



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
HIDAK ÉS SZERKEZETEK TANSZÉK



KEMENCZÉS ANDRÁS

MSC ÉPÍTŐMÉRNÖK HALLGATÓ
TANULMÁNYOK KEZDETE (ÉVFOLYAM): 2010

SIMON JÓZSEF

MSC ÉPÍTŐMÉRNÖK HALLGATÓ
TANULMÁNYOK KEZDETE (ÉVFOLYAM): 2010

**BORDÁKKAL MEREVÍTETT, NYOMOTT LEMEZEK
OPTIMÁLIS BORDAMÉRETÉNEK VIZSGÁLATA
NEMLINEÁRIS ANALÍZIS ALAPJÁN**

TDK DOLGOZAT

KONZULENS:

DR. VIGH LÁSZLÓ GERGELY

EGYETEMI DOCENS
BME HIDAK ÉS SZERKEZETEK TANSZÉK



KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

*„Ezúton szeretnénk köszönetet mondani konzulensünknek, Dr. Vigh László Gergelynek
segítőkész támogatásáért és munkánk alapos és kritikus szemrevételezéséért.”*

A munka szakmai tartalma kapcsolódik a "Minőségorientált, összehangolt oktatási és K+F+I stratégia,
valamint működési modell kidolgozása a Műegyetemen" c. projekt szakmai célkitűzéseinek
megvalósításához. A projekt megvalósítását az Új Széchenyi Terv TÁMOP-4.2.1/B-09/1/KMR-2010-
0002 programja támogatja.



Tartalomjegyzék

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS	2
Tartalomjegyzék	3
1. Absztrakt.....	5
2. Bevezetés	6
2.1. A tanulmány célkitűzése.....	6
2.2. A tanulmány tartalmi áttekintése	7
3. A lemezhorpadás jelensége.....	8
3.1. A lemez egyensúlyát leíró differenciálegyenlet	8
3.2. A kritikus feszültség.....	9
3.3. Nemlineáris horpadás	12
3.4. Az effektív keresztmetszet elve.....	14
3.5. Bordákkal merevített lemezek horpadása	16
3.1.1. Az bordázott lemez differenciálegyenlete.....	16
3.5.2. Számítási módszerek	17
3.5.3. Az ortotróp lemezelmélet	18
4. Szabványos méretezési eljárások az Eurocode 3 szerint.....	21
4.1. Az effektív keresztmetszetek elve	21
4.2. A redukált keresztmetszetek elve szerinti méretezés.....	22
4.3. Bordákkal merevített lemezek számítása.....	25
4.3.1. Az ekvivalens ortotróp lemezmodell	26
4.3.2. A rúdszerű kihajlás.....	27
4.3.4. Interpoláció az ortotróp lemezszerű és a rúdszerű viselkedés között	30
4.3.5. Szerkesztési szabályok.....	32
4.4. Méretezés numerikus analízis felhasználásával	33
5. Optimális bordaméret meghatározása	34
5.1. Az optimális bordaméret definíciója	34
5.2. Az optimális bordaméret meghatározásának elvei	34
5.2.1. Ideális bordamerevség a rugalmas kritikus feszültség alapján	34
5.2.2. Ideális bordamerevség a teherbírás alapján	36
5.3. A tanulmány célkitűzése.....	36
5.4. A megvalósítás menete	37



6.	A numerikus modell	41
6.1.	Végeselemes analízis az EC3-1-5 alapján	41
6.2.	A felépített modell jellemzése.....	44
6.2.1.	Alkalmazott modellszint	44
6.2.2.	Anyagmodell	44
6.2.3.	A geometriai modell	44
6.2.4.	Alkalmazott végeselemek.....	45
6.2.5.	Végeselem-háló	46
6.2.6.	Imperfekciók felvétele.....	46
6.2.7.	Megtámasztások	49
6.3.	A modell validálása, konvergenciavizsgálat	50
7.	A numerikus futtatások eredményei, kiértékelés	54
7.1.	A numerikus futtatások eredményei.....	54
7.2.	Optimális relatív hajítási bordamerevség meghatározása konstans δ értékekre.....	62
7.3.	Optimális relatív hajítási bordamerevség meghatározása általános δ értékekkel.....	65
8.	Összefoglalás és megállapítások	68
9.	Irodalomjegyzék	70
	MELLÉKLET.....	71



Bordákkal merevített, nyomott lemezek optimális bordaméretének vizsgálata nemlineáris analízis alapján

1. Absztrakt

Napjaink korszerű acélszerkezetei esetében törekszünk a kedvező teherbírás-anyagfelhasználás arányú szerkezetek alkalmazására. Ez a követelmény az acélszerkezeti tervezés egy új irányvonalát határozta meg, mely a vékonyfalú szerkezetek tervezésére irányult. Alkalmazásukra igen széles körben igény mutatkozott, így a hídépítési és offshore szerkezetek, silók és hajótestek tipikus konstrukciójává vált.

Azonban az ilyen típusú szerkezetek stabilitási viselkedése igen összetett. Nyomott lemezek esetén a szerkezeti elemek mindegyikében létrejöhet a horpadás. Az Eurocode 3 1-5 része (EC3-1-5) kezeli a bordák közötti lemezmező lokális horpadását és a teljes lemez globális horpadását, valamint közvetetten a bordák torzulásos horpadását is.

Előnyös tervezési koncepció lehet, ha a bordaméretet úgy választjuk meg, hogy a lemez globális horpadása ne legyen mértékadó a teherbírás szempontjából: meghatározható egy olyan merevítő borda geometria, melynél a lokális és a globális horpadás egy időben következik be. Ezt a geometriát nevezzük tanulmányunkban optimális, vagy ideális bordaméretnek. Az optimális bordakialakítással a teherbírás és az anyagfelhasználás leginkább kedvező kombinációját érhetjük el. A szakirodalomban létezik analitikus megoldás az ideális bordaméret meghatározására a rugalmas kritikus feszültségek összevetése alapján. Azonban az egyes stabilitásvesztési módokban a posztkritikus viselkedés, az imperfekció-érzékenység és így a tényleges teherbírás eltérő, emiatt kérdéses, hogy pusztán a kritikus feszültségek alapján történő bordaválasztással kizárható-e a teljes lemez horpadása.

Célkitűzésünk laposacél hosszbordákkal többszörösen merevített, különböző méretű és vastagságú, szabályos, acél lemezek optimális bordaméretének meghatározása a teherbírás alapján, anyagi és geometriai nemlineáris analízis segítségével. Célunk továbbá annak vizsgálata, hogy milyen viszonyban áll egymással a nyomott lemezek nemlineáris analízissel meghatározott teherbírása alapján számított optimális bordaméret, és a szakirodalomban már létező, lineáris, rugalmas esetben levezetett eredmények.

Tanulmányunkban elsőként röviden összefoglaljuk a lemezhorpadás jelenségének főbb kutatási eredményeit, a nyomott bordázott lemezek stabilitási méretezésére előírt eljárásokat, valamint áttekintjük az ideális bordaméret kritikus feszültség alapú meghatározását.

A vizsgálatok elvégzéséhez az ANSYS véges elemes programban építettünk felületszerkezeti numerikus modellt. A modell tartalmazza az EC3-1-5 által javasolt szabványos imperfekciókat, illetve azok kombinációit. A modell és a vizsgálati módszer helyességének igazolására konvergencia vizsgálatot, valamint az imperfekció-érzékenység és az imperfekciók szükséges kombinációinak vizsgálatát mutatjuk be elsőként.

A borda keresztmetszetét változtatva paraméteres vizsgálat keretében határoztuk meg az egyes esetekhez tartozó optimális bordaméretet. Az elemzendő esetek az alábbi változókat veszik figyelembe: lemez oldalaránya, lemezvastagság, bordaszám, merevítő bordák mérete. Az ellenőrzött modell segítségével anyagi és geometriai nemlinearitást figyelembe véve határozzuk meg az egyes esetekben a szerkezet teherbírását. Az egyes teherbírásokat a relatív bordamerevségek függvényében ábrázoljuk; a tönkremeneteli mód elemzésével az optimális bordaméret az adott geometria esetén meghatározható. A kapott eredményeket összevetjük a kritikus feszültség alapján számítható összefüggésekkel. Eredményeink a gyakorlati tervezésben, elsősorban az előtervezés során közvetlenül alkalmazhatóak.



2. Bevezetés

A merevített lemezek az acélszerkezetek korai korszakában megjelentek, és kedvező teherbírás-önsúly arányuk miatt igen széles körben alkalmazottá váltak, főként a hajótestek, acélhidak, silók, offshore műtárgyak meghatározó szerkezeti kialakításaként tartjuk számon a bordákkal merevített lemezszerkezeteket.

Viselkedésük jellemzésére számtalan analitikus módszert és közelítő számítást kidolgoztak a rugalmas stabilitásvesztés és a posztkritikus tartalékok meghatározására. Azonban érdekes tény, hogy a lemezszerkezetek teherbírásának meghatározására irányuló átfogó, szabvány szintű tudományos kutatások csak az 1970-es években indultak, miután világszerte több hídszerkezet¹ építés közben váratlanul összeomlott. Napjainkban a vékonyfalú alumínium és acél szerkezetek gépészeti, építőmérnöki alkalmazásai még mindig a mechanikai kutatások egyik lényeges irányvonalát képezik.

Ennek oka, hogy a lemezekből összeállított szerkezetek viselkedése nagyfokú komplexitást mutat, a stabilitásvesztés bármelyik lemezelemben, és ezek interakciója (interakciós stabilitásvesztés) is létrejöhét. A bordákkal merevített lemezek teherbírási határállapota három féle módon következhet be: a lemez globális horpadásával, a bordák közti merevített lemezmező (lokális) horpadásával, illetve a merevítő bordák torzulásos horpadásával.

2.1. A tanulmány célkitűzése

Mivel a fenti esetek bármelyike a teherbírás kimerülését jelenti, a tervezés szempontjából kíváncsnak tűnik a merevítő bordákat úgy megválasztani, hogy a globális horpadás és a lokális lemezmező horpadása egyszerre következzen be. Ezt a geometriát nevezzük tanulmányunkban optimális, vagy ideális bordaméretnek. Az optimális bordakialakítással a teherbírás és az anyagfelhasználás leginkább kedvező kombinációját érhetjük el.

Célunk különböző oldalarányú és vastagságú bordákkal merevített lemezek optimális bordamerevségének (γ^*) meghatározása a teherbírás alapján, anyagi és geometriai nemlineáris analízis segítségével. Dolgozatunk laposacél hosszbordákkal merevített, szabályos négyszög alaprajzú, tisztán nyomott lemezek vizsgálatára irányul.

A számított eredmények alapján vizsgálunk a következőket:

- Milyen viszonyban áll egymással a rugalmas alapon számított, valamint a teherbírás alapján meghatározott optimális bordamerevség?
- Okoz-e számottevő eltérést a teherbírásban a szabvány által előírt imperfekciók alkalmazása? Mely elemek imperfekció-érékenysége jelentős?

¹A walesi Milford Havenben szabad szereléssel épülő szekrény keresztmetszetű *Claddeau* híd egyik elemének beemelésakor váratlanul összedőlt (1970. június 2.). Az eset során négy munkás életét veszítette, azonban jelentősebb katasztrófa is bekövetkezhetett volna, amennyiben a híd az alatta fekvő Pembroke Ferry falu házaira zuhan. Az baleset nagy visszhangot váltott ki, s más európai esetekkel együtt a brit nemzeti acélhíd-tervezési szabvány módosításához vezetett.



- Realizálható többlet teherbírás a numerikus vizsgálattal a kézi számításhoz képest?
- Hogyan viszonyul egymáshoz az EC3-1-5 [1] szerint számítható teherbírás, és a numerikus eredmények?
- Adott geometriai kialakítás (lemezméretek) mellett milyen optimális bordaméretet tudunk javasolni a tervezők számára?

2.2. A tanulmány tartalmi áttekintése

Szakirodalmi áttekintésünk első szakaszában a vékonyfalú szerkezetek stabilitási kérdéseivel foglalkozunk. Bemutatjuk a kritikus feszültség, a posztkritikus viselkedés és az effektív keresztmetszetek fogalmát. Ezt követően részletesen foglalkozunk az Eurocode 3 szabványcsalád nyomott merevített lemezek szabványos teherbírásának meghatározására vonatkozó előírásaival.

A problémakör alapvető fogalmainak áttekintése után ismertetjük az optimális bordaméret definícióját és meghatározásának elveit, majd kitérünk a szakirodalomban fellelhető számítási módszerek bemutatására.

Ezután bemutatjuk az általunk definiált vizsgálati program lépéseit, a megvalósítás menetét, valamint az optimális bordaméret meghatározásának menetét. Részletesen taglaljuk az általunk épített numerikus modell tulajdonságait, s ismertetjük a számítások során nyert eredményeinket.

Utolsó fejezetünkben összefoglaljuk számításaink eredményeit, tapasztalatainkat, illetve javaslatokat teszünk az eredmények kiterjesztésével, a vizsgálati módszerrel kapcsolatban.



3. A lemezhorpadás jelensége

A felületszerkezetek stabilitási kérdéseinek vizsgálata több szempontból különbözik a rúdszerkezetek esetén megszokott gyakorlattól. A lemezszerkezetek egyensúlyi és stabilitási állapotát leíró egyenletek jellemzően két független változót tartalmazó parciális differenciálegyenletekkel írhatóak le, szemben a rúdszerű szerkezetekkel, melyek egy független változó segítségével is jellemezhetők. Egy másik alapvető - igen jelentős - eltérés, hogy míg egy ideális rúdelem kihajlási kritikus terhe a tönkremenetel állapotát is jelenti, addig a lemezekből álló szerkezetek horpadása az esetek jelentős részében nem egyenértékű a szerkezet tönkremenetelével. Ezt a jelenséget posztkritikus viselkedésnek, illetve kritikuson túli teherbírásnak hívjuk. Egy valódi lemez horpadási mechanizmusát rengeteg körülmény befolyásolja: alapvetően függ a lemez posztkritikus teherbírása a lemez geometriájától és megtámasztási viszonyaitól, a terheléstől, a szerkezet geometriai tökéletlenségeitől, az építés vagy gyártás során az acél anyagban keletkező sajátfeszültségek eloszlásától, valamint a merevítő bordák elhelyezésétől.

Ezen fejezetben szeretnénk összefoglalást adni a lemezszerkezetek mechanikai vizsgálatának legfontosabb állomásairól, az ideális lemez differenciálegyenletétől a posztkritikus viselkedés leírásáig. A szakirodalmi áttekintés során nem célunk bonyolult levezetések közlése, így leginkább végeredmények közlésére szorítkozunk. A lemezek mechanikai elméletének részletes bemutatását azonban szükségesnek érezzük a további eredmények szempontjából.

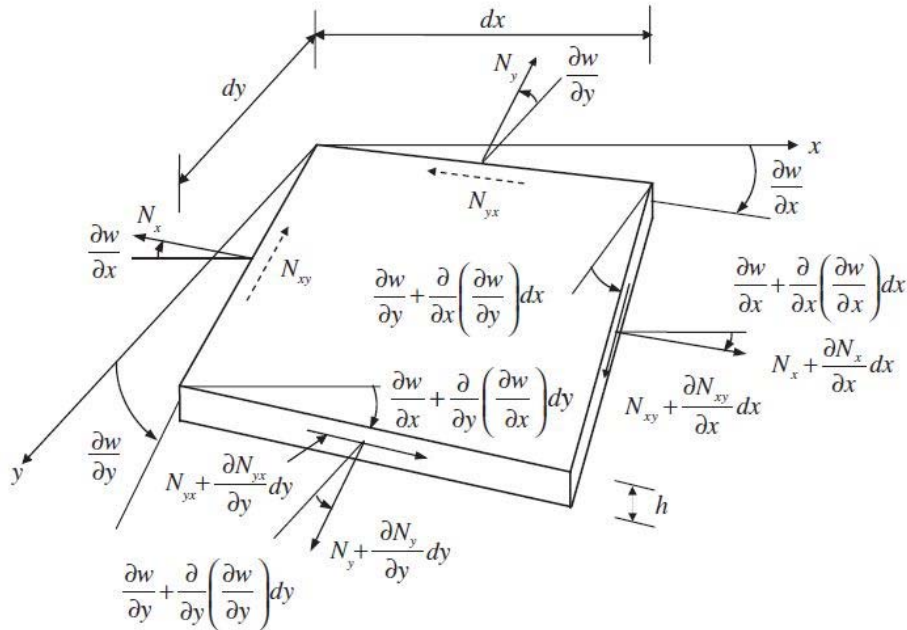
Áttekintőnkben az oldalai mentén megtámasztott, nyomott lemezek stabilitásvesztési viselkedésének jellegzetességeit ismertetjük. Ezen alapesetek ugyanis a későbbiekben segítségünkre lesznek az összetett szerkezet lokális horpadási tönkremenetelének értelmezésekor, de az Eurocode 3 szabványsorozat méretezési formuláinak jobb megértéséhez is hozzásegítenek minket.

3.1. A lemez egyensúlyát leíró differenciálegyenlet

A horpadás jelensége a szerkezet egyensúlyi állapotában bekövetkező változást jelent. A kis elmozdulásokat végző, vékony lemezek összefüggéseit a mechanikában klasszikus lemezelméletként is ismert Kirchhoff-Love féle lemezmodell [Kirchhoff, Love, 1888] írja le. A modell eredményei szolgáltatták a kiindulást a nyomott lemezek horpadási kritikus feszültségének meghatározásához.

A lemez anyaga homogén, izotróp, ideálisan rugalmas és a Hooke-törvény szerint felírható a feszültség-alakváltozás kapcsolata. A lemez egyensúlyi egyenleteit egy deformált (kis elmozdulást végző) elemi négyszögre írjuk fel (3.1. ábra).

A lemezelemet derékszögű koordináta-rendszerben képzeljük el, ahol az x és y tengelyek jelölik ki a deformálatlan lemez síkját, a z tengely pedig a lemez normálisát jelöli, origója a lemez középsíkján található. A vizsgálat során feltételezzük, hogy a deformálódott keresztmetszetek síkok maradnak és alakváltozás után is merőlegesek a referenciasíkra. Ezek a feltevések a nyírási alakváltozások hatásának elhanyagolását jelentik



3.1. ábra: Elemi lemezrészre ható fajlagos igénybevételek [2]

A három irányú egyensúlyi egyenletek:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = 0 \quad (3.2)$$

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + p \quad (3.3)$$

A fenti egyenletek a kis lemozdulásokat végző vékony lemezek egyensúlyi egyenletei.

3.2. A kritikus feszültség

Kezdetben a horpadás jelenségét tökéletesen sík lemezeken vizsgálták, a számítások lineáris, rugalmas viselkedést feltételeztek. A kritikus feszültség – a nyomott rudak kihajlásához hasonlóan – egy ideális szerkezet stabilitási elágazási jelenségét tükrözi.

A 3.2. ábrán látható **merevített, téglalap alaprajzú lemezelem**² esetére a 3.14 egyensúlyi egyenlet felírható a 3.15 képlet szerinti alakban. Csak x irányú nyomófeszültség terheli a

² A tanulmányunkban a **merevített lemez** megnevezést a bordákkal merevített lemez esetében használjuk. A **lemezelem** megnevezéssel az Eurocode keresztmetszeti osztályozása szerinti lemeztípusokra szeretnénk utalni.

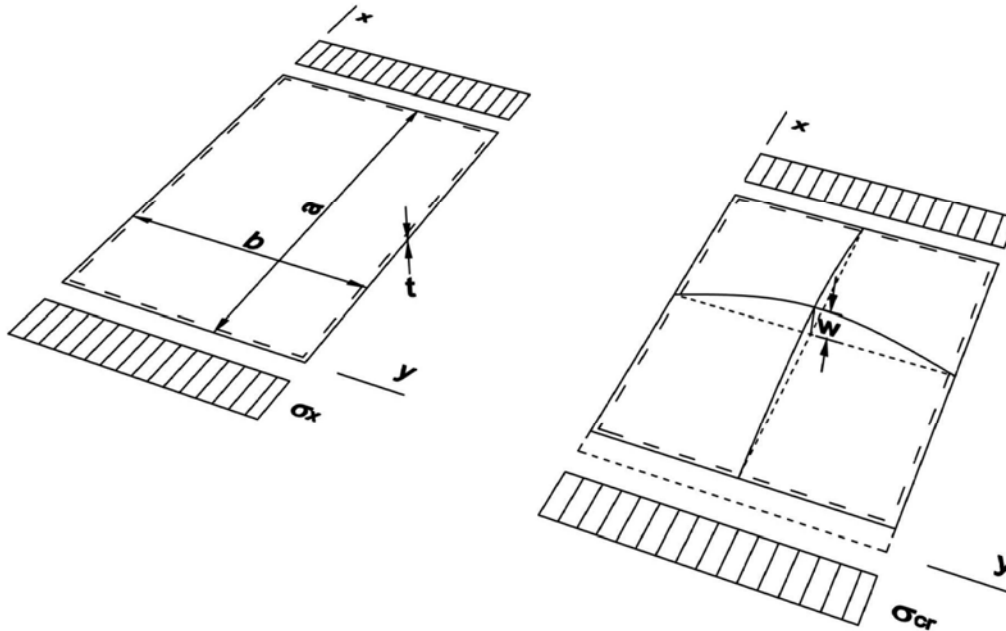
szerkezetet, emiatt $N_x = \sigma_x t$ alakban írható fel. N_y és N_{xy} nullával egyenlő. Nullára rendezve az összefüggést:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\sigma_x t}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

$$\Delta \Delta w = -\frac{t}{D} \sigma_x w_{xx} \quad (3.4)$$

Ahol D a lemez merevségét jellemzi:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3.5)$$



3.2. ábra: Nyomott merevített lemezelem horpadása.

A differenciálegyenlet megoldása, vagyis a középsíkra merőleges $w(x, y)$ elmozdulásfüggvény szinuszos bázisfüggvények segítségével közelíthető [Navier, 1839].

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3.6)$$

ahol $n = 1$ és $m = 1, 2, \dots$

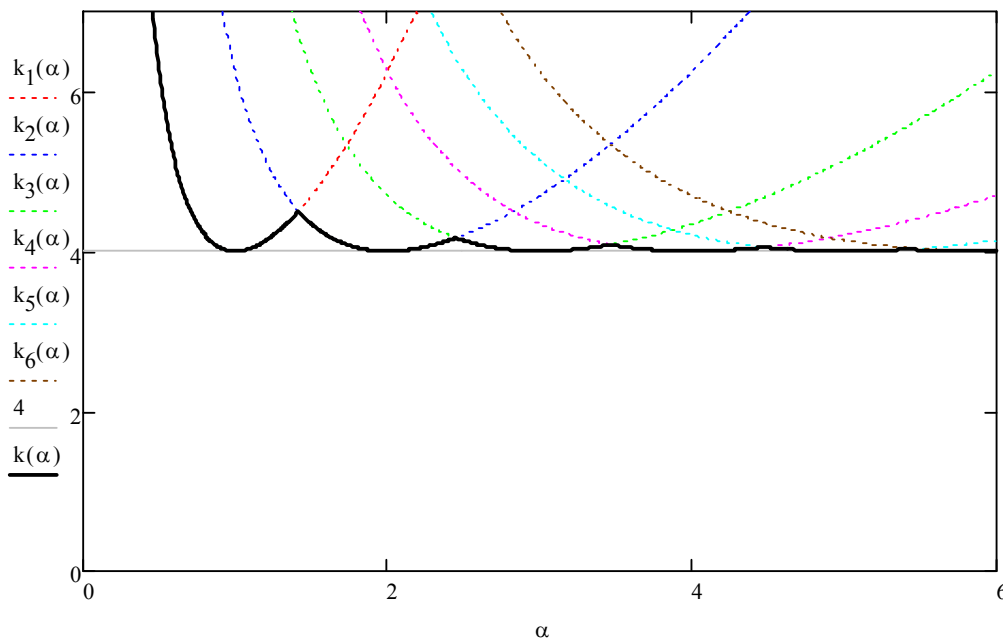
A fenti differenciálegyenlet felírásának lépéseit, valamint a kritikus feszültség képletének levezetését minden oldalán csuklósan megtámasztott lemez esetére például [2] tartalmazza részletesen. A téglalap alaprajzú, minden oldalán csuklósan megtámasztott lemez kritikus feszültség nagyságát az alábbi összefüggés adja meg:



$$\sigma_{cr} = \frac{D\pi^2}{b^2t} k = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \quad (3.7)$$

$$k = \left(\frac{m}{a} + \frac{\alpha}{m}\right)^2, \text{ ahol } \alpha = \frac{a}{b} \quad (3.8)$$

A k tényezőt ábrázolva kapjuk az úgynevezett csipkegörbét. Ez a görbesereg a k tényező értékét adja meg a lemez oldalarányának függvényében, eltérő horpadási alakok esetére. A mérnöki gyakorlatban a hosszirányú horpadási alakokat megjelenítő ábra burkológörbéje fontos, mely ezen alapesetre $k=4$, kivéve az egynél kisebb a/b arányú úgynevezett rövid lemezeket, ahol nagyobb rugalmas horpadási ellenállásra számíthatunk.



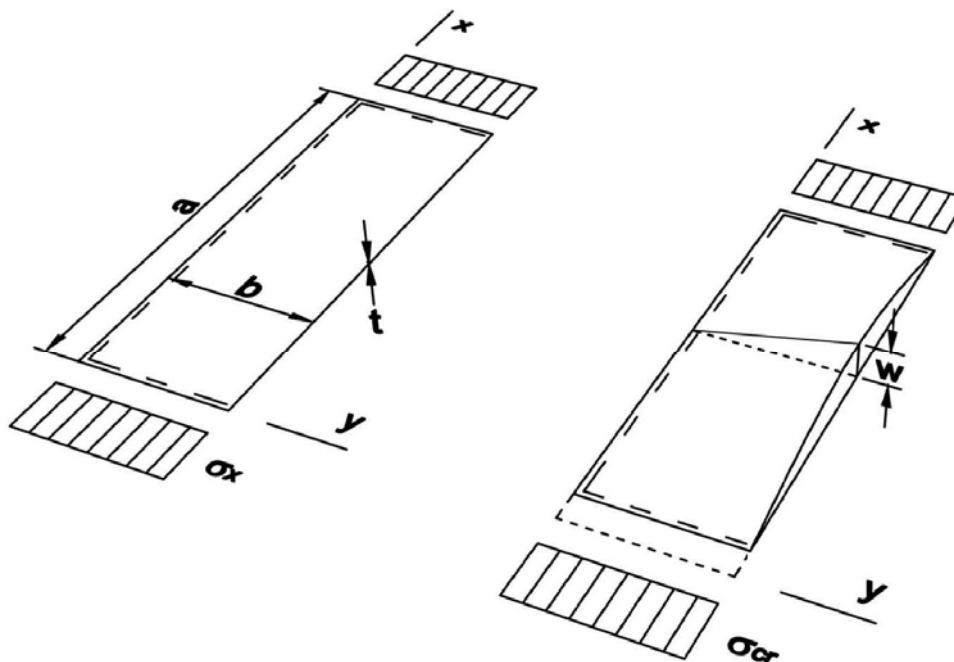
3.3. ábra: Csipkegörbe. $n=1, m=1,2,3,\dots$

Eltérő alaprajzi kialakítás, megtámasztási viszonyok és terhelések esetére Timoshenko és Gere (1961) könyvében [3] találhatunk levezetéseket az energiamódszer alkalmazásával.

A merevített lemezelemek viselkedéséhez hasonló azoknak a lemezeknek a viselkedése, melyeknek egyik pereme szabadon elmozdulhat. Ezeket **merevítetlen lemezelemnek** nevezzük. A differenciálegyenletet kielégítő megoldásfüggvény alakja:

$$w(x, y) = w_{max} \frac{y}{b} \sin \frac{\pi x}{a} \quad (3.9)$$

$$\sigma_{cr} = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \quad (3.10)$$



3.4. ábra: Nyomott merevített lemezelem horpadása.

A horpadási kritikus feszültség meghatározása számtalan módszerrel lehetséges. A fenti megoldással azonos eredményekre juthatunk az alábbi módszerek segítségével:

- Differenciálegyenlet analitikus megoldása
- Energiamódszer
- Egyensúlyi módszer

További közelítő eljárások a $w(x,y)$ függvény, és a kritikus horpadási feszültség meghatározására:

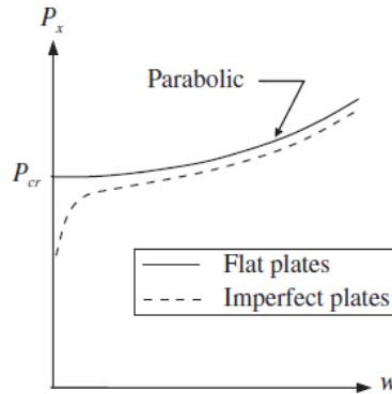
- Ritz- vagy Galjorkin-módszerrel, közelítő bázisfüggvényekkel.
- Numerikus közelítéssel, diszkrét pontokban (VEM, VDM, VSM)

3.3. Nemlineáris horpadás

Sokáig a lemezszerkezetek stabilitási méretezését csakúgy, mint a rúdszerkezetek esetében, a kritikus feszültségek és a kritikus teherparaméter alapján végezték [4]. Az ideális geometriával rendelkező lemezek vizsgálata során kidolgozott analitikus megoldás nem vette figyelembe az imperfekciók hatását, illetve a lemezek azon tulajdonságát, hogy a kritikus feszültség elérése – a horpadás bekövetkezése – után legtöbb esetben a terhelés tovább növelhető (3.5. ábra). Az valóság és az idealizált modell különbségéből fakadó bizonytalanság kezelésére bevezetett biztonsági tényezők sokszor túlzott anyagfelhasználást és gazdaságtalan szerkezetet eredményeztek.



Az alábbi ábra szemlélteti a lineáris és nemlineáris horpadási út közti alapvető különbséget. Az imperfekciókkal terhelt lemez esetében a már nem beszélhetünk egyensúlyi elágazásról, s kritikus teher sem definiálható egyértelműen.



