

Sebestyén Márton

Fizika BSc, 3. év

ATOMNYALÁBSZONDA SZINTETIKUS DIAGNOSZTIKA
FEJLESZTÉSE

2024. november 10.



ELTE
EÖTVÖS LORÁND
TUDOMÁNYEGYETEM

Témavezető: Dr. Réfy Dániel Imre

HUN-REN Energiatudományi Kutatóközpont, Fúziós Plazmafizika
Laboratórium

Tartalomjegyzék

I.	Motiváció	1
II.	Bevezetés	2
a.	A nukleáris energia alapjai, a magfúzió fogalma	2
b.	A fúziós energia előnyei, fúziós berendezések	4
c.	A tokamakok alapvető működési elve	5
d.	A toroidális szimmetria szerepe, mágneses egyensúly	6
e.	Plazma széli módusok, Peeling-Ballooning modell	7
f.	Az atomnyalábszonda (ABP) diagnosztika	9
g.	A COMPASS tokamak	10
III.	Módszertan	11
a.	Az ABPSimulator program	12
b.	Mágneses egyensúlyi rekonstrukció	12
c.	Ionpályák szimulációja, detektor menti intenzitáseloszlás	13
d.	Áramfluktuációk modellezése	14
e.	Áramfluktuációk mágneses tere	15
f.	Numerikus Biot-Savart algoritmus	17
g.	Az áramperturbációk implementálása	19
h.	Az áramperturbációkat megvalósító kód integrálása	19
IV.	Eredmények	21
a.	A Biot-Savart algoritmus pontossága	21
b.	Tetszőleges áramfluktuáció mágneses tere	22
c.	$z = 0$ menti mágneses tér rekonstrukciója	24
d.	Teljes toroidális áram rekonstrukciója	26
V.	Diszkusszió	27
a.	Az elért eredmények összefoglalása	27
b.	További teendők	28
c.	Záró megjegyzések, köszönetnyilvánítás	28

I. MOTIVÁCIÓ

Mai világunkban a globális energiafogyasztás növekedésével a magfúzió, mint energiaforrás különösen fontos szerepet kapott a fizikai kutatások között. A fúziós plazmafizika egyik legintenzívebben kutatott területe a mágneses összetartású (*Magnetic Confinement Fusion - MCF*) berendezések, hiszen ezekkel a berendezésekkel nagy plazmanyomást és összetartási időt lehet elérni. Ezek közül is az egyik legelterjedtebb konfiguráció a tokamak, ami az egyik legígéretesebb berendezés az atommag kötési energiájának fúziós felszabadítására. A tokamakok több szempontból is kedvezőek: a tórusz alakú kialakításuk miatt nem lép fel bennük olyan részeskevesztesség, mint a lineáris rendszerekben, valamint a geometriája és hengerszimmetrikus elrendezése miatt egyszerűbb kivitelezni, mint más berendezéseket. A világon a jelenleg legnagyobb épülő kísérleti fúziós berendezés (ITER) is ilyen típusú. Azonban a tokamakokban folyó plazmakisülések stabilitásának gátat szabnak bizonyos magnetohidrodinamikai instabilitások, többek között a plazma széli módusok (*Edge Localized Mode - ELM*) [1]. Ezek miatt az instabilitások miatt nagy hőfluxus éri a berendezés első falát, ez pedig egy bizonyos berendezésméret és tárolt energiamennyiség felett jelentős károkat okozhat a berendezésnek. Ebből kifolyólag nem engedhetjük meg, hogy reaktor méretű berendezésekben ELM-ek forduljanak elő. Bár létezik elméleti magyarázat ezeknek az instabilitásoknak a leírására, szükséges az elméleti modellek kísérleti validációja. Az említett modellben akad egy fizikai mennyiség, nevezetesen a plazma széli áramsűrűség, amire még nem létezik olyan diagnosztikai módszer, mely az ELM-ek időskáláján, megfelelő térbeli felbontással képes méréseket produkálni. Az elsődleges kérdés, hogy ilyen időfelbontású mérési módszer egyáltalán megvalósítható-e. Erre a problémára egy lehetséges megoldás az Enegiatudományi Kutatóközpontban fejlesztett, és a COMPASS tokamakon üzemeltetett atomyalábszonda (*Atomic Beam Probe - ABP*) [2], diagnosztika használata. Ehhez viszont szükség van egy szintetikus diagnosztikai modellre, ami alapján előre jelezhetőek a plazma szélén kialakuló áramfluktuációk hatásai. A dolgozatomban egy, erre a diagnosztikára épülő numerikus modellt mutatok be, aminek a célja a plazmában gyorsan változó mágneses tér és plazma széli áramsűrűség feltérképezése. Ezeknek a paramétereknek a birtokában összevethető lenne a plazma széli módusok elméleti modellje által jósolt, valamint a kísérleti úton meghatározott keletkezési mechanizmusa.

II. BEVEZETÉS

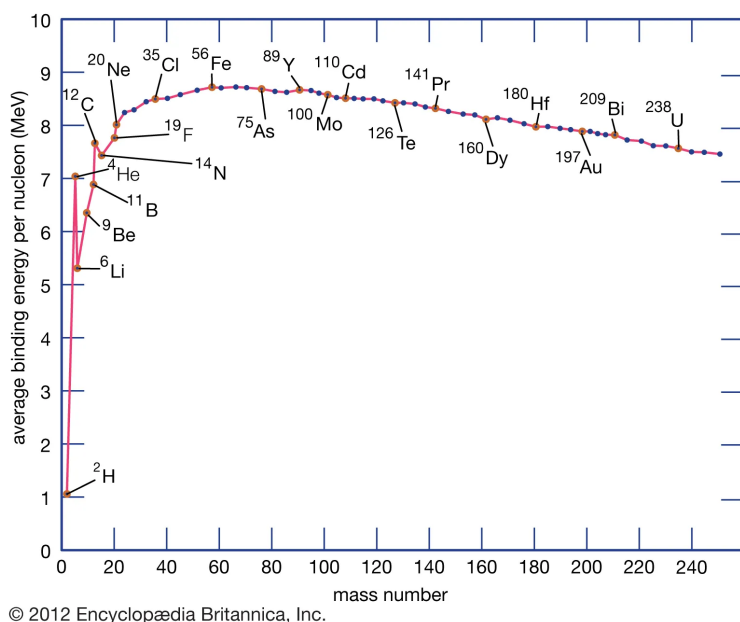
(a) A nukleáris energia alapjai, a magfúzió fogalma

Az atommagban rejlő kötési energia felszabadítása és felhasználása jelentős szerepet kapott az elmúlt évtizedekben, mint energiaforrás. A fosszilis tüzelőanyagokkal ellentétben, ahol kémiai reakciók révén szabadul fel energia, a mai működő atomenergia a maghasadás mechanizmusát hasznosítja, ahol a nehéz atommagok felhasadásából származó hő alakíttja használható elektromos árammá. Napjainkban az atomenergia a világban termelt összes energia 9 százalékát biztosítja.

Ahogy a világ energiaszükséglete egyre emelkedik, és a klímaváltozás hatásai egyre súlyosbodnak, úgy lesz egyre nagyobb igény a megújuló, és fenntartható energiaforrások iránt. A maghasadásos (vagy fissziós) energia erre egy kiváló megoldás, mivel ezek minimális emisszióval rendelkeznek, és a tipikusan használt hasadóanyagok (például a ^{235}U izotóp) energiasűrűsége két-három milliószor nagyobb, mint a kőszéné. A fissziós reaktoroknak azonban vannak hátrányai:

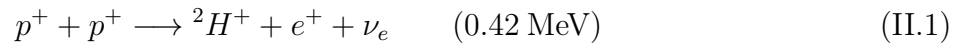
- az elhasznált fűtőelemeket el kell tárolni biztonságos módon, elszigetelve a környezettől.
- Az atomreaktorok túlnyomó többsége az urán-235 izotópot használja, mint hasadóanyag. Ebből viszont csak korlátozott mennyiség áll rendelkezésre a Földön.
- Habár napjainkban rendkívül ritkán fordulnak elő, de a nukleáris balesetek súlyos következményekkel járhatnak a környező emberi életre, élővilágra és az atmoszférára.

Azonban energiát nem csak nehéz atommagok széthasításával, hanem könnyű atommagok egyesítésével is fel lehet szabadítani; ez a magfúzió.

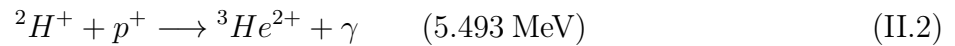


1. ábra. Különböző atommagok (abszolútértékben vett) kötési energiája a tömegszám függvényében. A legstabilabb atommagok a vas körül találhatóak. *Forrás: Encyclopædia Britannica*

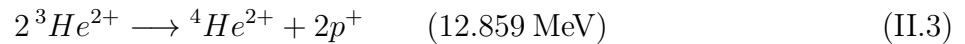
A fúziós energia a fizikának azon területe, ami a csillagok magjában lejátszódó magreakciókat törekszik reprodukálni a Földön. Ez általában a hidrogénatomok (vagy a hidrogén izotópjainak) egyesítését jelenti nehezebb elemekké. A csillagok magjában ezek a fúziós folyamatok tartanak egyensúlyt a gravitáció nyomásával. A könnyebb csillagokban ezek közül a folyamatok közül a *proton-proton lánc* dominál, ahol először hidrogén-ionok (protonok) egyesülnek deuteronná:



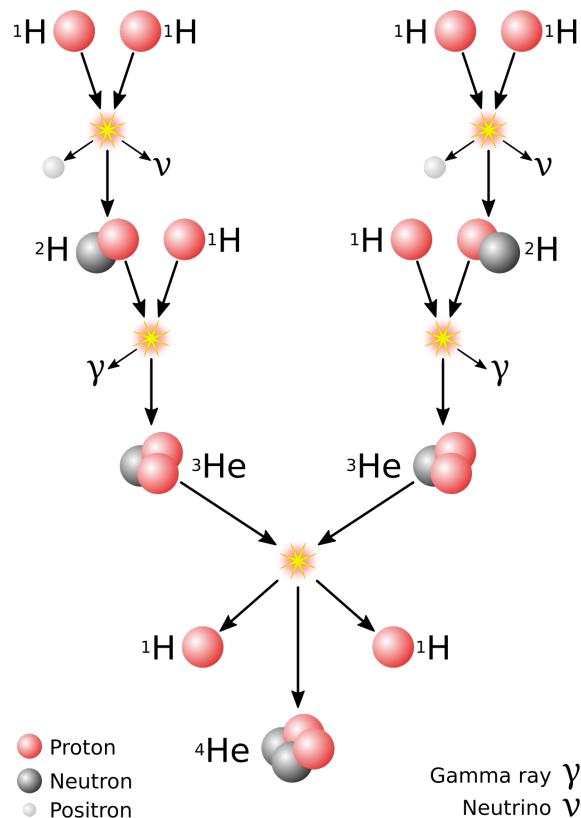
A keletkező pozitron ezután egy környező elektronnal annihilálódik, további 1.022 MeV energiát felszabadítva gamma-fotonok formájában. Ezután a keletkezett deuteron egyesülni tud még egy protonnal, aminek hatására hélium keletkezik:



Végül a két hélium-3 atommag fuzionál hélium-4 atommaggá:



ahol a reakcióból származó 2 proton segítségével újakezdődhet a lánc. Ezután a proton-proton lánc tovább folytatódik, nehezebb atommagokat (szén, oxigén) produkálva.

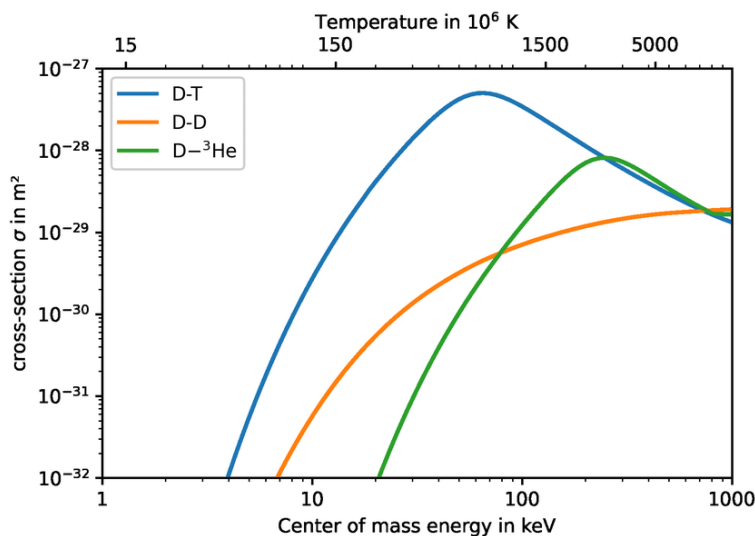


2. ábra. Részlet a proton-proton láncból. Forrás: Wikipédia

(b) A fúziós energia előnyei, fúziós berendezések

A magfúziónak számos előnye van a maghasadással termelt energiával szemben: a magreakciókhoz szükséges hidrogén-izotópok (deutérium, trícium) Földi tartaléka közel kimeríthetetlen.¹ A magfúzió által termelt melléktermék általában hélium, ami egy inert gáz, ezáltal nincs káros hatással a környezetre. Ezáltal a magfúzió kiemelkedő szereppel bír a lehetséges fenntartható energiaforrások között.

