

Új izokrón-illesztési módszerek gömbhalmazokra

Simon-Zsók Anett

ELTE TTK Fizika BSc III. évfolyam

Témavezetők:

Molnár László, PhD

tudományos főmunkatárs

HUN-REN CSFK Csillagászati Intézet

Kalup Csilla

tudományos segédmunkatárs

HUN-REN CSFK Csillagászati Intézet

Meridith Joyce, PhD

assistant professor / tudományos munkatárs

University of Wyoming / HUN-REN CSFK Csillagászati Intézet



ELTE Csillagász TDK
2024

Kivonat

A gömbhalmazok a csillagok gravitációsan kötött, gömbszimmetrikus, központ felé sűrűsödő csoportosulásai, melyek néhány tízezertől a milliós nagyságrendig tartalmazhatnak főleg idős, fém-szegény, II. populációs csillagokat. A halmaztagokra felrajzolható szín-fényesség diagram a halmaz csillagainak fejlődési állapotairól árulkodik. Az izokrón a csillagfejlődési vizsgálatok során használt elméleti modell, mely a szín-fényesség diagramon az azonos korú, de eltérő tömegű csillagokat összekötő görbét jelöli.

Munkám során a Gaia űrtávcső DR3 adatbázisának, valamint a Hubble űrtávcső méréseinek felhasználásával 57 Tejútrendszerhez tartozó gömbhalmaz szín-fényesség diagramjára a MESA csillagfejlődési kód MIST (MESA Isochrones and Stellar Tracks) elméleti izokrónjait illesztettem. Mivel a módszerem egy négy paraméteres illesztés, így a pontos életkor meghatározása mellett a fémesség, távolságmodulus és vörösödés értékeire is becslést tudtam adni.

Mivel a Gaia űrtávcső nemcsak egy kitüntetett irányban észlel, hanem az egész Tejútrendszert térképezi fel, a galaxisunk különböző irányjaiban látható gömbhalmazok vizsgálhatóak. Ez tette lehetővé, hogy olyan gömbhalmazokat is vizsgáljak, amely a galaktikus dudorhoz közel helyezkednek el. Ebben az esetben a sűrű csillagmező miatt a klasszikus radiális profil módszer nem alkalmas halmaztagság vizsgálatra, így egy gépi tanulási módszerhez folyamodtam.

A Gaia és Hubble adatokra való illesztések összehasonlítása mellett az eredményeimet a szakirodalomban fellelhető értékekkel is összevetettem. Ennek során jutottam arra, hogy az irodalomban egyébként elterjedt, vizuális alapon történő izokrón illesztés helyett egy matematikailag pontosan definiált módszerrel, homogén módon illesztett izokrónokat vizsgáljak. Ennek érdekében kidolgoztam egy saját, automatizált és reprodukálható módszert az illesztésre. Ehhez a szín-fényesség diagramok csillagai által hordozott információt különböző numerikus módszerekkel „tömörítve” létrehoztam egy, az adatsorra jellemző gerincvonalat. Adott gömbhalmaz szín-fényesség diagramjára való izokrón illesztés problémája így tehát redukálódott két egyenes legjobb illeszkedésének problémájára.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	4
1.1. Csillagok és csillagfejlődés	4
1.1.1. A csillagfejlődés leírásához szükséges alapegyenletek	4
1.1.2. Csillagkeletkezés	6
1.2. Gömbhalmazok	9
1.3. Szín-fényesség diagramok	9
1.4. Izokrónok	10
2. Felhasznált adatok	12
2.1. A Gaia űrtávcső és a DR3 katalógus	12
2.2. Adatok és bevezetett korrekciók	12
2.3. Hubble űrtávcső adatai	14
3. Az eljárás bemutatása	16
3.1. MIST adatbázis	16
3.1.1. Az EEP módszer	16
3.2. Izokrónok illesztése	19
3.3. A négy dimenziós vizuális paraméter-illesztés	20
4. Eredmények	21
4.1. Illesztések a Gaia gömbhalmazokra	21
4.1.1. A galaktikus dudorhoz közeli gömbhalmazok vizsgálata	24
4.2. Összevetés a Hubble űrtávcső adataival	28
4.3. Új illesztési módszer kidolgozása	30
4.3.1. A gerincvonal meghatározása	31
4.3.2. A legjobban illeszkedő izokrón	34
5. Összefoglalás és kitekintés	37
Hivatkozások	40
A. Függelék	40

1. Bevezetés

A csillagok forró, gázból és plazmából álló, nagy tömegű, gömbszerű égitestek. Olyan csillagközi felhőkben keletkeznek, amelyek többnyire molekuláris hidrogénből állnak, nagyon kis részüket alkotja por, ami általában grafit-, jég- vagy szilikátszemcsékből áll. A csillagok életük során különböző fejlődési szakaszokon mennek keresztül, melynek jellemzőit elsősorban a kezdeti tömegük határozza meg. A Hertzsprung-Russell-diagram (röviden HRD) az az ábra, amely ezt kiválóan képes szemléltetni, sokan a csillagászat legfontosabb grafikonjának tartják. A diagramon a csillagok hőmérsékletének függvényében (jobb oldali irányba csökken) van ábrázolva a fényességük (felfelé nő). Ezt szemlélteti az 1. ábra. A dolgozatban részletezésre kerül, hogy a csillagok keletkezésének és fejlődésének fizikája hogyan alakítja ki a HRD-n megfelelő ágakra bontható szerkezetet (Sztarmár és mtsai., 2011). Azt is bemutatom, hogyan lehet a fizikai tulajdonságokat ismerve ezen a csillagpopulációkat megvizsgálni észlelési adatokra illesztett numerikus modellek segítségével.

1.1. Csillagok és csillagfejlődés

A különböző ágak a csillagok fejlődési szakaszának különböző állomásait jelentik. A legnépesebb ezek közül a fősorozat, amely a diagram bal felső sarkától a jobb alsó sarokig húzódik. Vizsgáljuk most meg közelebbről a fősorozaton levő csillagok tulajdonságait! A csillagok tömegüktől függő magasságban jelennek meg a fősorozaton (ez a HRD-n a nullkorú fősorozat, angolul ZAMS, azaz Zero Age Main Sequence). A főág jobb alsó sarkában találjuk a kis tömegű vörös törpecsillagokat, középen a Nap-típusú csillagokat, a bal felső sarokban pedig kékesfehér csillagokat, amik már igen nagy tömeggel rendelkeznek. A jobb felső sarokban a fősorozatból felfele ívelve az óriáság területéig. Ez a csillagfejlődés egy olyan szakasza, ahol már a nehezebb elemek fúziója zajlik a magban, egészen a szénig. Efölött húzódik a szuperóriás-ág, ahol már a nehéz elemek fúziója egészen a vasig megy el. Mindentől jól elkülönülve találjuk a bal alsó sarokban a fehér törpéket, melyek nevükhöz híven kicsik és magas hőmérsékletűek.

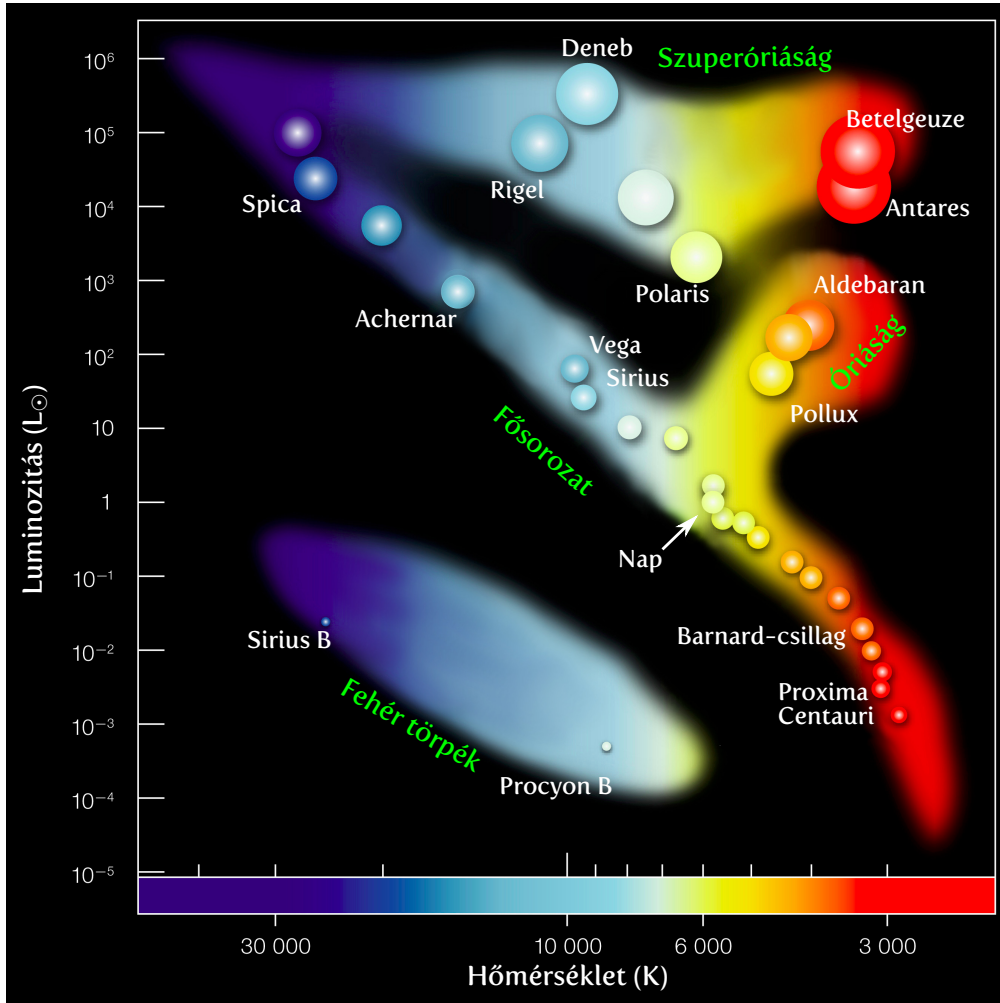
1.1.1. A csillagfejlődés leírásához szükséges alapegyenletek

Az alábbi differenciálegyenletek segítenek leírni azt, hogy egy csillag kialakulásához milyen egyensúlyi feltételek teljesülése szükséges, továbbá összefüggést teremtenek a csillag állapotjelzői között. Az első ilyen egyenlet a tömegmegmaradás egyenlete (1), ami összefüggést teremt a tömeg (m) és a sugár (r) között:

$$\frac{\partial m}{\partial r} = 4\pi r^2 \rho \quad (1)$$

A hidrosztatikai egyensúly (2) is fontos kritérium, ahol p a nyomás, ρ sűrűség, g a gravitációs gyorsulás.

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -G \frac{M}{r^2} \rho = g\rho \quad (2)$$



1. ábra. Hertzsprung-Russell-diagram és annak fő ágai zöld színnel jelölve: főszorozat, óriáság, szuperóriáság és fehér törpék. (Forrás: Dálya 2021)

A (2) egyenlet azonban nem alkalmazható a csillagfejlődés minden szakaszára, azokban az esetekben a mozgásegyenletet (3) érdemes használni. Ekkor azt fejezzük ki, hogy a gázra a nyomásgradiens és a gravitációs erő hat.

$$\rho \frac{dv}{dt} = \frac{\partial p}{\partial r} - \rho g \quad (3)$$

Felírhatunk még egy egyenletet (4) a luminozitásra (L), ahol ϵ az egységnyi tömegben termelt energia.

$$\frac{\partial L}{\partial r} = 4\pi r^2 \epsilon \quad (4)$$

A hőmérséklet változására két egyenletet is felírhatunk; az első sugárzási energiatranszport esetén van érvényben (5), míg a másik konvektív energiatranszport esetén (6).

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{3}{16} \frac{\kappa \rho l}{acT^3 \pi} \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{GM_r \rho}{r^2} \frac{\partial T}{\partial p} \quad (6)$$

A gáz állapotegyenletére is felírhatunk egy összefüggést:

$$p = \frac{R}{\nu} \rho T + \frac{1}{3} a T^4 \quad (7)$$

Ismerve ezeket az egyenleteket már elméleti modelleket gyárthatunk a csillagfejlődés szemléltetésére. A Vogt-Russell tétel értelmében a csillagok belső szerkezetét és mérhető paramétereit a tömeg és a kémiai összetétel egyértelműen meghatározza.

Térjünk is ki ebből kiindulva a csillagok kémiai összetételére. A csillagászatban használt egyik módszer az összetétel jellemzésére a különböző elemarányok használata. Mivel a vas mennyisége könnyen mérhető a csillagok színképében, ezért leggyakrabban a vasatomok és hidrogénatomok arányára szoktak hivatkozni, ha fémességről van szó. A definícióban a Nap értékéhez viszonyítanak, aminek a fémességét nullának veszik, konvenció alapján.

$$[Fe/H] = \lg \left(\frac{N_{Fe}}{N_H} \right)_{csillag} - \lg \left(\frac{N_{Fe}}{N_H} \right)_{\odot} \quad (8)$$

Lévén a skála logaritmikus, ha egy csillag fémessége 1, akkor az tízszer gazdagabb vasban a Napnál. Természetesen akármilyen más kémiai elemre is lehet ehhez hasonlóan arányt definiálni. A $[Fe/H]$ index egy jó közelítést ad a csillagok teljes fémességére is (Dálya, 2021).

1.1.2. Csillagkeletkezés

A kezdeti gázfelhőben akkor kezdődik el az összehúzódás, amikor a belső energia kisebb, mint a saját gravitációs potenciális energiája, ez a következő összefüggéssel írható le, ahol a szorzófaktor egyenletes sűrűség esetén használható:

$$E_{pot} = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \quad (9)$$

A belső energiát az alábbi összefüggés alapján számolhatjuk, ahol n a részecskék száma, μ pedig a részecskék átlagos tömege:

$$E_{int} = \frac{3}{2} n k T = \frac{3}{2} \frac{k T M}{\mu} \quad (10)$$

A $|E_{pot}| > E_{int}$ egyenletből kifejezhetjük a sugarat:

$$R_J = 0,4 \cdot \frac{\mu G M}{k T} \quad (11)$$

Ez a Jeans-sugár, ami azt adja meg, hogy ennél kisebb kell legyen a gázfelhő sugara ahhoz, hogy összehúzódást szenvedjen el a saját gravitációs potenciális energiájától. Hasonlóan a sugárhoz, kezdeti tömegre is meghatározhatunk egy kritikus értéket (Jeans-tömeg):

$$M_J = \left(2,5 \cdot \frac{k T}{\mu G} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{3}{4 \pi \rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

Ez az összefüggés adja meg a minimális tömeget, ami az összehúzódáshoz kell. A fősorozati állapot

előtt, 10^5 K fölött, a csillag közel hidrosztatikus egyensúlyi állapotokon keresztül zsugorodik tovább. Ha numerikusan megoldjuk a fent definiált egyenleteket, akkor a számítások jól tükrözik, hogy különböző kezdeti tömegű csillagoknak más befutott pályái vannak a HR diagramon.

A 2. ábrán a csillagok kezdeti állapotát $\bullet$ jelzi, a nullkorú főszorozati (ZAMS) állapotot pedig a $\blacktriangle$, a különböző színek pedig különböző tömegeket jelölnek. A pályák közös tulajdonsága, hogy van egy kezdeti, közel függőleges szakaszuk, melynek a végén egy törés után balra fordulnak és ezután fordulnak a főszorozatra. A közel vertikális szakaszt Hayashi-fázisnak nevezik, ekkor az energiatermésportot a csillag egész mélységében a konvektív (6) egyenlet, a felszíni vékony rétegben pedig a sugárzási (5) egyenlet írja le. A Hayashi vonalon alig emelkedik a felszíni hőmérséklet, miközben a luminozitás csökken, hiszen a csillag átmérője is csökken.

A 2. ábráról az is leolvasható, hogy a főszorozatra csak bizonyos feltételeket teljesítő csillagok tudnak eljutni, nem létezik 3000 K alatti hőmérsékletű főszorozati csillag. Barna törpéknek nevezzük azokat a csillagkezdeményeket, amelyek nem rendelkeznek akkora kezdeti tömeggel, hogy bennük meginduljanak a magreakciók (Muraközy és Ludmány, 2015).

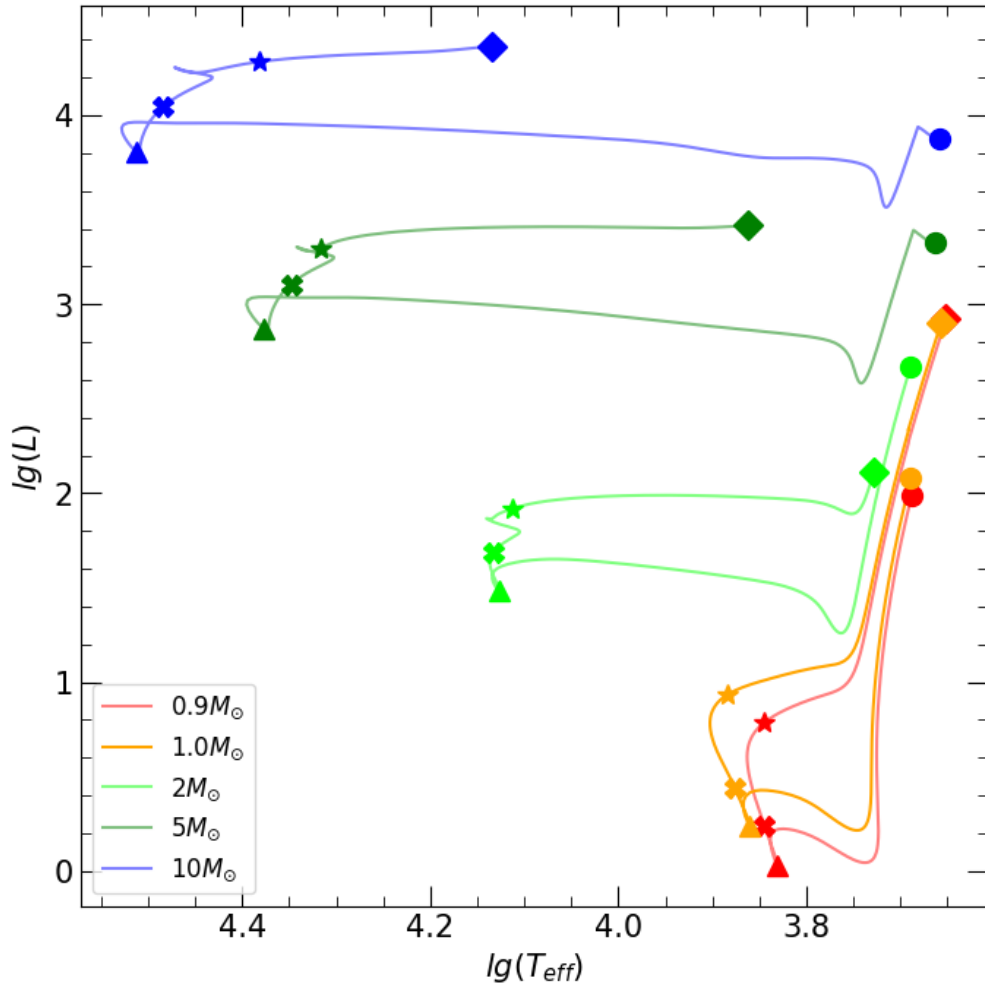
Amikor gravitációs összehúzódás megszűnik, a csillag eléri a főszorozati állapotot, ekkor hidrosztatikai egyensúlyban van és állapotát az (1), (2), (4), (5) egyenletek írják le. Felírhatjuk a differenciálegyenletekre a következő határfeltételeket, hogy idealizálni lehessen a modellt: $M(0) = 0$, $L(0) = 0$, $P(R) = 0$, $T(R) = 0$. A négy egyenlet a négy határfeltétellel egyértelmű megoldást ad az egyenletekre, tehát elegendő a csillag kezdeti tömegét (M) megadni (vagy bármelyik más paraméterét, de ez a használatos) abból minden más paramétere (R , L , T) kifejezhető. Ezt a fentebb említett Vogt-Russell tétel részletesebb megfogalmazása.