3.5. ábra: Ideális és imperfekt lemez erő-elmozdulás diagramja. [2]

Az oldalai mentén megtámasztott lemezek esetén a kedvező kritikusan túli teherbírás oka, hogy a felület horpadásával a lemezben egyre nagyobb görbültségek jönnek létre, amelyet a középfelület megnyúlásai és szögtorzulásai során ébredő membránereők ellensúlyoznak. Ezt a jelenséget nevezik lepedő-hatásnak is. Természetesen a képlékenységi számításba vételével a teherbírás egy idő után csökkenő jellegűvé válik.

A vékony lemezszerkezetek posztkritikus tartományának emelkedő volta, és a kritikusan túli teherbírási tartalékok jelentős nagysága ösztönzést jelentett a további kutatások számára. A valós, nem ideális geometriájú szerkezetek posztkritikus viselkedésének modellezése az elágazás jelenségének nemlineáris, rugalmas-képlékeny számítás igényli. Kármán a Navier-féle lineáris differenciálegyenletet úgy fogalmazta újra, hogy az a membránfeszültségek kialakulását is magában foglalja, és az elágazás utáni viselkedés nyomon követésére is alkalmas legyen [Kármán, 1910].

A Kármán-féle nemlineáris horpadási egyenletrendszer:

$$\Delta\Delta w = -\frac{t}{D} [\Phi_{yy} w_{xx} - 2\Phi_{xy} w_{xy} + \Phi_{xx} w_{yy}] \quad (3.11)$$

$$\Delta\Delta\Phi = -E[w_{xy} - w_{xx} w_{yy}] \quad (3.12)$$

ahol $w(x,y)$ a lehajlásfüggvény, $\Phi(x,y)$ pedig az Airy-féle feszültség-függvény.

A Kármán-féle differenciálegyenlet-rendszert később kezdeti görbültséggel bíró lemezekre [Marguerre, 1937], ortotróp lemezekre [Maquoui, Massonnet, 1971] is kiterjesztették.

A Marguerre-féle egyenletrendszer:

$$\Delta\Delta w = -\frac{t}{D} [\Phi_{yy}(w_{0,xx} + w_{xx}) - 2\Phi_{xy}(w_{0,xy} + w_{xy}) + \Phi_{xx}(w_{0,yy} + w_{yy})] \quad (3.13)$$

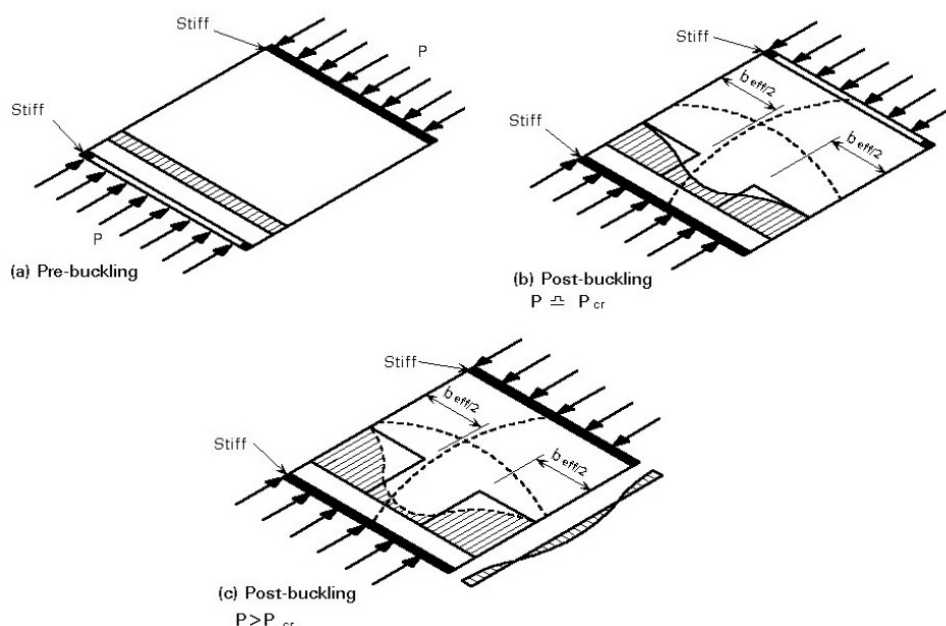
$$\Delta\Delta\Phi = -E \left[(w_{0,xx} + w_{xx})(w_{0,yy} + w_{yy}) - w_{0,xx}w_{0,yy} - (w_{0,xy} + w_{xy})^2 + w_{0,xy}^2 \right] \quad (3.14)$$

ahol Φ_0 a kezdeti feszültségek figyelembe vételére szolgáló függvény.

3.4. Az effektív keresztmetszet elve

A nemlineáris horpadási egyenletrendszer megoldásának tapasztalatai alapján több egyszerűsített modellt fejlődött ki, melyek a posztkritikus teherbírás számítását könnyítik. Ezek közül az egyik legelterjedtebb, a kísérletek útján kalibrált formában az Eurocode szabvány által is használt eljárás az effektív szélességek koncepciója, melyet nyomott lemezekre Kármán [Kármán, 1932], nyírt lemezekre Wagner dolgozott ki [Wagner, 1922].

Az effektív, vagy más néven dolgozó keresztmetszet elvének alapgondolata, hogy a σ_{cr} feszültség elérése után a lemez keresztmetszetében a normál-feszültség-eloszlás a középsíkra merőleges elmozdulások hatására megváltozik. Kármán modelljének lényege, hogy a közbelső, horpadó lemezmező kitér a terhelés elől, így a teherbírás a szélső sávokra koncentrálódik. Vagyis a nemlineáris feszültségeloszlást helyettesíthetjük egy kisebb szakaszra kiterjedő, egyenletes feszültségeloszlással, mely feszültségtest eredője megegyezik a valós nemlineáris eloszláshoz tartozóval.



3.6. ábra: Az effektív keresztmetszet meghatározásának elve. [5]

Az ily módon a megtámasztott perem(ek) mentén számított sávokat együttesen a lemez effektív (dolgozó) szélességének tekintjük. A teherbírás kimerülésének pillanata Kármán javaslata alapján az a pont, amikor a σ_{max} feszültség eléri a lemez anyagának folyáshatárát.

A b_e szélességű lemezmező horpadása:



$$\sigma_{max} = \sigma_{cr,e} = k \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2) \left(\frac{b_e}{t}\right)^2} = \sigma_{cr} \left(\frac{b}{b_e}\right)^2 \quad (3.15)$$

ahol feltételezzük, hogy:

$$\sigma_{max} \cong f_y$$

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2} \quad (3.16)$$

Ebből kifejezve a lemezszélességek aránya:

$$\frac{b_e}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}} \quad (3.17)$$

A módszer előnye, hogy alkalmas a feszültségátrendeződés és a merevségcsökkenés hatásának figyelembe vételére, és a lemez szélességének csökkentése révén, szemi-empirikus módon becsli a kihorpadt lemez teherbírását.

A lemez dolgozó szélességének meghatározása történhet a feszültségek átcsoportosításával, valamint a merevségek ekvivalenciájának elvén. Mindkét esetben a feszültségeloszlást egy fiktív, egyenletesen megoszló terheléssel helyettesítjük.

Kármán imperfekcióktól mentes lemezre tett megállapításait a későbbiekben pontosították, részben tapasztalati úton, részben a nagy elmozdulások elméletének megfontolásai alapján. Ezen módosításokat a teljesség igénye nélkül összefoglalóan az 3.1. táblázatban ismertetjük.

$u = \frac{f_y}{\sigma_{cr}}$	Ideális geometria	Imperfekt geometria
Kármán, 1910	$\frac{b_e}{b} = \sqrt{\frac{1}{u}}$	
Marguerre, 1937	$\frac{b_e}{b} = 0,5 \left(1 + \frac{1}{u}\right)$	
Cox	$\frac{b_e}{b} = 0,14 + \frac{0,86}{\sqrt{u}}$	
Papkovics	$\frac{b_e}{b} = 0,44 + \frac{0,56}{u}$	
Winter, 1968		$\frac{b_e}{b} = \sqrt{\frac{1}{u}} - 0,25 \frac{1}{u}$
Faulkner, 1965		$\frac{b_e}{b} = \frac{1,052}{\sqrt{u}} - \frac{0,276}{u}$

3.1. táblázat: Az effektív keresztmetszet számításának fejlődése.



3.5. Bordákkal merevített lemezek horpadása

A bordákkal merevített lemezekből álló szerkezetek stabilitási viselkedése igen összetett. Nyomott lemezek esetén a szerkezeti elemek mindegyikében létrejöhet a horpadás, és így a teljes szerkezet tönkremenetele. A merevített lemezek esetén három féle stabilitásvesztési tönkremenetelt különböztetünk meg:

- a teljes merevített lemezmező horpadása;
- a merevítő bordák közti lemezmező lokális horpadása;
- a merevítő bordák torzulásos horpadása.

A fenti esetekhez egyedi kritikus feszültségek tartoznak, vagyis a szerkezet alkotórészeinek horpadása általában nem azonos terhelési szinten következik be. Ugyanakkor az egyes lemezelemek egymásra is hatással bírnak, így a stabilitásvesztési módok kombinációja alakul ki, ahol nehéz megítélni a kritikusan túli teherbírás nagyságát. Végso soron a szerkezeti elemek egymáshoz viszonyított merevségei alapján következtethetünk a posztkritikus viselkedés jellegére.

A bordázott lemez differenciálegyenletében a lemezszerű és a nyomott-hajlított gerenda-szerű viselkedés ötvöződik. Az analitikus megoldás a kompatibilitási feltételekkel írható fel, különös tekintettel a lemez deformációjából a bordára ható csavarási hatásokra. Azonban ennek megoldása nagyobb fokú mechanikai jártasságot követel.

3.1.1. Az bordázott lemez differenciálegyenlete

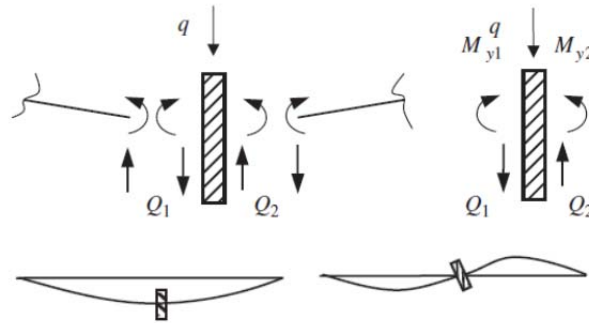
A bordázott lemez differenciálegyenletében a lemezszerű és a nyomott-hajlított gerenda-szerű viselkedés ötvöződik. Az analitikus megoldás a kompatibilitási feltételekkel írható fel. A lemez differenciálegyenletét a 3.12-14 képletek ismertetik. A lemeztől elválasztott borda viselkedése a nyomott-hajlított rudak differenciálegyenletével jellemezhető.

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \sigma A \frac{\partial^4 w}{\partial x^2} = q(x) \quad (3.18)$$

ahol EI a hajlítómerevség, σA a nyomóerő nagyságát adja meg, $q(x)$ a függőleges teher nagysága, $w(x)$ a lehajlás.

A megoldásban kihasználjuk a borda és a lemez kapcsolatánál ébredő erők egyensúlyát, valamint a lemez és a rúd elmozdulásainak (eltolódás, elfordulás) kompatibilitását leíró egyenleteket. A merevítőborda vonalában a lemez hajlítónyomatékainak eredője a bordára ható hossz mentén megoszló csavarónyomatékként jelenik meg (3.7. ábra). A bordára ilyen formán felírható a gátolt csavarás differenciálegyenlete, a 3.29 képlet szerint.

$$M_T = M_{y2} - M_{y1} = GI_T \frac{\partial \phi}{\partial x} - EI_\omega \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} \quad (3.19)$$



3.7. ábra: A merevített lemez belső erőrendszere a lemez és a borda kapcsolatánál.[2]

A nyílt keresztmetszetű, elhanyagolhatóan kis csavarómerevségű bordák esetében ennek megoldása jelentősen leegyszerűsödik. Mindazonáltal elmondható, hogy a merevített lemez differenciálegyenletrendszerének megoldása nagyobb fokú mechanikai jártasságot követel. A tervezés hatékonyabbá tételére ezért új számítási módszereket, méretezési táblázatokat dolgoztak ki.

3.5.2. Számítási módszerek

A bordázott lemezek vizsgálati módszereinek fejlődéséről [6] tartalmaz átfogó történeti áttekintést, melynek főbb állomásai a 3.8. ábrán tekinthetők meg.

A bordákkal merevített lemezek számítására az alábbi módszereket dolgozták ki:

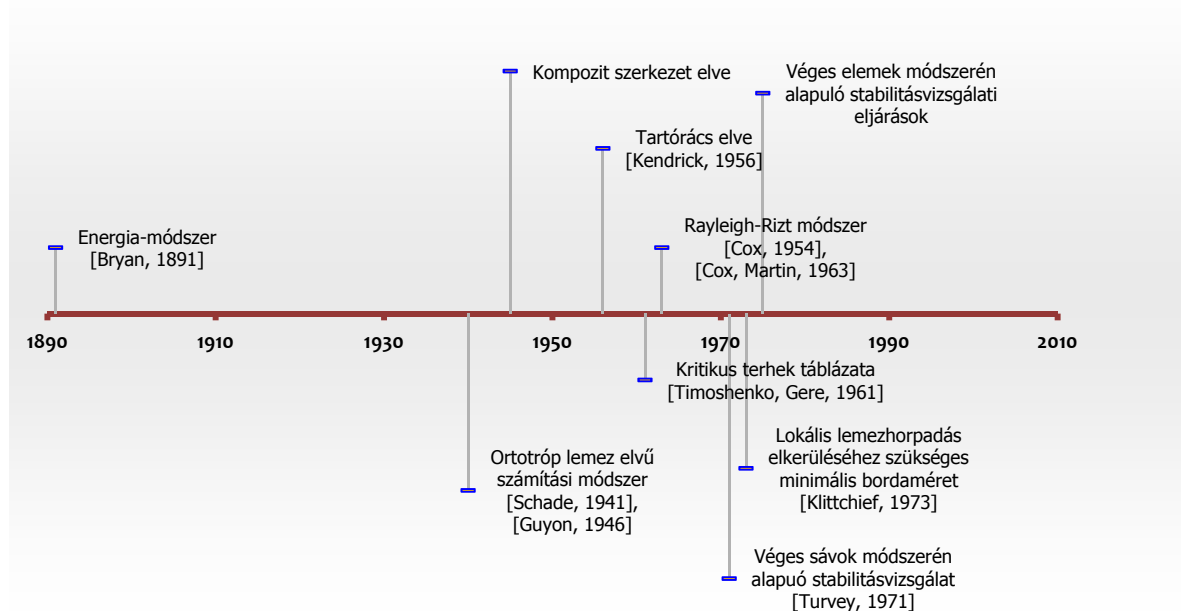
- Differenciálegyenlet megoldása;
- Ortotróp lemezelmélet;
- Kompozit szerkezet elve;
- Tartórács elv, helyettesítő rácsszerkezeti modellek;
- Energiamódszer (Rayleigh-Ritz módszer)
- Véges elemek módszere
- Véges sávok módszere
- További numerikus módszerek (Galjorkin-módszer, stb.)

A kézi számítási módszerek a viszonyított merevségek jellemzésére leggyakrabban az alábbi paramétereket definiálják:

$$\gamma = \frac{EI_y}{D_p b}; \quad \delta = \frac{A}{bt_p}; \quad D_p = \frac{Et_p^3}{12(1 - \nu^2)}; \quad (3.20)$$

ahol D_p a lemezmerevség, A a merevítő borda keresztmetszeti területe, b a lemezszélesség, I_y a borda hajlító-merevsége.

Bordákkal merevített lemezek számítási módszereinek fejlődése

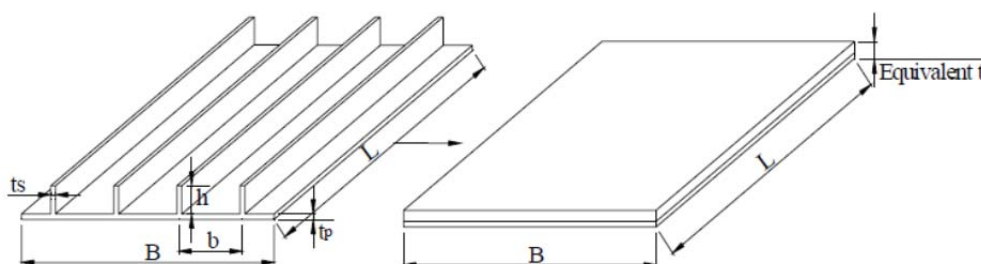


3.8. ábra: Bordákkal merevített lemezek vizsgálatának fejlődéstörténete. [6]

Tanulmányunkban a számítási módszerek közül az ortotróp lemezelméletet ismertetjük részletesen, mivel az megjelenik az EC3-1-5 szabványrészben, a bordázott lemez kritikus feszültségének meghatározásakor.

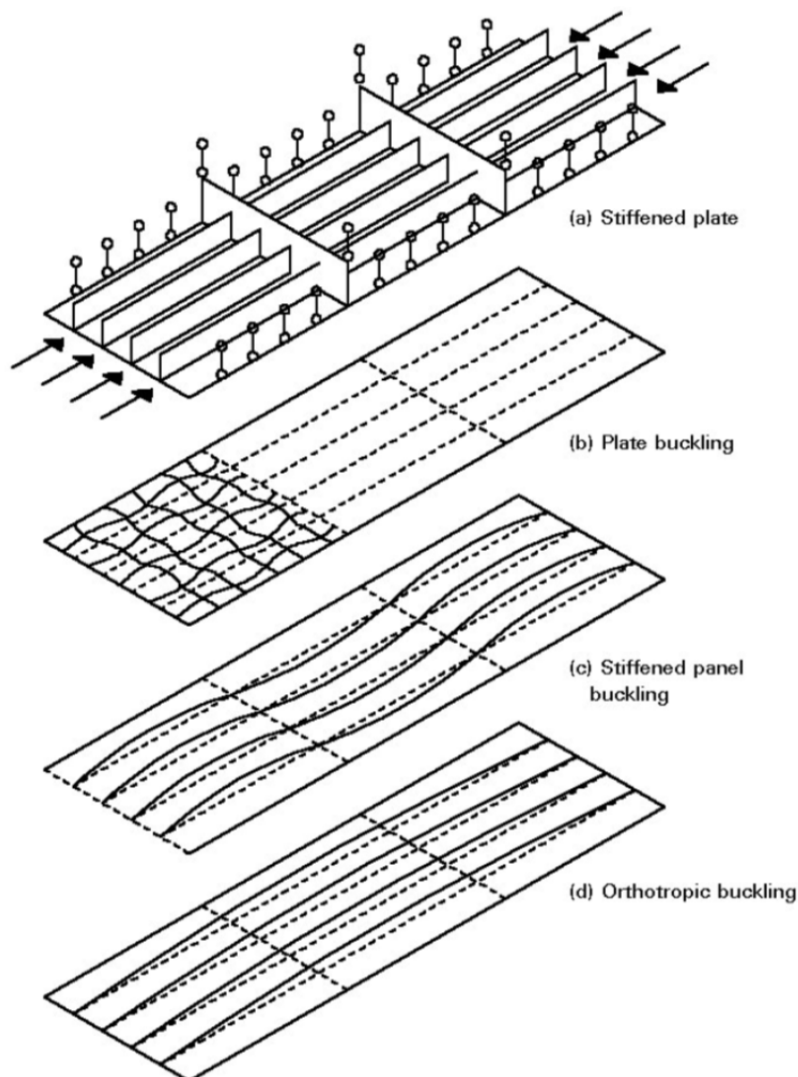
3.5.3. Az ortotróp lemezelmélet

A tervező mérnökök munkájának megkönnyítése céljából Schade [Schade, 1942] közölt először tervezési görbéket téglalap alaprajzú, különböző megtámasztások esetére az ortotróp lemezelmélet alkalmazásával [7]. A számítás elve, hogy a bordák merevségét a lemez mentén egyenletesen elosztva, egy fiktív lemez horpadásaként (3.9. ábra) állapíthatjuk meg a merevített lemez kritikus feszültségét.



3.9. ábra: Bordázott lemez ortotróp lemezzé alakítása. [5]

A 3.10. ábra a tisztán nyomott merevített lemez tönkremeneteli módjait szemlélteti, kiegészítve az ortotróp lemezelmélet szerinti tönkremenetellel. Az elmélet kiindulási módszeréből következik, hogy az ortotróp modell a merevségek egyenletes elosztása miatt a lokális tönkremeneteli módokat figyelmen kívül hagyja, s csak a teljes lemez (globális) horpadását tudja kezelni.



3.10. ábra: Merevített lemez tönkremeneteli módjai, tiszta nyomás esetére.
(a) Merevített lemez; (b) Lokális lemezhorpadás; (c) Merevített lemezmező horpadása;
(d) Ortotróp horpadás. [5]

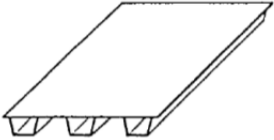
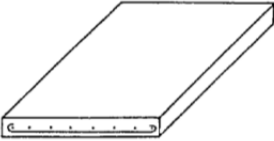
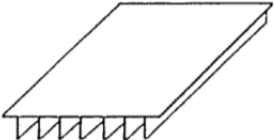
Az ortotróp lemezelmélet Huber-féle differenciálegyenlete [Huber, 1923]:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (3.21)$$

ahol D_x és D_y az ortotróp lemez x ill. y irányú fajlagos hajlítási merevsége, H a csavarási merevség, $w(x,y)$ pedig a lehajlás függvénye.



Az Huber-egyenlet megoldásait Cornelius [Cornelius, 1952] és Mader [Mader, 1957] kidolgozták ki. A differenciálegyenlet megoldásának alakja a merevségi együtthatók viszonya alapján csoportosítható. A 3.11. ábra szemlélteti az egyes eseteket, megfigyelhető, hogy a bordák csavarási merevsége hogyan befolyásolja a differenciálegyenlet alakját.

Esetek	$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y)$
1. $H > \sqrt{D_x \cdot D_y}$	
4. $D_x = 0$	
3. $H = \sqrt{D_x \cdot D_y}$	
2. $H < \sqrt{D_x \cdot D_y}$	
5. $D_x = H = 0$	

1. Nagy csavarási merevséggel rendelkező hosszboardák esetén:

$$H > \sqrt{D_x \cdot D_y}.$$

2. Kis csavarási merevséggel rendelkező hosszboardák esetén:

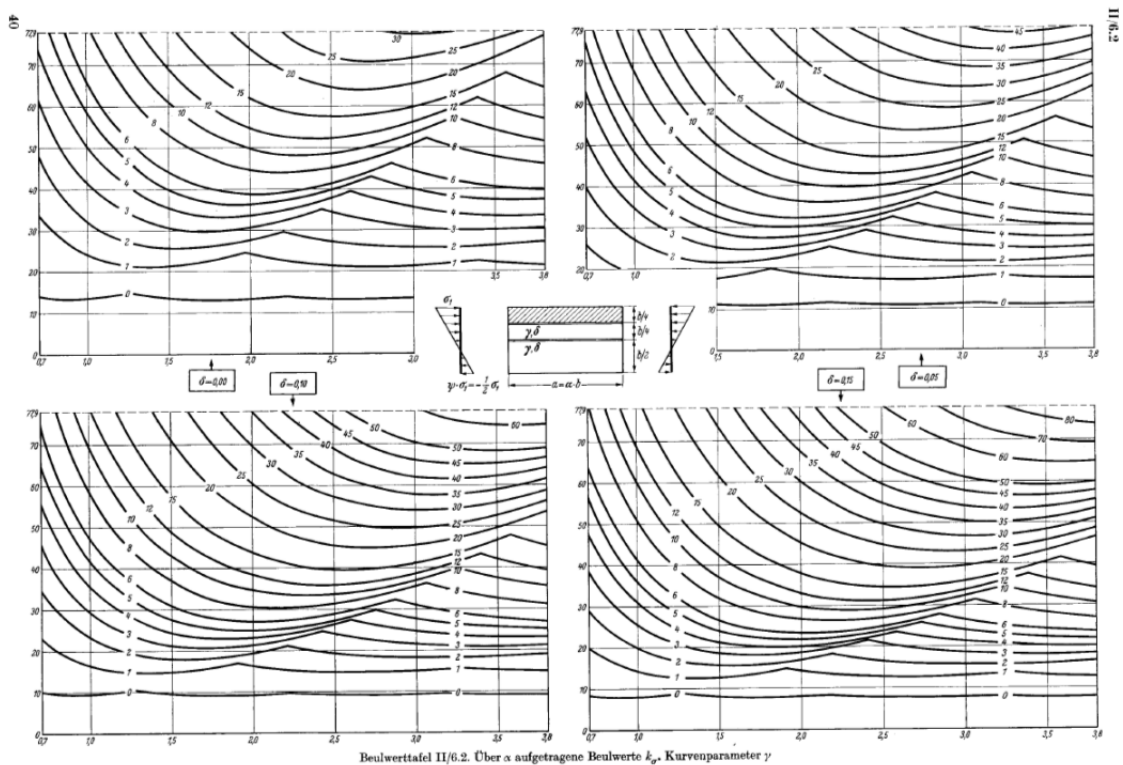
$$H < \sqrt{D_x \cdot D_y}.$$

3. Közepes csavarási merevséggel rendelkező hosszboardák esetén:

$$H = \sqrt{D_x \cdot D_y}.$$

3.11. ábra: Merevített lemez tönkremeneteli módjai, tiszta nyomás esetére. [4]

További terhelési esetekre, lemezarányokra és megtámasztásokra Klöppel, Möller és Scheer [9] táblázataival számítható a kritikus lemezhorpadáshoz tartozó k tényező.



3.12. ábra: Klöppel-Möller-féle diagram. [8]



4. Szabványos méretezési eljárások az Eurocode 3 szerint

Az acél anyagú, lemezekből álló szerkezetek méretezésével az Eurocode 1993 szabvány 1-5 része (EC3-1-5) foglalkozik [1]. A szabvány két – részben kézi jellegű – eljárást ajánl a lemezek stabilitásvesztési méretezésére. Emellett lehetőség nyílik a numerikus vizsgálati módszerek alkalmazására is.

- A keresztmetszet ellenállása meghatározható a *redukált keresztmetszeti területek*¹ elvén. A keresztmetszet nyomott lemezelemeinek horpadását, és az ebből fakadó teherbírás- és merevségcsökkenést a kevésbé hatékony részek elhagyásával kezeli. A szabvány kezeli a *shear-lag* effektust, a lokális lemezhorpadást, a teljes lemez horpadását, valamint ezek interakcióját. A dolgozó lemezrészek meghatározása a lemezelemek relatív karcsúsága alapján történik.
- A redukált feszültségek módszere szerint a szerkezet lemezelemei teljes területükkel részt vesznek a teherviselésben, ugyanakkor a stabilitásvesztést figyelembe véve a keresztmetszetben megengedhető feszültségeket korlátozzuk. A módszer elővigyázatos módon a kritikus pont –ahol a feszültség először éri el a folyáshatárt – feszültségi szintjén definiálja a teherbírás maximumát. Egy adott ponton a feszültség meghatározásakor az összetett feszültségi állapot a *von Mises* folyási feltétel szerint számítható.
- Numerikus modellek alkalmazása. A szabvány külön mellékletben a közli az elvégzendő vizsgálat által megkövetelt modellezési jellemzőket.

A két eljárás merőben eltérő elveken alapul, azonban a legtöbb esetben elérhető közel azonos eredményt szolgáltatnak. A redukált keresztmetszetek módszere szemléletes, könnyen automatizálható eljárás, azonban összetett esetekben és bonyolult geometriai kialakítás mellett nem előnyös. A redukált feszültségek módszere már numerikus számításokat igényel, azonban komplex esetekben is gyorsan juthatunk vele eredményre.

A továbbiakban a redukált keresztmetszetek módszere szerinti számítást ismertetjük, mely az általunk vizsgált szerkezeti kialakításra külön-külön kezeli az alkotó elemek horpadását.

4.1. Az effektív keresztmetszetek elve

A bordákkal merevített lemezek teherbírásának számításakor három hatást kell vizsgálnunk:

- *shear-lag* hatás,
- a lokális lemezhorpadás,
- teljes lemezmező horpadása.

A *shear-lag* és a lemezhorpadás okozta feszültségi nemlinearitást és merevségcsökkenést a szabvány az effektív keresztmetszetekkel kezeli. Az övekben jelentkező *shear-lag* esetében a

¹ Mivel az angol nyelvű Eurocode többféle effektív keresztmetszetet is definiál, eltérő elvek alapján, és azokat akár egyidejűleg is alkalmazza, a fogalmak keveredésének elkerülése érdekében a redukált keresztmetszetek elve megnevezést használjuk az *effektív keresztmetszetek* helyett.



szabvány az „s” indexet használja, míg a lokális lemezhorpadást a „p” index bevezetésével különböztetjük meg az effektív keresztmetszeteket¹.

Tanulmányunkban a shear-lag okozta hatások nem jelentkeznek, mivel egy önmagában álló lemezt vizsgálunk, nem egy teljes szerkezet egy kiragadott elemét, így az effektív^s keresztmetszet meghatározásának szabványos hátterét nem taglaljuk.

Az effektív^p keresztmetszet az EC3-1-1 [9] szerinti 4. keresztmetszeti osztályba tartozó lemezelemek esetében számítandó. Az 1., 2. és 3. osztályú lemezek esetében nem kell csökkenést végrehajtani. Az osztályba sorolás alapja az alkotó lemezek szélesség-vastagság aránya, mely magában foglalja a horpadásra való hajlamot.

4.2. A redukált keresztmetszetek elve szerinti méretezés

A redukált keresztmetszetek szerinti teherbírási ellenőrzés menete merevítetlen lemezekre a következő:

- A szerkezet vizsgált metszetében a teljes keresztmetszetet hatékonnak feltételezve meghatározzuk a feszültségeloszlást.
- A szerkezetet lemezrészekre bontva vizsgáljuk. Minden lemezelem esetében elvégezzük a keresztmetszeti osztályba sorolást. A nyomott lemezrészek esetében vizsgáljuk az effektív^p keresztmetszet nagyságát.

A szabvány kétféle lemezelemet különböztet meg: a mindkét peremén megtámasztott, valamint az egyik peremén megtámasztott, másik peremén szabad elemet. Mindkét esetben a feszültségeloszlás szerint számítható a rugalmas kritikus nyomófeszültség meghatározásához szükséges k_σ tényező (lásd 3.2. fejezet). Megjegyezzük, hogy a szabványban szereplő k_σ értékek csuklós peremek esetére lettek levezetve.

