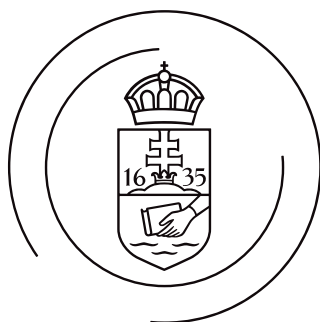


Kiterjedt környezeti minták aktivitásának modellfüggetlen kísérleti meghatározása gamma-spektroszkópiával

TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI PÁLYAMUNKA



ELTE | TTK
TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR

Csóka Péter

ELTE Fizika BSc I. évfolyam

Témavezető: dr. Veres Gábor

ELTE TTK, Atomfizikai Tanszék

2025

Kivonat

A kiterjedt radioaktív minták aktivitásának pontos ismerete több tudományterületet érintő fontos kérdés. Egy olyan eljárást dolgoztam ki, mellyel kizárólag kísérleti lépéseket és geometriai megfontolásokat alkalmazva, nagy pontossággal meghatározható egy tetszőleges, ismeretlen anyagú, részben önelnyelő minta aktivitása. Méréseimet az ELTE Atomfizikai Tanszékének nagy tisztaságú germánium félvezető detektorával végeztem, alacsony háttérű kamrában.

Először kis méretű és ismert aktivitású etalon mintákkal végeztem méréseket, hogy később az ebből nyert eredményeket – elsősorban detektor hatásfokokat és a minta elnyelési tulajdonságait – alkalmazhassam kiterjedt minták mérésénél. Ennek része volt egy adott geometriai elrendezésre jellemző kísérleti hatásfokgörbe meghatározása, melyhez egy már ismert aktivitású ^{60}Co és egy ismeretlen aktivitású ^{226}Ra mintát használtam. Ezek segítségével további pontszerű sugárforrások aktivitását is meghatároztam, mely lehetőséget adott kiterjedt minták gamma-sugárzással, többféle energián történő átvilágítására. Munkám során nagy hangsúlyt fektettem olyan tényezőkre, mint például a háttér sugárzása és a különböző gamma-energiák intenzitásának pontos ismerete.

Méréseim mellett létrehoztam egy szimulációt, amely mérési eredmények és az elrendezés geometriai viszonyainak figyelembe vételével képes meghatározni kiterjedt minták önelnyelődési tulajdonságait és a detektor térszögét a mintára nézve. Ezen szimuláció segítségével különböző elrendezésekre is kiterjeszthető a kidolgozott módszer.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
1.1. Radioaktív bomlás	1
1.2. Abszolút és relatív aktivitás	2
1.3. Bomlási sorok, szekuláris egyensúly	2
1.4. Detektor működése	3
1.5. Elektromos jel analízálása	4
1.6. Detektor hatásfoka	5
1.7. Önabszorpció	5
1.8. Hibaszámítás	6
2. Munkám célja	7
3. Mérési berendezés	8
4. Mérés menete	9
4.1. Munkám során végzett mérések	10
5. A hatásfokgörbe modellfüggetlen meghatározása	11
5.1. Rádium mérés	12
5.2. Hatásfok bizonytalansága	16
5.3. Összevetés már létező hatásfok szimulációval	17
5.4. Ellenőrzés tóriummal	18
6. Háttér elemzése	20
6.1. A háttér rádium tartalma	20
6.2. A háttér tórium tartalma	21
7. Önabszorpció meghatározása	23
7.1. Átvilágításos mérések leírása	24
7.2. Mérési eredmények	25
8. Hatásfok magasságfüggése	27
9. Saját szimuláció	30
9.1. Úthossz meghatározása	31
9.2. Térszög kiszámítása	33
9.3. A henger szimulálása	34
9.4. Átvilágítás modellezése	35
9.5. Teljes szimulációs folyamat leírása	35
9.6. Szimuláció korlátai	36
10. Teljes mérési folyamat bemutatása	37
10.1. Mérés lépései	37
10.2. Saját eredmények	37
11. Összegzés, kitekintés	40

1. Bevezetés

Elméleti összefoglalóm alapjául az ELTE Sugárzások Fizikája Laboratóriumi Gyakorlatok Alacsony háttérű gamma-spektroszkópia mérésleírása [1] és Kovács Balázs Csaba 2022-es TDK dolgozata [2] szolgált.

1.1. Radioaktív bomlás

A radioaktív bomlásokat három nagy csoportba sorolhatjuk. Ezek az α -, β - és γ -bomlások ¹.

- **α -bomlás** esetén az atommag egy ^4He mag kisugárzása révén bomlik. Ekkor a tömegszáma négygyel, míg rendszáma kettővel csökken.
- **β -bomlás** során a tömegszám változatlan marad, míg a rendszám eggyel nő vagy csökken, attól függően, hogy $\beta+$ vagy $\beta-$ bomlásról beszélünk. ($p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu_e$ vagy $n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$)
- **γ -sugárzás** akkor következik be, mikor egy α vagy β bomlás után az atommag gerjesztett állapotából egy foton kisugárzásával kerül alapállapotába. Ilyenkor az atommag tömegszáma és rendszáma is változatlan marad.

A radioaktív bomlások időbeli változását az alábbi differenciálegyenlettel lehet leírni:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N \quad (1.1)$$

ahol λ a bomlási állandó, N pedig a még el nem bomlott atommagok száma. Ez az egyenlet akkor értelmes, ha N tekinthető időben folytonos változónak. Ez nagy anyagmennyiségek esetén teljesül. A fenti a differenciálegyenletnek a megoldása:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (1.2)$$

Ahol N_0 az atommagok száma a $t = 0$ időpillanatban. A bomlásra kész atommagok száma folyamatosan csökken, így érdemes bevezetni a felezési idő fogalmát, mely azon időtartam, amíg a bomlásra kész atommagok száma a felére csökken (nagy anyagmennyiségek esetén). Ennek kapcsolata a bomlási állandóval:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (1.3)$$

Definiálhatjuk továbbá egy minta aktivitását ², mely az időegység alatt bekövetkező bomlások számát jelenti. Ezt a fenti képletből kifejezhetjük a bomlásra kész atommagok számával:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda \cdot N \quad (1.4)$$

¹Ez utóbbit történelmi okok miatt sorolják a bomlások közé, valójában nem jár magátalakulással.

²Valójában csak egy mintát alkotó radioaktív izotópok aktivitását tudjuk meghatározni, egy minta aktivitása sokszor nem egyértelmű, hiszen ha különböző aktivitású izotópok alkotják, akkor nehezen megfogható a "minta aktivitása" kifejezés. Ettől függetlenül az egyszerűség kedvéért dolgozatomban többször is használni fogom ezt a kifejezést, viszont ez alatt mindig a mintát alkotó radioaktív izotópok aktivitása értendő.

Az aktivitás mértékegysége Bq, dimenziója 1/s.

Felhasználva a (1.2)-es egyenletet, felírhatjuk az aktivitás időtől való függését is.

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \quad (1.5)$$

ahol A_0 a minta aktivitása kezdetben.

Felhasználva az (1.3)-as egyenletet érdemes észrevenni, hogy azonos anyagmennyiséget feltételezve a nagyobb felezési idejű atommagoknak kisebb lesz az aktivitása, míg kisebb felezési idejű atommagok nagyobb aktivitással rendelkeznek.

1.2. Abszolút és relatív aktivitás

Abszolút aktivitásnak nevezzük a fent definiált mennyiséget. Relatív aktivitásról akkor beszélünk, ha két minta aktivitását hasonlítjuk egymáshoz.

Egy minta abszolút aktivitásának ismerete lehetőséget ad arra, hogy egy másik, ismeretlen aktivitású minta aktivitását meghatározzuk a detektor hatásfokának ismerete nélkül. Kutatásom során ez az eljárás fontos szerepet kapott, mivel fel tudtam használni egy kis méretű ^{60}Co mintát, melynek nagy pontossággal ismertem az aktivitását *Kovács Balázs Csaba* [2] mérései révén.

Ő a ^{60}Co minta β bomlása során kisugárzott két gamma-foton közti szögkorrelációt vizsgálta két NaI szcintillátoros detektorral. Mérésének alapja, hogy gamma-koincidenenciák esetén, ha a két foton energiája közel van egymáshoz, meg lehet határozni a forrás aktivitását a detektor hatásfokának ismerete nélkül. Munkája során ő sem használt fizikai modellt alkalmazó szimulációt, tehát ez minden általam meghatározott eredményre is igaz marad. Mérései alapján a minta aktivitása 2022.07.28-án:

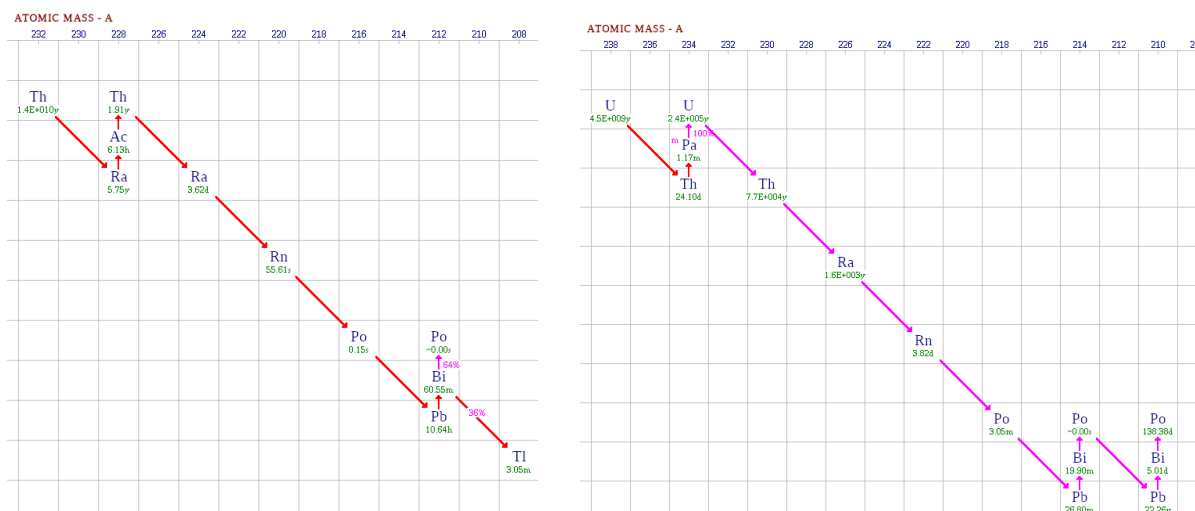
$$A_{Co} = (9.835 \pm 0.044) \text{ kBq}$$

1.3. Bomlási sorok, szekuláris egyensúly

Mivel a radioaktív bomlások során a tömegszám vagy négygyel csökken vagy nem változik, így négy bomlási családról beszélhetünk, az alapján, hogy a benne lévő izotópok tömegszáma négygyel osztva milyen maradékot ad. *Anyaelemnek* nevezzük az izotópot, amiből a bomlási sor többi tagja, a *leányok* keletkeznek.

Gyakran előfordul, hogy az anyaelem felezési ideje jóval nagyobb, mint a leányelemeké. Ekkor egy idő után a leányelemek aktivitását az anyaelem aktivitása határozza meg, hiszen csak akkor tudnak a leányok tovább bomlani, ha az anyaelemből keletkezett új izotóp. Ekkor a sor minden elemének ugyanakkora az aktivitása, ezt az állapotot nevezzük *szekuláris egyensúlynak*. Az egyensúly beálltának feltétele, hogy a kiindulási állapottól számítva a leghosszabb felezési idejű leány felezési idejének néhányszorosa elteljen.

Munkám során két bomlási sorral dolgoztam, ezeket a ^{232}Th illetve ^{238}U és azok leányai alkotják. Ezek láthatóak az 1. ábrán.



1. ábra. Bal oldalt a ^{232}Th , jobb oldalt az ^{238}U bomlási sora felezési időikkel

Az urán bomlási sorának egy fontos eleme a ^{222}Rn , mely nemesgáz lévén könnyen kijuthat a mintából diffúzió útján. Mivel a felezési ideje 4 nap körül van, így ez a radon jelentős részével meg is történik. Mikor a gáz kijut a mintából, annak a lányai már sokkal távolabbról tudnak csak sugározni, így szinte eltűnik ezeknek a hatása. Emiatt az aktivitásokban várhatunk különbséget a radon előtti és az utáni elemek között.

A ^{232}Th bomlási sorában is látható több érdekesség. Itt is találunk radon izotópot, azonban ennek a 220-as izotópnak a felezési ideje kevesebb mint egy perc, így sokkal kisebb eséllyel jut ki a mintából mielőtt még elbomlana. A másik fontos észrevétel, hogy a ^{212}Bi csak 36% eséllyel bomlik ^{208}Tl -ra, így későbbi számolásainkban ezt a szorzótényezőt is figyelembe kell venni.

1.4. Detektor működése

Méréseimhez nagy tisztaságú germánium detektort (*High Purity Germanium Detector*, továbbiakban HPGe) használtam. Az eszköz γ -fotonok mérésére alkalmas, ugyanis azok a detektor érzékeny térfogatában kölcsönhatnak a germánium kristállyal, így leadva az energiájukat.

A lehetséges kölcsönhatások a fotoeffektus, a Compton-szórás és a párkeltés.

- **Fotoeffektus:** A beérkező foton egy ütközés révén a teljes energiáját átadja egy elektronnak, mely így kiszakad az atomrácsból. Töltött részecske lévén ez kölcsönhat az anyagban található többi elektronnal. A fotoeffektus hatáskeresztmetszete az atomok rendszámának ötödik hatványával egyenesen, míg a fotonok energiájával nagyjából fordítottan arányos.
- **Compton-effektus:** Itt is egy foton-elektron ütközés megy végbe, azonban a foton nem adja le a teljes energiáját, hanem kisebb energiával és más irányba továbbhalad. Emiatt később még további elektronokkal hathat kölcsön, akár fotoeffektus, vagy Compton-effektus során, valamint párkeltés is végbemehet. Ha a foton a teljes energiáját leadja az ütközések során, akkor az mind a detektorban marad, azonban ez nem garantált, így lehet, hogy egy Compton-effektus után csak az energia egy része marad a detektorban. Ekkor egy adott energiacsúcsnál kisebb energiákon is sok beütés figyelhető meg, melyek az ún. Compton-háttérrel alkotják. Ez a teljes

spektrumon elkenődött háttérrel ad, melynek értéke kisebb energiákon magasabb (hiszen több az adott energiánál nagyobb energiájú foton).

- **Párkeltés:** Ebben az esetben a foton egy elektron-pozitron párt polarizál vákuumból egy nagyobb atommag mellett (mely a lendületmegmaradás teljesülése miatt szükséges). Ennek feltétele, hogy a foton energiája 1022 keV-nál nagyobb legyen, hiszen egy elektron (és ugyanígy a pozitron) nyugalmi energiája 511 keV. A pozitron rövid idő alatt az elektronok hatása miatt lelassul, majd annihilálódik a germánium rácsnak egy elektronjával így általában kettő, nagyjából 511 keV energiájú foton keletkezik. Amennyiben mindkét foton a detektorban marad, akkor a teljes energiát mérjük, azonban ha egyikük vagy esetleg mindkettő elhagyja a detektort kölcsönhatás nélkül, akkor az energiaspektrumban 511 vagy 1022 keV-tal eltolt kiszökési csúcsokat látunk.

A fenti kölcsönhatások bármelyike is megy végbe, egy vagy kettő elemi töltéssel rendelkező töltött részecske kezd el mozogni a kristályrácsban. Ezek a detektorban haladva elektron-lyuk párokat hoznak létre az elektronokat a vezetési sávba taszítva. Mivel a meglökött elektronok energiája 1 MeV nagyságrendű, a kötési energia pedig csak pár eV, így mozgásuk során ezek a részecskék 10^5 - 10^7 töltéshordozó párt is létrehozhatnak a beérkező foton energiájától függően.

A mérés azon alapul, hogy ezt a kiszabadított töltésmennyiséget határozzuk meg egy rövid idő ($\approx 10 \mu s$) alatti begyűjtéssel. Ahhoz, hogy az elektron-lyuk párok ne tudjanak rekombinálódni, hanem eljussanak az elektródákig, nagyfeszültséget (1500V)-ot kapcsolunk a detektorra. Továbbá a műszert hűtjük is folyékony nitrogénnel, különben anélkül is kilépnének elektronok, hogy sugárzás érte őket.