A csillag energiatermelése a főszorozaton hidrogénfúzió által történik, ebben a központi mag vesz részt, amely körülbelül 12%-a a csillag összes hidrogénkészletének. Ebben a központi magban nincs anyagkeveredés, így a folyamat csak addig áll fenn, amíg a csillag fel nem éli a teljes hidrogénkészletét. A nagyobb tömegű csillagok nagyobb intenzitással sugároznak, így hamarabb elfogyasztják a rendelkezésükre álló hidrogénmennyiséget, tehát a kisugárzott energia egyenesen arányos a csillag tömegével: $E \sim M$. Tudjuk azt is, hogy a luminozitás egységnyi idő alatt kisugárzott energiamennyiség: $L = \frac{E}{t}$. Továbbá ismert az az összefüggés, hogy főszorozaton $L \sim M^{3,5}$. Így adott tömegű csillagok főszorozaton töltött idejét egyszerű összefüggésekkel ki is lehet számítani:

$$t = M^{-2,5} \quad (13)$$

Erre egy szemléletes példa, hogy a Napunk esetén a stabil állapot hossza kb. 10 milliárd év, egy 20 naptömegű csillagé 5 millió év.

A kisebb tömegű ($<3M_\odot$) csillagok esetén a főszorozaton a hidrogénből álló mag a hőmérséklet-növekedés hatására gyorsuló ütemben zsugorodik, majd összezuhan. Ez tovább fűti a hidrogénből álló héjat, az energiatermelés felgyorsul, a megnövekvő központi hőmérséklet (T) hatására a csillag nagy mértékben tágul (R nő). A tágulás hatására a csillag külső tartományai hűlni kezdenek, létrejön a vörös óriás állapot, a 2. ábrán ezt $\star$ szimbólummal jelöltem. Ez az egyensúlyi helyzet a héliumfúzió beindulásáig tart. A vörös óriás fázisának végén a mag degenerált állapotba kerül (így a p nem függ a T -től). A hirtelen felszabaduló energia robbanásszerűen indítja be az újabb és



2. ábra. Különböző csillagok fejlődési útjai. A csillagok kezdeti állapotát $\bullet$ jelzi, a nullkorú fősorozati (ZAMS) állapotot pedig a $\blacktriangle$ szimbólum. Az $\times$ -el jelöltem azt folyamatot, amikor a csillag gravitációs összehúzódásba kezd. Kisebb tömegű csillagoknál (narancssárga és piros görbék) ezek után a fázisok után létrejön a vörös óriás állapot ($\star$ szimbólum), majd bekövetkezik a héliumvillanás ($\blacklozenge$ szimbólum). Nagyobb tömegű csillagokra (zöld és kék görbék) a fősorozat után a $\star$ szimbólummal jelölt szubóriás állapot következik, amit a vörös óriás állapot követ $\blacklozenge$ -al jelölve. (Forrás: MIST (Mesa Isochrones and Stellar Tracks; Dotter (2016))

újabb fúziókat, ez a héliumvillanás (vagy hélium-héj villanás). A 2. ábrán $\blacklozenge$ jelöltem ezt, kisebb tömegű csillagok esetén.

A nagyobb tömegű fősorozati csillagok magjában lévő hidrogén atommagok hélium atommagokká történő átalakulása után létrejön egy tisztán héliumból álló mag, melyet egy hidrogénből álló, vékony héj vesz körül. A belső hőmérséklet nem elegendő a hélium fúziójához, ezért leáll az energiatermelés. Emiatt csökken a csillag magjában a nyomás (p), ekkor már nem lesz hidrosztatikai egyensúlyban a csillag, és gravitációs összehúzódásba kezd. A 2. ábrán $\times$ -el jelöltem a folyamatot. Emiatt felmelegedik a vékony hidrogénburok és beindul a magfúzió. Ekkor éri el a csillag a szubóriás állapotot, melyet a 2. ábrán a nagy tömegű csillagok esetén $\star$ szimbólummal jelöltem. A csillag viszont nincs sugárzási egyensúlyban, a vörös óriáság fele mozog (RGB – Red Giant Branch), $\blacklozenge$ alakkal jelölve a nagytömegű csillagok esetén ezen ág kezdetét.

1.2. Gömbhalmazok

A gömbhalmazok nevüket jellegzetes gömbszimmetrikus alakjukról kapták. Olyan csillagok csoportosulását jelenti, amelyek átlagosan $10^5 - 10^6$ csillagot tartalmaznak és a tagok egyre sűrűbben helyezkednek el a halmaz középpontja felé közeledve. A centrum sok esetben pedig olyannyira sűrű, hogy a Földről nézve kisebb távcsővel a halmazt nem is tudjuk különálló csillagokra bontani. Jelenleg 168 gömbhalmazt ismerünk (Baumgardt és Vasiliev, 2021), melyek a Tejútrendszer halójában helyezkednek el, eloszlásuk gömbszimmetrikus a galaxismag körül, ellipszis pályákon keringenek, sebességük pedig jelentősen eltér a korongbeli sebességektől. Az idősebb gömbhalmazok, melyek kis fémtartalmúak, a galaxisunk centrumától távol, míg a fiatalabbak, melyek fémtartalma magasabb, a centrumhoz közel helyezkednek el (Tóth, 2013).

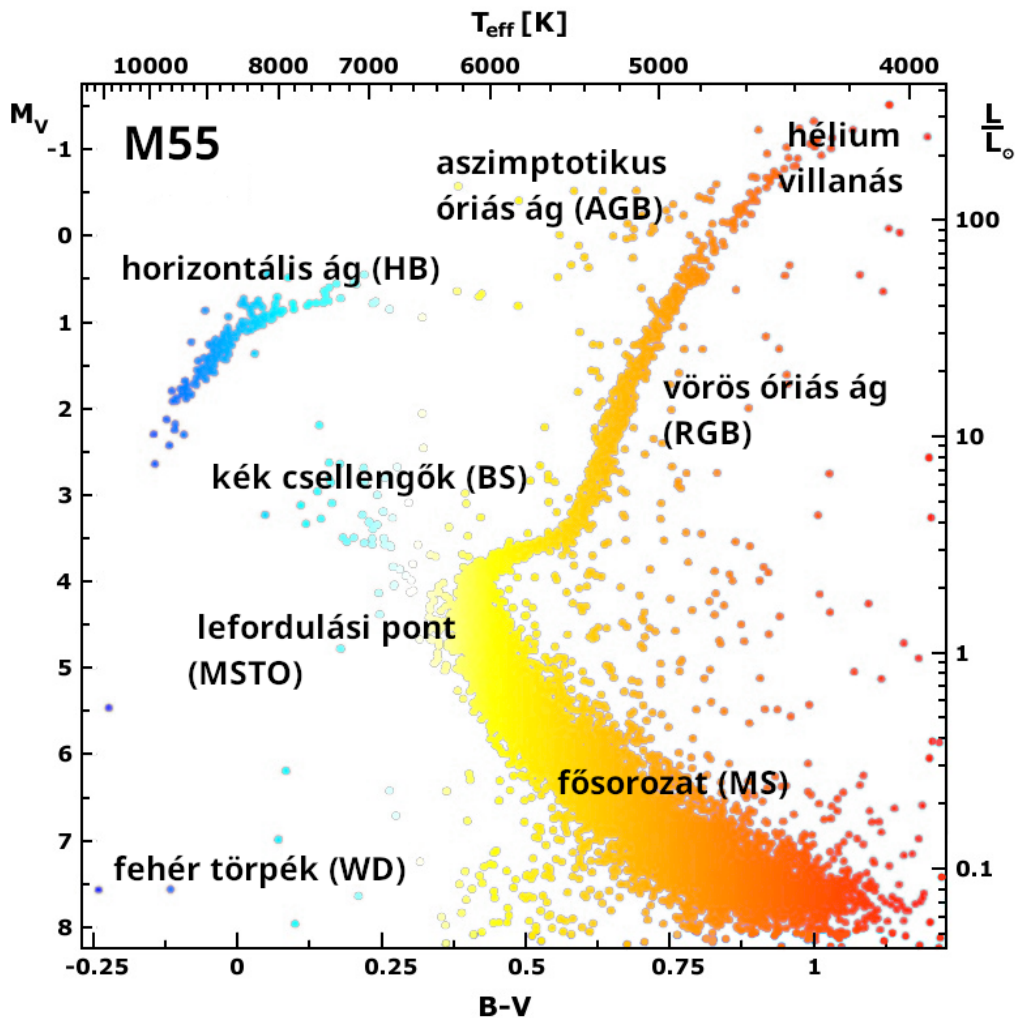
Többnyire öreg, II. populációs csillagok alkotják őket, melyek fémszegények. További érdekesség, hogy akadnak köztük olyanok is, melyek keringési iránya retrográd a Tejútrendszerben levő objektumok keringéséhez képest. Kialakulásuk mindmáig nem teljesen egyértelműen megértett folyamat. A legtöbb esetben azt a következtetést tudjuk levonni, hogy a csillagaik egyidőben keletkeztek.

Előfordul viszont, hogy két populációra oszthatók a gömbhalmaz csillagai, mert a csillagkeletkezés két (egymást gyorsan követő) hullámban zajlott, és emiatt a kémiai összetétel is eltér. Feltételezhetően úgy alakult ki bennük az új keletkezési hullám, hogy egy csillagközi molekulafelhővel ütköztek a gömbhalmazok (Harris és Zaritsky, 2009). Galaktikus gömbhalmazok esetén az elmúlt 10 év megfigyelései többféle csillaggeneráció jelenlétét mutatták ki, mely arra utalhat, hogy több, egymást követő hullámban zajlhatott bennük a csillagkeletkezés (Monelli és mtsai., 2013; Bastian és Lardo, 2018). Általában két generációt figyeltek meg, de a legnagyobb gömbhalmazokban (pl.: ω Cen) többszörös csillagpopulációk is kimutathatók (Tailo és mtsai., 2016). Mivel a gömbhalmazokban nagyon nagy a csillagsűrűség, kialakulhatnak ún. kék csellengők, amelyek olyan fősorozati csillagok, amik a szín-fényesség diagramon a lefordulási pont után helyezkednek el tehát kékebbek és fényesebbek, mint társaik. Jelenlegi elméletek szerint, ezek összeolvadt kettős csillagrendszerekben alakulnak ki (Piotto és mtsai., 2004). Első közelítésben izokróon illesztés esetén feltehetünk homogén populációt, de a speciális eseteket külön kell vizsgálni. Kutatásom során a kiválasztott halmazok egy populációval rendelkeznek.

1.3. Szín-fényesség diagramok

A fentebb említett Hertzsprung–Russell-diagram egyik változata a szín-fényesség diagram (röviden CMD, azaz color-magnitude diagram). Ebben az esetben a diagramon hőmérséklet helyett a színindex szerepel, ami két különböző szűrővel mért fényességérték különbségét jelenti. A függőleges tengelyen a luminozitás helyett a magnitúdóban mért fényességértékek szerepelnek. Gömbhalmazok vizsgálatánál feltehetjük, hogy a benne levő csillagok azonos távolságra vannak a megfigyelőtől, tehát abszolút magnitúdó helyett elegendő a látszó fényesség értékeket venni, és ezeket ábrázolni a függőleges tengelyen.

Az 3. ábra szemlélteti azt, hogy milyen típusú csillagokat tudunk megfigyelni általában a gömbhalmazokban. Gömbhalmazok esetén feltételezzük, hogy a halmazt alkotó csillagok időben ugyan-



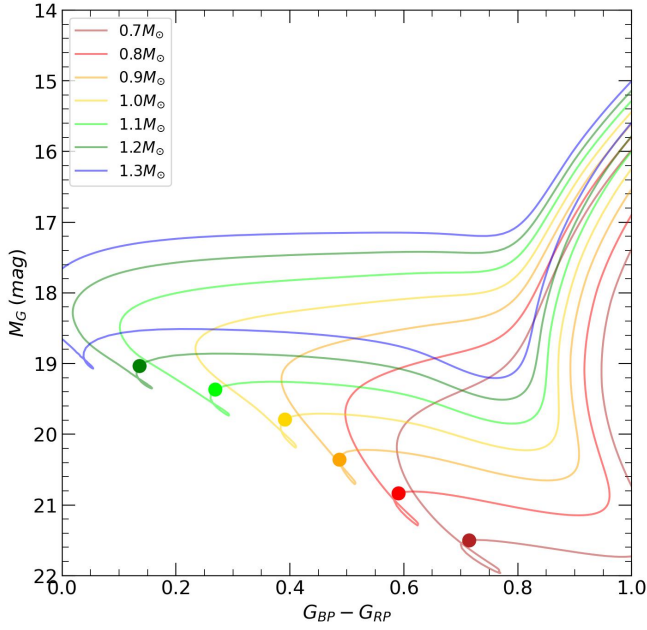
3. ábra. Az M55 gömbhalmaz szín-fényesség-diagramja. Az ábrán kivehetőek a gömbhalmazban levő csillagok, amelyek különböző életszakaszban vannak. (Forrás: B.J. Mochejska, J. Kaluzny, Swope Telescope, saját fordítás)

akkor nagyjából azonos összetétellel keletkeztek. Tehát a csillagoknak csak a kezdeti tömegük különbözik. Megfigyelhető a 3. ábrán, hogy a nagyobb tömegű csillagok hamarabb elválnak a főágtól, ezt a pontot nevezik lefordulási pontnak (MSTO – Main Sequence Turnoff).

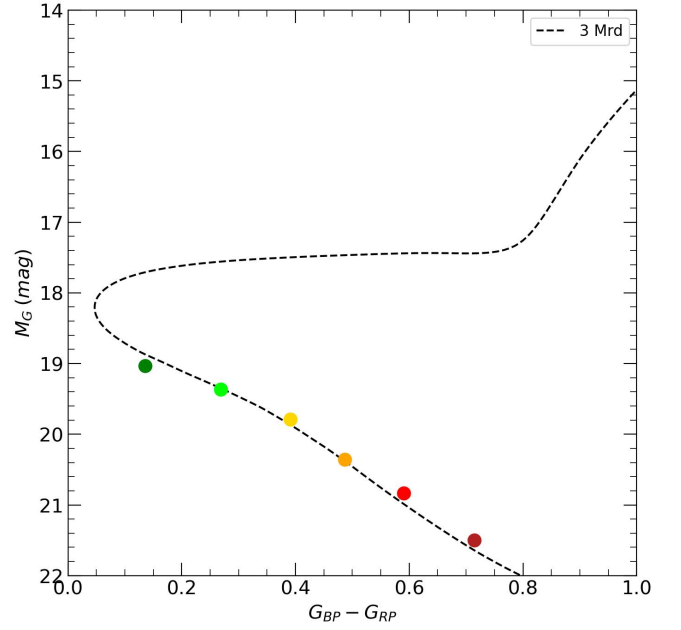
1.4. Izokrónok

A csillagfejlődési modellek a korábbi részben felsorolt egyenleteket oldják meg egydimenzióban. Ezek segítségével feltérképezhetjük azt, hogy a különböző fejlődési szakaszok során hogyan változnak a csillag állapothatározói. Ehhez szükségünk van arra, hogy időben nagyon sok pontban kiszámítsuk, hogy hogyan változnak a kezdeti érték függvényében az állapotjelzők. Ha sok pontban kiszámítjuk ezeket, akkor a pontokat összekötve megkaphatunk egy csillagfejlődési utat. Egy csillag élete során a HRD-n bejárt útját tehát elsősorban a tömege határozza meg. Emiatt van az, amit már korábban is észrevehattünk, hogy az azonos korú csillagok a grafikon különböző helyein jelenhetnek meg, kezdeti tömegüktől függően.

Ha több csillagfejlődési utat egymás mellé helyezünk szorosan, és jelöljük azokat a pontokat



(a) Különböző kezdeti tömegű csillagfejlődési utak, kiemelve adott időben azonos pontokat.



(b) Izokrón illesztése az időben azonos pontokra.

4. ábra. Csillagfejlődési utak transzformálása izokrónná (Forrás: MIST (Mesa Isochrones and Stellar Tracks; Dotter (2016))).

is, ami alapján meghatározzuk a görbét, akkor illeszteni tudunk az időben azonos pontokra is egy elméleti görbét, ezt hívjuk **izokrónnak** (*izo* – azonos, *kronosz* – kor). A 4. (a) ábrán láthatjuk a szorsan elhelyezkedő csillagfejlődési utakat, színes ● szimbólumokkal pedig az időben azonos fejlődési szakaszokat, mivel más a kezdeti tömeg minden csillagfejlődési útnál, ezért ezek a pontok máshol helyezkednek el, viszont ezekre is lehet egy görbét illeszteni, ezt láthatjuk az ábra (b) részén, és ez lesz maga az izokrón. Egy izokrón tehát a szín-fényesség diagramon az azonos fémességi és életkorú csillagokat köti össze.

2. Felhasznált adatok

A csillagászat az utóbbi évtizedekben olyan korba lépett, ahol az észlelési adatok pontossága sok esetben jóval megelőzi az elméleti modelljeink pontosságát. Ez azt jelenti, hogy ha pontosabb asztrofizikai paramétereket akarunk meghatározni csillagok esetén, akkor ez már nem az űrtávcsöveink pontosságán múlik, hanem a mérési adatok feldolgozásán, ami pedig az elméleti modelljeinkre és számítógépes szimulációinkra támaszkodik. A folyamatosan növekvő adathalmazok elemzésének érdekében meg kell bizonyosodnunk arról, hogy az elméleti modelljeink jól működnek-e ahhoz, hogy használatukkal helyes eredményeket és következtetéseket tudjunk megfogalmazni. Az általam használt csillagfejlődési modellek és izokrónok pontosságának korlátozottságairól Joyce és Chaboyer (2015) cikkében olvashatunk.