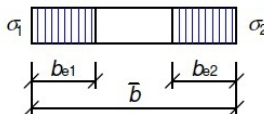
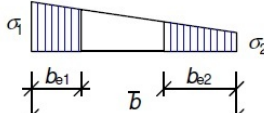
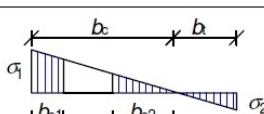
A lemezelem kritikus feszültsége σ_{cr} számítható:

$$\sigma_{cr} = k_\sigma \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (4.1)$$

ahol a k_σ tényezőket a feszültségeloszlás figyelembe vételével határozhatjuk meg merevített és merevítetlen lemezelem esetében. (lásd 4.1. és 4.2. ábra)

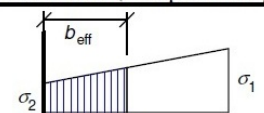
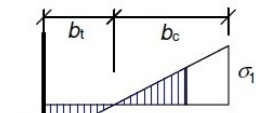
¹ s = shear-lag, p = plate buckling


Table 4.1: Internal compression elements

Stress distribution (compression positive)				Effective ^p width b_{eff}		
				$\psi = 1$: $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = 0,5 b_{eff}$ $b_{e2} = 0,5 b_{eff}$		
				$1 > \psi \geq 0$: $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5-\psi} b_{eff}$ $b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$		
				$\psi < 0$: $b_{eff} = \rho b_c = \rho \bar{b} / (1-\psi)$ $b_{e1} = 0,4 b_{eff}$ $b_{e2} = 0,6 b_{eff}$		
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
Buckling factor k_σ	4,0	$8,2 / (1,05 + \psi)$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98 (1 - \psi)^2$

4.1. ábra: Merevített lemezelemek effektív szélességei. [1]

Table 4.2: Outstand compression elements

Stress distribution (compression positive)				Effective ^p width b_{eff}		
				$1 > \psi \geq 0$: $b_{eff} = \rho c$		
				$\psi < 0$: $b_{eff} = \rho b_c = \rho c / (1-\psi)$		
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	0	-1	$1 \geq \psi \geq -3$		
Buckling factor k_σ	0,43	0,57	0,85	$0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$		
				$1 > \psi \geq 0$: $b_{eff} = \rho c$		
				$\psi < 0$: $b_{eff} = \rho b_c = \rho c / (1-\psi)$		
$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	
Buckling factor k_σ	0,43	$0,578 / (\psi + 0,34)$	1,70	$1,7 - 5\psi + 17,1\psi^2$	23,8	

4.2. ábra: Merevítetlen lemezelemek effektív szélességei. [1]



A kritikus feszültség és a szerkezet anyagának folyáshatára alapján meghatározható a **lemezelem** relatív karcsúsága.

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{\bar{b}/t}{28,4\epsilon\sqrt{k_\sigma}} \quad (4.2)$$

Ahol:

$$\begin{aligned} \bar{b} & \text{ a lemezszélesség az EN1991-1-1 5.2. táblázata alapján;} \\ \epsilon &= \sqrt{\frac{235}{f_y \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]}} \text{ anyagminőséget leíró paraméter;} \\ t & \text{ a lemezvastagság.} \end{aligned}$$

A lemez dolgozó keresztmetszetének csökkenését a ρ paraméterrel jellemezzük. A 4.3, 4.4 képletek kísérleti úton kalibrált tényezőket alkalmaznak.

$$A_{c,eff} = \rho A_c^1 \quad (4.3)$$

A ρ csökkentő tényező meghatározása:

- merevített lemezelem:

$$\begin{aligned} \rho &= 1,0 & \text{ha } \bar{\lambda}_p \leq 0,673 \\ \rho &= \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055(3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 & \text{ha } \bar{\lambda}_p > 0,673, \text{ és } (3 + \psi) \geq 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

- merevítetlen lemezelem:

$$\begin{aligned} \rho &= 1,0 & \text{ha } \bar{\lambda}_p \leq 0,748 \\ \rho &= \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 & \text{ha } \bar{\lambda}_p > 0,748 \end{aligned} \quad (4.5)$$

c) Az csökkentett keresztmetszeti jellemzők alapján újabb feszültségeloszlást számítunk a szerkezetre ható igénybevételekből. A csökkentett keresztmetszet súlypontja nem minden esetben esik egybe az eredeti keresztmetszetével, így a nyomófeszültségekből többlet nyomatékok keletkezhetnek.

d) A c) pontban számított igénybevételekre az EC3-1-1 szerint ellenőrizzük az effektív keresztmetszetet.

¹ $A_{c,c}$ index a keresztmetszet nyomott részét jelenti.

4.3. Bordákkal merevített lemezek számítása

A merevítő bordák teherbírásra gyakorolt hatását a szabvány a következő megfontolásokkal veszi figyelembe:

- A hosszirányú merevítő bordák merevségének meghatározásakor figyelembe kell venni a merevítendő lemez kapcsolódó effektív lemezszélességeit.
- A merevített lemez kritikus horpadási feszültségének meghatározásakor a szabvány a három, vagy annál több borda alkalmazása esetén az ekvivalens ortotróp lemezmodell szerinti kézi számítást ajánlja. A kritikus feszültsége szoftveres eljárással is meghatározható. Az egyik ilyen, ortotróp lemezek számítására szolgáló, ingyenesen beszerezhető program az *EBPlate*.
- Nyomott lemezek esetén megfigyelhető stabilitásvesztési forma a rúdszerű kihajlással analóg viselkedés (4.4. ábra). Elsősorban a kis a/b arányú, rövid lemezekre, illetve a merevített lemezekre jellemző.
- Az egy vagy két hosszibordával merevített lemezek számítása esetén a lemezszerű kritikus feszültség a rúdszerű viselkedésből számítható. A módosítás elve, hogy a borda kihajlását a lemez hajlítómerevsége gátolja, emiatt a T-keresztmetszet keresztirányban rugalmasan megtámasztott.

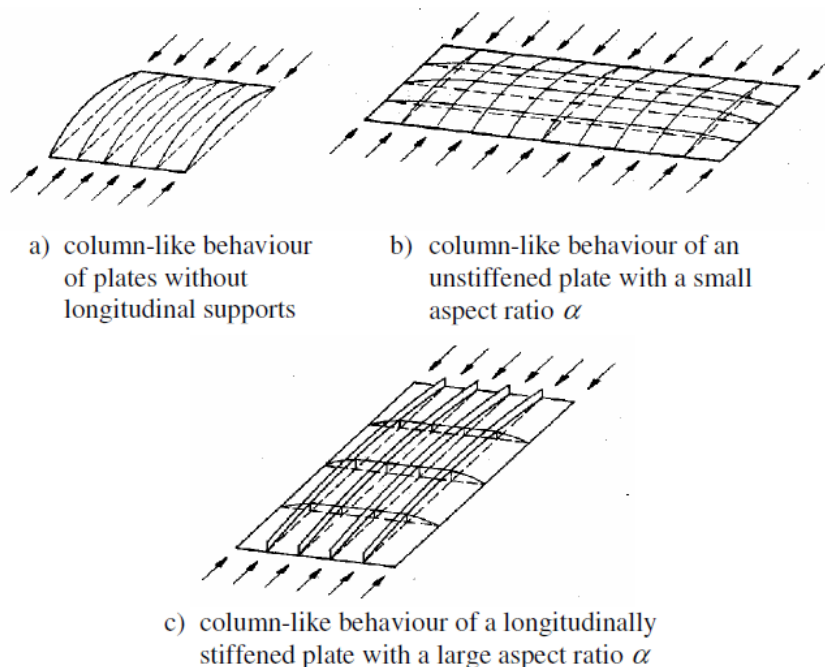


Figure 4.3: Column-like behaviour

4.4. ábra: Rúdszerű viselkedés. [1]

- Általában a két viselkedési mód nem választható szét, így a rúdszerű és az ekvivalens ortotróp modell közötti interpolációval kapjuk a végleges keresztmetszeti csökkentő tényezőt.



4.3.1. Az ekvivalens ortotróp lemezmodell

A horpadási kritikus teher meghatározása kézi számítással, vagy számítógépes szoftverek segítségével is végezhető. A kézi számítás esetében a szabvány különbséget tesz a nyomott zónában egy vagy két bordával, illetve a három, vagy annál több hosszirányú bordával merevített lemezek között. Három borda fölött alkalmazható az ortotróp lemezmodell, mely a merevítő bordák merevségének a lemez hossza mentén történő „elkenésével” hoz létre egy fiktív lemezt. Az ortotróp modellben ilyen formán nincs jelentősége, hogy a merevítések hol helyezkednek el. Így a merevített lemez stabilitásvesztését egy fiktív lemez globális horpadási jelenségére vezetjük vissza.

Az ortotróp lemez kritikus horpadási feszültsége az EC3-1-5 **A melléklete** alakján számítható:

$$\sigma_{cr,p} = k_{\sigma} \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (4.6)$$

ahol k_{σ} a horpadási tényező. Meghatározásához az alábbi dimenzió nélküli mennyiségeket definiálja a szabvány:

$$\psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \geq 0,5; \quad \gamma = \frac{I_{sl}}{I_p}; \quad \delta = \frac{\sum A_{sl}}{A_p}; \quad \alpha = \frac{a}{b} \geq 0,5; \quad (4.7)$$

$$k_{\sigma,p} = \frac{2((1 + \alpha^2)^2 + \gamma - 1)}{\alpha^2(\psi + 1)(1 + \delta)}, \quad \text{ha } \alpha \leq \sqrt[4]{\gamma} \quad (4.8)$$

$$k_{\sigma,p} = \frac{4(1 + \sqrt{\gamma})}{(\psi + 1)(1 + \delta)}, \quad \text{ha } \alpha > \sqrt[4]{\gamma}$$

Ahol:

I_{sl}	a teljes merevített lemez inercianyomatéka;
$I_p = \frac{bt_p^3}{12(1-\nu^2)}$	a lemez inercianyomatéka;
$\sum A_{sl}$	az összes merevítő borda keresztmetszeti területe;
A_p	az lemez keresztmetszeti területe;
σ_1	a nagyobb élfeszültség;
σ_2	a kisebb élfeszültség a 4.5. ábra szerint.



A teljes lemezmező karcsúságát a lemezszerű viselkedés esetén egy módosító tag bevezetésével számíthatjuk.

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,p}}} \quad (4.10)$$

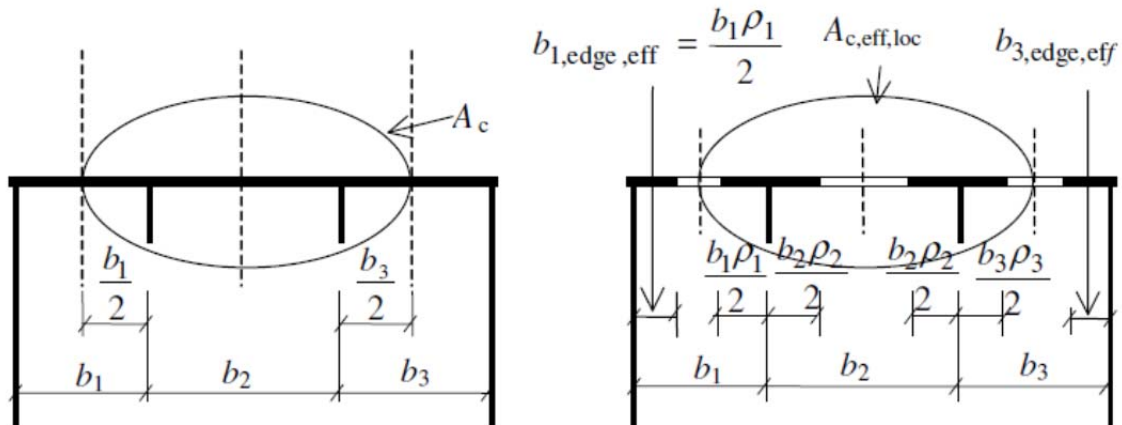
Ahol:

$$\beta_{A,c} = \frac{A_{c,eff,loc}}{A_c} \quad (4.11)$$

A_c , $A_{c,eff,loc}$ az alábbiak szerint értelmezendő:

$$A_{c,eff,loc} = A_{el,eff} + \sum_c \rho_{loc} b_{c,loc} t \quad (4.12)$$

A bordák közti lemezmezők lokális horpadását figyelembe vevő ρ_{loc} csökkentő tényező számítása a 4.4-5. képletek felhasználásával végezhető.



4.4. ábra: Merevített lemez redukált keresztmetszete. [1]

4.3.2. A rúdszerű kihajlás

A bordázott lemezeknél megfigyelhető rúdszerű viselkedés jellegzetessége, hogy a stabilitásvesztés nem rendelkezik posztkritikus tartalékkal. A jelenséget a nyomott rudaknál is használt χ_c csökkentő tényezővel vesszük figyelembe.

A bordák nélküli lemez nyomott lemezrészének kritikus feszültsége:

$$\sigma_{cr,c} = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{a} \right)^2 \quad (4.13)$$

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,c}}} \quad (4.14)$$

Bordákkal merevített lemezek esetén egy merevítő borda kihajlási kritikus feszültségét a borda és a hozzá kapcsolódó lemezrész figyelembe vételével kell meghatározni (4.4. ábra).

a , b and t are as defined in Figure A.1.

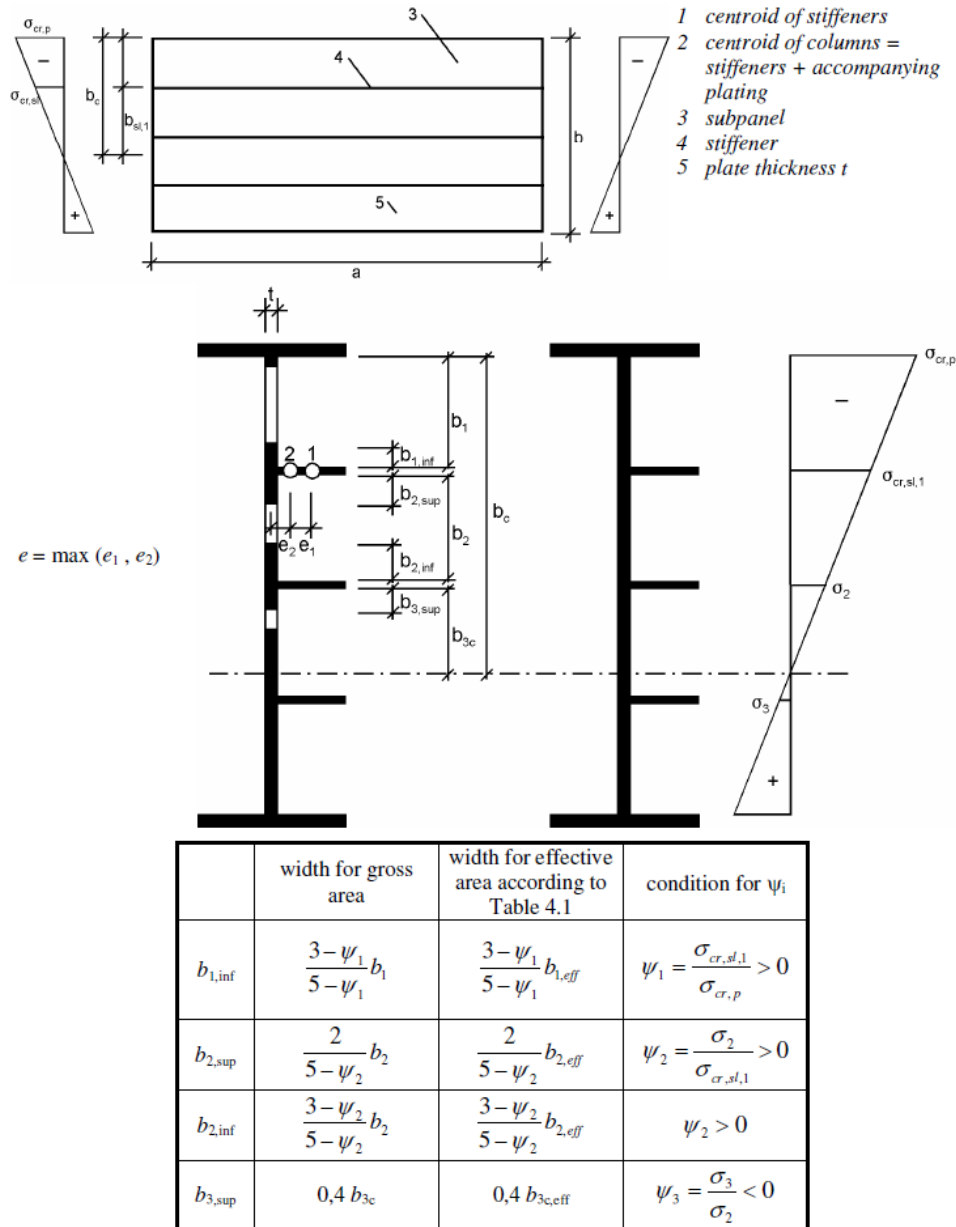


Figure A.1: Notations for longitudinally stiffened plates

4.4. ábra: Merevített lemez redukált keresztmetszete. [1]

A legszélső, leginkább nyomott T-keresztmetszet kritikus feszültsége az Euler-formulával számítható. Az „1” index a legszélső bordára utal, „a” pedig a lemez erő irányába eső hossza.

$$\sigma_{cr,sl} = \frac{\pi^2 E I_{sl,1}}{A_{sl,1} a^2} \quad (4.15)$$



Ahol:

$I_{sl,1}$ a lemez széléhez legközelebb eső, legnagyobb nyomófeszültség alatt álló merevítő borda és kapcsolódó lemezrész, inercianyomatéka az így képzett keresztmetszet saját súlyponti tengelyére;

$A_{sl,1}$ a lemez és a kapcsolódó lemezrész keresztmetszeti területe.

$$\sigma_{cr,c} = \sigma_{cr,sl} \frac{b_c}{b} \quad (4.16)$$

$$\bar{\lambda}_c = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,c}}} \quad (4.17)$$

$$\beta_{A,c} = \frac{A_{sl,1,eff,loc}}{A_{sl,1}} \quad (4.18)$$

A χ_c csökkentő tényező meghatározása a nyomott rudaknál használatos számítással azonos módon történik.

$$\chi_c = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}_c^2}} \quad (4.19)$$

Ahol:
$$\phi = 0,5 \left[1 + \alpha_e (\bar{\lambda}_c - 0,2) + \bar{\lambda}_c^2 \right] \quad (4.20)$$

A kihajlási görbét jellemző α_e tényezőt a 4.21 képlettel határozhatjuk meg. Az összefüggés figyelembe veszi hogy a lemez és a bordázott lemez súlyponti tengelye nem esik egybe, emiatt a bordák külpontosan nyomottak lesznek.

$$\alpha_e = \alpha + \frac{0,09}{i/e} \quad (4.21)$$

Ahol:

$$i = \sqrt{\frac{I_{sl,1}}{A_{sl,1}}} \quad \text{inerciasugár;}$$

$e = \max(e_1, e_2)$ a T-keresztmetszet és a lemez, valamint a T-keresztmetszet és a merevítő borda súlypontjának távolsága közül a nagyobb. (ld. 4.6. ábra)

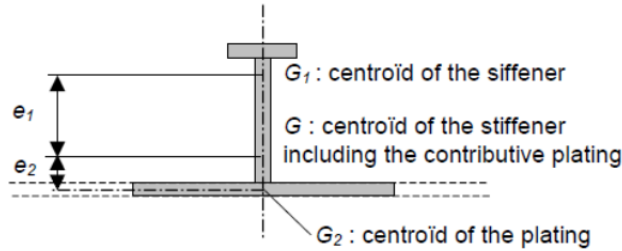


Figure 4.4: Eccentricities of the stiffeners

4.6. ábra: A merevítő borda külpontossága. [1]

4.3.4. Interpoláció az ortotróp lemezszerű és a rúdszerű viselkedés között

A bordázott lemez viselkedése sokszor két véglet, a lemezszerű és a rúdszerű tökrementel közé esik. Ezt fejezi ki a két eset közti átmenet.

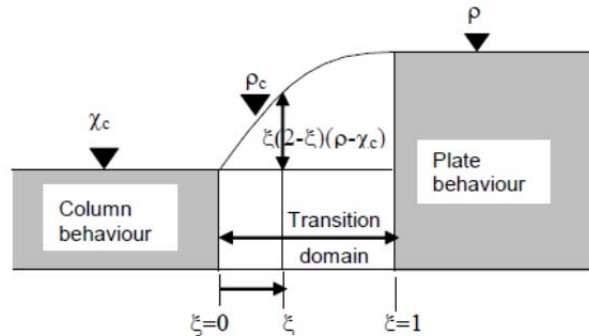


Figure 4.5: Interpolation between plate behaviour and column behaviour

4.7. ábra: Az interpoláció elve a globális stabilitásvesztésszámításánál. [10]

A két fajta viselkedési tényező közti interpoláció képlete:

$$\rho_c = \xi(2 - \xi)(\rho - \chi_c) + \chi_c \quad (4.22)$$

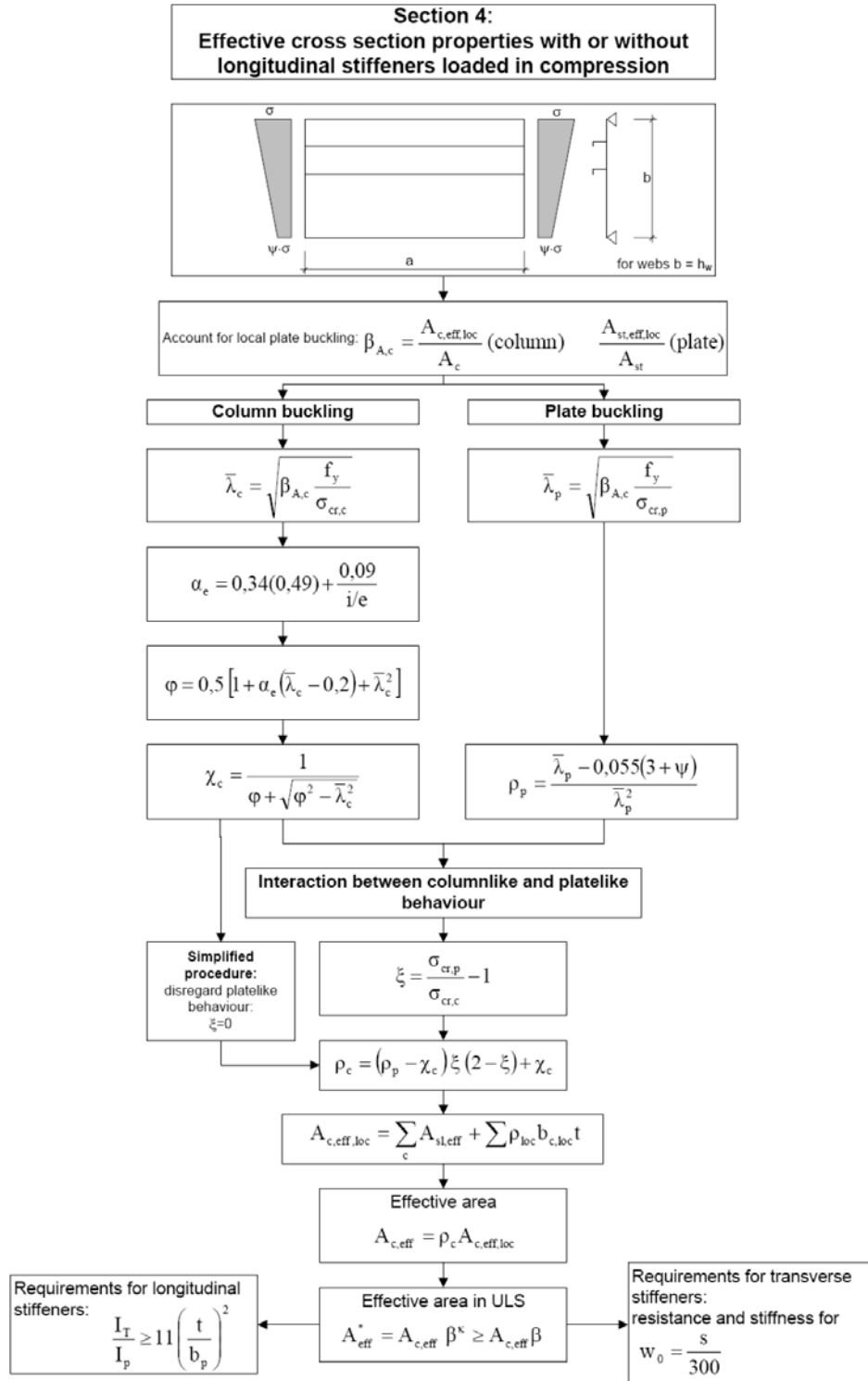
$$\xi = \frac{\sigma_{cr,p}}{\sigma_{cr,c}} - 1 \quad \text{és} \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (4.23)$$

A ξ tényező a kritikus feszültségek arányát jellemzi. Határértékei szemléletesen magyarázhatóak. A lemezszerű teherviselést mindig előnyösebbnek tartjuk a rúdszerű kihajlásnál, ezért ha $\sigma_{cr,p}/\sigma_{cr,c}$ nagyobb mint 1, a ξ tényező mindig pozitív értéket ad. Amennyiben viszont $\sigma_{cr,p} > 2\sigma_{cr,c}$, a rúdszerű viselkedést már elhanyagolhatónak tekintjük.

A nyomott lemez végleges hatékony keresztmetszete figyelembe veszi a lokális horpadás hatását (lásd 4.2.8 képlet), azt, hogy a lemez megtámasztott peremei mentén a horpadás nem alakul ki ($b_{edge,eff}$ lemezszélességek), valamint a globális tönkremeneteli módok kombinálódását (ρ_c).

$$A_{c,eff} = \rho_c A_{el,eff,loc} + \sum_c b_{edge,eff} t \quad (4.24)$$

A számítás menete folyamatábrán szemléltetve: [11]



4.3.5. Szerkesztési szabályok

A merevítő bordák alkalmazásának feltétele a megfelelő merevség és teherbírás biztosítása. A bordák kihajlását a szabvány szerint a borda és a lemez kapcsolódó részeinek figyelembe vételével kell számítani. Ez általában a lemez szélessége mentén $15et$ távolságot jelent (4.9. ábra), amennyiben az így meghatározott területek nincsenek egymással átfedésben.

A merevítők méretének megválasztásakor alapvető és logikus követelmény, hogy legalább harmadik keresztmetszeti osztályúak legyenek, vagyis teljes keresztmetszeti területüket kiasználhassuk.

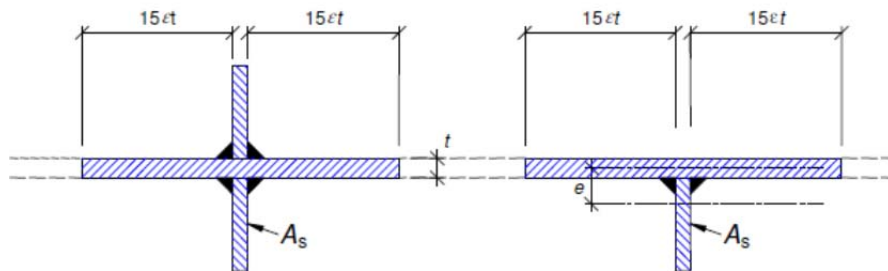


Figure 9.1: Effective cross-section of stiffener

4.9. ábra: Merevített lemez redukált keresztmetszete. [1]

A nyitott keresztmetszetű merevítő bordák alkalmazása esetén az elcsavarodó kihajlás elkerülése miatt az alábbi szerkesztési szabályt kell betartanunk:

$$\frac{I_T}{I_p} = 5,3 \frac{f_y}{E} \quad (4.25)$$

Ahol:

I_p a borda saját poláris inercianyomatéka, a lemezhez kapcsolódó éle mentén;

I_T a borda saját Saint-Venant-féle csavarási inerciája.

A csavarási merevséggel rendelkező merevítők esetén teljesíteni kell a 4.25 szerinti követelményt, vagy az alábbi előírást:

$$\sigma_{cr} \geq \theta f_y \quad (4.26)$$

Ahol:

σ_{cr} a borda rugalmas kritikus kihajlási feszültsége a lemez elfordulás elleni megtámasztását figyelmen kívül hagyva;



θ paraméter mely biztosítja a 3. keresztmetszeti osztály szerinti viselkedést. Értéke a nemzeti alkalmazási dokumentumokban található, általános esetben $\theta = 6$ ajánlott.

4.4. Méretezés numerikus analízis felhasználásával

Az EC3-1-5 szabványrész **C melléklete** alapján a lemezekből épített szerkezetek analízise numerikus eljárásokkal is lehetséges. A szabvány ezen előírásait részletesen a 6.1. fejezetben, az általunk épített numerikus modell bemutatásával együtt ismertetjük.



5. Optimális bordaméret meghatározása

Mint azt bevezetőnkben említettük, a bordákkal merevített lemezek horpadása igen összetett jelenség, mivel az alkotó elemek külön-külön is képesek a stabilitásvesztésre. A valós szerkezet elemei egymásnak nyújtanak megtámasztást, egymást merevítik, így nemcsak a teherbírás megítélése okoz problémát az összetett esetekben: már az elemek rugalmas horpadási feszültségeit is csak idealizált, vagy közelítően meghatározott megtámasztás esetére számítjuk. Nem szabad elfelejtenünk, hogy a tényleges szerkezetek építése, gyártása és szerelése, valamint a használati élettartam során számos olyan hatással jár, melyeket mint imperfekciókat, tökéletlenségeket már a tervezési folyamat során számításba kell vennünk.

Másképpen megfogalmazva, a szerkezetnek általában van egy „gyenge pontja” amely leginkább hajlamos a tönkremenetelre.

5.1. Az optimális bordaméret definíciója

A tervezés szempontjából előnyösnek látszik az a megfontolás, hogy ha ismerjük a szerkezet gyengeségeit és erősségeit, akkor törekedjünk a leginkább gazdaságos megoldást választani. Merevített lemezek esetében nyitott, vagy zárt bordákkal növeljük az általában jelentős oldalhosszúságú, horpadásra érzékeny (vékony) elemek teherbírását. Természetesen a vonal menti merevítések alkalmazásával együtt megjelenik a lokális horpadás lehetősége is.

