [9])

2.9 Szervo motorok szerkezeti felépítése

A szervo motorok az automatizálási feladatok egyik elengedhetetlen alkatrésze. A nagy igény miatt kompaktabb kiserelésben, több méretkategóriában és típusban gyártják. Az inga modell építése során használt szervók nagy mérettartományba tartoznak, ezeket többnyire speciális modellekben alkalmazzák, ahol a tömeg és teljesítmény viszonyok lényegesek.

A 2-22. ábra egy Alturn USA ADS-850HMG nagy szervo méret kategóriába tartozó forgalomban is kapható szervót ábrázol, látható a házon a szabványosított a felfogató fülek és a tengely kivezetés.



2-22. ábra A szervo egység

A szervóban szétszerelt állapotban jól láthatóvá válik a lassító áttételhez használt fogaskerék rendszer, hajtómű, ld. 2-23. ábra.



2-23. ábra Szétbontott szervo főbb részei

A szervóban található áttételek (lásd.: 2-24. ábra) nagy fordulatú és kis nyomatékú motor tengely kivezetéséről vételezett teljesítményt alakítják kis fordulatszámú és nagy nyomatékká lépcsőzetes fogaskerék párokkal, melyek a hajtóműház kis helyigényének és a tömegcsökkentésnek a követelményét is kielégítik, pl. egyetlen nagy áttétel és vastag tengelyek helyett. Ennek a konstrukciónak azonban hátránya a jelentősnek mondható Coulomb súrlódás, aminek fontos szerepe lesz a robotok pozicionálási kérdései során.



2-24. ábra A servo áttételei

A motor, a fogaskerék blokk, és a potenciométer elhelyezését szemlélteti a 2-25. ábra. A potenciométer tengelye rögzítve van az utolsó kivezetett fogaskerékhez, így a kivezetett tengelynek a pozícióját a potenciométer ellenállásából következtethetjük vissza.

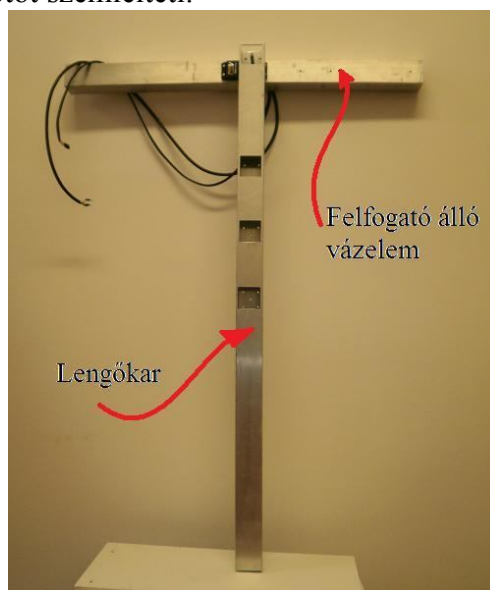


2-25. ábra A motor és a potenciométer

A kísérletek során használt szervóból a gyári elektronikát eltávolítottam és a teljesítmény fokozatát átépítettem, hogy a szabályozási körben szereplő gyári paramétereket saját külsőleg is változtatható szabályozással befolyásolhassam, amit a 2.7 fejezetben mutattam be részletesebben. A gyárilag beszerelt potenciométer egy feszültségosztóként működik a két rávezetett potenciál között, ennek jelét dolgoztam föl az A/D jel konverterrel.

3 A vizsgált robot

Az inga-robot egy rotációs szabadsági fokkal rendelkezik, így a lengőkar a mozgó servo tengelye körül fordulhat el. A szabadságfok mozgásáról a servo egység gondoskodik, mely nagy áttételen keresztül egy DC motorokhoz csatlakozik. A robot vázszerkezete alumínium zárt szelvényből lett gépi marással kialakítva a pontosság igénye miatt. A robot lengőkarjában több felszerelési pont is ki lett alakítva, az inga forgási tengelyre számított tehetetlenségi nyomatékának változtatása érdekében. A váz álló részébe a servo motor csavarokkal van befogatva és a lengőkar is csavarokkal van rögzítve a servo tengely kivezetéséhez. A robot elhelyezését kényűlő támasztó bútorlapokkal tettem még stabilabbá a kísérletek során. A 3-1. ábra a megépített inga robotot szemlélteti.



3-1. ábra A megépített inga robot

Az ábrán látható lengőkar tehetetlenségi nyomatékát a szabályozásokhoz ismerni kell. Kísérletileg meghatározható a lengőkar tehetetlenségi nyomatéka kis súrlódású tengelyre szerelve az ingát és a lengés idejéből visszszámolva a fizikai inga linearizált egyenletéből:

$$\Theta_a = \frac{mgl_{AS}T^2}{4\pi^2} \quad (3.1)$$

Az inga lengőkarának tehetetlenségi nyomatékához mérésel meghatározott paraméterei $m = 0.636 \text{ [kg]}$, a súlypont és a forgástengely távolsága $l_{AS} = 0.378 \text{ [m]}$, a mérésekből átlagolt lengés idő $T = 1.4757 \text{ [s]}$, ezekkel az értékekkel: $\Theta_a = 0.1302 \text{ [kgm}^2\text{]}$

Ha a lengőkart egy homogén, állandó keresztmetszetű rúdként modellezzük és ennek a végére számítjuk a tehetetlenségét, akkor az a következőre adódik:

$$\Theta_a = \frac{ml^2}{3}, \quad (3.2)$$

ahol $l = 0.8 [m]$ a lengőkar hossza. Az eredmény $\Theta_a = 0.1357 [kgm^2]$

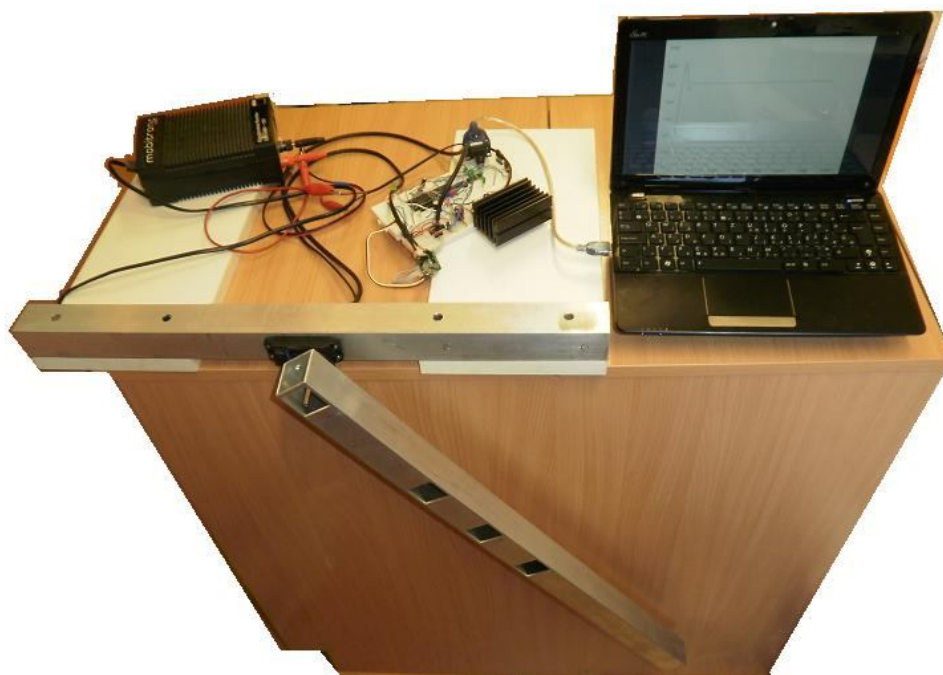
Az eltérést a komplex alak, és a felszerelt csatlakozó elemek okozzák, de jól közelíti a mérés az elméleti egyenes modellt, hiszen az eltérés csupán 4%, így mostantól élhetünk az egyenes, végén felfogatott rúd tehetetlenségi nyomatékának modelljével.

A robot váza a felhasznált alumínium és az alumínium zárt szelvény profil miatt nagy erőhatásoknál sem hajlik meg jelentősen, így a robot vázában ébredő rezgéseket elhanyagolhatjuk a kísérletek során. A robotkar gyenge pontjai a szervókban található tengelyek és ágyazások, melyek laza illesztésük miatt kis kotyogást eredményeznek a rotációs szabadsági fokoknál. A robot egy további problémája a servo ház gumifelfogató bakjai, melyek az inga méretei miatt könnyen deformálódhatnak.

A robotot a kísérletek során, úgy helyeztem el, hogy a vizsgált kar a függőleges síkban mozogjon, ezzel a kar súly ereje miatti nem-lineáris egyenletek is vizsgálhatóvá válnak. A kar súlyából származó nyomaték a servo tengely ágyazásait terheli és befolyásolja a hajtóműben fellépő súrlódási erőket a deformációk miatt.

A tesztelt szabadsági fokhoz tartozó átépített servo potenciométer és motor vezetékeit a próba panelon megépített szabályozó áramkörbe kötöttem, melyhez egy táp adaptert és egy USB-Serial konvertert kapcsoltam, a PC-hez való csatlakoztatás végett, mely egységeket a 2.7 fejezetben részletesebben is ismertettem. Az áramkörök és a robot a 3-2. ábra *A robot inga mérési összeállítása* mutatja.

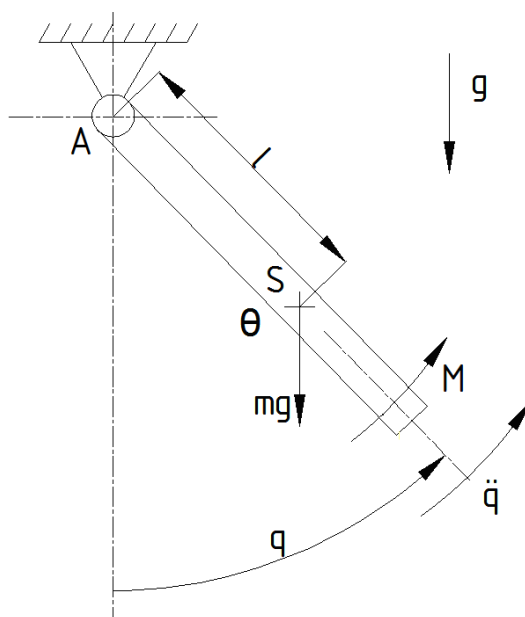
A kísérletek során Matlab fejlesztői programban írt kommunikációs programom és kifejlesztett adat küldési protokollomon keresztül állítom a motor nyomatékát. A szabályozó pozíció visszacsatolása miatt a jeleket egy hasonló saját fejlesztésű protokollon keresztül küldöm vissza a Matlab programba, ahol azokat feldolgozom és esetleges későbbi felhasználás miatt megőrzöm. A beállított szabályozási ciklusok elvégzése után a programból grafikonok segítségével jelenítem meg a szabályozás során kialakuló értékeket, a jól sikerült kísérleteket véglegesen is menthetem a tesztelések után, a későbbi utószámítások és eredmények visszanyerése érdekében.



3-2. ábra A robot inga mérési összeállítása

4 Felhasznált mechanikai modellek

A dolgozatban egy olyan mechanikai rendszert vizsgálunk, amely sokféle szabályozási algoritmus tesztelésére alkalmas. Az ingák lehetővé teszik a munkapont körüli kis szögkitérés esetén linearizált modellek alkalmazását, míg lehetőséget nyújtanak erősen nem lineáris rendszerek elemzésére is. Az ingamodellt a 4-1. ábra mutatja.



4-1. ábra Az inga modellje

A modellezés során 1 szabadságfokú rendszert vizsgálunk, de a valóságban nagyon sok szabadságfoka van a rendszernek, akár kontinuumként is modellezhetnénk. Nem modellezett tényezők a rúd rugalmassága, a légellenállása a testnek, a tartó csukló deformációja és elmozdulása az elvi középpontjából.

4.1 Nemlineáris modell

Az ingamodell mozgásegyenlete a nemlineáris tagokkal:

$$\Theta_a \ddot{\varphi} = M - mgl \sin(\varphi) - S(\dot{\varphi}, \varphi) \quad (4.1)$$

Jelölések:

$\varphi [rad]$	a lengőkar és a függőleges tengely által bezárt szög
$\dot{\varphi} \left[\frac{rad}{s} \right]$	a lengőkar szögsebessége

$\ddot{\varphi} \left[\frac{rad}{s^2} \right]$	a lengőkar szöggyorsulása
$\Theta_a [kg m^2]$	A pontbeli tengelyre vett tehetetlensége a lengőkarnak
$m [kg]$	a lengőkar tömege
$g \left[\frac{m}{s^2} \right]$	gravitációs gyorsulás
$M [Nm]$	szabályozó nyomaték
$l [m]$	az S súlypont és az A csuklópont távolsága
$S(\dot{\varphi}, \varphi) [Nm]$	Coulomb és hidrodinamikai súrlódás függvény

A nemlineáris dinamikáért a $\sin(\varphi)$ és a $S(\dot{\varphi}, \varphi)$ súrlódásos tagok a felelősek. Az $S(\dot{\varphi}, \varphi)$ függvény pontos meghatározása a valóságos mechanikai rendszerben igen nehéz feladat, mivel olyan tényezőktől is függ, mint például a hajtóműbe beépített fogaskerek geometriai hibái, környezeti hőmérséklet, stb.

4.2 Lineáris modell

A nemlineáris mozgásegyenletből eltávolítva a súrlódást a következő egyenletet nyerjük:

$$\Theta_a \ddot{\varphi} = M - mgl \sin(\varphi) \quad (4.2)$$

Az ingamodell munkapontjától vett megfelelően kicsi kitéréseinél közelíthetjük a kitéréstől függő nemlineáris karakterisztikát egy lineáris egyenessel, mely a nemlineáris görbe adott pontbeli érintője.

4.2.1 Adott pont körüli linearizálás

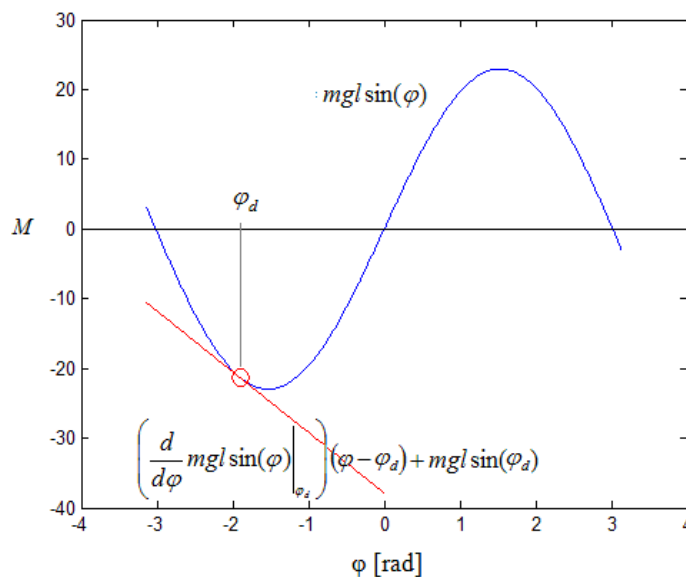
Ha álló helyzetét tekintjük az ingának, akkor a szöggyorsulás és a szögsebességtől függő komponensek is nullává válnak, így a következő egyenletet nyerhetjük:

$$M = mgl \sin(\varphi) \quad (4.3)$$

A megkívánt φ_d szöghelyzet körül linearizálva az ingára ható súlyerő nyomatékát a következő lineáris egyenes egyenletét kapjuk:

$$\left(\frac{d}{d\varphi} mgl \sin(\varphi) \Big|_{\varphi_d} \right) (\varphi - \varphi_d) + mgl \sin(\varphi_d) \quad (4.4)$$

A linearizálással kapott eredményt a 4-2. ábra szemlélteti.