2.1. A Gaia űrtávcső és a DR3 katalógus

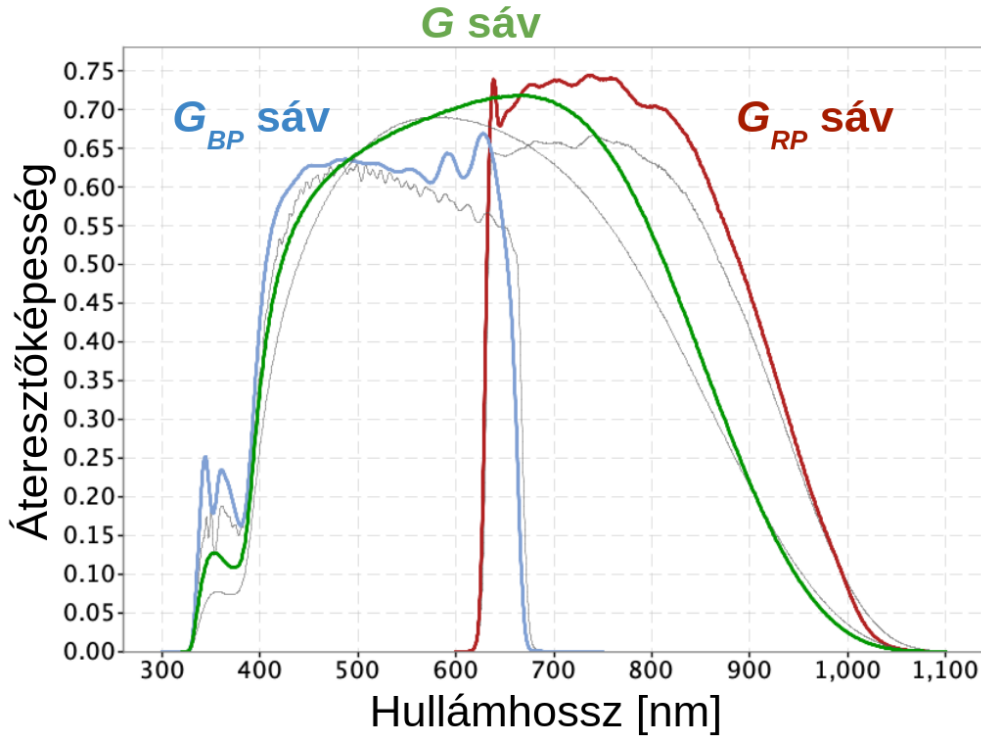
A Gaia űrtávcsövet az Európai Űrügynökség (European Space Agency – ESA) indította útjára azzal a céllal, hogy meghatározza több mint egymilliárd csillag asztrometriai, fotometriai és spektroszkópiai jellemzőit, ezáltal létrehozva az ismert csillagok tulajdonságaiból a valaha volt legnagyobb pontosságú adatbázisát. A Gaia 2022-es, harmadik adatközlése (a két részletben kiadott EDR3 és DR3) több mint 1,8 milliárd csillagról tartalmazott adatokat, amellyel már igen részletes képet tudott festeni a Tejútrendszerrel és galaxisunk kozmikus környezetéről (Gaia Collaboration és mtsai., 2016, 2021). Ez a katalógus a 2014. július és 2017. május közötti időszak méréseit foglalja magába, ami közel 34 hónapnyi eredmény. Ezzel szemben az első adatközlés (DR1) a 14 hónapnyi, a második (DR2) pedig 22 hónapnyi mérést foglalt magába. A Gaia űrtávcsőre méltán szoktak asztrometriai űrobszervatóriumként hivatkozni, hiszen nem csak egy egyszerű távcsőről van szó. A fedélzeten egy 106 CCD-ből álló kamera áll, amiből 62 asztrometriai paramétereket meghatározó célokra van fenntartva, 14-et alacsony felbontású spektrofotometriára használnak (ebből 7 piros és 7 kék fotométer), a többi 12 kamerával közepes felbontású spektroszkópiai megfigyeléseket végeznek. A Gaia fotometriai rendszere háromféle tartományban rögzíti a csillagok fényességértékét, ezek rendre a G (fehér fény), G_{BP} (kék) és G_{RP} (vörös), ezen szűrők áteresztési függvényei a 5. ábrán láthatóak (Riello és mtsai., 2021).

2.2. Adatok és bevezetett korrekciók

Az elemzést először az M92 és az NGC 5897 gömbhalmazokra végeztem el, mert a jelenlegi irodalomban ők tartoznak a legtöbbet vizsgált és elemzett halmazok közé (Koch és McWilliam, 2014; Ying és mtsai., 2023). A kiválasztott gömbhalmazaim esetén a SIMBAD¹ adatbázisban megkerestem a halmaz égi koordinátáit (deklináció (δ) és rektaszcenzió (α)) és sajátmozgás komponenseit (deklináció irányú komponens (μ_δ) és rektaszcenzió irányú komponens (μ_α)). Továbbá az Aladin Lite² program használatával megnéztem az égen való elhelyezkedésüket, és megbecsültem a lát-

¹<http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>

²<https://aladin.cds.unistra.fr/AladinLite/>



5. ábra. A Gaia űrtávcső színsávjainak áteresztési függvényei a DR3 katalógus alapján kalibrálva. A szürke vonalak az összeszerelés idején mért áteresztéseket jelzik. (Forrás: Riello és mtsai. (2021), saját fordítás)

szó átmérőjüket, hogy adott sugarú körön belül lekérhessem az adatokat a Gaia adatbázisból. Az 1. táblázat összefoglalja a két gömbhalmaz alapadatait, ezt a későbbiekben további halmazok esetén kikértem, hogy az ők adatait is le tudjam kérni az adatbázisból.

Gömbhalmaz	α (fok)	δ (fok)	μ_α (mas/év)	μ_δ (mas/év)
NGC 5897	229,3516670	-21,0101110	-5.410	-3.46
NGC 6341 (M92)	259,2807920	+43,1359440	-4.930	-0.570

1. táblázat. A két vizsgált teszt gömbhalmaz alapadatai, a SIMBAD adatbázisból kikeresve.

A lekért adatokon halmaztagság szűrést végeztem Bustos Fierro és Calderón (2019) módszerei alapján, illetve feltérképezem a különböző instrumentális effektusokat. Ebbe beletartozik az eszköz pontatlanságából adódó mennyiségek korrekciója, a távolságmodulus szerepének felmérése, valamint a csillagközi vörösödés és extinkció feltérképezése (Baumgardt és mtsai., 2019; Wang és Chen, 2019). Számos gömbhalmaz esetén ugyanis csillagközi por áll a fény útjában, emiatt a gömbhalmaz egyes csillagait vörösebbnek látjuk.

Első lépésként a Gaia adatbázisból³ lekértem ADQL (Astronomical Data Query Language) nyelv segítségével az M92 és az NGC 5897 halmazok középpontjától 5 ívperc sugaron belüli csillagok asztrometriai és fotometriai jellemzőit (az EDR3 katalógusból): ezek közé tartozott a `source_id` (a csillag azonosító száma), `ra` (rektaszcenzió), `dec` (deklináció), `parallax` (parallaxis), `pmra` (sajátmozgás rektaszcenzió komponense), `pmdec` (sajátmozgás deklináció komponense), `phot_g_mean_mag`

³<https://gea.esac.esa.int/archive/>

(G sávban magnitúdó értékek) , `bp_rp` (színindex).

Mivel így már minden paraméter a rendelkezésemre állt, a következő lépés, a CMD kirajzolása következett, melynek eredménye a 6. ábrán látható. Egy gömbhalmaz nemcsak onnan azonosítható, hogy a csillagok az égen egy adott gömbszimmetrikus térrészen csoportosulnak, hanem a halmaz tagjainak azonos sajátmozgással is rendelkezniük kell. A lekért csillagok sajátmozgása alapján tehát halmaztagság szűrést lehet végezni annak érdekében, hogy a CMD-n felrajzolt csillagok közötti előtér- és háttércsillagokat kiszűrjük, ezáltal „tisztítva” az adott halmazra vett mintánkat. Mivel már a Gaia archívumban a lekérésnél figyelembe vettem a deklinációs és rektaszcenziós értékeket, csak a sajátmozgást megadó deklinációs és rektaszcenziós értékekre hagyatkozhattam ebben az esetben.

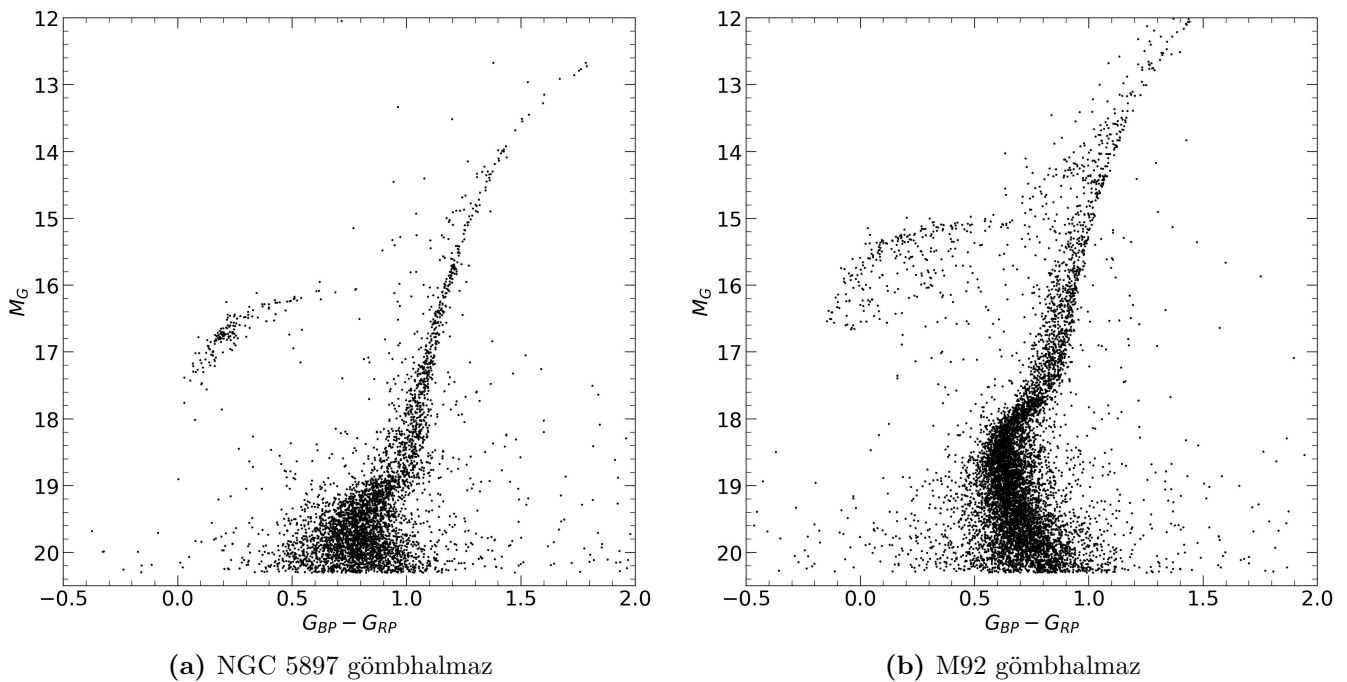
A sajátmozgás ábrát úgy készítettem el, hogy minden csillagot a két sajátmozgás paraméterének megfelelően feltüntettem egy ábrán. Itt már észrevehető volt, hogy azon csillagok, amelyek egy adott érték körül szorosan csoportosulnak, azok lesznek a halmazom tagjai. A SIMBAD adatbázisból kikerestem a halmaz sajátmozgás komponenseit, és ezt is feltüntettem az ábrán. Ilyen ábrákra példa a 7. ábra az NGC 5897 esetén.

Ezek után egy olyan kört vettem fel, ami magába foglalta a legtöbb csillagot, és melynek középpontját a halmaz sajátmozgás komponensei adták meg. A kört felosztottam tetszőlegesen vastag koncentrikus gyűrűkre, ahol azt vizsgáltam, hogy a középponttól kifele haladva hogyan változik a csillagok száma. Ehhez mindössze annyit kellett tennem, hogy a csillagok számát normáltam az adott gyűrű területével (ezek a bin értékek mértékegység nélküli kvalitatív mennyiségek). Ezeket az értékeket ábrázoltam a csillagok számának függvényében a 7. ábrán. Így adott gömbhalmazra mindig meg tudtam határozni azt a pontot, ahol a csillagok száma belesimul a háttérbe (a derivált értéke nem haladja meg a -400-as küszöbértéket), és ez alapján tudtam behatárolni a kört, amibe eső csillagok már a halmaz részei voltak.

A korrekciók bevezetése után a szín-fényesség diagram láthatóan letisztultabb lett, azonban a lefordulási pont körül még mindig látványosan zajos volt az adat. Ezt a problémát szisztematikus hibák kiszűréssel oldottam meg. A Gaia adatbázishoz tartozó kiegészítő cikkek között részletesen taglalva van, hogy a halvány vörös csillagok esetén egy felülbecslés történik adott szűrők esetén a G_{BP} magnitúdó értékekre (Riello és mtsai., 2021). Ezért még a Gaia adatbázisban a feltételek közé beszúrtam azt a feltételt, hogy a 20,3 magnitúdónál halványabb csillagokat ne kérje le. Így kaptam meg a végső letisztult szín-fényesség-diagramokat, amik a 8. ábrán láthatóak, és amire már izokrónt lehet illeszteni.

2.3. Hubble űrtávcső adatai

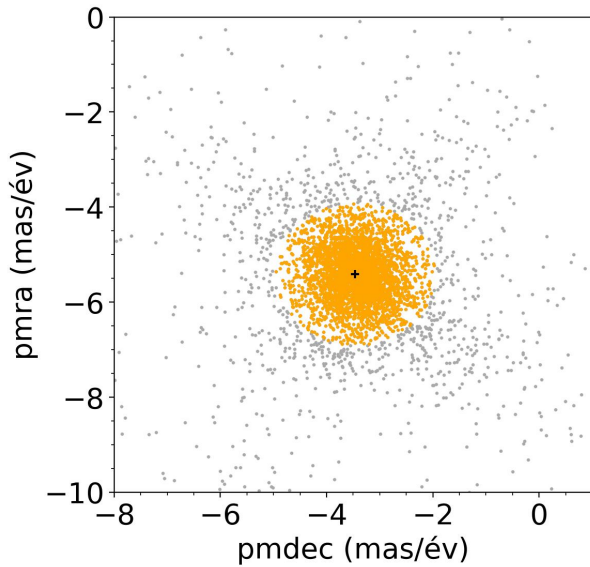
A kutatásom során elsődlegesen Gaia űrtávcső adataiból gyártott szín-fényesség diagramokat vizsgáltam, viszont ez szerettem volna kibővíteni más űrtávcsövek adatbázisából vett adatokkal is. A Hubble űrtávcső adatai azért adódtak kézenfekvőnek az összehasonlításra, mert a Gaia űrtávcsőhöz hasonlóan, a látható tartományban is végzett észleléseket. További motiváció volt az is, hogy a Hubble űrtávcső esetén már kész adatbázisok állnak a rendelkezésünkre, amiben a különböző instrumentális effektusok kiszűrését és a halmaztagság szűrést már elvégezték. A



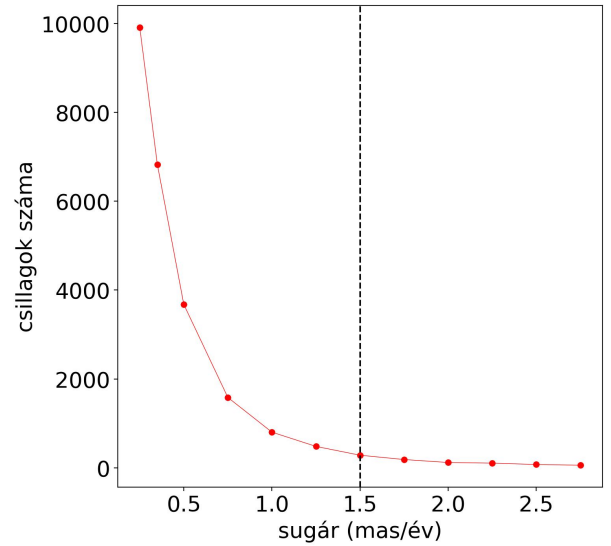
6. ábra. Szűrés előtti szín-fényesség-diagramok, Gaia DR3 katalógus adatainak alapján.

Hubble Legacy Archive (HLA) célja, hogy összegyűjtse a Hubble űrtávcsőből származó tudományos eredményeket egy online, mindenki számára elérhető platformon. A HLA a Space Telescope Science Institute (STScI), a Space Telescope European Coordinating Facility (ST-ECF) és a Canadian Astronomy Data Centre (CADC) közös projektje. A Hubble Source Catalog (HSC; Whitmore és mtsai., 2016), a HLA adatbázisát hivatott különböző szűrések és korrekciók segítségével egyetlen fő katalógussá egyesíteni. A katalógus a Hubble űrtávcső műszerei közül a Wide Field Planetary Camera 2 (WFPC2), Advanced Camera for Surveys (ACS) és Wide Field Camera 3 (WFC3) adatait tartalmazza. A HSC legutolsó verziója (V3.1, 2019. jún 26.) elérhető az alábbi linken. A katalógushoz tartozó asztrometriai kalibráció Budavári és Lubow (2012) cikkében részletezett kereszt-azonosítás (cross-matching) algoritmusokon alapul.

A HSC adatait a **Python**, **Astroquery** (Ginsburg és mtsai., 2019) moduljának segítségével értem el. Az **Astroquery** segítségével adatokat lehet lekérdezni különböző adatbázisokból, amelyeknek létezik internetes interfésze (ezek némely esetben lehetnek olyan weboldalak is, amiknek nincs hivatalos programinterfészük). A Piotto és mtsai. (2002) cikkben leírtakhoz hasonlóan én is elkészítettem a szín fényesség diagramokat a HST WFPC2 kamerájának F439W és F555W szűrőivel készített fotometriai adatok alapján. Azokban az esetekben, amikor nem találtam egy gömbhalmazra adatot ezekkel a szűrőkkel, akkor az F439W helyett az F438W-t, az F555W helyett pedig az F606W szűrőket használtam. A szín-fényesség diagramok esetén az X tengelyen a színindex a két színszűrő különbsége van, az Y tengelyen pedig a F555W fényességérték jelenik meg.



(a) Sajátmozgás diagram (narancssárga szín jelöli a halmaztagnak tekintett, a szürke pedig az abból kiszűrt csillagokat, a fekete kereszt pedig a halmaz egészének sajátmozgás centrumát)



(b) A gömbhalmaz radiális profilja (fekete szaggatott vonallal a vágási határ)

7. ábra. Halmaztagság-vizsgálat az NGC 5897 gömbhalmaz esetén.

3. Az eljárás bemutatása

Kutatásom során az általam kiválasztott gömbhalmazok csillagaira meghatározott szín-fényesség diagramokra kerestem a megfelelően illeszkedő izokrónt.