Azonban ugyanazokkal az alapanyagokkal nem tudnánk fúziót elérni, mint amivel a csillagok termelnek energiát, mivel a csillagok belsejében hatalmas nyomás uralkodik, amit a Földön nem tudunk reprodukálni. Szerencsére a fúzióhoz szükséges körülményeket nagy hőmérséklet segítségével is el tudjuk érni; a különböző izotópok alkotta plazmák (deutérium-deutérium, deutérium-trícium, deutérium-hélium) között akad egy olyan, névlegesen a deutérium-trícium plazma, aminek a legmagasabb fúziós hatáskeresztmetszete a legalacsonyabb hőmérsékleten van, ezáltal ezekkel az összetevőkkel a legkézenfekvőbb a Földi magfúzió megvalósítása.



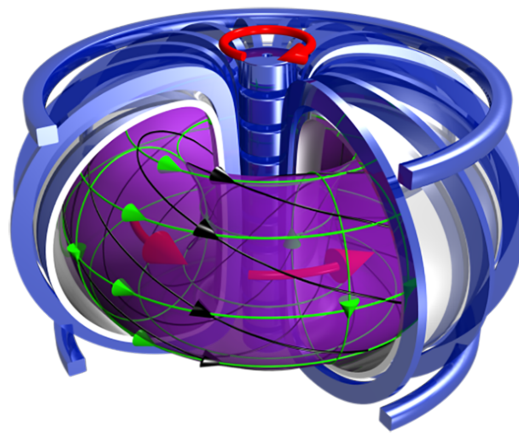
3. ábra. Különböző plazmák fúziós hatáskeresztmetszete a hőmérséklet függvényében. Forrás: IAEA-ENDF Adatbázis

A másik felmerülő kérdés, hogy a több millió fokos fúziós plazmát valamilyen módon össze kell tartani, és el kell szigetelni a környezetétől. Ezt a csillagok a hatalmas tömegük révén a gravitációs nyomásukkal teszik, ezt mi viszont a Földön nem tudjuk megvalósítani. Erre a problémára két technika született, az inerciális összetartás (*Inertial Confinement Fusion* - *ICF*) és a mágneses összetartás (*Magnetic Confinement Fusion* - *MCF*). Az ICF berendezések lézerek segítségével tömörítik össze a plazmát, elérve azt a plazmasűrűséget és hőmérsékletet ami által a fúzió beindulhat. Az MCF berendezések ezzel ellentétben erős mágneses tereket használnak a fúziós plazma összetartására. A jövőbeli fúziós reaktorok folytonos üzeméhez a mágneses összetartás a kézenfekvőbb megoldás, ennek egy típusa a tokamak konfiguráció.

¹A trícium beszerzése bonyolultabb, mivel radioaktív izotóp, azonban fúziós berendezésekben lokálisan előállítható lítium-6 izotóp neutron-besugárzásával. Lítium pedig nagy mennyiségekben található a Földön.

(c) A tokamakok alapvető működési elve

A tokamak egy mágneses összetartáson alapuló, toroidális szimmetriájú fúziós berendezés, melyben a mágneses tér tart egyensúlyt a plazma nyomásával. A vákuumkamrát külső tekercsek (toroidális és poloidális tértekercsek) veszik körbe, melyeknek a mágneses tere és a plazmaáram által keltett mágneses tér a plazma töltött részecskéit Larmor-pályára kényszeríti, ennek hatására a részecskék az eredő mágneses tér erővonalai mentén haladnak. A tokamak geometriájából kifolyólag a keltett mágneses tér inhomogén lesz, a mágneses tér erőssége a szimmetriatengelytől mért távolsággal fordítottan arányos. Az emiatt fellépő mágneses tér-gradiens miatt töltésszétválás alakul ki; az elektronok felfelé, az ionok lefelé sodródnak. Az így keletkezett $\mathbf{E}$ elektromos tér miatt a részecskékre, a töltésüktől függetlenül egy $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ irányú erő fog hatni amit *driftmozgásnak* nevezünk. Ez a mozgás sugárirányban kifelé sodorja a részecskéket. Ennek kiküszöbölésére a plazmában áramot hajtanak; a tokamakok közepében egy tekercs, az úgynevezett központi szolenoid helyezkedik el, ami lényegében egy transzformátor primer tekercseként szolgál. A szekunder tekercs szerepét a plazma játssza, azaz a primer tekercsre kapcsolt váltófeszültség elektromos áramot kelt a plazmában. A plazmaáram mágneses tere és a meglévő toroidális mágneses tér eredője egy helikálisan csavarodó teret fog eredményezni, melynek az erővonalai összeközik a fenti és lenti térrészeket. Ezzel a mágneses térgradiens okozta töltésszétválás megszüntethető, és az $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ drift kiküszöbölhető.



4. ábra. Tokamakban kialakuló áram és mágneses térkomponensek. Zöld: toroidális mágneses tér, plazmaáram mágneses tere, piros: plazmaáram iránya, fekete: eredő mágneses tér. *Forrás: IAEA*

Az elméleti, illetve numerikus számolásoknál célszerű olyan koordinátarendszert választani, mely illeszkedik a tokamak geometriájához, kézenfekvő választás ilyenkor a toroidális koordinátarendszer. Ebben a rendszerben a három koordináta a tórusz R nagysugarától mért radiális távolság: r , a toroidális szög: ϕ , és a poloidális szög: θ . A hagyományos Descartes-koordináták a toroidális koordinátákkal a következő módon fejezhetőek ki:

$$\begin{aligned}
x &= (R + r \cos \theta) \cos \phi \\
y &= (R + r \cos \theta) \sin \phi \\
z &= r \sin \theta
\end{aligned} \tag{II.4}$$

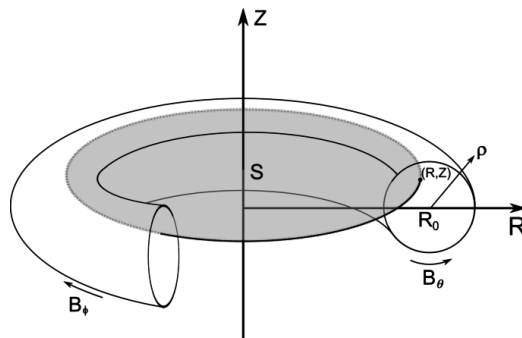
Ennek megfelelően a plazmában definiált vektormennyiségeknél (mágneses tér, áramsűrűség, stb.) megkülönböztetünk *radiális*, *toroidális* és *poloidális* komponenseket, azaz, egy vektormező adott pontbeli lokális bázisvektoraira ($\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\phi, \mathbf{e}_\theta$) vett vetületeit. Ha az egész tóruszból csak egy függőleges szeletet vizsgálunk, szokás hengerkoordinátákat is használni, ahol a tóruszból kivett metszetet a szokásos r, z koordinátákkal paraméterezzük.

(d) A toroidális szimmetria szerepe, mágneses egyensúly

A tokamakok legnagyobb előnyei közé tartozik a toroidális szimmetria. A rendszer forgásszimmetriáján kívül ki tudjuk azt is használni, hogy a plazmát alkotó töltött részecskéknek a sebessége (vagy *transzportja*) sokkal gyorsabb toroidális irányban, mint a másik kettőben, így toroidális irányban a különböző intenzív mennyiségek sokkal hamarabb kiegyenlítődnek. A kutatásom során a plazmakisülések azon fázisát vizsgáltam, ahol a plazmában hajtott áram konstans (úgynevezett *flat-top*), tehát a plazmában lefolyó tranziens jelenségeket elhanyagolhatónak tekintjük. Ezekből kifolyólag a plazma az általam vizsgált időskálán stacionáriusnak tekinthető, valamint a plazma fizikai mennyiségei (nyomás, mágneses tér, stb.) tipikusan a mágneses felületek mentén kiegyenlítődnek, és gradiensük a felületekre merőleges. Ezért ezek egy változóval paraméterezhetők, amit a mágneses topológiához kötünk. A plazmafizikában ehhez a poloidális fluxust használjuk, ami definíció szerint:

$$\psi_{\text{pol}}(r, z) = \int_{S(r,z)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 2\pi \int_0^r r' B_z(r', z) dr' \tag{II.5}$$

ahol S egy, a z tengelyre merőleges, a $(0, z)$ pontban centrált körlap, ami érinti az (r, z) pontot. A hengersizimmetria miatt egy függőleges metszetet veszünk a tóruszból és azt a szokásos r, z koordinátákkal paraméterezzük.



5. ábra. A poloidális fluxus geometriai jelentése

A poloidális fluxust, mint r és z függvénye, két alapvető törvényből lehet levezetni: az egyik az Ampere-féle gerjesztési törvény, a másik pedig a magnetohidrodinamikai egyensúly feltétele:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}, \quad \nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (\text{II.6})$$

Belátható, hogy a vizsgált tartományban léteznek olyan felületek, amikre (II.6) alapján ∇p minden pontban merőleges, ezáltal a felületen p állandó. Továbbá fennáll, hogy egy felület részecsketranszportja sokkal gyorsabb lesz a felület mentén, mint arra merőlegesen. Emiatt élhetünk azzal a közelítéssel, hogy $|\mathbf{j}|$ -t állandónak tekintjük egy adott felületen. Ezáltal kapjuk az ún. fluxusfelületeket, amiket a poloidális fluxussal paraméterezünk. A két alapvető törvényből levezethető a Grad-Shafranov egyenlet, ami a poloidális fluxust, mint (r, z) függvénye adja meg:

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\mu_0^2 r \frac{dp(\psi)}{d\psi} - \mu_0 f(\psi)^2 \frac{df(\psi)}{d\psi} \quad (\text{II.7})$$

ahol p a plazmanyomás, és f definíció szerint:

$$f = \frac{2\pi r B_\phi}{\mu_0} \quad (\text{II.8})$$

amik mind ψ függvényei. A poloidális fluxus birtokában az r és z irányú mágneses térkomponensek a következőképpen állnak elő:

$$B_r(r, z) = -\frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad B_z(r, z) = \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (\text{II.9})$$

Innentől célszerű a poloidális fluxust használni azon mennyiségek leírására, amik a mágneses felületek mentén nem, csak arra merőlegesen változnak. Szokás a normalizált poloidális fluxust is bevezetni, ami definíció szerint:

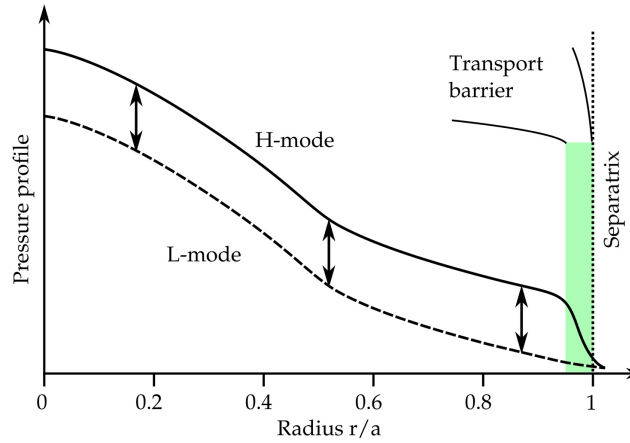
$$\rho_n(r, z) = \frac{\psi(r, z) - \psi_0}{\psi_{\text{LCFS}} - \psi_0} \quad (\text{II.10})$$

Ahol ψ_0 azon tengely menti fluxus, amit minden fluxusfelület határol (mágneses tengely), valamint ψ_{LCFS} az utolsó zárt fluxusfelület (*Last Closed Flux Surface - LCFS*) menti poloidális fluxus. Szemléletesen ez a (10.) ábrán látható, ahol a mágneses egyensúly rekonstrukciójából numerikus úton kiszámolhatóak ρ_n szinfelületei.

(e) Plazma széli módusok, Peeling-Ballooning modell

A tokamakokban a nagy plazmahőmérséklet és nyomás eléréséhez egy sajátos üzemállapotot, úgynevezett nagy összetartású módot (*High Confinement Mode - H-Mode*) [3] használnak. Ezt

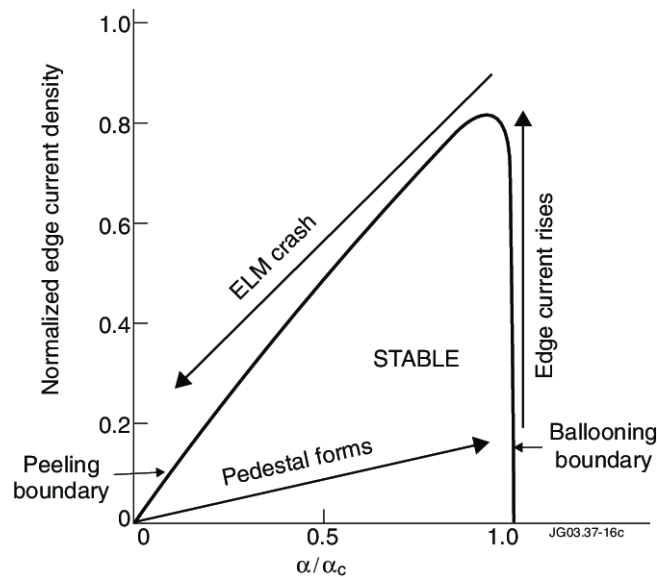
az üzemállapotot először a németországi ASDEX tokamakon figyelték meg 1984-ben. Ha elegendően nagy teljesítményt juttatunk a plazmába, önszerveződő mechanizmusként kialakul a plazma szélén egy olyan régió (*plazma széli transzport gát*), ami akadályozza a radiális irányú részecskeáramlást. Ennek következtében a berendezés belsejében nagyobb hőmérsékletek és nyomások érhetőek el, ami a magfúzió feltételeinek kedvező.



