

OTDK-DOLGOZAT

Schumacher Judit

MSC

2013

**KÉTLÉPÉSES ASZIMMETRIKUS INFORMÁCIÓS DUOPOL-MODELL
KAPACITÁSKORLÁTTAL**

**A TWO-STAGE DUOPOLY MODEL WITH ASYMMETRIC
INFORMATION AND CAPACITY CHOICE**

Schumacher Judit

Kézirat lezárva: 2012 április 06.

TARTALOMJEGYZÉK

1. BEVEZETÉS	1
1.1. KUTATÁSOM TÁRGYA	2
2. ELMÉLETI HÁTTÉR	3
3. A MODELL BEMUTATÁSA	7
3.1. A MODELL MEGOLDÁSA	9
3.1.1. A megoldás első lépése	10
3.1.2. A kapacitás szintek összehasonlítása	14
3.1.3. A profitok meghatározása	17
4. A MODELLEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA	19
4.1. A MENNYISÉG, AZ ÁR, ÉS A PROFIT SZINTJÉNEK ÖSSZEVETÉSE	19
4.2. JÓLÉTI VESZTESÉG	27
5. ÖSZEFOGLALÁS	35
IRODALOMJEGYZÉK	37

TÁBLÁZATJEGYZÉK

1. táblázat: Az aszimmetrikus információs modell és a teljes információs Cournot modell összehasonlítása az 1. vállalat szempontjából, ha a második vállalat termelési határkölsége kisebb, mint az első vállalaté26
2. táblázat: Az aszimmetrikus információs modell és a teljes információs Cournot modell összehasonlítása az 1. vállalat szempontjából, ha a második vállalat termelési határkölsége nagyobb, mint az első vállalaté26
3. táblázat: A mennyiség és az ár a két modellben27

JELÖLÉS-JEGYZÉK

A dolgozatomban során alkalmazott jelölések:

- q_i : a vállalatok kibocsátása ahol $i=1,2$
- Q : az iparági kibocsátás vagyis duopólium esetében $Q = q_1 + q_2$
- c_i : a vállalatok termelési határköltsége; ahol $i=1,2$
 - c_1 : az első vállalat termelési határköltsége
 - $\underline{c}_2$: a második vállalat termelési határköltsége, mely kisebb, mint az első vállalaté
 - $\bar{c}_2$: a második vállalat termelési határköltsége, ha nagyobb mint az első vállalaté
- K_i : a vállalatok által kiépített kapacitás nagysága, ahol $i=1,2$. Ezen belül
 - K_1 : az első vállalat által kiépített kapacitás
 - $\underline{K}_2$: a $\underline{c}_2$ határköltségű vállalat által kiépített kapacitás
 - K_{11} : a második vállalat által kiépített kapacitás, amikor $c_1 = c_2$
 - $\bar{K}_2$: a $\bar{c}_2$ határköltségű vállalat által kiépített kapacitás
- x : egy egységnyi kapacitás kiépítésének (beruházásnak) határköltsége
- p : az esetek bekövetkezésének valószínűsége
- P : a piaci egyensúlyi ár

1. BEVEZETÉS

„Úgy hiszem, hogy jobb a mikroökonómiai elméletet a valós gazdasági életben tesztelni, mint azt hinni, hogy alkalmazhatatlan.”

Clive W. J. Granger (1934-2009) 2003-as év közgazdasági Nobel-díjazott

A mikroökonómia a modern közgazdaságtan egyik ága, amely a piacok működését, a fogyasztási javak és a termelési tényezők keresletének, kínálatának, árának alakulását meghatározó feltételeket vizsgálja, elmezi. A fogyasztókkal és termelőkkel, mint piaci szereplőkkel foglalkozik, akik – feltevése szerint – haszonmaximalizáló és költségminimalizáló, valamint az ehhez tartozó kockázatot mérlegelő, racionális döntéshozók.