4-2. ábra Linearizálás a munkapont körül

4.2.2 Linearizálás az alsó egyensúlyi helyzet körül

Az ingának egyik kitüntetett munkapontja a 0 [rad]-nál található, ahol a $\sin(\varphi) \cong \varphi$ közelítéssel élhetünk, így a mozgásegyenlete a következő:

$$\Theta_a \ddot{\varphi} = M - mgl\varphi \quad (4.5)$$

$M = 0$ esetén az exponenciális próbafüggvény behelyettesítése után a következő karakterisztikus egyenletet kapjuk:

$$\Theta_a \lambda^2 + mgl = 0 \quad (4.6)$$

Az egyenlet akkor és csak akkor aszimptotikusan stabilis, ha $\Re \lambda_{1,2} < 0$, látható, hogy tisztán imaginárius gyökpárral rendelkezik a rendszer, ami azt jelenti, hogy csillapodás nélküli tisztán lengő rendszerrel állunk szemben.

$$\lambda_{1,2} = \pm j \cdot \sqrt{\frac{mgl}{\Theta_a}} \quad (4.7)$$

Ha bármilyen kis viszkózus súrlódást is feltételezünk, lineáris sebességgel k_s szerint arányos súrlódás alkalmazásával, akkor az előző gondolatmenetet követve:

$$\Theta_a \ddot{\varphi} = -mgl\varphi - k_s \dot{\varphi} \quad (4.8)$$

$$\Theta_a \lambda^2 + k_s \lambda + mgl = 0 \quad (4.9)$$

Az egyenlet akkor és csak akkor aszimptotikusan stabilis, ha $\Re\lambda_{1,2} < 0$, a Routh-Hurwitz kritérium szerint az akkor és csak akkor teljesül, ha a karakterisztikus egyenletben szereplő együtthatók értéke mind nagyobb zérusnál, jelen esetben a fizikai paraméterei az ingának biztosítják a pozitív együtthatókat (lásd [4]):

$$\lambda_{1,2} = -\frac{k_s}{2\Theta_a} \pm \frac{\sqrt{k_s^2 - 4\Theta_a mgl}}{2\Theta_a} \quad (4.10)$$

Látható, hogy $k_s^2 - 4\Theta_a mgl < 0$ esetén lengve csillapszik le a rendszer a kialakuló imaginárius gyökök miatt, ellenkező esetben az inga lengés nélkül csillapszik le a tisztán reális gyökök miatt.

4.2.3 Linearizálás az felső egyensúlyi helyzet körül

A másik kitüntetett pozíciója az ingának $\varphi = \pi$ -nél található, ami azt jelenti, hogy a felső holtpontban tartózkodik a rendszer. Ennél a pontnál linearizálva a rendszert, a következő mozgásegyenletet kapjuk:

$$\Theta_a \ddot{\varphi} = M + mgl\varphi \quad (4.11)$$

$M = 0$ esetén az exponenciális próbafüggvény behelyettesítése után a következő karakterisztikus egyenletet kapjuk:

$$\Theta_a \lambda^2 - mgl = 0 \quad (4.12)$$

A karakterisztikus gyökök ezúttal a következők lesznek:

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{mgl}{\Theta_a}} \quad (4.13)$$

Mivel mindig van egy pozitív valós részű gyök, akármilyen kis diszturbációt szenved a rendszer (inverz inga) a felső holtpont körül, a rendszer válasza eldőlés lesz. Belátható, hogy M szabályozó nyomatékkal stabilizálható lesz az inverz inga is, ami szabályzás nélkül instabil egyensúlyi helyzet lenne.

4.3 Súrlódási modellek

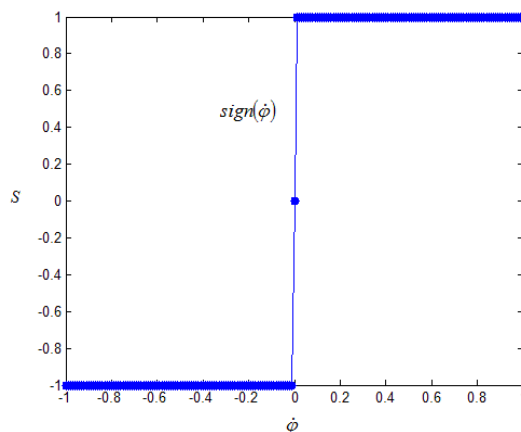
A súrlódás minden valós mechanikai rendszerben felfedezhető, a csuklók, csapok és felületek érintkezésénél vagy valamilyen közeg alakváltozása és belső súrlódása miatt. A szárazsúrlódást más néven Coulomb súrlódásnak nevezzük, míg a folyadékokban létrejövő súrlódást folyadék vagy hidraulikai súrlódásnak hívjuk.

A súrlódás az elmozdulással ellentétes irányú erőt hoz létre, linearizált esetben a viszkózus súrlódást közelíthetjük a sebességgel arányos erővel, ahol az arányossági tényező k_s :

$$S(\dot{\phi}) = k_s \dot{\phi} \quad (4.14)$$

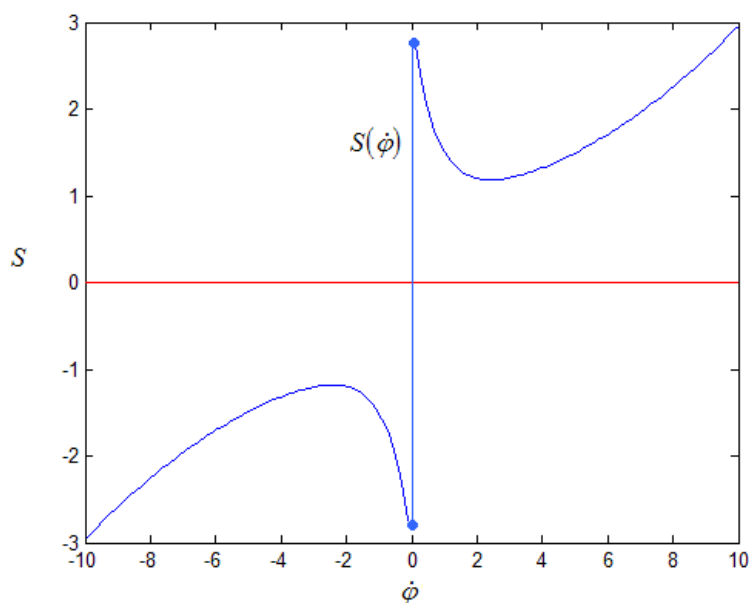
A szárazsúrlódás leírását teszi lehetővé a következő már nemlineáris súrlódás modell, mely a signum, előjel függvényt alkalmazza. A signum függvényt a 4-3. ábra szemlélteti:

$$S(\dot{\phi}) = \mu \operatorname{sign}(\dot{\phi}) \quad (4.15)$$



4-3. ábra A signum függvény

A szignum függvény leírt modell hibája abban rejlik, hogy a valóságban $S(\dot{\phi} = 0) \neq 0$, tehát álló helyzetben is kell súrlódást definiálnunk. Álló helyzetben értelmezett a tapadási súrlódás, melynek értéke egyenlő a testre kifejtett súrlódás irányú erőkomponenssel mindaddig, míg egy kritikus érték után a test megcsúszik és a súrlódás modell a csúszási súrlódás értékére áll vissza. Ez a modell már jól közelíti a valóságban tapasztalható súrlódási effektust, amit a 4-4. ábra szemléltet.



4-4. ábra A valóságban tapasztalható súrlódási modell közelítése

A numerikus szimulációba az előjelfüggvény pusztá alkalmazása helyett egy bonyolultabb algoritmus építettem be, amely képes detektálni a súrlódó felületek letapadását, és a letapadási állapot megszűnését egyaránt. A két esetben tulajdonképpen eltérő egyenletek írják le a mechanikai modellt, a program ezek között aszerint vált, hogy tapadásról, vagy éppen csúszásról van szó az adott időpillanatban.

További bonyolultságot okoz, hogy a szárazsúrlódás és a viszkózus súrlódás egy időben is jelen lehet. A szimulációs programot erre is felkészítettem.

5 Szabályozási stratégiák, matematikai modellezés és elméleti vizsgálatok

Ebben a fejezetben az inga kísérletek szempontjából fontos szabályozó eljárásokat, mutatom be, elméleti háttérüket és működésüket is ismertetve. A dolgozatban vizsgált digitális szabályozási modellek kísérleti úton történő elemzését is bemutatom ebben a fejezetben. A kísérletek során a matematikai modelleknek nem a számszerű bizonyítása a cél, hanem a jelleghelyesség alátámasztása.

5.1 Számítások, numerikus modellek, stabilitás vizsgálat

A dolgozatban szereplő analitikus számításokat a Maple 13 verziójú szimbolikus matematikai programmal végzem. A robottal való kommunikációt és kísérleteket, a Matlab programból soros porti kommunikációval oldottam meg, így az eredmények már rögtön egy adatfeldolgozásra alkalmas matematikai programba kerülnek. A numerikus szimulációkat és stabilitás vizsgálatokat is Matlab programmal végzem.

A numerikus szimulációk során meghatározott lépésközü és iterációs számban végzem el a modellel kapcsolatos számításokat, ezért fontos a jól megválasztott numerikus szimulációs módszer, és a modell szimulációjához elegendően finom lépésköz. A numerikus módszernek a negyedrendű Runge-Kutta módszert választottam.

A szimulációk paramétereinél, mint az időlépés, a valós inga rendszer paraméterit vettem mértékadónak. A 3 fejezetben található az inga lengőkar lengésidejének számítása és mérése, ezt a lengésidőt ugyan a szabályozási paraméterekkel tudjuk bizonyos mértékben befolyásolni, de a szimulációk lépésközét jóval ez alá választottam, hogy a szimulációk ne hibás eredményeket generáljanak, és hogy ne léphessen fel numerikus instabilitás. A numerikus szabályozó modell lépésközét a kísérleti elektronikánál is használt 10[ms] és 20[ms] közötti értékre választottam, így konzisztens eredményeket kaphatunk a kísérletekkel.

A szabályozási rendszerek által kiadott erők szakaszosan a szabályozó algoritmus megfelelő lefutása után változnak és a nulladrendű tartó szervnek köszönhetően állandó értéken állnak a következő számítási ciklusig. A valós és az időben diszkrét rendszereknél vigyázni kell, hogy a Runge-Kutta módszer numerikus előrelépéseinél ne változzon a kiszámított beavatkozó jel, mert ez hamis eredményekhez vezetne. Tehát beállíthatjuk, hogy csak bizonyos számú Runge-Kutta lépés után számoljon a szabályozó új beavatkozó jelet.

5.1.1 Numerikus stabilitás vizsgálat

A szimulációs eredmények alapján is lehetséges stabilitás térképeket készíteni, ekkor egy algoritmussal ellenőrizhetjük a rendszer stabilitását. A stabilitásvizsgáló algoritmus a szimuláció után megvizsgálja a rendszer szimulált pozíciójelének első és utolsó negyedét az

időben. A negyed tömbökben megkeresi a tömbhöz tartozó maximális és minimális értékeket, ezeknek a távolságát veszi, ami $|q_{1\max} - q_{1\min}|$ -ként és $|q_{2\max} - q_{2\min}|$ kerül meghatározásra az első és a második negyedre. A stabilitási feltételként (lásd [6]) a $|q_{1\max} - q_{1\min}| > |q_{2\max} - q_{2\min}|$ feltételt vizsgáljuk, mely arra ad választ, hogy az utolsó negyedben a legnagyobb felvett értékek távolsága alacsonyabb e, mint a kezdeti negyedben található értékek maximális távolsága. A középső két negyed tartományt célszerűségi okokból kell kihagyni az elemzésből, hiszen lehetséges, hogy pont egy amplitúdó csúcs átsúszna, a másik szomszédos vizsgált szakaszra, ami megbízhatatlanná tehetné a módszert. Ez a módszer korántsem tökéletes, hiszen nem tudjuk, hogy a rendszer hogyan viselkedik a középső két negyed tartományban és elegendően hosszú tartományt kell vizsgálni a lengő rendszereknek az amplitúdó elemzéséhez. A gyakorlatban, így nem csak a lépésközt kell jól megválasztanunk, hanem a szimuláció iterációs számát is, hogy a numerikus stabilitás vizsgálat kielégítően pontos legyen. A gyakorlatban a stabilitási térképek megfelelően pontosak, hiszen az instabil területeken, olyan mértékben divergál a megoldás függvény, hogy könnyű detektálni az instabilitást. A módszer a stabilitási határokon kismértékű bizonytalanságot mutat, de ettől eltekintve jól alkalmazható.

5.2 Egyszerű PD és PID szabályozók

Az egy szabadsági fokú rendszer matematikai modelljét több lépésben ismertetem. Először a robot pozíciószabályozásának legegyszerűbb, analóg esetét mutatom be. Későbbiekben, a valóságban is előforduló időben diszkrétizált PD és PID szabályozó algoritmus stabilitását vezetem le. Az analitikus eredményeket az 5.1.1 fejezetben ismertetett numerikus stabilitás vizsgálattal ellenőrzöm.

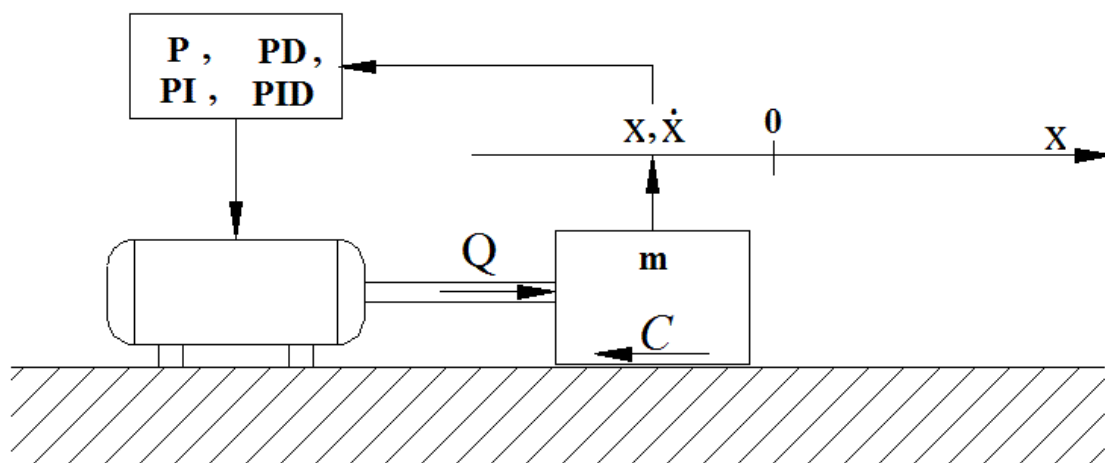
Az elméleti levezetéseket egy lineáris, rendszerre végeztem el, de az eredmények általánosíthatók a vizsgált ingamodellre is.