6. ábra. Nyomásprofil a hagyományos alacsony összetartású módban (L-mode) és a nagy összetartású módban (H-mode). A plazma széli transzport gát régiójában meredek nyomás,- és hőmérséklet gradiensek alakulnak ki. *Forrás: Max Planck IPP, Garching*

A H-mode egyik hátránya viszont, hogy ebben az állapotban sajátos magnetohidrodinamikai instabilitások, plazma széli módusok (ELM-ek) [1] alakulhatnak ki. Ezek az instabilitások gyors, és periodikus perturbációk a plazma széli régióban, amik radiális részecske,- és energiatranszportot okoznak. Ez csökkenti a plazma energiáját, valamint a berendezés első falát is terheli. Az ELM-ek kiküszöbölése kulcsfontosságú szerepet játszik a reaktor méretű berendezésekben (pl. ITER) [4].

A plazma széli módusok elméleti leírása az elmúlt évtizedekben aktív kutatási területe volt a plazmafizikának. A jelenlegi kiforrott elméleti modell, ami ezeket az instabilitásokat leírja, a *Peeling-Ballooning modell* [5]. Ez az elmélet két magnetohidrodinamikai instabilitást vesz alapul, mint az ELM-ek keletkezési mechanizmusa: az egyik a plazma széli áramsűrűség-keltette *peeling* módusok, a másik a nyomásgradiens-keltette *ballooning* módusok. Ha a nyomásgradiensre és a plazma széli áramra úgy gondolunk, mint egy két dimenziós paramétertér, ebben a térben meg lehet határozni egy peremet, ahol adott $(\nabla p, j)$ értékeknél instabillá válik a plazma. Az ELM ciklusok lényegében annak a következményei, hogy a plazma e két paramétere ha eléri ezt a stabilitási határt, a plazma széli transzport gát összeomlik. Ennek következtében a nyomásgradiens, és az áramsűrűség visszaesik a stabil régióba, és a ciklus kezdődik előlről.



7. ábra. Stabilitási régiók a normalizált nyomásgradiens (α/α_c) és a normalizált plazma széli áramsűrűség függvényében. Forrás: [6]

Ezek az ELM-ciklusok négy különböző részre bonthatóak:

1. A H Mode-ban lévő plazma nyomásgradiense és áramsűrűsége a külső fűtés hatására megnő,
2. A nyomásgradiens eléri az instabilitási határt, ezáltal az a ballooning-módusok miatt nem nő tovább.
3. Az áramsűrűség addig nő, amíg el nem éri a peeling instabilitási határt. Ekkor destabilizálódik a peeling-ballooning magnetohidrodinamikai módus.
4. Megtörténik az ELM. Az MHD módus miatt összeomlik a plazma széli transzport gát, ami energia,- és részecsketranszportot okoz a fal felé. A plazma széli nyomásgradiens és áramsűrűség lecsökken, és az ELM ciklus előről kezdődik.

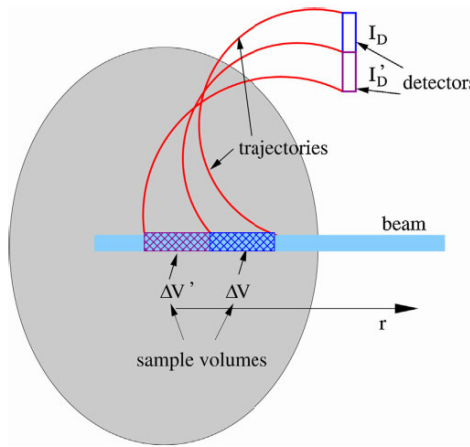
A Peeling-Ballooning model validálásához szükséges egy olyan diagnosztika, ami ELM-ek időskáláján képes a plazma széli nyomásgradienst, valamint a plazma széli áramsűrűséget mérni. Ez utóbbi mennyiség mérésére a vizsgált diagnosztikán kívül nem létezik megoldás. Kutatásomban arra a kérdésre kerestem a választ, hogy a vizsgált diagnosztika képes lehet-e ennek kimutatására.

(f) Az atomnyalábszonda (ABP) diagnosztika

A plazma széli áramfluktuációk mérésére egy lehetséges diagnosztikai technika az atomnyalábszonda (*Atomic Beam Probe - ABP*) diagnosztika. Ennek a mérési technikának elődje a nyalábemissziós spektroszkópia (*Beam Emission Spectroscopy - BES*), ami a plazma sűrűségprofiljának mérésére szolgál. Ennek a technikának a továbbgondolásából fejlődött ki az atomnyalábszonda diagnosztika [7], amivel már a plazma áram,- és mágneses tér fluktuációit is ki

lehetett mutatni. Érdemes megemlíteni, hogy hasonló, nehézionnyaláb-emisszió alapuló diagnosztika (*Imaging Heavy Ion Beam Probe - iHIBP*) a németországi ASDEX-Upgrade tokamakon is létezik. [8].

A diagnosztika működési elve a következő: Egy nyalábágyú segítségével alkálifém-ionokat (Li, Na, Rb, ...) gyorsítunk fel monoenergetikusan. Egy semlegesítő kamrában nátrium gőzt párologtatunk, az alkálifém-ionok töltéscsere reakcióval elektront vesznek fel, és semlegessé válnak. A már semleges alkáli-atomnyalábot a plazmába juttatjuk, ahol ezek az atomok a plazma részecskéivel ütköznek, és újra ionizálódnak. Az ionok a Lorentz-erő miatt eltérülnek a környező mágneses tér hatására. Ezek az ionok görbült pályán haladnak tovább a plazmában, és megfelelő körülmények között kiléphetnek a plazmából. A kilépő ionok intenzitáseloszlását egy, a vákuumkamra szélén elhelyezett Faraday-csésze mátrix detektorral [9] mérjük.



8. ábra. Az ABP diagnosztika sematikus ábrázolása. Forrás: [10]

Ez a mérési technika egy jó lehetőség az ELM-ek alatt bekövetkező plazma széli áramfluktuációk mérésére. Mivel a plazmaáram toroidális irányban folyik, akármilyen áramfluktuáció a poloidális mágneses térben fog változást okozni. Ez a detektoron egy toroidális elmozdulásként figyelhető meg. Korábban ez az elmozdulás kísérleti úton is kimutatásra került [11], ebben a tanulmányban a detektor érzékenységét 0.2 mm/kA-nek határozták meg, azaz 1 kA változás a plazmaáramban a detektoron mért intenzitáseloszlás 0.2 mm elmozdulásának felel meg. Habár a teljes plazmaáramról ilyen módon lehet következtetni a detektoron kialakult ioneloszlásról, a kutatásomban azzal foglalkoztam, hogy a lokális mágneses teret, és azzal együtt a lokális árameloszlást rekonstruálni lehet-e a detektorképből és az atomnyaláb paramétereiből.

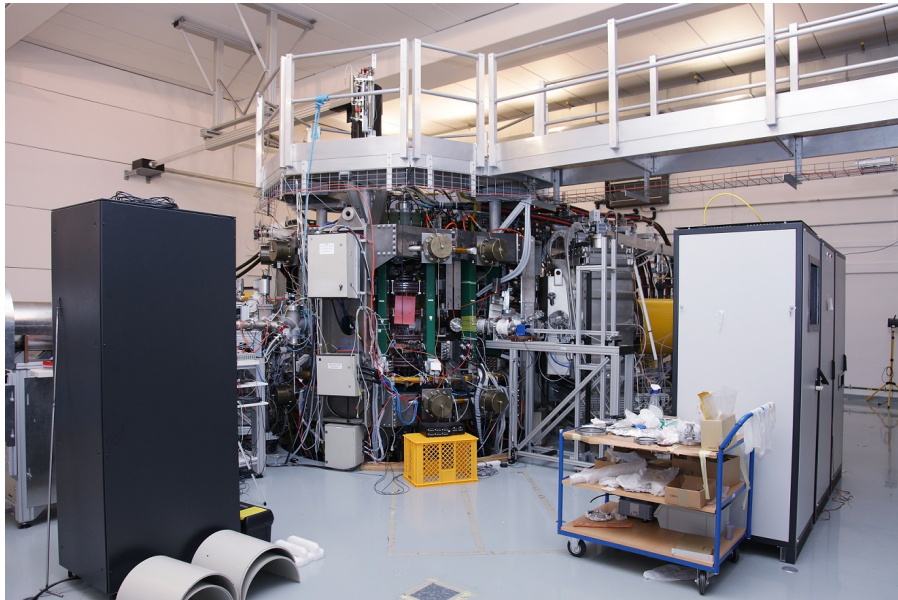
(g) A COMPASS tokamak

A szintetikus ABP diagnosztikához a COMPASS-tokamak mágneses szenzoraiából nyert adatait használtam fel $\psi(r, z)$ és $\rho_n(r, z)$ kiszámításához. Habár a berendezés már nem üzemel, hiszen a helyére egy új, ITER-releváns geometriájú berendezés, a COMPASS-Upgrade épül, a COMPASS tokamakon több, mint húszezer plazmakisülést végeztek, aminek az adatai rendelkez-

kezésükre állnak. Ezen a berendezésen üzemelt az atomnyalábszonda diagnosztika is, aminek az adatai szintén fontos szerepet játszanak az ABP modell validációjában.

Paraméter	Érték
Nagysugár (R)	0.56 m
Kissugár (a)	0.23 m
Maximális plazmaáram (I_p)	400 kA
Toroidális mágneses tér (B_ϕ)	0.9-2.1 T
Vákuum nyomás (p_{vac})	10^{-6} Pa
Tipikus kisülési idő (t)	≈ 1 s
Semleges nyaláb-fűtés teljesítménye 40 keV-en (P_{NBI})	$2 \cdot 0.4$ MW

1. táblázat. A COMPASS tokamak főbb paramétereit. *Forrás: IPP Czech Academy of Sciences* (https://www.ipp.cas.cz/vedecka_struktura_ufp/tokamak/COMPASS/)



9. ábra. A tokamak előben.

III. MÓDSZERTAN

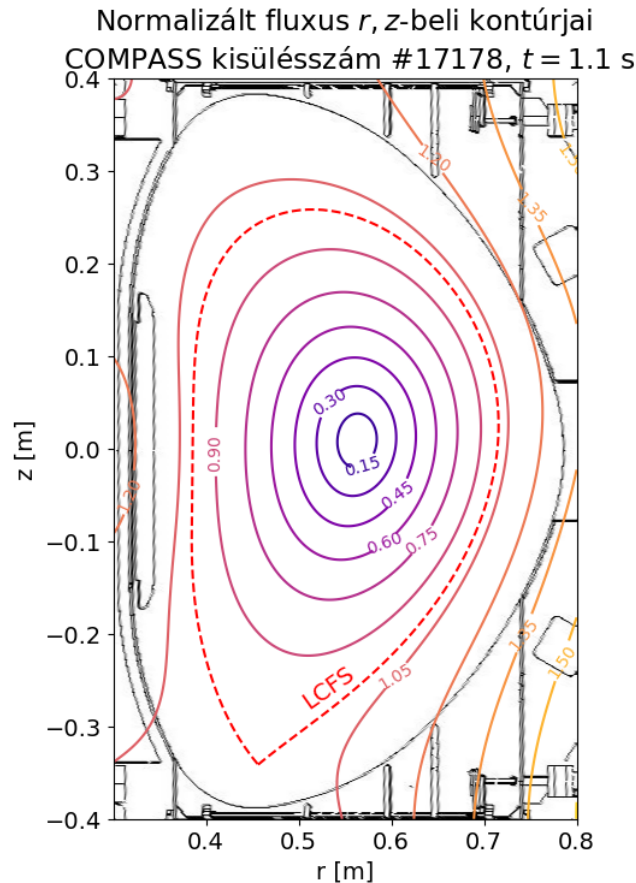
Ahhoz, hogy a különböző plazmaáram-eloszláshoz meg tudjuk mondani a hozzá tartozó ABP-detektorképet, szükségem volt egy szintetikus diagnosztikára. Ehhez az Energiatudományi Kutatóközpontban fejlesztett **ABPSimulator** programot használtam, ami számomra elérhető volt a kutatásom elején. A program már rendelkezett meglévő funkcionalitásokkal, azonban a kód hiányos volt a fenti kérdés megválaszolásához. Ezért a kutatásom során a kódot több funkcióval is bővítettem, valamint refaktoráltam, hogy a tervezett fejlesztések megfelelően illeszkedjenek a meglévő kódbázisba. A szimulációkhoz szükséges bemeneti adatokhoz a COMPASS tokamak kísérleti adatbázist használtam. Ebben a fejezetben bemutatom, hogy miként modelleztem az ELM-ek alatt lefolyó áramfluktuációkat.