A mikroökonómia csak a makroökonómia különválásával vált önálló diszciplínává, *John Maynard Keynes* munkássága nyomán. A mikro- és makroökonómiát először *Paul Samuelson* különböztette meg *Közgazdaságtan* című tankönyvében 1947-ben.

Az első olyan közgazdasági modelleket, amelyeket ma a mikroökonómia tudományához sorolnánk, a neoklasszikus közgazdászok alkották meg a 19. század végén. Az ő elemzésükben azonban még az egy-egy piacra vonatkozó elemzés módszerei nem váltak el élesen a gazdaság egészének vizsgálatától.

A gazdasági és piaci környezet változásai, illetve az éleződő piaci verseny teremtette meg az igényt a gazdasági folyamatok, a döntési szituációk modellezésére. Az elmúlt évszázadokban fokozott törekvés nyilvánult meg arra, hogy a valós, a tényleges piaci szerkezeteket, illetve a gazdasági szereplők optimális cselekvéseit minél részletesebben feltárják és megvizsgálják.

A közgazdasági terület jelesei, tudósai bizonyos korlátok mellett kísérelték meg a piaci tökéletlenségek – ezen belül bizonyos vállalatok – vagy éppen gazdasági régiók – monopolista/oligopolista hatalmának – kialakulási folyamatát, lényegét és ismertető jeleit feltárni, viszonylag kevés teret hagyva az utánuk jövőknek.

Ennek ellenére tanulmányom célja mégis egy új modell kiépítése, mert ahogyan azt *Clive W. J. Granger* is megfogalmazta, ezek a modellek az egyszerűsítések figyelembevétele mellett is alkalmazhatók a valós gazdasági életben, illetve segíthetnek megalapozni egy jó gazdasági döntést.

1.1. KUTATÁSOM TÁRGYA

Kutatásom célkitűzése egy olyan duopol alapmodell kifejlesztése, melyben két vállalat egyszerre lép a piacra, és először a kapacitásról, majd ezt követően az árról döntenek. A döntésük meghozatalát az információ miatti „tudáshiány” nehezíti. Napjainkban az információt egyre több közgazdász sorolja az alapvető termelési tényezők közé, egyre több szerző emeli ki a jelentőségét, és kutatásokat folytatnak a várakozások döntésre gyakorolt hatásaival kapcsolatban.

A modell felállítása, elemzése során a mikroökonómia fogalmi és módszertani elemzésére támaszkodom.

A kidolgozott modell lényege, hogy bemutassa, hogy a piackutatási felmérés során kinyilvánított vásárlási hajlandóság alapján meghatározott keresleti görbét alapul véve, a saját termelési, illetve kapacitás kiépítési költségeit figyelembe véve, valamint a versenytárs várható reakcióival, döntéseivel kalkulálva hogyan határozza meg az adott cég az eladni kívánt mennyiséget, ez alapján a kiépíteni kívánt kapacitást, valamint az árat.

Ez a helyzet egy kétlépéses játékelméleti modellel írható le, melyben:

1. lépés: A vállalatok eldöntik, hogy mekkora kapacitást építenek ki;
2. lépés: A rögzített kapacitáskorlát mellett árverseny alakul ki.

A játék egyensúlyának meghatározásához figyelembe kell venni, hogy a vállalatok tisztában vannak azzal, hogy kapacitásdöntéseik hatással lesznek a végső árakra, valamint a kapacitás kiépítésének költségei a második periódusban már elsüllyedt költségnek tekinthetők.

A modellt két periódusra korlátozom, azonban az életben a versenytársak versenyének soha nincs vége, a válaszokra újabb és újabb válaszok lesznek, mert a verseny stratégiai interakciók sorozata.

Kutatásom még kezdeti stádiumban van, dolgozatomban a korai eredmények összefoglalását tartalmazza, de gondolatilag egy kerek egész alkot. A jövőben a célom a feltételek feloldása, több periódusra fejlesztése, és ezzel egy olyan modell felállítása, mely a lehető legtágabb keretek közt képes leképezni a valóság felvázolt területét, de ez a következő évek tudományos munkájának területét képezik a számomra.