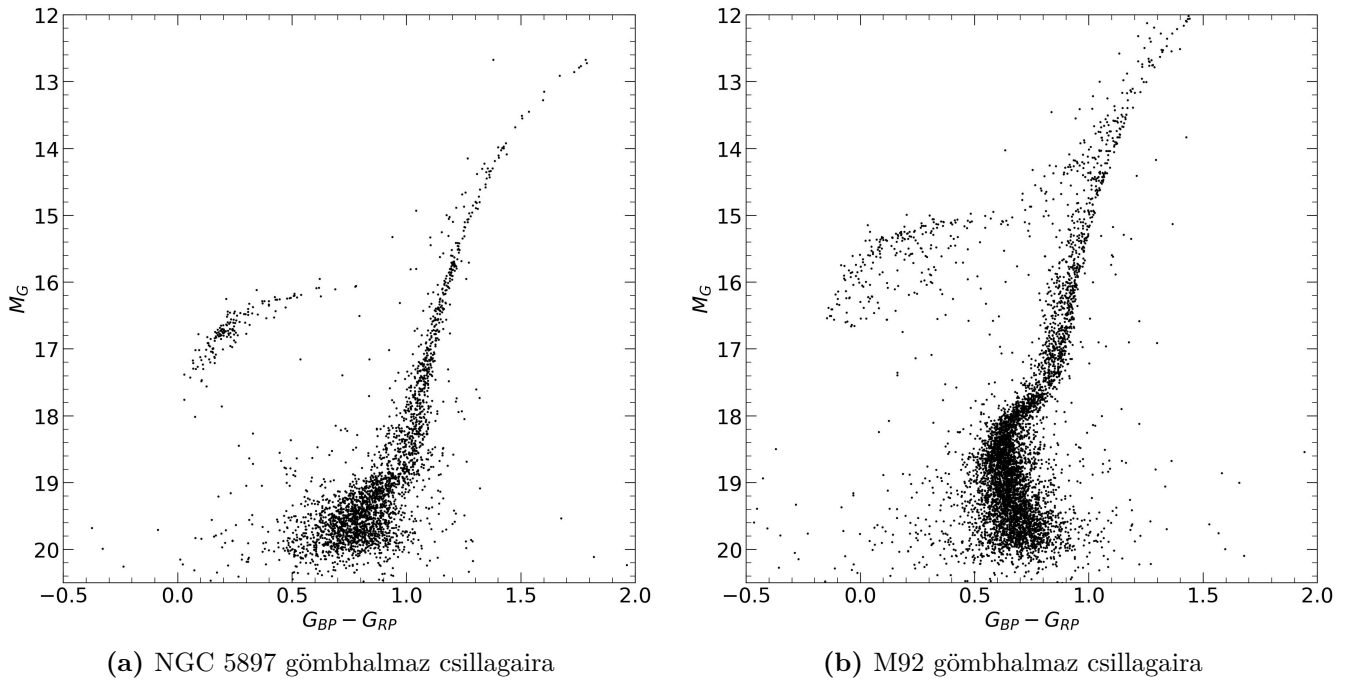
3.1. MIST adatbázis

Ehhez szükségem volt különböző korú és fémességű izokrónok a legyártására, amiben a MIST⁴ adatbázis nyújtott segítséget. A MIST (MESA Isochrones and Stellar Tracks), izokrónok és csillagfejlődési utak generálására szolgál, melyhez az adatokat a MESA (Modules for Experiments in Stellar Astrophysics) csillagfejlődési kód biztosítja (Dotter, 2016; Choi és mtsai., 2016). A MESA a sztelláris asztrofizika számos területéhez járul hozzá különböző elméleti modellek számításaira alkalmas kódjaival. Egyesítve a numerikus és különböző fizikai elméleti modelleket, akármilyen csillagra képes szimulációt gyártani. Az asztrofizika szinte összes ága függ az ilyen csillagfejlődési modellek pontosságától, hiszen minden olyan paramétert, amit nem tudunk direkt módon megmérni, azt a modelljeink alapján tudjuk kiszámítani, megbecsülni. Izokrónok legyártásakor két paramétert kell megadni a programnak, az egyik a kor, a másik pedig a fémesség, ezt a 9. ábra szemlélteti.

3.1.1. Az EEP módszer

A MIST izokrónok csillagfejlődési utakból keletkeznek, az ún. EEP (Equal Evolutionary Points), azonos fejlődési állapotok módszere alapján, ezt szemlélteti a 10. ábra. Az izokrónokat a MIST

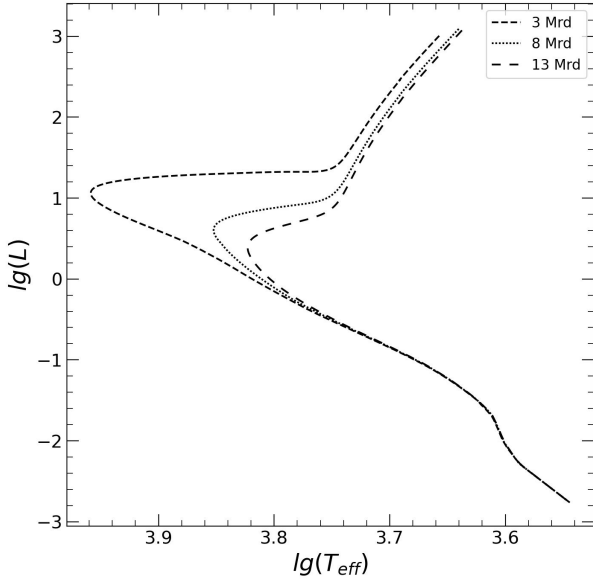
⁴https://waps.cfa.harvard.edu/MIST/interp_isos.html



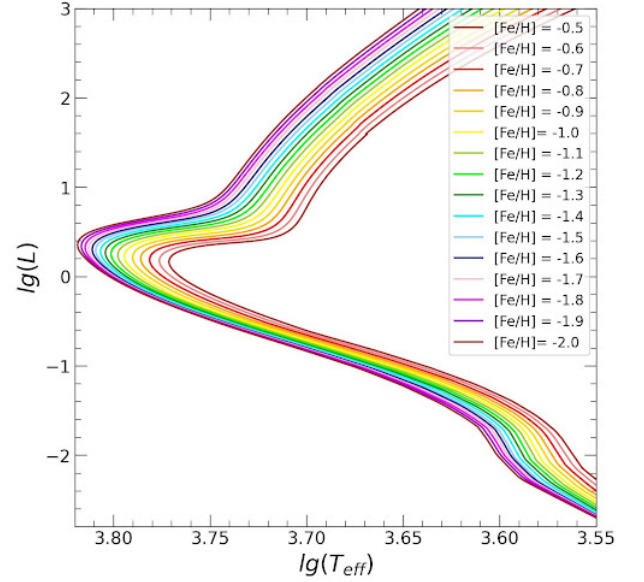
8. ábra. Instrumentális effektusokra és halmaztagságra szűrt szín-fényesség-diagramok. Szépen látható, hogy az előző diagramhoz képest a lefordulási pont környéke sokkal egyértelműbben kirajzolódik, mely nagyban segíti az izokrón illesztést.

weboldalán a Web Interpolator fül alatt lehet legenerálni. A kód az alábbi lépéseket végzi el, amikor a csillagfejlődési utakból izokrónt gyárt:

- Kezdetben az algoritmus veszi a különböző kezdeti tömegű, sűrűn elhelyezett izokrónákat, és jelöli rajtuk a csillagfejlődés főbb szakaszait, amit a bevezetésben már részleteztem. Ezek az elsődleges EEP pontok, amelyek fizikailag is jól definiáltak.
- Az 10. ábra *a)* részén megfigyelhetjük az elsődleges EEP pontokat:
 - PMS (Pre-main Sequence) – fősorozat előtti állapot
 - ZAMS (Zero Age Main Sequence) – nullkorú fősorozat
 - IAMS (Intermediate Age Main Sequence) – fősorozati állapot
 - TAMS (Terminal Age Main Sequence) – fősorozati állapot vége
 - RGB tip (Red Giant Branch tip) – vörös óriáság csúcsa
- A másodlagos EEP pontokat úgy lehet meghatározni, hogy vesszük a csillagfejlődési utakat és két elsődleges EEP között egyenlő távolságokra osztjuk fel az intervallumot.
- Itt az *egyenlő távolságra* fogalom egy metrikus függvény definiálását takarja, ugyanis ennek segítségével határozhatók meg a távolságok egy görbén.
- Ezután következik az interpoláció, amit az EEP-k által definiált rádspontokra végez el a MIST által használt algoritmus. Ez pedig arra alapszik, hogy kapcsolat van a kezdeti tömeg és az egyenlő fejlődési állapotok között.



(a) Különböző korú izokrónok, azonos fémességgel. Fontos kiemelni, hogy minél idősebb egy izokrón, annál később fordul le a főszorozatról. Mivel a skála logaritmikus, a 3 és 8 milliárd éves és a 8 és 13 milliárd éves izokrónok közt is 5 milliárd év a különbség, mégis ahogy korban haladunk előre (és így a főszorozaton lefele) egyre nehezebben lehet az izokrónok lefordulási pontjait egymástól szétválasztani.

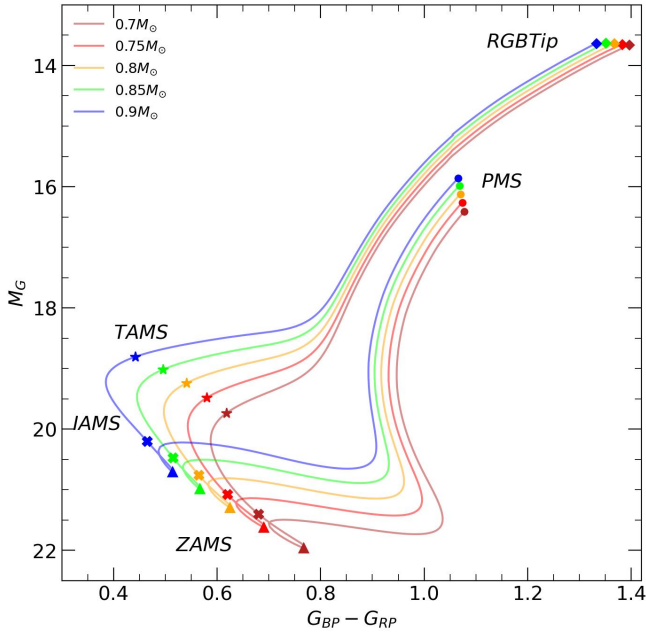


(b) Különböző fémességű izokrónok, azonos koral. Minél fémgazdagabb egy csillag, annál hamarabb történik a főszorozatról való leválás.

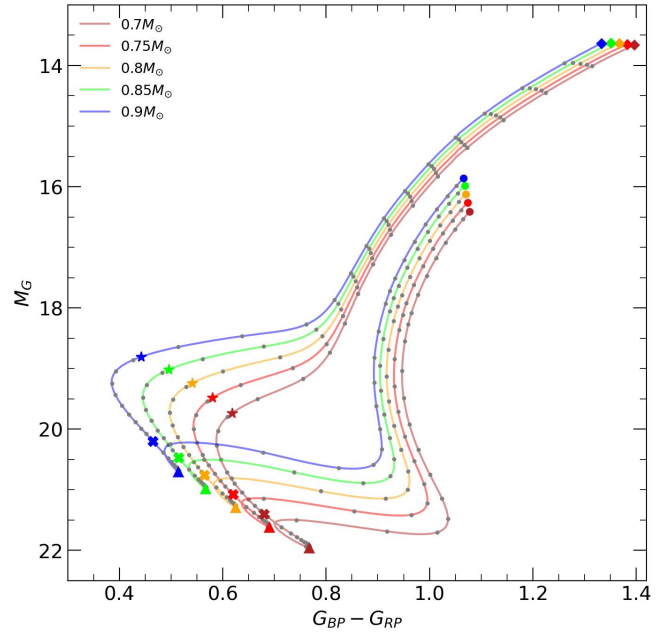
9. ábra. MIST adatbázissal generált izokrónok, két fő tulajdonságuk alapján csoportosítva.

Összefoglalva tehát, tulajdonképpen az algoritmus egy bázistranszformációt hajt végre. A minden pontban azonos tömegű csillagfejlődési utat, ami nem függ kortól, egy minden pontban azonos korú tömegtől nem függő görbévé alakítja át, ami az izokrón.

A felhasználó az oldalon kiválaszthatja a kezdeti paramétereket; ezekből a legfontosabb a kor és a fémesség. Ezen kívül még megadható az is, hogy milyen koordináta-rendszerben legyenek az adatok reprezentálva. Lévén az izokrónok elméleti görbék az alapértelmezetten legyártott adatok $\lg(L)$ és $\lg(T_{\text{eff}})$ lesznek, ahol L a luminozitás, T_{eff} pedig az effektív hőmérséklet. Ha a felhasználó ezeket észlelői koordinátákra akarja áttanszformálni, akkor magnitúdóban mért fényességre és színindexre van szükségünk. Ennek kiválasztására is van lehetőség, ugyanis az algoritmus több, mint 24 különböző távcső színszűrőire képes ún. szintetikus fotometriai adatokat gyártani.



(a) Elsődleges EEP pontok és megnevezéseik: PMS (Pre-main Sequence) – fősorozat előtti állapot, ZAMS (Zero Age Main Sequence) – nullkorú fősorozat, IAMS (Intermediate Age Main Sequence) – fősorozati állapot, TAMS (Terminal Age Main Sequence) – fősorozati állapot vége, RGB tip (Red Giant Branch tip) – vörös óriáság vége.



(b) Első és másodlagos (szürke) EEP pontok. A másodlagos EEP pontok az elsődleges EEP pontok közötti egyenletes felosztás eredményei.

10. ábra. Azonos fejlődési állapotok (EEP) módszerének szemléletes bemutatása.

3.2. Izokrónok illesztése

Gömbhalmazok korának kiszámításakor feltételezzük, hogy csillagai nagyjából egy időben, és hasonló fémtartalommal keletkeztek. Minél idősebb egy adott halmaz, annál lentebb található a lefordulási pont a fősorozaton, a szín-fényesség diagramon. Ezen pont jelzi azt, hogy mennyire idős a gömbhalmaz, hiszen a kortól függ az, hogy mely tömegű csillagok nem lesznek már a fősorozat részei adott fényesség esetén. Továbbá fontos hangsúlyozni, hogy a nagyobb tömegű csillagok rövidebb életűek, tehát gyorsabban járják be fejlődési utakat és időben hamarabb hagyják el a fősorozatot. Ha egy gömbhalmaz csillagaira megtaláljuk a megfelelően illeszkedő izokrónt, akkor meg tudjuk becsülni annak korát. Mivel az izokrónok elsősorban elméleti görbék, koordináta-transzformációt kell végezni ahhoz, hogy az észlelési adatainkból gyártott szín-fényesség-diagramjainkra tudjuk őket illeszteni. Ehhez szükséges ismernünk a távolságmodulus képletét:

$$m - M = -5 + 5 \log d + A \quad (14)$$

ahol m a látszó, M az abszolút fényesség, d a távolság parszekben, A pedig a magnitúdóban mért extinkció értéke. Az illesztés során alkalmazott függőleges eltolás segítségével lehet meghatározni, hogy a modell abszolút fényességeihez képest mennyivel volt halványabb a halmaz tagjainak mért fényessége, azaz megadható a távolságmodulus; míg egy ferde eltolásból (amely többnyire a vízszintes komponensre van nagyobb hatással) az extinkciós törvény segítségével lehet megbecsülni, hogy a csillag fénye mennyit vörösödött a csillagközi anyag fényelnyelése miatt. A galaktikus dudor

környékén számos csillagközi gáz- és porfelhőt találunk, melyek inhomogén módon benyúlnak a halmazok elé. Ez azt okozza, hogy a halmaz különböző pontján különböző a vörösödés mértéke. Ennek köszönhetően az ilyen halmazok szín fényesség diagramján levő csillagok sokkal nagyobb szórással rendelkeznek. Kutatásomban erre nem végeztem külön korrekciót, de a későbbiekben tervezek erre is kitérni.

Jelen esetben azt választottam, hogy az izokrónt az észlelői koordinátarendszerbe transzformálom. Ehhez a MIST adatbázisban lehetőségem volt kiválasztani azt, hogy a legenerált izokrón kimeneti fotometriai értékei legyenek a Gaia adatokhoz igazítva. Ezután pedig a távolságmodulust hozzá kellett adni a G_{BP} , G_{RP} , G értékekhez, hogy y irányban megfelelő legyen az eltolás. Az extinkciót pedig úgy korrigáltam, hogy a csillagok G_{BP} , G_{RP} és G értékeiből lehessen kivonni a bevitt extinkció értékét, ez volt az x irányú eltolás fő komponense.

3.3. A négy dimenziós vizuális paraméter-illesztés

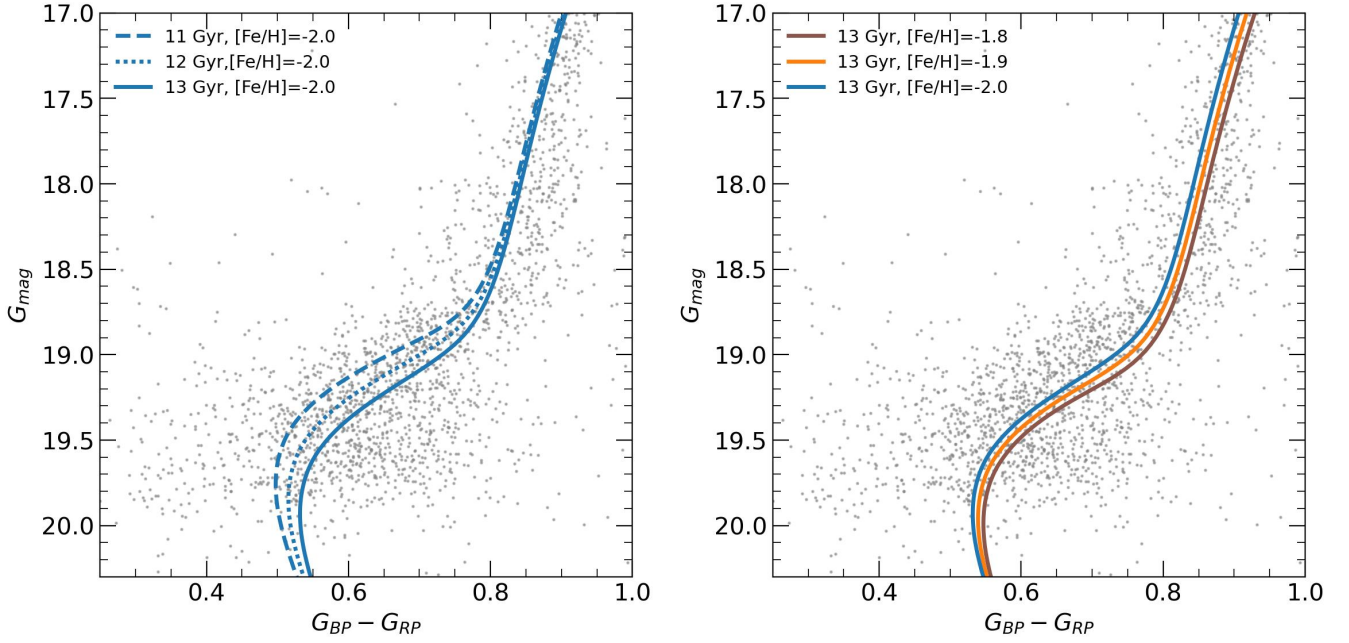
A módszerem elsősorban arra alapozom, hogy a MIST modell izokrónjai a hélium-villanásig pontosak, a horizontális ágon és az aszimptotikus óriáságon már fellépnek különböző szisztematikus hibák (Joyce és Chaboyer, 2015). Azonban gömbhalmazok esetén az életkor meghatározására a kulcsfontosságú szempont az izokrónnak a lefordulási pontra és a vörös óriáságra való illeszkedése. Illesztéseimkor tehát egy vágást végeztem az izokrónon is az EEP (Equal Evolutionary Point) alapján. Megvizsgáltam több esetben is, hogy a vörös óriáság tetejéig, azaz a hélium villanás fejlődési szakaszig a modellek esetén nem lép fel semmi hiba.