(a) Az ABPSimulator program

Az ABPSimulator az atomnyalábszonda diagnosztika numerikus szimulációjára szolgáló, python-ban fejlesztett program. A szimulációs kód már tartalmazta a mágneses egyensúlyt rekonstruáló rutinnal (EFIT) való interfészét, az ionnyalábok pályamegoldó algoritmusát és a detektor menti intenzitáseloszlást számoló kódot. A későbbiekben ehhez a kódbázishoz fejlesztettem az áram-perturbációkat megvalósító, és ezeknek a mágneses terét számoló kódrészeket. A továbbiakban a már meglévő, valamint az új, általam fejlesztett funkcionálisokat fogom tárgyalni.

(b) Mágneses egyensúlyi rekonstrukció

Az ionpályák számolásához mindenképp szükséges ismerni egy adott plazmában a normalizált fluxus (r, z) -beli eloszlását, valamint az egyensúlyi mágneses teret. Ehhez a korábban említett (II.7) Grad-Shafranov egyenlet numerikus megoldása szükséges, amihez a mágneses egyensúlyi rekonstrukciót számoló EFIT [12] algoritmust használtam. Ennek az algoritmusnak a segítségével megfelelő peremfeltételekhez² illeszthető egy egyensúlyi normalizált fluxus, ami már elegendő ahhoz, hogy a mágneses tér is számolható legyen.



10. ábra. A normalizált fluxus $\rho_n(r, z)$ szintfelületei a poloidális metszetben. Az utolsó zárt fluxusfelület (LCFS, $\rho_n = 1$) szaggatott piros vonallal van jelölve.

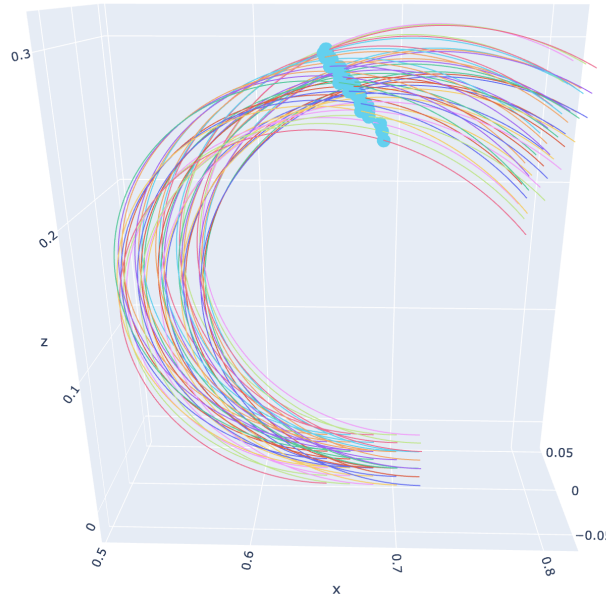
²Ezek az adatok a berendezés falán elhelyezett mágneses szenzorok, ún. *Mirnov-tekercek* segítségével mérhetők.

(c) Ionpályák szimulációja, detektor menti intenzitáseloszlás

Az egyes ionnyalábok pályájának meghatározásához az **ABPSimulator** kód, már meglévő és tesztelt pályamegoldó modulját használtam. A plazmában haladó egyszeresen töltött ionok a külső mágneses térben a Lorentz-erő hatására eltérülnek. Így az egyes részecskék mozgásegyenletét a következő differenciálegyenlet írja elő:³

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{e}{m} \left(\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) \right) \quad (\text{III.1})$$

A numerikus szimulációban több kis ionnyaláb (beamlet) pályáját számoljuk. Ezeket a kezdeti időpillanatban egy 3 dimenziós rács pontjaiban helyezzük el. A programnak egy **json** fájlban megadhatóak a szimuláció paraméterei: a kezdeti ionrács méretei és a közöttük lévő távolság, az ionok kezdeti iránya, valamint a detektor origója és felületi normálvektora is. Az $\mathbf{r}(t)$ ionpályák meghatározásához a kód a negyedrendű Runge-Kutta algoritmust használja. A lokális mágneses teret a program a fent említett mágneses egyensúlyi rekonstrukción keresztül, a (II.9) képletek segítségével állítja elő. Az ionpályák kiszámolása után az egyes nyalábok detektorsíkkal való metszéspontjai is lekérhetőek.



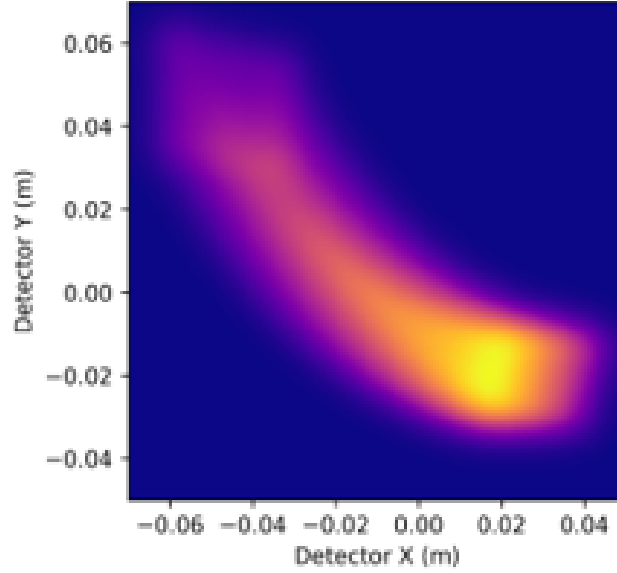
11. ábra. Ionnyalábok szimulált pályája, és a detektorral való metszéspontjuk.

A program a detektoron mért intenzitáseloszlást közelítő módszerként radiális bázisfüggvényekkel interpolálja, mint Gauss-függvények összege. Legyenek $\mathbf{r}_k$ -k az ionnyaláb metszéspontjai, és I_k -k a hozzájuk tartozó intenzitás. Ekkor a detektor intenzitáseloszlása, mint a metszéspontoktól vett távolság függvénye a következő módon közelíthető:

³Az ionpályák számolásakor a plazma $\mathbf{E}$ elektromos terét elhanyagoltuk. Ugyan a kialakuló polodális elektromos tér eltérítheti az ionnyalábot, de ez csak a sebesség poloidális komponenseit tudja megváltoztatni, azaz a detektoron ez egy vertikális eltérülésnek fog megfelelni. Továbbá feltesszük, hogy a mágneses térből származó eltérítő erő hatása sokkal nagyobb, mint a Coulomb-erő.

$$I(\mathbf{r}) = \sum_k I_k \exp\left(-\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_k|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{III.2})$$

ahol $\mathbf{r}$ a detektorsík egy tetszőleges pontja, σ pedig egy fix paraméter, ami a szimuláció kezdeti feltételei között adható meg.



12. ábra. A detektoron interpolált ioneloszlás

(d) Áramfluktuációk modellezése

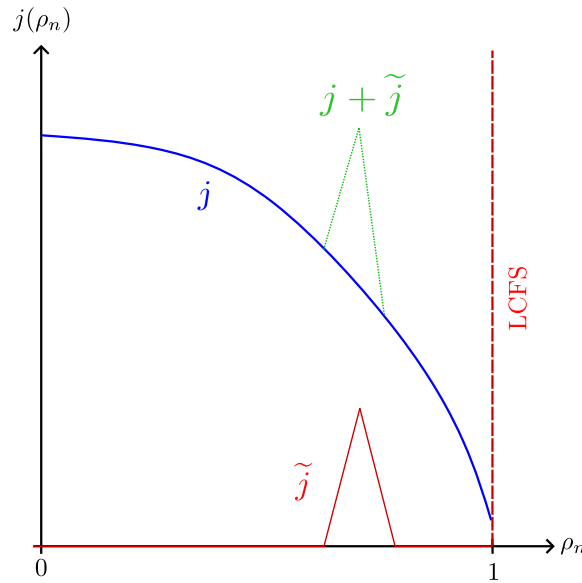
A kutatásom során egyelőre az volt az elérendő cél, hogy lehetséges-e az ELM ciklusok által okozott lokális áramperturbációk rekonstruálása az ABP diagnosztika segítségével. Felmerül a kérdés, hogy miként lehetene modellezni ezeket a fluktuációkat. Mi egy relatíve egyszerű modellt használunk: a korábbiakban említett szimmetriatulajdonságok miatt feltehetjük, hogy a plazmaáram mindenhol toroidális irányban folyik, azaz $\mathbf{j} \equiv j\mathbf{e}_\phi$ mindenütt. Ezt a j plazmaáramot elegendő a ρ_n normalizált fluxus függvényében paraméterezni, hogy ismerjük az egész plazma árameloszlását. Az áramfluktuációk modellezéséhez tekintsünk egy egyensúlyi állapotban lévő plazmát, majd első rend-beli közelítésként az egyensúlyi árameloszláshoz adjunk hozzá kis perturbációkat. Mivel a Maxwell-egyenletek lineárisak, az áramperturbáció mágneses tere egyszerűen összeadódik az egyensúlyi mágneses térrel.

Feltesszük továbbá, hogy ezek a perturbációk az egyensúlyi plazmaáramhoz képest kicsik, és elsőrendben nem változtatnak a mágneses egyensúlyon. Továbbá a részecsketranszport sokkal nagyobb a mágneses felületek mentén, mint azokra merőlegesen, így a gradiens a mágneses felületekre merőleges lesz. Ezért az áramperturbációkat ρ_n függvényében meg tudjuk adni, valamint ezeket elemi bázisfüggvények lineárkombinációjaként állítjuk elő. Kétféle bázisfüggvényt vettem figyelembe; az egyik egy j_0 amplitúdójú, ρ_0 középpontú és a szélességű háromszög-függvény:

$$\tilde{j}(\rho_n) = \begin{cases} \frac{j_0}{a}(\rho_n - \rho_0 + a) & \text{ha } \rho_n \in [\rho_0 - a, \rho_0], \\ -\frac{j_0}{a}(\rho_n - \rho_0 - a) & \text{ha } \rho_n \in [\rho_0, \rho_0 + a], \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

A másik pedig a Gauss-függvény, amit egy j_0 amplitúdóval, ρ_0 várható értékkel és egy σ félértékszélességgel jellemzünk:

$$\tilde{j}(\rho_n) = j_0 \exp\left(-\frac{(\rho_n - \rho_0)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{III.4})$$



13. ábra. Egyensúlyi $j(\rho_n)$ árameloszlás és egy háromszögfüggvényből álló $\tilde{j}(\rho_n)$ perturbáció összege

Ezt az eloszlást ezek után a korábban említett szimmetria megfontolások miatt szét kell osztatni a fluxusfelületek mentén, azaz, ha ismert a $\rho_n(r, z)$ poloidális fluxus, egy függvénykompozícióval tudjuk megkapni a poloidális metszet-beli eloszlást:

$$j(r, z) \equiv j(\rho_n(r, z)) \quad (\text{III.5})$$

(e) Áramfluktuációk mágneses tere

Ezek után a perturbáció által keltett mágneses teret külön lehet kezelni az egyensúlyi mágneses tértől. Egy tetszőleges árameloszlás mágneses terét a Biot-Savart törvény adja meg:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d^3r' \quad (\text{III.6})$$

A toroidális szimmetria kihasználásához paraméterezzük a szóban forgó integrált hengerkoordinátákban. Mivel a rendszer toroidálisan szimmetrikus, $\mathbf{r}$ azimutszöge tetszőlegesen választható, legyen ez most nulla. Ilyenkor a paraméterezés a következőképpen néz ki:

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r \\ 0 \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}' = \begin{pmatrix} r' \cos \phi' \\ r' \sin \phi' \\ z' \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r} - \mathbf{r}' = \begin{pmatrix} r - r' \cos \phi' \\ -r' \sin \phi' \\ z - z' \end{pmatrix} \quad (\text{III.7})$$

Valamint:

$$|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3 = (r^2 + r'^2 + (z - z')^2 - 2rr' \cos \phi')^{3/2} \quad (\text{III.8})$$

Feltettük, hogy a plazmaáram (és ezzel együtt a perturbációk is) toroidális irányban folynak, azaz:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}') \equiv j(r', z') \mathbf{e}_\phi = \begin{pmatrix} -j(r', z') \sin \phi' \\ j(r', z') \cos \phi' \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.9})$$

Elvégezve a $\mathbf{j}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ keresztszorzatot:

$$\mathbf{j}(r', z') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \begin{pmatrix} j(r', z')(z - z') \cos \phi' \\ -j(r', z')(z - z') \sin \phi' \\ j(r', z')(r' - r \cos \phi') \end{pmatrix} \quad (\text{III.10})$$

Innen a mágneses tér B_r, B_ϕ, B_z komponensekre az integrálokat fel lehet írni. Hengerkoordinátákban az infinitezimális térfogatelem $dV = r' dr' d\phi' dz'$, így:

$$\begin{aligned} B_r(r, z) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{r_1}^{r_2} dr' \int_{-\pi}^{\pi} d\phi' \int_{z_1}^{z_2} dz' r' \frac{j(r', z')(z - z') \cos \phi'}{(r^2 + r'^2 + (z - z')^2 - 2rr' \cos \phi')^{3/2}} \\ B_\phi(r, z) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{r_1}^{r_2} dr' \int_{-\pi}^{\pi} d\phi' \int_{z_1}^{z_2} dz' r' \frac{-j(r', z')(z - z') \sin \phi'}{(r^2 + r'^2 + (z - z')^2 - 2rr' \cos \phi')^{3/2}} \\ B_z(r, z) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{r_1}^{r_2} dr' \int_{-\pi}^{\pi} d\phi' \int_{z_1}^{z_2} dz' r' \frac{j(r', z')(r' - r \cos \phi')}{(r^2 + r'^2 + (z - z')^2 - 2rr' \cos \phi')^{3/2}} \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

ahol az $[r_1, r_2]$ és $[z_1, z_2]$ integrálási határokat a berendezés geometriája adja meg.