2. ELMÉLETI HÁTTÉR

A különböző piacok modellezésével számos kiváló közgazdász foglalkozott, eredményeikről könyvtárnyi méretű irodalom található, ezen belül az oligopolmodellek az egyik leggyakrabban tárgyalt témakört jelentik a matematikai közgazdaságtan területén. Emiatt ebben a fejezetben természetesen nem törekszem az összes bemutatására, csak röviden ismertetek néhányat a témához szorosabban kapcsolódó modellek közül, a teljesség igénye nélkül.

A legegyszerűbb modell A. Cournot (1838) munkásságához vezethető vissza, aki matematikai módszereket alkalmazott a közgazdasági problémák megoldására, majd őt követően kutatók egész sora tanulmányozta az oligopolista modellek tulajdonságait. Cournot modelljében a vállalatok által kínált mennyiség a döntési változó.

Joseph Louis François Bertrand 1883-ban fogalmazta meg kritikáját Cournot-duopol modelljével szemben. Kritikájában felvetette, hogy – az oligopolmodellek megalkotásnak addigi „hagyományaival” ellentétben – a modellezés során a vállalatokra úgy kell tekinteni, mint akik termékük árát és nem mennyiségét döntenek el, változtatják meg. Szerinte a gazdaság egyensúlyi pontja megegyezik a tökéletesen versenyző iparág egyensúlyi pontjával. Véleménye szerint az árak egyenlőek, és megegyeznek a határköltséggel. A modell alapesetben úgy tekint a vállalatokra, mint olyan termelőegységekre, amelyek végtelen mennyiségben képesek termékeket előállítani.

A Bertrand-modellt a Cournot-modell árvezérléses párjának is szokták nevezni. Bertrand feltevése árháborúhoz vezet, ha a vállalatok homogén terméket adnak el. Ha egy vállalat azt tételezi fel, hogy riválisai tartani fogják az áraikat, akkor a profitmaximalizáló stratégia számára az, ha egy kis mértékben alámegy az aktuális árnak, ha ez megfelelően magas, így megszerzi versenytársai piacát részben vagy egészben. A piacon lévő valamennyi rivális cég hasonlóképpen gondolkodik, és hasonló következtetésekre jut a követendő stratégiával kapcsolatban. Ennek következménye, hogy folyamatosan egymás árai alá ígérnek, és az eredmény egy lefele irányuló árspirál, mely mindegyik cég számára kedvezőtlen. Bár Bertrand modellje sok szempontból, legalábbis rövid távon, realisztikusabb, egyensúlyi következtetése ellentmond a gyakorlatnak. Ugyanis például állandó és azonos átlagköltségeket feltételezve, Nash-egyensúlyban mindkét vállalat ára megegyezik az átlagköltséggel. Így már két termelő esetén sem realizálnak profitot a vállalatok, vagyis a piac a fogyasztók szemszögéből úgy viselkedik, mint a versenyzői piac.

A Bertrand-modellel szemben az egyik legfontosabb kritika, hogy nem számol a termelési kapacitás korlátaival, feltételezi, hogy adott áron bármennyi termelhető. A gyakorlatban azonban szinte minden vállalatnak vannak termelési korlátai, rövid távon szinte mindig, hosszú távon a termelési kapacitás szintje gyakran a vállalat döntésének eredménye (hacsak nincs valamilyen természetes, jogi vagy fizikai korlátja a bővítésnek).

Edgeworth szerint Bertrand azon feltevése, hogy a legalacsonyabb áron kínáló vállalat a keresletet teljes mértékben kielégíti, irreális, ugyanis a legalacsonyabb áron kínáló vállalat nem mindig képes, hogy a keresletet maradéktalanul kielégítse, melynek oka lehet a kiépített kapacitás korlátja. Bizonyos esetekben (U-alakú határköltségfüggvény esetén) nem is érdekelt abban.