A bordák méretének növelésével a globális stabilitásvesztés mindinkább veszít jelentőségéből, s a merevített lemezmezők lokális horpadása lesz a domináns tönkremeneteli mód. Azt a bordaméretet, melyre a lokális és a globális horpadás egyszerre következik be, tanulmányunkban optimális, vagy ideális bordaméretnek nevezzük. Feltételezzük, hogy így elérhető a teherbírás maximuma, amely adott anyagfelhasználás mellett optimumnak tekinthető.

A továbbiakban az ideális bordaméret meghatározására segédmenyiségeket vezetünk be. A bordaméretet a lemez és a borda területének és merevségének arányában írjuk le, az általunk keresett ideális lemez - merevítőborda merevség arányt γ^* -ként jelöljük.

5.2. Az optimális bordaméret meghatározásának elvei

5.2.1. Ideális bordamerevség a rugalmas kritikus feszültség alapján

A szakirodalomban létezik levezetett megoldás különböző terhelési esetekre az optimális bordamerevség meghatározására, a rugalmas kritikus feszültségek elvén [11]. A megoldás ebben az esetben a bordázott lemez energiamódszeren alapuló megoldásából levezetett k_{lok} és k_{glob} rugalmas horpadási feszültséget jellemző tényezők egyenlővé tételével adódik. A tisztán nyomott elem levezetésben szereplő mértkegység nélküli paraméterek:

$$\gamma = \frac{EI_y}{D_p b}; \quad \delta = \frac{A_x}{bt_p}; \quad D_p = \frac{Et_p^3}{12(1-\nu^2)}; \quad (5.1)$$



Ahol γ egy merevítő borda és a teljes lemez hajlító-merevségének arányát jellemzi, δ egy borda és a teljes lemez területének arányát adja meg. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy ezek a paraméterek különböznek az EC3-1-5 szerint definiált értékektől:

I_x	egy borda inercianyomatéka a borda és a lemez kapcsolódásának magasságában vett tengelyre;
A_x	egy merevítő borda keresztmetszeti területe;
b	a lemez szélessége;
t_p	a lemez vastagsága;
E, ν	anyagjellemzők;

Az ideális bordamerevség tehát:

$$\gamma_c^* = \frac{1}{n_s + 1} \left[\frac{\alpha^2}{m_{ov}} \left(4(n_s + 1)^2 (1 + \delta(n_s + 1)) - 2 - \frac{\alpha^2}{m_{ov}} \right) - 1 \right] \quad (5.2)$$

A fenti képletben szereplő változók értelmezése a következő:

n_s	a hosszirányú merevítő bordák száma;
$\alpha = \frac{a}{b}$	a lemez hosszának (a) és szélességének (b) aránya ;
m_{ov}	a fél szinusz-hullámok száma a lemez hossza mentén. Számítható az alábbiak szerint:

$$\begin{aligned}
 0 &< \alpha^4 \sqrt[4]{\frac{1}{1 + (n_s + 1)\gamma}} \leq \sqrt{2} &\Rightarrow & m_{ov} = 1 \\
 \sqrt{2} &< \alpha^4 \sqrt[4]{\frac{1}{1 + (n_s + 1)\gamma}} \leq \sqrt{6} &\Rightarrow & m_{ov} = 2 \\
 \sqrt{6} &< \alpha^4 \sqrt[4]{\frac{1}{1 + (n_s + 1)\gamma}} \leq \sqrt{12} &\Rightarrow & m_{ov} = 3 \\
 \sqrt{12} &< \alpha^4 \sqrt[4]{\frac{1}{1 + (n_s + 1)\gamma}} \leq \sqrt{20} &\Rightarrow & m_{ov} = 4 \\
 & & & \vdots
 \end{aligned} \quad (5.2)$$



Mint ahogyan azt Vigh [11] is említi, ilyen formában a módszer alkalmazhatósága a tervezésben korlátozott. A lokális horpadás ugyanis igen nagymértékben függ a lemezelemek megtámasztásától. A csuklós megtámasztásokat feltételezése ugyan a biztonság javára téríti el az eredményeinket, azonban így nem tudjuk kihasználni az optimális bordaméret alapfelvetéséből származó anyagmegtakarítást. Ezen felül a megoldás csak a rugalmas horpadás jelenségét kezeli, holott a posztkritikus teherbírás során a bordák merevítő hatása csökkenhet. Az előbb említett problémákat növelő tényezők bevezetésével orvosolták, melyek az adott terhelési séma, a biztonsági szint és egyéb körülmények alapján választható. Ezek meghatározása azonban igen körülményes, és sok bizonytalanságot hordoz.

5.2.2. Ideális bordamerevség a teherbírás alapján

A rugalmas kritikus feszültségen alapuló eredmények problematikus alkalmazhatóságából adódik annak a lehetősége, hogy a merevített lemez tényleges posztkritikus teherbírása alapján számítsuk az optimális bordamerevséget. Tudomásunk szerint ilyen jellegű eredmények eddig nem láttak napvilágot, holott ezzel az eljárással nem csak a bizonytalanságokat küszöbölhetjük ki, de az imperfekciók, rugalmas-képlékeny anyagmodell és egyéb tulajdonságok figyelembe vételével a valóságos viselkedéshez közelebb álló eredményeket nyerhetünk. Mivel a probléma jellegéből adódóan igen nagyszámú, eltérő geometriájú szerkezet teherbírásának meghatározását igényli - különböző terhelési esetekre, és azok kombinációjára - célszerű numerikus modellekkel vizsgálni a jelenséget, a szabványos előírásoknak megfelelő számú valós kísérlettel alátámasztva.

A módszer hátulütője előnyeiből következik: minél inkább igyekszünk megközelíteni a szerkezet valóságos válaszát az adott terhelésre, annál bonyolultabb kérdésekkel szembesülünk a numerikus modell megalkotáskor: a nemlineáris viselkedés, a képlékenységi hatásai, az imperfekt alakok felvétele, valamint a vizsgálat idő- és kapacitás-igényessége.

5.3. A tanulmány célkitűzése

Célkitűzésünk az ideális bordamerevségi paraméter (γ^*) meghatározása tisztán nyomott, négyyszög alaprajzú, laposacél bordákkal merevített lemezek esetében, a teherbírás alapján. Ezen kívül vizsgáltuk az Eurocode 3 előírásai szerinti teherbírás és a numerikus vizsgálatok eredményei közti összefüggéseket. A numerikus számítások lehetőséget kínálnak a szabványos imperfekciók hatásának megfigyelésére a teherbírás tükrében, valamint a szerkezet imperfekció-érzékenysége is vizsgálható.

A számított eredmények alapján a következők kérdésekre keressük a választ:

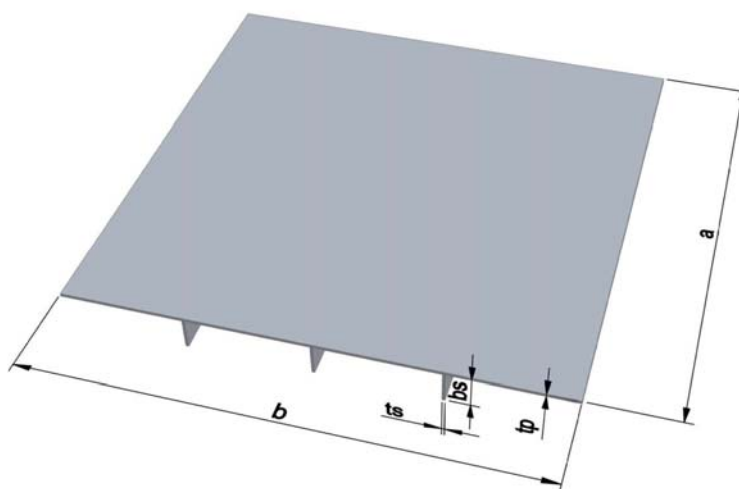
- Milyen viszonyban áll egymással a rugalmas alapon számított, valamint a teherbírás alapján meghatározott optimális bordamerevség?
- Okoz-e számottevő eltérést a teherbírásban a szabvány által előírt imperfekciók alkalmazása? Mely elemek imperfekció-érzékenysége jelentős?
- Hogyan viszonyul egymáshoz az EC3-1-5 szerint számítható teherbírás, és a numerikus eredmények a geometriai változtatása esetén?



- Realizálható-e számottevő többlet teherbírás a numerikus vizsgálattal a kézi számításhoz képest, s ha igen, mely esetekben?
- Adott geometriai méretek (b/t_p) mellett milyen optimális borda kialakítást tudunk javasolni a tervezők számára?

5.4. A megvalósítás menete

Jelen fejezetben a vizsgálati program lépéseit és az eredmények feldolgozásának sémáját szeretnénk ismertetni. A vizsgálati program egy tipikus szerkezeti kialakítása látható az 5.1. ábrán, jelölve a számítások során változó geometriai paramétereket:



5.1. ábra: Tipikus geometriai kialakítás és paraméterek.

Az ideális bordaméret megválasztására két fajta vizsgálati típust dolgoztunk ki. Az ANSYS programba behívható input fájlokat *Matlab* programkóddal állítottuk elő. A vizsgálati tartományokat a 5.1. táblázat tartalmazza:

1. típus		2. típus	
b	3000	b	3000
α	1,3	α	1,3,5
ns	3,5	ns	3,4,5
b _{sub} /t _p	45,60,75	t _p	6,10,14,16,20,24
δ	0.5,1.5,2.5,3.5,4.5,5.0	b _s ,t _s	Lépésenként növekvő

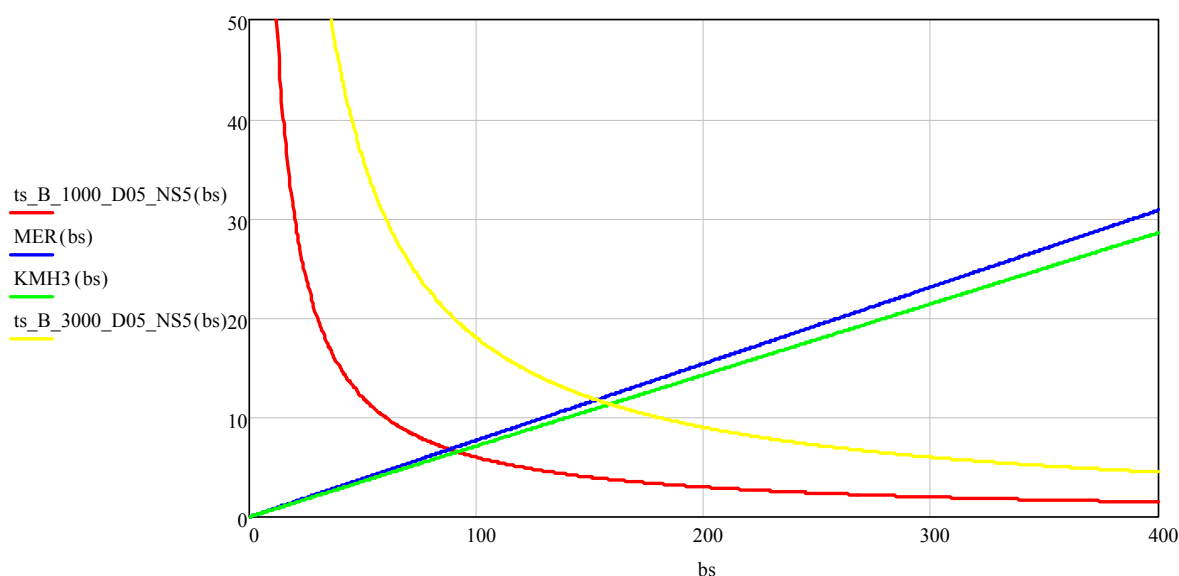
5.1. táblázat: A vizsgált geometriai paraméterek.

Az első típus esetén a merevítő borda és a lemez keresztmetszeti területének arányát jellemző δ tényezőt rögzített esetekre vizsgáltuk, több féle borda és geometria kialakítás mellett. Az éppen aktuális δ érték mellett különböző $b_s - t_s$ bordaméreteket határoztunk meg, a lemezhez képest növekvő relatív merevségi értékekkel (γ).



A második típusú vizsgálatban a δ tényezőre nem tettünk megkötést, csupán a borda hosszát és vastagságát változtattuk.

A borda méreteket úgy választottuk meg, hogy a merevítő bordák torzulásos horpadása biztosan ne következhesen be. A borda hosszát a 3. keresztmetszeti osztály határa, valamint a 4.3.5. pontban leírt merevségi követelmények korlátozzák. Az állandó $b_s - t_s$ szorzatot, valamint a megkötéseket grafikonon ábrázolva (5.2. ábra) a görbéről leolvashatjuk a lehetséges bordaméreteket. A második típusú vizsgálatban a feltételeknek megfelelő geometriákat a görbe alatti terület összetartozó értékeiből választottuk.



5.2. ábra: A merevítő borda lehetséges mérettartományai.

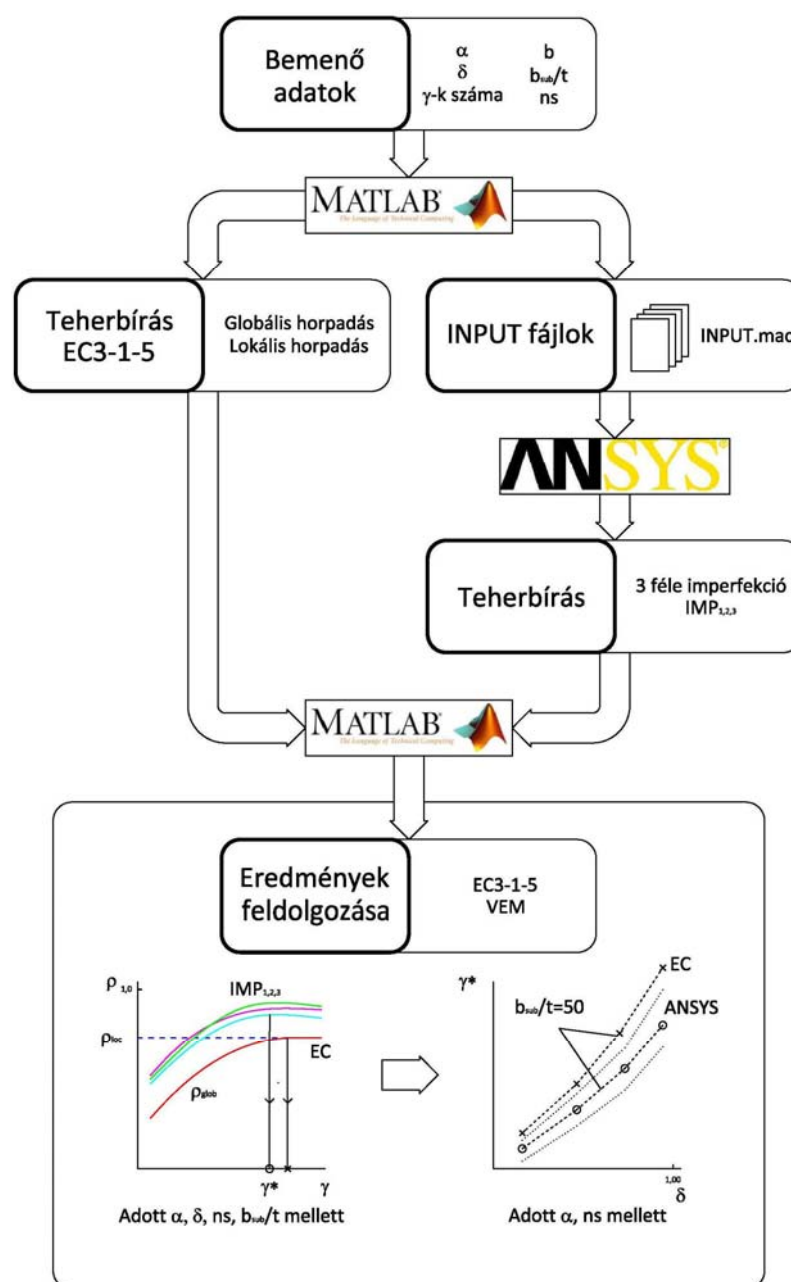
Jelölések: MER = merevségi feltétel, KMH3 = 3. keresztmetszeti osztály határa egy élén megtámasztott lemezelem esetén.

Az első fajta megközelítés esetén az ANSYS input fájlok bemenő adatai a lemez b szélessége, a lemez hosszát jellemző (α) tényező, a merevítő bordák száma (n_s), a bordák közti lemezmező és a lemezvastagság aránya (b_{sub}/t_p), valamint az EC3-1-5 szerinti relatív borda területet megadó (δ) tényező a 4.7 képlet szerint. Egy input fájlban belül α , n_s , b_{sub}/t_p , δ állandó, γ növekvő, az elnevezés ezek szerint történik. A *Matlab* program minden geometria esetén automatikusan generál egy azonos elnevezésű *.txt* fájlt, mely tartalmazza a kiértékeléshez szükséges adatokat:

- a γ értékeket az 5.1 képlet szerint,
- az EC3-1-5 szerinti globális (ρ_{glob}) teherbírást
- a lokális (ρ_{lok}) teherbírást az EC3-1-5 szerinti csuklós megtámasztás ($k=4$) esetére,
- valamint a befogott lemezekre érvényes ($k=6,97$) esetben,
- a merevítő bordák hosszának és inercia-sugarának aránya.

Az ANSYS program automatikusan behívja a számításához szükséges adatokat, és szintén vektoros formában menti az egyes γ értékekhez tartozó teherbírások értékét, 3 főle kiemelt imperfekció esetére.

Mivel a geometriai kialakítások igen változóak, ez rengeteg adat feldolgozását igényli. Ezért a kiértékelést szintén egy *Matlab* program segítségével végeztük. A program szekvenciálisan beolvassa a véges elemes vizsgálatok és az EC3 szerinti teherbírások eredményeit tartalmazó fájlokat, és azokat mátrixokká alakítja. A teherbírásokat a relatív bordamerevségek függvényében ábrázoltuk, állandó geometriai paraméterek (α , n_s , b_{sub}/t_p , δ) esetén. A három imperfekció szerinti eredmények alapján képeztük a numerikus eredmények burkoló görbét, majd ennek segítségével leolvastuk az optimálisnak tekinthető γ^* bordamerevséget. A leolvasás elveit a 7. fejezetben, a numerikus eredmények bemutatásakor részletezzük. A meghatározott ideális merevségeket α és n_s alapján csoportosítva ábrázolhatjuk eltérő b_{sub}/t_p arányokra, a δ függvényében. Az 5.3. ábra az általunk beprogramozott folyamatot szemlélteti a bemeneti adatok megadásától a vizsgálat eredményéig.



5.3. ábra: Optimális bordamerevség meghatározása (1. típusú megközelítésben).



Az második típusú megközelítésben a vizsgálat struktúrája közel azonos volt, azonban a bemenő paramétereket eltérően definiáltuk. A vizsgálat elve szerint adott b szélességű, b/t_p arányú lemezen vizsgáltuk eltérő lemez hosszúság és bordaszám mellett a következőt: az ANSYS input fájljaiban az adott geometriára egyre növekvő bordaméreteket számítottunk, ám a δ -ra vonatkozó megkötés nélkül. A kiértékelés elve azonos az előzőekben ismertetett eljárással, az ideális bordaméret meghatározásának menetét a 7. fejezetben fejtjük ki részletesen.



6. A numerikus modell

Ebben a pontban elsőként az EC3-1-5 numerikus analízisre vonatkozó előírásait, ajánlásait szeretnénk bemutatni. Ezután a vizsgálatokhoz készített numerikus modellt ismertetjük, kiemelve azt, hogy hogyan alkalmaztuk a szabványos előírásokat a modell felépítése, az analízis során.

6.1. Végeselemes analízis az EC3-1-5 alapján

A végeselemes analízisről, annak előírásairól, szabályairól az EC3-1-5 C melléklete tájékoztat minket. Mind teherbírási, illetve használhatósági határállapotok, mind fáradás vizsgálatára útmutatást ad.

A szabvány különböző modellszinteket határoz meg, melyek komplexitása egyre növekvő, s melyek kiválasztását az éppen vizsgált probléma határozza meg. Ezt mutatja a 6.1. táblázat :

No	Anyagi viselkedés	Geometriai viselkedés	Imperfekciók	Példa az alkalmazásra
1	lineáris	lineáris	nem	rugalmas "shear lag" hatás, rugalmas teherbírás (L)
2	nem lineáris	lineáris	nem	képlékeny teherbírás TBH-ban (MN)
3	lineáris	nem lineáris	nem	kritikus feszültség (GNB)
4	lineáris	nem lineáris	igen	rugalmas lemezhorpadási ellenállás (GNI)
5	nem lineáris	nem lineáris	igen	rugalmas-képlékeny ellenállás TBH-ban (GMNI)

6.1. táblázat: Numerikus vizsgálatok modellezési szintei az EC3-1-5 szerint.

A következőkre kell gondosan figyelniünk a szabvány szerint :

- a szerkezeti elem, illetve annak környezetének modellezése
- az alkalmazott program kiválasztása, dokumentációs eszközök
- az anyagjellemzők modellezése
- a terhek modellezése
- a határállapotok helyes felvétele
- a parciális tényezők helyes felvétele

A modellezés során a teljes szerkezet egészét vagy akár annak egy részét is vizsgálhatjuk. A megtámasztási viszonyokat mindig úgy kell felvenni, hogy az a megoldás szempontjából konzervatív eredményre vezessen, a biztonság javára térjen el. A geometriai méreteket a nominális méretekkel vesszük figyelembe. Minden analízis során a geometria, anyagjellemzők, terhek és alkalmazott végeselem hálót le kell dokumentálni, hogy az később reprodukálható legyen.

A C melléklet 5-ös pontja az imperfekciók felvételéről szól. A szabvány szerint ahol az analízis megkívánja az imperfekciók felvételét, ott mind geometriai, mind szerkezeti (anyaghiba, sajátfeszültségek) imperfekciót alkalmazni kell. Ha külön adat nem áll rendelkezésre, akkor a szabvány megengedi, hogy ezen imperfekciókat csupán geometriai imperfekciókkal helyettesítsük. Ezen helyettesítő imperfekciókat, azok mértékét mutatja a 6.2. táblázat és a 6.1. ábra.



Típus	Melyik elemre alkalmazzuk	Alak	Magnitúdó
Globális	l hosszúságú elem	kihajlás	EN 1993-1-1 5.1. táblázat
Globális	a hosszúságú hosszirányú merevítő	kihajlás	$\min(a/400; b/400)$
Lokális	lemez vagy alpanel a vagy b rövidebbik oldallal	horpadási alak	$\min(a/200; b/200)$
Lokális	öv vagy merevítő csavarásnak kitéve	elcsavarodó	$1/50$

6.2. táblázat: Imperfekciók nagysága az egyes lemezelemeken.

Type of imperfection	Component
global member with length ℓ	
global longitudinal stiffener with length a	
local panel or subpanel	
local stiffener or flange subject to twist	

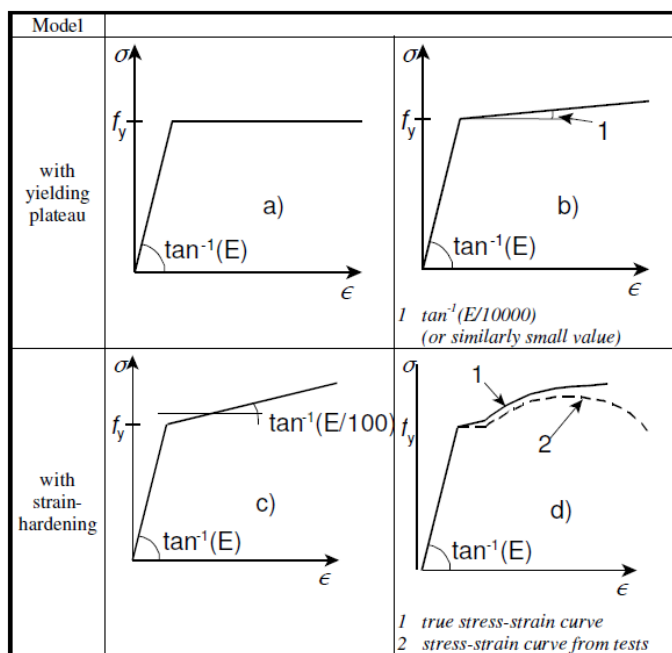
6.1. ábra: Imperfekciók értelmezése az egyes lemezelemeken. [1]

Összetett, kombinált imperfekciók esetén a fenti imperfekciók közül mindig egyet kell kiválasztani, mely teljes értékkel szerepel a kombinációban, a többi 0.7-es szorzóval kell figyelembe venni. Az egyes terhelési esetekben mindig legkedvezőtlenebb imperfekciós kialakítást kell alkalmazni.

Az anyagmodell esetében a karakterisztikus értékeket kell figyelembe venni. A numerikus analízishez a szabvány négy fajta fő anyagmodell típust javasol:

- lineárisan rugalmas, tökéletesen képlékeny anyagmodell,
- lineárisan rugalmas, képlékeny anyagmodell folyási platóval,
- lineárisan rugalmas, felkeményedő anyagmodell,
- valós kísérletből származtatott, módosított anyagmodell.

Ezeket a modelleket mutatja a 6.2. ábra.



6.2. ábra: Imperfekciók értelmezése az egyes lemezelemeken. [1]

A teher modellje a lehető legjobban meg kell közelítse a valós körülményeket. A bizonytalanságok miatt a valós terheket a teherbírasi határállapotban egy α_u biztonsági tényezővel meg kell növelni. Ez a tényező a következőkből áll:

- α_1 : a numerikus modell esetleges bizonytalanságai miatt. Ha lehet, tesztek, valós modellkísérletek eredményeihez kell kalibrálni (lásd EN 1990 D melléklet)
- α_2 : a terhelés és teherbírás bizonytalansága miatt. Értékét stabilitási tönkremenetel valószínű bekövetkezése esetén γ_{M1} -re, szilárdsági tönkremenetel esetén γ_{M2} -re ajánlja felvenni a szabvány.

Az α_u biztonsági tényező meghatározásakor figyelembe kell venni, hogy $\alpha_u > \alpha_1 \alpha_2$.



6.2. A felépített modell jellemzése

A következőekben bemutatjuk, hogy hogyan alkalmaztuk a 6.1. pontban ismertetett elveket, hogyan építettük fel a numerikus modellt.

6.2.1. Alkalmazott modellszint

A 6.1. táblázatban látható modellszintek közül a következőket alkalmaztuk:

- (1) Anyagi és geometriailag lineáris, perfekt modell a stabilitási analízis feszültségi adataihoz.
- (2) Anyagi lineáris, geometriailag nemlineáris, perfekt modell, *GNB* analízis a kritikus feszültségek meghatározásához.
- (3) Anyagi és geometriai nemlinearitás, imperfekt modell a tényleges teherbírás meghatározásához. *GMNI*

6.2.2. Anyagmodell

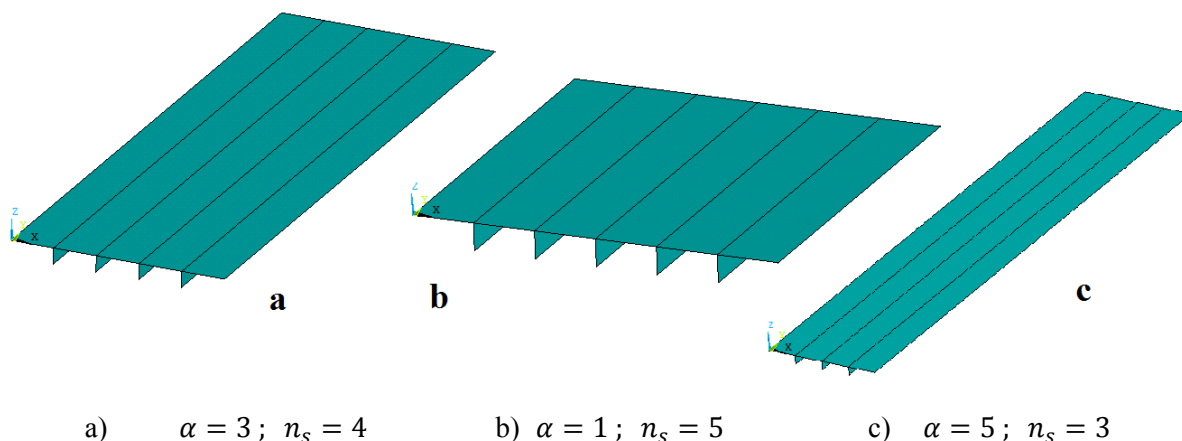
Az 6.1. pontban bemutatott anyagmodellek közül a kritikus feszültségek meghatározásánál (*GNB analízis*) lineárisan rugalmas, a teherbírasi vizsgálatoknál (*GMNI analízis*) lineárisan rugalmas, tökéletesen képlékeny modellt választottuk.

6.2.3. A geometriai modell

A lemezt és a bordákat felületelemekkel modelleztük. A geometriai modellt paraméteresen határoztuk meg, hiszen egy optimalizációs folyamat esetén csak így érhetünk el kellő hatékonyságot. A bordák téglalap keresztmetszetű, laposacél bordák. A geometriai paraméterek így a következők:

- a lemez terhelési irányra merőleges mérete (b)
- a lemez terhelési iránnyal párhuzamos mérete (a)
- a lemez vastagsága (t_p)
- a laposacél bordák száma (n_s)
- a laposacél bordák magassága (b_s)
- a laposacél bordák vastagsága (t_s)

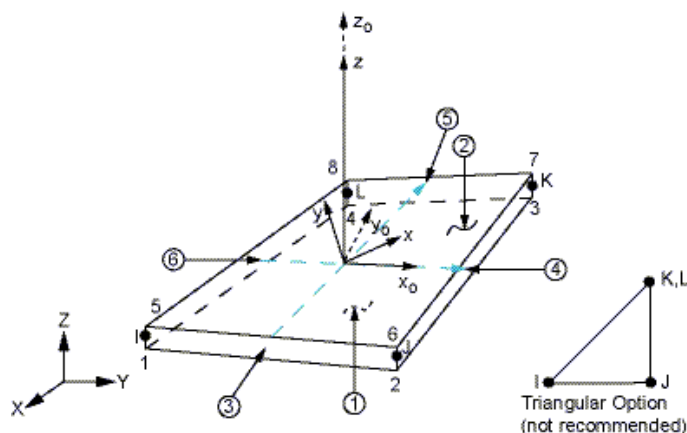
Mivel a bordaszám is paraméter volt, a geometriai modell felépítését mindenképp ciklusba kellett foglalni. A bordák egyenletes kiosztással kerülnek elhelyezésre, a bordák távolsága éppen egy alpanel hosszával egyenlő (b_{sub}). Egy-egy ciklusban a program felépíti az éppen soron következő bordát, illetve az előtte lévő lemezrész reprezentáló felületelemet, végül elhelyezés a végső lemezrész is. Néhány kialakítást láthatunk a 6.3. ábrán.

a) $\alpha = 3$; $n_s = 4$ b) $\alpha = 1$; $n_s = 5$ c) $\alpha = 5$; $n_s = 3$

6.3. ábra: A modell által generált szerkezeti kialakítások.