Felismerhető, hogy a B_ϕ kifejezésében szereplő integrandus ϕ' páratlan függvénye, amit $[-\pi, \pi]$ -re integrálunk, ezért $B_\phi \equiv 0$. Innen is megkapjuk, hogy toroidális irányú áram nem kelt vele egyirányú, toroidális irányú mágneses teret.

Ezeket az integrálokat numerikus módon értékeljük ki; diszkretizáljuk az rz poloidális metszetet egy 2 dimenziós rácsra, ahol a rácspontok koordinátáit már az r'_k és z'_l indexekkel jelölöm ($k, l \in \mathbb{N}$). Ha az árameloszlást ezekben a diszkrét pontokban vesszük, akkor B_r -re és B_z -re a következő képleteket kapjuk:

$$\begin{aligned} B_r(r, z) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{k=0}^N \sum_{l=0}^M \Delta r'_k \Delta z'_l \cdot r'_k (z - z'_l) j(r'_k, z'_l) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos \phi'}{(r^2 + r'^2_k + (z - z'_l)^2 - 2rr'_k \cos \phi')^{3/2}} d\phi' \\ B_z(r, z) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{k=0}^N \sum_{l=0}^M \Delta r'_k \Delta z'_l \cdot r'_k j(r'_k, z'_l) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{r'_k - r \cos \phi'}{(r^2 + r'^2_k + (z - z'_l)^2 - 2rr'_k \cos \phi')^{3/2}} d\phi' \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

ahol $\Delta r'_k$ és $\Delta z'_l$ az egyes rácspontok közti távolság. Az egyszerűség kedvéért válasszunk ekvidisztáns rácsot, hogy a rácspontok közti differencia konstans legyen. Így $\Delta r'_k = \Delta z'_l = d$ minden k, l indexre. A végleges képlet, amit a mágneses tér komponenseire kapunk:

$$\begin{aligned} B_r(r, z) &= \frac{\mu_0 d^2}{4\pi} \sum_{k=0}^N \sum_{l=0}^M r'_k (z - z'_l) j(r'_k, z'_l) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos \phi'}{(r^2 + r'^2_k + (z - z'_l)^2 - 2rr'_k \cos \phi')^{3/2}} d\phi' \\ B_z(r, z) &= \frac{\mu_0 d^2}{4\pi} \sum_{k=0}^N \sum_{l=0}^M r'_k j(r'_k, z'_l) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{r'_k - r \cos \phi'}{(r^2 + r'^2_k + (z - z'_l)^2 - 2rr'_k \cos \phi')^{3/2}} d\phi' \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

(f) Numerikus Biot-Savart algoritmus

A kutatásom során az első nagyobb lépés a fentebb említett, B_r -re és B_z -re vonatkozó formulák implementálása volt az `ABPSimulator` programba. Ehhez egy `BSIntegrator` osztályt implementáltam, aminek konstruktorában megadhatóak az (r, z) koordináták tartományai, és egy 2-dimenziós tömbben egy tetszőleges árameloszlás. Az osztály tartalmaz két függvény a mágneses tér komponenseinek kiszámolására egy tetszőleges rácspontban, aminek a működési elve a következő:

Adott egy fúziós berendezésnek a poloidális metszete. A fentebb mondottak alapján ezt a kétdimenziós teret diszkretizáljuk adott rácspontokra. Ha minden rácspontban ismert a $\tilde{j}(r, z)$ áramsűrűség, akkor B_r és B_z akármilyen (r, z) koordinátában meghatározható (III.13) szerint.

A mágneses tér kiszámításához minden rácspontban ki kell értékelni az

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_r(r, r', z - z') &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos \phi'}{(r^2 + r'^2 + (z - z')^2 - 2rr' \cos \phi')^{3/2}} d\phi' \quad \text{és az} \\ \mathcal{I}_z(r, r', z - z') &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{r' - r \cos \phi'}{(r^2 + r'^2 + (z - z')^2 - 2rr' \cos \phi')^{3/2}} d\phi'\end{aligned}\tag{III.14}$$

paraméteres integrálokat. Ez rendkívül időigényes, mivel a számítási idő a rácsfelbontás négyzetével ($\mathcal{O}(n^2)$ komplexitás) skálázódik. Ezen integrálok kiszámítása minden egyes rácspontban felesleges, ezért a következő módszert alkalmaztam: ha adottak a berendezés poloidális metszet-beli r, z koordinátatartományai és a rácsfelbontás, előre kiválasztott rácspontokban ki lehet számolni $\mathcal{I}_r$ -t és $\mathcal{I}_z$ -t, és ezeket, mint függvényeket interpoláljuk az adott tartományra, hogy a koordinátatartományban akárhol le lehessen kérni az integrálok értékeit minden további időigényes számítás nélkül. Vegyük észre, hogy $\mathcal{I}_r$ és $\mathcal{I}_z$ nem függ külön-külön z -től és z' -től, hanem csak a különbségüktől, ezért elegendő 3 dimenzióban interpolálni. Ezeket a műveleteket végzi az általam írt `InterpolationGrid` osztály, ami a következő specifikációkkal rendelkezik:

- Az osztály példányosításakor megadható külön-külön az r, r' és $z - z'$ koordináták tartománya (`r_range`, `r_prime_range`, `z_range`), a rácsfelbontás (`interp_resolution`), valamint az interpoláció módszere (`interp_method`), ami lehet lineáris, vagy köbös spline.
- A példányosítás után a megfelelő objektum beépített `GenerateRGIFiles()` metódusa elvégzi az integrálok kiszámítását és interpolálását két belső függvény (`interpolate_B_r`, `interpolate_B_z`) használatával. A rövidebb futási idő érdekében ez a függvény párhuzamosítva hívja meg a numerikus integráló rutint (`scipy.integrate.quad`), így akár egyszerre 20 párhuzamos szálon is futtatható a program.
- Ezután az interpolálás eredményeit a függvény eltárolja két belső változóban. Ezeket a `saveToFile()` metódussal el tudjuk menteni egy `.pkl` fájlban későbbi használatra. A kimentett fájlokat a `loadFromFile()` metódussal lehet beolvasni és használni.

Az interpoláláshoz első körben a `scipy.interpolate.RegularGridInterpolator` függvényt használtam, azonban azt tapasztaltam, hogy nagyobb felbontásoknál különösen hosszú időbe tellett az interpolálás, így egy másik módszerhez kellett folyamodnom: A lineáris interpolációhoz egy cython-ban írt függvényt használtam, aminek a szintaxisa lényegében hasonló a python-hoz, de maga a kód C-forráskódra, majd az LLVM toolchain-en keresztül gépi kódra fordul, ami a python forráskódból a bináris függvény interface-eken keresztül meghívható. Ez jelentősen gyorsabb, mint a python interpreter-e, és jelentősen le tudtuk csökkenteni az interpoláció idejét.

A python osztály ami a tényleges mágneses térkomponensek számolásáért felelős, a `BSIntegrator`.

Az osztály példányosításához meg kell adnunk egy `InterpolationGrid` példányt, ami a koordináta-rendszer információit tartalmazza, valamint az ezen a rácson felvett árameloszlást. Ha mindezt megtettük, az így példányosított objektum `B_r()` és `B_z()` beépített metódusaival ki tudjuk számolni a mágneses teret abban a tartományban, ahol az `InterpolationGrid`-del interpoláltunk.

(g) Az áramperturbációk implementálása

Az előző metódusokkal tetszőleges, rácspontokra diszkrétizált árameloszlás mágneses terét ki lehet számolni. Ebben a szakaszban az áraperturbációk megvalósítását fogom tárgyalni. Az előzőekben mondottak alapján a $\tilde{j}(\rho_n)$ eloszlást elemi bázisfüggvények lineárkombinációjaként állítjuk elő. Az áramperturbációk létrehozására és a perturbált árameloszlás mágneses terének kiszámítására az `ABPSimulator` programban implementáltam a `PerturbedMagneticField` osztályt. Ez az osztály lekéri az EFIT algoritmustól a ρ_n fluxuskoordinátát egy megadott (r, z) koordináta-rendszer pontjaiban, és egy általunk megadott, bázisfüggvényekből felépített $\tilde{j}(\rho_n)$ eloszlást elhelyez a poloidális metszetben. Az ebből az eloszlásból eredő mágneses teret a már előbb említett `BSIntegrator` osztály metódusainak meghívásával számolja ki a következőképpen:

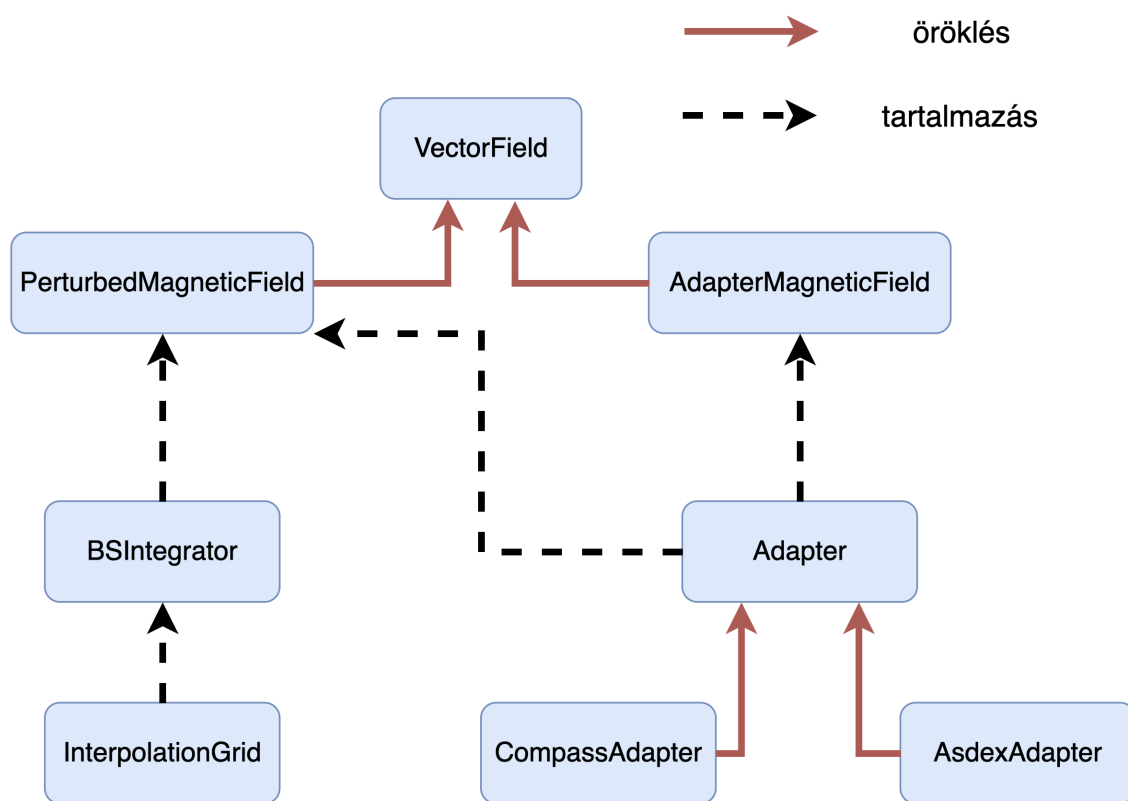
- A `PerturbedMagneticField` osztály példányosításakor megadunk neki egy `InterpolationGrid` objektumot, ebből eltárolódnak a koordináta-tartományok. A konstruktorfüggvény létrehoz egy `BSIntegrator` példányt, amit később a mágneses tér számolására használ.
- a `SetPerturbationParameters()` metódus segítségével egyesével megadhatjuk az elemi bázisfüggvény paramétereit, amiből az árameloszlás áll elő.
- Ezután a `calculateCurrentProfile()` függvénnyel megadhatjuk a bázisfüggvények típusát (háromszög vagy Gauss), és kiszámoltathatjuk poloidális metszet-beli árameloszlást.
- Végül a `get_component()` metódussal lekérhetjük az árameloszlás mágneses tér-komponenseit egy tetszőleges (r, z) helyen. Ez a függvény egyrészt az egyensúlyi, másrészt a perturbáció mágneses terét számolja ki, és a kettőt összeadja.
- Ha kíváncsiak vagyunk a teljes áramerősségre, azaz az $\int_A \mathbf{j} d\mathbf{A}$ integrálra, ezt lekérhetjük a `totalCurrent()` függvény segítségével. Ez a metódus trapéz-módszerrel számolja ki az árameloszlás teljes metszetre vett integrálját.