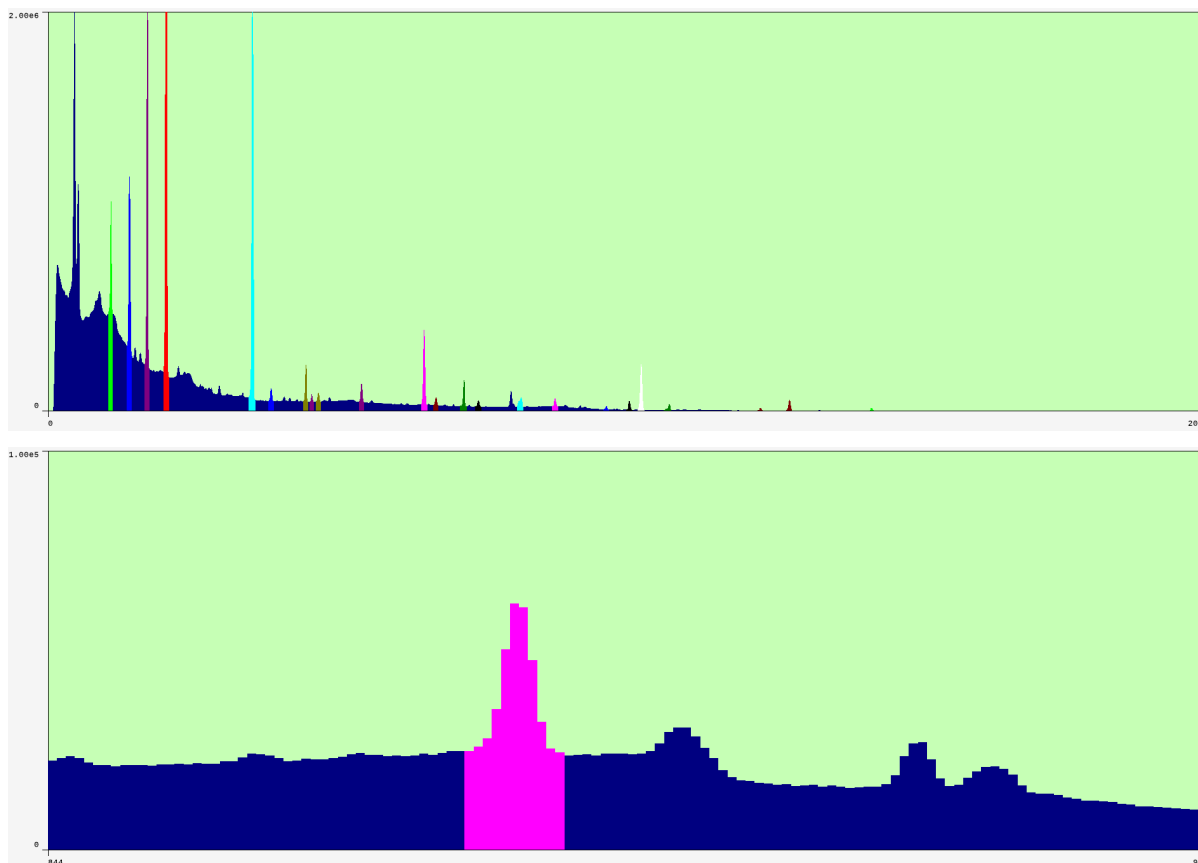
1.5. Elektromos jel analízálása

A detektor jelét egy spektroszkópai erősítő felerősíti és megformázza, így egy rövid, néhány volt amplitúdójú jelet kapunk minden foton beérkezése után. Ahhoz, hogy ebből az elektromos jelből egy spektrumot kapjunk egy analízátor felvesz egy 2048 elemű vektort, melynek mindegyik eleme kezdetben nulla. Ezután a beérkező analóg jelek csúcsertékét az analízátor digitalizálja és egy számmal jellemzi 0 és 2047 között. Ezzel kijelöli a vektor egy elemét, mely a beütés *csatornája* lesz, majd ezen elem értékét eggyel megnöveli.

Ezáltal kapunk egy *spektrumot*, ahol látjuk, hogy a mérés során a különböző csatornákon hány beütést mért a detektor. Mivel a detektorban leadott energia és a csatorna száma között egyértelmű megfeleltetés áll fenn, így ebből később elkészíthetjük a mérés energia-spektrumát.

Mivel a műszer energiafelbontása nem végtelenül jó, így egy adott energiához tartozó beütéseket több csatornában elkenődve találunk, ezek egy *csúcsot* alkotnak. A detektor felbontása függ a keletkező elektron-lyuk párok számától (így energiafüggő), illetve attól is, hogy mennyire stabil az erősítés illetve a detektorra adott nagyfeszültség.

Ahhoz, tehát, hogy egy energián mért beütések számát meghatározzuk, a teljes csúcs területét kell kiszámolnunk. Figyelembe kell venni azonban a Compton-háttérrel, így a teljes csúcsterületek helyett a *nettó csúcsterületeket* használjuk, melyet a háttér levonásával kaphatunk. A Compton-háttérrel azért vonhatjuk le a teljes csúcsterületből, hiszen ez a kettő egymástól teljesen független, a háttérrel a magasabb energiájú fotonok által leadott energiatöredékek hozzák létre.



2. ábra. Fent egy mérés teljes spektruma, lent pedig ebből egy csúcs látható, mindkét esetben a csatornaszám található az x a beütések száma pedig az y tengelyen. Az ábrák a jelfeldolgozó szoftverhből származnak.

1.6. Detektor hatásfoka

A detektor hatásfoka az a valószínűség, hogy egy foton a kisugárzása után a teljes energiáját leadja a detektorban. Ennek ismerete nagyon fontos szerepet játszik a mérésekben, hiszen ismernünk kell ahhoz, hogy egy minta aktivitását meghatározhassuk. A hatásfok természetesen energiafüggő, hiszen a nagyobb energiájú fotonok ha el is találják a detektort, kisebb eséllyel adják le a teljes energiájukat az áthaladás során, mivel a foton-elektron kölcsönhatások hatáskeresztmetszete az energiával csökken. A hatásfok az elrendezéstől is függ, mivel ha közelebb rakjuk a mintát a detektorhoz, akkor a kiinduló fotonok nagyobb térszög alatt "látják" a detektort, így nagyobb eséllyel is találják el azt. Emiatt a későbbiekben a detektor hatásfoka kifejezés mindig tartalmazza a fizikai hatásfokot és a térszögarány miatti szorzófaktort is. Nehezíti tovább a meghatározását, hogy a detektorban 1022 keV fölött már végbemegy párkeltés, melynek hatáskeresztmetszete különbözik a fotoeffektus és a Compton-effektus hatáskeresztmetszetétől, így 1022 keV alatt és fölött más-más függvény írja le a hatásfok energiafüggését.

1.7. Önabszorpció

Egy másik, mérést nehezítő tényező a minták önelnyelő tulajdonsága. Ez kis minták esetén kevésbé releváns, hiszen ha nincs nagy kiterjedése a mintának, akkor az abból kisugárzott fotonok kis eséllyel hatnak csak kölcsön a mintával.

Nagy minták esetén viszont ez a kölcsönhatás két szempontból is probléma. Az egyik, hogy a fotonok Compton-effektus révén leadják az energiájuk egy részét már a mintában, így nem fogjuk őket megtalálni a vizsgált energiájú csúcsban. Ezek alapján a teljes hatásfokot nem csak a minta helye, hanem annak mérete és anyagi tulajdonságai is befolyásolják (hiszen például a fotoeffektus a rendszám ötödik hatványával arányos).

A másik probléma, hogy az önnyelődés megváltoztatja a detektort elérő fotonok kiindulási helyeinek térbeli eloszlását. Ennek bemutatására tegyük fel, hogy van egy homogén anyageloszlású henger alakú minták jóval a detektor fölött. Tekintsük csak azokat a fotonokat, amelyek a detektor felé indulnak el. Ha ezek a mintában nem nyelődnek el, tehát az például hidrogénből állna, akkor a fotonok átlagos úthossza a mintában a minta magasságának fele lenne. Ezzel szemben, amikor jelen van önnyelődés, akkor a minta tetejéről kiinduló fotonok nagyobb eséllyel nyelődnek el, mint amik alulról indulnak, így aztán a detektort elérő fotonok átlagos kiindulási helye lejjebb kerül, átlagos úthosszuk pedig szintén csökken. Ezáltal megváltozik a térszög is, amelyben a detektor látszik a fotonok kiindulási helyéről, ami már a detektor hatásfokát is befolyásolja. (Emiatt van az, hogy a két effektust nem lehet faktorizálni.)

Az önabszorpciók együtthatót úgy tudjuk meghatározni, hogy egy pontszerű sugárforrást az elnyelő minta fölé helyezünk és megnézzük egy adott idő alatt, valamilyen energián mért beütéseket úgy, hogy ott van az elnyelő minta és úgy, hogy nincs. Ezeknek a hányadosa lesz az elnyelődött fotonok aránya ³ azon az energián. Figyelembe kell azonban venni, hogy ezek a fotonok nem a mintából indultak, hanem a minta fölül, mely más geometriát eredményez, mintha a minta sugározná őket. Az átvilágításos mérés alapján már kapunk egy képet a minta elnyelési tulajdonságáról, így a tényleges önabszorpciók együttható meghatározásához kell készíteni egy *Monte-Carlo* alapú szimulációt, amely segítségével meg tudjuk határozni, hogy mi történik a mintán belül induló fotonok esetén, figyelembe véve a korábban kapott elnyelési tulajdonságokat.

1.8. Hibaszámítás

A beütésszámra Poisson-eloszlást feltételezve a teljes csúcsterület bizonytalansága a csúcsterület négyzetgyöke. A Compton-háttér levonása után kapott nettó terület bizonytalansága a teljes csúcsterület és a háttér bizonytalanságának négyzetösszege (ha azok függetlenek egymástól). Az adatok elemzésére használt szoftverben először ki kell jelölni két csatornát, amelyek között csúcsnak tekintjük az ott található beütéseket, ez látható a 2. ábrán rózsaszínnel. Ezután a két szélső csatorna értékeit összekötve létrejön egy trapéz, melynek területét a szoftver kivonja a teljes csúcsterületből, így megkapva a nettó területet.

Ennél a módszernél pontosabb lenne, ha nem csak a két szélső csatorna szélességéből határoznánk meg a Compton-háttérrel, hanem például a szélső 3-3 csatorna átlagát értékelnénk, és arra illesztelnénk a trapézt, hiszen az pontosabb képet adna a háttér valós magasságáról. Emellett a szélső csatornák eggyel jobbra vagy balra tolása is befolyásolja a nettó csúcsterületet, mely növeli a mérés bizonytalanságát. Sajnos több csatorna átlagolását sok mérés esetén kézzel megcsinálni szinte lehetetlen lenne, de a jövőben szeretnék egy programot írni, amely pontosabb hibaszámítást tenne lehetővé.

³Ha már bármilyen kölcsönhatásban részt vesz a foton a mintában, azt a mi szempontunkból "elnyelődöttnek" tekintjük, hiszen az energiájának már egy részét elvesztette, így nem fog beütésként megjelenni a spektrumon a vizsgált csúcsban. Ezt a kifejezést a továbbiakban is így használom ebben a kontextusban.

A szoftver meghatározza a csúcsok félértékszélességeit ($FWHM$) is, mellyel jellemezhetjük, hogy mennyire elkenődött egy-egy csúcs. A beütésekre Poisson-eloszlást feltételezve az $FWHM$ statisztikai bizonytalanságát is kiszámíthatjuk az alábbi képlettel: [3]

$$\Delta FWHM = FWHM \cdot \frac{1}{\sqrt{2N}} \quad (1.6)$$

Ahol N a beütések száma, melyet nagyon nagyra feltételezünk.

Ezek a mérésből eredő statisztikai bizonytalanságok. Bármilyen egyéb hibafaktort a mérés során – mint például az intenzitásértékek, vagy ismert aktivitások bizonytalansága – az alábbi Gauss féle hibaterjedés képletével vehetünk figyelembe, ahol $f(a_1, a_2, \dots, a_n)$ egy n paramétertől függő függvény.

$$\Delta f(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a_1} \Delta a_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial a_2} \Delta a_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial a_n} \Delta a_n\right)^2} \quad (1.7)$$

A fenti egyenlet akkor helyes, ha nem áll fenn korreláció egy a_i, a_j paraméter-pár között sem. Amennyiben korreláltak a paraméterek, akkor

$$\Delta f(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sqrt{\sum_i^n \left(\frac{\partial f}{\partial a_i} \cdot \Delta a_i\right)^2 + 2 \sum_{i < j} \frac{\partial f}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial a_j} \cdot \Delta a_i \Delta a_j \cdot \text{cor}(a_i, a_j)} \quad (1.8)$$

Ahol $\text{cor}(a_i, a_j)$ az a_i és a_j paraméterek közti korreláció. Ez minden esetben egy $[-1; 1]$ közötti szám, értéke zérus, ha a két paraméter nem korrelált, pozitív, ha korreláltak és negatív, ha antikorreláltak.

2. Munkám célja

Céлом egy olyan módszer kidolgozása volt, mellyel nagy pontossággal meghatározható egy kiterjedt, önellenő mintá abszolút aktivitása határfok szimuláció használata nélkül. Ehhez több lépésben tudtam eljutni. Először szükségem volt több különböző energián sugárzó pontszerű etalon ⁴ forrás aktivitásának ismeretére, hogy utána azokkal átvilágíthassak kiterjedt mintákat. Rendelkezésemre állt több kis méretű minta is, de ezeknek nem ismertem a pontos aktivitását. Ahhoz, hogy ezeket az aktivitásokat meghatározhassam, szükségem volt egy elrendezésben a határfok energiafüggésének ismeretére. Ennek meghatározása egy olyan mintával, ami sok energián sugároz, mint például a rádium, és egy ismert aktivitású mintával – ami most a ⁶⁰Co – lehetséges. Ezután ebben az elrendezésben már minden energiára ismert a detektor határfoka, így bármilyen energián sugárzó kis kiterjedésű minta aktivitását is meg tudom mondani nagy pontossággal.

Ezekkel a sugárforrásokkal utána különböző energiákon át tudok világítani kiterjedt mintákat is, hogy azoknak az önabszorpciós viselkedéséről jobb képet kapjak. Ezután az 1.7-ben leírtak alapján létrehozva egy *Monte-Carlo* alapú szimulációt, meghatározható a tényleges önabszorpciós együttható. Fontos megjegyezni, hogy ez a szimuláció csak

⁴Az etalon mintáknál kis kiterjedésük miatt nem jelentős az önellenő, de amikor átvilágításra használom őket, ez nem is releváns, hiszen nem a valódi aktivitásukra vagyok kíváncsi, hanem a "látszólagos aktivitásra".

az átvilágításokból származó mérési adatokat és geometriai összefüggéseket használ fel, fizikai folyamatok ismeretére nincsen benne szükség, nem kell azokra támaszkodni.

Figyelembe véve a mért beütésszámokat, a gamma-foton intenzitásokat, a detektor hatásfokát és az önelpyelődést már meg tudom határozni egy minta aktivitását, melynek hibájára is jó becslést adhatok.

3. Mérési berendezés

Mint már írtam, méréseimet egy nagy tisztaságú germánium félvezető detektorral végeztem. Ez a *Canberra Industries* GC1520 típusú detektora, melynek paraméterei a mellékelt táblázatban [4], a detektorról készül rajzok pedig az alábbi dokumentumokban [5] [6] találhatóak. A detektorra kötött nagyfeszültséget egy NIM egységbe helyezett CA-EN N470-es programozható feszültségforrás biztosította. A detektorból kapott gyenge jelet az analízátorba érkezése előtt még egy Tennelec TC 241-es erősítő formázta meg. A nagy léptékű erősítő kapcsolót 50-es, míg a finom erősítő kapcsolóját 0.7-es állásban használtuk, így az erősítés faktora 35 volt. Munkám során 10 V felső feszültséghatárral dolgoztam, így a pár voltos feszültségtartományt vizsgáltuk (ez az erősítés utáni feszültség). Érdekes még megjegyezni, hogy a használt előerősítőnek is két állása van, melyek közül mi a rosszabb felbontásút használtuk, azonban ez másik mérésekhez nagyobb energiájú részecskék (műonok) detektálására is lehetőséget adott.

A méréshez használt sokcsatornás analízátort a debreceni Atommagkutató Intézetben gyártották, típusa MCA8k-01. Nevében a "8k" a maximális csatornák számára utal, mely $2^{13} = 8192$. Számunkra ennyi csatorna használata felesleges lett volna, ráadásul úgy sokkal jobban fluktuáltak volna a beütésszámok egy-egy csatornában, így a csúcsterületek is. Ez, mint már írtam amiatt van, hogy a Compton-háttér levonásakor a szoftver csak a két szélső csatorna értékét használja fel, így ha ezek a magas binezés miatt sokat változnak attól, hogy eggyel arrébb jelöljük ki őket, a nettó csúcsterület bizonytalansága is nagyobb lesz. Természetesen túl kevés csatornát sem érdemes használni, hiszen akkor túl sok beütés kerül egy-egy csatornába és a csúcs alakjára vonatkozó információkat elveszítjük. Emiatt méréseink alatt végig 2048 vagy 1024 csatornát használtunk. (Ezen beállítások között már nincs jelentős eltérés.)

Az analízátor USB-n keresztül csatlakozott egy számítógéphez, melyen a Palmptop MCA szoftver segítségével lehetett feldolgozni a mérési adatokat.



3. ábra. A méréshez használt analízátor



4. ábra. Balról jobbra: a detektor kívülről majd az ólom kamrán belül, a nagyfeszültség-forrás végül a jelerősítő berendezés

4. Mérés menete

Minden mérés megkezdése előtt a detektorra nagyfeszültséget kell kötni, majd megvárni, hogy ennek értéke stabilizálódjon. Ezt követően a mintát a közvetlenül a detektorra vagy egy állványon a detektor fölé helyezve is mérhető a beérkező fotonok száma. Általában célravezetőbb a detektor fölött valamennyivel elhelyezni a mintát ugyanis ez csökkenti vagy ki is zárja az összegcsúcsok létrejöttének esélyét.

Összegcsúcsot akkor kapunk, ha a mintában egy gerjesztetett atommag egymás után kétszer, nagyon gyorsan ugrik alacsonyabb energiaállapotba, így szinte egyszerre, két különböző energiájú fotont kisugározva. Ha a két kibocsájtás közt eltelt idő kisebb, mint a detektor holtideje ⁵ ($\approx [11.5 \pm 0.8] \mu s$)[2] és mindkét foton eltalálja a detektort, akkor az a spektrumban egy közös csúcsként jelenik meg, mely csúcs energiája a két foton által leadott energia összege. A probléma valójában nem az összegcsúcs megjelenése, hanem az, hogy ekkor nem jelenik meg beütés abban a csatornában, ahova a fotonokat a kiindulási energiájuk alapján várnánk. Ez alapján kisebb aktivitást mérnénk bizonyos energiákon.

A minták távoli elhelyezése ezt a problémát azért orvosolja, mert jelentősen csökken a térszög, amiben a kiinduló fotonok "látják" a detektort, így sokkal kisebb eséllyel találják el azt. Ez egyben azt is jelenti, hogy még sokkal kisebb eséllyel találja el két foton egyszerre a detektort, így nem jelenik meg összegcsúcs.

Ez csak akkor jelent problémát, ha a minta aktivitása kicsiny, így távolról nagyon sok idő alatt érkezne be csak annyi foton, hogy szép csúcsok jelenjenek meg a spektrumban. Szerencsére a mi esetünkben elég nagy volt ahhoz a források aktivitása, hogy távolról is lehetett velük méréseket végezni.