A letisztult CMD-knek köszönhetően a megfelelően csonkított izokrónok illesztése az észlelési adatokra most már jóval könnyebben megy, mint korábban. Az illesztéshez egy *python* programot írtam, ahol interaktívan lehetett a MIST segítségével generált izokrónokot a Gaia adatok által meghatározott szín-fényesség diagramokon mozgatni.

Első lépésben legeneráltam 24 izokrónt különböző életkorokra és fémességértékekre, meghatározva egy kezdeti alsó és felső határt: rendszerint 10, 11, 12 és 13 milliárd éves izokrónokot, ahol $[\text{Fe}/\text{H}] \in \{-2, -1, 0, 1\}$. Ezek után megnéztem, hogy az izokrónok közül melyik esetén áll fenn, hogy a lefordulási pont alakja hasonló a generált görbe alakjához. Ez volt a durva közelítés módszere. Fontos kiemelni azt is, hogy az izokrónok igen érzékenyek a fémességérték változtatására, erre láthatunk egy példát a 11. ábrán. Sok esetben már a durva közelítési módszernél el kellett vetnem a nem odaillő fémességértékű izokrónokot.

Ezután pontosítottam a módszert: további izokrónokot hoztam létre a MIST segítségével, ezúttal viszont figyelve, hogy közelebb legyenek egymáshoz a görbék, az eltérő fémességértékek közti különbséget 0,5 dex értékre módosítottam, az életkorokat pedig 0,5 milliárd éves különbséggel gyártottam le. A legvégső finomítás során szükség volt fémességben 0,1 dex-el eltérő izokrónok generálására. Illesztéskor tehát az izokrónok adatsorait betöltve már egy adott izokrón esetén a kor és fémesség adott volt, a változtatható paraméternek a távolságmodulus és az extinkció értékei maradtak. Két csúszka segítségével lehetett illeszteni az izokrónt, egyikkel a távolságmodulust lehetett beállítani, tehát magát az izokrónt mozgattam vele, a másik pedig a csillagok eltolásáért felelt, ez adta meg az extinkció értékét. Ezeket addig finomhangoltam minden esetben, amíg a

lefordulási pontnál meg nem találtam vizuális választás alapján megfelelő illeszkedést.



11. ábra. Különböző korú és fémességű izokrónok illesztése az NGC 5897 gömbhalmaz szín-fényesség diagramjára. A különböző színek különböző izokrónok fémességeit jelölik. Az jobb oldali ábrán azonos fémességű ($[Fe/H] = -2.0$), de eltérő korú izokrónokot illesztettem. Az izokrónok, bár jelentősen különböznek korban mégis nagyon közel vannak egymáshoz a síkon. A bal oldali ábrán azonos korú, de eltérő fémességű izokrónokot illesztettem. Látható itt is, hogy bár különbözőek a fémességértékek, az izokrónok alig választhatóak szét egymástól.

4. Eredmények

Jelen dolgozatomban a fentebb leírt módszerek alapján izokrón illesztéseket végeztem galaktikus gömbhalmazokra. Először két teszt halmazra (M92 és NGC 5897), majd a módszerek sikeres implementációja után további 55 gömbhalmazra. Összesen így 57 halmazra végeztem sikeres izokrón illesztést. Ezeket a gömbhalmazokat Forbes és Bridges (2010) cikkéből választottam ki, munkájukban ők 93 gömbhalmazt vizsgáltak, én ebből a táblázatban levő első 61 NGC katalógusszámmal is rendelkező halmazt választottam ki. Ezen mintából 6 gömbhalmazra (NGC 6287, NGC 5694, NGC 2419, NGC 5946, NGC 6284, NGC 6544) nem sikerült megfelelően illeszkedő izokrónt találni, ez annak tudható be, hogy nagyon kicsi a gömbhalmazok látszó szögátmérője, és ebből adódóan nem áll rendelkezésünkre elegendő csillag, hogy a megfelelő halmaztagság szűrést elvégezzük, valamint hogy a CMD egyes részeit kellően populánsan lefedjük.

4.1. Illesztések a Gaia gömbhalmazokra

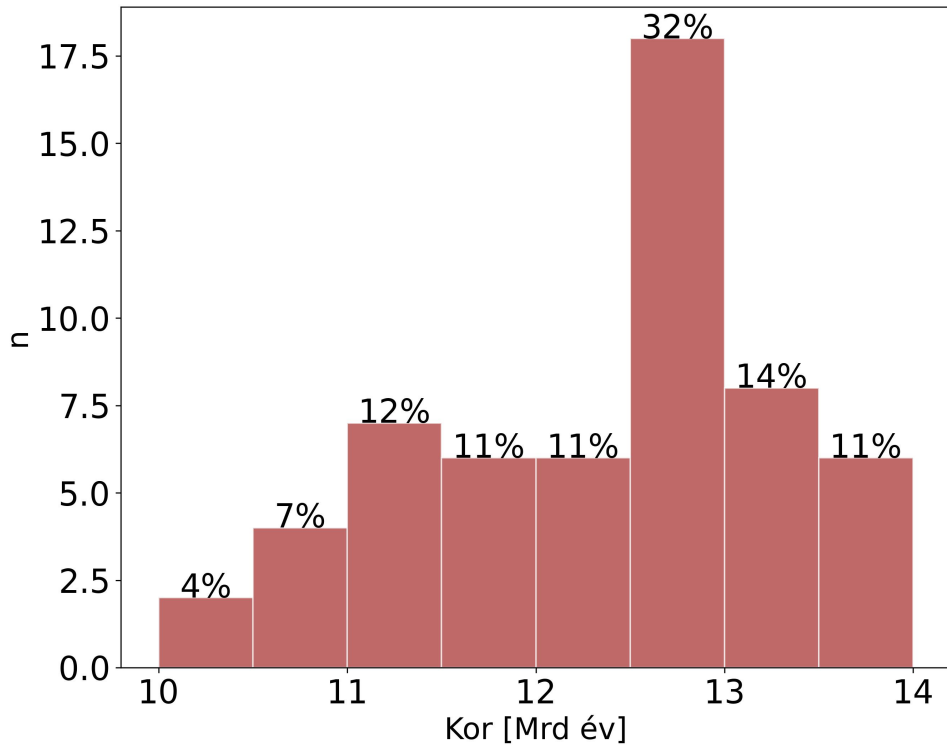
Elsőként az NGC 5897 halmaz illesztésének eredményeit foglalnám össze, amely a 2. táblázatban látható. Mint ahogyan az már korábban is említve volt, egy adott gömbhalmazra több izokrón is illeszkedhet, ennek függvényében pedig a fémességérték ($[Fe/H]$), a távolságmodulus (d) és az

extinkciók (A_G) értéke is változik. Így a 2. táblázat sorai tehát külön-külön jó illesztések a halmazra. Táblázatom azt hivatott tükrözni, hogy egy 13 milliárd éves izokrón illesztését összevetve egy 12 milliárd éves hasonló fémességű izokrón illesztésével nagyon hasonló eredményeket lehet kapni, ezért is van az, hogy az illesztés hibája akár 0,5 és 1 milliárd éves is lehet. A 2. táblázat alapján elmondható, hogy az általam meghatározott életkor az NGC 5897 gömbhalmazra $12,5 \pm 0,5$ milliárd év, amely egyezést mutat a Forbes és Bridges (2010) cikkében meghatározott $12,3 \pm 0,5$ éves eredményével. A fémesség $[\text{Fe}/\text{H}] = -1,9 \pm 0,1$ dex érték körül mozog, amely nagyságrendileg megközelíti az előbb említett cikkben meghatározott $-1,73$ -as értéket, illetve még közelebbi egyezést mutat egy frissebb tanulmányal, mely a halmaz fémességét $-2,04 \pm 0,01$ értékűnek határozta meg (Koch és McWilliam, 2014). A távolságmodulus $15,97 \pm 0,07$ mag, amely jól közelíti a Baumgardt és Vasiliev (2021) cikkbeli $15,46$ -os értéket. Az extinkcióról az mondhatjuk el, hogy $A_G = 0,17 \pm 0,04$ mag érték körül mozog. Az eredmények hibáját az átlagtól való eltérések átlagaként számítottam ki.

Kor (Mrd év)	[Fe/H]	d (mag)	A_G (mag)
13,0	-1,8	15,9	0,18
13,0	-1,9	16,0	0,17
13,0	-2,0	15,9	0,18
12,5	-1,8	16,0	0,15
12,5	-1,9	16,0	0,17
12,5	-2,0	15,9	0,20
12,0	-1,8	16,1	0,15
12,0	-1,9	16,1	0,17
12,0	-2,0	15,9	0,21

2. táblázat. Eredménytáblázat az NGC 5897 gömbhalmaz izokrón illesztéseire.

Hasonlóan elvégezhető ez az M92 gömbhalmazra, melyek eredményei a 3. táblázatban láthatóak összefoglalva. Ez esetben a kor $13,0 \pm 0,5$ milliárd év, mely hibán belül egyezik a Ying és mtsai. (2023) cikkben meghatározott $13,80 \pm 0,75$ milliárd éves korral. A fémesség $[\text{Fe}/\text{H}] = -2,0 \pm 0,1$ dex érték körül mozog, amely jó egyezés mutat a Forbes és Bridges (2010) cikkében meghatározott $-2,16$ értékkel. A távolságmodulus $14,74 \pm 0,04$ magnitúdós értéke a Baumgardt és Vasiliev (2021) cikkből vett $14,6$ mag értékkel szintén összhangban van. Az extinkció ebben az esetben $A_G = 0,07 \pm 0,01$ mag körüli.



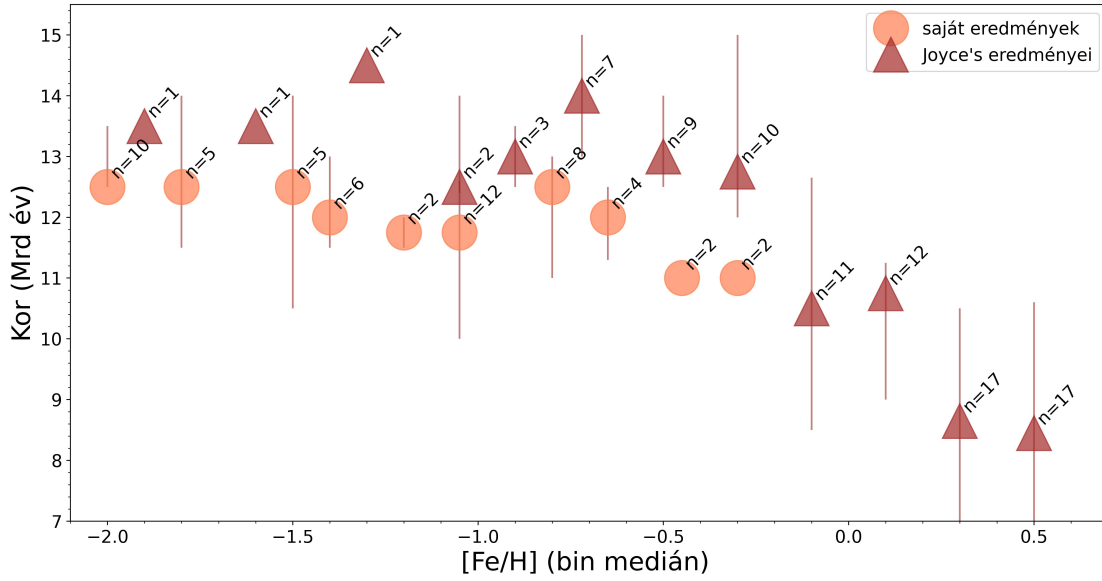
12. ábra. A vizsgált gömbhalmazok életkorának eloszlása a Tejútrendszerben. Szépen látszódik az ábrán, hogy a gömbhalmazok domináns életkora 12,5 milliárd év körül van.

Kor (Mrd év)	[Fe/H]	d (mag)	A_G (mag)
13,0	-2,1	14,8	0,09
13,0	-2,0	14,74	0,07
13,0	-1,9	14,69	0,08
12,5	-2,1	14,75	0,05
12,5	-2,0	14,8	0,07
12,5	-1,9	14,77	0,08
13,5	-2,1	14,68	0,07
13,5	-2,0	14,75	0,06
13,5	-1,9	14,65	0,06

3. táblázat. Eredménytáblázat az M92 (NGC 6341) gömbhalmaz izokrón illesztéseire.

További 55 gömbhalmazra is elvégeztem az illesztéseket, az így meghatározott paraméterek a A1. táblázatban láthatóak a függelékben. A relatív hibák minden esetben azonosak. Azon túl, hogy meghatároztam minden gömbhalmazra a kort és a fémességet, érdekelt az is, hogy tudunk-e mondani valamit a két paraméter közötti összefüggésről.

Az eredményeket hisztogram formájában ábrázoltam a kor függvényében, ez látható a 12. ábrán. Ebből az derül ki, hogy a Tejútrendszerben a gömbhalmazok domináns életkora 12,5 milliárd év körül van. Ez egy becslést ad a Tejútrendszer életkorára is, ha feltételezzük, hogy a vizsgált gömbhalmazok csillagai a galaxisunkkal egyszerre keletkeztek. Ez a becslés a galaxisunk korára hibahatáron belüli egyezést mutat egy nemrégiben publikált cikkben meghatározott életkorral (Xiang



13. ábra. Súlyozott kor-fémesség eloszlás az általam vizsgált gömbhalmazokra és Joyce és mtsai. (2023) által választott csillagokra. A két ábra a közös fémesség tartományon ugyanazt a trendet mutatja és egyenletes eloszlást követ. Ebből arra következtethetünk, hogy $-0,5$ fémesség érték alatt nincs különösebb összefüggés a kor és a fémesség között.

és Rix, 2022).

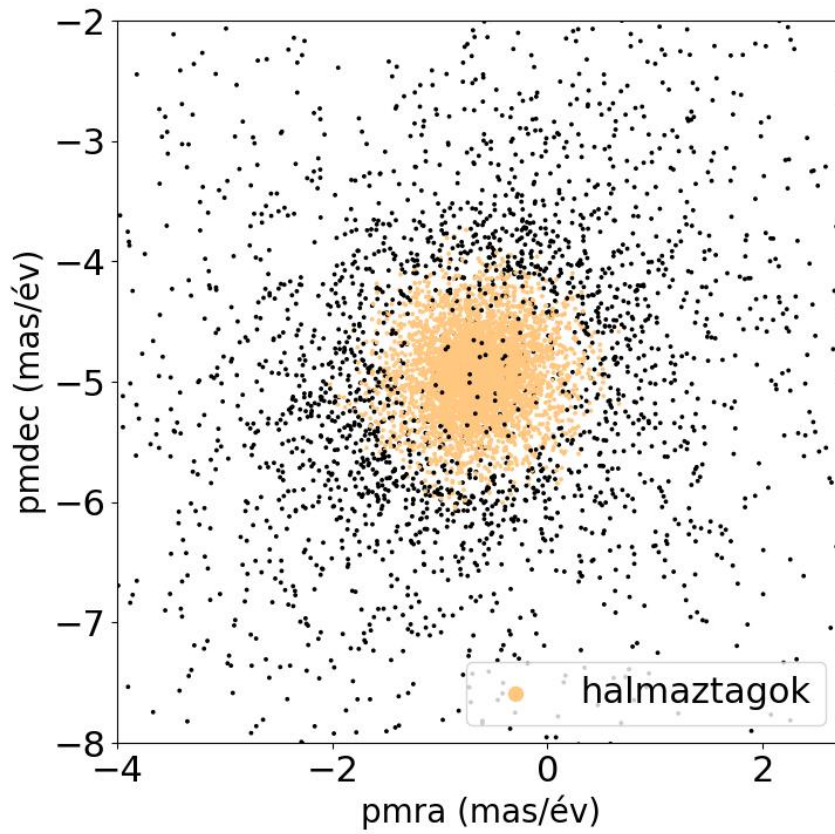
Meridith Joyce 2023-as cikkében néhány galaktikus dudorban lévő törpe- és szubóriás csillag életkorát határozta meg szintén izokrón illesztéssel, majd ezt egy kor-fémesség ábrán súlyozva tüntette fel (Joyce és mtsai., 2023). Az ábrát reprodukáltam a saját gömbhalmazaim adataira referenciaként feltüntetve a Joyce cikkében meghatározott csillagok értékeit is, ezt láthatjuk a 13. ábrán. Megfigyelhetjük, hogy a két ábra a közös fémesség tartományon ugyanazt a trendet mutatja. Az eloszlás egyenletes, amiből arra következtethetünk, hogy $-0,5$ fémesség érték alatt nincs különösebb összefüggés a kor és a fémesség között.

4.1.1. A galaktikus dudorhoz közeli gömbhalmazok vizsgálata

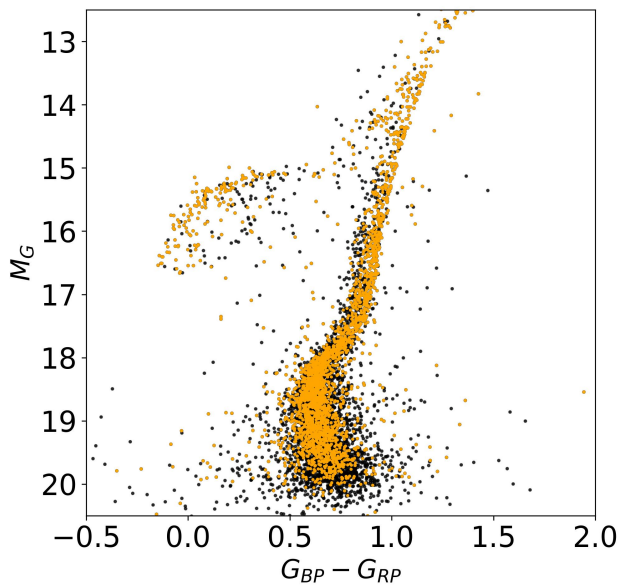
Megállapítottam, hogy a kis szögátmérőjű gömbhalmazok esetén is van elegendő csillag, hogy kirajzoljon egy megfelelő szín-fényesség diagramot. A radiális profil illesztéseken kívül kipróbáltam néhány gépi tanulási algoritmust, hogy megvizsgáljam, hogy mely más módszerek alkalmasak a halmaztagok meghatározására. Kipróbáltam a sűrűség alapú HDBSCAN, DBSCAN, Elvárás maximalizáló és K-közép algoritmusokat. A HDBSCAN algoritmust sikeresen alkalmazták nyílthalmazok detektálására (Hunt és Reffert, 2021). Ez az ötlet vezérelt, hogy a módszert gömbhalmazokra is kipróbáljam. Az szakirodalomban korábban erre még nem volt példa. Hasonlóan a cikkben taglalt nyílthalmazok esetére gömbhalmazoknál sem voltak alkalmasak az Elvárás maximalizáló és a K-közép algoritmusok a halmaztagok meghatározására. A legtöbb klaszterezési algoritmus abból a feltételezésből indul ki, hogy az egyes csoportok jól meghatározható eloszlásból származnak. Ezzel szemben a Hierarchical Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise, azaz a

HDBSCAN ezt nem feltételezi. Ez azért jó számunkra, csoportosításkor nem kell megadnunk az eloszlásfüggvényt.