5.2.1 Analóg szabályozás

Az analóg szabályzások egyik fő jellemzője, hogy a szabályzás teljes egészén át a jelek folytonosan változnak és meghatározott intervallumon belül végtelen egymástól különböző folytonos értéket vehetnek fel.

Elméletben az egyik legjobb szabályozási rendszer az analóg rendszer, a valóságban a programozásuk, megépítésük a passzív elemek mérete, karakterisztikájuk és árak valamint a jelek zavarások, veszteségek miatti sérülése az analóg rendszerek szerepének csökkenéséhez vezetett és a diszkrét értékekkel működő digitális szabályzó körök elterjedését gátították elő.

Az elméleti vizsgálatokat a következő 5-1 ábra által mutatott lineáris és egy szabadsági fokú rendszerre mutatom be.



5-1. ábra Az analóg szabályozási kör

A rendszerben alkalmazott szabályozó erőt Q jelöli, ami egyszerűbb esetekben egy PD szabályozó szerint alakul, mely mechanikai tartalma szerint a P rugómerevség valamint a referencia és az érzékelt helyzet közti x eltérés szorzatából, illetve a D csillapítás és az $\dot{x}$ sebesség szorzatából adódik:

$$Q = -D\dot{x} - Px \quad (5.1)$$

A rendszerünk newtoni mozgásegyenletében megjelenik a C Coulomb súrlódás is, mely a sebesség irányától ellentétesen függ:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= Q - C \operatorname{sgn}(\dot{x}) \\ m\ddot{x} + D\dot{x} + Px &= -C \operatorname{sgn}(\dot{x}) \end{aligned} \quad (5.2)$$

5.2.1.1 PD szabályozás stabilitása

A rendszerünk stabilitásának vizsgálata szempontjából a következő differenciálegyenletet kell megoldanunk:

$$m\ddot{x} + D\dot{x} + Px = 0 \quad (5.3)$$

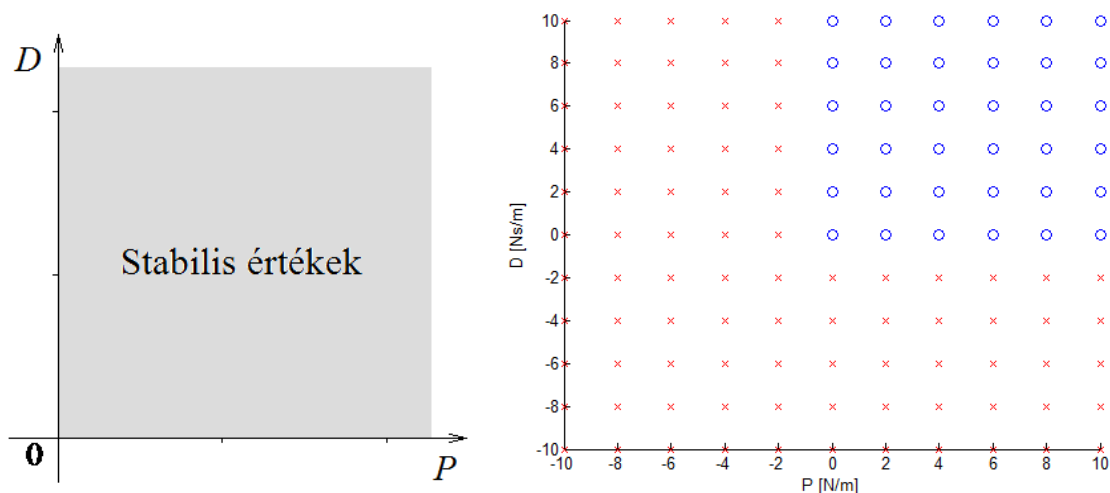
Az $x(t) = Ae^{\lambda t}$ exponenciális próbafüggvény visszahelyettesítésével, vagy Laplace transzformáció alkalmazásával egyaránt a következő karakterisztikus egyenletre jutunk:

$$m\lambda^2 + D\lambda + P = 0 \quad (5.4)$$

A megkívánt $x(t) \equiv 0$ (referencia) pozíció akkor és csak akkor lesz exponenciálisan (aszimptotikusan) stabilis, ha $\Re \lambda_{1,2} < 0$. A Routh-Hurwitz kritérium szerint ez akkor és csak akkor teljesül, ha a karakterisztikus egyenletben szereplő együtthatók értéke mind nagyobb zérusnál, hiszen a tömeg mindig pozitív (lásd [4]):

$$m > 0, \quad D > 0, \quad P > 0.$$

Az analóg szabályzás stabilitása tehát pozitív P-D értékekre teljesül (lásd: 5-2. ábra). Ezt a 5.1.1 fejezetben bemutatott numerikus szimuláción alapuló módszerrel is bebizonyítottam.

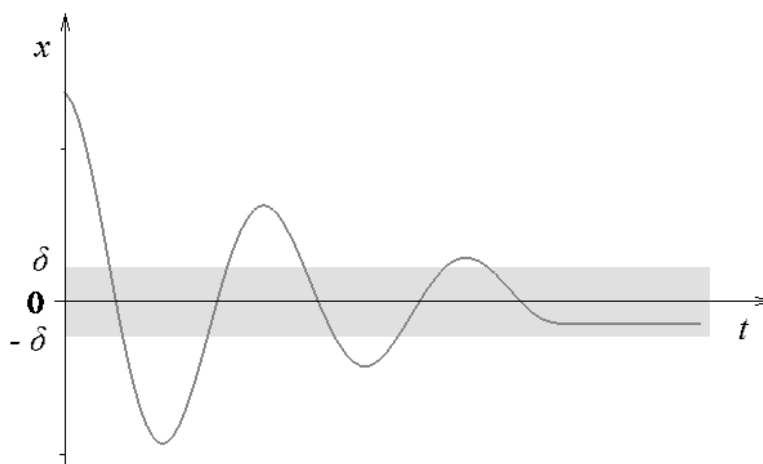


5-2. ábra Analóg szabályzás stabilitás térképe az elméleti levezetés alapján (baloldalon) és a numerikus szimulációk alapján (jobboldalon)

5.2.1.2 Beállási pontosság

A rendszerünket egyensúlyi helyzetben vizsgálva megkapjuk a rendszerben kialakuló pozícionálási hibát, mely a Coulomb súrlódási erőből és a rugó merevségből származtatható:

$$\ddot{x} = 0, \dot{x} = 0 \Rightarrow |\delta| = \frac{C}{P}$$



5-3. ábra Időjel súrlódás esetén

A rendszer, ezen δ határon belül bárhol megállhat, ha zérus a sebessége lásd: 5-3. ábra. A beállítás hibája a proporcionális paraméter értékének növelésével csökkenthető, de a gyakorlati okok ezt a tetszőlegesen nagy értéket egy véges értékre korlátozzák. Továbbá elmondható, hogy a súrlódás a stabilitást sok esetben javítja – ez alól egyik kivétel az akadozó csúszás jelensége, amikor a test megáll, majd hirtelen újraindul, újra megáll, és így tovább.

5.2.1.3 PID szabályozás stabilitása

A pozicionálási hiba eliminálására integráló tagot szoktak használni, ami azonban véletlenszerűnek tűnő rezgésekhez és szigorúbb stabilitási feltételekhez vezet.

A szabályzó erőnk ekkor:

$$Q = -D\dot{x} - Px - I \int_0^t x \cdot d\tau \quad (5.5)$$

Így a differenciálegyenletünk a következőképp alakul:

$$m\ddot{x} + D\dot{x} + Px + I \int_0^t x \cdot d\tau = 0 \quad (5.6)$$

Az integrál tag kiküszöbölése érdekében deriváltunk:

$$m\ddot{x} + D\ddot{x} + P\dot{x} + Ix = 0 \quad (5.7)$$

A karakterisztikus egyenlet ezzel megváltozik

$$m\lambda^3 + D\lambda^2 + P\lambda + I = 0 \quad (5.8)$$

A stabilitásra vonatkozó feltételeink, szigorúbbakká váltak a sima PD szabályozó rendszerhez képest:

$$m > 0, \quad D > 0, \quad P > 0, \quad I > 0 \quad (5.9), (5.10), (5.11), (5.12)$$

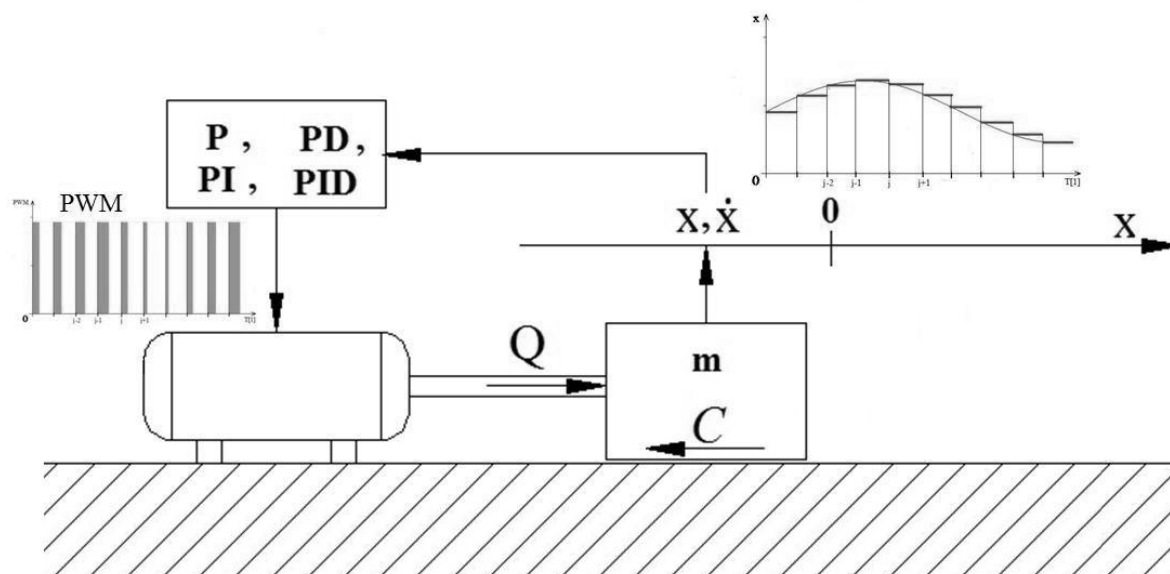
Illetve a Routh-Hurwitz determinánsból eredő feltétel:

$$\frac{D \cdot P}{m} > I \quad (5.13)$$

5.2.2 Digitális szabályozás

Ebben a fejezetben az analóg esetben megvizsgált szabályozási eljárások viselkedését vizsgálom meg abban az esetben, ha figyelembe vesszük a számítógép okozta időbeli digitalizálást. Egy egy szabadsági fokú digitalizált szabályozással rendelkező lineáris mechanikai rendszer vázlatát mutatja a következő ábra, az elméleti vizsgálatokat erre a

rendszerre hajtom végre, majd az eredményeket általánosítom a vizsgált inga-robotra, és a kísérleteket is ezzel végzem el.



5-4. ábra A digitális szabályozási kör (lásd [5])

A 2.6 A mikrokontrollerek és digitális jelek fejezetben említett SCAN ciklusban megismétlődő tényezők határozzák meg a τ [s] ciklusidőt, amelyet mintavételezési időnek is neveznek (angolul sampling time). A τ [s] mintavételezési idővel meghatározható a mintavételezési frekvencia (sampling frequency):

$$f_s = \frac{1}{\tau} [\text{Hz}].$$

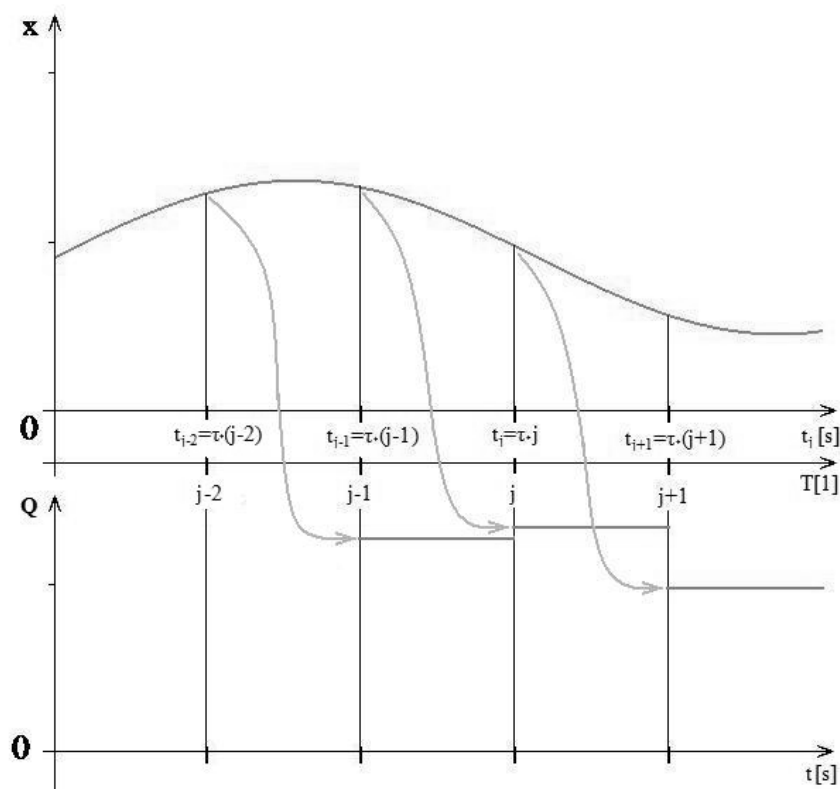
A mintavételezési időpontokat a mintavételezési idővel adjuk meg:

$$t_j = j\tau [\text{s}], \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

A mintavételezés emiatt csak a mintavételezési időpontokban történik meg és azután a SCAN ciklusban történnek meg a számítások majd a kimenetek kiszámított értékre való beállítása. A mintavételezési időpontokat emiatt egy dimenzió nélküli idővel is megadhatjuk, amely az időpont sorszámát adja meg.

$$T_j = \frac{t_j}{\tau} = \frac{j\tau}{\tau} = j, \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

A ciklus idő, a mintavételezés, és a kimenet Q függvény késése jól megfigyelhető az 5-5. ábra grafikonjain:



5-5. ábra Digitális mintavételezés és a kimenő jel

Az 5-5. ábra Q kimenő jel függvényen jól látszik a szakaszosan állandó érték, melyet Nullad Rendű Tartónak (ZOH – Zero Order Hold) nevezünk.