Ha ugyanabban az elrendezésben több mintával is szeretnénk méréseket végezni, akkor fontos biztosítani, hogy ezek mindig ugyanolyan távol legyenek a detektortól. Ezt esetünkben egy tejfölös dobozzal oldottuk meg az 5. ábrán látható módon. Ez természetesen nem egy professzionális állvány, viszont a célra alkalmas, mivel vékony műanyag lapja nem nyeli el a sugárzást. Emellett nagyon precíz tartószerkezet is, hiszen minden mérésnél pontosan ugyanúgy el tudjuk helyezni a mintákat. A mérések során mindig be-

⁵Minden foton beérkezése után egy rövid ideig a detektor még a beérkezett energiát méri, így következő foton fogadására alkalmatlan, ebben az időtartamban "inaktív".

csuktuk az ólomkamra ajtaját, hogy a kívülről érkező sugárzás elől le legyen árnyékolva a detektor (ez is látható az 5. ábrán.) Természetesen a kamrán belüli térrészben található "háttér" sugárzása ugyanúgy jelen volt.



5. ábra. A kisméretű ^{60}Co minta az első elrendezésben. Alul a germánium detektor burkolata látható rajta az állványal, a háttérben pedig az ólomkamra.

A mérés végeztével a jelfeldolgozó egység és a *Palmtop MCA* program segítségével kapunk egy spektrumot, melyen a 2. ábrán látható módon kijelölhetők a vizsgálni kívánt tartományok (ROI-k, az angol Range Of Interest kifejezésből). Ezeknek a csúcsterületét, FWHM-jét és a területek beütésből származó statisztikus hibáját a szoftver kiszámolja a bevezetőben leírtak alapján. Fontos még megjegyezni, hogy bár a detektor holtidejét nem ismerjük pontosan, azonban a szoftverben ez benne van, tehát két idő értéket kapunk minden mérés végén, egy *Real time* és egy *Live time* értéket. Előbbi mutatja a mérés kezdetétől a végéig eltelt teljes időt, míg második azt az időtartamot, amíg a detektor ténylegesen aktív volt.

Ezt a kettőt kivonva egymásból megkapjuk, hogy a mérés alatt mennyi volt a teljes holtidő. Ha ezt leosztjuk az összes mért beütés számával (melyet a szoftver szintén feljegyez) akkor megkapjuk a detektor átlagos holtidejét arra a mérésre vonatkoztatva.

4.1. Munkám során végzett mérések

Az 1. táblázatban feltüntettem a munkám során végzett összes mérést. Feltüntettem a mérési elrendezést a dátumot, és az előbb írtak alapján kiszámolt holtidőket.

Mérési elrendezés	Mérés dátuma	Holtidő (μs)
^{226}Ra forrás 13 cm magasan	2024.09.26	17.14
^{60}Co forrás 13 cm magasan	2024.10.01	11.83
^{137}Cs forrás 13 cm magasan	2024.10.03	11.18
^{232}Th forrás 13 cm magasan	2024.10.08	11.21
Gránithenger 13 cm magasan	2024.10.15	10.89
Háttér mérése egy napig	2024.10.16	13.54
Gránithenger a detektoron rendes helyzetében	2024.10.17	10.77
Gránithenger a detektoron "fejjel lefele"	2024.10.18	10.78
Gránithenger 13 cm magasan, felette ^{60}Co	2024.10.29	10.92
^{60}Co forrás 20 cm magasan	2024.10.30	11.77
Gránithenger 13 cm magasan, felette ^{226}Ra	2024.10.31	10.78
^{226}Ra forrás 20 cm magasan	2024.11.04	10.84
Gránithenger 13 cm magasan, felette ^{137}Cs	2024.11.07	11.56
^{137}Cs forrás 20 cm magasan	2024.11.08	12.07

1. táblázat. Munkám során végzett mérések

Látható, hogy az első mérés holtideje jóval nagyobb a többinél. Ez amiatt van, hogy az első mérés esetén 2048, míg a többinél csak 1024 csatornára osztottuk a spektrumot.

5. A hatásfokgörbe modellfüggetlen meghatározása

Ahhoz, hogy később kiterjedt minták aktivitását is meghatározhassuk, először kisméretű mintákkal érdemes méréseket végezni. Ilyen források esetén az aktivitást az alábbi képlettel számolhatjuk:

$$A = \frac{N}{I \cdot t \cdot \eta} \quad (5.1)$$

Ahol N a mért csúcsterület, t a mérés időtartama (a holtidő figyelembe vétele után), I a gamma-foton intenzitása, η pedig a detektor hatásfoka az adott energián. Ebbe az értékbe beletartozik a detektor fizikai hatásfoka (tehát hogy egy, a detektort elérő foton mekkora eséllyel adja le a teljes energiáját a detektoron való áthaladás során) és az a térszög faktor is, mely azt mutatja, hogy a vizsgált helyről kiinduló fotonok mekkora része indul el ténylegesen a detektor irányába.

A fenti képletben található intenzitás alatt azt értjük, hogy mekkora eséllyel sugárzódik ki az adott energiájú foton egy α vagy β bomlást követően. Ezt táblázatokból lehet kikeresni, én a *Brookhaven National Laboratory* [7] adatait használtam. Itt több táblázat van összefoglalva, melyekben megtalálható a gamma-energiák intenzitása és azoknak a bizonytalansága is. Ezek a bizonytalanságok sokszor

Visszatérve az (5.1)-es egyenletre, látható, hogy jobb oldalt csak a detektor hatásfokát nem ismerjük, ezért érdemes ennek megfelelően átrendezni az egyenletet:

$$A \cdot \eta = \frac{N}{I \cdot t} \quad (5.2)$$

Ezt a mennyiséget már kísérleteinkből, az intenzitásokat felhasználva közvetlenül meghatározhatjuk. Ha az így kapott értéket kiszámoljuk a kobalt minta bármely gamma-energiáján, majd azt leosztjuk a már ismert aktivitással, akkor megkapjuk a keresett

hatásfokot azon az energián. Ennek érdekében az 5. ábrán látható elrendezésben mértük egy napig a mintából származó beütéseket. Ezután az (5.2)-es képletet felhasználva meghatároztam a nagyobb energiás csúcs $A \cdot \eta$ értékét, mely (3.6496 ± 0.0066) Bq-nek adódott. Ahhoz, hogy a hatásfokot megkapjuk még ki kell számolni, hogy a mérés idejében mekkora volt a minta aktivitása, ugyanis a ^{60}Co felezési ideje csak 1925 nap, így az aktivitás jelentősen eltér a Kovács Balázs Csaba által két évvel ezelőtt meghatározott értéktől. Figyelembe véve az aktivitás bizonytalanságát, a pontforrás aktivitása 2024.10.03-án, a mérés idején:

$$A_{10.03} = (7.385 \pm 0.033) \text{ kBq}$$

Ezekből következik, hogy a hatásfok ebben az elrendezésben, ezen az energián

$$\eta_{13}(1332 \text{ keV}) = (4.941 \pm 0.024) \cdot 10^{-4} \quad (5.3)$$

ahol η_{13} a detektor hatásfoka az érzékeny térfogattól 13 cm magasságban.

Ebből még nem tudjuk megmondani a detektor hatásfokának energiafüggését, mivel a ^{60}Co csak két gamma-energián sugároz (nagyjából 1171 és 1332 keV-on), viszont a két egymáshoz közeli energián kapott hatásfok nem teszi lehetővé, hogy az energiafüggést meghatározzuk a teljes vizsgált energiatartományon. Ennek megoldására egy olyan ismeretlen aktivitású pontforrást használok, amely sok különböző energián sugároz, így már jó magabiztossággal illeszthető rá függvény, tehát ki tudom terjeszteni a detektor hatásfokának ismeretét a ^{60}Co gamma-energiájáról a releváns energiatartományra. Ezt a módszert használhatjuk, mivel adott gamma-energián a hatásfok csak az elrendezéstől függ.

5.1. Rádium mérés

Esetemben az energiaspektrumon sok csúccsal rendelkező minta egy ^{226}Ra tartalmú elektroncső, mely egy kis kartondobozban található, hiszen így egy hosszú csipesszel ⁶ megfogva könnyen hordozható. Ez látható a 6. ábrán.

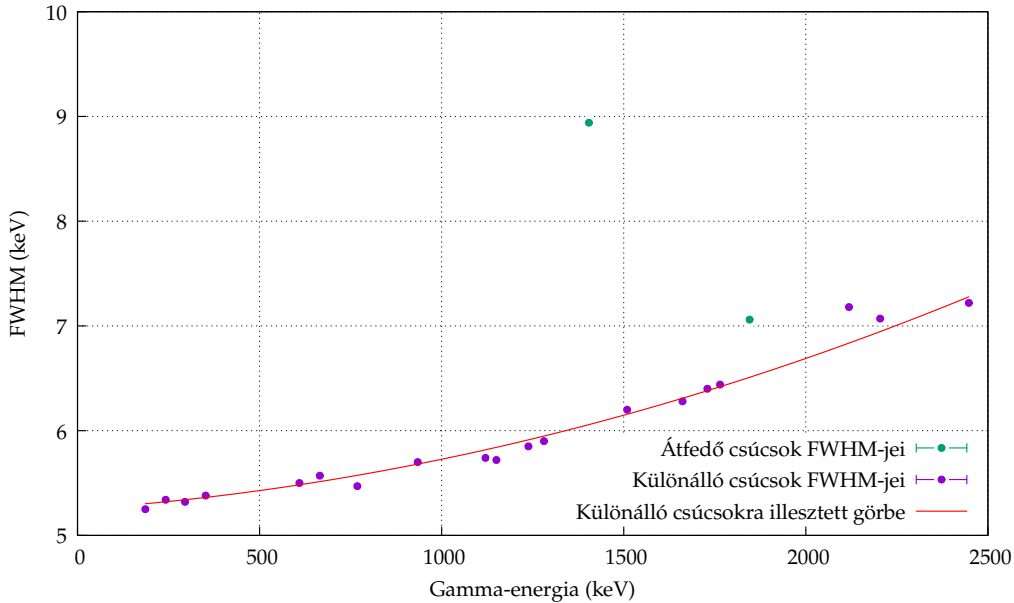


6. ábra. A rádium minta a kartondobozban, a ^{60}Co mintával megegyező elrendezésben

A mérést nagyjából 64 óráig végeztük 12.5 cm magasan a detektor burkolata felett. Mivel a detektor burkolata és az érzékeny térfogata között nagyjából 0.5 cm található [4], így a számunkra releváns távolság 13 cm. Miután a hisztogramon felvettük a jelentős csúcsokat a ROI-k közé, meg kell vizsgálnunk, hogy melyiket használhatjuk ténylegesen

⁶Méréseink során szem előtt tartottuk az ALARA (*As Low As Reasonably Achievable*) elvet.

a számolásaink során. Ehhez először érdemes megnézni a csúcsok szélességét, ugyanis a túl széles csúcsok legtöbbször azt jelentik, hogy egymáshoz közeli energiákon is sugároz egy vagy több izotóp. Az így létrejött átfedő csúcsok esetén sokkal nehezebb kiszámolni a gamma-energiához tartozó aktivitásokat, így ezekkel nem foglalkoztam a továbbiakban. Esetemben a rádiummal végzett mérés után felvett csúcsok félértékszélességeit a 7. ábrán tüntettem fel.

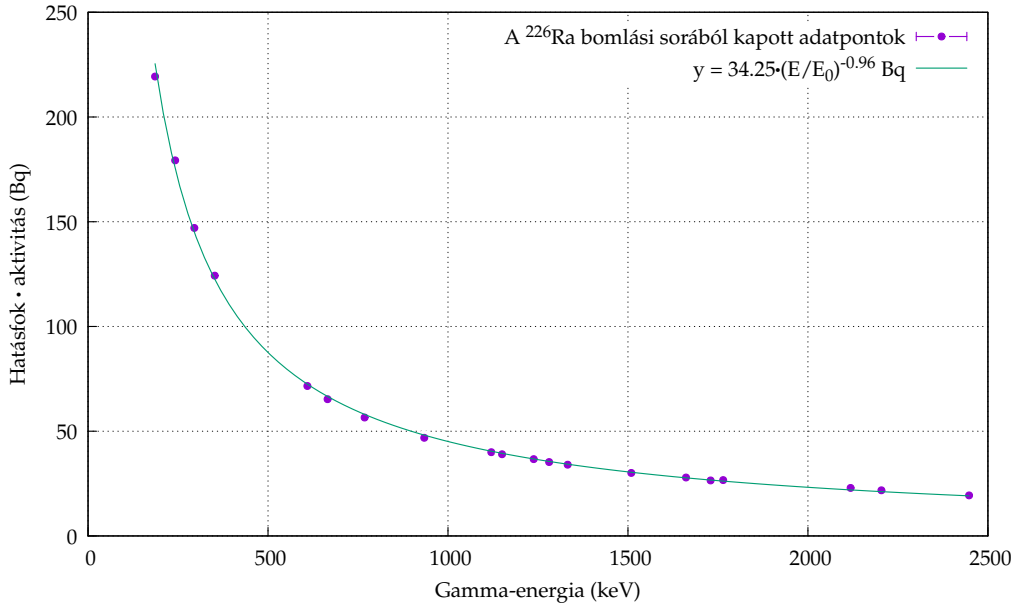


7. ábra. A rádium és lányai által létrehozott csúcsok félértékszélességei az energia függvényében. Zöld színnel az átfedő csúcsokat jelöltem. Az adatpontok hibái kis méretük miatt nem látszanak.⁷

A különálló csúcsokra függvényt illesztettem, ennek egyenlete: $FWHM(E) = 0.43 \cdot (E/E_0)^2 + 0.31 \cdot (E/E_0) + 5.25$. Az egyenletben $E_0 = 1332.492 \text{ keV}$, erről később részletesebben is szó lesz. Jól látható, hogy két csúcs kilóg a trendből, ezeket más színnel is jelöltem. 1404 keV környékén és 1845 keV-nál is a ^{214}Bi sugároz két-két különböző energián. Mivel mindkét gamma-foton intenzitása elég nagy, így mindkettőből származó beütések megjelennek a spektrumon. Hasonló a helyzet 786 keV-nál is, csak ott a ^{214}Pb és a ^{214}Bi sugároz hasonló energián. Kivettem továbbá a 807 keV-os fotonból származó beütéseket, mivel három különböző csúcs található egymáshoz nagyon közel a spektrumban, így kölcsönösen megemelik a háttérrel, tehát nagyobb területet vonunk le, mint kéne. Jogosan merülhet fel a kérdés, hogy a 186 keV-os csúcs benne hagyható-e az adatok között. Ezen az energián ugyanis a ^{226}Ra gamma-fotonjait detektáljuk, mely izotóp azonban a radon előtt található a bomlási sorban, így az aktivitása jóval nagyobb lenne, mint a radon utáni elemeké. Ez azonban csak akkor áll fenn, ha a radon ki tud szökni a mintából. A későbbiekben láthatjuk, hogy ennél a forrásnál ez nem következik be, így használhatjuk ezt a csúcsot is.

Az így megmaradt adatokat a 8. ábrán tüntettem fel.

⁷Dolgozatomban minden további ábrán ábrázolt adatpontokhoz tartoznak hibavonalak, amennyiben azok nem látszanak, az ugyanúgy a kis méret következménye.



8. ábra. A hatásfok és aktivitás értékek szorzata a rádium pontforrásra mérve és azokra illesztett hatványfüggvény a kibocsájtott foton-energia függvényében. ($E_0 = 1332.492$ keV)

A hibaszámításnál a csúcsterületek és az intenzitások bizonytalanságát vettem figyelembe. Fontos megjegyezni, hogy ilyen hosszú mérések esetén a beütések számából eredő statisztikus bizonytalanság már nagyon lecsökken, így az intenzitások bizonytalansága sokkal jelentősebb effektus. Ebből következik, hogy esetenként az irodalom belieknél pontosabb eredményeket is tudnánk mondani a relatív intenzitások bizonytalanságára. Az adatpontokra

$$A \cdot \eta(E) = c \cdot \left(\frac{E}{E_0} \right)^d \quad (5.4)$$

alakú függvényt illesztettem, ahol c és d az illesztési paraméterek, E_0 pedig itt is és a továbbiakban is a ^{60}Co minta nagyobb gamma-energiája, 1332.492 keV. Azért ezt az alakot választottam, hiszen a fotoeffektus hatáskeresztmetszete közel fordítottan arányosan függ a foton energiájától, így mivel ez a legjelentősebb kölcsönhatás, a függvény alakjára is hasonló függés várható.

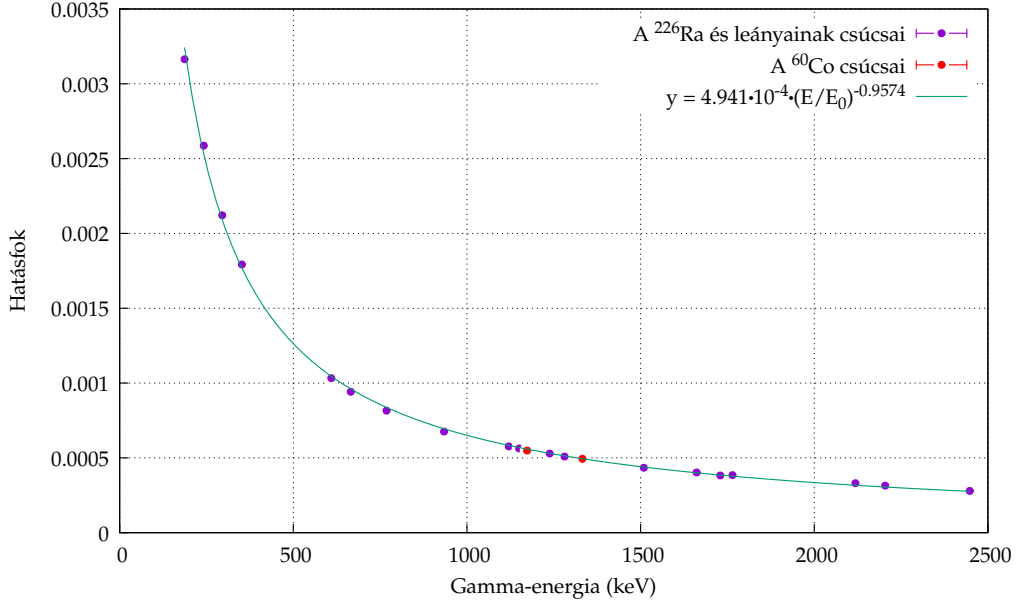
Az E_0 paraméterrel történő illesztésnek az egyik előnye, hogy az a paraméter nem a függőleges tengelymetszet lesz, hanem az $E = E_0$ pontban a függvény értéke. Ez számomra előnyös, hiszen az adatpontjaim sokkal közelebb vannak ehhez az értékhez, mint az $E = 0$ -hoz, így a paraméter hibája kisebb lesz, illetve a hatásfok számítása is egyszerűbb.