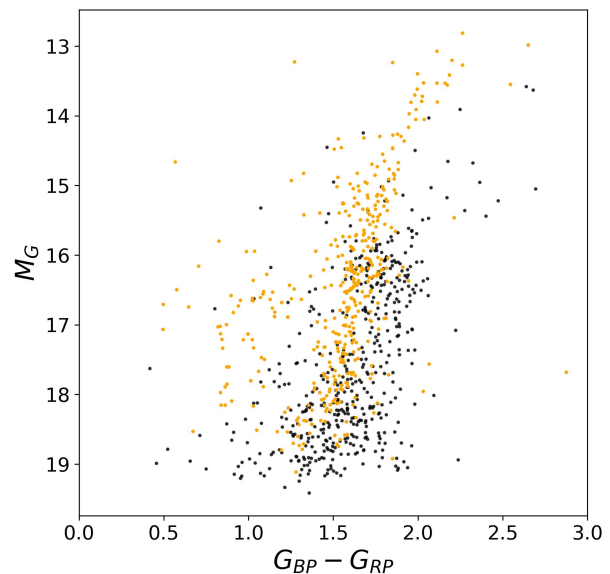
Mivel a gömbhalmazok esetén csak két csoportba kell osztani a csillagokat (vagy része a halmaznak, vagy nem), ezért könnyebb dolgunk van, mint a nyílthalmazok detektálása esetén. A csoportosításkor feltételezzük, hogy az egymáshoz közelebbi pontok szorosabb kapcsolatban állnak egymással, azaz sűrűbben fognak a térben elhelyezkedni. Ha két csoport nincs egymással kapcsolatban, akkor egy üres tér vagy ritkább sűrűség fogja őket elválasztani. Az ezen az intuíción alapuló klaszterizációs eljárásokat „sűrűség-alapú” (density based) algoritmusoknak nevezzük. A HDBSCAN algoritmus a csoportosítási tulajdonság tengelyére vetíti az adatok sűrűségfüggvényét. Ha különböző valószínűségeknél elvágunk az adatsort akkor különböző csoportokat kapunk (McInnes és mtsai., 2017). Az általam beadott paraméterek a gömbhalmazok csillagaira a radiális sebességek rektaszcenzió és deklináció irányba, valamint a csillagok koordinátái voltak. Az algoritmus pedig kimenetként címkékkel látta el a csillagaimat, melyek -1 -től 0-ig tartó tartományban vehetnek fel értékeket, ez látható a 14. ábrán. A 0-val ellátott címkéjű csillagok lesznek a halmaztagok, a -1 értékűek pedig amik nem halmaztagok, köztes érték akkor lenne, ha több, mint két kategóriába szeretnénk csoportosítani. A módszer előnye, hogy bemeneti értékként nem kell megadni a gömbhalmaz közepének rektaszcenzió és deklináció koordinátáit valamint sajátmozgás értékeit. Továbbá nem kell szemre definiálni egy sugarat sem, amin belül figyelembe vesszük a csillagokat, ez jelentősen gyorsítja a meghatározás folyamatát. Az algoritmus alkalmazására két példát láthatunk a 15. ábrán.



14. ábra. A HDBSCAN algoritmus alkalmazása az M92 csillagaira. Az ábrán az M92 gömbhalmaz sajátmozgás diagramja van ábrázolva, melyen a potenciális halmaztagok világos színnel vannak bejelölve.



(a) M92 gömbhalmaz.



(b) NGC 6522 gömbhalmaz

15. ábra. A HDBSCAN algoritmus alkalmazása. A szín-fényesség diagramon narancssárga színnel a halmaztagként azonosított csillagok vannak jelölve. A fősorozat, valamint az óriáság szélén és azoktól távol eső pontok nagy valószínűséggel nem a halmaz tagjai, ezeket válogatja ki az algoritmus. Az M92 egy nagyobb szögátmérőjű gömbhalmaz, egy kevésbé sűrű csillagmezőben, míg az NGC6522 gömbhalmaz kis szögátmérőjű és a galaktikus dudorhoz közel helyezkedik el, tehát sűrű csillagmezőben.

“Megfigyelhető, hogy az algoritmus szépen kiválogatja a halmazhoz tartozó csillagokat a különböző esetekben.” állítást átfogalmaznám inkább úgy, hogy pontosan mit látunk (pl. olyasmi, hogy ágak szélén és azoktól távol eső pontok, és akkor azokra lehet állítani, hogy pl. nagy valószínűséggel nem a halmaz tagjai?)

A kutatásomban sort kerítettem néhány galaktikus dudorhoz közel lévő kis szögátmérőjű gömbhalmaz vizsgálatára is. Ezen gömbhalmazok szín-fényesség diagramjait csak a Gaia adatbázisban levő adatok segítségével tudtam ábrázolni. Ez a vizsgálat azért is érdekes, mert itt már olyan sűrű a csillagmező, hogy a radiális profil módszere nem alkalmazható, egy gépi tanulási algoritmushoz folyamodtam. Megvizsgáltam 8 olyan gömbhalmazt (alapadataikat a 4. táblázat tartalmazza), amit eddig a radiális profil módszerrel nem volt lehetőségem. A meghatározott értékeket és az irodalmi összevetéseket a 5. táblázat tartalmazza.

Gömbhalmaz	α (fok)	δ (fok)	μ_α (mas/év)	μ_δ (mas/év)
NGC 6256	254,8862	-37,1214	-1,64	-3,72
Ter 3	247,1671	-35,3536	-5,58	-1,76
NGC 6440	267,2195	-20,3596	-1,19	-4,02
NGC 6522	270,8920	-30,0340	-2,62	-6,40
NGC 6528	271,2067	-30,0558	-2,16	-5,65
NGC 6553	272,3153	-25,9077	0,30	-0,41
NGC 6626	276,1370	-24,8698	-0,33	-8,92
NGC 6558	272,5733	-31,7639	-1,77	-4,14

4. táblázat. A vizsgált gömbhalmazok alapadatai a SIMBAD adatbázisból.

Gömbhalmaz	Kor (Mrd év)	Kor _{irod} (Mrd év)	[Fe/H]	[Fe/H] _{irod}	d (mag)	d _{irod} (mag)
NGC 6256	13,0	12,0	-1,10	-1,02	15,38	14,03
Ter 3	12,0	12,0	-0,70	-0,70	15,43	14,54
NGC 6440	12,0	11,2	-0,50	-0,50	15,90	14,68
NGC 6522	13,0	13,2	-0,90	-0,95	14,75	14,52
NGC 6528	12,0	12,0	-0,15	-0,17	14,98	14,36
				+0,07		
NGC 6553	13,0	13,0	-0,30	-0,21	14,79	14,15
				-0,17		
NGC 6626	13,0	13,2	-1,30	-1,00	15,05	13,67
NGC 6558	12,0	12,0	-1,20	-0,97	14,89	14,29

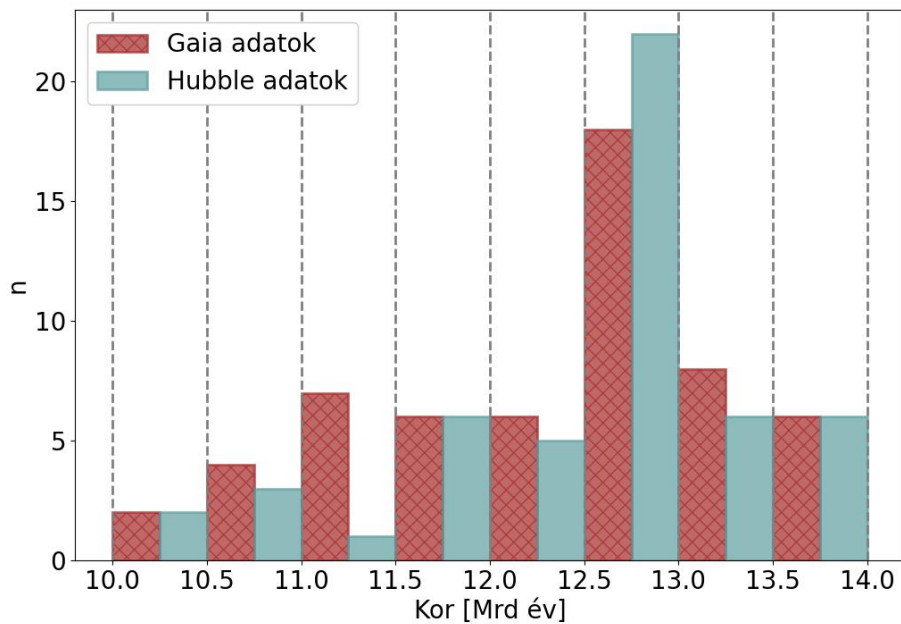
5. táblázat. Az izokrón illesztésből meghatározott paraméterek és irodalmi értékekkel való összevetéseik. Az irodalmi kor és d értékeket Baumgardt és Vasiliev (2021) cikkéből, a [Fe/H] értékeket Bica és mtsai. (2016) cikkéből vett értékekkel vettem össze. Néhány esetben az irodalmi érték vitatott. A táblázat nem tartalmazza az extinkciós értékeket, mert erre nem találtam irodalmi adatokat.

4.2. Összevetés a Hubble űrtávcső adataival

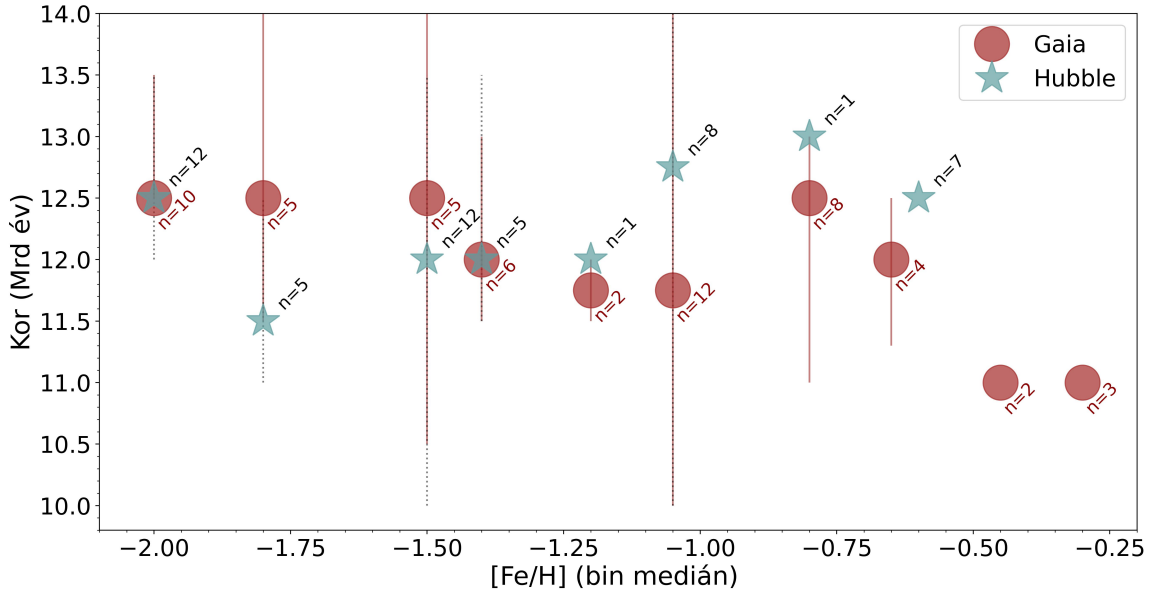
A Gaia mellett a Hubble űrtávcső adataira is elvégeztem az illesztéseket a korábban kiválasztott tejútrendszerbeli 57 gömbhalmazra. A HSC katalógus, ahonnan az adatokat lekértem ugyan nem tartalmaz explicit kinematikai adatokat, de előzetes szűrése ment keresztül. Ez a szűrés magába foglalja az asztrometria korrekciókat is, melyet a HSC-nak a World Coordinate System (WCS)-el való adatok megfeleltetésével értek el. A relatív asztrometria adatokat egy adott objektum esetén úgy kapták meg, hogy több képet helyeztek egymásra, majd ezeken elvégeztek egy keresztazonosítás (cross-matching) algoritmust (Budavári és Lubow, 2012).

Adott sugáron belül lekértem tehát a fotometria adatokat a Hubble űrtávcső esetén is. Hasonlóan elvégeztem az izokrón illesztéseket, viszont ehhez az adatokhoz külön Hubble-adatokra generált izokrónokra volt szükség, amiket szintén a MIST izokrón adatbázis segítségével gyártottam le. A módszer lépéseiben megegyezik a 3.3. fejezetben leírtakkal. Ebben az esetben 5 gömbhalmazra nem tudtam elvégezni az illesztést, mert túl sűrű volt a csillagmező vagy a Hubble nem észlelt azon az égtérületen. A Hubble adatokból meghatározott korokra is készítettem hisztogramot és ezt a ko-

rábbi Gaia adatok alapján készült hisztogrammal vetettem össze, ez látható a 16. ábrán. Ez az ábra is szépen tükrözi, hogy a Tejútrendszer domináns kora 12.5 milliárd év. Viszont ha a gömbhalmazok kor-fémesség eloszlását nézzük a 17. ábrán, akkor megfigyelhetjük, hogy a fiatal gömbhalmazok jellemzően magas fémességértéknél jelennek meg, ez jó egyezés mutat a szakirodalommal (Leaman és mtsai., 2013). A fémgazdag gömbhalmazok vizsgálata közelebb vihet minket a Tejútrendszer keletkezésének megértéséhez. Továbbá érdemes lehet vizsgálni, hogy a Tejútrendszerben levő gömbhalmazok kinematikailag vagy a kor-fémesség relációjuk alapján hogyan kategorizálhatóak, erről részletesen Massari és mtsai. (2019) cikkében olvashatunk.



16. ábra. Tejútrendszerbeli gömbhalmazok kor-fémesség eloszlás hisztogramja a Gaia és Hubble adatokkal. Szürke szaggatott vonallal az egyes binek határai látszanak. Leolvasható, hogy a domináns életkor 12.5 milliárd év körül van. Megfigyelhető továbbá, hogy a Hubble adatok esetén kisebb a szórás, mint a Gaia adatok esetén és az egyes binekbe nem ugyanazok a halmazok kerültek.



17. ábra. Súlyozott kor-fémesség eloszlás az általam vizsgált gömbhalmazokra Hubble és Gaia adatokkal. A Hubble űrtávcső adataira illesztett mérési eredmények ugyanazokba a bin tartományokba lettek szétosztva. A gömbhalmazok a fémszegény tartományon $[\text{Fe}/\text{H}] = -2$ értéktől $[\text{Fe}/\text{H}] = -1$ értékig nem követnek jellegzetes eloszlást, azonban szembeűnő, hogy a fiatalabb halmazok (11 mrd. év) magasabb fémességértékkel rendelkeznek idősebb társaiknál.

Összehasonlításképp a korokat és fémesség értékeket irodalmi értékekkel is összevettem azokra a gömbhalmazokra, amelyekre volt adat. Baumgart és Vasiliev létrehozott egy adatbázist, melyben izokrón illesztésekkel meghatározták az összes ismert gömbhalmazra a kor és fémesség értékeket. Ezen kívül Nataf és mtsai. (2013) cikke által meghatározott korokkal is összevettem az általam meghatározott értékeket. Az összesített A1. és A2. táblázat megtalálható a dolgozat függelékében. Mivel a két űrtávcső különböző hullámhosszakon észlel, ezért az extinkciós értékeket nem lehet egyértelműen összehasonlítani, emiatt ezt a paramétert kihagytam az összehasonlításból.

4.3. Új illesztési módszer kidolgozása

Az eddigi fejezetekben részletezett vizuális illesztési módszer alkalmas arra, hogy egyszerű módszerekkel meghatározzuk a gömbhalmazok jellemző paramétereit és ezekkel különböző statisztikai elemzéseket végezzünk el. Viszont egy matematikailag jól definiálható módszerre van szükségünk akkor, ha pontosabb eredményt szeretnénk elérni izokrón illesztéskor. Erre a legfőbb motivációt az adta, hogy míg a vizuális illesztés alapján általam meghatározott korok és fémességértékek jó egyezést mutatnak a szakirodalommal, a távolságmodulus esetén nagyobbak az eltérések. A szakirodalomban számos módszer létezik ezen paraméterek meghatározására, például izokrón illesztése binnelt szín-fényesség diagramokra, vagy szintetikus CMD-k összehasonlítása az észlelésekkel, akár bayesi statisztika, akár Voronoi tesszeláció alkalmazásával (Alonso-García és mtsai., 2011; Souza és mtsai., 2020; Ying és mtsai., 2023).

Alonso-García és mtsai. (2011) és Marín-Franch és mtsai. (2009) munkái nyomán kidolgoztam egy saját módszert arra, hogy hogyan lehet matematikailag pontosabban illeszteni az izokrónokat.

A motiváció az volt, hogy egy olyan technikát dolgozzak ki, ami mások által is reprodukálható legyen, hiszen a lefordulási pontra alapuló szemmel történő illesztés nem definiálható egyértelműen. A cél az volt, hogy az észlelési adatokra is meghatározzunk minden gömbhalmaz esetén egy sajátos gerincvonalat. Ezt a gerincvonalat pedig különböző statisztikai módszerekkel egyenletesen mintavételezve össze lehet hasonlítani az izokrónnal.