5.2.2.1 Digitális P szabályozó DC szervó motorral

A jelen fejezetben tárgyalt P szabályozót a gyakorlatban ritkán használják, mivel már a folytonos modellből is kiderül, hogy az ilyen szabályozás a stabilitás határán van. Ezt úgy láthatjuk be könnyen, ha az 5-2. ábra $D = 0$ esetet tekintjük. Az elvégzett kísérlet viszont azt mutatja, hogy a valóságban az ilyen szabályozás is lehet stabil, és ez a DC motorok szögsebesség-nyomaték karakterisztikájából (lásd 2-20. ábra) adódik. Ezt a következő egyenletekkel igazoljuk. Az 5-4. ábra esetében a rendszer mozgásegyenlete a következő:

$$m\ddot{x} = Q \quad (5.14)$$

A jobboldalon szereplő Q erő a motor nyomatékából származik, azaz azzal arányos. A motor nyomatéka azonban összefüggésben van a motor fordulatszámaival, és ezt az összefüggést (2.2) egyenlet adja. Továbbá a motor fordulatszáma arányos az $\dot{x}$ sebességgel. Tehát a kialakuló Q erő az alábbi alakban írható:

$$Q = K_1 u - K_2 \dot{x}, \quad (5.15)$$

ahol K_1 és K_2 a motor konstansából és az áttétel tulajdonságaiból származó konstansok. A P szabályozó alkalmazásával tulajdonképpen az előző kifejezésben szereplő u feszültség értéket (a gyakorlatban a PWM értéket) írjuk elő a hiba függvényében:

$$u = -Px \quad (5.16)$$

Ezt visszahelyettesítve a Q erőbe azt pedig a mozgásegyenletbe, a következő differenciálegyenlet adódik:

$$m\ddot{x} = -K_1Px - K_2\dot{x} \quad (5.17)$$

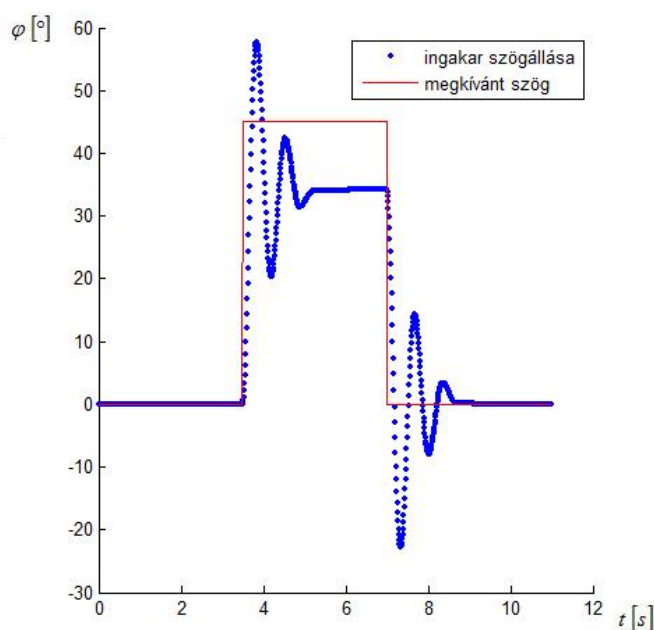
A fenti levezetésből belátható, hogy a motor karakterisztikájának figyelembevételével egy csillapodó lengőrendszert kapunk, tehát egy DC szervomotor és a P szabályozó alkalmazásánál olyan mintha a rendszerben viszkózus csillapítás is szerepelne. A P szabályozó hibája azonban az, hogy gravitáció, vagy külső erő jelenlétekor maradó hibát hagy. Ehhez tekintsük az inga mozgásegyenletét:

$$\Theta_a \ddot{\varphi} = M - mgl \sin(\varphi) - S(\dot{\varphi}, \varphi) \quad (5.18)$$

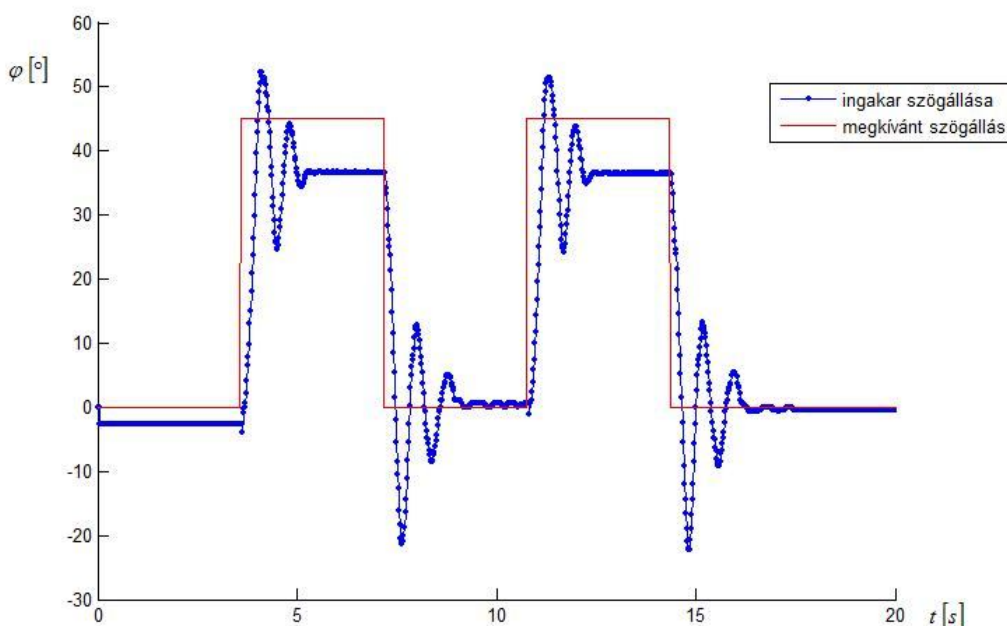
Ezt statikus állapotban vizsgálva megkapjuk a maradó hibát:

$$M = P(\varphi_d - \varphi) \quad (5.19)$$

A következő ábrákon a csillapodó lengések és a maradó hiba figyelhető meg a szimulációs és a kísérleti eredmények alapján, amelyeket a vizsgált ingaszerű robotra végeztem el.



5-6. ábra Szimulációs eredmény



5-7. ábra Kísérleti eredmény

A továbbiakban az elméleti levezetésekben elhanyagoljuk a DC motor sebességfüggő karakterisztikáját, és úgy vesszük, mintha a kiadott vezérlő jel hatására azonnal kialakulna a kívánt nyomaték a motor tengelyén. Ez azonban a biztonság, pontosabban jelen esetben a stabilitás felé való eltérés. Vagyis, ha a megtervezett rendszerünk a DC karakterisztika nélkül stabilan működik, akkor a DC motor csillapítása csak javíthat a helyzeten.

5.2.2.2 Digitális PD szabályozó

Felírva $Q(t)$ szabályozó erőt a t idő függvényeként a digitális PD szabályzásokra a következő képletet kapjuk:

$$Q(t) = -D \dot{x}(t_j - \tau) - P x(t_j - \tau) \quad \begin{matrix} t \in [t_j, t_j + \tau] \\ j = 1, 2, 3, \dots \end{matrix} \quad (5.20)$$

A mozgásegyenlet a következőre adódik:

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) &= -D \dot{x}(t_j - \tau) - P x(t_j - \tau) - C \operatorname{sgn}(\dot{x}(t)) & t \in [t_j, t_j + \tau] \\ \ddot{x}(t) &= -D \dot{x}((j-1)\tau) - P x((j-1)\tau) - C \operatorname{sgn}(\dot{x}(t)) & j = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (5.21)$$

A deriválás a dimenziótlan idővel:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} &= \frac{1}{\tau} \frac{d}{dt} & \dot{x} &= \frac{1}{\tau} x' \\ \ddot{x} &= \frac{1}{\tau^2} x'' \end{aligned} \quad (5.22)$$

A mozgásegyenlet az átalakítás után a következő alakot ölti:

$$m \frac{1}{\tau^2} x''(T) = -D \frac{1}{\tau} x'(j-1) - P x(j-1) \quad T \in [j, j+1] \quad (5.23)$$

A $C \cdot \text{sgn}(\dot{x}(t))$ súrlódásos tag az 5.2.1 Analóg szabályozás részben indokoltak miatt elhagyható.

Rendezzük a mozgásegyenletet:

$$x''(T) = -\frac{D\tau}{m} x'(j-1) - \frac{P\tau^2}{m} x(j-1) \quad T \in [j, j+1] \quad (5.24)$$

Bevezetjük a dimenzió nélküli proporcionális és differenciális tényezőket:

$$p := \frac{P\tau^2}{m} \quad (5.25)$$

$$d := \frac{D\tau}{m}$$

A mozgásegyenletet átírva a dimenzió nélküli tényezőkre:

$$x''(T) = -d x'(j-1) - p x(j-1) \quad T \in [j, j+1] \quad (5.26)$$

Látható, hogy a $T \in [j, j+1]$ intervallumon a gyorsulás állandó lesz:

$$a_j = -d x'(j-1) - p x(j-1) \quad T \in [j, j+1] \quad (5.27)$$

A sebességet kifejezve az intervallum elején lévő $x'(j)$ kezdeti sebességgel:

$$x'(T) = x'(j) + a_j(T-j) \quad T \in [j, j+1] \quad (5.28)$$

Végül a pozíció függvény kifejezve az intervallum elején lévő $x(j)$ kezdeti pozícióval:

$$x(T) = x(j) + x'(j)(T-j) + \frac{1}{2} a_j (T-j)^2 \quad T \in [j, j+1] \quad (5.29)$$

Ezekkel a képletekkel kiszámíthatjuk a gyorsulás, a sebesség és a pozíció függvényeket a következő $(j+1)$ -dik mintavételezési időpontban, a mintavételezési intervallumunk végén, illetve a következő mintavételezési intervallum elején:

$$x_{j+1} = x(j+1) = x(j) + x'(j) \cdot 1 + \frac{1}{2} a_j \cdot 1^2 \quad (5.30)$$

$$v_{j+1} = x'(j+1) = x'(j) + a_j \cdot 1 \quad (5.31)$$

$$a_{j+1} = x''(j+1) = -d x'(j) - p x(j) \quad (5.32)$$

A j -edik pillanattól következtethetünk a $(j+1)$ -edik pillanatban az állapotváltozók megváltozására:

$$\mathbf{y}^{j+1} = \mathbf{A} \mathbf{y}^j \quad (5.33)$$

Az $\mathbf{A}$ mátrix írja le ezt a megváltozást, melyet ebben az esetben a fentebb levezetett egyenletekből származtathatunk.

$$\mathbf{y}^{j+1} = \mathbf{A} \mathbf{y}^j$$

$$\begin{bmatrix} x^{j+1} \\ x'^{j+1} \\ x''^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 1 \\ -p & -d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^j \\ x'^j \\ x''^j \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

A diszkrét leképezés (3 dimenziós mértani sor) csak akkor konvergens, ha minden lépésnél abszolút érték 1-nél kisebb számmal szorozzuk a mértani sorokra vonatkozó konvergencia tétel miatt. Jelen esetben a quociens maga az $\mathbf{A}$ mátrix.

$$a^{j+1} = qa^j$$

$$|q| < 1$$

$$\mathbf{y}^{j+1} = \mathbf{A} \mathbf{y}^j$$

$$|\mathbf{A}| < 1 \quad (5.35)$$

Az $|\mathbf{A}| < 1$ akkor teljesül, ha a sajátértékek kisebbek abszolút értékben, mint 1, ahol ezek a sajátértékek komplexek is lehetnek, mivel az $\mathbf{A}$ mátrix nem szimmetrikus [2].

$$\det(\mu \mathbf{I} - \mathbf{A}) = \begin{vmatrix} \mu - 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \mu - 1 & -1 \\ p & d & \mu \end{vmatrix} = 0 \quad (5.36)$$

$$(\mu - 1)^2 \cdot \mu + p + \frac{1}{2} p(\mu - 1) + d(\mu - 1) = 0$$

$$\mu^3 - 2\mu^2 + \mu \cdot \left(d + 1 + \frac{1}{2} p \right) - d + \frac{p}{2} = 0 . \quad (5.37)$$

Rendezve az egyenletet a következő együtthatókat vezetjük be:

$$b_3 \cdot \mu^3 + b_2 \cdot \mu^2 + b_1 \cdot \mu + b_0 = 0 . \quad (5.38)$$

Möbius transzformációval a feltételként szereplő egységsugarú kör területét a komplex sík bal oldali felére transzformálhatjuk, ahol elég csak a valós rész előjeleket vizsgálni (erre alkalmas a jól ismert Routh-Hurwitz kritérium) ellentétben a bonyolultabb körterület vizsgálattal (lásd [1]). A transzformáció a következő kifejezéssel lehetséges:

$$\mu = \frac{\eta + 1}{\eta - 1} \quad (5.39)$$

A transzformált együtthatók meghatározását a következő átalakításokkal vezetjük be:

$$b_3 \cdot \left(\frac{\eta+1}{\eta-1}\right)^3 + b_2 \cdot \left(\frac{\eta+1}{\eta-1}\right)^2 + b_1 \cdot \left(\frac{\eta+1}{\eta-1}\right) + b_0 = 0 \quad (5.40)$$

Beszorozva $(\eta-1)^3$ -al és bevezetve az a_0, a_1, a_2, a_3 együtthatókat:

$$a_3 \cdot \eta^3 + a_2 \cdot \eta^2 + a_1 \cdot \eta + a_0 = 0 \quad (5.41)$$

A transzformációból kapott új együtthatókat mátrixos formában is megkaphatjuk:

$$\begin{bmatrix} a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & -3 \\ 3 & -1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_3 \\ b_2 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix}. \quad (5.42)$$

A behelyettesítések után a transzformált egyenlet

$$p \cdot \eta^3 + (2d - 2p) \cdot \eta^2 + (4 - 4d + p) \cdot \eta + 4 + 2d = 0 \quad (5.43)$$