Mivel különböző pontszerű sugárforrások esetén az $A \cdot \eta$ értékek csak egy konstans szorzóban térnek el egymástól, így most már felhasználhatjuk az (5.3)-as képletben kapott értéket. Ezt leosztva a c paraméterrel, majd az így kapott hányadossal megszorozva a 8. ábra adatpontjait, megkapjuk a rádium bomlási sorának összes gamma-energiájára a hatásfok értékeket. Jelölje $\eta_{13}(E)$ a detektor fizikai hatásfokát és a térszöget is figyelembe véve a hatásfokot az energia függvényében 13 cm magasan elhelyezett minták esetén. A

kiszámolt hatásfok értékekre egy

$$\eta_{13}(E) = a \cdot \left(\frac{E}{E_0} \right)^b$$

alakú függvényt illesztve kapjuk az alábbi ábrát:



9. ábra. A ^{226}Ra és ^{60}Co gamma-energiáira kapott hatásfokok az energia függvényében, a ^{226}Ra pontjaira illesztett függvénnyel együtt. ($E_0 = 1332.492 \text{ keV}$)

Így az illesztésből megkaptuk a hatásfok-görbét erre az elrendezésre:

$$\eta_{13}(E) = 4.941 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-0.957} \quad (5.5)$$

Jól látható, hogy a kitevőben -1 -hez közeli érték szerepel, így várakozásainknak megfelelően, tényleg a fotoeffektus hatáskeresztmetszetéhez hasonlóan függ az elrendezés hatásfoka az energiától.

Észrevehető az is, hogy a hatásfok értékek nagyon alacsonyak. Ez azért van, mert már a detektort is nagyon kevés foton éri el a kis térszög miatt, nem a detektor fizikai hatásfoka ennyire alacsony. Jelölje Ω a térszöget, mely alatt a detektor körlapja látszik a pontforrástól, z_0 a minta és a detektor közti függőleges távolság, R pedig a detektor sugara. Ekkor a keresett térszög és a teljes 4π térszög aránya:

$$\frac{\Omega}{4\pi} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{z_0}{\sqrt{z_0^2 + R^2}} \right)$$

Melybe $R = 2.4 \text{ cm}$ -t és $z_0 = 13 \text{ cm}$ -t behelyettesítve ⁸:

$$\frac{\Omega}{4\pi} = 8.31 \cdot 10^{-3}$$

⁸A 8. fejezetben írtak alapján ennél valamivel nagyobb z_0 értéket kell helyettesíteni a valós térszög meghatározásához.

Az (5.5)-ös egyenletbe E_0 -át helyettesítve kapott értéket leosztva ezzel a térszög aránnyal adódik a detektor fizikai hatásfoka E_0 energián:

$$\eta_{\text{fizikai}}(E_0) = 5.94\%$$

5.2. Hatásfok bizonytalansága

A fenti függvény bizonytalanságának meghatározása nagyon fontos, viszont matematikailag komplex feladat. Ennek megoldására adható egy intuitív megoldás, ha azt tartjuk szem előtt, hogy a függvény hibája az $E = E_0$ pontban a ^{60}Co hatásfokának hibájával kell, hogy megegyezzen.

Ehhez vegyük figyelembe csak ezt az említett csúcsot. A kisebb energiás csúcsot azért hagyhatjuk el, mert sokkal nagyobb a bizonytalansága, így ha összevonnánk a két pontot a hibáikkal súlyozva, akkor is hasonló eredményt kapnánk. Ezen az E_0 energián vegyünk fel egy adatpontot, ami illeszkedjen pontosan a fenti hatásfokgörbére! Célunk ennek az adatpontnak olyan hibát adni, hogy ha újra megillesztjük a függvényt a rádium adatpontokra és erre a "hamis" pontra, akkor a függvény bizonytalansága abban a pontban éppen a valós hatásfok bizonytalanságát adja, melyet már ismerünk. Ehhez több iterációt végeztem, különböző hibaértékekkel, majd megtaláltam azt, melyre teljesül a fenti elvárás. Ekkor az illesztett paraméterek és azok bizonytalanságai:

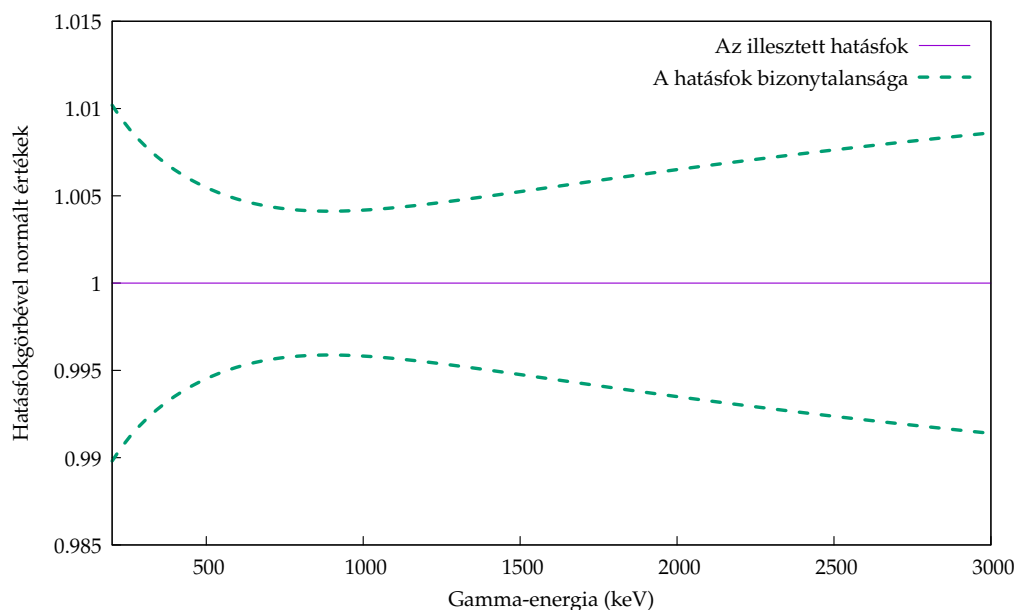
Paraméter	érték	bizonytalanság
a	$4.941 \cdot 10^{-4}$	$0.024 \cdot 10^{-4}$
b	-0.9574	0.0062

2. táblázat. A hatásfok adatokra illesztett függvény paraméterei. Ezek közti korreláció $\text{cor}(a, b) = 0.519$

A két paraméter közti korreláció $\text{cor}(a, b) = 0.519$. Felhasználva az (1.8)-as egyenletet, átrendezések után a függvény hibáját az alábbi képlettel írhatjuk fel:

$$\sigma_{\eta}(E) = \left(\frac{E}{E_0}\right)^b \cdot \left[\sigma_a^2 + a^2 \ln^2\left(\frac{E}{E_0}\right) \cdot \sigma_b^2 + 2a \ln\left(\frac{E}{E_0}\right) \cdot \sigma_a \sigma_b \cdot \text{cor}(a, b) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.6)$$

Ahol σ_a , σ_b rendre az a és b paraméterek bizonytalansága. A fenti függvényt a hatásfokgörbével együtt ábrázoltam, hogy lássam, hol milyen pontosan ismerjük a detektor hatásfokát. Ehhez a hatásfokgörbét egyre normáltam, ez látható a 10. ábrán.



10. ábra. A hatásfok relatív bizonytalanságát jelképező tartomány az energia függvényében

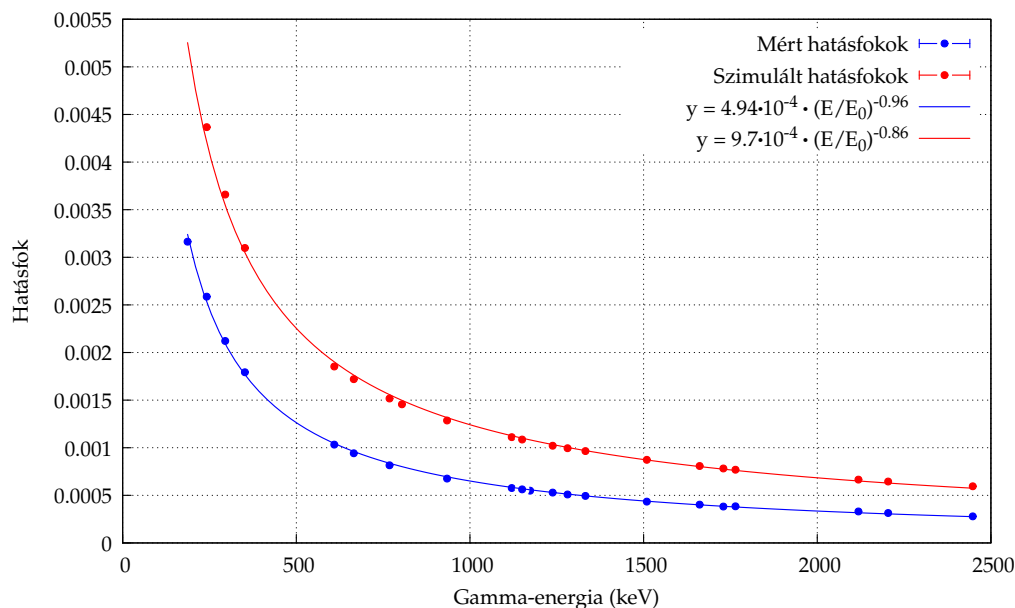
Megfigyelhető az ábrán, hogy a hibatartománynak jól látható minimuma van valamivel 1000 keV alatt. Elsőre azt várhatnánk, hogy ez a minimum E_0 -nál legyen, azonban kis gamma-energiákon több csúcs is van hatalmas csúcsterületekkel, így ezeken a helyeken nagyon kicsi a statisztikus bizonytalanság, így pontosak az $A \cdot \eta$ értékek. Emiatt az illesztésnél ezek a pontok "elhúzzák" ezt a minimumot E_0 -tól.

Megállapíthatjuk, hogy a detektor hatásfokát minden releváns energián megkaptuk 1% pontossággal, csak kísérleti módszerekkel, szimuláció nélkül. Ezt a kobalt etalon forrás aktivitásának pontos ismerete [2], valamint az tette lehetővé, hogy a ^{226}Ra tartalmú mintával az energiafüggést pontosan meg tudtuk határozni.

5.3. Összevetés már létező hatásfok szimulációval

Munkám során rendelkezésemre állt Deák Ferenc Dos rendszeren futó *Hatásfok.exe* szimulációja. Ez a *Monte-Carlo* szimuláció az elrendezés ismeretében visszaadja a kívánt energiákon a detektor hatásfokát statisztikus hibával együtt. Sajnos a szimuláció forráskódja nem ismert, így nem lehet tudni, hogy pontosan milyen tényezőket vesz figyelembe és mit nem, azonban az biztos, hogy bele vannak kódolva a detektor és különböző fotonok közti kölcsönhatások. Ezt megelőzően ezt a szimulációt használtuk a detektor hatásfokának meghatározására, mivel nagyságrendileg jó eredményeket adott, viszont azok pontos ellenőrzésére eddig nem volt lehetőség.

A szimulációba kezdeti paraméternek megadtam a detektor méreteit, melyhez ezt [4] a táblázatot vettem alapul. Emellett a kobalt minta méreteit és elhelyezkedését is megadtam. Ezek után pár napig futtatva a szimulációt, a 11. ábrán látható eredményeket kaptam.



11. ábra. A hatásfok szimuláció eredményei és azokra illesztett függvény, illetve a már fentebb közölt mérési eredmények. ($E_0 = 1332.492$ keV)

Látható, hogy a szimulált eredmények nagyjából kétszeresei a valós eredményeknek, így hibás lett volna méréseimhez ezt a szimulációt használni.

5.4. Ellenőrzés tóriummal

Egy másik módja, hogy ellenőrizzük a kapott hatásfokgörbét az, hogy megmérünk még egy szintén több energián sugárzó pontforrást ugyanabban az elrendezésben és a hatásfokgörbét felhasználva kiszámoljuk a különböző gamma-energiákra kapott aktivitásokat. Minél közelebb vannak ezek egy konstans értékhez, annál helyesebbek a hatásfok értékek.

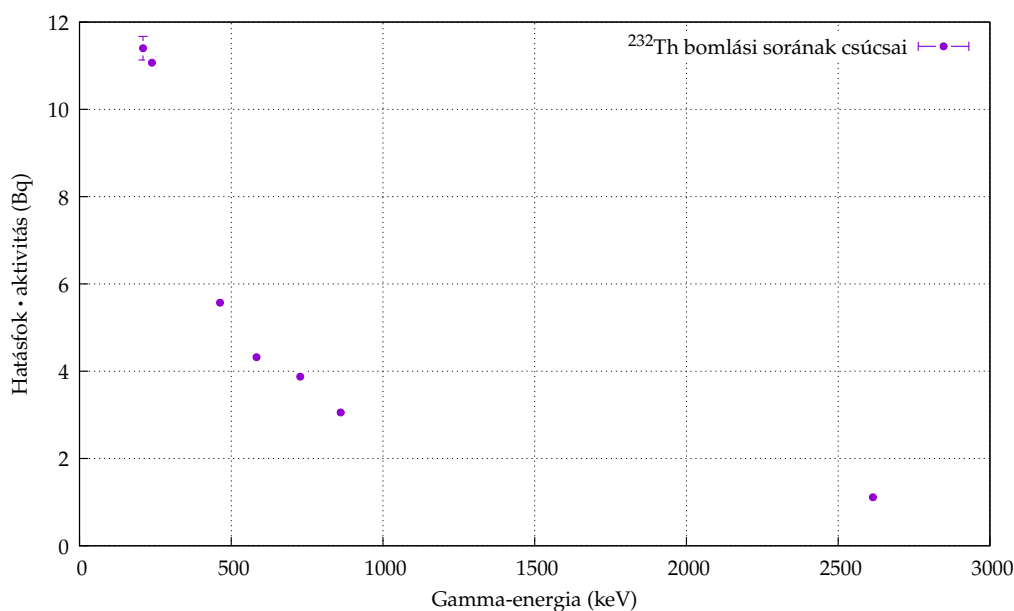
Ehhez a 12. ábrán látható üvegcsét használtam, melynek alján ^{232}Th tartalmú folyadék található. Mivel csak alul van folyadék, így nem probléma az edény nagyobb kiterjedése sem.



12. ábra. ^{232}Th tartalmú minta a detektor felett 12.5cm-el

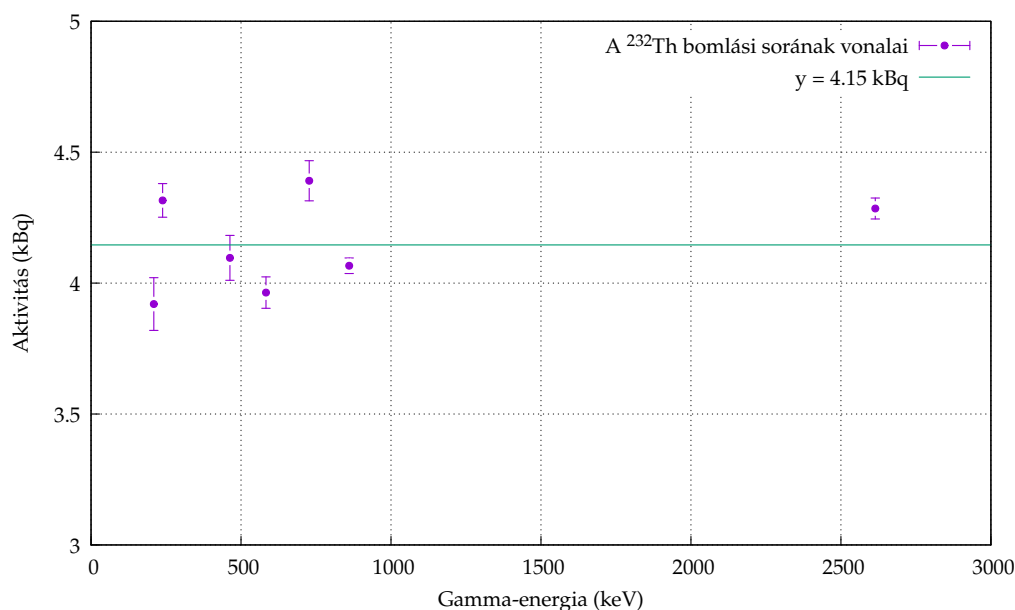
Ezen minta spektrumában is találhatóak dupla csúcsok például 911, 834 és 1588 keV környékén. Megfigyelhető még a spektrumban 510.84 keV-nál is egy csúcs, mely nem dupla és elsőre úgy tűnhet, nincsen vele semmi baj, viszont ha megnézzük, az ebből számolt aktivitás jóval nagyobb a vártnál. Ez azért van, mert az elektron nyugalmi tömege éppen 511 keV, így ha a mintában végbemegy egy párkeltés majd a pozitron annihilálódik, akkor amennyiben a két létrejött fotonból az egyik eltalálja a detektort és ott leadja az energiáját, akkor éppen ezen a csatornán mérünk egy beütést.

Arról sem szabad megfeledkeznünk, hogy a ^{208}Tl izotóp csúcsainál figyelembe kell venni a bevezetőben írt 0.36-os szorzót is. Ezek alapján a megtartott csúcsok beütéseiből számított $A \cdot \eta$ értékek:



13. ábra. A tórium tartalmú minta méréséből hatásfok és aktivitás szorzatok a gamma-energia függvényében

Ezeket a rádium tartalmú mintával végzett mérésekből meghatározott hatásfokgörbe megfelelő helyen vett értékeivel leosztva megkapjuk a keresett aktivitásokat.



14. ábra. A vizsgált tórium tartalmú minta különböző gamma-energiákon mért aktivitása. A hibavonalak tartalmazzák a beütések statisztikus hibáit, az intenzitások bizonytalanságát és a hatásfokgörbe hibáját is.

A 14. ábra alapján kijelenthető, hogy a hatásfokgörbe segítségével jó közelítést kaphatunk pontszerű minták aktivitására, hiszen egy széles energiatartományon nem mutatnak csökkenő vagy emelkedő trendet az aktivitás értékek. Fontos megjegyezni, hogy valójában csak a hatásfokgörbe alakját lehet így ellenőrizni, az abszolút értékeket nem, azonban ezt csak a ^{60}Co forrás aktivitása befolyásolja, amely korábban már ellenőrzésre került.