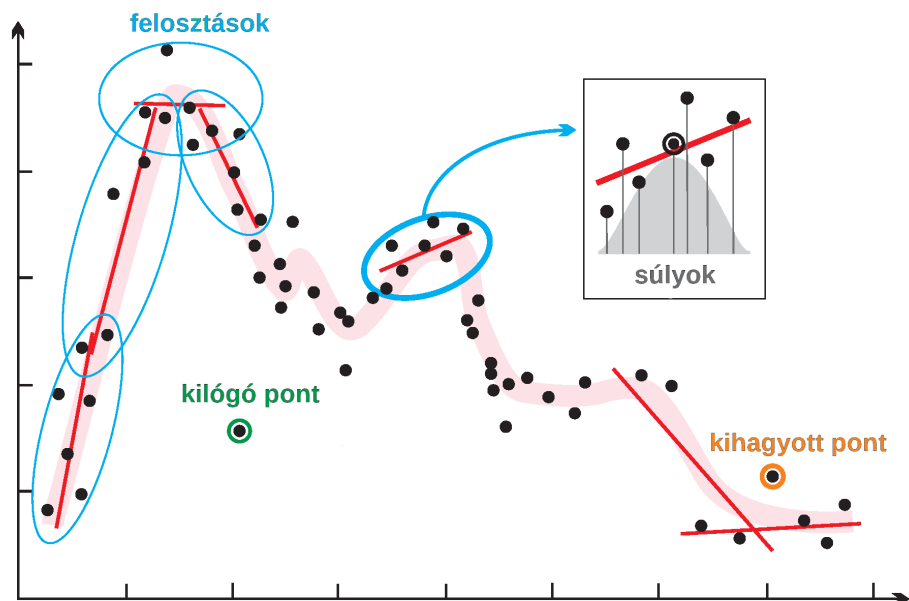
4.3.1. A gerincvonal meghatározása

Első lépésben a CMD-ről eltávolítottam a fősorozatról és óriáságról kilógó pontokat, ami a horizontális ágon levő csillagokat jelentette. Az első gerincvonal-illesztés a LOWESS algoritmus-sal végeztem. A LOWESS (Locally Weighted Scatterplot Smoothing vagy Savitzky–Golay szűrő) alap gondolata, hogy végigmegy az X -változó tartományán, és egy polinomális regresszióból minden értékre meghatározza a ponthalmaz lokális közelítését. Utána az egész simítást ezekből a darabkákból építi fel (Cleveland, 1981). Az algoritmuson két lehetőség van finomítani. Az egyik, hogy nem használjuk az összes pontot, csak a vizsgált értékhez legközelebb eső α hányadát. A másik eszköz, hogy a megtartott pontokon belül súlyozunk: minél távolabb esik egy pont a vizsgált értéktől annál kisebb lesz a súlya. A leszűkített és átsúlyozott ponthalmazra pedig egy polinomális regressziót kell illeszteni. Az illesztett regressziónak azt a pontját vesszük ki, ami a vizsgált érték volt. Az utolsó lépés, kiszámítani ezeket a simított értékeket az X tartományának minden pontjára és ez lesz a LOWESS simító algoritmus. A módszer működését a 18 és 19 ábrák mutatják be.

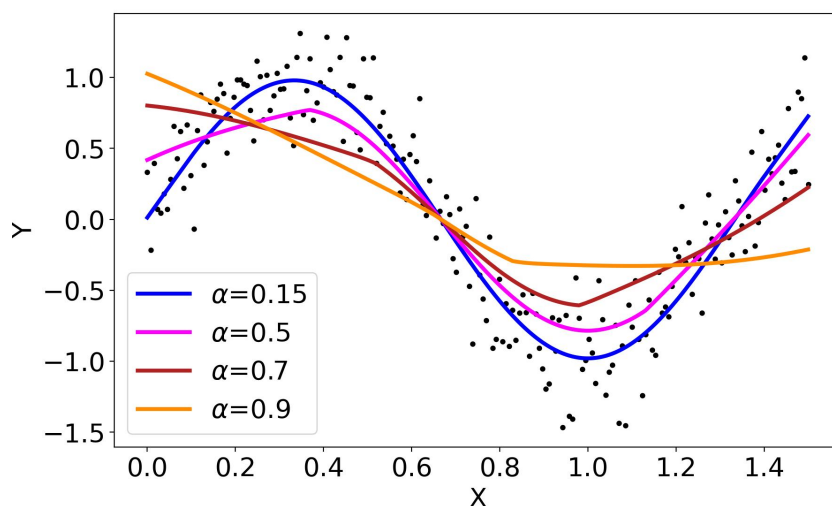
Ezt az algoritmust elvégeztem az adatpontjaimon az Y tengely mentén. Így a végső eredmény egy ugyanannyi pontból álló gerincvonal lett, mint az eredeti adathalmaz. Észrevehetjük azonban a 20. ábrán, hogy vannak tartományok, ahol ez a regresszió nem követi le helyesen az adatpontok eloszlását. A problémát az okozza, hogy a csillagok nem egyenletesen helyezkednek el a szín fényesség diagramon. Szemmel is láthatjuk, hogy sokkal több adatpontunk van a lefordulási pont előtt, mint az óriáságnál. Ez azt eredményezi, hogy a meghatározott gerincvonal nem lesz egyformán érzékeny a sűrűbb és kevésbé csillagokban gazdag tartományokban. Ez azért jelent főként problémát, mert a különböző fényességű izokrónok a lefordulási pontra a legérzékenyebbek.

Ezután ezeket a meghatározott pontokat elforgattam egy olyan koordináta rendszerbe, ahol az Y tengelyen már közel egyenes halmaz gerincvonala. Ehhez arra volt szükségem, hogy a minden pontban kiszámoljam a deriváltat, majd elforgassam a pontokat a deriváltjaikkal.

LOWESS:



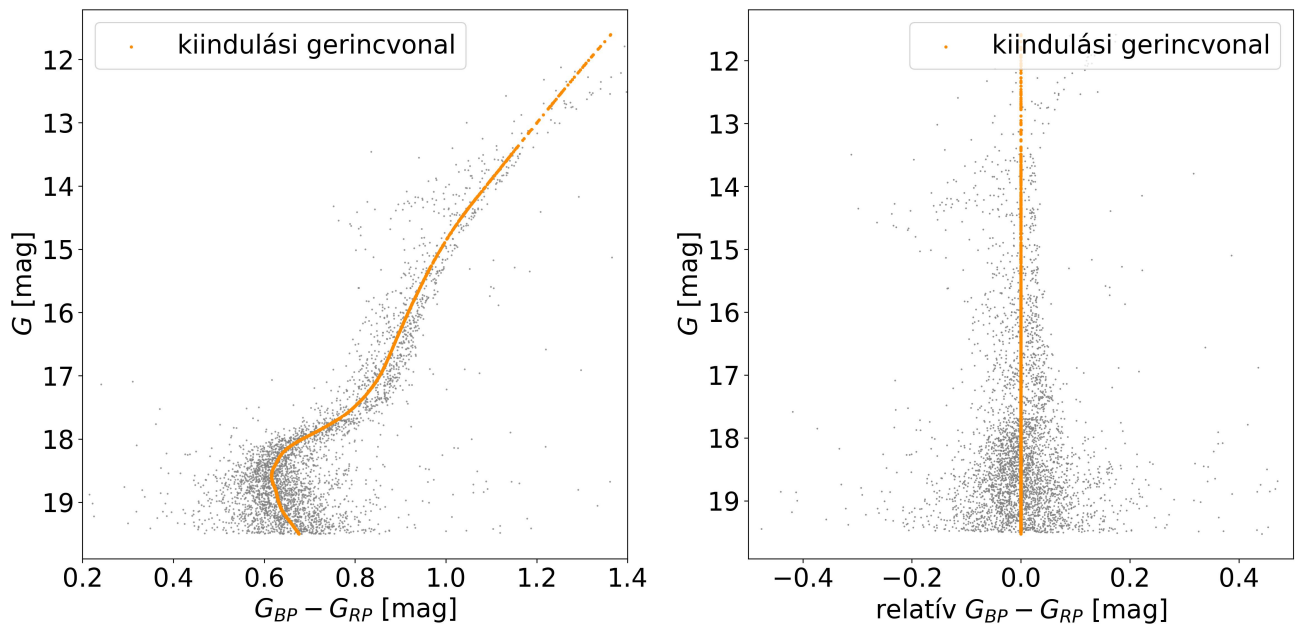
18. ábra. A LOWESS algoritmus egy elsőrendű polinomra. A fekete pontok az adatpontok, a piros keskeny vonalak a lokális regressziós megoldások; a vastag rózsaszín vonal a végső LOWESS-megoldás. A szürke terület a súlyfüggvény definiálását jelöli. (Ábra forrása: Derkacheva és mtsai. (2020), saját fordítás)



19. ábra. A LOWESS algoritmus különböző α értékekre zajjal terhelt szinuszgörcbére, ahol α az adott X pont környezetében felhasznált adatpontok hányadát jelenti.

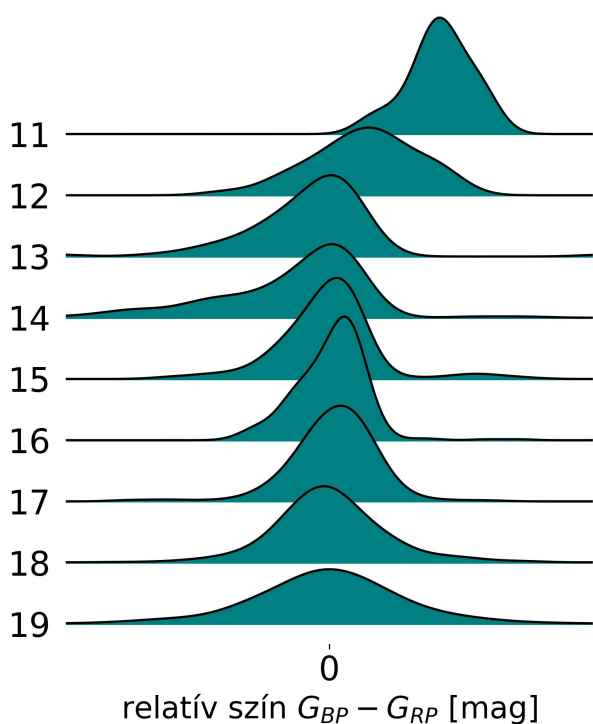
Ebben a koordináta-rendszerben felosztottam az adatpontokat Y irányban 9 binre (magnitúdó értékenként), majd a binbe eső pontok X koordinátáira KDE (kernel-, vagy magfüggvényes sűrűségbecslés, Kernel Density Estimation) becslést alkalmaztam. Adott X pontban a sűrűségérték megadható, mint:

$$f(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_i}{h}\right) \quad (15)$$

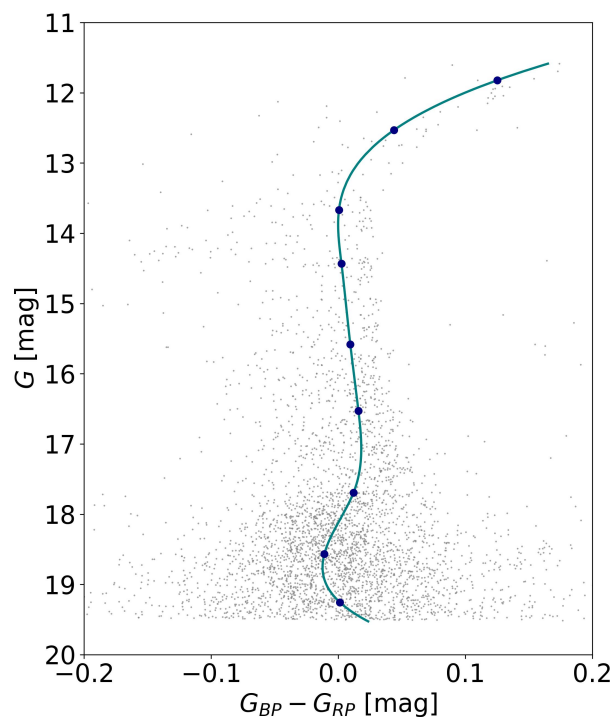


20. ábra. A bal oldali ábrán a kiindulási gerincvonalat láthatjuk. Fontos kiemelni, hogy ez a gerincvonal ugyanannyi adatpontból áll, mint az eredeti adathalmaz, hiszen a LOWESS algoritmus nem csökkenti le az adatpontok számát. A jobb oldali ábrán pedig az eltolt koordináta-rendszerben látjuk a szín fényesség diagramot és a kiindulási gerincvonalat. Minden pontot, az adott pontban kiszámított meredekségnek megfelelő szöggel forgattam el. Azért volt szükségünk erre a transzformációra, mert ekkor az Y koordináták jó közelítéssel egy egyenes mentén helyezkednek el, vagyis kiegyenesítettük a lefordulási pontot is.

Ahol n az adatpontok száma, h egy simítási paraméter, x_i az adatpontok, és K a Kernel függvény. Kernelfüggvényként az adatpontjaimhoz Gauss (standard normál-eloszlás) függvényt használtam. Az ideális h paraméter megtalálásához a kód automatikusan alkalmazza a Scott szabályt: $h = n^{-\frac{1}{5}}\sigma$, ahol σ a függvény szórása. A kernel módszerrel történő sűrűsödési-hely-kereső eljárásban úgy tekintünk minden adatpontra, mintha egy saját kis sűrűségfüggvényt (kernelfüggvényt) generálna. Az így indukált kernelfüggvények súlyozott összege adja az eredő sűrűségfüggvény becslését. Ezt azért tehettem meg, mert a folytonosnak tekintett eloszlásból származó, de diszkrét mért adatok, reprezentálhatók gyakorisági sűrűségfüggvényként. Kernel sűrűségbecslőkkel (KDE) a sűrűségfüggvény folytonos függvénnyel becsülhető.



(a) Az egyes binek sűrűségfüggvénye.



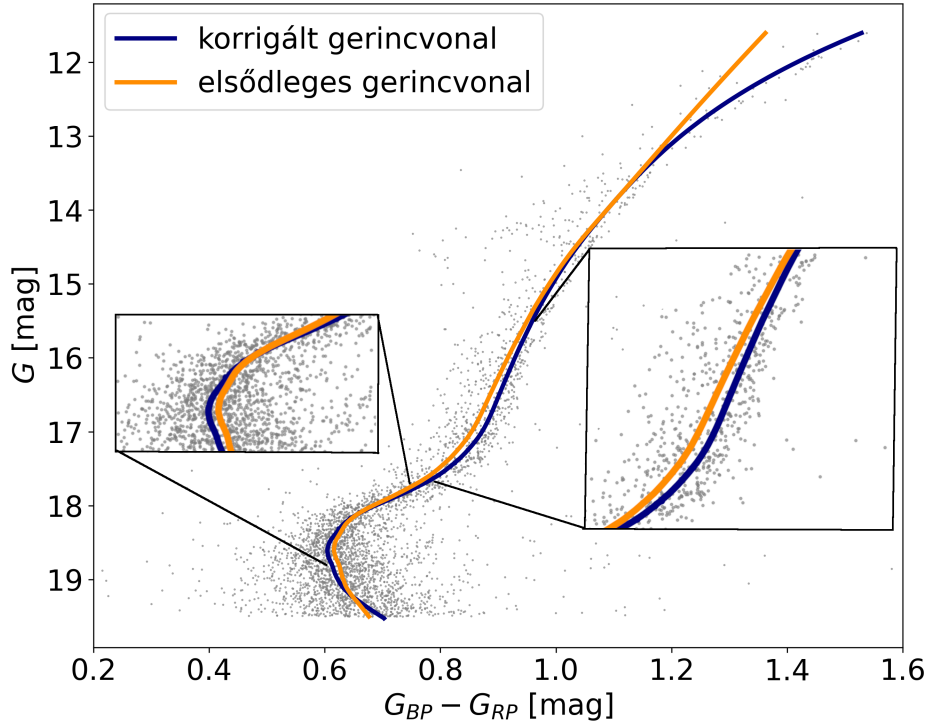
(b) A sűrűségfüggvényének maximumhelye a pontok x koordinátája.

21. ábra. A KDE sűrűségbecslés: A gerincvonalat a gömbhalmazunk esetén az határozza meg a szín–fényesség diagramon, hogy hol helyezkednek el a legsűrűbben a csillagok. Ezért célszerű volt adott magnitúdóértékek közti tartományon a csillagok sűrűségfüggvényét megvizsgálni, és a maximumhelyét megkeresni. Az egyes bineknek megfeleltethető pontok X koordinátája lett a maximumhely. Az Y irányú koordináták, pedig a binbe tartozó csillagok fényességértékének mediánja. Ezekre a pontokra pedig egy köbös interpolációval illesztettem görbét.

Kiszámítottam a sűrűségfüggvények maximumát értékét, valamint kiszámítottam a binbe eső adatpontok Y koordinátáinak mediánját is, így kaptam meg a végső 9 pont X és Y koordinátáit. Binekre azért volt szükségem, hogy Y irányban a pontok számának változására kevésbé legyen érzékeny a módszer, a sűrűségbecslésre X irányban pedig azért, hogy a főszorozat és az óriáság eltérő struktúráját kezelni tudjam. A korrigált gerincvonalat úgy kaptam meg, hogy ezekre a meghatározott pontokra köbös interpolációval illesztettem görbét, ez látható a 21. ábrán. Ezután forgatással visszatranszformáltam az eredeti koordináta-rendszerbe ezt a gerincvonalat. Utolsó lépésként lineáris interpolációt végeztem a pontok között, hogy egyenletesen mintavételezett görbét kapjak. A kiindulási és a korrigált gerincvonalak közti összehasonlítása a 22. ábrán látható.