6.2.4. Alkalmazott végelemek

A modell héjelemekből épül fel, SHELL181 elemet alkalmaztunk a lemez és a bordák modellezésére. A SHELL181 kifejezetten héjszerű viselkedéshez (membrán és hajlítási merevséggel is bír az elem), nemlineáris analízishez fejlesztett 4 csomópontú felületelem. Minden csomópontjában 6 szabadságfokkal bír ($UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ$). Az elem a Reissner-Mindlin-féle lineáris nyírási deformációt is tartalmazza, alkalmazza.

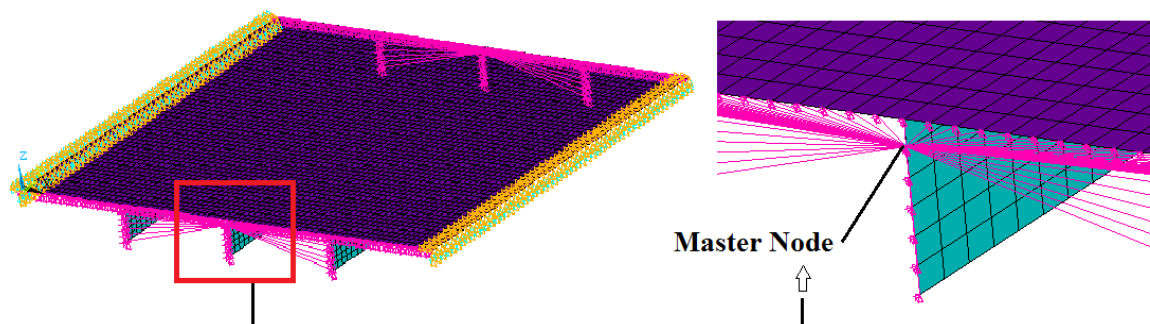


6.4. ábra: Az alkalmazott SHELL 181 végelem. [12]

A modellre nem vihettük fel közvetlenül a terheket, hisz lokális horpadások keletkeztek volna az élteher közelében. Azt a megoldást választottuk, hogy a terhelési irányra merőleges éleken, végeken merev tárcsákat képeztünk, melyek egyenletesen osztják el a terheket a közvetlen, kapcsolódó csomópontokra.

Az ANSYS programban ilyen merev tárcsát a CERIG paranccsal tudunk kialakítani. Ekkor ki kell jelöljünk egy úgynevezett vezetőpontot (master node), melyhez a tárcsához közvetlen kapcsolódó csomópontokat (slave nodes) hozzárendeljük. A hozzárendeléssel a megfelelő, beállított szabadságfokokat kapcsoljuk össze oly módon, hogy a kapcsolódó csomópontok bármely szabadságfokára vonatkozó megoldás (eltolódás, elfordulás) meg kell egyezzen a

vezetőpontra vonatkozó megoldással. A numerikus modellen történő merev tárcsa képzése látható a 6.5. ábrán. (Az összekapcsolt szabadságfokokat lásd a 7.1.3.pontban.)



6.5. ábra: CERIG parancs alkalmazása merev tárcsák képzésére

Az ANSYS program egyedi, szabadon álló csomópontot csak akkor ismer fel és fogadja el a számítás részeként, ha külön elemet definiálunk hozzá. A vezetőpontokra tehát kiterjedés nélküli (tömeg vagy pont) elemet, a MASS21-es elemet alkalmaztuk. A tömegét 0-ra állítottuk be, így az nem befolyásolja a számítást.

6.2.5. Végelem-háló

Az ANSYS programban lehetőség van strukturált háló létrehozásához (*MSHKEY,1* parancs). A hálót a SHELL181 elemek segítségével derékszögű négyszögletű hálózatban (*MSHAPE,0,2D* parancs) készítettük el. Egy előre meghatározott osztást alkalmaztunk a határoló vonalak kijelölésével (*LESIZE* parancs), majd erre a program létrehozta a szabályos hálót („Mapped” hálógenerálás) (lásd pl. 6.5. ábra). Fontos, hogy szabályos négyszögháló esetén a konvergencia sokkal jobb, mint esetleges háromszög elemekkel.

6.2.6. Imperfekciók felvétele

Az EC3-1-5 C mellékletében található, illetve a 6.1. pontban bemutatott szabványos imperfekciókat alkalmaztuk a numerikus modellben. A legfőbb kérdés az volt, hogyan lehet az imperfekciókat szabályosan és hatékonyan felvinni a modellre.

A szabvány megengedi, hogy a tényleges geometriai imperfekciók helyett, azokkal egyenértékű és azokat helyettesítő terheket alkalmazzunk. Az első változatot erre az ötletre alapozva készítettük el. Meghatároztuk, hogy milyen leterhelésekkel lehet elérni azt, hogy ezen terhek éppen olyan alakú deformációt okozzanak a szerkezetben, amilyen a keresett imperfekció. Ilyen leterhelés a globális imperfekció esetén az, ha csak a bordákra helyezünk a lemezre merőleges terheket. Ekkor ugyanis a bordák közötti lemezrész önmagában nem torzul csak egy globális görbület keletkezik az egész lemezben. A lokális imperfekciót a bordák közötti lemezrész lemezre merőleges irányú megoszló erővel történő leterhelésével érhetjük el. A harmadik típusú imperfekciót, a borda kardosságát a bordalemezre merőleges szintén megoszló teherrel hozhatjuk létre. Mindegyik terhet egységnyinek választhatjuk, hiszen lineáris statika esetén a relatív elmozdulások indifferensek a terhelés nagyságától. A terhekből számított elmozdulások (pl. globális imperfekció felvétele esetén a lemezmező közepének



lemezre merőleges elmozdulása) még nem adják meg közvetlen az imperfekt alakot. A szabványosan előírt imperfekt alakhoz tartozó érték, illetve a helyettesítő terhekkel számított elmozdulási értéknek meg kell egyeznie. A megoldás az, hogy az egyes leterhelésekből adódó deformált alakokat elmentjük, majd egyenként az UPGEOM paranccsal egymásra halmozva felvisszük a szerkezetre egy olyan szorzófaktor alkalmazva, mely éppen a szabványos és meglévő deformált alakot hozza egyenlőségbe. Ez a módszer nehézkes és lassú is. Nehézkes, mert nehezen lehet kezelni például azt, ha a lokális imperfekciót sakktáblaszerűen vagy egyszerűen váltakozó előjellel szeretnénk az egyes bordák közötti mezőkben alkalmazni. Lassú, mert minden egyes imperfekció létrehozásához lineáris statikai vizsgálatot kell elvégezni, majd kiértékelteni az eredményeket (számított és szabványos deformált alak/imperfekció).

A fenti nehézségek miatt második alternatívaként azt választottuk, hogy az imperfekt alakot, mint matematikai felületet definiáljuk, majd erre a felületre osztjuk ki egyenletesen a végelelemes háló csomópontjait ciklusokkal vezérelve. Az imperfekt alak felvételéhez szükséges matematikai felületek a következők. Legyen a globális Descartes-féle koordinátarendszer origója a lemez egyik sarka, az x tengely a teherre merőleges egyik él mentén, az y tengely a teherrel párhuzamos él mentén fusson. Így az x - y koordinátasík a lemez középsíkjában halad, a z tengely pedig a lemez síkjára merőleges. A globális imperfekcióhoz tartozó matematikai felület:

$$z(x, y) = W_{glob} \sin\left(\frac{x\pi}{b}\right) \sin\left(\frac{y\pi}{a}\right) \quad (6.1)$$

ahol W_{glob} a lemezközépen lévő maximális értéket jelöli. A lokális imperfekciót hasonlóan szinuszos függvények szorzatával, azok periódusának változtatásával érhetjük el a következő módon:

$$z(x, y) = W_{lok} \sin\left(\frac{[ns + 1] \pi}{b} x\right) \sin\left(\frac{h \pi}{a} y\right) \quad (6.2)$$

ahol W_{lok} a maximális függvényértéket jelöli, az $[ns + 1]$ az x tengely menti, a h az y tengely menti szinuszhullám hullámhosszát szabályozza, azaz megadja hány fél szinuszhullám kerül bele a teljes a vagy b hosszba. Bármelyik szinuszos tagot abszolút értékbe helyezve eredményül azt kapjuk, hogy az egyes bordák között, illetve hosszirányban végig egy oldalon haladnak a fél hullámok (nem pedig felváltva).

A borda kardosságának felírásához a koordinátarendszert mindig az adott borda és a lemez csatlakozási pontjába kell tennünk. A felület függvénye ekkor (a koordinátatengelyek irányai változatlanok):

$$x(y, z) = W_{borda} \frac{z}{b_s} \sin\left(\frac{\pi}{a} y\right) \quad (6.3)$$

ahol W_{borda} szintén a legnagyobb, a borda szabad peremének közepén lévő függvényértékét jelöli. Ahhoz, hogy a borda kövesse a globális és lokális lemezimperfekciókat is, a fenti 6.1 és 6.2 képletek segítségével $x = konst.$ (éppen a borda x koordinátája) esetekre



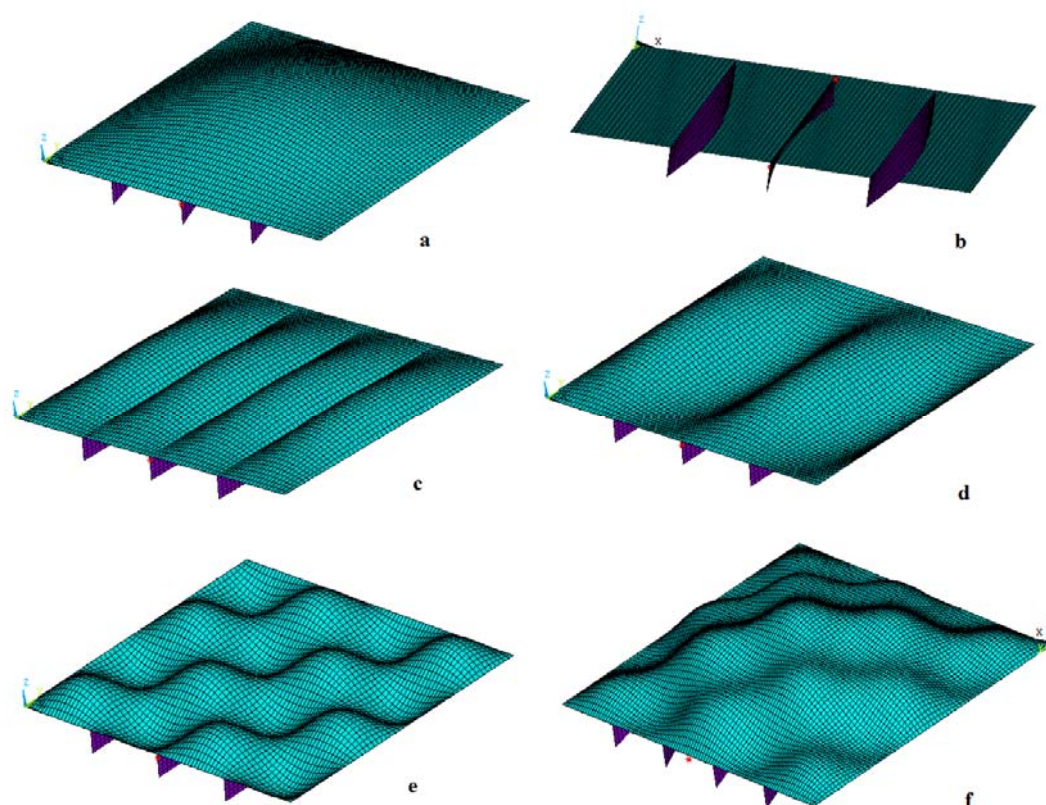
meghatározhatjuk azt a növekményt, mellyel a borda összes pontját a z tengely mentén el kell tolnunk.

A fenti függvények mindig a vizsgált elem (lemez vagy borda) középsíkjához képest, arra merőlegesen adják meg az imperfekciós alakhoz tartozó felületek függvényeit. A függvényeket értelemszerűen szuperponálva, azaz növekményként hozzáadva az eredeti koordinátákhoz megkaphatjuk az összetett, minden imperfekciót tartalmazó alakot. Az előny ennél a módszernél egyértelmű: a legkülönbözőbb variációkat is meg tudtuk vizsgálni egyszerűen, nincs külön statikai analízis, a geometria és háló létrehozásának ideje a töredékére csökken.

A második módszert sem tartottuk elég hatékonynak így egy harmadik variáció mellett döntöttünk. Az előbbi esetben először határoztuk meg az elemek csomópontjait, majd erre megfelelő ciklusokkal, a csomópontok számozását figyelembe véve építettük fel az elemeket, magát a végelem hálót. Az új ötlet az volt, hogy először magát a perfekt modellt építjük meg, kialakítjuk a végelem hálót, majd a már meglévő csomópontokat a fent közölt függvények segítségével az imperfekt alaknak megfelelő helyre tolnuk át. Ez a felépítési mód még az előbbinél is háromszor gyorsabbnak, az elsőnél pedig körülbelül hatszor gyorsabbnak bizonyult. A gond itt az volt, hogy mivel nem előre vettük fel a csomópontokat, a csomópontok számozásának nem volt struktúrája, nem tudtuk, hogy melyik pont éppen hol van. Ezt úgy hidaltuk át, hogy vektorba gyűjtöttük a csomópontok sorszámát, majd ezen vektor elemein végighaladva – azaz az egyes csomópontokat végigvizsgálva – mindegyik csomópontnak lekérdeztük az aktuális helyét, koordinátáit, így azt a 6.1 - 6.2 - 6.3 képletekbe behelyettesítve, növekményt képezve megkaptuk a csomópont új koordinátáját. Ilyen módon az összes csomópont a végleges, imperfekt alaknak megfelelő helyre került. A fenti algoritmus például magára a lemezre a következő:

```
CMSEL, S, PLEMEZ, N
*VGET, NSORSZAM_LEMEZ, NODE, , NLIST
*VSCFUN, VHOSZS_LEMEZ, LAST, NSORSZAM_LEMEZ
*DO, i, 1, VHOSZS_LEMEZ, 1
SSZ=NSORSZAM_LEMEZ(i)
*GET, TMPX, NODE, SSZ, LOC, X
*GET, TMPY, NODE, SSZ, LOC, Y
TMPZ=FLOKALIS*WLOKALIS*abs(sin(TMPX*(n+1)*PI/b))*sin(TMPY*h*PI/a)+FGLOBALIS*WGLOBALIS*sin(TMPX*PI/b)*sin(TMPY*PI/a)
N, SSZ, NX(SSZ), NY(SSZ), TMPZ
*ENDDO
```

A következő néhány ábrán az imperfekciós esetek pár variációját szeretnénk bemutatni. Az ábrák torzított léptékben készültek.



a : globális imperfekció
b : borda imperfekció (kardosság)
c : lokális lemez imperfekció 1

d : lokális lemez imperfekció 2
e : lokális lemez imperfekció 3
f : összetett imperfekció (lok+glob+borda)

6.6. ábra: Imperfekciós alakokegymásra halmozása.

6.2.7. Megtámasztások

A lemez megtámasztása körben a peremek mentén csuklósan került kialakításra. Az erőre merőleges irányban csak az egyik peremnél található fix csukló, azaz a haránt-kontrakció kialakulása megengedett, az erőre merőleges irányban a lemez szabadon alakváltozhat. A teher irányával párhuzamos peremeken a következő szabadságfokokat állítottuk nullára : U_Z , ROT_Z , ROT_X , illetve az egyik perem mentén az x irányú megtámasztás, U_X . Látható, hogy a teherrel párhuzamos irányban is szabadon alakváltozhat a lemez, nincs ezeken a peremeken gátolva az y irányú mozgás. A terhelési irányra merőleges peremeket közvetett módon, a merev tárcsa képezése után a vezetőpontokon keresztül fogtam meg. A CERIG paranccsal a vezetőponthoz kapcsoltuk a következő szabadságfokokat: U_Y , U_Z , ROT_Z és ROT_Y . Az erőbevezetésnél lévő vezetőpont U_Z , ROT_Z és ROT_Y szabadságfokait állítottuk nullára, ezzel együtt a hozzá kapcsolt pontok szabadságfokai is ezt az értéket veszik fel. Ez megfelel az y , azaz a terhelési irányban görgős csuklós megtámasztásnak. Az erőtől távolabb, a lemezvégnél lévő másik vezetőpont megfogása hasonló, ám kiegészül az U_Y szabadságfok nullára állításával, hisz itt már meg kell támasszuk a lemezt a terhelési irányban is. Fontos, hogy a vezetőpontokat a keresztmetszet súlypontjában helyezzük el, hisz a merev tárcsa így fogja egyenletesen, hajlítás nélkül elosztani a nyomóerőket.



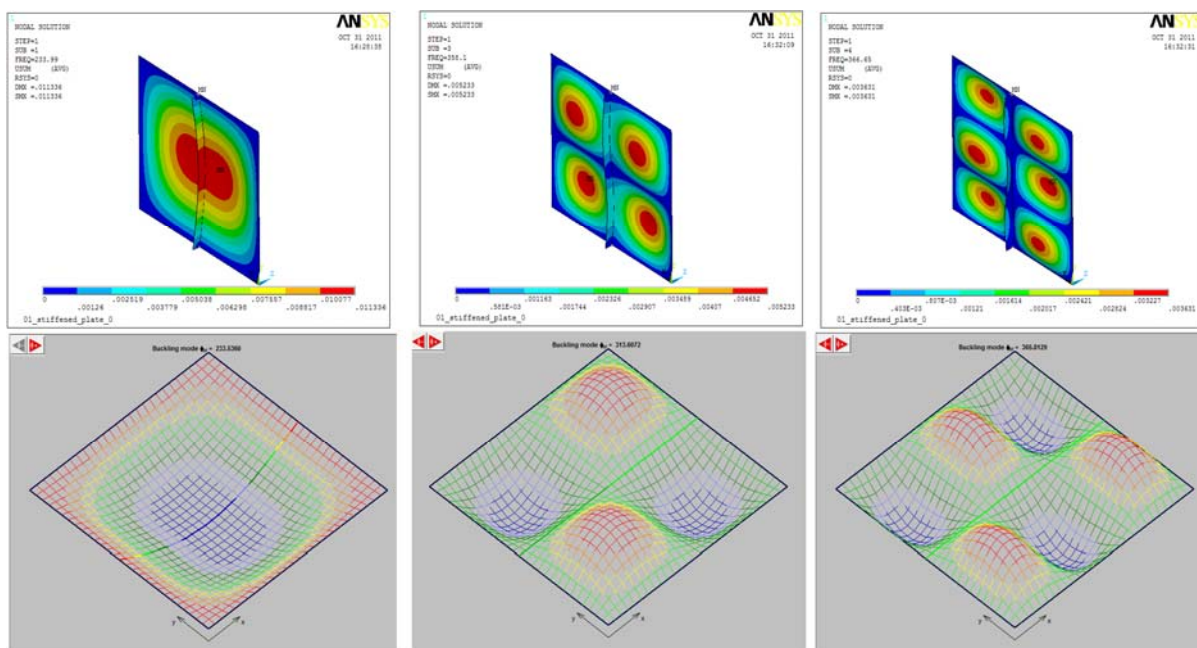
6.3. A modell validálása, konvergenciavizsgálat

A vizsgálatainkhoz nem álltak rendelkezésre kísérleti adatok, de nem is az volt a cél, hogy kísérleti eredményekhez kalibrált modellt készítsünk. A modell az EC szerinti szabványos imperfekciókkal és anyagmodellel dolgozik, így ez is egy valóságos körülményhez képest idealizált változat. A cél az volt, hogy egy numerikus számítás során a pontosabb merevségi viszonyok figyelembe vételével kimutassuk a teherbírási többletet.

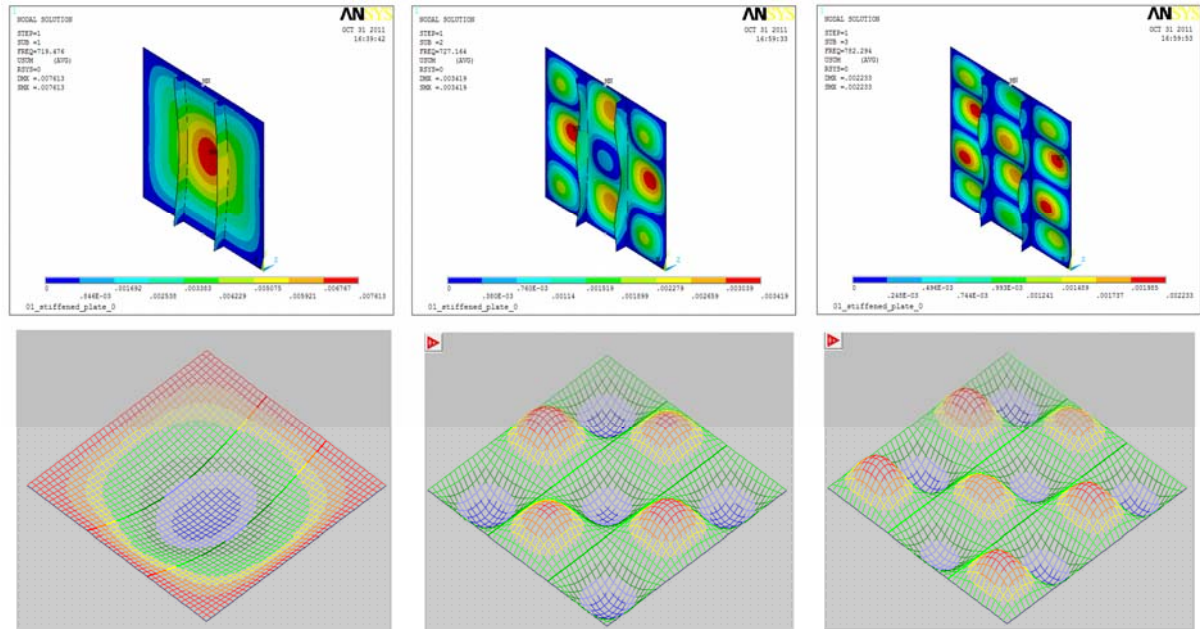
A modell helyes működését, megtámasztási viszonyait, terhelését a kritikus feszültségek alapján vizsgáltuk. Többféle kialakításra kiszámítottuk a 4.6 képlet szerint, illetve egy ortotróp lemezelméletet alkalmazó szoftver, az *EBPlate 2.0.* segítségével [13] a kritikus feszültségeket, majd ezt összehasonlítottuk a numerikus modell által szolgáltatottal. Három esetet részletesen bemutatunk a 6.7., 6.8. és 6.9. ábrán, a többi vizsgált eset táblázatosan közöljük (6.6. táblázat). Az első eset egy 1000-1000-10-es lemez egy darab 50-10-es bordával megerősítve. A 6.7. ábrán látható, hogy az ANSYS, illetve az *EBPlate* programmal számított sajátalakok megegyeznek. A kritikus feszültségek értékeit az egyes alakoknál a 6.3. táblázat tartalmazza. A 6.8. ábrán látható második eset egy karcsúbb bordával került kialakításra. A lemez itt is 1000-1000-10-es, de két darab 75-10-es bordát helyeztünk el rajta. A harmadik eset található a 6.9. ábrán, az eredményeket a 6.5. táblázat tartalmazza.

Alak	a	b	tp	ns	bs	ts
	1000	1000	10	1	50	10
	Analitikus		EBPlate		ANSYS	
1	248.4		233.5		233.9	
2	x		313.6		314.1	
3	x		365.8		358.1	
4	x		367.4		366.6	

6.3. táblázat: 1000-1000-10 lemez 1 borda 50-10. Sajátalakok kritikus feszültségei.



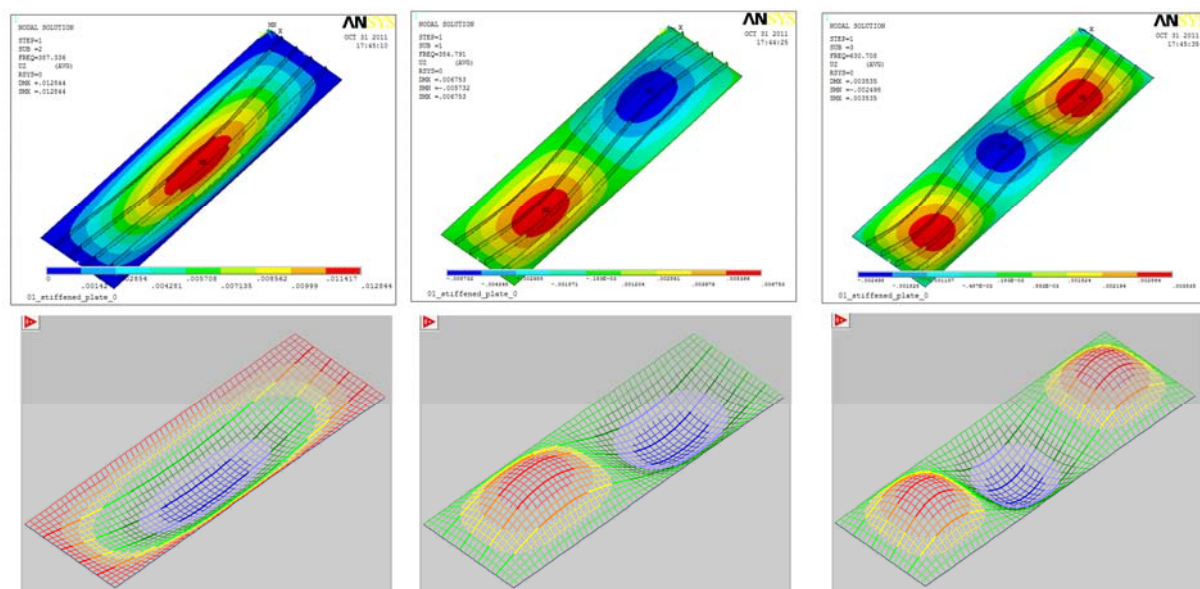
6.7. ábra: 1000-1000-10 lemez 1 borda 50-10. Sajátalakok.



6.8. ábra: 1000-1000-10 lemez 2 borda 75-10. Sajátalakok.

Alak	a	b	tp	ns	bs	ts
	1000	1000	10	2	75	10
	Analitikus		EBPlate		ANSYS	
1	698.6		718.8		719.5	
2	x		744.6		727.1	
3	x		797.3		882.3	
4	x		829.4		813.3	

6.4. táblázat: 1000-1000-10 lemez 2 borda 75-10. Sajátalakok kritikus feszültségei.



6.9. ábra: 3000-3000-14 lemez 4 borda 50-20. Sajátalakok.



Alak	a	b	tp	ns	bs	ts
	3000	1000	14	4	50	20
	Analitikus		EBPlate		ANSYS	
1	295.6		382.4		384.8	
2	x		389.9		387.4	
3	x		675.5		630.7	
4	x		1100.7		984.1	

6.5. táblázat: 3000-3000-14 lemez 4 borda 50-20. Sajátalakok kritikus feszültségei.

Az eredményekből az látszik, hogy olyan esetben, amikor a borda kihajlása, horpadása nem szerepel az adott sajátalakban, akkor – ahogyan ez el is várható – az ortotróp lemezelmélet által szolgáltatott (EBPlate) eredmény teljesen megegyezik a numerikus modell eredményeivel. Ha ez nem így van, akkor a numerikus modell kisebb kritikus feszültségi értékeket ad. A fenti három eredményt, illetve a többi vizsgált kialakítást, azok eredményeit a 6.6. táblázat tartalmazza, ahol már az analitikus eredményeket is feltüntettük.

a	b	tp	ns	bs	ts	Analitikus	EBPlate	ANSYS
1000	1000	10	1	50	10	248.4	233.5	233.9
1000	1000	10	2	75	10	698.6	718.8	719.5
3000	3000	20	3	100	20	128.9	139.6	142.9
3000	1000	10	3	50	20	190.1	221.6	224.1
3000	1000	14	4	50	20	295.5	389.8	384.8
5000	1000	14	4	50	20	295.5	335.3	338.1

6.6. táblázat: Összefoglaló táblázat kritikus feszültségek összehasonlítására

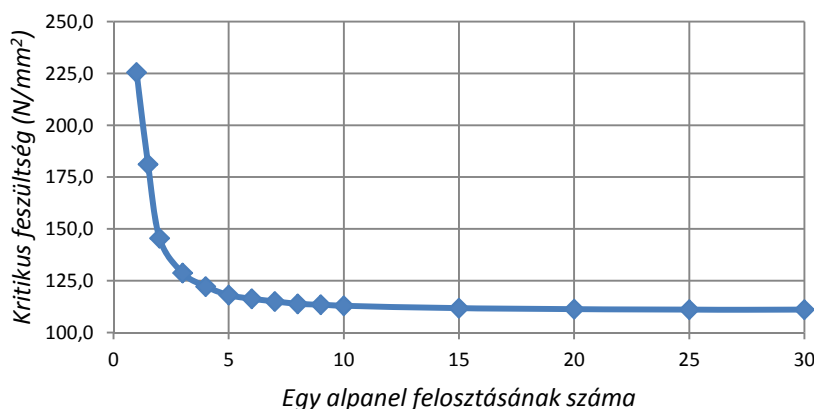
A konvergencia vizsgálatot először szintén a kritikus feszültségek alapján végeztük el. Egy 3000-3000-8-as lemezt 3 db 100-20-as bordával vizsgáltuk. A háló felosztásának paraméterét egy alpanel felosztásának száma határozta meg. Ennek a felosztásnak a függvényében határoztuk meg a kritikus feszültségeket. Az eredményeket a 6.7. táblázat és a 6.10. ábra mutatja.