Edgeworth Bertrand modelljét kapacitáskorlátokkal bővítette, és többek között belátta, hogy a kapacitáskorlátos modellben a Bertrand-megoldás nem egyensúlyi. Edgeworth kritikája vezetett a Bertrand–Edgeworth-féle oligopolmodellek kialakulásához, amelyekben mind az ár, mind a mennyiség döntési változó. Edgeworth modelljében a duopolisták keresletét és reziduális keresletét megadó függvény az adagolási szabály.

(Tasnádi Attila, 2001)

A statikus modellek után most áttérek a dinamikus modellekre, melynek elemzésével is több ismert, és kevésbé ismert kutató foglalkozott. A terjedelmi korlátok miatt ezek közül is csak néhányat mutatok be ebben a dolgozatban.

Kreps–Scheinkman [1983] kétperiódusos modelljében a duopolisták előbb termelési kapacitásaikat építik ki, majd egy kapacitáskorlátos Bertrand–Edgeworth-játékban vesznek részt.

Hatékony adagolási szabály¹ feltételezése mellett belátták, hogy részjáték-tökéletes egyensúlyban a vállalatok a megfelelő Cournot-modell egyensúlyához tartozó árakat és mennyiségeket választják. Ezzel Kreps–Scheinkman [1983] kapcsolatot létesített az addig összeegyeztethetetlennek vélt mennyiségi- és ármodellek között.

Davidson–Deneckere [1986] szerzőpáros 1986-ban rámutatott arra, hogy Kreps és Scheinkmann eredménye csak a hatékony adagolási szabály mellett áll fenn, továbbá Deneckere–Kovenock [1992] megmutatta, hogy Kreps és Scheinkman eredménye a duopolisták eltérő kapacitáskiépítési költségei mellett sem teljesül mindig.

¹ A hatékony adagolási szabály szerint a magasabb áron kínáló vállalat reziduális keresleti görbéje (D_r^m) megkapható úgy, hogy a keresleti görbét ($D(p)$) az alacsonyabb áron értékesített termékmennyiséggel (q_a) balra eltoljuk. $D_r^m = D(p) - q_a$. A hatékony adagolási szabályt párhuzamos adagolási szabálynak is szokták nevezni.

Davidson–Deneckere [1990] egy olyan modellt vizsgált, amelyben a duopolisták a termelési kapacitásuk felépítése után végtelen sokszor vesznek részt egy kapacitáskorlátos Bertrand–Edgeworth-játékban. Arra az érdekes eredményre jutottak, hogy a kamatlábtól és a tőke költségétől függően a következő három részjáték-tökéletes egyensúly lehetséges:

- a duopolisták jelentős többletkapacitásokat építenek ki, és a piacon a monopolista ár alakul ki;
- a duopolisták többletkapacitásokat építenek ki, és a piacon az ár a versenyzői és a monopolista ár között alakul ki; továbbá
- a duopolisták kapacitáskorláton termelnek, és a piacon a versenyzői ár alakul ki.

Ez az eredmény azért is érdekes, mert azt gondolhatnánk, hogy a többletkapacitások az árak csökkenéséhez vezetnének. Davidson és Deneckere eredményüket úgy interpretálják, hogy jelentős többletkapacitások esetén a dinamikus játékban az árak csökkenése azért nem következik be, mert az árháború kezdeményezésétől mindkét vállalatot visszatartják a többletkapacitások. (Davidson. C - Deneckere R. ,1990)