Tehát a numerikus módszerek már megvannak az áraperturbációk létrehozásához és a mágneses tér meghatározásához, a kutatásom hátralevő részében ezeket az osztályokat illesztettem be az `ABPSimulator` kódjába konzisztens módon.

(h) Az áraperturbációkat megvalósító kód integrálása

Az `ABPSimulator` programcsomagot az Energiatudományi Kutatóközpontban, több ember segítségével fejlesztettük tovább. Az `ABPSimulator` első verzióját a témavezetőm (Réfy Dániel) és Skáre Erik fejlesztette. A kutatásom alatt, Molnár Balázs tudományos munkatárs segít-

ségével a kódot refaktoráltuk. A keretrendszer kidolgozásában részt vettem, valamint később ebbe a keretrendszerbe illesztettem bele az általam írt új funkciókat, mint a Biot-Savart algoritmus és az áramperturbációk létrehozásáért felelős osztályok. Részt vettem a program optimalizációjában is; a kód sokkal modulárisabb, könnyebben átlátható lett a kódbázis, és több olyan objektumorientált programozási paradigma⁴ használatra került, amivel kézenfekvőbb lett a kód fejlesztése. Használtuk az absztrakt bázisosztály (Abstract Base Class) koncepcióját; több, hasonló funkcióval rendelkező osztályt ugyanazon osztályból származtattunk. Továbbá bevezettük az ún. adapterosztályokat, amik segítségével két osztály interfészét össze lehet kötni. Az alábbi osztálydiagram szemlélteti az ABPSimulator perturbációkat megvalósító részének struktúráját:



14. ábra. Részlet az ABPSimulator UML osztálydiagramjából

Az alábbi osztályok a következő részfeladatokat látják el:

- **VectorField**: Absztrakt bázisosztály, vektormező-jellegű mennyiségeket (mágneses tér) származtatunk belőle.
- **AdapterMagneticField**: Az egyensúlyi mágneses tér meghatározását szolgáltató osztály. Legnagyobb előnye, hogy az adapterosztályon keresztül berendezésfüggetlen módon tudja több tokamak (COMPASS, ASDEX-Upgrade) egyensúlyi mágneses tér-számolóját használni.

⁴Design Patterns: Elements of Reusable Object-Oriented Software (1994)

- **PerturbedMagneticField**: Az áramperturbációk létrehozásáért és a mágneses tér meghatározásáért felelős osztály, róla volt már szó. Tartalmaz egy **BSIntegrator** példányt, aminek metódusait meghívva tudjuk kiszámolni a mágneses teret egy tetszőleges pontban.
- **Adapter**: Ez a fentebb említett adapterosztály. Emiatt lehetséges, hogy mind a COMPASS, mind az ASDEX-Upgrade egyensúlyi számolóját használni tudjuk az ABPSimulátorban minden további komplikáció nélkül. A berendezés-specifikus implementációkat az adapter leszármaztatott osztályai (**CompassAdapter**, **AsdexAdapter**) tartalmazzák.

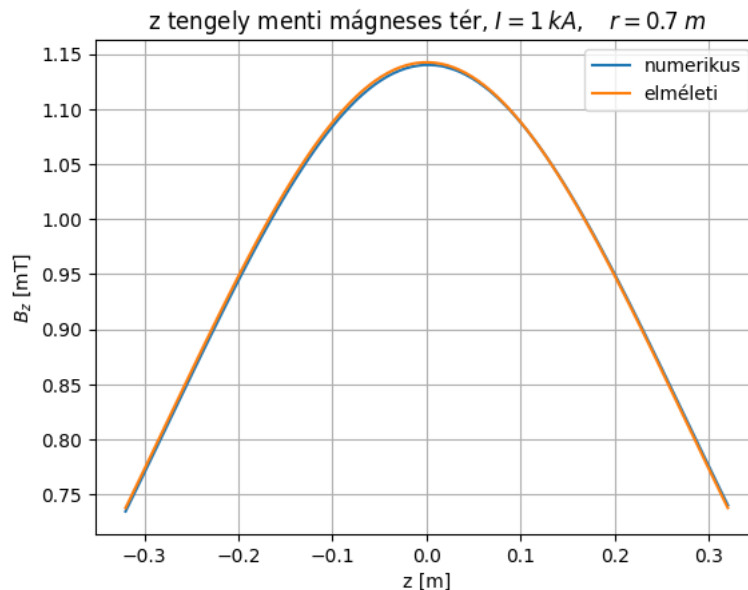
IV. EREDMÉNYEK

(a) A Biot-Savart algoritmus pontossága

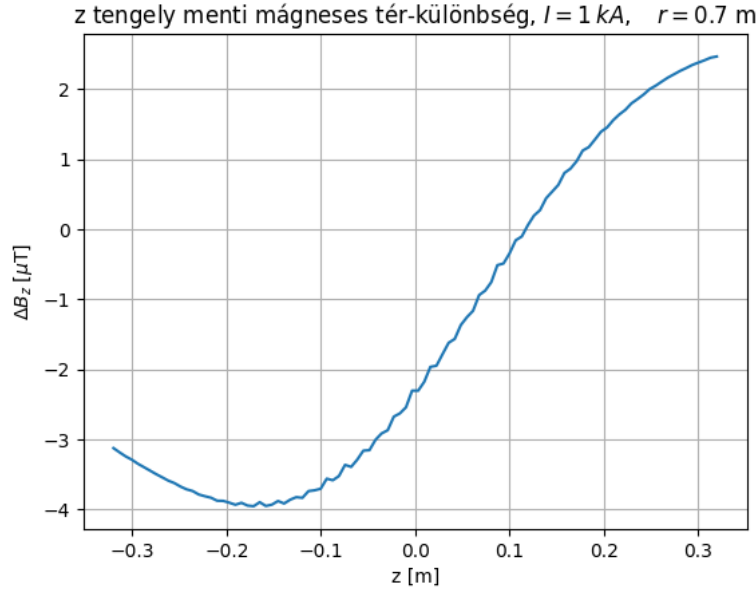
Mindenek előtt, szükség volt a Biot-Savart algoritmus által számított mágneses tér egy olyan árameloszlás terével, amit analitikusan ismerünk. Erre egy egyszerű módszert használtam: Legyen egy, a z tengelyre forgásszimmetrikus R sugarú, I erősségű köráram, amit helyezünk el $z = 0$ -ban. Folyjon az áram olyan irányban, hogy az origóban $\mathbf{B}$ iránya egyezzen meg a z tengely irányával (ez csak egy előjelnyi különbséget jelentene a végleges képletben). Számoljuk ki a mágneses teret a z tengely mentén. Erre az esetre meg lehet oldani a Biot-Savart törvényt, és azt kapjuk, hogy $B_r \equiv 0$ mindenhol, valamint:

$$B_z(r = 0, z) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{IV.1})$$

A **BSIntegrator** konstruktorának egy ilyen elemi köráramot adtam meg, majd a z tengely mentén kiszámoltam a B_z komponenst. Ábrázoltam az analitikus, valamint a numerikus módszerrel számított B_z teret, valamint ezeknek a különbségét:



15. ábra. A Biot-Savart algoritmus és az analitikus mágneses tér



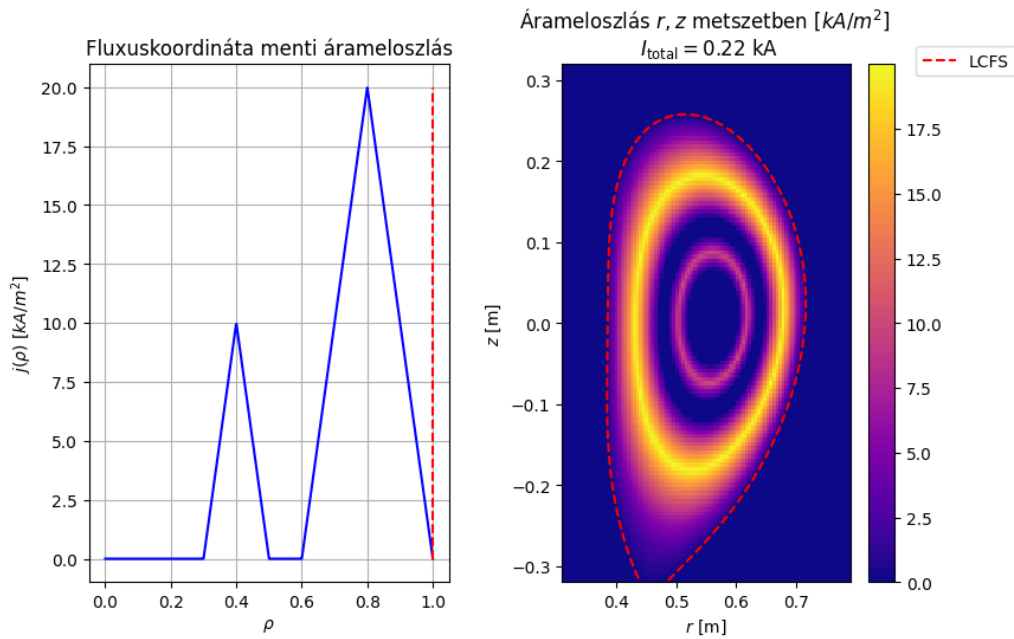
16. ábra. A két tér különbsége

A validációs teszthez egy $z = 0$ -ban centrált $r = 0.7$ m sugarú, $I = 1$ kA erősségű köráramot tekintettem, 1 cm-es interpolációs felbontással. Jól látszik, hogy ezen paraméterek mellett Biot-Savart algoritmus által számított mágneses tér hibája nagyjából 3 nagyságrenddel kisebb, mint az adott pontban számolt mágneses tér, ezáltal azt mondhatjuk, hogy az algoritmus pontos eredményt ad. Ez a hiba szisztematikusnak tűnik, és további analízisre szorul.

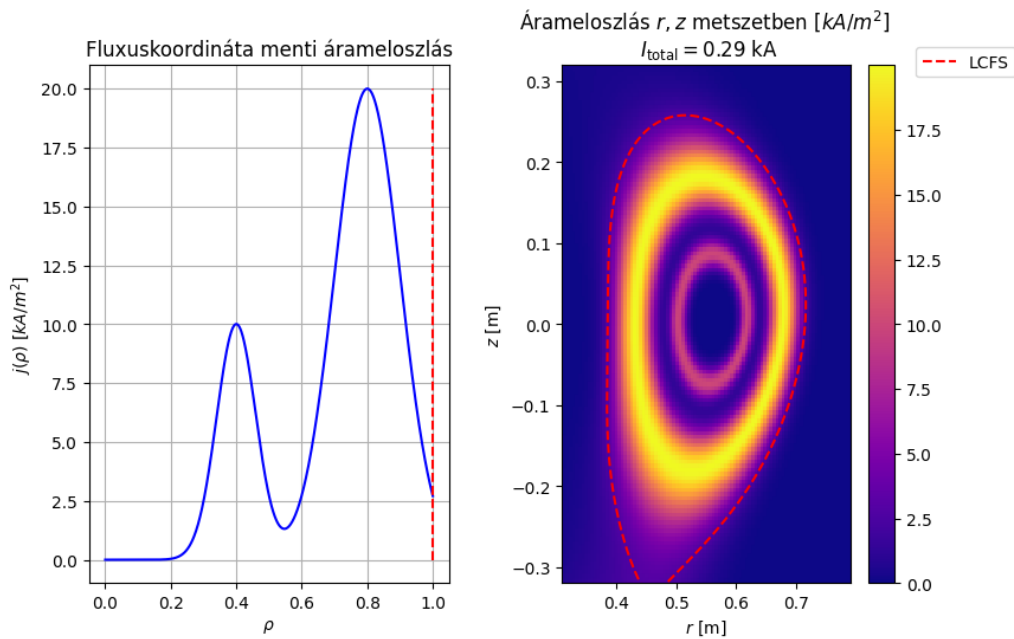
(b) Tetszőleges áramfluktuáció mágneses tere

Az ABPSimulator kódban az általam implementált `PerturbedMagneticField` osztály segítségével akármilyen áramperturbációkat létrehozhatunk, háromszög vagy Gauss-függvények lineárkombinációjaként. A fentebb említett implementáció szerint kiválaszthatunk egy bázisfüggvénytípust, valamint egy listában megadhatjuk az egyes perturbációk paramétereit, és ezekből tetszőleges mennyiségűt vehetünk. A kutatásom alatt ennek a megvalósítása egy jelentős mérföldkő volt, ugyanis ez lehetővé teszi a lehetséges fluktuációk paraméterterének feltérképezését; meg tudjuk vizsgálni, hogy adott tulajdonságú perturbációk miként hatnak az ABP detektoron mért intenzitáseloszlásra, valamint ezt valódi ABP mérésekkel is össze tudjuk hasonlítani.