Felosztás	Kritikus feszültség (N/mm ²)	Hiba (%)
1	225.5	103.1
1.5	181.2	63.2
2	145.5	31.1
3	128.7	16.0
4	122.2	10.1
5	118.1	6.4
6	116.3	4.8
7	115.0	3.6
8	113.8	2.6
9	113.4	2.2
10	112.9	1.7
15	111.7	0.6
20	111.3	0.2
25	111.0	0.0
30	111.0	0.0

6.7. táblázat: Konvergencia vizsgálat kritikus feszültségre



6.10. ábra A kritikus feszültség változása a felosztás függvényében

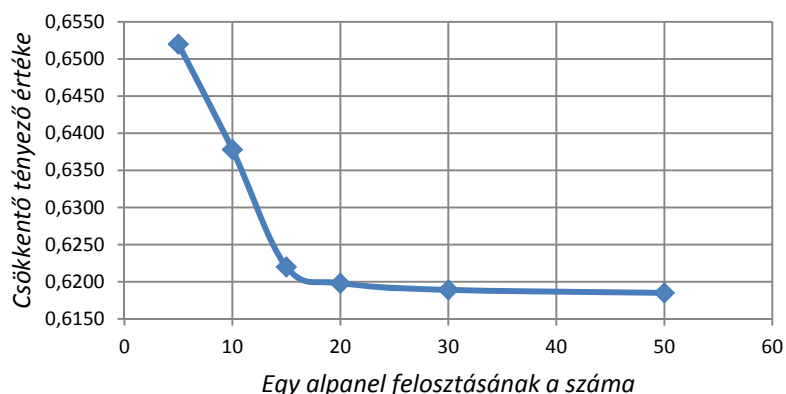


Egy másik konvergencia vizsgálatot képezte a nemlineáris analízis, azaz a teherbírási értékek szerinti vizsgálat. A paraméter itt is az alpanel felosztási száma volt. A vizsgált lemez kialakítása : 3000-1000-16-es lemez 3db 150-20-as bordával. Az eredményeket a 6.8. ábra és 6.11. táblázat mutatja.

Felosztás	Csökkentő tényező (ρ)	Hiba (%)
5	0.6520	5.42
10	0.6378	3.12
15	0.6220	0.57
20	0.6198	0.21
30	0.6189	0.06
50	0.6185	0.00

6.8. táblázat: Konvergencia vizsgálat eredményei a csökkentő tényezőre

6.11. ábra Teherbírási csökkentő tényező változása a felosztás függvényében



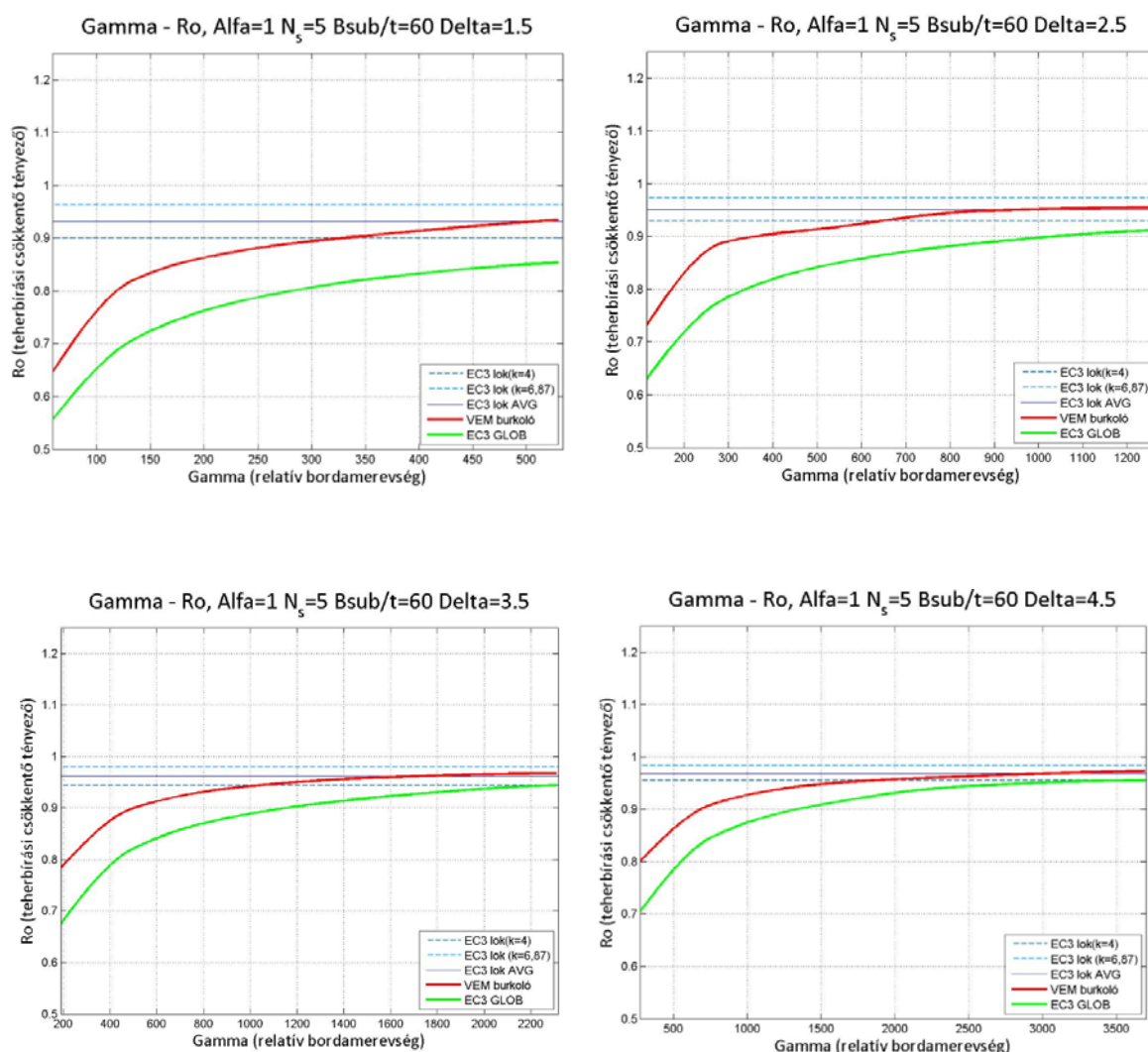
A fenti vizsgálatok és azok eredményei azt mutatják, hogy két borda közötti lemezrész, azaz egy alpanelt elegendő minimálisan 10-15 részre osztanunk a háló generálásakor ahhoz, hogy a megoldás egy százalékos hibahatár alatt maradjon. A futtatások során 15-ös osztást alkalmaztunk.

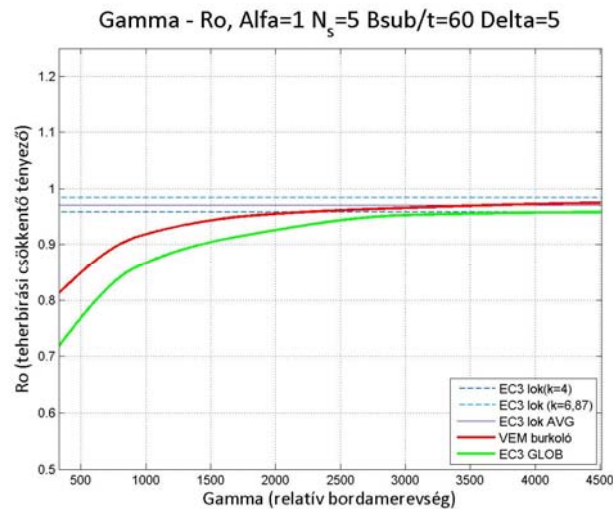


7. A numerikus futtatások eredményei, kiértékelés

7.1. A numerikus futtatások eredményei

A következőekben néhány eset futtatási eredményeit szeretnénk bemutatni, kiemelve a tapasztalatainkat, a görbéről levonható következtetéseket, megállapításokat. Az első ábrán (7.1. ábra) a egyedi kialakítású ($b_{sub}/t_p = 60, \alpha = 1, n_s = 5$) bordákkal merevített lemez $\gamma - \rho$ ábrája látható. A diagramon feltüntettük az EC3-1-5 szabvány szerint számított teherbírasi csökkentő tényezők értékét, valamint a lokális lemezhorpadáshoz tartozó csökkentő tényezők értékét csuklós és befogott kialakítással egyaránt kiszámítva.





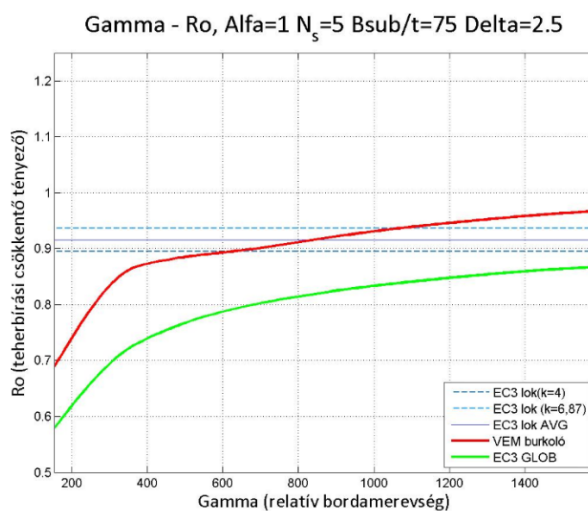
7.1. ábra: Néhány geometriai kialakítás $\gamma - \rho$ ábrája.

Az ábrákról többféle következtetést is levonhatunk. Az első és legfontosabb az az, hogy a végeelemes modellel teherbírasi többlet mutatható ki. Ez a többlet ott a legnagyobb, ahol egyébként kisebb teherbírás van, azaz a kisebb γ értékeknél. A magasabb γ , illetve a $\rho = 1.0$ körüli értékeknél ez a többlet minimálisra csökken. Érdekes észrevenni, hogy ha a görbéket egybeolvasztanánk, egy koordinátarendszerben ábrázolnánk, akkor folytonos lefutást mutatna a teljes grafikon. Az ábrán szaggatott vonallal látható a lokális stabilitásvesztéshez tartozó, teljes szerkezetre vonatkozó csökkentő tényezők értéke. Szintén tendencia, hogy nagyobb γ relatív bordamerevségek esetén mind a csuklós, mind a befogott megtámasztással kiszámított ρ_{loc} értéke növekszik, illetve a növekedés mellett a két érték közeledik is egymáshoz.

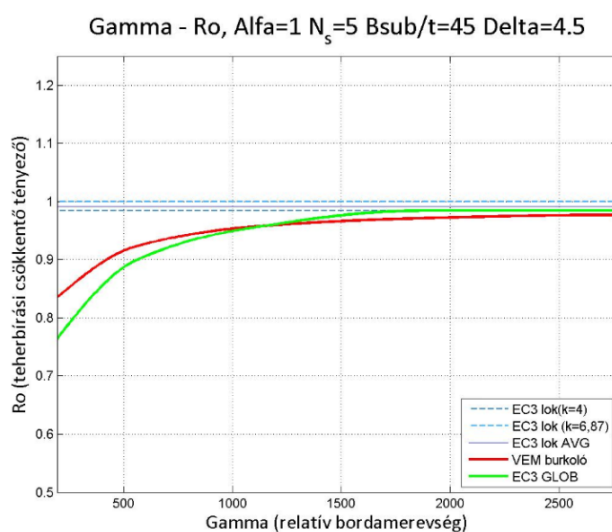
A görbék mindegyik ábrán egy határértékhez tartanak. Ez a határérték elviekben a tisztán lokális lemezhorpadáshoz tartozó teherbírasi csökkentő tényező értéke. A bordamerevség növelésével ugyanis egyre inkább globálisan merevítjük meg a lemezt mindaddig, míg a globális horpadás kialakulásának lehetőségét a minimálisra csökkentjük. Ekkor, ha a bordák közötti lemez karcsúsága olyan (*EC3-1-5 szerint* $b_{sub}/t_p \geq 42\varepsilon$), hogy azok önállóan kihorpadhatnak, akkor a lokális lemezhorpadás dominánssá válhat. A $\gamma - \rho$ görbe éppen ekkor laposodik el, ehhez az értékhez tart. A bordamerevség növelésével a lokális lemezhorpadást csak igen kis mértékben befolyásolhatjuk. Ezt a kis mértékű befolyásolást a lokális lemezhorpadás megtámasztási viszonyai által érhetjük el. Ha ugyanis növeljük a bordák merevségét, a csuklósnak feltételezett megtámasztás egyre inkább a befogott állapothoz tart. A befogott lemez horpadási tényezője $k = 6.97$, azaz több, mint másfélszer akkora, mint a csuklós eset $k = 4.0$ -es tényezője. Mivel az EC3-1-5 a kézi számításban a konzervatívabb $k = 4.0$ -es értéket, azaz a csuklós megtámasztást alkalmazza logikus, hogy ez esetben a görbék határértéke éppen ehhez a csuklós megtámasztáshoz tartozó teherbírasi csökkentő tényező értéke lesz, hiszen itt nem realizálhatunk semmilyen többletet a bordák merevségének növelésével a lokális horpadás esetén. A görbék lefutásán látható, hogy az EC szerinti görbék minden esetben ténylegesen ehhez a határértékhez tartanak. A numerikus futtatások eredményei meghaladhatják ezt az értéket, sőt elméletileg végtelen bordák esetén a befogott esethez tartanak a grafikonok. Az érdekes az, hogy még ezt a befogott esethez tartozó határértéket is meghaladhatja a végeelemes futtatással szerzett eredmény. Ez azért



van, mert az EC a $k = 6.97$ -es tényezőt a kritikus feszültségeken keresztül beépíti a relatív lemezkarcsúságba, mely segítségével kísérletekhez kalibrált, biztonsággal meghatározott görbéről olvashatjuk le a csökkentő tényező értékét. Egy ilyen esetet mutat a 7.2. ábra.



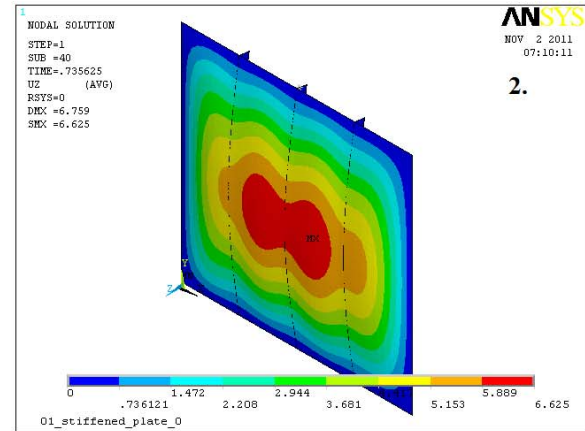
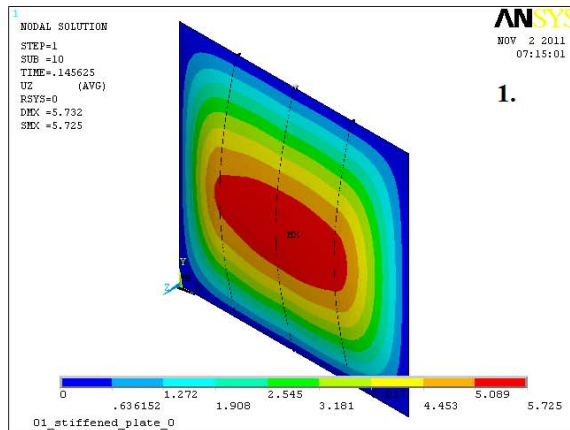
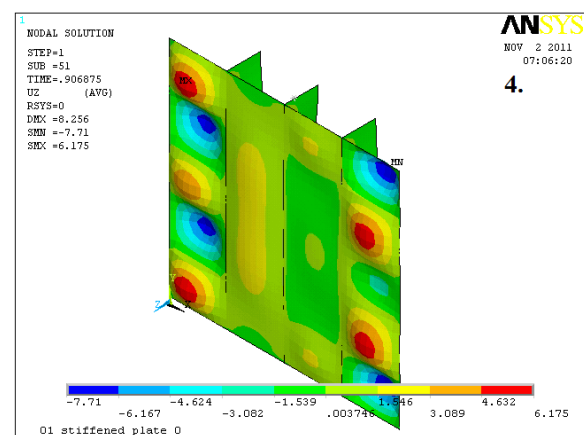
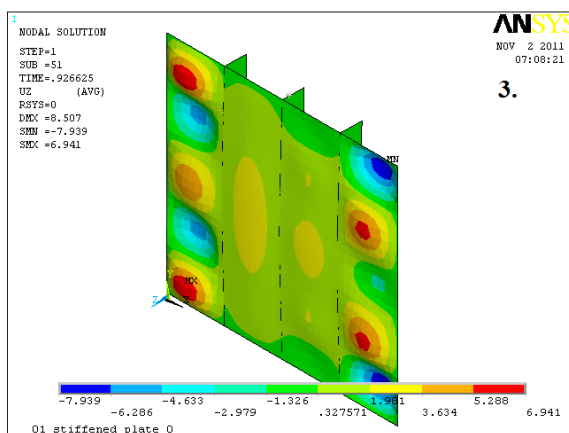
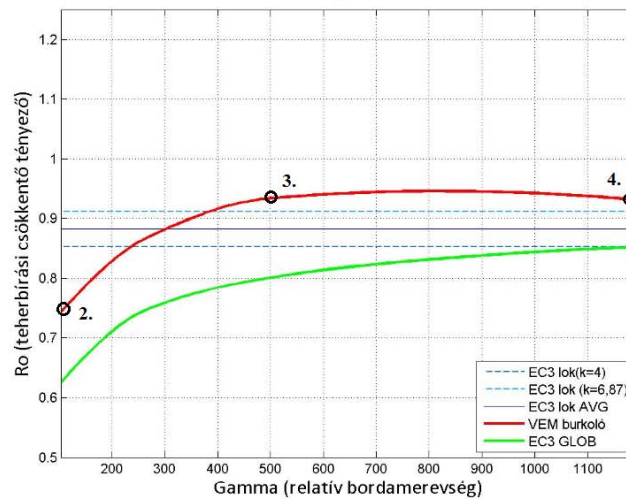
7.2. ábra: A numerikus eredmény meghaladja az EC szerinti befogott lemez teherbírását.



7.3. ábra: A teherbírás alatta marad az EC3-1-5 szerinti teherbírásnak.

Látható, hogy egyes esetekben az EC szerint számított teherbírás érték semmilyen γ értéknél nem éri el a csuklós megtámasztású lokális lemezhorpadáshoz tartozó értéket. A numerikus futtatásokból készített görbék a többlet teherbírás révén elérik, illetve jóval hamarabb érik el ugyanezt az értéket, s láthatóan ezt meghaladva a befogott lokális lemezhorpadáshoz tartozó értékhez tartanak.

A görbék lefutását, illetve a tönkremeneteli módok domináns tartományait mutatja a következő, 7.4. ábra.

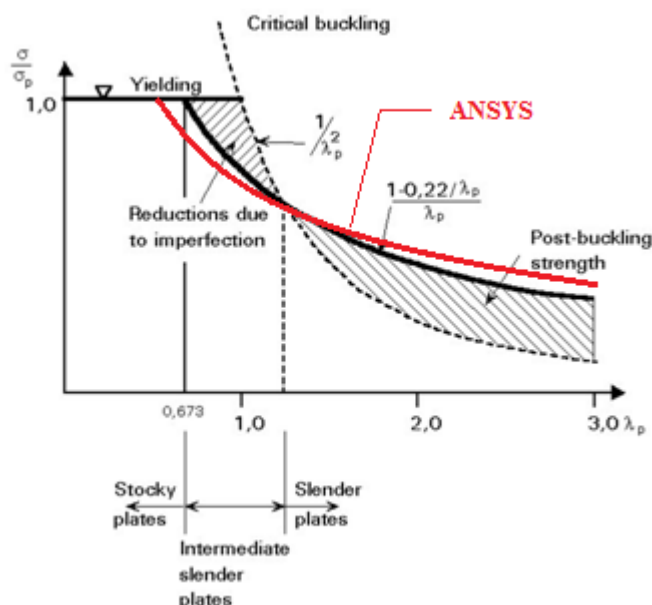
Gamma - Ro, Alfa=1 $N_5=3$ Bsub/t=75 Delta=1.5

7.4. ábra Domináns tönkremeneteli módok tartományai

Az első ábrán láthatóan a globális stabilitásvesztés a domináns, ez kis γ értékeknél következik be. A második ábra már a $\gamma - \rho$ grafikon felszálló ágának 2. pontját reprezentálja. Itt a lokális és globális stabilitásvesztés kombinálódik. Az utolsó két ábra, mely nagy γ értékekhez (3. és 4. pont) tartozik már tisztán lokális stabilitásvesztési módot mutat.



Egy érdekes dolgot tapasztaltunk kis karcsúságú lemezek esetén. Kis b/t , azaz zömök lemezek esetén egyes esetekben a numerikus modellben számított teherbírás az EC kézi számítása alatt futott. Egy ilyen esetet mutat a 7.4. ábra. A jelenséget a 7.5. ábra magyarázza.



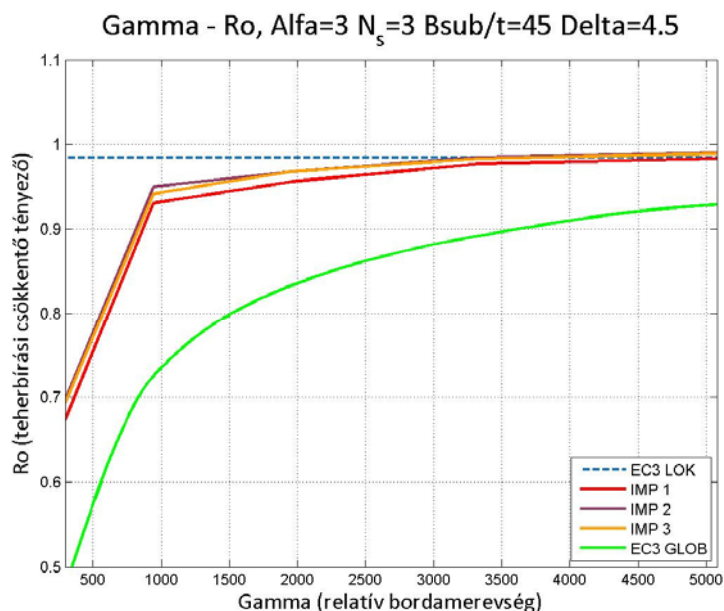
7.5. ábra: A horpadási csökkentő tényező tapasztalt értéke a relatív lemezkarcsúság függvényében.

A grafikon a teherbírási csökkentő tényezőt mutatja a relatív lemezkarcsúság függvényében. Az effektív keresztmetszet elve szerint az $1/\lambda_p^2$ függvény adja meg a ρ értékét nemlineáris geometriát és imperfekciókat feltételezve. Az EC szerinti görbe a Winter-formulát (kísérletekkel kalibrált) veszi alapul, azt módosítja. A kísérletek szerint egészen karcsú lemezeknél igen jelentős többlet teherbírás feltételezhető, míg kisebb karcsúságú lemezeknél ez a teherbírás kisebb is lehet, mint a $1/\lambda_p^2$ függvény által szolgáltatott eredmény. Az EC a két görbe metszéspontja szerint így megkülönböztet karcsú, közepesen karcsú, illetve zömök lemezeket. A zömök lemezek esetén a csökkentő tényező értéke 1, azaz nem alakul ki stabilitási tönkremenetel. Zömök az a lemez, melynek karcsúsága a $\lambda_p = 0.673$ alatti tartományban található. A numerikus futtatások és a szabvány szerinti kézi számolás eredményei szerint a numerikus számítás szerinti $\lambda_p^2 - \rho$ görbe úgy viszonyul az EC szerinti görbéhez, ahogyan az EC szerinti görbe a $1/\lambda_p^2$ függvényhez. A numerikus eredmények tehát kis karcsúság esetén (ahogy ez a 7.4. ábrán is látható, ahol $b_{sub}/t_p = 45$) a kézi számítás szerinti eredmények alá is mehetnek, míg nagy karcsúság esetén végig a kézi számítás felett futnak.

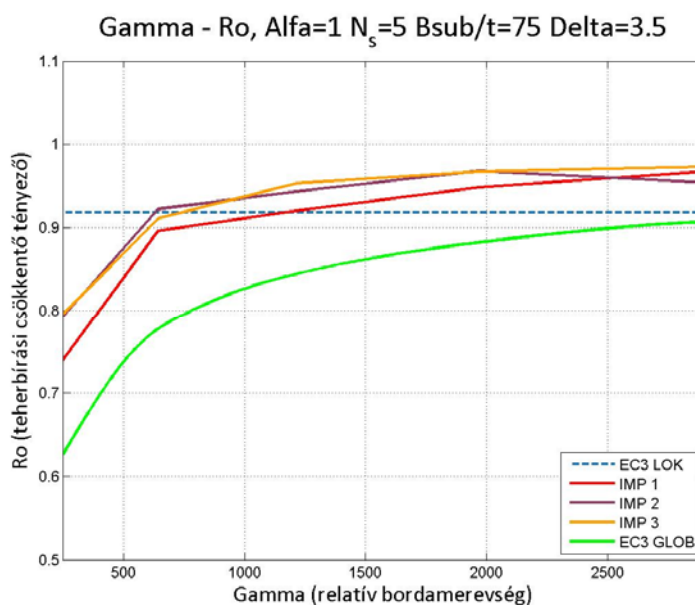
Az futtatások alapján megállapítható, hogy a szerkezet teherbírása nem változik jelentősen az EC-3-1-5 szabványos imperfekcióinak hatására. A három féle kombináció szerinti teherbírások közti eltérés általában nem nagyobb 5%-nál. Kis teherbírású lemezeknél az eltérések jelentősebbek, míg a nagy teherbírású lemezeknél a görbék közti alig tapasztalható eltérés (7.6. ábra). Ahogyan az a 7.7. ábrán is látható, a globális horpadás tartományában a



kiemelt globális imperfekció hatása a meghatározó, s amint a lokális tönkremenetel lesz a domináns, a kiemelt lokális imperfekció válik mértékadóvá a teherbírás szempontjából.

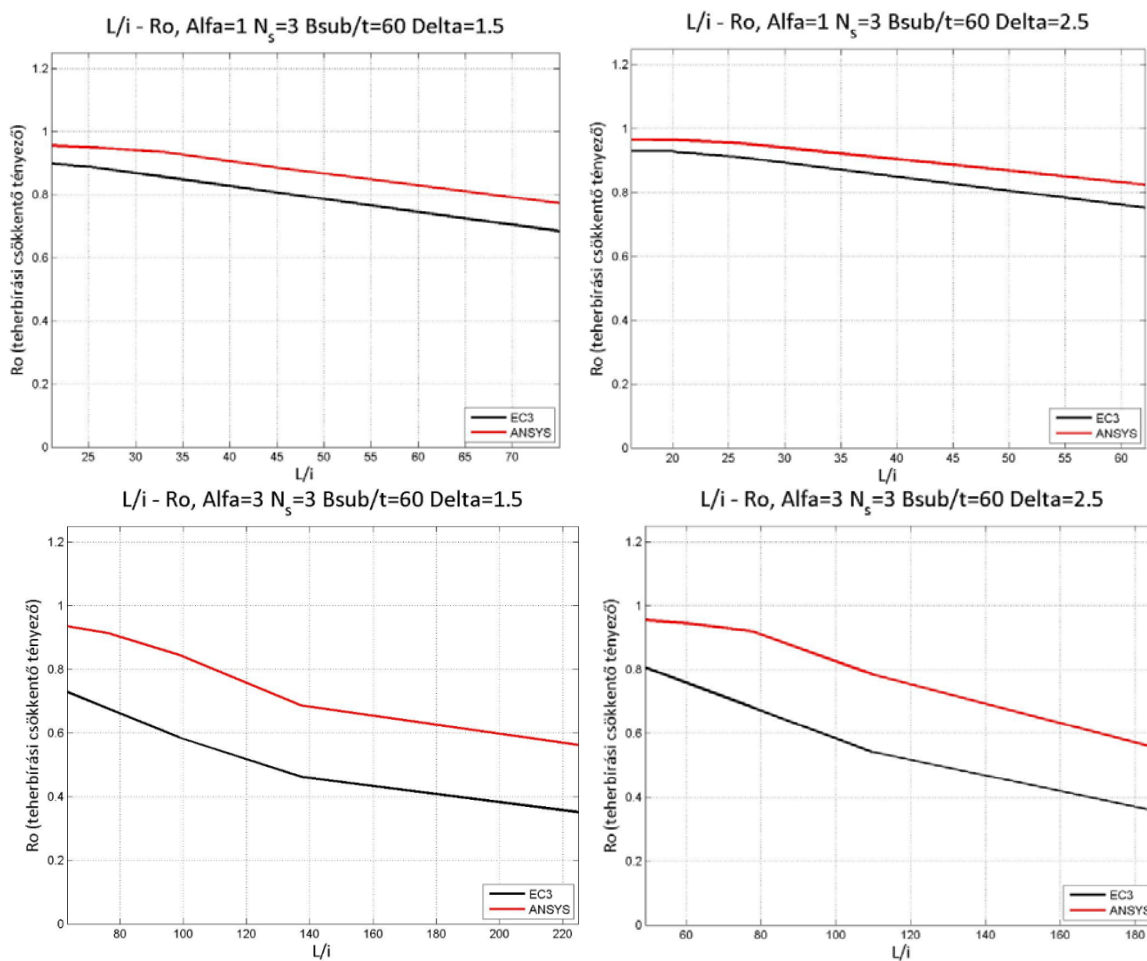


7.6. ábra: Az imperfekciók hatása nagy teherbírás esetén.



7.7. ábra: A globális (IMP1) és a lokális (IMP2) imperfekció domináns jellege.