4.3.2. A legjobban illeszkedő izokrón

A legjobban illeszkedő izokrónt az előző részben meghatározott korrigált gerincvonalra kell illeszteni. A gerincvonalon végeztem egy Y irányú vágást a felső részéből, hogy az óriáság ne befolyásolja túlságosan az illesztést. A korrigált gerincvonalon meghatároztam a „legkékebb pontot”, ez a legkisebb X értékű pont a görbén (a legalacsonyabb $G_{BP} - G_{RP}$ érték tényleg a legkékebb



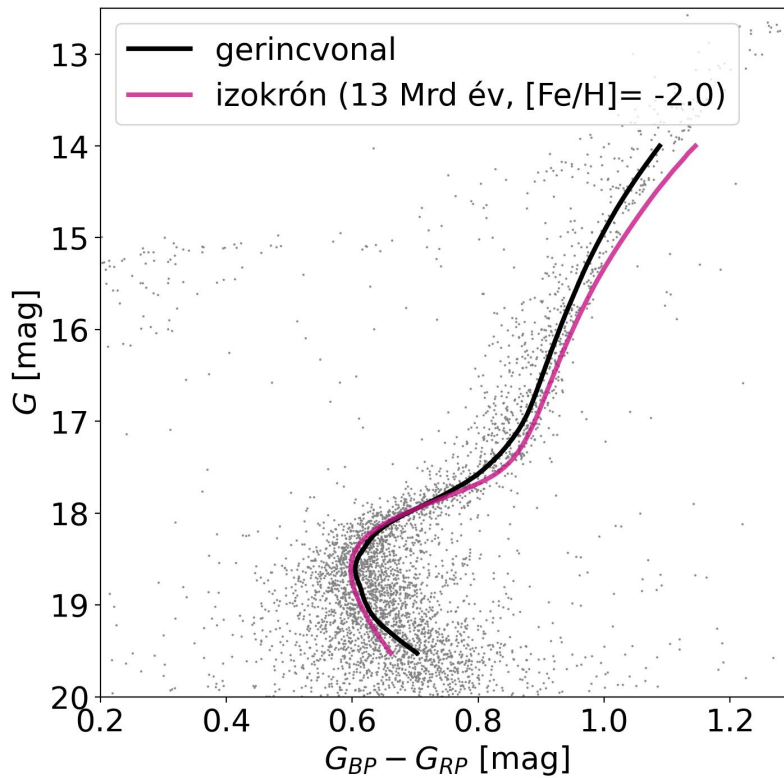
22. ábra. A kiindulási gerincvonal (narancssárga vonal) és a korrigált gerincvonal (lila) összehasonlítása. Láthatjuk, hogy a felnagyított részekben, a lefordulási pontnál és a vörös óriáság kezdeténél a korrigált gerincvonal sokkal jobban leköveti az adatsort.

csillaghoz tartozik). Ez a pont határozza meg a lefordulási pont kezdetét, ugyanis ezek a csillagok a fősorozat legfényesebb csillagai. Az izokrón esetén is meghatároztam ezt a pontot, majd eltoltam a gerincvonal „legkékebb” pontjához. Ez egy elsődleges illeszkedést határozott meg. Ezután az illeszkedésvizsgálathoz Kolmogorov-Szmirnov próbát alkalmaztam, ami a nem-paraméteres próbák közé tartozik. A teszt két minta eloszlásának összehasonlítására alkalmas. A Kolmogorov-próba arra a kérdésre válaszol, hogy az $F(x)$ eloszlásfüggvénnyel jellemzett eloszlás, amelyből a minta származik, tekinthető-e valamely előre megadott folytonos $F_0(x)$ eloszlással azonosnak. Jelen esetben az izokrón (mivel elméleti görbe) tekinthető az $F_0(x)$ -nak. A Kolmogorov-próba statisztikai függvényét az alábbi lépések alapján számítottam ki, hogy a mintából, ami jelen esetben a korrigált gerincvonal meghatározta az $F_n(x)$ tapasztalati eloszlásfüggvényt (azaz a kumulált gyakoriságok hisztogramját). Majd meghatároztam a függvény legnagyobb eltérését $F_0(x)$ -tól, ezt a mennyiséget ha $\sqrt{n}$ -el szorozzuk megkapjuk a statisztikai függvényt, amely képlet formájában:

$$K = \sqrt{n} \sup_x |F_n(x) - F_0(x)| \quad (16)$$

Ezután az a cél, hogy az adott tartományon megtaláljuk a legnagyobb eltérését K -nak és ezt minimalizáljuk, bevezetve X és Y irányú eltolásokat. A mintám kétdimenziós, ezért X és Y irányban is elvégeztem a Kolmogorov-Szmirnov próbát. Mivel az adatpontjaim nem egyenletesen oszlanak el, súlyoztam minden pontot a gerincvonal deriváltjával, hiszen illesztéskor a legnagyobb súlynak a lefordulási pont körül kell lennie. Az izokrón esetén a lefordulási pont környéke és az óriáság kezdete érzékeny a modell paraméterekre (Choi és mtsai., 2016). Ezt a próbát elvégezve több

izokrónra megtalálhatjuk az adatsorra legjobban illeszkedőt, ez látható a 23. ábrán. Mint ahogy korábban is, az izokrónra jellemző kor és fémesséérték lesz az gömbhalmaz kora és fémessége. Ezt az illesztési módszert sikeresen elvégeztem tesztként az M92 gömbhalmazra.



23. ábra. Az izokrón illesztése a gerincvonalra az M92 gömbhalmaz esetén. Az illesztésnél figyelembe vettem, hogy a lefordulási pont környéke több csillagot tartalmaz, mint az óriáság, ezért a görbe ezen pontjai nagyobb súllyal számítanak bele az illesztésbe.

5. Összefoglalás és kitekintés

Kutatásom első lépéseként 57 gömbhalmaz tisztított szín-fényesség diagramját hoztam létre Gaia adatokból, melyekre vizuális illesztési módszerrel izokrónokat illesztettem. A teszt fázisban sikeresen elvégeztem az illesztést két kiválasztott gömbhalmazra (M92 és NGC 5897), majd a módszert további 55 gömbhalmazra is sikeresen alkalmaztam, ezt tükrözi a szakirodalomi értékekkel való egyezés. Ehhez további összehasonlításnak Hubble adatokra is elvégeztem az illesztést az 57 gömbhalmazra, és vizsgáltam a szakirodalommal való egyezést. A gömbhalmazok kor-fémesség ábrája arra világított rá, hogy a vizsgált fémesség tartományon a gömbhalmazok nem követnek jellegzetes eloszlást, viszont a fémgazdag gömbhalmazok jellemzően fiatalabbak. Ezen kívül sikeresen alkalmaztam egy gépi tanulási algoritmust a halmaztagok meghatározására, ami lehetővé tette, hogy kis szögátmérőjű, a galaktikus dudorhoz közeli gömbhalmazok korát is meghatározzam, így kibővítve a vizsgált halmazok számát.

A vizuális illesztés rávilágított arra, hogy egy matematikailag pontosan definiált módszer reprodukálhatóvá tenné az illesztéseket. Munkám szerves részét képezi, hogy kidolgoztam egy új, saját automatizált módszert az izokrón illesztésre. Ehhez a gömbhalmaz szín-fényesség diagramját kellett különböző numerikus módszerek (LOWESS regresszió és KDE-k) segítségével tömöríteni, így létrehozva egy, az eredeti adatsorra jellemző gerincvonalat, mely így már egyértelműbben összehasonlítható az izokrónnal. Adott gömbhalmaz szín-fényesség diagramjára való izokrón illesztés, így redukálódott két egyenes legjobb illeszkedésének problémájára, melyet Kolmogorov-Szmirnov próbával oldottam meg.

A végső cél egy teljesen automatizált kód megírása, mely képes adott gömbhalmazra a Gaia és a Hubble űrtávcső adatain túl más távcsövek adatai alapján elkészített szín-fényesség diagram esetén is megtalálni a megfelelően illeszkedő izokrónát (pl. a hamarosan működésbe lépő Rubin obszervatórium adataira). A minél nagyobb pontosság elérése érdekében nagy számítási kapacitásra van szükség, hiszen adott gömbhalmaz esetén akár több száz izokrónra is ki kell számítani a gerincvonalra való illeszkedés jóságát (ez attól függ, milyen pontossággal szeretnénk a kort vagy a fémességet meghatározni), majd ebből kiválasztani a megfelelőt. Továbbá érdemes megvizsgálni más, szintén pontos matematikai módszerrel definiált illesztés alapján meghatározott kort és fémességet gömbhalmazok esetén (pl. M92 gömbhalmaznál használt Voronoi-tesszellációs módszer alapján Ying és mtsai. (2023)).

Köszönetnyilvánítás

Hálásan köszönöm témavezetőim szakmai segítségét, lelki támogatását és lektorálását. Kalup Csilla vezetett be az észlelő csillagászatba és megtanította nekem, hogy hogyan lehet megfelelően szűrni az űrtávcsöves adatokat. Dr. Meridith Joyce-nak köszönöm, hogy megismerttetett a különböző elméleti és statisztikai módszerek csillagászatban való alkalmazásaival. Dr. Molnár László kutatócsoportunk, a SeismoLab vezetőjeként elengedhetetlen háttértudást szolgáltatott a kutatáshoz. Kalup Csillának és Molnár Lászlónak külön köszönöm a sok közös ötletelést, mert ennek eredményeképp született meg a teljesen új izokrón-illesztési módszer. Köszönöm a CSFK CSI demonstrátori programjának támogatását is. Nem utolsó sorban a Bolyai Kollégium fizikus szakszemináriumának és barátaimnak is megköszönöm a segítséget, akik jó meglátásaikkal és ötleteikkel hozzájárultak dolgozatom végső formájához.

A kutatás az Innovációs és Technológiai Minisztérium ÚNKP-23-1 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával és az NKFIH KKP-137523 „SeismoLab” Élvonal pályázat támogatásával készült.

Hivatkozások

- Alonso-García, J., Mateo, M., Sen, B., Banerjee, M., és von Braun, K. 2011, *AJ*, 141, 146
- Bastian, N., és Lardo, C. 2018, *ARA&A*, 56, 83
- Baumgardt, H., Hilker, M., Sollima, A., és Bellini, A. 2019, *MNRAS*, 482, 5138
- Baumgardt, H., és Vasiliev, E. 2021, *MNRAS*, 505, 5957
- Bica, E., Ortolani, S., és Barbuy, B. 2016, *PASA*, 33
- Budavári, T., és Lubow, S. H. 2012, *ApJ*, 761, 188
- Bustos Fierro, I. H., és Calderón, J. H. 2019, *MNRAS*, 488, 3024
- Choi, J., Dotter, A., Conroy, C., és mtsai. 2016, *ApJ*, 823, 102
- Cleveland, W. S. 1981, *The American Statistician*, 35, 54
- Derkacheva, A., Mouginot, J., Millan, R., Maier, N., és Gillet-Chaulet, F. 2020, *Remote Sensing*, 12
- Dotter, A. 2016, *ApJS*, 222, 8
- Dálya, G. 2021, *Bevezetand a csillagászatba (ELKH CSFK)*, 625
- Forbes, D. A., és Bridges, T. 2010, *MNRAS*, 404, 1203
- Gaia Collaboration, Prusti, T., de Bruijne, J. H. J., és mtsai. 2016, *A&A*, 595, A1
- Gaia Collaboration, Brown, A. G. A., Vallenari, A., és mtsai. 2021, *A&A*, 649, A1
- Ginsburg, A., Sipőcz, B. M., Brasseur, C. E., és mtsai. 2019, *AJ*, 157, 98
- Harris, J., és Zaritsky, D. 2009, *AJ*, 138, 1243
- Hunt, E. L., és Reffert, S. 2021, *A&A*, 646, A104
- Joyce, M., és Chaboyer, B. 2015, *ApJ*, 814, 142
- Joyce, M., Johnson, C. I., Marchetti, T., és mtsai. 2023, *ApJ*, 946, 28
- Koch, A., és McWilliam, A. 2014, *A&A*, 565, A23
- Leaman, R., VandenBerg, D. A., és Mendel, J. T. 2013, *MNRAS*, 436, 122–135
- Marín-Franch, A., Aparicio, A., Piotto, G., és mtsai. 2009, *ApJ*, 694, 1498
- Massari, D., Koppelman, H. H., és Helmi, A. 2019, *A&A*, 630, L4
- McInnes, L., Healy, J., és Astels, S. 2017, *The Journal of Open Source Software*, 2

- Monelli, M., Milone, A. P., Stetson, P. B., és mtsai. 2013, MNRAS, 431, 2126
- Muraközy, J., és Ludmány, A. 2015, Bevezetand a csillagászatba (Debreceni Egyetem), 69
- Nataf, D. M., Gould, A. P., Pinsonneault, M. H., és Udalski, A. 2013, ApJ, 766, 77
- Piotto, G., King, I. R., Djorgovski, S. G., és mtsai. 2002, A&A, 391, 945–965
- Piotto, G., De Angeli, F., King, I. R., és mtsai. 2004, ApJ, 604, L109
- Riello, M., De Angeli, F., Evans, D. W., és mtsai. 2021, A&A, 649, A3
- Souza, S. O., Kerber, L. O., Barbuy, B., és mtsai. 2020, ApJ, 890, 38
- Szatmáry, K., Székely, P., Szalai, T., és Szabó, M. G. 2011, Csillagászat (elektronikus BSc tananyag), 625
- Tailo, M., Di Criscienzo, M., D’Antona, F., Caloi, V., és Ventura, P. 2016, MNRAS, 457, 4525
- Tóth, L. V. 2013, A Tejútrendszer szerkezete (Eötvös Loránd Tudományegyetem), 184
- Wang, S., és Chen, X. 2019, ApJ, 877, 116
- Whitmore, B. C., Allam, S. S., Budavári, T., és mtsai. 2016, AJ, 151, 134
- Xiang, M., és Rix, H.-W. 2022, Nature, 603, 599
- Ying, J. M., Chaboyer, B., Boudreaux, E. M., és mtsai. 2023, AJ, 166, 18

A. Függelék

Megjegyzés a függelékhez: A táblázatban a $Kor_{i\text{rod}1}$ és $[Fe/H]_{i\text{rod}1}$ irodalmi értékek Forbes és Bridges (2010) cikkéből, a $Kor_{i\text{rod}2}$ Baumgardt és Vasiliev (2021) cikkéből, a $[Fe/H]_{i\text{rod}2}$ értékek pedig Nataf és mtsai. (2013) cikkéből lettek kikeresve.

Gömbhalmaz NGC száma	Kor _{Gaia} (Mrd év)	Kor _{Hubble} (Mrd év)	Kor _{irrod1} (Mrd év)	Kor _{irrod2} (Mrd év)	[Fe/H] _{Gaia}	[Fe/H] _{Hubble}	[Fe/H] _{irrod1}	[Fe/H] _{irrod2}
6171	14,0	14,0	14,0	12,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,03±0,02
6144	14,0	13,5	13,8	12,7	-1,5	-1,5	-1,6	-1,82±0,05
6779	14,0	13,5	13,7	11,5	-1,8	-1,9	-2,0	-
6304	13,5	12,5	13,6	11,3	-2,0	-0,6	-0,7	-0,37±0,07
6362	13,5	13,5	13,6	12,0	-1,0	-1,4	-1,0	-1,07±0,05
5466	13,5	-	13,6	12,5	-2,0	-	-2,2	-
104	13,0	13,0	13,1	11,8	-1,0	-1,0	-0,8	-0,76±0,02
6637	13,0	13,0	13,1	12,5	-0,8	-1,0	-0,8	-0,59±0,07
6723	13,0	13,0	13,1	12,5	-0,8	-0,8	-1,0	-1,10±0,07
6652	13,0	13,0	12,9	13,2	-0,9	-1,0	-1,0	-0,76±0,14
6717	13,0	13,5	13,2	12,0	-1,0	-1,5	-1,1	-1,26±0,07
6541	13,0	13,0	12,9	12,5	-1,4	-1,6	-1,5	-1,82±0,08
6426	13,0	13,5	12,9	13,0	-1,9	-1,5	-2,1	-2,26±0,10
6341	13,0	13,0	13,2	12,7	-2,0	-2,0	-2,2	-2,35±0,05
6287	13,0	-	13,6	12,0	-1,9	-	-1,9	-
5927	12,5	12,5	12,7	10,8	-0,6	-0,6	-0,6	-0,29±0,07
6352	12,5	12,5	12,7	13,0	-0,8	-0,6	-0,7	-0,62±0,05
6624	12,5	12,5	12,5	12,0	-0,8	-0,6	-0,7	-0,42±0,07
6496	12,5	12,5	12,4	10,7	-0,8	-0,7	-0,7	-0,46±0,07
6121	12,5	12,5	12,5	11,5	-1,1	-1,1	-1,1	-
6218	12,5	12,0	12,7	13,0	-0,9	-2,0	-1,1	-1,33±0,02
6681	12,5	12,5	12,8	12,7	-1,4	-1,6	-1,4	-1,62±0,08
5286	12,5	12,5	12,5	12,5	-2,0	-1,9	-1,4	-1,70±0,07
6093	12,5	12,5	12,5	11,4	-1,4	-1,4	-1,5	-1,75±0,08
6656	12,5	12,5	12,7	12,5	-1,5	-1,5	-1,5	-1,70±0,08
5824	12,5	12,5	12,8	12,0	-1,7	-1,8	-1,6	-1,94±0,14
4833	12,5	12,5	12,5	12,5	-1,9	-2,0	-1,7	-1,89±0,05
6397	12,5	12,0	12,7	13,0	-1,9	-2,0	-1,8	-1,99±0,02
6101	12,5	12,5	12,5	12,2	-1,6	-1,9	-1,8	-1,98±0,07

A1. táblázat. Illesztések eredménye a kiválasztott gömbhalmazokra összevetve irodalmi értékekkel.

Gömbhalmaz NGC száma	Kor _{Gaia} (Mrd év)	Kor _{Hubble} (Mrd év)	Kor _{irrod1} (Mrd év)	Kor _{irrod2} (Mrd év)	[Fe/H] _{Gaia}	[Fe/H] _{Hubble}	[Fe/H] _{irrod1}	[Fe/H] _{irrod2}
5024	12,50	12,50	12,67	12,30	-2,00	-2,00	-1,86	-2,06±0,09
4372	12,50	12,50	12,54	12,00	-1,80	-1,90	-1,88	-
5053	12,50	12,50	12,29	12,30	-2,00	-2,00	-1,98	-
5897	12,50	12,5 v 13	12,30	13,00	-1,90	-2,00	-1,73	-
2419	12,50	12,50	12,30	12,70	-2,00	-1,90	-2,14	-
6342	12,00	12,50	12,03	12,00	-0,70	-0,70	-0,69	-
6388	12,00	12,00	12,03	11,70	-0,70	-1,20	-0,77	-0,45±0,04
6266	12,00	-	11,78	11,40	-1,10	-	-1,02	-
6752	12,00	12,00	11,78	12,50	-1,80	-1,70	-1,24	-1,55±0,01
5986	12,00	12,00	12,16	12,00	-1,20	-1,40	-1,35	-1,63±0,08
6273	12,00	-	11,90	12,70	-1,50	-	-1,53	-
6284	12,00	12,50	11,14	11,00	-1,10	-1,10	-1,13	-1,31±0,09
5946	12,00	-	11,39	12,30	-1,20	-	-1,22	-
6441	11,50	-	11,26	11,00	-1,20	-	-0,60	-0,44±0,07
6235	11,50	-	11,39	11,00	-1,10	-	-1,18	-1,38±0,07
6254	11,50	11,50	11,39	11,80	-1,40	-1,40	-1,25	-1,57±0,02
6205	11,50	11,50	11,65	12,00	-1,80	-1,80	-1,33	-1,58±0,04
5272	11,50	11,50	11,39	11,80	-1,30	-1,40	-1,34	-1,50±0,05
5139	11,50	11,50	11,52	12,00	-1,40	-1,70	-1,35	-
5694	11,50	11,50	13,44	12,70	-1,50	-1,60	-1,74	-
6366	11,30	12,50	13,31	11,00	-0,60	-0,60	-0,73	-0,59±0,08
6584	11,00	11,50	11,26	11,70	-0,80	-1,60	-1,30	-1,50±0,09
6712	10,50	-	10,40	12,00	-1,00	-	-0,94	-
5904	10,50	10,50	10,62	11,50	-1,10	-1,50	-1,12	-1,33±0,02
288	10,50	10,50	10,62	11,20	-1,10	-1,50	-1,14	-
6535	10,50	11,00	10,50	12,70	-1,50	-1,80	-1,51	-
362	10,00	10,50	10,37	11,70	-1,10	-1,50	-1,09	-
3201	10,00	10,00	10,24	11,50	-1,00	-1,10	-1,24	-1,51±0,02
1261	-	12,50	10,24	-	-	-1,10	-1,08	-1,27±0,08

A2. táblázat. Illesztések eredménye a kiválasztott gömbhalmazokra összevetve irodalmi értékekkel.