A polinomra felírva a Routh-Hurwitz kritériumot, mely ellenőrzi, hogy a gyökök a bal oldali félsíkon vannak-e, a stabilitási feltételek a következőképpen alakulnak:

$$a_n > 0, H_j > 0$$

$$a_3 = p > 0$$

$$a_2 = 2d - 2p > 0$$

$$a_1 = 4 - 4d + p > 0$$

$$a_0 = 4 + 2d > 0$$

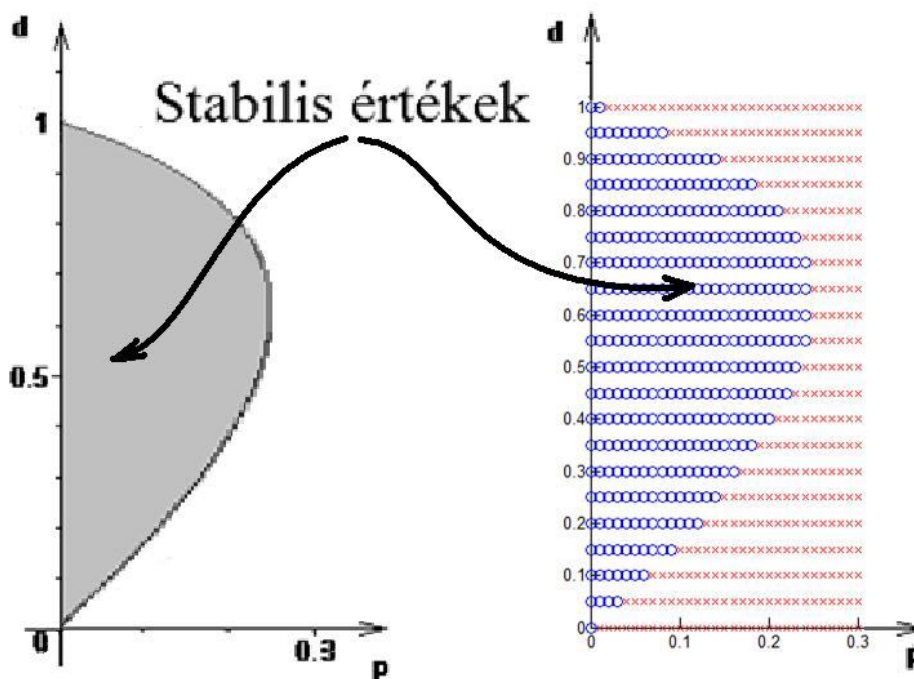
$$H_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix} > 0 \quad (5.44)$$

$$H_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & 0 & a_3 \end{vmatrix} > 0 \quad (5.45)$$

$$H_2 = 4d^2 + 4d + 4dp - 6p - p^2 > 0 \quad (5.46)$$

$$H_3 = a_3 H_2 > 0 \quad (5.47)$$

A feltételekből kapott lényeges egyenleteket ábrázolva és a feltételeket teljesítő területet jelölve, ahol a stabil rendszert kapjuk, ábrázolja a következő diagram: 5-8. ábra.



5-8. ábra A digitális szabályozás stabilitási térképe (bal oldalt az analitikus megoldás, jobb oldalt a numerikus szimuláción alapuló stabilitás vizsgálat eredménye)

A (5.41) egyenletnek p -re vonatkozó gyökeit meghatározzuk:

$$p_{1,2} = \frac{4d - 6 \pm \sqrt{36 - 48d + 16d^2 - 16d^2 + 16d}}{2} \quad (5.48)$$

$$p_1 = 2d - 3 + \sqrt{9 - 8d} \quad p_2 = 2d - 3 - \sqrt{9 - 8d} < 0$$

$$p_2 < p < p_1$$

A d szerinti parciális deriválást elvégezve megkapjuk $p_{\max}$ helyének d értékét:

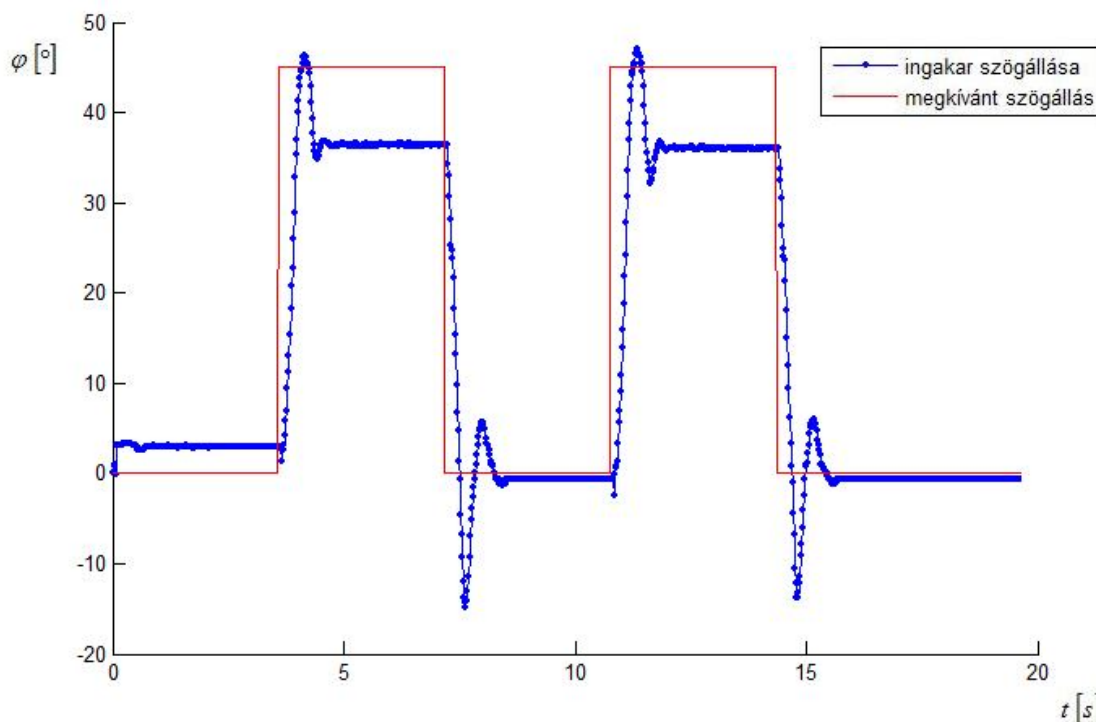
$$p'_1 = 2 + \frac{1}{2\sqrt{9-8d}} \cdot (-8) = 0 \quad (5.49)$$

$$d = \frac{5}{8}$$

Visszahelyettesítés után megkapjuk $p_{\max}$ értékét, mely p érték fölött biztosan instabil rendszert kapunk $p_{\max} = \frac{1}{4}$

5.2.2.3 Kísérleti eredmények digitális PD szabályozóra

A kísérlet során a robot ingát egy PD szabályozóval 0 [°]-ból 45 [°]-ba és utána vissza 0 [°]-os megkívánt pozícióba szabályoztam kétszer a kísérlet folyamán. A 5-9 ábra mutatja be a kísérletet, amin felfedezhető a nemlineáris rendszer miatti szabályozási eltérés a felső és alsó megkívánt pozíciónál és látható a PD szabályzásnál fellépő pozíció hiba is.



5-9. ábra Digitális PD szabályozóval végzett kísérlet

5.2.2.4 Digitális PID szabályozó

Felírva $Q(t)$ szabályozó erőt a t idő függvényeként az 5-4. ábra szerinti modell digitális PID szabályozására a következő egyenletet kapjuk:

$$Q(t) = -D \dot{x}(t_j - \tau) - P x(t_j - \tau) - I \int x(t_j - \tau) dt \quad \begin{matrix} t \in [t_j, t_j + \tau] \\ j = 1, 2, 3, \dots \end{matrix} \quad (5.50)$$

A fenti $Q(t)$ szabályozó erőt behelyettesítve és – hogy az integrálást elkerüljük – a mozgásegyenletben bevezetve az x_{INT} változót, amelyet numerikus integrálással számít a szabályozási algoritmus, a következő differenciálegyenletet kapjuk:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}(t) &= -D \dot{x}(t_j - \tau) - P x(t_j - \tau) - I \int x(t_j - \tau) dt & t \in [t_j, t_j + \tau] \\ m\ddot{x}(t) &= -D \dot{x}(t_j - \tau) - P x(t_j - \tau) - I x_{INT}(t_j - \tau) & j = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (5.51)$$

Figyelembe véve, hogy jelen vizsgálatunkban a megkívánt pozíció nulla, a hiba integrál közelítését a következőként írhatjuk fel az időben diszkrét rendszerben:

$$x_{INT\ j} = x_{INT\ j-1} + x(j) \cdot \tau \quad (5.52)$$

Amit a τ kiemelésével az alábbi formában is megadhatunk:

$$x_{INT\ j} = \tau \sum_{k=1}^j x(k) \quad (5.53)$$

$$x_{INT\ j} = \tau x_{SUM\ j} \quad (5.54)$$

Végrehajtjuk a dimenziótlan idővel való deriválást az 5.2.2.2 fejezetben bemutatottak szerint, így mozgásegyenlet az átalakítás után a következő alakot ölti:

$$m \frac{1}{\tau^2} x''(T) = -D \frac{1}{\tau} x'(j-1) - P x(j-1) - I \tau x_{SUM\ j-1} \quad T \in [j, j+1] \quad (5.55)$$

Rendezzük a mozgásegyenletet:

$$x''(T) = -\frac{D\tau}{m} x'(j-1) - \frac{P\tau^2}{m} x(j-1) - \frac{I\tau^3}{m} x_{SUM\ j-1} \quad T \in [j, j+1] \quad (5.56)$$

Bevezetjük a dimenzió nélküli integráló, proporcionális és differenciális tényezőket:

$$\begin{aligned} i &:= \frac{I\tau^3}{m} \\ p &:= \frac{P\tau^2}{m} \\ d &:= \frac{D\tau}{m} \end{aligned} \quad (5.57)$$

A mozgásegyenletet átírva a dimenzió nélküli tényezőkre:

$$x''(T) = -d x'(j-1) - p x(j-1) - i x_{SUM\ j-1} \quad T \in [j, j+1] \quad (5.58)$$

Látható, hogy a $T \in [j, j+1]$ intervallumon a gyorsulás állandó lesz:

$$a_j = x''(T) = -d x'(j-1) - p x(j-1) - i x_{SUM\ j-1} \quad T \in [j, j+1] \quad (5.59)$$

A sebességet kifejezve az intervallum elején lévő $x'(j)$ kezdeti sebességgel:

$$x'(T) = x'(j) + a_j(T-j) \quad T \in [j, j+1] \quad (5.60)$$

A pozíció függvény kifejezve az intervallum elején lévő $x(j)$ kezdeti pozícióval:

$$x(T) = x(j) + x'(j)(T-j) + \frac{1}{2} a_j(T-j)^2 \quad T \in [j, j+1] \quad (5.61)$$

Végül az integráló tagnak határozzuk meg az értékét:

$$x_{SUM\ j+1} = x_{SUM\ j} + x(T-j) \quad T \in [j, j+1] \quad (5.62)$$

Ezekkel a képletekkel kiszámíthatjuk a gyorsulás, a sebesség és a pozíció függvényeket a következő $(j+1)$ -dik mintavételezési időpontban. A j -edik pillanatból következtethetünk a $(j+1)$ -edik pillanatban az állapotváltozók megváltozására. Az **A** mátrix írja le ezt a megváltozást, melyet feljebb levezetett összefüggésekből nyerhetünk:

$$\mathbf{y}^{j+1} = \mathbf{A} \mathbf{y}^j$$

$$\begin{bmatrix} x_{SUM}^{j+1} \\ x^{j+1} \\ x'^{j+1} \\ x''^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ -i & -p & -d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{SUM}^j \\ x^j \\ x'^j \\ x''^j \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

A diszkrét leképezés (4 dimenziós mértani sor) csak akkor konvergens, ha minden lépésnél abszolút érték 1-nél kisebb számmal szorozzuk az előző időlépésbeli tagokat a mértani sorokra vonatkozó konvergencia tétel miatt. Jelen esetben a quotiens maga az $\mathbf{A}$ mátrix.

$$\mathbf{y}^{j+1} = \mathbf{A} \mathbf{y}^j$$

$$|\mathbf{A}| < 1 \quad (5.64)$$

Az $|\mathbf{A}| < 1$ akkor teljesül, ha a sajátértékek kisebbek abszolút értékben, mint 1, ahol ezek a sajátértékek komplexek is lehetnek, mivel az $\mathbf{A}$ mátrix nem szimmetrikus [2].

$$\det(\mu \mathbf{I} - \mathbf{A}) = \begin{vmatrix} \mu - 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu - 1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \mu - 1 & -1 \\ i & p & d & \mu \end{vmatrix} = 0 \quad (5.65)$$

$$\mu^4 - 3\mu^3 + \left(\frac{p}{2} + 3 + d\right)\mu^2 + \left(-1 - 2d + \frac{i}{2}\right)\mu - \frac{p_2}{2} + \frac{i}{2} + d = 0. \quad (5.66)$$

Rendezve az egyenletet a következő együtthatókat vezetjük be:

$$b_4 \cdot \mu^4 + b_3 \cdot \mu^3 + b_2 \cdot \mu^2 + b_1 \cdot \mu + b_0 = 0. \quad (5.67)$$

Végrehajtjuk a Möbius transzformációt az 5.2.2.2 fejezetben bemutatottak alapján. A transzformációból kapott új együtthatókat mátrixos formában is megkaphatjuk:

$$\begin{bmatrix} a_4 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 0 & -2 & -4 \\ 6 & 0 & -2 & 0 & 6 \\ 4 & -2 & 0 & 2 & -4 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_4 \\ b_3 \\ b_2 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix}. \quad (5.68)$$

Az új transzformált egyenletünk a következő alakot ölti:

$$a_4 \cdot \eta^4 + a_3 \cdot \eta^3 + a_2 \cdot \eta^2 + a_1 \cdot \eta + a_0 = 0 \quad (5.69)$$

A polinomra felírva a Routh-Hurwitz kritériumot, mely ellenőrzi, hogy a gyökök a bal oldali félsíkon vannak-e, a stabilitási feltételek a következőképpen alakulnak:

$$a_n > 0, H_j > 0 \quad (5.70)$$

$$\begin{aligned} a_4 &= i > 0 \\ a_3 &= 2p - 3i > 0 \\ a_2 &= 3i - 4p + 4d > 0 \\ a_1 &= 2p - 8d - i + 8 > 0 \\ a_0 &= 8 + 4d > 0 \end{aligned} \quad (5.71)$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} a_3 & a_4 \\ a_1 & a_2 \end{vmatrix} > 0 \quad (5.72)$$

$$H_2 = -16pi - 8p^2 + 8pd - 8i^2 - 4id - 8i > 0 \quad (5.73)$$

$$H_3 = \begin{vmatrix} a_3 & a_4 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & a_0 & a_1 \end{vmatrix} > 0 \quad (5.74)$$