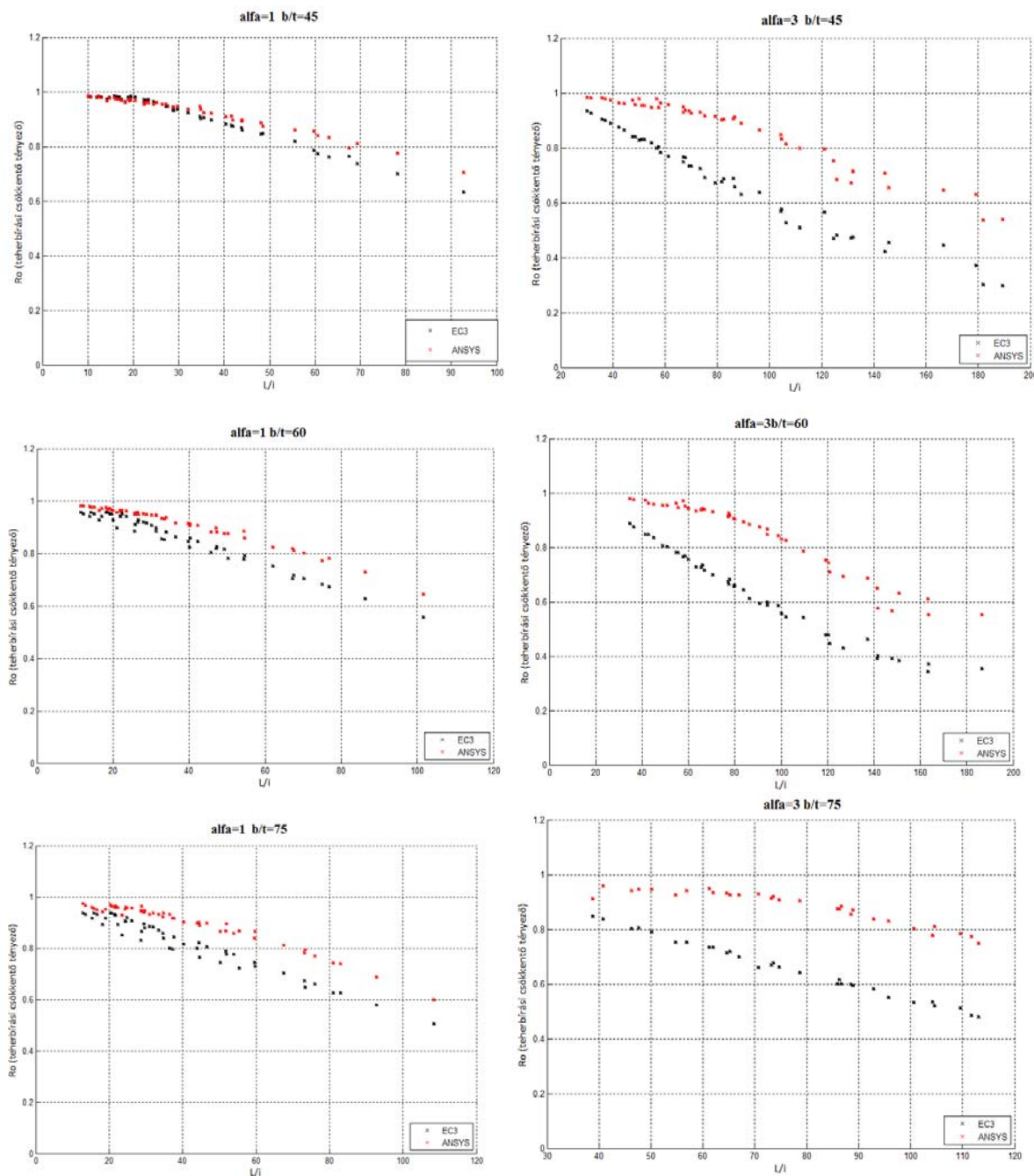
A rengeteg futtatás során nagyon nagy mennyiségű adat állt rendelkezésünkre, ezért más paraméterek szerint is megvizsgáltuk a teherbírás értékeit. A következő ábrán a bordakarcúság (L/i , ahol L a borda hossza, i a borda inerciasugara) függvényében ábrázoltuk a ρ csökkentő tényező értékeit. Néhány ilyen grafikont mutatunk be az 7.8. ábracsoporton.



7.8. ábrák: A teherbírási csökkentő tényezők ábrázolása L/i függvényében..

A fenti grafikonok is igazolják a numerikus modellel kapható teherbírási többletet. Az egyértelmű, hogy növekvő δ értékekre növekvő teherbírásokat kapunk, de ki kell emelni, hogy rögzített δ mellett a γ relatív hajlítási bordamerevség felvételénél ügyelnünk kell a borda karcsúságára is. Nyilván ez a két érték összefüggésben van egymással, mégsem azonos a kettő. Növekvő karcsúság mellett számíthatunk a teherbírás csökkenésére. A borda tönkremenetele közre játszik a globális stabilitásvesztésben. Az EC úgynevezett rúdszerű viselkedéssel modellezi ezt, a rudak kihajlásánál ismeretes, ahhoz hasonló csökkentő tényezőt alkalmaz, melynek értéke csökkenő borda karcsúság mellett csökken. A numerikus futtatások eredményei a nagy L/i tartományban, azaz a karcsú bordák esetén sokkal nagyobb többlet teherbírást mutatnak, mint zömök merevítőknél. Az EC ezen tartományban a biztonság javára sokkal konzervatívabban jár el. Ugyanazon kialakítás esetére, de más α értékre egyértelműen kisebb teherbírást kapunk, hisz ekkor az L/i arányszám megnövekszik.

A következő ábrán az összes futtatás eredményét ábrázoltuk pontok sorozataként szintén az L/i függvényében.



7.9. ábrák: Az összes számított teherbírási csökkentő tényező ábrázolása L/i függvényében.

A fenti grafikonok az eddig elhangzottakat támasztják alá, azonban itt egy kiterjesztett tartományon tudunk vizsgálni. A grafikonok már függetlenek a bordaszámtól, mégis az látszik, hogy az L/i szerint folytonosságot mutatnak, egy-egy bordaszámhoz tartozó grafikon, megoldás az itteni teljes tartomány egy kiragadott részét reprezentálja.

Az egyes kialakítások lefutásainak, tendenciáinak és teherbírának rövid áttekintése, elemzése után térjünk át a γ^* optimális relatív hajlítási bordamerevség kérdésére.



7.2. Optimális relatív hajítási bordamerevség meghatározása konstans δ értékekre

Elsőként az első típusú paraméteres vizsgálatainkat szeretnénk bemutatni. Az 5.4. pontban már ismertettük, hogy ezen vizsgálat során a cél az volt, hogy konstans δ relatív bordamerevségek mellett növekvő γ relatív bordamerevségekkel adott geometriai kialakításra ($b_{sub}/t_p = konst., \alpha = konst., n_s = konst.$) kiszámítsuk a teherbírási csökkentő tényezőt (ρ). Ezen csökkentő tényezőt a γ relatív bordamerevség függvényében ábrázolva megkereshető az a pont, melyre a görbe ellaposodik vagy elér egy olyan konvencionális határértéket, melyre azt mondhatjuk, hogy ezután a teherbírás nem nő jelentős mértékben. Ezen elvek alapján megkereshető egy adott geometriai kialakítás és a legfontosabb, hogy $\delta = konst.$ esetre a γ^* optimális relatív bordamerevség.

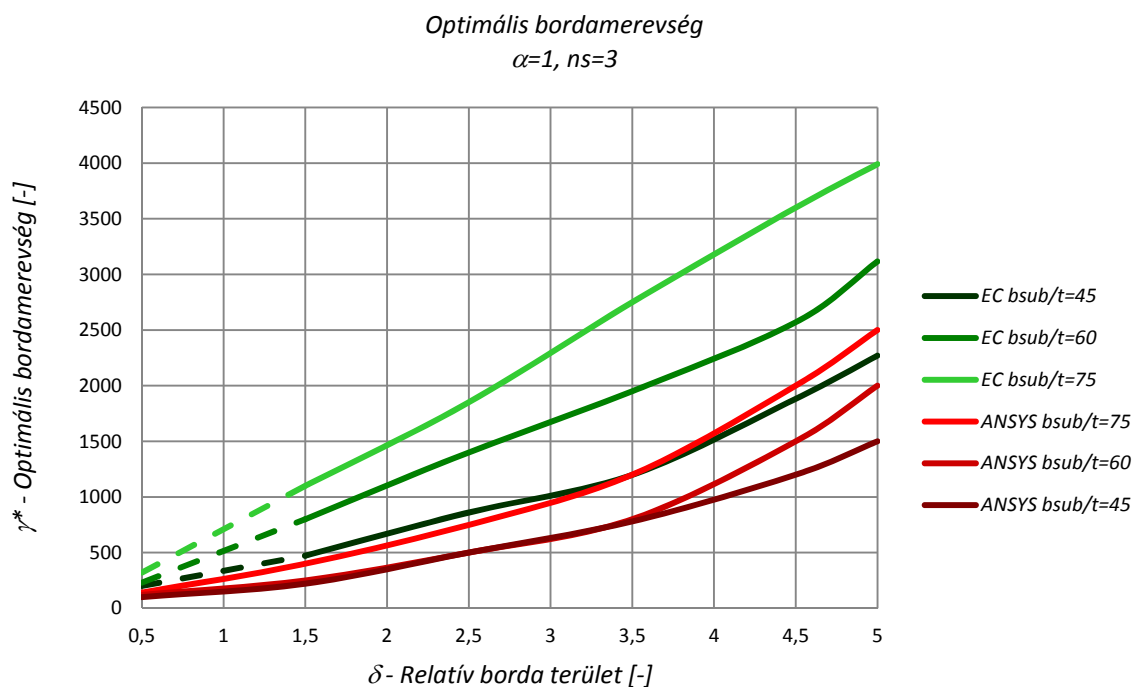
A kiértékelésnél az jelentette a nehézséget, hogy egy megfelelő módszert találjunk a γ^* leolvasására. Az EC szerinti eredmények esetében a legegyszerűbb, ha a csuklós megtámasztást feltételező ρ_{loc} érték elérésekor tekintjük a γ értéket optimálisnak, ugyanis ekkor a teherbírás a kézi számítás szerint már nem nőhet. Lehetséges megoldás az is, ha a görbék ellaposodását vizsgáljuk, hisz olyan esetben, ahol nincs metszéspont, ott csak azt tudjuk, hogy nem tudjuk elérni azt, hogy lokális horpadás váljon dominánssá, aznban a görbe ellaposodása jelzi, hogy erre az egyedi kialakításra mégis mi az a γ érték, amire a teherbírásunk maximális, illetve ami felett a teherbírás nem nő számottevően. A másik kérdés, hogy a numerikus futtatások eredményeit miként olvassuk le. Lehetőség van itt is a kézi számítás ρ_{loc} értékéhez tartozó γ leolvasására, illetve a görbe ellaposodásának vizsgálatára. Az utóbbi jobban tükrözi a γ^* kiválasztásának elvét, hiszen a numerikus modellben a lokális horpadás is máshogy alakul ki, más γ értéknél lesz így az optimális érték. A vizsgálatok kiértékelésénél mégis az EC kézi számításából adódó ρ_{loc} értéke szerinti leolvasást választottuk, hisz ekkor tudjuk egységesen kezelni, összehasonlítani az értékeket.

A futtatások kiértékelése közben derült fény számos olyan dologra, mely nehézségeket okozott a γ^* meghatározásában. Már említettük, hogy kissé karcsú, illetve zömök lemezek esetén a numerikus futtatás eredménye a kézi számítás eredménye alatt haladt. Ekkor a numerikus futtatás nem is érhetette el a ρ_{loc} értéket, így eredményt sem tudtunk leolvasni. Hasonló a helyzet a kézi számítással. Karcsúbb lemezek esetén a numerikus eredmények végig elérték a ρ_{loc} értékét, az EC kézi számítás eredményei azonban jóval alatta haladtak, ekkor éppen a kézi számításhoz nem tudtunk eredményt leolvasni. Gond volt az is, hogy a szabvány által definiált δ érték az összes borda terület és a teljes lemez területének hányadosát adja meg. Így egy vizsgált tartományon (pl. $\delta = 0.5 - 5.0$) teljesen más bordaméretek adódtak a bordaszámtól függően. Ez azt eredményezte, hogy ahol kis bordaszám esetében már kis δ értékre találtunk metszéspontot, ott nagyobb bordaszám esetén nem, vagy csak magas δ értéknél sikerült. Ahol nincs metszéspont, ott nem tudtuk a γ^* értékét ábrázolni, azaz a grafikonok csak magasabb δ - nál kezdődnek el. A δ tartomány helyes megválasztása tehát függ az alkalmazott bordaszámtól, kialakítástól is, melyet csak a kiértékelés közben realizáltunk.

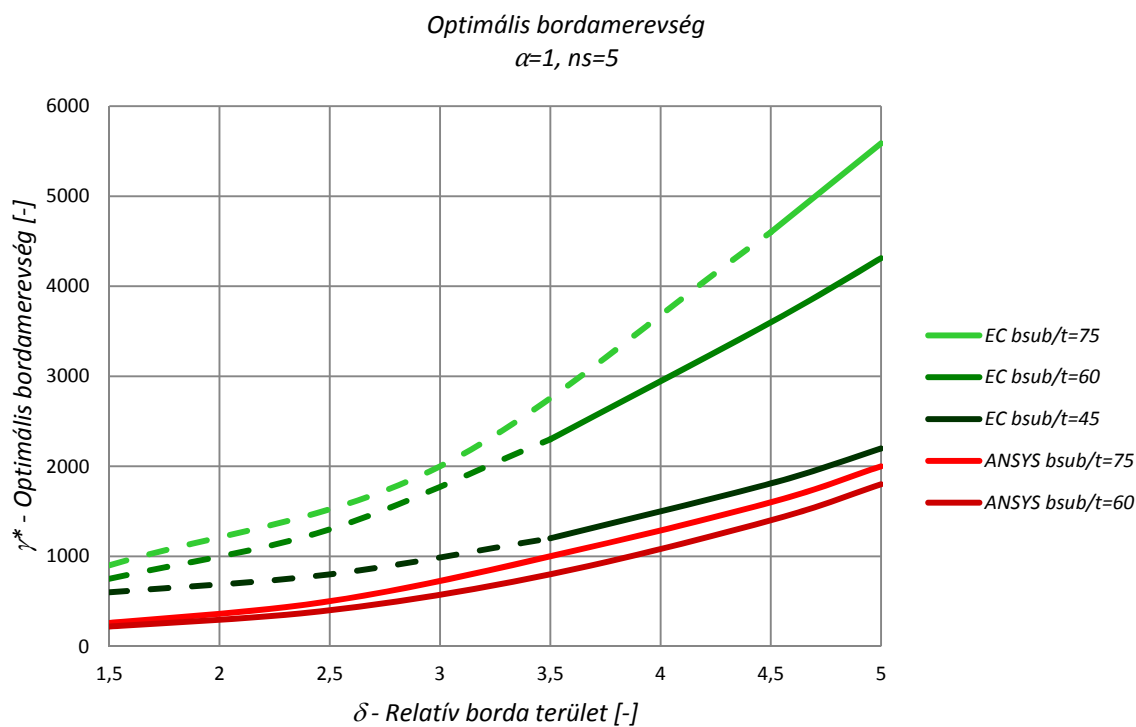
A következő grafikonokon (7.10.-13. ábrák) mutatjuk be a leolvasott γ^* értékeket. A grafikonok x tengelyén csak azt a δ tartományt ábrázoltuk, ahol találtunk metszéspontot a numerikus modell esetében. Az EC kézi számításához tartozó grafikonokat, ahol nem



találtunk metszéspontot szaggatott vonallal meghosszabbítottuk, de ezen részek nem vehetők megoldásnak.



7.10. ábra.: Optimális bordamerevség, $\alpha=1, ns=3$.

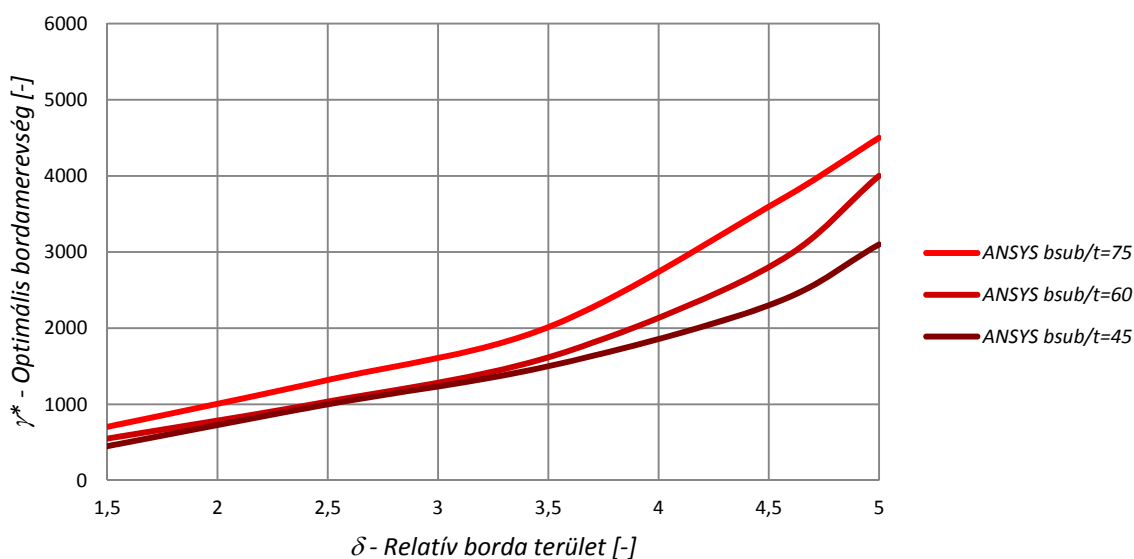


7.11. ábra.: Optimális bordamerevség, $\alpha=1, ns=5$.



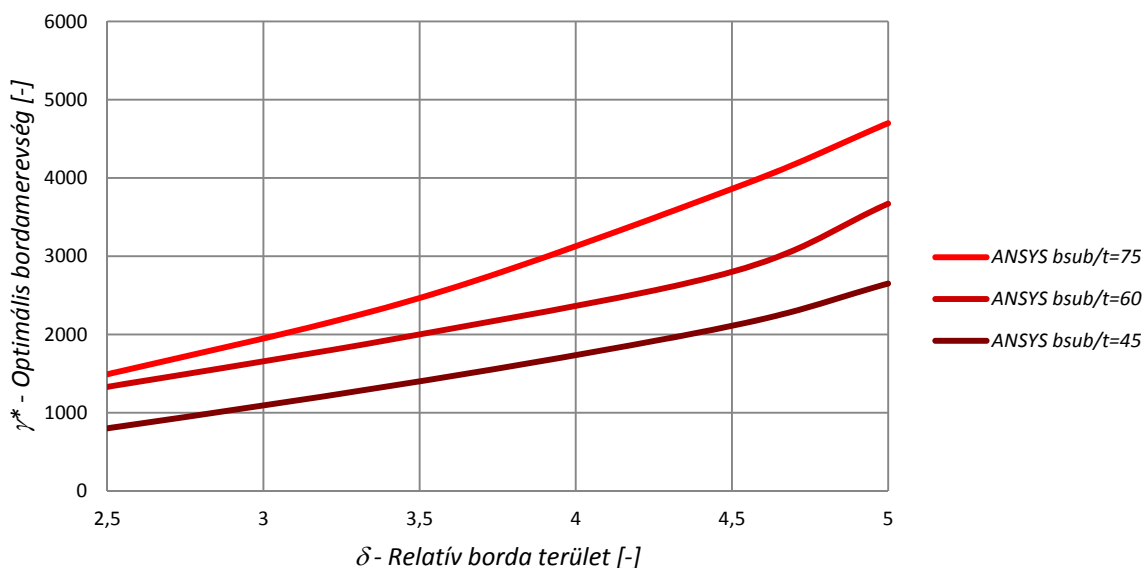
Optimális bordamerevség

$$\alpha=3, ns=3$$

7.12. ábra:: Optimális bordamerevség, $\alpha=3$, $ns=3$.

Optimális bordamerevség

$$\alpha=3, ns=5$$

7.13. ábra:: Optimális bordamerevség, $\alpha=3$, $ns=5$.

Az első fontos következtetés, hogy ahol van EC szerinti megoldás, ott az minden esetben a numerikus megoldás fölött fut, azaz ugyanazon kialakítás és δ érték mellett a numerikus modell egy kisebb γ^* -t, gazdaságosabb kialakítást eredményez a numerikus modellben biztosítható teherbírási többlet miatt. Ugyanezen teherbírási többlet miatt van az, hogy adott egy-egy grafikonon belül az EC kézi számítása szerinti első metszések csak magasabb δ



értéknél következnek be, míg a numerikus futtatások szerint akár kisebb δ érték mellett is találhatunk optimális γ értéket. A δ tartomány, melyre bizonyosan találunk – legalább a numerikus futtatások esetére – optimális γ -t az α , illetve a bordaszám növekedésével egyre magasabb értékek felé tolódik el. Az $\alpha = 3$ esetben például már egyáltalán nem találtunk az EC szerinti kézi számításhoz metszéspontot, így ilyen esetekben lehetséges, hogy magasabb δ értékeknél kéne vizsgálni. Az $\alpha = 1.0$, $n_s = 5$ esetben szintén nem találtunk megoldást, de ez a már korábban említett ok miatt van, miszerint közepesen karcsú lemez esetén a numerikus futtatások eredményei a kézi számítás eredményei alatt futottak, így metszéspontunk sem lehetett. Ha megvizsgáljuk a különböző b/t arányokra vonatkozó görbéket, látható, hogy a karcsúbb lemezek esetén – ahogyan ez várható volt – nagyobb γ érték esetén kapunk optimumot, azaz nagyobb merevségű, erősebb borda kell a megerősítéshez. A nagyobb α értékeknél szintén ez a helyzet, a grafikonok az $\alpha = 3$ esetben magasabban futnak. Ez azért van, mert azonos keresztmetszeti méretű ($\delta \gg i$), de nagyobb hosszúságú (L) bordáknak a relatív kisebb karcsúsága csökkentheti a teherbírást, így pedig növeli a γ^* értékét.

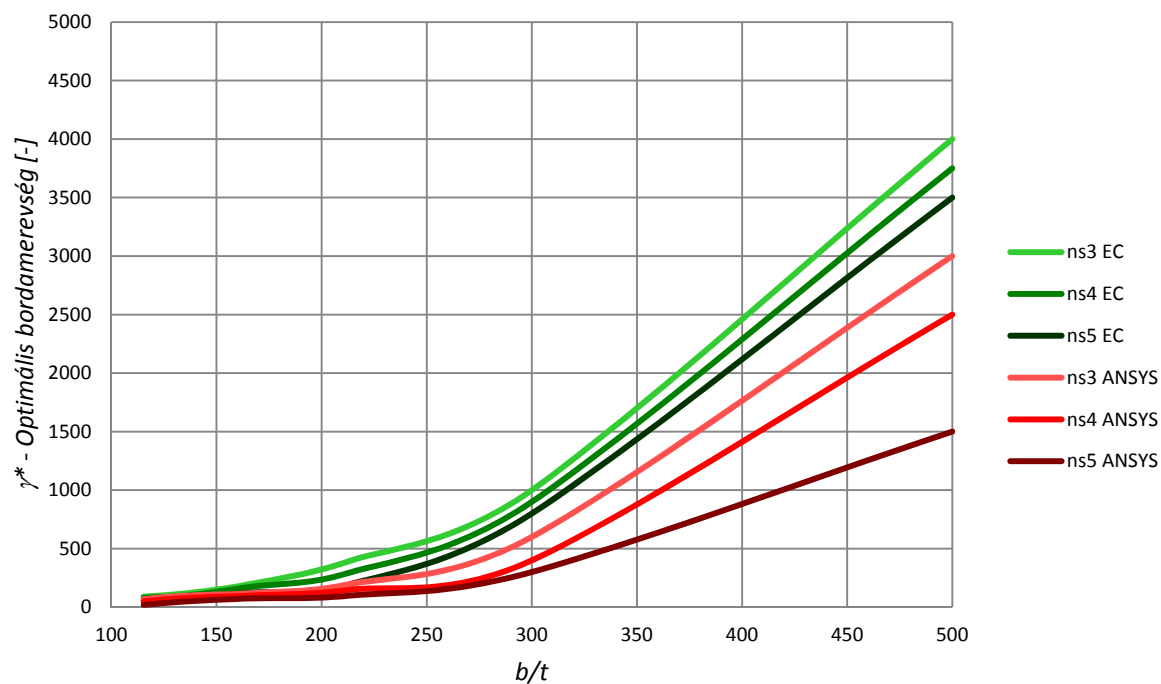
A fenti vizsgálat után nézzük meg a második fajta paraméteres vizsgálatot, illetve annak eredményeit.

7.3. Optimális relatív hajítási bordamerevség meghatározása általános δ értékekkel

A második típusú parametrikus vizsgálatunk során a bordák kiválasztását már nem korlátoztuk egy-egy konstans δ esetére. Egy futtatási sorozatban a következő értékeket tekintettük konstansnak: α , b/t (ahol itt most b a teljes lemezszélesség), n_s . Ezek a lemez általános, globális geometriai jellemzői. Ehhez egy futtatás során meghatároztuk a teherbírási értékeket növekvő bordákra, azaz növekvő γ értékekre. A bordák kiválasztásánál itt is ügyeltünk arra, hogy a szerkesztési szabályoknak és a merevségi követelményeknek eleget tegyünk, valamint mindegyik borda harmadik keresztmetszeti osztályú legyen. A teherbírási csökkentő tényezők értékét itt is a γ relatív hajlítási bordamerevség függvényében ábrázoltuk. Ez esetben – mivel minden egyes γ értékre más-más ρ_{lok} értékünk van – a görbék ellaposodását vizsgáltuk. A leolvasott eredményeket b/t arányszám függvényében ábrázoltuk. Ezeket mutatja a következő néhány ábra (7.14.-16.ábrák).

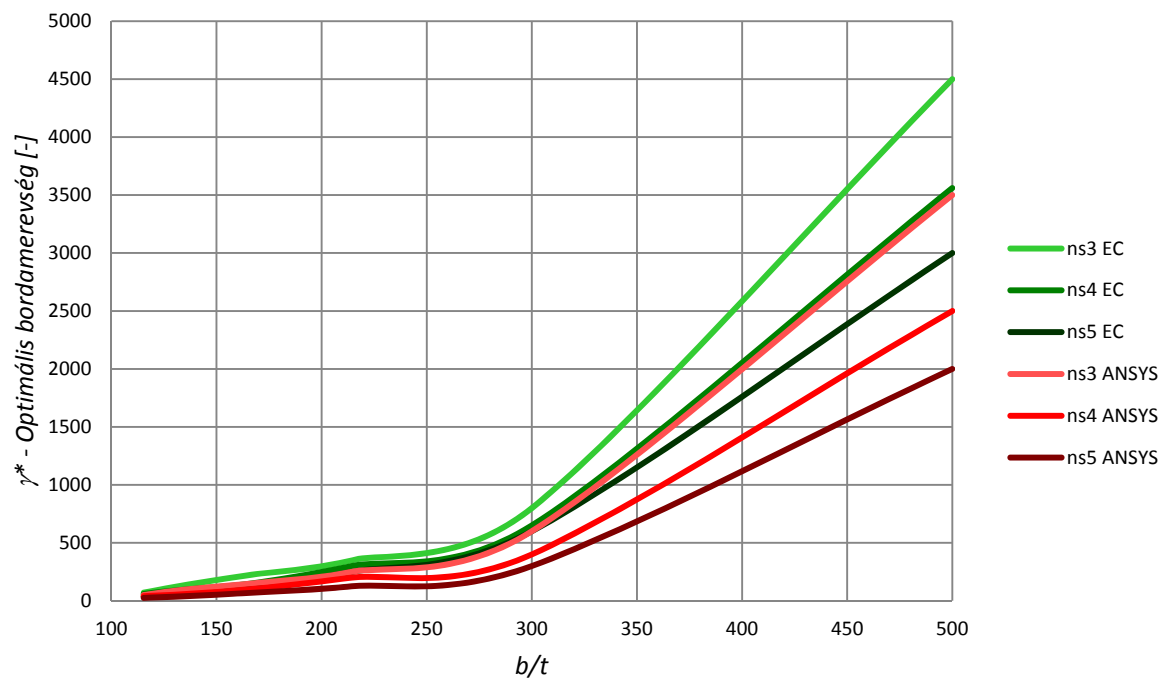


$\text{Alfa}=1, b=3000$

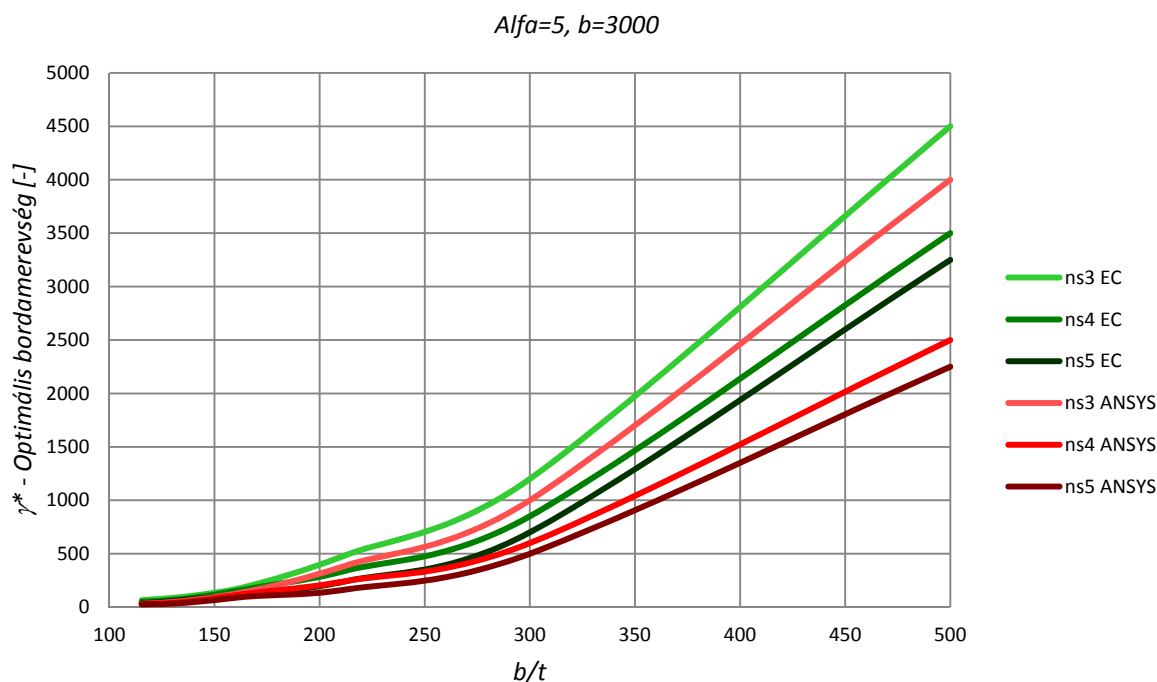


7.14. ábra: Optimális bordaméret, $\text{alfa}=1$.