Kovenock–Suddhasatwa [1998] olyan három időszakos kiterjesztett Bertrand–Edgeworth-típusú játékot vizsgált, amelyben a duopolistáknak két időszak áll rendelkezésre kapacitásaik kiépítésére. Ebben a modellben, a kapacitások kiépítését követő harmadik időszakban a duopolisták egy hagyományos kapacitáskorlátos Bertrand–Edgeworth-játékban vesznek részt. Vegyük észre, hogy ez a modell a Kreps–Scheinkmann [1983] modell kibővítése még egy kapacitásépítési időszakkal. Kreps és Scheinkmann [1983] a Cournot-modellt levezette a Bertrand–Edgeworth-modell segítségével. *Kovenock–Suddhasatwa* [1998] megmutatta, hogy a kétidőszakos Cournot-modell és az általuk megfogalmazott két kapacitásépítési időszakra kiterjesztett Bertrand–Edgeworth-modell között csak nagy kapacitásépítési költségek esetén áll fenn a Kreps–Scheinkmann [1983] műben bemutatott összefüggés.

A modellezés szempontjából egy fontos kérdés, hogy a piaci szereplők a döntéseik meghozatalának időpontjában mit tudnak egymás helyzetéről, a másik fél döntéséről, vagy annak valószínűségéről. Az olyan szituációkat, amikor az egyik fél nem ismeri a másik fél releváns jellemzőjét, aszimmetrikus információs játékoknak nevezzük.

Az aszimmetrikus információ koncepcióját, és ezzel a közgazdaságtan egy új ágát *George A. Akerlof* (Nobel-díjas amerikai közgazdász) 1970-es tanulmánya, a „tragacspiac” hozta létre. Az aszimmetrikus információ kérdéskörének több kutatója (köztük Harsányi János, George Akerlof, Joseph Stiglitz, Michael Spence, továbbá Leonid Hurwitz, Eric Maskin és Robert Myerson) kapott eredményeiért Nobel-díjat. (A téma magyar nyelvű összefoglalása: Gömöri, 2001; Vincze János, 2010)

Ma már ennek a problémakörnek a kutatása is jelentős szakirodalommal rendelkezik. Ezek közül a kontraszelekció, illetve az erkölcsi kockázat modellje tekinthető a két nagyobb modelleszaládnak.

A *kontraszelekciónak* nevezzük azt az esetet, amikor a tranzakció tárgyával kapcsolatos információk egy része marad rejtve a tranzakcióban részt vevő másik fél előtt.

Erkölcsi kockázatról („*moral hazard*”) pedig akkor beszélünk, ha a tranzakcióban részt vevő egyik fél tevékenysége részben rejtve marad a tranzakcióban részt vevő másik fél előtt. Az erkölcsi kockázati témakör talán legfontosabb modelljének, a megbízó-ügynök problémája tekinthető. A „morális kockázat”, hogy az „ügynök” viselkedését a „megbízó” nem ismeri előre és/vagy nem képes ellenőrizni.

Az aszimmetrikus információ hatékonysági problémákat okozhat, és az elmélet szerint gyakran legalább az egyik fél rosszabbul jár, mint abban az esetben, ha az információ szimmetrikus lenne. Ilyenkor a hagyományos elmélet lehetőséget lát Pareto-javító beavatkozásra.

Ezzel a rövid irodalmi áttekintés alapján nyilvánvalóvá válik, hogy az elmúlt évszázadban számos ismert és kevésbé ismert közgazdász foglalkozott dinamikus modellel, kapacitáskorlátos modellel, illetve aszimmetrikus információs modellel, azonban a kapacitáskorlát és az aszimmetrikus információ problémáját közös modellben még senki sem vizsgálta korábban, így az én célkitűzésem egy ilyen modell vizsgálata.

3. A MODELL BEMUTATÁSA

„A tudomány nem próbál magyarázni, alig is próbál interpretálni, a tudomány főként modelleket állít fel.”