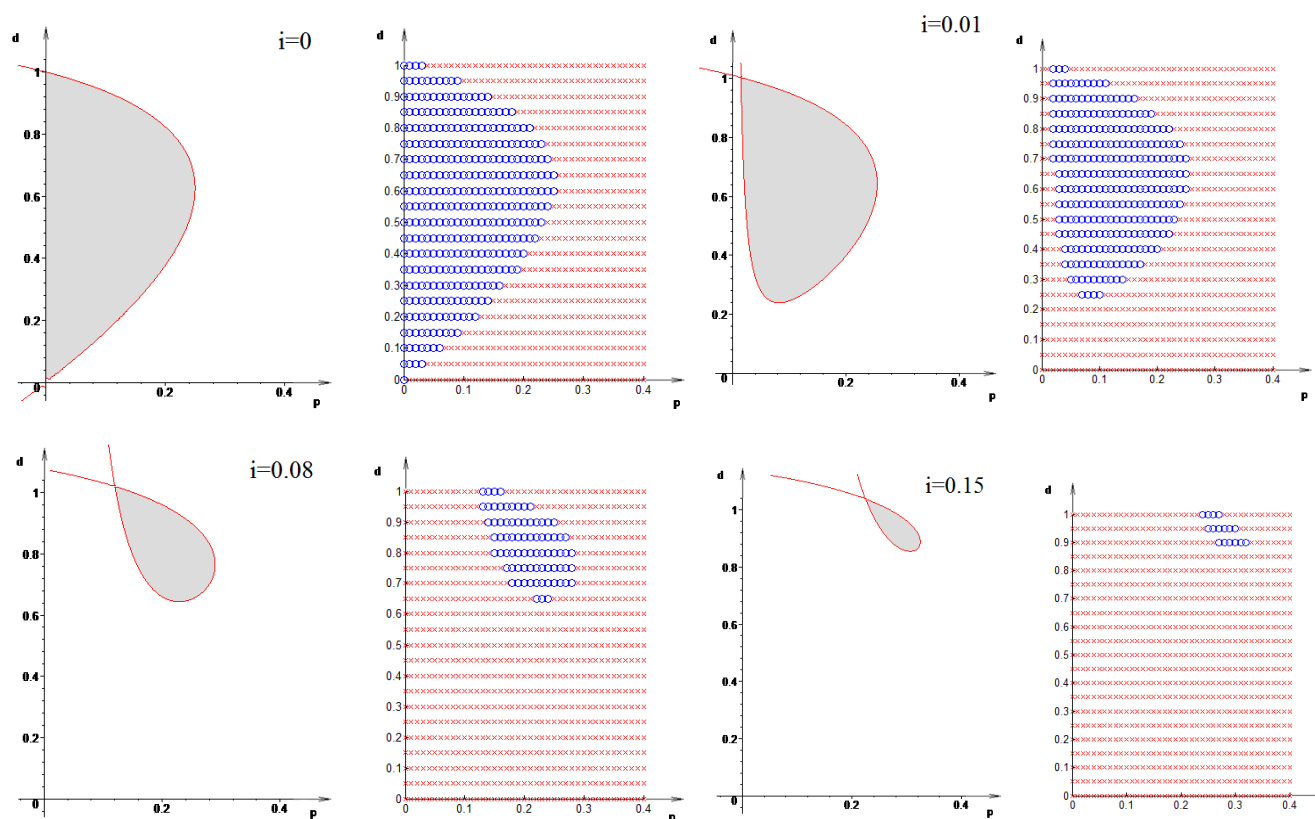
$$\begin{aligned} H_3 &= 40p^2i - 96pid - 32pi^2 + 208pi - 16p^3 + 64p^2d - 96p^2 - 64pd^2 \\ &+ 64pd + 32i^2d + 8i^3 - 128i^2 + 32id^2 + 32id - 64i > 0 \end{aligned} \quad (5.75)$$

H_4 Hurwitz determináns már az előző feltételek miatt nem kell vizsgálnunk.

$$H_4 = a_0H_3 > 0 \quad a_0 > 0 \Rightarrow H_3 > 0 \quad (5.76)$$

A számításokból kiderül, hogy $H_3 > 0$ szigorúbb feltétel, mint $H_2 > 0$

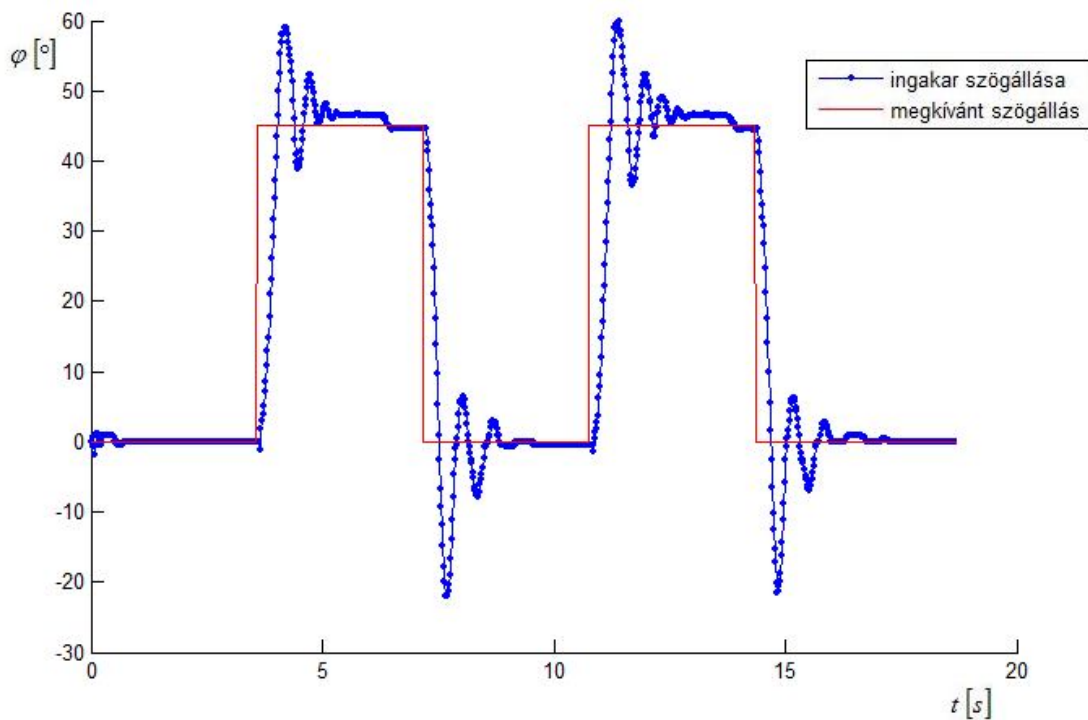
A feltételekből kapott számunkra jelentéssel rendelkező egyenleteket ábrázolni 3 dimenzióban lehetne a 3 paraméter miatt, az eredményeket a jobb szemrevételezhetőség miatt 2 dimenziós sík szeletekkel mutathatom be. Az 5-10. ábra az analitikus és a numerikus eredményeket mutatja be különböző, az ábrán feltüntetett i erősítési paraméter szerinti szintmagasságokban. A két különböző módszerrel kapott eredmények egybevágóak, így azokat helyesnek titulálhatjuk.



5-10. ábra A digitális PID szabályozás stabilitási térképe
(A képpárok bal oldali eleme az analitikus megoldást mutatja, míg a képpárok jobboldali eleme a numerikus stabilitás vizsgálat eredményét, a szürke illetve a körökkel jelzett értékek jelzik a stabil paraméter kombinációkat)

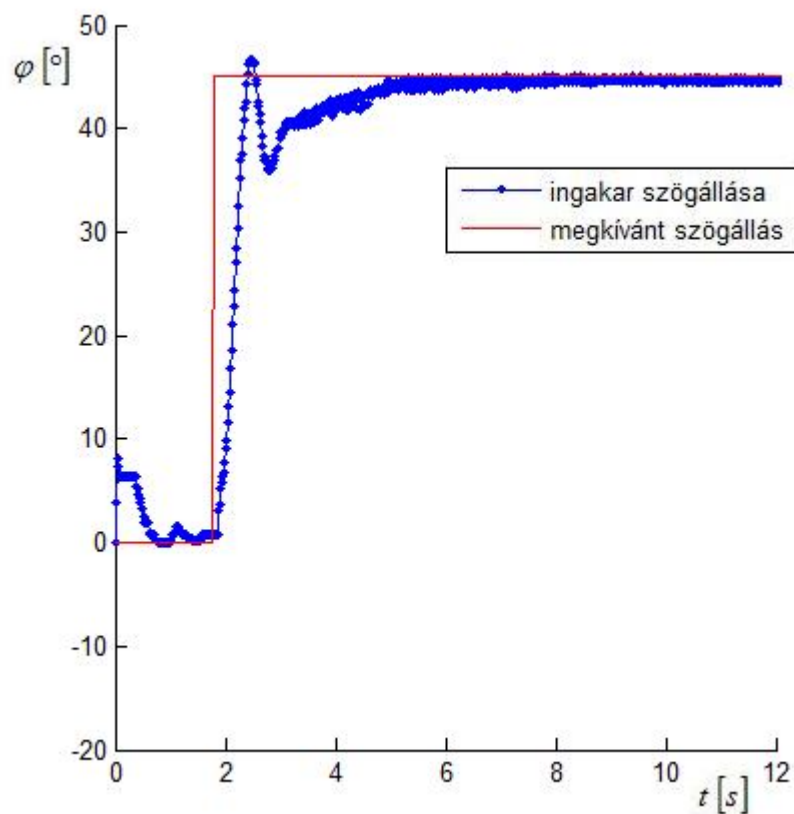
5.2.2.5 Kísérleti eredmények digitális PID szabályozóra

A digitális PD szabályozással ellentétben a PID már korrigálja a maradó hibát, melyet a robot ingával végzett kísérletek bizonyítanak. A különbségek jól láthatók az 5-9 ábra és a digitális PID szabályozóval készített 5-11 ábra között. Az integráló tag stabilis szabályozásoknál a behatás kompenzáló mértékű rendelkező jelig növekszik és konvergál be.



5-11. ábra PID szabályozású robot inga

Belátható, hogy a PID szabályozások már sokkal pontosabbak, így jobbak, mint a sima PD szabályozók. A PID hiba kiintegrálását az 5-12 ábra szemlélteti.



5-12. ábra A PID szabályozás pozíció hiba korrigálása

5.3 Inverz dinamika szabályozás

5.3.1 Elméleti áttekintés

Az inverz dinamika szabályozások arra vállalkoznak, hogy az irányítani kívánt rendszerre ható nyomatékokat, belső és külső erőket, mint kontakt erők, nehézségi erők, kiszámítva kompenzálják a kialakuló erőket és nyomatékokat, ezzel növelve a szabályozás pontosságát. Az inverz dinamika szabályozás még ismeretes kiszámított nyomaték szabályozásként is. Gyakran használatos nemlineáris rendszerek lineárisra alakítására, követő szabályozások kiépítésére, ahol egy megadott pályán kell haladni, például: hegesztés vagy plazmavágás. Ezen szabályozás modell alapú ismeretekre épül, így fontos egy megfelelően pontos modellt felállítanunk a rendszerünkről. Általános esetre felírva, egy szabályozott dinamikai rendszer mozgásegyenlete a következő:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau}_g(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau}, \quad (5.77)$$

ahol $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ az $(n \times n)$ -es inercia mátrix, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ Coriolis és centrifugális erő $(n \times n)$ -es együttható mátrixa, $\boldsymbol{\tau}_g(\mathbf{q})$ a gravitációs erők $(n \times 1)$ -es vektora és $\boldsymbol{\tau}$ a szabályozó erő $(n \times 1)$ elemű vektora. A súrlódás és egyéb zavarások hatását nem vettük figyelembe ebben az egyenletben.

Az általunk megkívánt idő variáns általános koordinátákra vonatkozóan definiálhatjuk a követni kívánt trajektóriát a $\mathbf{q}_d(t)$ megkívánt (d - desired) pozíció és idő szerinti deriváltjainak $\dot{\mathbf{q}}_d(t)$, $\ddot{\mathbf{q}}_d(t)$ segítségével. Az inverz dinamikai szabályozó erő felírásához, definiáljuk $\mathbf{v} = \ddot{\mathbf{q}}$ szintetikus bemenetet, amellyel a szabályozó erők vektora kifejezhető:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{H}(\mathbf{q})\mathbf{v} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau}_g(\mathbf{q}) \quad (5.78)$$

Tipikusan választható szabályozó eljárások lehetnek a PD vagy a PID eljárások, amelyekkel a $\mathbf{v}$ szintetikus input a következő formában alakul:

$$\mathbf{v} = \ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{P}(\mathbf{q}_d - \mathbf{q}) + \mathbf{D}(\dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}) \quad (5.79)$$

$$\mathbf{v} = \ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{P}(\mathbf{q}_d - \mathbf{q}) + \mathbf{I} \int (\mathbf{q}_d - \mathbf{q}) dt + \mathbf{D}(\dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}) \quad (5.80)$$

A $\mathbf{v}$ szintetikus inputot behelyettesítve a mozgásegyenletbe, a (5.79) egyenlet esetben következő hibaegyenlethez jutunk:

$$\ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{P}\mathbf{e} = \mathbf{0}, \quad (5.81)$$

míg (5.81) egyenlet esetben, az integráló tag miatt egyszer idő szerint deriválva:

$$\ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{P}\mathbf{e} + \mathbf{I}\mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (5.82)$$

Ezen hibaegyenletekben az $\mathbf{e} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}$ a hibát jelöli, és minkét esetben a megfelelően választott $\mathbf{P}$, $\mathbf{D}$ illetve $\mathbf{P}$, $\mathbf{I}$, $\mathbf{D}$ erősítési mátrix értékeire exponenciálisan stabilis egyensúlyi helyzettel rendelkező rendszert kapunk.

A nemlineáris szabályozó tervezési problémát ezzel az eljárással elkerülhetjük és lineáris rendszerként PID szabályozóval kísérrelhetjük meg a szabályozást. Ezt az eljárást az egy szabadságfokú ingamoddellen végigszámolva figyelhetjük meg.