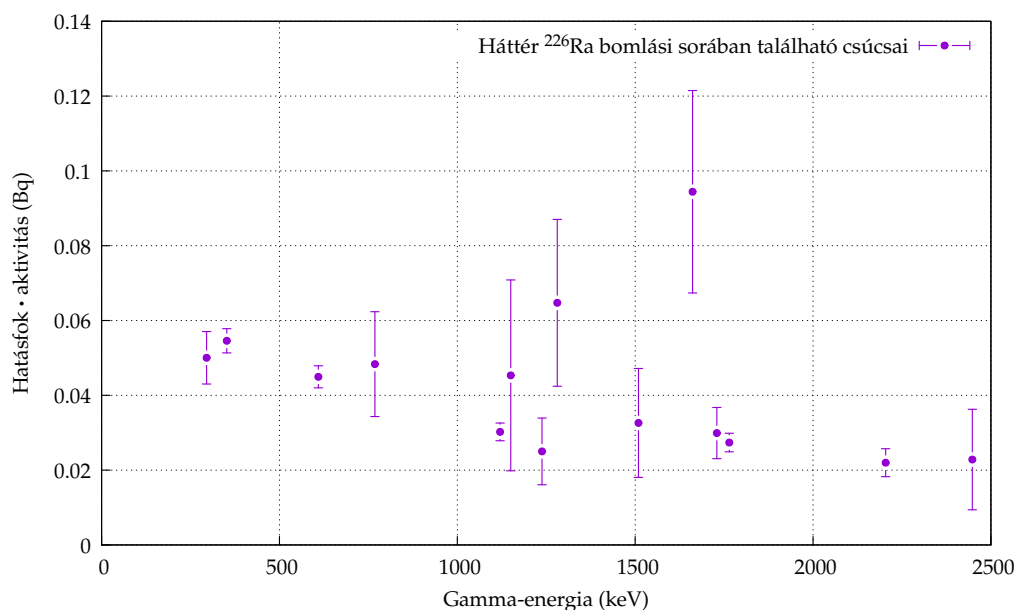
Természetesen az eddig leírt eljárásokat nem csak ebben az elrendezésben, hanem bármilyen magasságból alkalmazhatnánk, melyet később ki is fogok használni.

6. Háttér elemzése

Eddig nem tárgyaltam viszont fontos azt is megvizsgálni, hogy az ólomkamrán belül találhatóak-e radioaktív izotópok, akár a levegőben, akár valahol másutt. Ez természetesen azért lényeges, hiszen ha sugároz a háttér, akkor az növeli a beütések számát bizonyos energiákon, így a csúcsterületek kiszámításánál figyelembe kell venni ezt is. Ezek felderítésének érdekében csukott ajtónál végeztünk nagyjából egy napig mérést minta nélkül. Az így kapott spektrumban utána a ^{226}Ra és a ^{222}Th bomlási sorának gamma-energiáit vizsgáltam.

6.1. A háttér rádium tartalma

A korábbi rádium tartalmú mintával végzett mérésből a ROI-kat importálva a háttér spektrumára, rögtön kiszámolhatjuk ugyanazokra a csúcsokra a hatásfok és aktivitás értékek szorzatát:



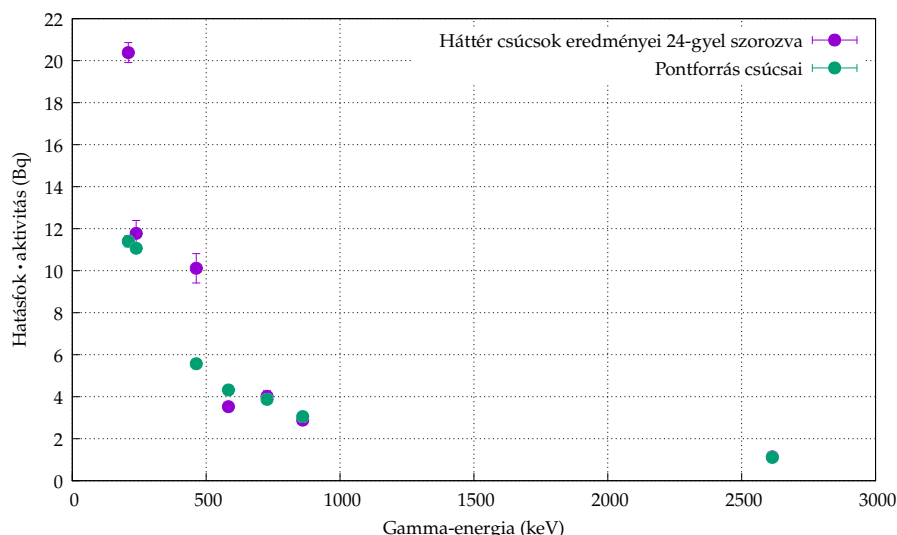
15. ábra. A rádium bomlási sorába tartozó elemek aktivitásának és a detektor hatásfokának szorzata az energia függvényében

Látható, hogy a 15. ábrán nincsen rajta minden korábban használt energiához tartozó érték. Ez azért van mivel sok helyen egyáltalán nem találhatóak csúcsok a spektrumban, sőt "völgyek" voltak láthatóak a vizsgált tartományban. Mivel a program a csúcsterületből először levonja a két szélső csatorna által kifestített trapéz területét, így ha ezen csatornák között alacsonyabbak a beütésszámok, akkor negatív csúcsterületet kapunk, melynek nincs értelme. Ezeket így nem tüntettem fel az ábrán. A megmaradt csúcsok is rendkívül kicsinyek voltak, ezért vannak sokszor nagy hibavonalak.

Az így is látszik, hogy az adatpontok nem rendeződnek trendbe. Fontos megjegyezni, hogy itt nem várhatjuk el, hogy ugyanazt az összefüggést lássuk, mint pontszerű minták esetén, hiszen a sugárzás vélhetően sokkal nagyobb térfogatban oszlik el, így nem is egy hatásfokgörbéről beszélhetünk, hanem vélhetően sok kis sugárforráshoz tartozó különböző hatásfokgörbékről. Az mindenesetre kijelenthető, hogy a háttér rádium tartalma elhanyagolhatóan kicsi, hiszen legtöbbször a 8. ábrán feltüntetett értékeknek csak az ezred része.

6.2. A háttér tórium tartalma

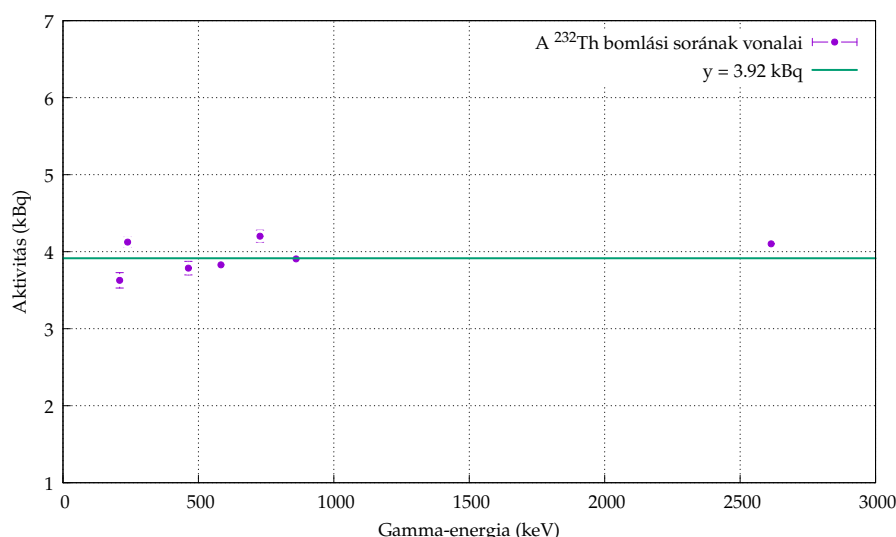
A rádiummal ellentétben a tórium jelentős mennyiségben megtalálható a háttérben. A spektrumot végignézve az összes nagyobb csúcs a tórium bomlási sorának elemeitől származik. Én most csak azokkal az energiákkal foglalkoztam, ahol a tórium tartalmú mintát is vizsgáltam. Ezekből a beütésekből számolt eredményeket érdemes a 13. ábra adatpontjaival együtt feltüntetni.



16. ábra. A tórium tartalmú minta és a háttér aktivitásának és a detektor hatásfokának szorzata az energia függvényében. A háttér adatpontjai meg vannak szorozva 24-gyel a könnyebb összehasonlíthatóság érdekében.

A fenti grafikonon azt láthatjuk, hogy egy megfelelő konstanssal (ebben az esetben 24-gyel) megszorozva a hét csúcsból öt esetében szinte teljesen megegyeznek a pontforrás és a minta adatpontjai, a maradék kettő viszont jelentősen eltér. Ez a két energia a ^{228}Ac izotóphoz tartozik, mely a bomlási sorban a radon előtt helyezkedik el, az összes többi energián pedig a radon utáni izotópok sugároznak. Mivel a 14. ábrán nem látunk kiugró aktivitást a két kérdéses energián, így logikus következtetés, hogy az üvegcséből nem tud kiszökni a radon. Ez viszont arra enged következtetni, hogy a háttérben magasabb a radon előtti izotópok aktivitása, mint a radon utániaké. Ezt úgy lehet magyarázni, hogyha valahol a detektor közelében a kamra falán található valamennyi tórium tartalmú szennyezés, akkor abból még egy perc alatt is ki tud diffundálni a radon, melynek leányai így távolabbról sugároznak és ebből a távolságból már kisebb lesz a detektor hatásfoka.

Ha a háttér beütéseit levonjuk az eredeti mérés eredményeiből (a mérés időtartamát figyelembe véve), akkor a hatásfokgörbe segítségével meghatározhatjuk a tórium tartalmú minta tényleges aktivitását. Ez látható a 17. ábrán.



17. ábra. A tórium tartalmú minta különböző gamma-energiákon mért aktivitása a háttér levonása után

7. Önabszorpció meghatározása

Az eddig leírt eljárásokat alkalmazva nagy pontossággal meg tudjuk határozni pontszerű minták aktivitását. Céлом viszont, hogy ezeket az ismereteket felhasználva kiterjedt minták aktivitását is megadhasam. A legnagyobb különbség kiterjedt minták esetén az önabszorpció jelensége és a detektor hatásfokának (pontosabban térszögének) változása.

A mintából kiinduló fotonok kölcsön tudnak hatni a minta anyagával is, így az önelnyelődés nem csak a minta geometriájától, hanem annak anyagi összetételétől is függ. Itt is ugyanazok a kölcsönhatások mehetnek végbe, mint a detektor esetében, névlegesen a fotoeffektus, Compton-effektus és párkeltés. Természetesen mindhárom esetben energiafüggő a hatáskeresztmetszet, így az elnyelődés mértéke is függeni fog a gamma-fotonok energiájától.

Mint már írtam, minden mérés esetén egy fotont akkor nevezünk elnyelődöttnek, ha energiájának bármekkora részét a mintán való áthaladás során elveszíti (ez tehát nem feltétlenül jelent teljes elnyelődést, viszont ilyenkor a mérésünkben a foton már nem fog megjelenni a teljes energiás csúcsban). Önabszorpciós vagy önelnyelődési együtthatónak nevezzük azt a 0 és 1 közötti számot, mely megmutatja, hogy a mintából induló fotonoknak mekkora hányada jut ki a mintából energiavesztés nélkül. Egyből kivonva ezt az együtthatót megkapjuk az elnyelődött fotonok arányát.

A mintából kiinduló és még ott elnyelődő fotonokat nyilvánvalóan nincs lehetőségünk mérni, azonban ha egy másik sugárforrással átvilágítjuk a mintát, azzal jó képet kaphatunk a minta elnyelési tulajdonságáról. Ehhez végeznünk kell egy mérést úgy, hogy a minta a pontforrás alatt van, majd úgy, hogy nincs ott, és ezután meg kell néznünk az idővel normált beütések számát, mely mutatja különböző energiákon az elnyelődött fotonok arányát.

Az átvilágításos mérések megvalósításához is szükségünk van több pontforrásra, hogy minél több energián végezhesünk átvilágítást, és az önabszorpció energiafüggését is meg tudjuk határozni, hogy azt később inter- és extrapolálhassuk olyan energiákra, amelyeken a minta sugároz, de a pontforrás nem.

Célom volt megőrizni a módszer általánosságát, viszont ahhoz, hogy kiderüljön, mennyire jól működnek a következőkben leírt eljárások, választani kellett egy mintát, amivel tesztelni lehet azokat. A választás egy gránithengerre esett, mely ^{238}U tartalma révén sok energián sugároz, így alkalmas lesz ellenőrzésre.

A gránithengernek minden mérésnél ugyanaz a fele volt a detektorhoz közelebb, ennek beállításában segítettek rajta látható jelölések. Végeztünk azonban mérést a mintát közvetlenül a detektorra helyezve, amikor megfordítottuk a gránithengert, ezzel azt vizsgálva, hogy abban függőleges irányban homogén-e a sugárzó izotópok eloszlása. A két mérés során gyűjtött beütésszámokban nem látszott szignifikáns különbség, így kijelenthető, hogy a sugárzó elemek függőleges irányban egyenletesen oszlanak el a hengerben.

7.1. Átvilágításos mérések leírása

Először a pontszerű kobalt forrással világítottuk át a mintát. Ehhez egy olyan tartószerkezetet kellett építenünk, amelyre a gránithengert és a pontforrást is el tudjuk helyezni, majd kivehetjük a mintát úgy, hogy a pontforrás ne mozduljon el. Erre a célra jobb híján kartonlapokból építettük a 18. ábrán látható állványt.



18. ábra. Gránithenger átvilágítása ^{60}Co tartalmú mintával a létrehozott állványon

Ebben az elrendezésben a gránithenger alja ugyanolyan magasan van, mint eddig a pontforrások, melyet még ki fogok használni.

Ugyanezzel az állvánnyal végeztünk átvilágítást a ^{226}Ra tartalmú mintával is, ez a 19. ábrán látható. Ennél a mérésnél fennállt annak a veszélye, hogy a fotonok elkerülik a hengert, ugyanis az elektroncső elég széles, és nem tudjuk pontosan hol helyezkedik el benne a rádium. Ezért is volt fontos, hogy legalább két különböző pontforrást használjunk, mivel így ellenőrizni lehet, hogy a kapott eredmények ugyanabba a trendbe illenek-e.



19. ábra. Gránithenger átvilágítása ^{226}Ra tartalmú mintával

Ezután kellett még egy mérést végeznünk csak a gránithengerrel, ugyanis a rádium tartalmú minta és a henger ugyanazon az energiákon is sugároz, így tudni kell, hogy a beütések mekkora része származik a hengerből és ezt figyelembe kell venni a kiértékelés során. Természetesen a hengert ugyanoda tettük, mint a 18. és 19. ábrákon látható méréseknél.

Végül ugyanebben az elrendezésben végeztünk méréseket egy ^{137}Cs tartalmú mintával, mely a 20. ábrán látható. Ezzel a méréssel célunk szintén az volt, hogy ellenőrizzük, mennyire rendeződnek azonos trendbe az önelnyelési értékek a sugárforrásoktól függetlenül. Itt is figyelembe kellett venni a gránithengerrel végzett méréseket, mivel a ^{137}Cs egyetlen gamma-fotonja 661.65 keV-os, míg a gránit sugároz 665.45 keV-on, így közös csúcsot hoznak létre.



20. ábra. A ^{137}Cs tartalmú minta, mely nagyjából 3 cm széles

7.2. Mérési eredmények

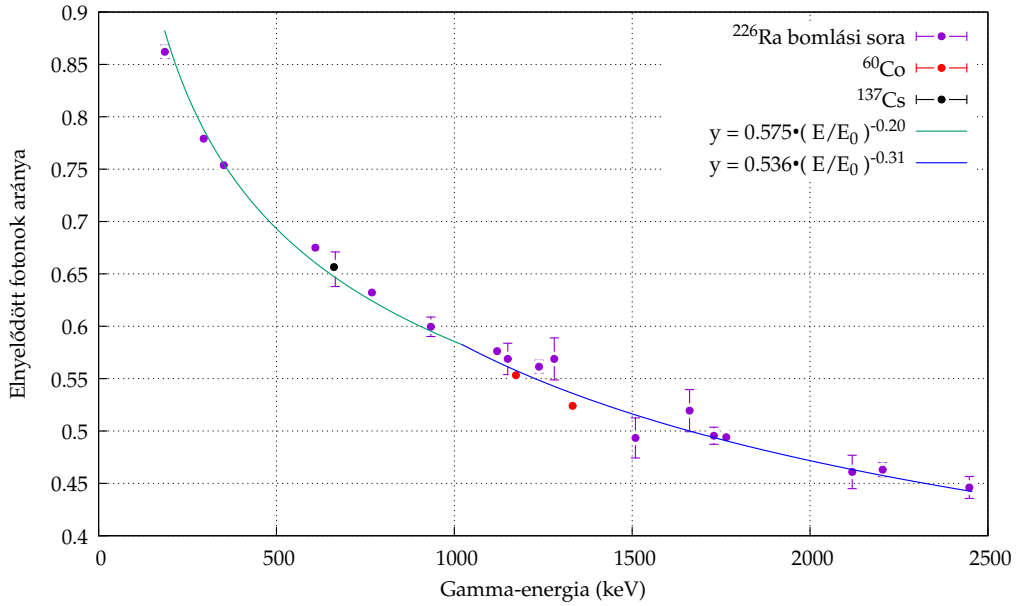
A kobalt tartalmú mintával egy napig végeztük mindkét mérést (a gránithengerrel együtt és anélkül), majd a beütésekből mérési időkből és foton-intenzitásokból kapott aktivitás és hatásfok szorzatokat elosztva egymással megkaptam az önabszorpciós együtthatót erre az elrendezésre.

Ugyanezeket a számolásokat végeztem el a rádium minta esetén, viszont ott a gránit nélküli mérést jóval tovább, nagyjából négy napig futtattuk. Itt a már leírtak szerint először ki kellett vonni a gránittal és rádiummal végzett mérésből a csak gránittal végzett mérés eredményeit, majd az így kapott értékeket elosztani a csak rádiumos mérés eredményeivel.