Az alábbi ábrákon demonstrálom a perturbációk létrehozását. A mágneses egyensúlyi rekonstrukcióhoz a COMPASS 17178. plazmakisülés-adatait vettem alapul, $t = 1.1$ s időben. Az első ábrán háromszög, a másik ábrán Gauss bázisfüggvényeket használtam, és ábrázoltam a normalizált fluxus menti, valamint a poloidális metszet-beli árameloszlást. Az utolsó zárt fluxusfelületet szaggatott piros vonallal jelöltem mindkét ábrán. Feltüntettem a teljes toroidális áramot is.



17. ábra. Háromszögfüggvényekből előállított eloszlás



18. ábra. Gauss-függvényekből előállított eloszlás

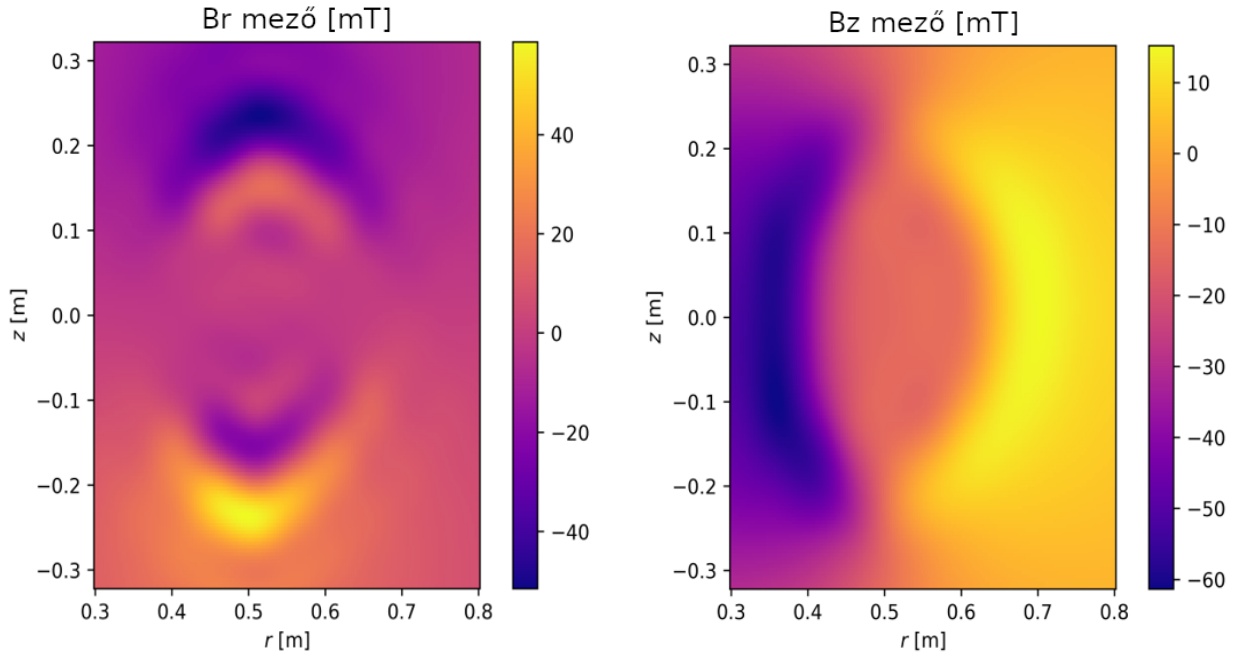
A háromszög-eloszlás paramétere:

Paraméter	1. függvény	2. függvény
j_0	10 kA/m^2	20 kA/m^2
ρ_0	0.4	0.8
a	0.5	1

A Gauss-eloszlás paramétere:

Paraméter	1. függvény	2. függvény
j_0	10 kA/m^2	20 kA/m^2
ρ_0	0.4	0.8
σ	0.06	0.4

Továbbá, a **BSIntegrator** osztállyal ezeknek a fluktuációknak a mágneses tere is kiszámolható. Az alábbi ábrákon egy $\rho_0 = 0.8$ -ban centrált háromszög-eloszlás B_r és B_z tere látható a poloidális metszetben.



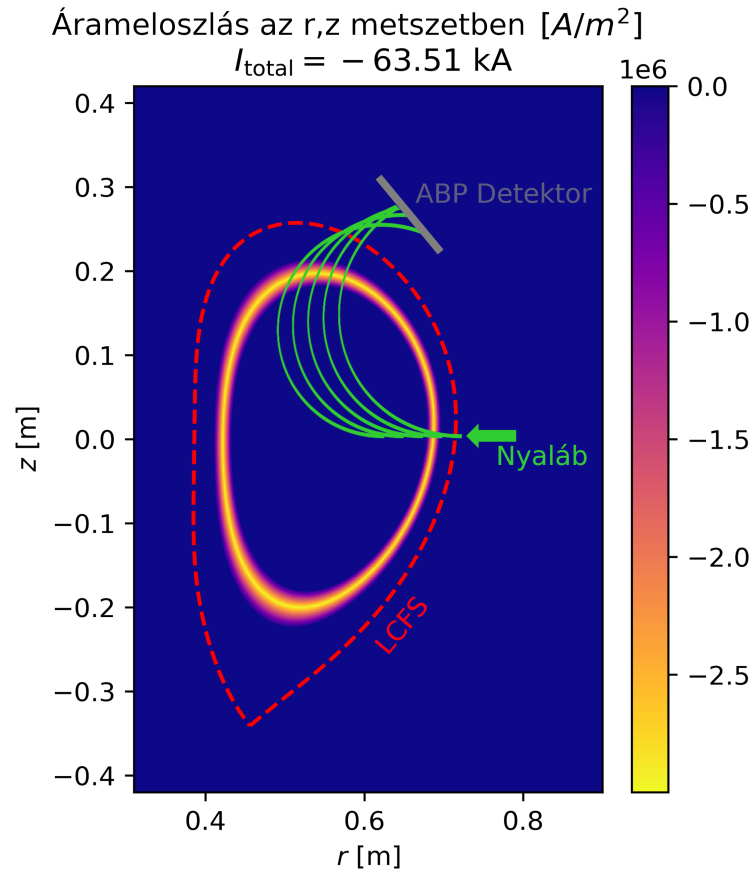
19. ábra. Háromszögfüggvény-alakú eloszlás B_r és B_z tere

(c) $z = 0$ menti mágneses tér rekonstrukciója

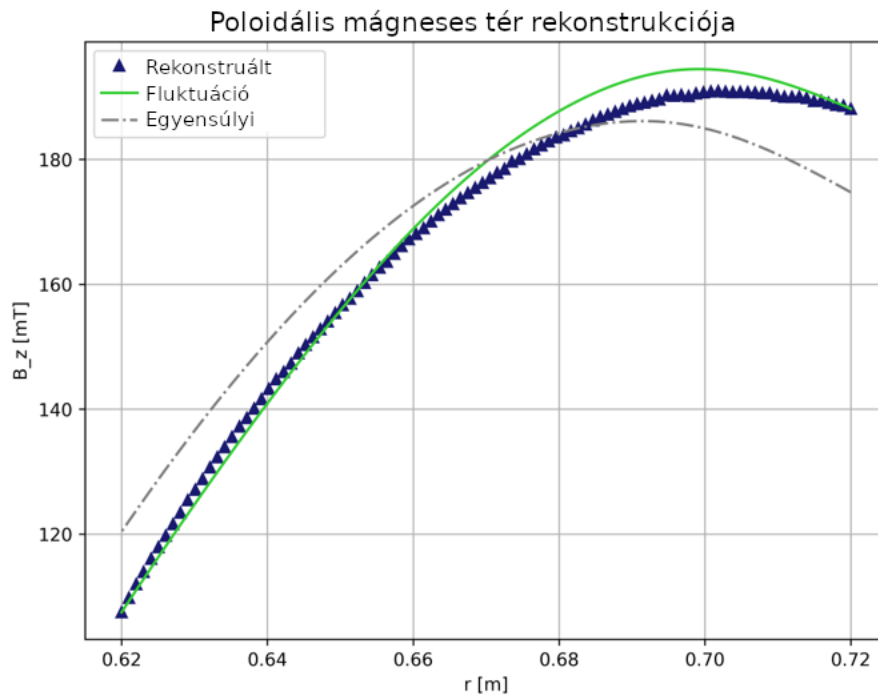
Az általam fejlesztett új, áramperturbációkat megvalósító funkcionálisokat a kutatócsoportom felhasználta, és kidolgozásra került egy olyan közelítő módszer, ami alapján a $z = 0$ síkban, viszonylag jó pontossággal rekonstruálható a mágneses tér B_z komponense. Ehhez az alábbi modell került felhasználásra:

Mivel az atomnyalábot a $z = 0$ sík mentén juttatjuk be a plazmába, itt a mágneses tér B_z komponense lesz a rá merőleges. Azt feltételezzük továbbá, hogy csak ebben térrészben lesz domináló hatása a mágneses térnek, mivel az ionok pályáját az ebben a régióban kapott erőhatás befolyásolja a legjobban, valamint a pálya későbbi szakaszain a kapott erőhatások várható értéke megközelítőleg zérus⁵. Ez a (19.) ábrán szemléletesen látszik. Emiatt a detektorképen kapott intenzitáseloszlásra nagy részben a $z = 0$ menti B_z komponens lesz befolyással, ezért ezt tudjuk rekonstruálni. Az alábbi ábrákon látható a folyamat: a (20.) ábrán az atomnyalábot útját szemléltjük egy darab háromszög-függvényből álló áramperturbáció esetén. A (21) ábrán a B_z komponens poloidális rekonstrukcióját láthatjuk, feltüntetve az egyensúlyi mágneses teret is. Az egyes nyalábrészek (beamletek) eltérése és a lokális poloidális mágneses tér között lineáris összefüggést feltételezünk, ebből egy lineáris regresszióval, jó közelítéssel visszaállítható a mágneses tér.

⁵Mivel itt az ionpálya a poloidális metszet azon régiójában mozog, ahol a mágneses tér vagy elenyészően kicsi, vagy a jelentős járulékot adó B_r komponens előjelet vált, ezáltal az eredő impulzusváltozás közel nulla.

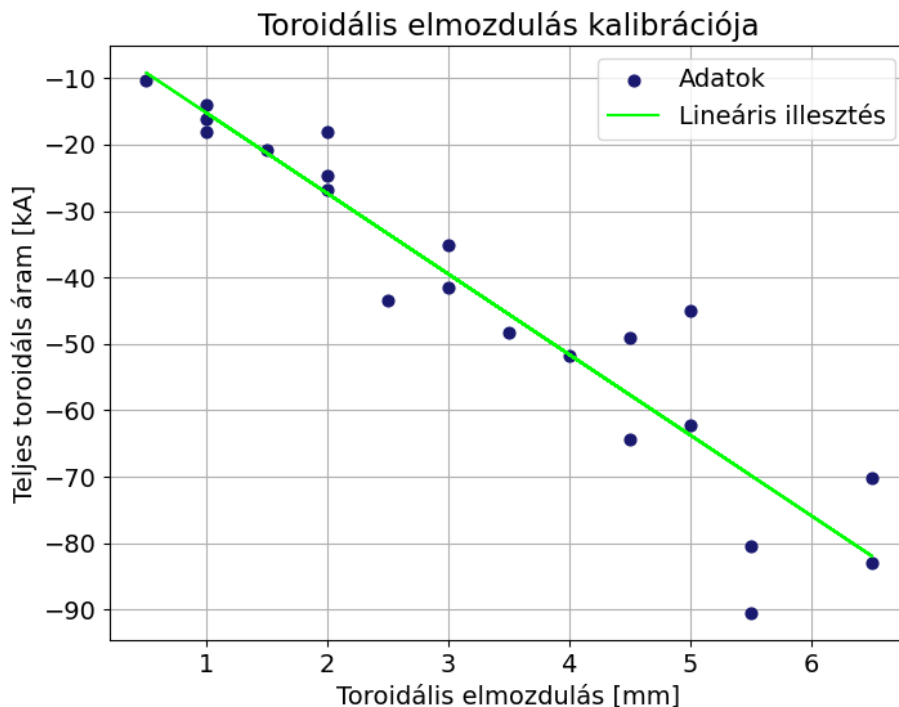


20. ábra. A beamletek útja a plazmában a detektorig

21. ábra. A B_z mágneses térkomponens rekonstrukciója $z = 0$ mentén

(d) Teljes toroidális áram rekonstrukciója

A kutatócsoportomnak még egy említésre méltó eredményt sikerült elérnie a fejlesztéseimmel; névlegesen a teljes, toroidális irányban folyó áram kiszámítása a detektorképen mért elmozdulás alapján. Itt is egy egyszerű modellt használtunk: Különböző perturbációk mellett előállítottuk a detektoron kialakult intenzitáseloszlást. Ha ismerjük az egyensúlyi (perturbálatlan) árameloszlás mellett kapott detektorképet, akkor ki tudjuk számítani egy tetszőleges detektorkép teljes toroidális irányú elmozdulását úgy, hogy keresztkorreláltatjuk az egyensúlyi detektorképpel. A toroidális elmozdulás és a toroidális áram között lineáris kapcsolatot feltételeztünk. Első körben, a kalibrációs adatokhoz háromszög-függvényekből előállított áramfluktuációkat használtunk, és ezekhez kiszámítottuk a detektorkép toroidális elmozdulását több paraméter mellett. A kapott adatpontokra egyenest illesztettünk:



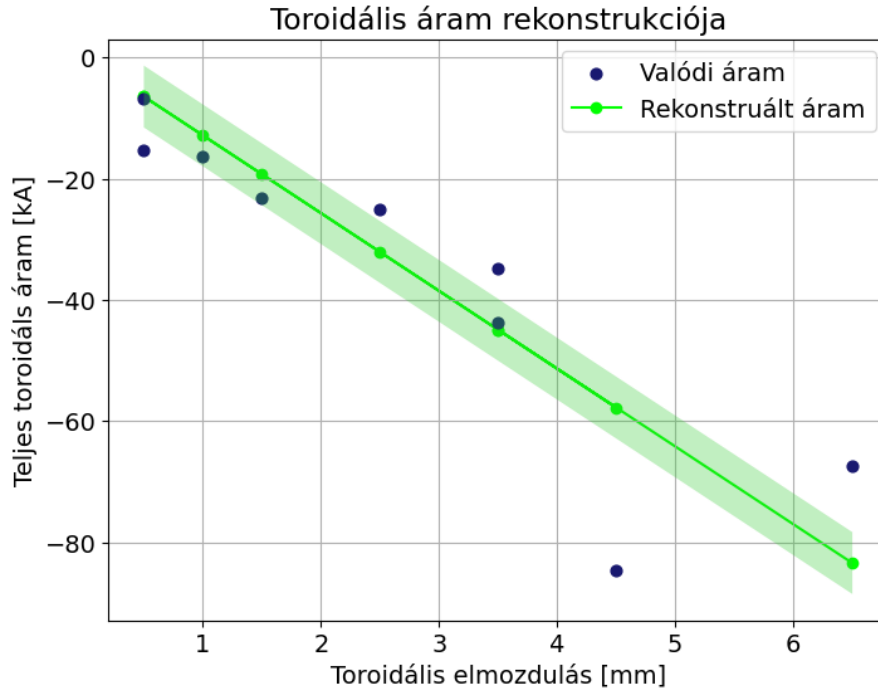
22. ábra. A szimulált kalibrációs adatok és a rájuk illesztett egyenes

Az illesztés hibájára két forrást vettünk figyelembe: az egyik hibaforrás a Faraday-csésze mátrix véges felbontásából (0.5 mm) eredő szisztematikus hiba, a másik az illesztett egyenes meredekségének a bizonytalansága, ami $\Delta m = 3.83 \text{ kA/mm}$ -nek adódott. Ezekből a hibaforrásokból a következőképpen számoltuk ki az illesztés hibáját:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{detektor}}^2 + \sigma_{\text{fit}}^2} \quad (\text{IV.2})$$

Ezzel meg tudunk határozni az illesztett egyens körül egy bizonytalansági sávot, amin belül a rekonstrukciót hibahatáron belül pontosnak gondoljuk.

Ennek a modellnek a validációjához a másik (Gauss) bázisfüggvényekből előállított perturbációkat vettük figyelembe eltérő paraméterekkel, és kiszámoltuk az ezek által okozott toroidális eltérülést. A kapott adatpontokat összehasonlítottuk az előbb említett lineáris modellel.



23. ábra. A validációs adatok és a kalibrációs egyenes összehasonlítása. A bizonytalansági sáv szélessége $\sigma = 5.1$ kA/mm.

Látható, hogy nem minden pont illeszkedik teljesen jól az illesztett egyenes hibahatárán belül, sőt, nagyobb toroidális áramoknál vannak egészen nagy kiugró pontok, azonban relatíve kicsi (< 30 kA) áramokra ez a lineáris modell egy jó közelítésnek tekinthető.

V. DISZKUSSZIÓ

(a) Az elért eredmények összefoglalása

Összességében elmondhatjuk, hogy az ABPSimulator-ban elért fejlesztések sikeresnek bizonyultak. A kutatásom túlnyomó részét a szimulációs kód bővítésével töltöttem, azaz a Biot-Savart algoritmus implementálása és optimalizálása, az áramfluktuációkat létrehozó és a poloidális metszetben elhelyező függvények megírása, valamint az új kódrészek beillesztése a meglévő ABPSimulator tárolóba önkonzisztens módon. Az új funkcionálisok redkívvül hasznosnak bizonyultak, lehetőségünk van ezáltal az ELM-ciklusok alatt bekövetkező áramingadozásokat modellezni. Lényegében a mostani kutatásom során az ELM-ek modellezéséhez szükséges eszközöket fejlesztettem ki ahhoz, hogy később ezek numerikus analízise megvalósítható legyen. A fejlesztéseimnek köszönhetően kimutatható volt, hogy a globális toroidális áram rekonstruálható ± 2 kA bizonytalanság erejéig, 50 kA alatt (amíg a lineáris közelítés érvényes). A fejlesztéseim lehetőséget adtak a poloidális mágneses tér lokális értékeinek rekonstrukciójára

is. Valós adatokon történő rekonstrukció esetében is rendkívül fontos lesz a szintetikus diagnosztika, például egy iteratív séma megalkotásához, ami a mért és szimulált adatok együttes alkalmazásával képes a fluktuációkra következtetni.

(b) További teendők

Habár az eszközök már készen állnak számunkra, ez a kutatás korántsem sincs készen. Egyrészt, lehetőségünk van az áramperturbációk teljes paraméterterének vizsgálatára, és további összefüggéseket keresni a detektorkép és az áramfluktuációk között. Ehhez szükséges egy szintetikus adatbázis felállítása, ahol a perturbációkkal egy bizonyos paramétertartományt lefedünk, és ezekhez hozzárendeljük a detektor intenzitáseloszlását, a nyaláb adatait (kezdeti pozíció, kezdeti irány, energia, stb). A mágneses tér rekonstrukciója a teljes poloidális metszetben egyenlőre még egy megválaszolatlan probléma, ehhez szeretnénk, hogy minél több szintetikus adat rendelkezésünkre álljon.

Továbbá, amit egyáltalán nem vettünk figyelembe a szimulációban, az az egyes nyalábok intenzitásának változása a plazmában. A jövőbeli kutatásaim során szeretném ezt a szempontot is figyelembe venni a plazmában való nyalábgyengülés modellezésével; ehhez rendelkezésünkre áll a RENATE szimulációs kód. A plazma rátaegyenleteinek kiszámolásával nem csak az egyes nyalábok érkezési helyeit tudnánk kiszámolni, hanem azok intenzitásait is. Ezzel még egy paramétert tudnánk modellezni a szimulációban, ami segítségével pontosabb, behatóbb modellt tudnánk fejleszteni.

Végül, de nem utolsó sorban, a modellünket szükséges még validálni valós atomnyalábszondamérésekkel. Erre rendelkezésünkre állnak a COMPASS-on mért ABP mérések, viszont ezeknek a dekódolása és feldolgozása jelentős kihívást jelent a különböző forrásokból eredő zaj kiszűrése miatt. További lehetőségünk van a validációra azzal, hogy a szimulációnkat összehasonlíttjuk egy másik modell eredményeivel, mint például a TAIGA.

(c) Záró megjegyzések, köszönetnyilvánítás

Elsősorban hálával tartozom a témavezetőmnek, Réfy Dánielnek, aki témavezetése alatt rengeteget tanultam a plazmafizikáról és a fúziós berendezésekről. A kutatásom megkezdése előtt ez számomra egy teljesen ismeretlen terület volt, azonban az útmutatásával és segítségével motívált arra, hogy a fizikának ezt a területét űzzem tovább. Köszönet illeti még Molnár Balázst, aki a szimulációs kód fejlesztésében számolatlanszor nyújtott segítséget és ötleteket, valamint a toroidális áram,- és poloidális mágneses tér rekonstrukció túlnyomó részt az ő keze munkája. Végül, köszönettel tartozom Skáre Eriknek, aki az `ABPSimulator` eredeti szerzői közé tartozik, és a kutatásom során kiigazított minket a kód működéséről és struktúrájáról, valamint ötleteket adott a kódszerkezet refaktorálásához.

HIVATKOZÁSOK

- [1] H Zohm. „Edge localized modes (ELMs)”. In: *Plasma Physics and Controlled Fusion* 38.2 (Feb. 1996), pp. 105–128. ISSN: 0741-3335, 1361-6587. DOI: [10.1088/0741-3335/38/2/001](https://doi.org/10.1088/0741-3335/38/2/001). URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0741-3335/38/2/001>.
- [2] Buday Csaba et al. „Atomnyaláb diagnosztika a COMPASS tokamakon”. In: (2012).
- [3] F. Wagner et al. „Regime of Improved Confinement and High Beta in Neutral-Beam-Heated Divertor Discharges of the ASDEX Tokamak”. In: *Phys. Rev. Lett.* 49 (19 1982), pp. 1408–1412. DOI: [10.1103/PhysRevLett.49.1408](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.49.1408). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.49.1408>.
- [4] A.W. Leonard et al. „The impact of ELMs on the ITER divertor”. In: *Journal of Nuclear Materials* 266-269 (Mar. 1999), pp. 109–117. ISSN: 00223115. DOI: [10.1016/S0022-3115\(98\)00522-4](https://doi.org/10.1016/S0022-3115(98)00522-4). URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022311598005224>.
- [5] P. B. Snyder et al. „Edge localized modes and the pedestal: A model based on coupled peeling–ballooning modes”. In: *Physics of Plasmas* 9.5 (May 2002), pp. 2037–2043. ISSN: 1070-664X, 1089-7674. DOI: [10.1063/1.1449463](https://doi.org/10.1063/1.1449463). URL: <https://pubs.aip.org/pop/article/9/5/2037/1070288/Edge-localized-modes-and-the-pedestal-A-model>.
- [6] C. Perez et al. „Washboard modes as ELM-related events in JET”. In: *Plasma Physics and Controlled Fusion*, v.46, 61-87 (2004) 46 (Jan. 2004). DOI: [10.1088/0741-3335/46/1/005](https://doi.org/10.1088/0741-3335/46/1/005).
- [7] G. Anda et al. „Lithium beam diagnostic system on the COMPASS tokamak”. In: *Fusion Engineering and Design* 108 (Oct. 2016), pp. 1–6. ISSN: 09203796. DOI: [10.1016/j.fusengdes.2016.04.022](https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2016.04.022). URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0920379616303131>.
- [8] J. Galdon-Quiroga et al. „First measurements of an imaging heavy ion beam probe at the ASDEX Upgrade tokamak”. In: *Review of Scientific Instruments* 95.1 (Jan. 2024). Number: 1, p. 013504. ISSN: 0034-6748, 1089-7623. DOI: [10.1063/5.0175720](https://doi.org/10.1063/5.0175720). URL: <https://pubs.aip.org/rsi/article/95/1/013504/2933144/First-measurements-of-an-imaging-heavy-ion-beam>.
- [9] D. I. Réfy et al. „Micro-Faraday cup matrix detector for ion beam measurements in fusion plasmas”. In: *Review of Scientific Instruments* 90.3 (Mar. 2019). Number: 3, p. 033501. ISSN: 0034-6748, 1089-7623. DOI: [10.1063/1.5084219](https://doi.org/10.1063/1.5084219). URL: <https://pubs.aip.org/rsi/article/90/3/033501/359475/Micro-Faraday-cup-matrix-detector-for-ion-beam>.

- [10] P. Hacek et al. „Development of an ion beam detector for the atomic beam probe diagnostic”. In: *Review of Scientific Instruments* 89.11 (Nov. 2018). Number: 11, p. 113506. ISSN: 0034-6748, 1089-7623. DOI: [10.1063/1.5044529](https://doi.org/10.1063/1.5044529). URL: <https://pubs.aip.org/rsi/article/89/11/113506/363793/Development-of-an-ion-beam-detector-for-the-atomic>.
- [11] D. I. Réfy et al. „Plasma edge current fluctuation measurements during the ELM cycle with the atomic beam probe at COMPASS”. In: *45th EPS Conference on Plasma Physics* (2019).
- [12] L.L. Lao et al. „Equilibrium analysis of current profiles in tokamaks”. In: *Nuclear Fusion* 30.6 (1990), p. 1035. DOI: [10.1088/0029-5515/30/6/006](https://doi.org/10.1088/0029-5515/30/6/006). URL: <https://dx.doi.org/10.1088/0029-5515/30/6/006>.