5.3.2 Inverz dinamika szabályozás alkalmazása a vizsgált modellre

Mivel a vizsgált rendszerben súrlódás is szerepel, a (5.77) egyenlet. módosul:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau}_g(\mathbf{q}) + \mathbf{S}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{Q} \quad (5.83)$$

A szabályozott inga mozgásegyenlete a fenti általános egyenlet formájára hozható, majd a v szintetikus input és az M szabályozó nyomaték visszahelyettesítése után a következő egyenletet kapjuk:

$$\begin{aligned} M &= \Theta v + mgl \sin(q_m) \\ v &= \ddot{q}_d + P(q_d - q_m) + D(\dot{q}_d - \dot{q}_m) + I \int (q_d - q_m) dt \\ \Theta \ddot{q} + mgl \sin(q) &= \Theta \left[\ddot{q}_d + P(q_d - q_m) + D(\dot{q}_d - \dot{q}_m) + I \int (q_d - q_m) dt \right] + mgl \sin(q_m) \end{aligned} \quad (5.84)$$

Látható hogy a baloldalon a valós inga nemlineáris $mgl \sin(q)$ tagját a szabályozóban kiszámított ellenirányú nyomaték semlegesíti és ezután az inga a PID szabályozóval alkotott lineáris rendszerré válik. Megjegyezhető, hogy a jobboldalon szereplő q_m és $\dot{q}_m$ mért mennyiségek, tehát az $mgl \sin(q)$ tag csak ideális, és folytonos esetben egyenlő egymással. Vagyis ilyenkor:

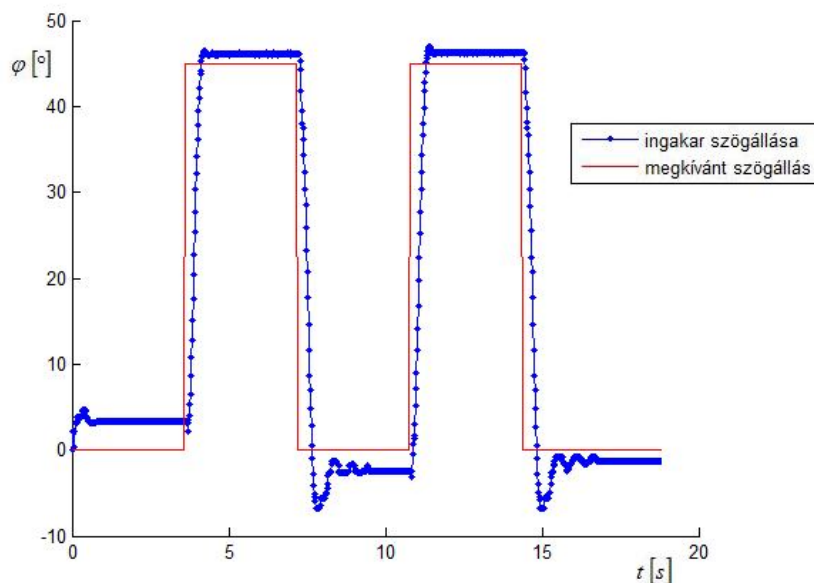
$$\ddot{q} = \ddot{q}_d + P(q_d - q) + D(\dot{q}_d - \dot{q}) + I \int (q_d - q) dt \quad (5.85)$$

A gyakorlatban a modellalkotás és a külső zavarok hatása kulcsfontosságú a szabályozási eljárás során, ezt a hibát a következőkben egy a számítás során becsült tömeggel szemléltetjük. Kis modell eltérések és zavarások eliminálására a PID szabályozó hivatott.

5.3.3 Kísérleti eredmények az inverz dinamika szabályozásra

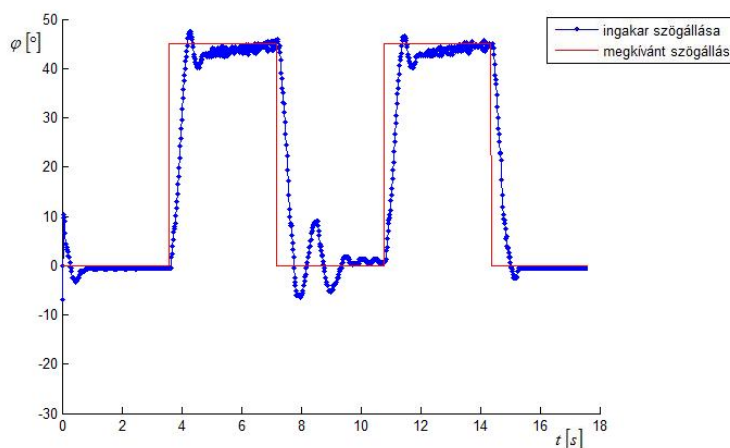
Az inverz dinamika szabályozás alkalmazása elsősorban pályakövetési feladatok esetében előnyös, jelen kísérletben azonban csak egyik megkívánt pontból a másikba kell átmenni (point-to-point control). Ebben az esetben is érzékelhető az inverz dinamika szabályozás előnye abban, hogy nullanagyságú integráló tag mellett, vagyis egy PD szabályozóval is eliminálódik a gravitáció által okozott hiba.

A következő kísérletben egy PD szabályozóval kiegészített inverz dinamikai kísérletet láthatunk, melyet az 5-13 ábra szemléltet.



5-13. ábra Inverz dinamika szabályozás PD szabályozóval

A pozíció eltéréseket egy PID szabályozóval eltüntethetjük, melyet az 5-14 ábra szemléltet. A kísérlet során a szabályozás érzékenyen reagált a robot ingában lévő ketyogásra és kialakuló szerkezeti lengésekre, ennek eredménye a robot két 0 [°]-os pozícióba visszatérése között látható.



5-14. ábra Inverz dinamika szabályozás PID szabályozóval

Látható a kísérletekből, hogy a valóságban létező, de nehezen modellezhető faktorok, mint a súrlódás nagyban befolyásolja a modell pontosságát, de a stabilitási feltételekbe a rendszer ketyogásából származó bizonytalanság is szerepelhet.

5.4 Tetszőleges dinamika előírása az inverz dinamika szabályozás segítségével

Tekintsük újra a robotokra általánosan alkalmazott mozgásegyenlet formáját:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau}_g(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (5.86)$$

Amint azt a korábbiakban leírtuk, a szabályozási bemenet az alábbi formában adható meg az inverz dinamika szabályozás esetén:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{H}(\mathbf{q})\mathbf{v} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau}_g(\mathbf{q}) \quad (5.87)$$

A fenti egyenletben $\mathbf{v}$ a szintetikus szabályozási bemenetet jelenti melyet válasszunk meg úgy, hogy egy tetszőleges $\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ függvénnyel adjon meg egy fiktív dinamikát a mért pozíciók és sebességek függvényében:

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (5.88)$$

Ezt a szabályozási bemenetbe visszahelyettesítve kapjuk, hogy:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{H}(\mathbf{q})\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau}_g(\mathbf{q}) \quad (5.89)$$

A szabályozási bemenetet pedig visszaírhatjuk a mozgásegyenletbe:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau}_g(\mathbf{q}) = \mathbf{H}(\mathbf{q})\boldsymbol{\Psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau}_g(\mathbf{q}) \quad (5.90)$$

Az így kapott egyenletet egyszerűsítve végül azt kapjuk, hogy az eredeti nemlineáris rendszerünk gyorsulását az általunk meghatározott dinamikai viselkedés határozza meg.

$$\ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (5.91)$$

Ezzel a módszerrel például kiküszöbölhető a gravitáció hatása is, amit a következőkben bemutatok, vagy elvileg a súrlódás is kiküszöbölhető lenne a rendszerből, ha annak dinamikai modellje pontosan meghatározható lenne.

A saját inga-robotunkra ez az eljárás a következőképpen alakul. A v szintetikus input és az M szabályozó nyomaték visszahelyettesítése után a következő egyenletet kapjuk:

$$M = \Theta v + mgl \sin(q_m) \quad (5.92)$$

$$v = \Psi(q, \dot{q}) \quad (5.93)$$

$$\Theta \ddot{q} + mgl \sin(q) = \Theta \Psi(q, \dot{q}) + mgl \sin(q_m) \quad (5.94)$$

Vagyis a szabályozott rendszer egyenlete ideális esetben:

$$\ddot{q} = \Psi(q, \dot{q}) \quad (5.95)$$

Ekkor a rendszerünk tulajdonságait a szintetikus inputtal tudjuk leírni, ami az egyszerű PD vagy PID szabályozó által előírt dinamika helyett bármi lehet, például látszólagosan megszüntethetjük a gravitációt vagy akár meg is fordíthatjuk az irányát. A fiktív dinamikát leíró $\Psi(q, \dot{q}) = 0$ függvény esetén a gravitáció hatása megszűnik és a szabályozott rendszer mozgásegyenlete a következő lesz:

$$\ddot{q} = 0 \quad (5.96)$$

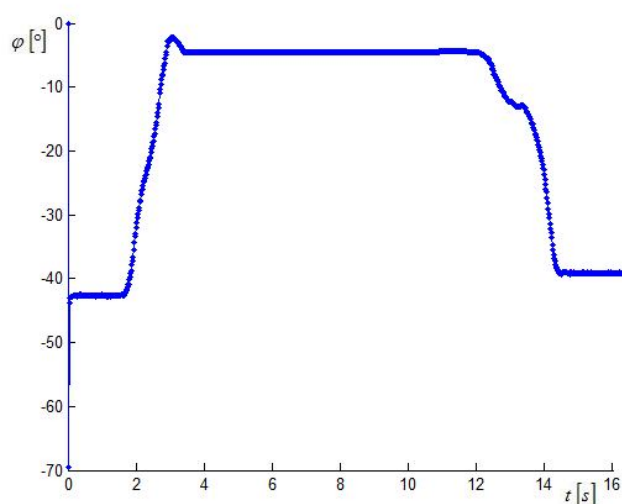
A gravitációt pedig megfordíthatjuk a $\Psi(q, \dot{q}) = -mgl \sin(q)$ függvényválasztással, tehát ekkor a szabályozott rendszer mozgásegyenlete ilyen formában adódik:

$$\ddot{q} = -mgl \sin(q) \quad (5.97)$$

A fent leírt alkalmazást természetesen nehezítik a modell paramétereinek bizonytalanságai és a nehezen modellezhető jelenségek, mint például a súrlódás. Az elvégzett kísérletek azonban igazolják az elmélet létjogosultságát.

5.4.1 Kísérleti eredmények az inverz dinamika szabályozásra

Az inverz dinamika szabályozás megfordított gravitációs esetben a szabályozás bekapcsolásakor az inga feláll függőleges helyzetbe (jelen esetben $0 [^\circ]$), majd a szabályozás lekapcsolása után kis diszturbációval hatva a rendszerre az inga eldől. Az eldőlés elindításához külső segítség is kell, mert a súrlódás és a kis szög miatt ébredő kis súlyerő nem tudja kimozdítani az ingákat a stabilis pozícióból. A kísérlet az 5-15 ábra mutatja míg az 5-16 ábra a kísérleti összeállítást és a függőleges helyzetbe állt ingát.



5-15. ábra Inverz gravitáció kísérlet eredménye az inga pozíciójára nézve



5-16. ábra Inverz gravitáció kísérlet összeállítása

5.5 Inverz dinamika szabályozás modell bizonytalansággal

Az inverz dinamika szabályozás legtöbb problémáját az elméletitől eltérő modell paraméterek okozzák, ilyen lehet az általunk feltételezett tömege az ingának, amit a következőkben m_c -vel jelölünk. A könnyebb számítások érdekében Θ értékét egy homogén egyenes pálca végpontjára számoljuk:

$$\Theta = \frac{4ml^2}{3} \quad (5.98)$$

A tehetetlenségben is felfedezhető a tömeg és mivel az inverz dinamikával kalkulált szabályozó erőben felfedezhető a lengőkar tehetetlensége, ezért ezt is ellátjuk a c (c =calculated) kalkulált indexel.

$$\Theta_c = \frac{4m_c l^2}{3} \quad (5.99)$$

Felírva a szintetikus bemenetet φ_m és $\dot{\varphi}_m$ mért koordinátákkal:

$$v = \ddot{\varphi}_d + P(\varphi_d - \varphi_m) + D(\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_m) \quad (5.100)$$

Ekkor kifejezhetjük a szabályozó nyomatékot:

$$M = \Theta_c [v] + m_c g l \sin(\varphi_m) \quad (5.101)$$

$$M = \Theta_c [\ddot{\varphi}_d + P(\varphi_d - \varphi_m) + D(\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_m)] + m_c g l \sin(\varphi_m) \quad (5.102)$$

Felírva a mozgásegyenletet:

$$\Theta \ddot{\varphi} + m g l \sin(\varphi) = \Theta_c [\ddot{\varphi}_d + P(\varphi_d - \varphi_m) + D(\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_m)] + m_c g l \sin(\varphi_m) \quad (5.103)$$

Ahhoz, hogy a folytonos rendszerbeli $m g l \sin(\varphi)$ tagot kompenzáljuk $m_c g l \sin(\varphi_m)$ szabályozó nyomatékbeli taggal, a megfelelően mintavételezett φ_m szöghelyzeten kívül az m_c bizonytalan paraméter kellene pontosítanunk. Az m_c tömeget egy adaptív frissítési kalkulációval tudjuk pontosítani.

5.6 Modell bizonytalanság csökkentése adaptív szabályozással

A modell alapú szabályozások, akár csak az inverz dinamikai szabályozások, nagyban függenek a modell paraméterektől. Az előző fejezetben ismertetett szabályozást kiegészíthetjük a modell tömeg adaptációjával és így pontosabbá tehetjük. Egyensúlyi helyzetet feltételezve a rendszerünket a következő egyenletre redukálhatjuk:

$$m g l \sin(\varphi) = \Theta_c P(\varphi_d - \varphi_m) + m_c g l \sin(\varphi_m) \quad (5.104)$$

A következő kikötéseket téve Θ_c értékét ideiglenesen m_c -től függetlennek feltételezzük és a mért jel megegyezik a folytonos szög pozícióval $\varphi_m = \varphi$, akkor $\Delta m = m - m_c$ tömeg különbséget ki tudjuk fejezni a pozíció hibából:

$$\Delta m = \frac{\Theta_c P(\varphi_d - \varphi)}{gl \sin(\varphi)} \quad (5.105)$$

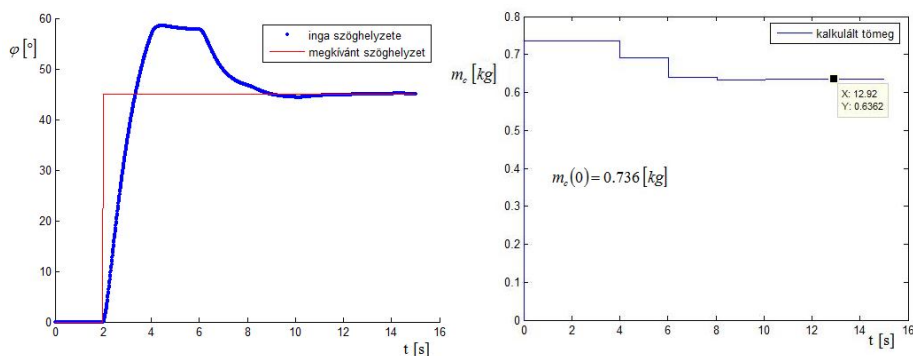
A kiszámított tömegkülönbséggel növeljük az eddig használt régi tömeg értéket:

$$m_{c\text{ÚJ}} = m_{c\text{RÉGI}} + \Delta m \quad (5.106)$$

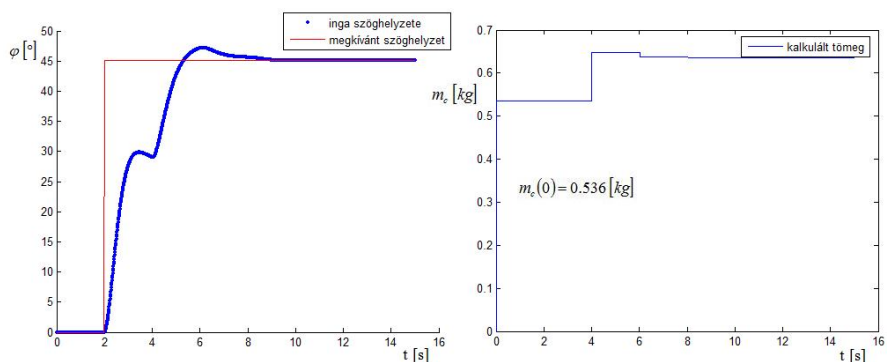
A módszer hátránya, hogy időbe telik, mire meghatározza a valódi paraméterértéket, mivel meg kell várni, míg közel statikus állapotba kerül a rendszer. A szimulációk során a valós inga paramétereivel számoltam és a szabályozást modell hibával indítottam.