Fontos megjegyezni, hogy a 186 keV-os csúcsot itt sem zártam ki, hiszen bár a gránit esetén jelentős mennyiségű radon kiszökik, és ennek megfelelően nagyobb ezen csúcsnak az aktivitása, de mikor az adatokat korrigáljuk a csak gránittal végzett méréssel, akkor ez a különbség kiesik. A másik érdekes gamma-energia, 242.27 keV mellyel az a probléma, hogy a ^{232}Th bomlási sorának egyik eleme is sugároz nagyon közel, 238.63 keV-on. Ez alapvetően nem lenne probléma, hiszen a két bomlási sor nem szokott egyszerre előfordulni, azonban itt ez történik, hiszen a háttérnek jelentős a tórium tartalma, így ezen az

energián is sugároz. Megoldást jelenthetne ha levonnánk a háttér hatását, melyet már vizsgáltunk, azonban a gránittömb teljesen megváltoztatja a geometriát, hiszen a háttér is leárnyékolja, így nem lehet megmondani, hogy valójában mekkora a háttér járuléka ezen az energián. Ezek miatt a 242.27 keV-os csúcsot kivettem a mérési adatok közül.

Az így megmaradt gamma-energiákon mért önelnyelési együtthatókat 1-ből kivonva megkapjuk az elnyelődött fotonok arányát, melyet a 21. ábrán tüntettem fel. Bár a későbbiekben az önelnyelési együtthatót fogom használni, véleményem szerint szemléletesebb az elnyelődött fotonok arányát ábrázolni.



21. ábra. Az átvilágítási mérések során elnyelődött fotonok aránya az energia függvényében. ($E_0 = 1332.492$ keV)

A fenti adatpontokra két függvényt illesztettem, mivel 1022 keV-től a párkeltés megjelenése miatt megváltozik önelnyelődés energiafüggése. Jelölje $\beta(E)$ egy minta önelnyelési együtthatóját az energia függvényében, $\hat{\beta}(E)$ pedig az átvilágítási mérésre jellemző önabszorpciós együtthatót! Ezzel a jelöléssel a fenti függvények az alábbi alakot öltik:

$$1 - \hat{\beta}(E < 1022 \text{ keV}) = a_{\hat{\beta}} \cdot \left(\frac{E}{E_0} \right)^{b_{\hat{\beta}}} \quad (7.1)$$

$$1 - \hat{\beta}(E > 1022 \text{ keV}) = c_{\hat{\beta}} \cdot \left(\frac{E}{E_0} \right)^{d_{\hat{\beta}}} \quad (7.2)$$

Paraméter	érték	bizonytalanság	Paraméter	érték	bizonytalanság
$a_{\hat{\beta}}$	0.5693	0.0037	$c_{\hat{\beta}}$	0.5328	0.0026
$b_{\hat{\beta}}$	-0.2098	0.0053	$d_{\hat{\beta}}$	-0.31	0.029
$\text{cor}(a_{\hat{\beta}}, b_{\hat{\beta}})$	0.944	-	$\text{cor}(c_{\hat{\beta}}, d_{\hat{\beta}})$	0.138	-

3. táblázat. Az elnyelődési adatokra illesztett függvények illesztési paraméterei és ezek közti korrelációk

A függvények bizonytalanságát az (5.6)-es egyenlettel megegyező módon számolom a fenti eredményekből.

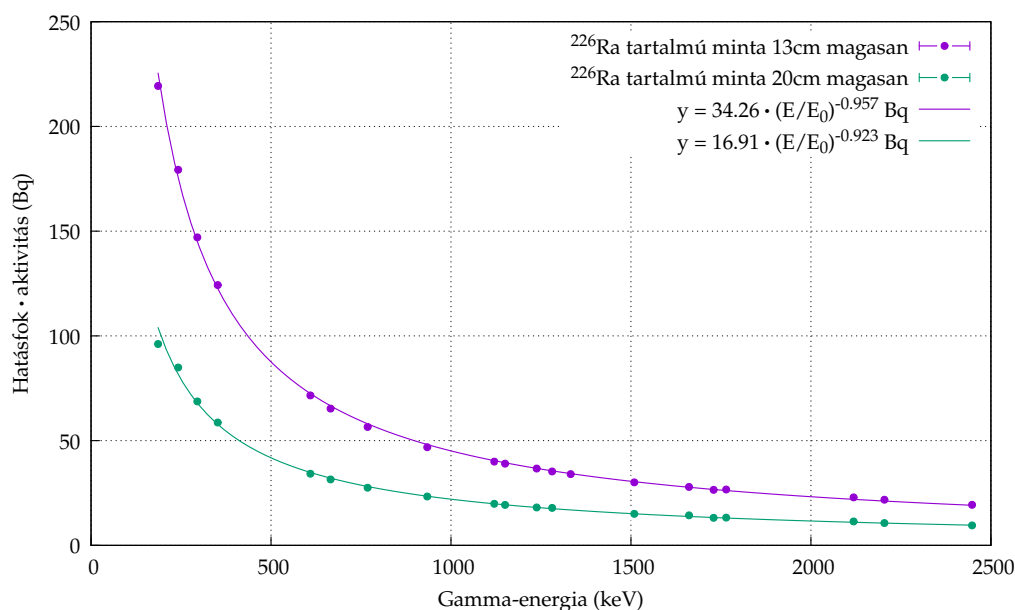
8. Hatásfok magasságfüggése

Kiterjedt minták esetén pontatlan eredményre vezet, ha csak egy hatásfokgörbét használunk, hiszen az csak egy magasságra érvényes. Mivel ebben az esetben a minta pontjai különböző magasságban helyezkednek el, így a teljesen precíz méréshez ismernünk kellene a hatásfokgörbe magasságfüggését is. Ennek meghatározásához nagyon sok pontos mérés szükséges, egy olyan állvánnyal, melyen a minta helyzete nagyon precízen állítható. Nekünk ez nem állt rendelkezésünkre, azonban elméleti megfontolások segítségével és a korábbi méréseket felhasználva így is jó becslést adhatunk a hatásfok magasság függésére.

Fel kell tennünk, hogy egyenlő energiájú, függőlegesen haladó fotonok mindegy, hogy honnan érkeznek, a detektorban azonos hatásfokkal adják le az energiájukat. Ekkor logikus, hogy a magasság csak azt befolyásolja, hogy a fotonok mekkora hányada találja el a HPGe-t, hiszen változik a térszög, amely alatt a kiindulási pontból a detektor látszik. Itt élünk azzal a feltételezéssel, hogy a detektort kezelhetjük egy körlapként. Mivel a detektor érzékeny térfogata a burkolat alatt fél cm-rel helyezkedik el, [5] így a rádium tartalmú mintánk nagyjából 13 és 20 cm magasan volt a két mérés során. Ezen magasságokból a térszögek aránya:

$$\frac{\Omega_{13}}{\Omega_{20}} = \left(\frac{13}{20}\right)^2 \approx 0.4225 \quad (8.1)$$

Kielemezve a későbbi mérés adatait, ellenőrizhetjük, mennyire pontos ez a feltételezés. Ábrázoljuk a hatásfok és aktivitás értékek szorzatát egy grafikonon!



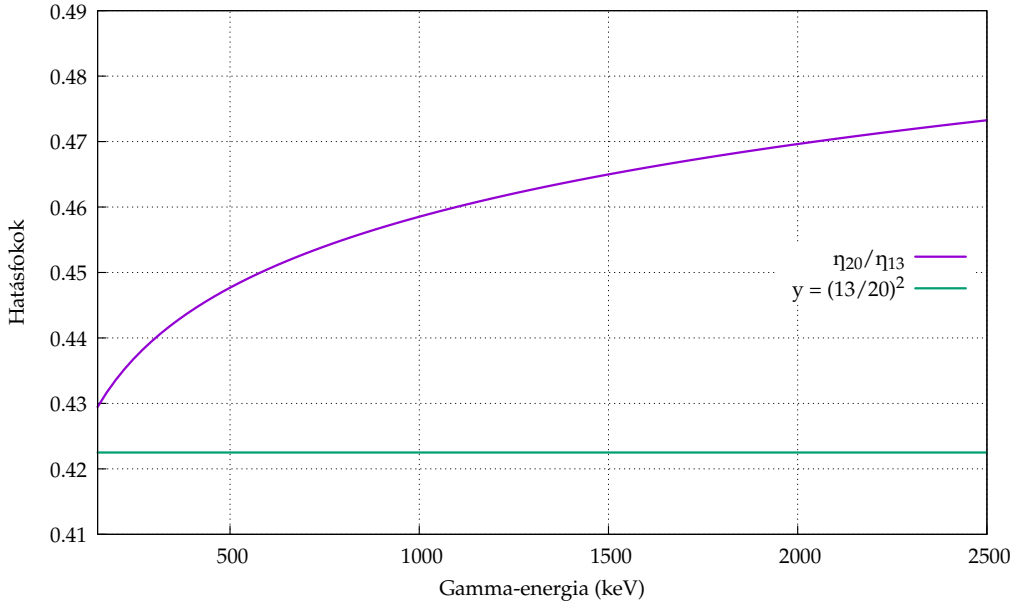
22. ábra. Ugyanazon rádium tartalmú mintával, a detektor felett 13 cm és 20 cm magasságban végzett mérésekből származó hatásfok és aktivitás értékek szorzata és azokra illesztett függvények az energia függvényében. ($E_0 = 1332.492$ keV)

Látható, hogy a két görbe nem csak a konstans szorzókban tér el, hanem a kitevőikben is, így biztos, hogy nem teljesen korrekt a (8.1)-es egyenletben írt feltételezés. Ahhoz viszont, hogy meglássuk, pontosan mekkora az eltérés, érdemes leosztani egymással a két függvényt. Mivel a minta aktivitása a két esetben megegyezik, így ez a hányados tényleg

a detektor-hatásfokok arányát adja. Ezen függvény egyenlete:

$$\frac{\eta_{13}}{\eta_{20}}(E) = \lambda_a \cdot \left(\frac{E}{E_0}\right)^{\lambda_b} \quad (8.2)$$

Ahol $\lambda_a = 0.4631$ és $\lambda_b = 0.0345$. Ezeket az értékeket a 22. ábrán feltüntetett függvények paramétereiből kaptam. A (8.2)-es összefüggés grafikonját a (8.1)-es aránnyal együtt ábrázoltam, ez látható a 23. ábrán.

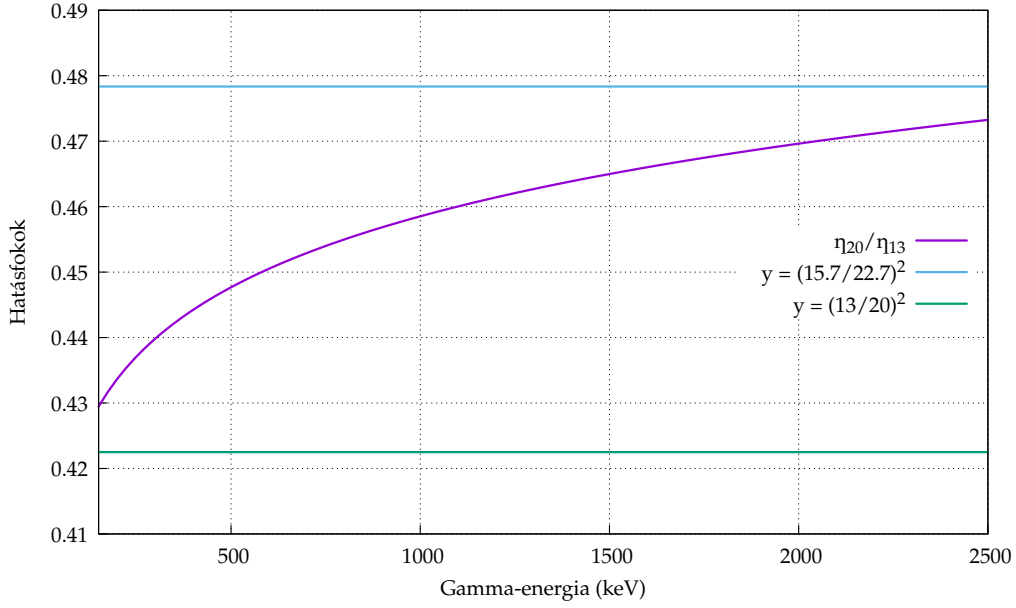


23. ábra. A két hatásfokgörbe aránya és a távolság négyzeteinek aránya a gamma-energia függvényében

Látható, hogy a fenti arány alacsony energiákon egész jó becslést ad, viszont nagyobb energiákon nő a hatásfokok aránya. Ennek magyarázata a fotonok detektorban megtett úthosszána változása. Azt ugyanis eddig geometriailag nem vettük figyelembe, hogy ahogyan nő a fotonok energiája, úgy csökken a detektorban a foton-elektron kölcsönhatások hatáskeresztmetszete. Valójában itt a Compton-effektus és a fotoeffektus egyszerre játszik szerepet, azonban ezt valamilyen összetett modellt használó szimuláció nélkül nem tudjuk figyelembe venni. Emiatt a továbbiakban tekintsük úgy, mintha csak egy hatáskeresztmetszettel jellemezhetnénk minden foton-elektron kölcsönhatást, és amennyiben ez bekövetkezik, akkor a foton a teljes energiáját leadja.

Mivel a fotonok energiája nem csökken az áthaladás során, így minden mélységben azonos eséllyel hat kölcsön az elektronokkal ebben a modellben. Ez azt eredményezi, hogy az adott energiájú fotonok elnyelődési mélysége normális eloszlást követ. Mivel a detektorban csak a kölcsönható fotonokat tudjuk érzékelni, így legfeljebb minden érzékelt foton a teljes 5.4 cm-es úthossz megtételekor elnyelődik. Emiatt az átlagos megtett úthossz (tehát az eloszlás várható értéke) 0 és 2.7 cm között lesz. Az alsó határ közelében lesznek a nagyon kis energiájú fotonok, amelyek szinte rögtön elnyelődnek, a felső határ (2.7 cm) közelében pedig a nagyon nagy energiájú fotonok lesznek.

Az átlagos elnyelődési mélység maximumánál a (8.1)-es arány $(15.7/22.7)^2$ -re változik, melyet az előbbi ábrán feltüntetett grafikonokkal együtt ábrázolva kaptam a 24. ábrát.



24. ábra. A két hatásfokgörbe aránya és a térszögek aránya maximális és minimális elnyelődésnél a gamma-energia függvényében

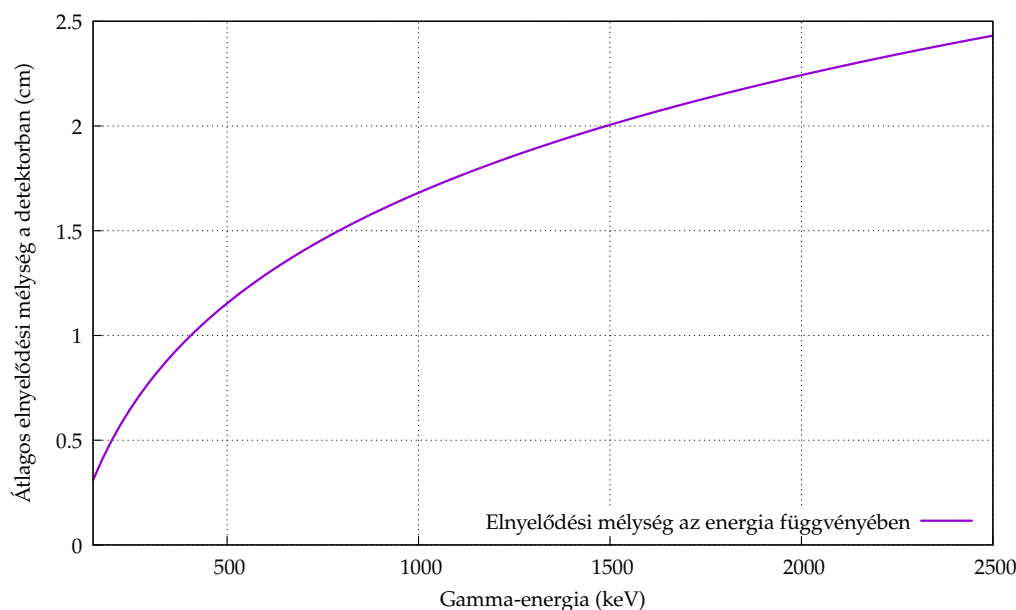
Látható, hogy a két térszög arány jó alsó és felső becslést ad a teljes vizsgált energia-tartományra, így érdemes ezt a modellt használnunk, ahelyett, hogy a gránithengerből kiinduló összes foton térszögét ugyanannyinak vesszük. Érdemes levezetni ezt a becsült elnyelődési mélység-energia összefüggést. Jelölje a D az átlagos elnyelődési mélységét a fotonoknak egy adott energián és vezessük be a magasságokra a z_1 és z_2 paramétereket! Ekkor a két elrendezésre vonatkozó térszögek aránya

$$\frac{\Omega_{z_1}}{\Omega_{z_2}}(D) = \left(\frac{z_1 + D}{z_2 + D} \right)^2 \quad (8.3)$$

Jelöljük ezt az arányt k -val! A fenti kifejezést átrendezve másodokú egyenletet kapunk, melynek fizikailag értelmes megoldása:

$$D(k) = \frac{kz_2 - z_1}{1 - k} + \frac{\sqrt{(z_1 - kz_2)^2 - (1 - k)(z_1^2 - kz_2^2)}}{1 - k} \quad (8.4)$$

A $k(E)$ összefüggést éppen a 8.2-es egyenlet adja meg, így ezt behelyettesítettem a fenti egyenletbe, majd a kapott összefüggést ábrázoltam a 25. ábrán.



25. ábra. A fotonok átlagos elnyelődési mélysége a detektorban az energiájuk függvényében

Az ábráról leolvasható, hogy az egész energiatartományon reális elnyelődési mélységeket kaptunk, és az eredmények egyeznek méréseinkkel. Természetesen ez a modell akkor adna igazán pontos eredményeket, ha csak fotoeffektus menne végbe a detektorban, a Compton-effektust is figyelembe véve ennél bonyolultabb összefüggés adódna. A detektorban való átlagos elnyelődési mélység energiafüggésére ennél csak úgy kaphatunk jobb becslést, ha nagyon sok pontos mérést végzünk különböző magasságokból, vagy a detektorban lejátszódó folyamatokat leíró szimulációt használunk.