$\text{Alfa}=3, b=3000$



7.15. ábra: Optimális bordaméret, $\text{alfa}=3$.



7.16. ábra: Optimális bordaméret, $\alpha=5$.

Ez esetben a grafikonok igen szép lefutást mutatnak. A kis b/t arányoknál kisebb értékeink vannak, először kis meredekséggel nő a grafikon, majd ez a meredekség egy bizonyos b/t értéknél (valahol 250 és 300 között) megnő. Ez azt jelenti, hogy egy vastagabb lemez esetén – ahogyan azt az első típusú vizsgálatnál is láttuk – könnyebben érhető el az optimális γ érték, egy bizonyos lemezkarcsúsági határt átlépve viszont egyre nagyobb és nagyobb γ^* értékeink lesznek. Az EC kézi számítása szerinti megoldás természetesen itt is végig a numerikus modellhez tartozó görbék felett fut. A bordaszám növelésével a γ^* értékei csökkennek, azaz több bordával könnyebben elérhető az optimális érték. Itt kiemelnénk ismét, hogy a γ érték ez esetben egy borda hajlítási inerciája és a lemez hajlítási inerciájának arányát jelöli. Ez azt jelenti, hogy a γ^* egy bordára vonatkozik, így esetlegesen kevesebb bordával, nagyobb γ^* értékkel is elérhetünk gazdaságosabb kialakítást. Az oldalarányokra vonatkozó tendencia ismét az, hogy nagyobb α értéknél nagyobb optimális γ értékeket kapunk, mely ismét a bordák karcsúságával hozható összefüggésbe.



8. Összefoglalás és megállapítások

A TDK dolgozatunkban hosszirányban többszörösen merevített, nyomott lemezek optimális bordamerevségét határoztuk meg nemlineáris analízis alapján.

Tanulmányunk első részében áttekintettük a merevített és merevítetlen lemezek horpadásának szakirodalmi háttérét. Részletesen ismertettük az EC3-1-5 szabvány merevített lemezek horpadására vonatkozó számítási eljárásait. Áttekintettük az ideális bordamerevségi tényező (γ^*) definiálásának módjait, különösképpen a rugalmas kritikus feszültségeken alapuló eljárást.

Kidolgoztunk egy felületszerkezeti numerikus modellt ANSYS programkörnyezetben. A verifikált modellt alkalmaztuk a paraméteres vizsgálathoz, melynek keretében anyagi és geometriai nemlineáris analízis sorozatot hajtottunk végre különböző geometriájú lemezekben. A vizsgálat során különös hangsúlyt fektettünk a szerkezeti elemek imperfekcióérzékenységére. Az eredmények alapján meghatároztuk az egyes lemezkonfigurációk esetén alkalmazandó optimális bordamerevséget, melynél a lokális és a globális tönkremenetel egyszerre következik be. Az eredményeket összevetettük az Eurocode számítási eljárásai és a rugalmas kritikus feszültségi eljárások alapuló eljárások eredményeivel.

A fentiek alapján a következő következtetéseket vontuk le :

- Az EC és a nemlineáris analízis alapján meghatározható egy teherbírás alapú optimális bordamerevség. Az optimális bordamerevséget megadtuk $ns = 3,4,5$ és $alfa = 1,3,5$ esetekre.
- Megállapítottuk, hogy a nemlineáris analízis alapján számított optimális bordamerevségre a kritikus feszültségen alapuló eljárás adja a legkisebb, az EC teherbírás alapú eljárása pedig a legnagyobb értékeket. Ennek feltételezhető magyarázata, hogy a kritikus feszültség alapú eljárás a globális és lokális eljárást elkülönülten kezeli, míg az EC eljárása konzervatív módon veszi figyelembe az interakciót. A nemlineáris analízissel lehetőség nyílik a kölcsönhatási jelenség pontosabb figyelembe vételére és így gazdaságosabb borda konfigurációk kialakítására.
- A paraméteres vizsgálatok eredményei alapján a vizsgált tartományon a δ függvényében nem rajzolódik ki egyértelmű összefüggés a szükséges bordamerevségre; ez további vizsgálatokat igényel. Ugyanakkor a δ konstans értékre való megkötésének elhagyásával kapott görbeseregek azonos lefutásúak.
- A numerikus eredmények megmutatták, hogy borda karcsúság (L/i) jelentősen befolyásolja a merevített lemez teherbírását és egyben a szükséges bordamerevség mértékét is.
- A numerikus és szabványos eredményeket összehasonlítva megállapítottuk, hogy a nemlineáris analízis zömök lemezek esetén a teherbírást alulbecsli, karcsú esetekben felülbecsli az EC-hez képest. Ennek feltételezhető magyarázata az, hogy az EC által ajánlott imperfekció amplitúdója a b/t -től független, míg a valóságban a karcsúság növekedésével a tényleges geometriai imperfekció növekszik.



Az eredmények kiértékelése közben felmerült problémák és kérdések a következő vizsgálatok fontosságát vetette fel bennünk :

- az első típusú paraméteres vizsgálat esetében szélesebb δ tartomány vizsgálata,
- más geometriai kialakítások, többféle α és n_s érték vizsgálata,
- választ találni rá, hogy zömök lemezek esetén pontosan miért is kaphatunk a numerikus analízis során kisebb teherbírási értékeket, mint a szabványos kézi számítás esetén.

Egyéb vizsgálatok lehetnek még :

- egyéb anyagmodellekre, illetve többféle f_y értékekre való vizsgálat,
- komplexebb geometria vizsgálata, a kapcsolódó elemek hatásának vizsgálata,
- más kialakítású (pl. zárt) bordák alkalmazása,
- hajlítási, illetve nyírási teherbírás, illetve annak a kézi számításhoz való viszonyának vizsgálata a már kész numerikus modellen.

Ha az általunk elvégzett vizsgálatokat esetlegesen kiegészítjük a fenti pontok közül legalább az első kettővel – szükség szerint az első hattal - , akkor már olyan összetett adathalmazzal bírunk, melynek elemzésével, kiértékelésével sokkal jobban megérthetjük a bordával merevített lemezek igen komplex viselkedését. Képet kaphatunk a várható tönkremeneteli módokról, a teherbírás nagyságáról, illetve arról, hogy az egyes tényezők, paraméterek mennyire befolyásolják a teherbírást, illetve ezen keresztül az optimális relatív hajlítási bordamerevségeket.



9. Irodalomjegyzék

- [1] MSZ EN 1993-1-5:2007 Eurocode 3 – Design of steel structures – Part 1-5: *Plated structural elements*. CEN.
- [2] Chai H. Yoo, Sung C. Lee: *Stability of Structures, Principles and Applications*. Elsevier Inc., 2011.
- [3] Timoshenko, S.P., Gere, J.M.: *Theory of elastic stability, Second Edition*. McGraw-Hill, 1985.
- [4] Iványi, M: *Hidépítéstan, Acélszerkezetek*. Műegyetemi Kiadó, Budapest, 1998.
- [5] http://www.sigi.ca/engineering/civl432_notes/plates.pdf, (2011.10.15.)
- [6] Shanmugam, N.E., Wang, C.M.: *Analysis and design of plated structures, Volume 1. – Stability*. Woodhead Publishing Ltd., Cambridge, 2006.
- [7] Schade, H.A., *Design Curves for Cross-Stiffened Plating Under Uniform Bending Load*. Transactions; Society of Naval Architects and Marine Engineers (SNAME), 1941.
- [8] Klöppel, Scheer, Möller, *Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten*. Verlag W. Ernst & Sohn
- [9] MSZ EN 1993-1-1 Eurocode 3 – Acélszerkezetek tervezése – *Általános előírások és az épületekre vonatkozó szabályok*. CEN.
- [10] *Commentary and worked examples to EN 1993-1-5, First Edition, 2007*.
<http://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/showpublication.php?id=100>, (2011.09.20.)
- [11] Vigh, L.G.: *PhD Dissertation – Virtual and real test based analysis and design of thin walled metal structures*. BME Department of Structural Engineering, Osaka University, Budapest, 2006.
- [12] *ANSYS Elements Reference*, Online Documentation ANSYS Inc., 2005.
- [13] <http://www.cticm.org/spip.php?article80>



MELLÉKLET

Számítási mintapélda:
Bordákkal merevített lemez teherbírásának meghatározása az
EC3-1-5 redukált keresztmetszetek elve alapján

1. Geometria

Acél anyag:

S235

Folyáshatár:

$$f_y := 235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Rugalmassági modulus:

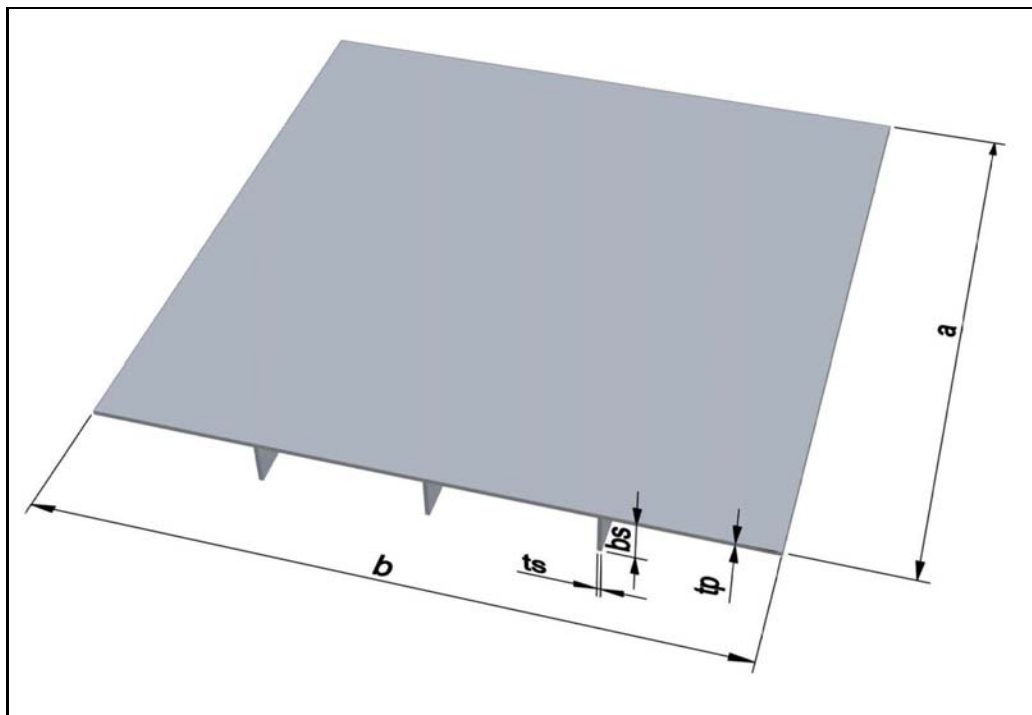
$$E := 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\varepsilon := \sqrt{\frac{235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{f_y}}$$

$$\varepsilon = 1$$

Poisson tényező:

$$\nu := 0.3$$



Lemez hossza:

$$a := 3000\text{mm}$$

Lemez szélessége:

$$b := 3000\text{mm}$$

Lemez oldalaránya:

$$\alpha := \frac{a}{b}$$

$$\alpha = 1$$

Lemez vastagsága

$$t_p := 8\text{mm}$$

Merevítő borda lemeztvastagsága

$$t_s := 36 \text{ mm}$$

Merevítő borda hossza:

$$b_s := 210 \text{ mm}$$

Keresztmetszeti osztályozás:

$$\text{Bordaoszt}_{sl} := \begin{cases} \text{"1. oszt"} & \text{if } \frac{b_s}{t_s} \leq 9 \cdot \epsilon \\ \text{"2. oszt"} & \text{if } 9\epsilon < \frac{b_s}{t_s} \leq 10 \cdot \epsilon \\ \text{"3. oszt"} & \text{if } 10\epsilon < \frac{b_s}{t_s} \leq 14 \cdot \epsilon \\ \text{"4. oszt"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\frac{b_s}{t_s} = 5.691$$

$$\text{Bordaoszt}_{sl} = \text{"1. oszt"}$$

Merevítő bordák száma:

$$n_s := 5$$

Bordák közti lemezmező mérete:

$$b_{subp} := \frac{b}{n_s + 1}$$

$$b_{subp} = 500 \cdot \text{mm}$$

Keresztmetszeti osztályozás:

$$\text{Subposzt}_{sl} := \begin{cases} \text{"1. oszt"} & \text{if } \frac{b_{subp}}{t_p} \leq 33 \cdot \epsilon \\ \text{"2. oszt"} & \text{if } \frac{b_{subp}}{t_p} \leq 38 \cdot \epsilon \\ \text{"3. oszt"} & \text{if } \frac{b_{subp}}{t_p} \leq 42 \cdot \epsilon \\ \text{"4. oszt"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\frac{b_{subp}}{t_p} = 60$$

$$\text{Subposzt}_{sl} = \text{"4. oszt"}$$

Terhelés:

Tisztán nyomott keresztmetszet.

$$\psi := 1$$

2. Bordák közti lemezelem lokális horpadása

Egyszerűsített nyomófeszültség esetén:

$$k_{\sigma} := 4$$

Lemezpanel karcsúsága:

$$\lambda_p := \frac{\frac{b_{subp}}{t_p}}{28.4 \cdot \epsilon \cdot \sqrt{k_{\sigma}}}$$

$$\lambda_p = 1.056$$

Lemezpanel kritikus horpadási feszültsége:

$$\sigma_{cr.subp} := \frac{f_y}{\lambda_p^2}$$

$$\sigma_{cr.subp} = 210.6 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Lemezpanel redukciós tényezője:

$$\rho_{\text{subp}} := \begin{cases} 1.0 & \text{if } \lambda_p \leq 0.673 \\ \min \left[1, \frac{\lambda_p - 0.055 \cdot (3 + \psi)}{\lambda_p^2} \right] & \text{if } \lambda_p > 0.673 \end{cases} \quad \rho_{\text{subp}} = 0.75$$

Bordák közti lemezpanel effektív keresztmetszete:

$$b_{\text{subp.eff.half}} := \frac{b_{\text{subp}} \cdot \rho_{\text{subp}}}{2} \quad b_{\text{subp.eff.half}} = 187.4 \cdot \text{mm}$$

3. Merevített lemez globális horpadása

Számításhoz szükséges keresztmetszeti jellemzők:

$$A_c := \left[\frac{b}{2 \cdot (n_s + 1)} \cdot 2 \cdot n_s \right] \cdot t_p + n_s \cdot b_s \cdot t_s \quad A_c = 58331 \cdot \text{mm}^2$$

$$b_{\text{edge.eff}} := b_{\text{subp.eff.half}} \quad b_{\text{edge.eff}} = 187.4 \cdot \text{mm}$$

$$A_{c.\text{eff.loc}} := (b_{\text{subp.eff.half}} \cdot 2n_s) \cdot t_p + n_s \cdot b_s \cdot t_s \quad A_{c.\text{eff.loc}} = 53113 \cdot \text{mm}^2$$

Lemezszerű viselkedés:

$$\beta_{A.c.p} := \frac{A_{c.\text{eff.loc}}}{A_c} \quad \beta_{A.c.p} = 0.911$$

Egy merevítő borda keresztmetszeti területe:

$$A_{\text{stiff}} := b_s \cdot t_s$$

Összes merevítő borda keresztmetszeti területe:

$$A_{sl} := n_s \cdot A_{\text{stiff}} \quad A_{sl} = 37498 \cdot \text{mm}^2$$

Lemez keresztmetszeti területe:

$$A_p := b \cdot t_p \quad A_p = 25000 \cdot \text{mm}^2$$

Egy merevítő borda inercianyomatéka a súlyponti tengelyére:

$$I_{\text{stiff}} := \frac{t_s \cdot b_s^3}{12}$$

Lemez inercianyomatéka a súlyponti tengelyére:

$$I_p := \frac{b \cdot t_p^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad I_p = 15.898 \cdot \text{cm}^4$$

Teljes keresztmetszet súlypontjának távolsága a lemez középsíkjától:

$$z_s := \frac{n_s \cdot A_{\text{stiff}} \cdot \left(\frac{b_s + t_p}{2} \right)}{A_p + n_s \cdot A_{\text{stiff}}} \quad z_s = 64.479 \cdot \text{mm}$$

Teljes keresztmetszet inercianyomatéka:

$$I_{sl} := \frac{b \cdot t_p^3}{12} + A_p \cdot z_s^2 + n_s \cdot \left[I_{\text{stiff}} + A_{\text{stiff}} \cdot \left(\frac{b_s + t_p}{2} - z_s \right)^2 \right] \quad I_{sl} = 30676 \cdot \text{cm}^4$$

Relatív bordamereviséget jellemző tag:

$$\gamma := \frac{I_{sl}}{I_p} \quad \gamma = 1929$$

$$\delta := \frac{A_{sl}}{A_p} \quad \delta = 1.5$$

$$k_{\sigma,p} := \begin{cases} \frac{2 \left[(1 + \alpha^2)^2 + \gamma - 1 \right]}{\alpha^2 \cdot (\psi + 1) \cdot (1 + \delta)} & \text{if } \alpha \leq \sqrt[4]{\gamma} \\ \frac{4(1 + \sqrt{\gamma})}{(\psi + 1) \cdot (1 + \delta)} & \text{if } \alpha > \sqrt[4]{\gamma} \end{cases} \quad k_{\sigma,p} = 773$$

A lemez Euler-féle kritikus feszültsége:

$$\sigma_E := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot t_p^2}{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot b^2} \quad \sigma_E = 1.464 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Rugalmas kritikus feszültség az ortotróp lemezelmélet alapján:

$$\sigma_{cr,p} := k_{\sigma,p} \cdot \sigma_E \quad \sigma_{cr,p} = 1132.1 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Ekvivalens ortotróp lemez relatív karcsúsága:

$$\lambda_{p,eq} := \sqrt{\frac{\beta_{A.c.p} \cdot f_y}{\sigma_{cr,p}}} \quad \lambda_{p,eq} = 0.435$$

Csökkentő tényező a lemezszerű viselkedésre:

$$\rho := \begin{cases} 1.0 & \text{if } \lambda_{p,eq} \leq 0.673 \\ \min \left[1, \frac{\lambda_{p,eq} - 0.055 \cdot (3 + \psi)}{\lambda_{p,eq}^2} \right] & \text{if } \lambda_{p,eq} > 0.673 \end{cases} \quad \rho = 1$$

Rúdszerű viselkedés:

A merevítő borda és a lemez kapcsolódó szélessége alkotta T-keresztmetszet fejlemezének területe:

$$A_{p.T} := t_p \cdot 2 \cdot \frac{b_{subp}}{2} = 4167 \cdot \text{mm}^2$$

A merevítő borda és a lemez kapcsolódó, effektív szélessége alkotta T-keresztmetszet fejlemezének területe:

$$A_{p.T.eff} := t_p \cdot 2 \cdot b_{subp.eff.half}$$

Egy merevítő borda keresztmetszeti területe:

$$A_{stiff} = 7500 \cdot \text{mm}^2$$

A T-keresztmetszet súlypontjának távolsága a lemez középsíkjától:

$$z_{s.T} := \frac{A_{stiff} \cdot \left(\frac{b_s + t_p}{2} \right)}{A_{p.T} + A_{stiff}}$$

A T-keresztmetszet inercianyomatéka:

$$I_{p.T} := \frac{b_{subp} \cdot t_p^3}{12} = 2.411 \cdot \text{cm}^4$$

Egy merevítő borda inercianyomatéka:

$$I_{stiff} = 2668 \cdot \text{cm}^4$$

A T-keresztmetszet területe:

$$A_{sl.1} := A_{stiff} + A_{p.T} \quad A_{sl.1} = 11666 \cdot \text{mm}^2$$

A T-keresztmetszet effektív területe:

$$A_{sl.1.eff} := A_{stiff} + A_{p.T.eff} \quad A_{sl.1.eff} = 10623 \cdot \text{mm}^2$$

A T-keresztmetszet inercianyomatéka:

$$I_{sl.1} := I_{p.T} + A_{p.T} \cdot z_{s.T}^2 + I_{stiff} + A_{stiff} \cdot \left(\frac{b_s + t_p}{2} - z_{s.T} \right)^2 \quad I_{sl.1} = 5763 \cdot \text{cm}^4$$

A kritikus kihajlási feszültség:

$$\sigma_{cr.sl} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{sl.1}}{A_{sl.1} \cdot a^2} \quad \sigma_{cr.sl} = 1137.7 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_{cr.c} := \sigma_{cr.sl} \quad \text{Mivel } \psi=1. \quad \sigma_{cr.c} = 1.1 \times 10^3 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\beta_{A.c.c} := \frac{A_{sl.1.eff}}{A_{sl.1}}$$

T-keresztmetszet relatív karcsúsága:

$$\lambda_c := \sqrt{\frac{\beta_{A.c.c} \cdot f_y}{\sigma_{cr.c}}}$$

$$\lambda_c = 0.434$$

Nyitott keresztmetszetű merevítő borda esetén:

$$\alpha_{stiff} := 0.49$$

$$i := \sqrt{\frac{I_{sl.1}}{A_{sl.1}}}$$

$$e := \left[\max \left[z_{s.T}, \left(\frac{b_s + t_p}{2} \right) - z_{s.T} \right] \right]$$

A kihajlási görbe korrekciós tényezője:

$$\alpha_e := \alpha_{stiff} + \frac{0.09}{\frac{i}{e}}$$

$$\phi := 0.5 \cdot \left[1 + \alpha_e \cdot (\lambda_c - 0.2) + \lambda_c^2 \right]$$

Kihajlási csökkentő tényező rúdszerű viselkedésre:

$$\chi_c := \min \left(1, \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda_c^2}} \right)$$

$$\chi_c = 0.861$$

Globális interakció

$$\xi := \begin{cases} 0 & \text{if } \frac{\sigma_{cr.p}}{\sigma_{cr.c}} - 1 < 0 \\ \left(\frac{\sigma_{cr.p}}{\sigma_{cr.c}} - 1 \right) & \text{if } 0 \leq \frac{\sigma_{cr.p}}{\sigma_{cr.c}} - 1 \leq 1 \\ 1 & \text{if } \frac{\sigma_{cr.p}}{\sigma_{cr.c}} - 1 > 1 \end{cases}$$

$$\xi = 0$$

$$\rho_c := (\rho - \chi_c) \cdot \xi \cdot (2 - \xi) + \chi_c$$

$$\rho_c = 0.861$$

4. Teherbírás

Végleges effektív keszetszetszet:

$$A_{c,eff} := \rho_c \cdot A_{c,eff,loc} + 2 \cdot b_{subp,eff,half} \cdot t_p$$

$$A_{c,eff} = 488.6 \cdot \text{cm}^2$$

Teljes merevített lemez területe:

$$A := b \cdot t_p + n_s \cdot b_s \cdot t_s$$

$$A = 625 \cdot \text{cm}^2$$

Lokális horpadás miatti csökkentés hatása:

$$A_{eff} := A_{c,eff,loc} + 2 \cdot b_{subp,eff,half} \cdot t_p = 562.4 \cdot \text{cm}^2$$

$$A_{eff} = 562.4 \cdot \text{cm}^2$$

$$\text{Teherbírás}_{lok} := \frac{A_{eff}}{A}$$

$$\boxed{\text{Teherbírás}_{lok} = 0.9}$$

Globális stabilitásvesztés hatása:

$$\text{Teherbírás}_{glob} := \frac{A_{c,eff}}{A}$$

$$\boxed{\text{Teherbírás}_{glob} = 0.782}$$

5. A kézi számítás összehasonlítása a numerikus eredményekkel

Az EC3-1-5 szerinti kritikus feszültségek:

Lokális lemezmező horpadás:

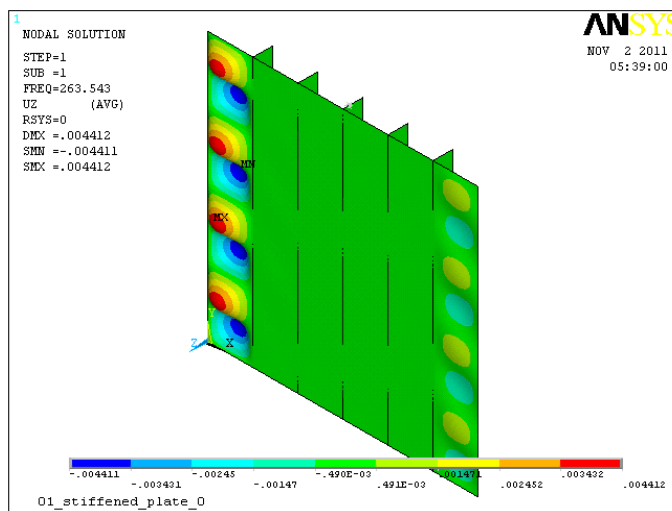
$$\sigma_{cr,subp} = 210.6 \cdot \frac{N}{mm^2}$$

Teljes merevített lemezmező orpadása

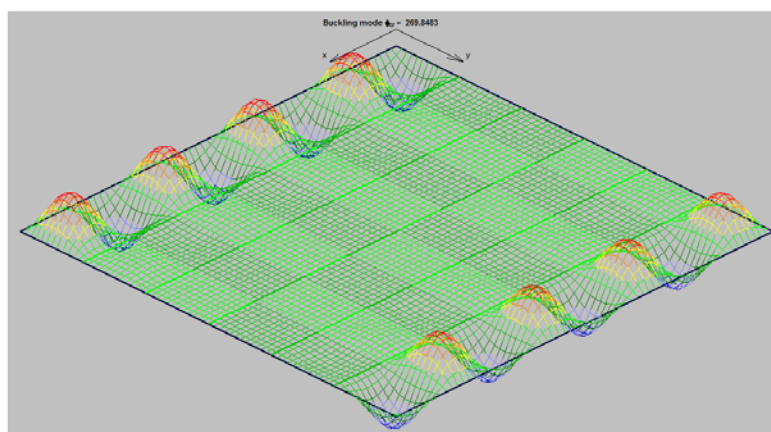
$$\sigma_{cr,p} = 1132.1 \cdot \frac{N}{mm^2}$$

A kézi számítás szerint a lokális horpadás következik be. A kritikus feszültséget megvizsgáltuk az ANSYS végelelemes szoftver és az ortotróp lemezelmélet szerint számoló EBPlate program segítségével

ANSYS $\sigma_{cr,ANSYS} := 263.5 \frac{N}{mm^2}$



EBPlate $\sigma_{cr,EBPlate} := 269.8 \frac{N}{mm^2}$



A két szoftver szinte azonos kritikus feszültséget számított az első horpadási alakra. Mindkét esetben a lokális horpadás a jellemző, és bár az Eurocode-hoz képes nagyobb kritikus feszültséget kaptunk. Ennek oka az lehet, hogy a szabvány $k=4$ tényezővel számol, cagyis ideálisan csuklós megtámasztásokat vesz ezzel a biztonság javára tévedve.

A numerikus teherbírás eredményeket ns-től független gamma szerint ábrázoltuk. Először ezt határozzuk meg

Egy merevítő borda inercianyomatéka a T-keresztmetszet súlyponti tengelyére:

$$I_y := I_{\text{stiff}} + A_{\text{stiff}} \cdot \left(\frac{b_s + t_p}{2} - z_{s.T} \right)^2 \quad I_y = 3772 \cdot \text{cm}^4$$

Ekvivalens ortotróp lemezmerevség:

$$D_p := \frac{E \cdot t_p^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} = 1.113 \times 10^7 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}$$

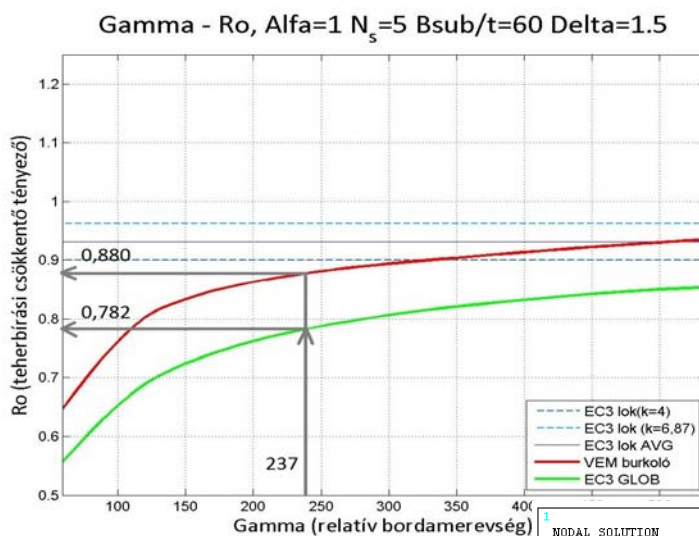
Relatív bordamerevség:

$$\gamma_{\text{num}} := \frac{E \cdot I_y}{D_p \cdot b} = 237 \quad \gamma_{\text{num}} = 237$$

Az általunk számított eredményekkel összevetve a végelelemes számítással::

$$\text{Teherbírás}_{\text{glob}} = 0.782$$

$$\text{Teherbírás}_{\text{ANSYS}} := 0.880$$



A bal oldali diagramon gamma=237-nél visszaolvastuk a kézi számítás eredményét, valamint a numerikus eredményeket. Az ábrán látható, hogy a numerikus eredmények alapján meghatározott teherbírás meghaladja a szabványos értéket.

A jobb oldali ábrán a numerikus számítás eredménye látható. A függőleges elmozdulások ábrája alapján látható, hogy erre a geometriai kialakításra a szerkezet a lokális és globális horpadás kombinációjával megy tönkre.