5.6.1 Kísérleti eredmények

A modell alapú inverz dinamika szabályozások érzékenyek a modell paraméterek hibáira, ezeket a bizonytalanságokat adaptív eljárással csökkentő szimulációs eredményeket a modellfrissítési idő és a kezdő tömeg változtatása esetén mutatom be. Az 5-17 ábra mutatja azt, ha a szimuláció kezdetén a kalkulált modell tömeg nagyobb, mint a valóságos tömeg a modellben, így az inverz dinamika szabályozás túl lö a kívánt pozíción, amit a modell frissítésenként pontosít. Az 5-18 ábra azt az esetet mutatja be mikor a kalkulált kezdeti tömeg kisebb, mint a modellben szereplő valós tömeg.

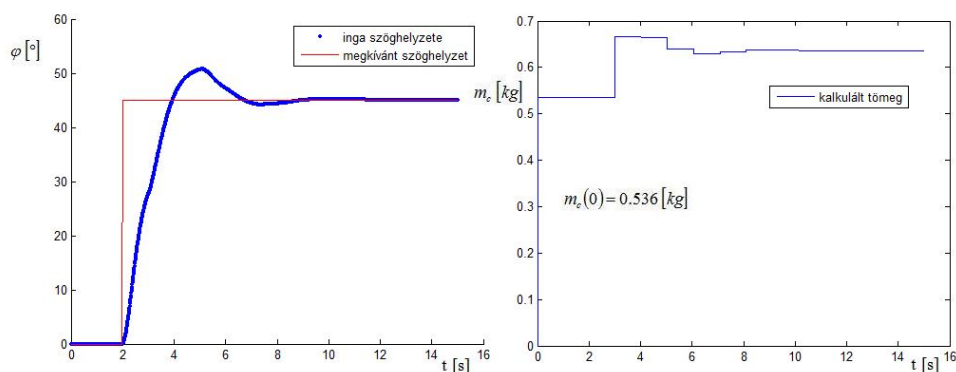


5-17. ábra Adaptív szabályozás 1.80 s mintavételi idővel, $m_c(0) = 0.736 \text{ [kg]}$

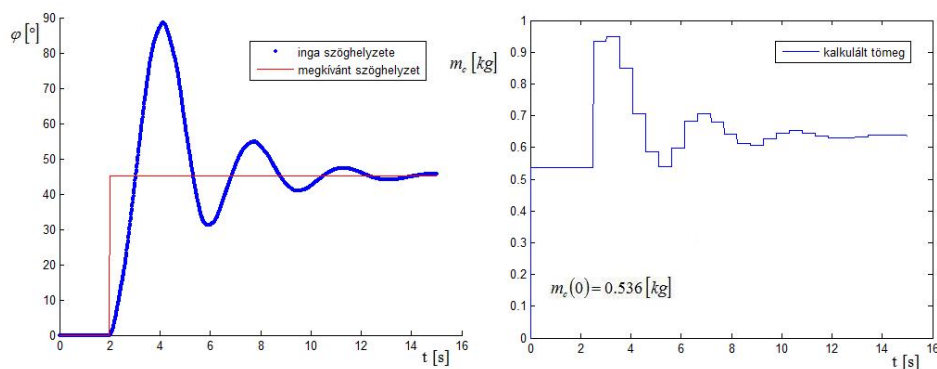


5-18. ábra Adaptív szabályozás 1.8 s mintavételi idővel, $m_c(0) = 0.536 \text{ [kg]}$

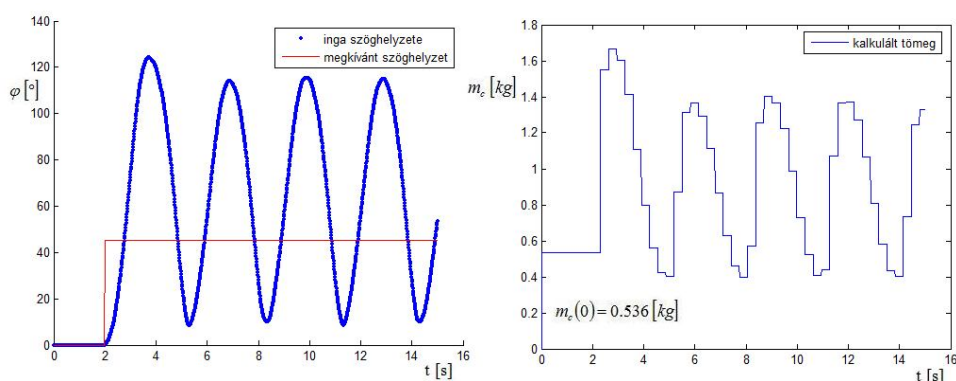
Az adaptív korrekció mintavételezési ideje fontos a stabilitás miatt, a levezetett módszer kikötései állandósult állapotbeli mintavételezést feltételeznek, így ha még mozgás közben mintavételezünk, akkor pontatlan eredményekre juthatunk. A mintavételezési idő csökkentése azonban egy mértékig csökkentheti a beállási időt a stabilitás rovására. Az 5-19, 5-20, 5-21 ábrák az egyre csökkenő mintavételezési idő hatását ábrázolják, ahol látszik, hogy instabillá válik az eljárás.



5-19. ábra Adaptív szabályozás 0.9 s mintavételi idővel

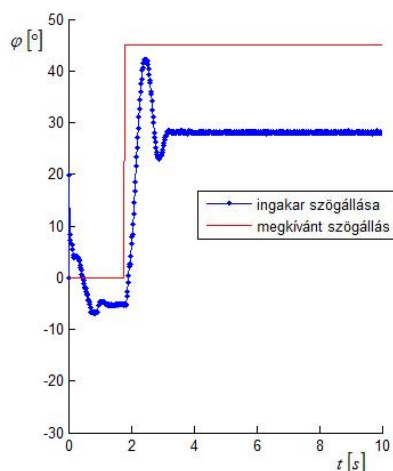


5-20. ábra Adaptív szabályozás 0.45 s mintavételi idővel



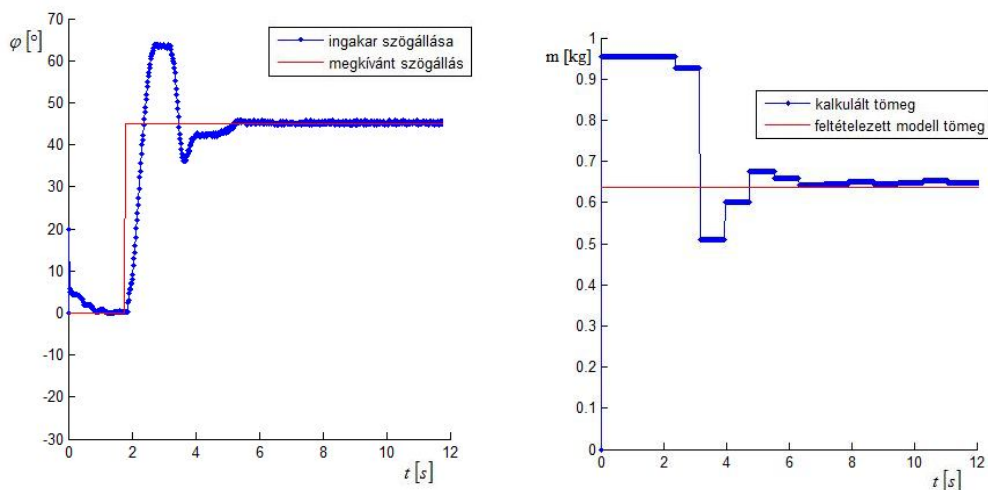
5-21. ábra Adaptív szabályozás 0.27 s mintavételi idővel

Az adaptív szabályozás kísérletei során egy közönséges P szabályozót használtam, amelyről az 5.2.2.1 fejezetben leírtak alapján tudjuk, hogy a valóságban PD jelleget kölcsönöz a rendszernek. Az 5-22 ábra ennek a szabályozásnak a hatását mutatja, inverz dinamikai modell nélkül.

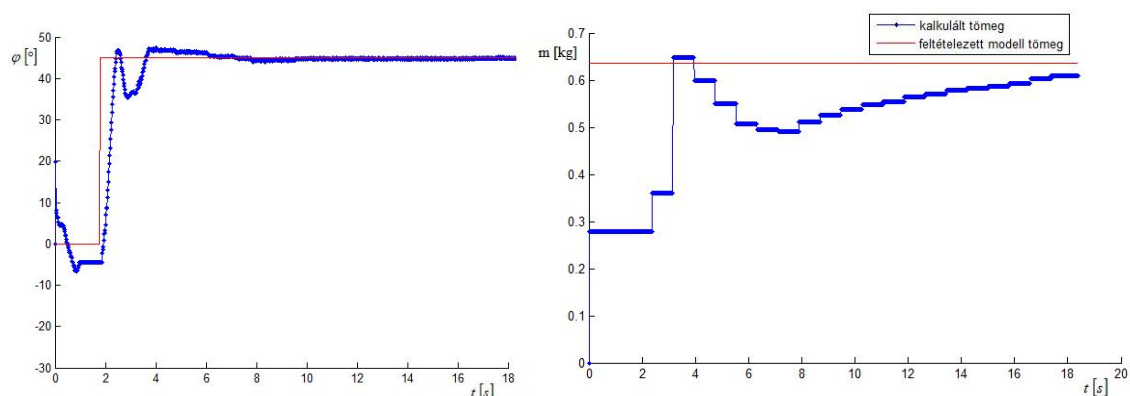


5-22. ábra Közönséges P szabályozás a kísérletek során

Az adaptív szabályozást magasabb kalkulált tömegről indított kísérlet során az 5-23 ábra mutatja. A szimulációkhoz hasonlóan a rendszerünk konvergál a valós feltételezett rendszer tömegéhez és stabil marad. A kísérletet kisebb kalkulált tömeggel elvégezve, ugyancsak pontos beállást láthatunk, melyet az 5-24 ábra szemléltet.

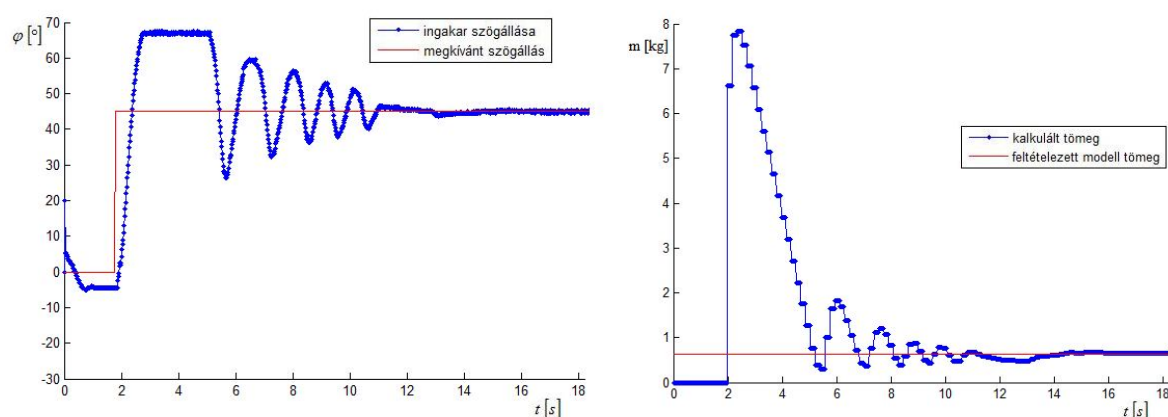


5-23. ábra Kísérlet nagyobb modell tömeggel, mint a valós rendszeré



5-24. ábra Kísérlet kisebb modell tömeggel, mint a valós rendszeré

A kísérletet nulla kezdő modell tömeggel és gyors modell tömeg frissítési idővel elvégezve (lásd.: 5-25 ábra). A modell frissítő algoritmus bele mintavételez a mozgó, nem egyensúlyi rendszerbe, amitől a kalkulált tömeg nagyon magassá válik és a rendszer túl lő. A valóságos rendszerben a motor nyomatéka fizikai okok miatt szaturál és nem képes a modellt jobban kitéríteni, amennyi idő alatt az adaptív modell korrigálja a hibáját és végül mégis stabilizálódik a valós rendszer.



5-25. ábra Modell stabilizáció

6 Összegzés

A robot inga elkészítése, programozása és tesztelése sikeresen zajlott. A robot által mutatott viselkedések követik az elméletben levezethető jellegeket. A kísérleteket többször megismételve is nagymértékben hasonló eredményekhez vezettek, így következtethettünk a mögöttük álló fizikai jellemzők meglétére. A robot méretei kisebbek, mint az ipari robotoké mégis kísérletileg bemutatathatók rajta a levezetett szabályozási algoritmusok által kapott szimulációs eredmények.

7 Köszönetnyilvánítás

A dolgozat az Oktatásért Közalapítvány Tehetséggondozói Alkuratóriumának támogatásával készült a NTP-OKA XXII kódszámú, „A felsőoktatási intézmények karain és tanszékein működő, tehetséggondozó műhelyek és a tudományos diákköri tevékenység keretében működő kutatóműhelyek támogatása” című pályázat keretén belül.

8 Irodalom jegyzék

- [1] Spong, M. W., Vidyasagar M., Robot Dynamics and Control, John Wiley & Sons, NewYork , 1989
- [2] Dr. Halász S.: Villamos hajtások. Egyetemi tankönyv, 1993. 399 oldal. ISBN 963 450 5171. 3.
- [3] Tuschak R., Szabályozástechnika, Műegyetemi Kiadó, Bp., 1999
- [4] A. B. Pippard: *Response and Stability, An Introduction to the Physical Theory*. Cambridge University Press, 2009
- [5] Stépán G., Robotok mechanikája, előadási jegyzet, BME, 2009.
- [6] Lehotzky Dávid: Adaptív szabályozás – a kiszámított nyomatékok módszerének alkalmazása bizonytalan rendszerparaméterek esetén. BSc szakdolgozat, 2010, BME, Műszaki Mechanikai Tanszék.
- [7] Bali Csaba: Robotdinamikai anomáliák kísérleti bemutatása. TDK dolgozat, 2010, BME, Műszaki Mechanikai Tanszék.
- [8] Advanced Power Electronic Corp. AP4502GM datasheet URL: <http://www.flywell.com.tw/Products/Spec/APEC/AP4502GM.pdf> utoljára ellenőrizve: 2011 október 20.
- [9] FAULHABER Technical Information En 3rd edition, 2011-2012