9. Saját szimuláció

A szimuláció feladata, hogy felhasználva az átvilágításos mérésekből kapott eredményeket, meg lehessen határozni a teljes hengerre vonatkozó önabszorpciós együtthatót az energia függvényében. Ennek megoldására pythonban írtam egy szimulációt, melynek felépítését alább vázolom.

Első lépésként szükség lesz egy algoritmusra, mely a mintán belül minden kiindulási pont esetén meg tudja határozni, hogy mekkora az onnan induló fotonok átlagos túlélési valószínűsége.

A fotonok a mintában való áthaladás során mindig azonos valószínűséggel hatnak kölcsön a minta anyagával, így túlélési valószínűségüket az alábbi exponenciális összefüggés írja le.

$$S = e^{-\kappa \cdot L} \quad (9.1)$$

ahol S a túlélési valószínűség ⁹, L a mintában megtett úthossz, κ pedig egy paraméter, mely a foton energiájától és a minta anyagi összetételétől is függ. Célunk tehát meghatározni, hogy a fotonok mekkora utat tesznek meg a vizsgált mintában, hiszen azt (9.1)-be beírva megkaphatjuk a túlélési valószínűséget.

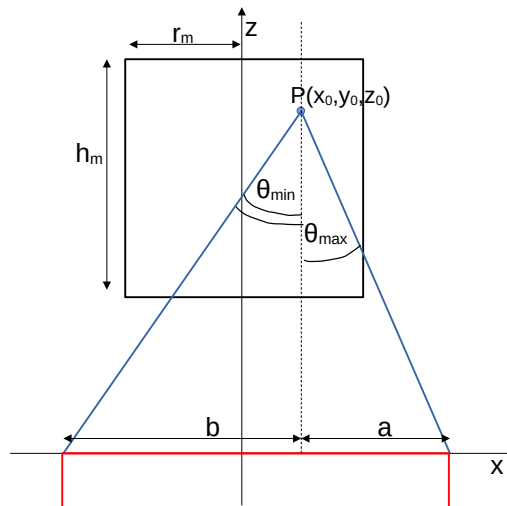
⁹Túlélés alatt természetesen itt is azt értjük, hogy mindenféle kölcsönhatás nélkül elhagyja a foton a mintát.

9.1. Úthossz meghatározása

A minta legyen egy h_m magasságú, r_m sugarú henger, mely a detektor fölött h_0 magasságban található. A detektort szintén tekintsünk henger alakúnak, melynek felső körlapja $R > r_m$ sugarú, ezen kör közepe legyen a derékszögű koordinátarendszer origója. Fontos, hogy a létrejött elrendezés hengerszimmetrikus.

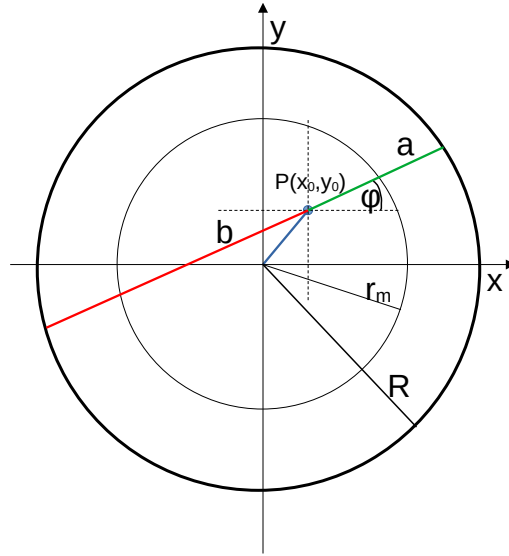
Válasszunk egy $P(x_0, y_0, z_0)$ pontot a hengeren belül, innen indul ki a foton. Vegyünk továbbá egy θ polár és egy φ azimuthális szöget. Ezek határozzák meg a foton irányát. Mivel a fotonok azonos valószínűséggel indulhatnak bármely irányba, így φ a $[0 : 2\pi]$, θ pedig a $[-\pi : \pi]$ intervallumon értelmezett. Ne feledjük azonban, hogy mérésünk során csak azokkal a fotonokkal foglalkozunk, melyek elérik a detektort, így a θ szög tartományát le kell korlátoznunk.

Az elrendezés oldalnézetből látható a 26. ábrán, mely nem méretarányos. Itt bejelöltem a meghatározandó θ_{min} és θ_{max} szögeket. Vegyük észre, hogy ha ismerjük a z_0 magasságot, illetve az a és b távolságot, akkor ez a két szög könnyen meghatározható.



26. ábra. A mérési elrendezés az $x - z$ síkban

Tekintsük ehhez a 27. ábrát, melyen az $x - y$ síkban a detektorra vetítettem a mintát, így két koncentrikus kört kapva. Az a és b távolságok azt jelölik, hogy a detektor széle milyen távol van a kiindulási P ponttól a φ szög által kijelölt egyenes mentén. Mivel hengerszimmetrikus az elrendezés, így bármely z -re alkalmazhatjuk a következőkben leírtakat.



27. ábra. A mérési elrendezés az $x - y$ síkban

Írjuk fel először a detektor körlapjának egyenletét:

$$R^2 = x^2 + y^2 \quad (9.2)$$

Írjuk fel továbbá a vizsgált egyenes mentén egy pont x és y koordinátáját:

$$x = x_0 + t \cos \varphi \quad (9.3)$$

$$y = y_0 + t \sin \varphi \quad (9.4)$$

ahol t az egyenes mentén megtett távolságot jelöli. Visszahelyettesítve (9.3)-at és (9.4)-et a kör egyenletébe:

$$R^2 = (x_0 + t \cos \varphi)^2 + (y_0 + t \sin \varphi)^2 \quad (9.5)$$

Ezt kifejtve, majd összevonva a tagokat egy másodfokú egyenletet kapunk t -re:

$$t^2 + 2t(x \cos \varphi + y \sin \varphi) + (x^2 + y^2 - R^2) = 0 \quad (9.6)$$

Bevezetve a $B = x \cos \varphi + y \sin \varphi$ jelölést és felhasználva, hogy a keresett távolság pozitív:

$$t = -B + \sqrt{B^2 - (x^2 + y^2 - R^2)} \quad (9.7)$$

Ez azt jelöli, mennyit kell haladnunk a P ponttól a φ szög által kijelölt egyenes mentén, hogy elérjük az R sugarú kör lap szélét. Ez éppen az a távolsággal fog megegyezni. Vegyük észre, hogy (9.6)-ba φ helyére $\pi + \varphi$ -t írva megkaphatjuk a b távolságot. Ekkor a bevezetett B paraméter éppen előjelet vált, így a két távolság:

$$a = -B + \sqrt{B^2 - (x^2 + y^2 - R^2)} \quad (9.8)$$

$$b = B + \sqrt{B^2 - (x^2 + y^2 - R^2)} \quad (9.9)$$

Ezeket kell behelyettesíteni, a θ szögre vonatkozó határok kifejezésébe:

$$\theta_{max} = \arctg \left(\frac{a}{z_0} \right) \quad (9.10)$$

$$\theta_{min} = -\arctg \left(\frac{b}{z_0} \right) \quad (9.11)$$

Csak azok a fotonok jutnak el tehát a detektorig, amelyekre teljesül, hogy $\theta_{min} < \theta < \theta_{max}$ ¹⁰ Nem szabad elfelejteni, hogy ezek a fotonok nem csak alul hagyhatják el a mintát, hanem oldalt, is, ez látható például a 26. ábrán is. Ilyenkor a távolságot máshogy kell számolni, így először meghatároztam azt a θ_1 és θ_2 szöget, amelyeken belüli polárszögek esetén a fotonok alul hagyják el a mintát.

Ez teljesen hasonló az előbbi levezetéshez, annyi különbséggel, hogy a c és d távolságok, amelyek a P ponttól a kijelölt egyenes mentén a körlapig tartanak, most R helyett r_m -től függenek. Így:

$$c = -B + \sqrt{B^2 - (x^2 + y^2 - r_m^2)} \quad (9.12)$$

$$d = B + \sqrt{B^2 - (x^2 + y^2 - r_m^2)} \quad (9.13)$$

A fenti két egyenletben B ugyanazt jelöli, mint korábban. A másik változás az előző levezetéshez képest, hogy most a függőleges távolság csak a minta alja és a kiindulási pont között szakaszhossz lesz, mely a korábbi jelölésekkel: $\Delta z = z_0 - h_m$. Ezeket felhasználva a mintán belüli két határszög:

$$\theta_2 = \arctg\left(\frac{c}{z_0 - h_m}\right) \quad (9.14)$$

$$\theta_1 = -\arctg\left(\frac{d}{z_0 - h_m}\right) \quad (9.15)$$

Ide kell behelyettesíteni a (9.12)-ben és (9.13)-ban kapott kifejezéseket. Tekintve a 26. ábrát, innen már gyorsan kitalálható, hogy mekkora lesz a megtett úthossz.

- Ha $\theta < \theta_1$

$$L = -\frac{c}{\sin \theta} \quad (9.16)$$

- Ha $\theta_1 < \theta < \theta_2$:

$$L = \frac{z_0 - h_m}{\cos \theta} \quad (9.17)$$

- Ha $\theta > \theta_2$:

$$L = \frac{d}{\sin \theta} \quad (9.18)$$

9.2. Térszög kiszámítása

Mint már írtam, a fotonok kiindulási helyéhez tartozó térszög jelentősen befolyásolja a detektor hatásfokát, így a mért beütésszámot is. Egy $P(x_0, y_0, z_0)$ pontból a detektor felső körlapja látszódjon Ω térszög alatt! Ez [8] alapján az alábbi módon írható fel:

$$\Omega = 2\pi \left(1 - \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 + R^2}} \right) \quad (9.19)$$

¹⁰A szimulációban a numerikus hibák elkerülése érdekében egy nagyon kicsi ε határon belül kell teljesítenie ezt a feltételt a θ szögnek, ezért nem megengedett az egyenlőség.

Ebben az egyenletben még nem vettük figyelembe, hogy változik a fotonok elnyelődési mélysége a detektorban. Jelölje ezt a távolságot a korábbiaknak megfelelően D ! Ezt is figyelembe véve:

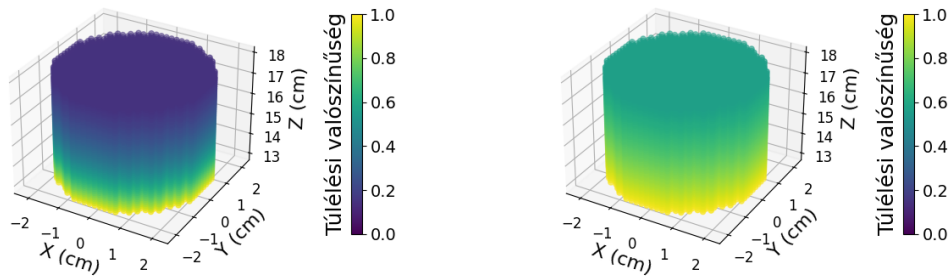
$$\Omega = 2\pi \left(1 - \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + (z_0 + D)^2}}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + (z_0 + D)^2 + R^2}} \right) \quad (9.20)$$

Számunkra ennél nagyobb jelentőséggel bír az a relatív térszög, ami ezen Ω , és a körlap alján elhelyezkedő (x_0, y_0, h_0) koordinátájú ponthoz tartozó térszög aránya. Ezzel kell ugyanis megszorozni az (5.5)-ös egyenletből már ismert hatásfokot, hogy megkapjuk a P ponthoz tartozó hatásfok értéket.

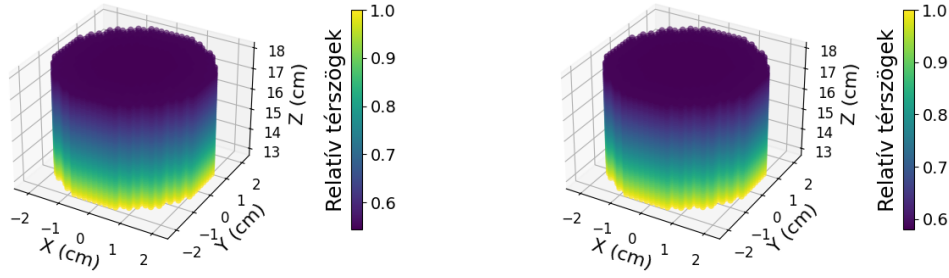
9.3. A henger szimulálása

A fenti számolások segítségével már a henger bármely pontjához és egy irányhoz hozzárendelhető egy túlélési valószínűség és egy térszögarány. A célom viszont nem ez volt, hanem, hogy minden ponthoz egy átlagos túlélési valószínűséget és egy térszögarányt rendeljek. Ehhez a mintát felosztottam kicsiny térfogatelemekre, majd azokon belül véletlenszerű helyeket és véletlenszerű irányokat sorsoltam, majd kiszámoltam a hozzájuk tartozó túlélési valószínűséget. Ezt minél többször megcsináljuk, annál közelebb lesz a kapott eredmény az úthossz várható értékéhez, ez a Monte-Carlo szimuláció lényege.

Első lépésként tehát a mintát felosztottam x, y és z irányban N_x, N_y és N_z darabra, majd három egymásba ágyazott ciklussal a szimuláció végigfutott minden így létrejött térfogatelemen. Minden kis térfogaton generáltam n pozíciót véletlenszerűen arra figyelve, hogy a pozíciók mindig a hengeren belül legyenek, tehát az $x_0^2 + y_0^2 < r_m^2$ feltétel mindig teljesüljön (ez a henger szélénél releváns). Ezután mindig kisorsoltam egy φ és θ szöget, majd megnéztem, hogy teljesül-e a $\theta_{min} < \theta < \theta_{max}$ feltétel. Amennyiben nem, akkor újrageneráltam a kis térfogaton belüli pozíciót és minden kezdődött előről. Amennyiben teljesül a θ szögre vonatkozó megkötés, akkor a fent levezetett módszerrel meghatároztam, hogy a foton mekkora utat tesz meg a mintában, majd ebből kiszámoltam a túlélési valószínűségét egy adott κ paraméter esetén. Ezután meghatároztam (9.20) alapján a keresett térszögarányt, melyet elég volt egyszer megtenni, ha kellően finom volt a minta felosztása. Ezekből az algoritmusokból kapott eredmények láthatóak a 28. és 29. ábrákon.



28. ábra. Átlagos túlélési valószínűségek a mintában, bal oldalon 186.211 keV, jobb oldalon 2447.69 keV energiájú fotonok esetén. ($N_x, N_y = 30$ $N_z = 50$, $n = 10^2$)



29. ábra. Relatív térszögek eloszlása a mintában, bal oldalon 186.211 keV, jobb oldalon 2447.69 keV energiájú fotonok esetén. ($N_x, N_y = 30$ $N_z = 50$, $n = 10^2$)

A 28. ábrán jól látható mennyire eltér a fotonok átlagos túlélési valószínűsége a gamma-energiától függően. A 29. ábra esetében sokkal kisebb az eltérés (ez szinte csak a skála értékeiben látszik). Ez is egyezik a várakozásainkkal, hiszen annyi a különbség, hogy a magasabb energiájú fotonok átlagosan mélyebbre hatolnak a detektorban, így kicsit csökkennek a relatív térszögek ebben az esetben.

9.4. Átvilágítás modellezése

A programomban nem csak a hengerből kiinduló fotonokat szükséges szimulálni, hanem az átvilágítást is modellezni kell. Ehhez ugyanúgy felhasználtam az előbb leírtakat annyi módosítással, hogy a minta fölött jelöltem ki egy térfogatrészt, melyből a fotonok indulnak. Ezután kiszámoltam, hogy adott θ és φ mellett milyen $(x_1, y_1, h_0 + h_m)$ pontban érik el a fotonok a henger tetejét:

$$x_1 = x_0 + [z_0 - (h_0 + h_m)] \cdot \cos \varphi \cdot \operatorname{tg} \theta \quad (9.21)$$

$$y_1 = y_0 + [z_0 - (h_0 + h_m)] \cdot \sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \theta \quad (9.22)$$

Utána ezt a P_1 pontot kiindulási helynek tekintve már tudtam alkalmazni az úthossz-számításra létrehozott algoritmust. Ezt a folyamatot nagyon sokszor megismételve jó közelítéssel meghatározható, hogy egy adott κ értéknél a fotonok mekkora százaléka nyelődik el a mintában.

9.5. Teljes szimulációs folyamat leírása

Most már minden adott, hogy meghatározzuk a minta önabszorpciós együtthatóját. Ehhez először minden energiához meg kell találni azt a κ értéket, amivel az átvilágításos elrendezésből ugyanazt az eredményt kapjuk, mint a mérések során. Ezt követően ezzel a κ értékkel le kell futtatni a szimulációt a hengerből induló fotonokra, és megnézni, hogy ez esetben mekkora lesz a túlélési valószínűség.

Először kigyűjtöttem egy táblázatba a gránit vizsgált gamma-fotonjainak energiáit és hozzájuk tartozó önnyelődési értékeket, ezeknek hibáival melyet a (7.1)-es és 7.2-es függvények és a 3. táblázat felhasználásával kaptam. Ezután a létrejött táblázatból beolvasva az adatokat lefuttattam a szimulációt minden energiára. Itt az átvilágításos

algoritmust használva egy bináris kereséssel határoztam meg azt a κ értéket, amelyre a mérésel egyező β paramétert adott a szimuláció. A szimuláció bizonytalansága (mely a fotonok helyének és irányának véletlenszerű generálásból ered) elhanyagolhatóan kicsi volt a β bizonytalanságokhoz képest, ez viszont azt jelentette, hogy a β bizonytalanságokat is figyelembe kellett venni. Ezt úgy tettem meg, hogy a hibahatár alján és tetején lévő β paraméterre is lefuttattam a szimulációt, így minden energiához hozzárendelve egy $\kappa + \Delta\kappa$ és egy $\kappa - \Delta\kappa$ értéket.

Ezután a 9.3-ban leírtak alapján ezekkel a κ értékekkel lefuttattam a szimulációt a henger minden pontjára. Eredményül kaptam minden kis térfogatelemnél egy átlagos túlélési valószínűséget és egy relatív térszöget. Ezeket a térfogatokat már tekinthetjük pontszerű mintáknak, így alkalmazható az (5.1)-es képlet, kicsit átalakítva:

$$A_i = \frac{N_i}{I \cdot t \cdot \beta_i(E) \cdot \eta_{\Omega_i} \cdot \eta_{13}(E)} \quad (9.23)$$

ahol N_i az adott térfogatelemben létrejött, a detektort elérő fotonok száma, η_{Ω} a relatív térszög, $\beta_i(E)$ az adott darabhoz tartozó átlagos túlélési valószínűség, $\eta_{13}(E)$ a detektor hatásfoka pontforrások esetén 13 cm magasságból. Ez utóbbi kettő függ a foton energiájától és a relatív térszöggel vett szorzatuk a tényleges hatásfok adott magasságban.

Ahhoz, hogy a teljes minta aktivitását megkapjuk tehát ezeket az A_i -ket kell összegeznünk. Felhasználva, hogy az N_i -k összege a teljes mért betűésszám:

$$A = \frac{N}{I \cdot t \cdot \eta_{13}} \cdot \sum_i \frac{1}{\beta_i \eta_{\Omega_i}} \quad (9.24)$$

Ennek megfelelően minden kis darabra kiszámoltam a kapott $\beta_i \cdot \eta_{\Omega_i}$ szorzatot, majd ezeket összegeztem. Ezt 1-ből kivonva, megkaptam a mintából kiinduló, elnyelődött fotonok arányát egy adott energián.

A teljes folyamatot megismételve minden vizsgált energiára, rendelkezésemre állt minden az aktivitás meghatározásához. A gránithenger esetén a teljes szimuláció futási ideje nagyjából 34 óra volt, így tudtam biztosítani, hogy a bizonytalanság ténylegesen elhanyagolható legyen a mérési bizonytalanságokhoz képest.

9.6. Szimuláció korlátai

A szimulációm jelenlegi állapotában csak henger alakú minták esetén működik, abban az esetben, ha $r_m < R$ és a minta szimmetriatengelye egybe esik a detektoréval. A számolás egyébként általánosítható bármilyen testre, aminek az oldalait valamilyen függvénnyel le tudjuk írni. Ekkor a foton irányvektora által kijelölt egyenes és az adott függvény metszéspontjait kell numerikusan megoldani, majd abból kiszámolni a mintában megtett úthosszt.

Sokat számít továbbá a fotonok detektorban vett elnyelődési mélysége, melyet csak becsülni tudtunk. Lefuttattam a szimulációt különböző elnyelődést leíró függvényekkel is, illetve úgy is, hogy nem volt elnyelődés a detektorban, és ezek alapján ennek ismerete pár százalékot számít az eredményekben.

10. Teljes mérési folyamat bemutatása

Összefoglalásként bemutatom, hogy az általam kidolgozott módszert használva milyen lépésekkel lehet meghatározni egy kiterjedt minta aktivitását, ha a hatásfokgörbét már ismerjük.

10.1. Mérés lépései

1. Egy etalon forrással át kell világítani a vizsgált, kiterjedt mintát. Ha a minta mérete megfelelő, akkor ehhez használhatjuk a már elkészített állványt.
2. Az átvilágításos mérések elemzése során összehasonlítjuk a minta árnyékolása esetén mért beütéseket a minta használata nélkül mért beütések számával, majd abból illesztések segítségével meghatározható az elnyelődés energiafüggése.
3. Az általam írt szimulációt felhasználva az átvilágításos mérésekből meghatározható a β öneltelnyelődési együttható és a detektor hatásfoka is a minta minden pontjára, melyeknek szorzatát átlagolva megkapjuk a szorzótényezőt, mellyel korrigálni kell a minta aljának magasságában meghatározott hatásfok értéket.
4. Ezután a mintával végzett mérést kielemezve megkapjuk a vizsgált csúcsok területét, melyekből a (9.24)-es képletet és már ismert hatásfok értékeket felhasználva meg tudjuk határozni a kiterjedt mintát alkotó radioaktív izotópok aktivitását minden energián.

10.2. Saját eredmények

Ezeket a lépéseket a vizsgált gránitmintával elvégezve a 4. táblázatot kaptam. Külön feltüntettem a β és η_Ω értékek átlagát minden energiánál. Ezeknek a szorzata ugyan nem egyezik meg a $\beta \cdot \eta_\Omega$ értékekkel, de ezt nem is várhatjuk el, hiszen az összegzés és a szorzás műveleti sorrendje ebben az esetben nem felcserélhető.

A gránithenger esetében egy nagyon különleges helyzet áll elő, ugyanis 186 keV-on nem csak a ^{226}Ra , hanem az ^{235}U is sugároz. így ezen az energián meghatározni a rádium aktivitását közel sem triviális. Jelölje N_{Ra} a ^{226}Ra , N_U pedig az ^{235}U bomlásából származó beütések számát! A kérdés ezen két szám aránya. Ehhez az (5.1)-es képletet használva:

$$\frac{N_{Ra}}{N_U} = \frac{A_{Ra} \cdot I_{Ra} \cdot \eta \cdot t}{A_U \cdot I_U \cdot \eta \cdot t}$$

Természetesen a hatásfok és a mérés időtartama azonos mindkét esetben, így ezek kiesnek. Mivel a szekuláris egyensúly már beállt, így a ^{226}Ra aktivitása megegyezik az ^{238}U izotóp aktivitásával. A fenti egyenletben az aktivitások kifejezéséhez használjuk az (1.4)-es képletet!

$$\frac{N_{Ra}}{N_U} = \frac{\lambda_{U238} \cdot N'_{U238} \cdot I_{Ra}}{\lambda_{U235} \cdot N'_{U235} \cdot I_{U235}}$$

Ahol N' jelöli a mintában megtalálható atommagok számát az adott izotópból, λ pedig a bomlási állandó. A természetben előforduló urán izotópok aránya állandónak tekinthető a hosszú felezési idejük miatt. Arányuk jelenleg nagyjából $N'_{U238}/N'_{U235} = 136.15$. A bomlási állandókat, intenzitásokat és ezt az arányt behelyettesítve:

$$\frac{N_{Ra}}{N_U} \approx 1.37$$

Így a csúcs teljes területének és a ^{226}Ra -ból származó beütéseinek aránya nagyjából:

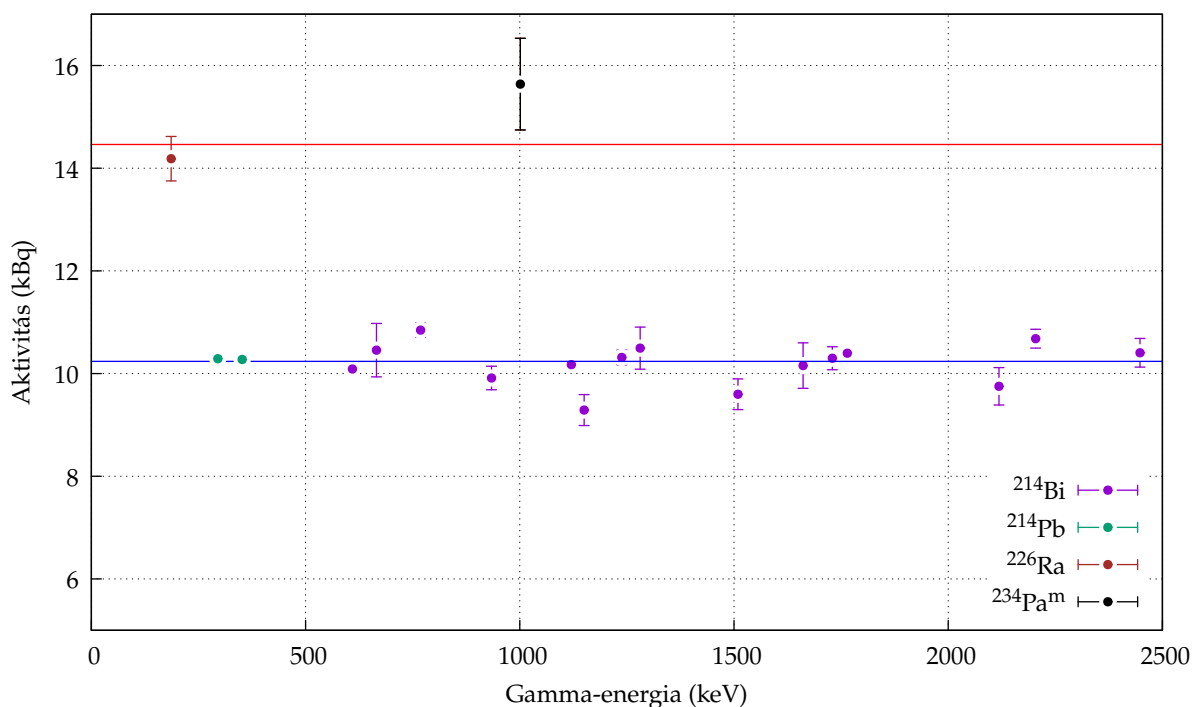
$$\frac{1.36}{1 + 1.36} = 0.578$$

Ezzel tehát meg kell szoroznunk a kiszámolt aktivitást, hogy megkapjuk a ^{226}Ra ezen gamma-energián mért aktivitását. Az így kapott eredményt is tartalmazza a 4. táblázat.

Izotóp	Energia (keV)	$A \cdot \eta$ (Bq)	$\eta_{13} \cdot 10^4$	$\langle \eta_{\Omega} \rangle$	$\langle \beta \rangle$	$\langle \eta_{\Omega} \cdot \beta \rangle$	A (Bq)	σ_A (Bq)
^{226}Ra	186.2	28.34	32.52	0.741	0.437	0.355	14185	433
^{214}Pb	295.2	8.86	20.92	0.745	0.514	0.412	10290	116
^{214}Pb	351.9	7.80	17.68	0.747	0.538	0.430	10275	108
^{214}Bi	609.3	5.04	10.45	0.752	0.603	0.478	10089	60
^{214}Bi	665.4	4.87	9.61	0.753	0.613	0.485	10456	520
^{214}Bi	768.4	4.50	8.37	0.754	0.627	0.496	10846	138
^{214}Bi	934.1	3.51	6.94	0.756	0.645	0.510	9914	229
$^{234}\text{Pa}^m$	1001.3	5.23	6.50	0.756	0.651	0.514	15638	893
^{214}Bi	1120.3	3.18	5.83	0.757	0.68	0.535	10174	105
^{214}Bi	1150.2	2.84	5.69	0.758	0.683	0.538	9289	301
^{214}Bi	1238.1	2.98	5.30	0.758	0.692	0.544	10314	144
^{214}Bi	1281.0	2.95	5.13	0.759	0.696	0.547	10495	410
^{214}Bi	1509.2	2.36	4.39	0.760	0.713	0.560	9597	299
^{214}Bi	1661.3	2.31	4.00	0.761	0.723	0.568	10156	443
^{214}Bi	1729.6	2.26	3.85	0.761	0.727	0.571	10299	224
^{214}Bi	1764.5	2.25	3.78	0.762	0.729	0.572	10397	108
^{214}Bi	2118.5	1.81	3.17	0.763	0.746	0.585	9752	364
^{214}Bi	2204.1	1.92	3.05	0.764	0.749	0.588	10680	183
^{214}Bi	2447.7	1.71	2.76	0.765	0.758	0.595	10405	279

4. táblázat. A gránithengerrel végzet mérések végeredményei

A táblázatban látható aktivitás-energia párokat a 30.ábrán tüntettem fel.



30. ábra. A vizsgált gránittömbben található radioaktív izotópok különböző gamma-energiákon mért aktivitása és az azokra illesztett konstans függvények. $y_1 = 10.237 \text{ kBq}$, $y_2 = 14.462 \text{ kBq}$

Minden vizsgált izotópra az aktivitások hibával súlyozott átlagát véve adódik az 5. táblázat

Izotóp	$A \text{ (Bq)}$	$\sigma_A \text{ (Bq)}$
^{214}Bi	10227	38
^{214}Pb	10281	79
^{226}Ra	14185	433
$^{234}\text{Pa}^m$	15638	893

5. táblázat. A gránithengerben gamma sugárzó különböző izotópok aktivitása és azok hibái

A 30. ábrán szépen elkülönülnek a ^{222}Rn előtti és utáni elemek, hiszen jelentős mennyiségű radon szökik ki a mintából. Ez alapján illesztettem a két vonalat is, ez alapján a radon utáni elemek átlagos aktivitása: $A_1 = (10237 \pm 35) \text{ Bq}$, a radon előtti elemeké pedig: $A_2 = (14462 \pm 390) \text{ kBq}$. A $^{234}\text{Pa}^m$ -hoz tartozó adatpontnak azért jóval nagyobb a hibája, a többi adatpontnál, mivel ez a spektrumon egy kis méretű csúcs, így nagy a statisztikus bizonytalanság. Ahhoz, hogy pontosabban meghatározhassuk ezen izotóp aktivitását, jóval hosszabb mérésekre lenne szükség, amikor már ezen csúcs beütéseinek bizonytalansága is lecsökken.

Ha vesszük az A_1 és A_2 aktivitások arányát, meg is tudjuk határozni, hogy mennyi radon szökik ki. Ez ebben az esetben $(29.21 \pm 0.79)\%$. A másik érdekes kérdés, hogy a minta mennyi ^{238}U -t tartalmaz. Ehhez használjuk fel az (1.4)-es egyenletet, melybe az ^{238}U bomlási állandóját ($4.916 \cdot 10^{-18} \text{ 1/s}$) és a radon előtti elemek aktivitását (14462 Bq) beírva a részecskeszámra $N = (2.94 \pm 0.08) \cdot 10^{21}$ adódik. Innen felhasználva az urán moláris tömegét:

$$m_{U238} = (1.17 \pm 0.03) \text{ g}$$

A minta teljes tömege $m_G = 280 \pm 0.5 \text{ g}$, így az urántartalom tömegszázalékban kifejezve:

$$\frac{m_{U238}}{m_G} = (4.18 \pm 0.11) \%$$

11. Összegzés, kitekintés

Korábbi eredményeket felhasználva [2] munkám során sikeresen kidolgoztam egy módszert, mellyel modellfüggő szimuláció használata nélkül meghatározható egy HPGe detektor hatásfoka pontszerű sugárforrások esetén. Az így kapott hatásfokgörbe segítségével meg tudtam határozni egyéb pontforrások aktivitását is. Ezt az eljárást egy ^{232}Th tartalmú forrás segítségével ellenőriztem is.

Végeztem méréseket a háttérsugárzás jobb megismerésének céljából is. Ezek szintén sikeresek voltak, így későbbi méréseim során figyelembe tudtam venni a háttérből érkező beütéseket.

Miután kis méretű minták aktivitását már nagy pontossággal meg tudtam határozni, a kidolgozott módszereket felhasználtam kiterjedt minták aktivitásának meghatározására. Ehhez először átvilágításos méréseket végeztem, melyek során jobb képet kaptam a vizsgált minta elnyelési tulajdonságairól különböző energiákon. Ezen eredményekből már meg tudtam határozni a minta öneltelődési együtthatóját, melyhez egy csak geometriai számításokat végző szimulációt írtam.

Végezetül meghatároztam a vizsgált minta különböző izotópjainak aktivitását és a minta urántartalmát is, melyek hibáira jó becslést tudtam adni.

Céлом későbbiekben a detektor hatásfokának pontosabb vizsgálata, melyhez különböző magasságokból végeznék méréseket pontforrásokkal az itt kidolgozott módszereket felhasználva. Ezek elvégzéséhez természetesen szükség lesz egy rendes állványra, amellyel pontosan tudjuk állítani a minta magasságát. Ezen állvány terveit már elkészítettem. Emellett az adatok jobb kiértékeléséhez fejleszteném a már meglévő adatelemző szoftvert, mely lehetőséget adna a statisztikai bizonytalanságok pontosabb ismeretére. Ezen kívül létrehoznék egy GEANT4 alapú szimulációt is, mellyel a detektorban végbemenő fizikai folyamatok is szimulálhatóak. Ezt utána a mostani munkám során kapott eredmények segítségével ellenőrizném.

A Kulturális és Innovációs Minisztérium EKÖP-24 kódszámú Egyetemi Kiválósági Ösztöndíj Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült.



Hivatkozások

- [1] ELTE TTK oktatói. *Gamma-spektroszkópia*. <https://atomfizika.elte.hu/akos/orak/sflab/gam.pdf>. Hallgatói labor leírás.
- [2] Kovács Balázs Csaba. “A ^{60}Co gamma-fotonjai közötti szögkorreláció és a forrás abszolút aktivitásának mérése koincidenca-módszerrel”. TDK dolgozat. 2022.
- [3] J.D. Valentine és A.E. Rana. “Centroid and full-width at half maximum uncertainties of histogrammed data with an underlying Gaussian distribution-the moments method”. *IEEE Transactions on Nuclear Science* 43.5 (1996), 2501–2508. old. DOI: 10.1109/23.539399.
- [4] ResearchGate. *Manufacturer Parameters and Setup Values for HPGe Detector Model GC1520*. https://www.researchgate.net/figure/The-Manufacturer-Parameters-and-the-Setup-Values_tbl1_289472601. Hozzáférés ideje: 2024-11-10.
- [5] ResearchGate. *Technical Drawing of HPGe Detector of Model GC1520*. https://www.researchgate.net/figure/Technical-Drawing-of-HPGe-Detector-of-Model-GC1520-Provided-by-the-Manufacturer_fig3_289472601. Hozzáférés ideje: 2024-11-10.
- [6] ResearchGate. *Cross-section of a HPGe detector with liquid nitrogen cryostat*. https://www.researchgate.net/figure/Cross-section-of-a-HPGe-detector-with-liquid-nitrogen-cryostat_fig7_329277153. Hozzáférés ideje: 2024-11-10.
- [7] Brookhaven National Laboratory National Nuclear Data Center. *NuDat 3.0: Nuclear Structure and Decay Data*. <https://www.nndc.bnl.gov/nudat3/>.
- [8] L. E. Miller. “Solid Angle of a Circular Disk”. *Journal of Applied Physics* 24.3 (1953), 388–391. old. DOI: 10.1063/1.1721279.