Neumann János

A legszélesebb körben elfogadott, Nobel-díjjal jutalmazott, valamint bizonyítottan valós eredményeket produkáló modellekben is számos olyan feltevés van, amelyeknek semmi közük nincs a valósághoz. Ha azonban a kutatók a valós életet szeretnék reprezentálni, akkor modelljeik áttekinthetetlenek lennének, miközben eredményeik nem is sokban térnek el az irreális feltevéseket tartalmazó modelljeik eredményeitől, következtetéseitől. A modellezéshez, vagyis, hogy egy gazdaságot, egy-egy döntés hatását meg tudjuk figyelni, ahhoz ki kell zárni a vizsgálat szempontjából lényegtelen dolgokat, illetve egyszerűsítésekkel kell élni, melyeket én is alkalmazok a dolgozatom során.

A kutatásom célja egy olyan piaci helyzet modellezése volt, melyben két vállalat szimultán lép a piacra (melynek következménye, hogy duopol helyzet alakul ki), és két perióduson keresztül hoznak döntést

Az általam létrehozott modellben a vállalatok *első lépésben* egymástól függetlenül, egy időben döntenek a megtermelni kívánt mennyiségről, kialakítják az ehhez szükséges kapacitást, amelyen rövid távon (vagyis a két periódus alatt) nem tudnak változtatni. A kapacitás kiépítésének azonban költsége van, mely függ a kapacitás nagyságától. Feltételezés szerint egy egységnyi kapacitás kiépítésének határköltsége mindkét vállalat számára azonos és ismert, melyet a modellben x (konstans) paraméterrel jelölök. Így a K méretű kapacitás kiépítése Kx költséggel jár. Ebben a modellben a vállalatok által kiépített kapacitás fogja szemléltetni a két vállalat méretbeli különbségét.

Második lépésben a vállalatok a már kialakított kapacitáskorlátot is figyelembe véve szimultán döntenek az árról. A két vállalatnak egymás termelési költségeiről aszimmetrikus információjuk van. Ez azt jelenti, hogy az első vállalat ismeri a saját termelési költségét, de a 2. vállalatét (a versenytársáét) nem. A 2. vállalat jól informált, vagyis ismeri a saját, és az 1. vállalat költségeit is.

A két vállalat szoros kölcsönhatásban van egymással. Mivel mindegyik vállalatnak csak egyetlen versenytársa van (kétvállalatos piac), ennek magatartását sokkal könnyebben figyelembe (számításba) tudja venni, mint egy olyan piacon lévő vállalat, amelyiknek sok-sok versenytárssal kellene számolnia. De nemcsak, hogy figyelembe tudja venni, hanem kénytelen is figyelembe venni, hiszen a piacon tevékenykedő vállalatok rendkívül csekély száma miatt, amely duopol struktúrák esetén kettő, a versenytárs legapróbb magatartásváltozása is komoly hatással lehet a piacra, ezen belül is a piaci árra, amelyen mindketten értékesíteni tudnak.

Egy termék vagy szolgáltatás árának fontossága nyilvánvaló, mert a legtöbb vállalat számára a legfontosabb árbevételi forrást a termék értékesítése jelenti. A dolgozatomban vizsgált modellben a vállalatok egyetlen bevétele a megtermelt mennyiség értékesítéséből származó árbevételből adódik. A vállalatok profitfüggvénye egyenlő az árbevétel csökkentve a termelés és a kapacitás kiépítésének költségével:

$$\pi = R(q) - C(q) - xK$$

A modellben feltételezem, hogy mindkét vállalat csak egy terméket állít elő, a kínált termékek homogének, és hogy a vállalatok ismerik a keresleti függvényt, mely lineáris ($Q = a - bP$). További feltétel, hogy a kapacitás kiépítésének határköltsége nagyobb, mint a termelés határköltsége ($x \geq c$). Az utóbbi feltételre azért van szükség, hogy a vállalatok első periódusbeli döntéseinek megteremtse a súlyát, valamint szemlélteti, hogy a valós életben is egységnyivel növelni egy gyár kapacitását jelentősebb költség, mint egységnyivel növelni a termelését.

A dolgozatomban az egyik vállalatot 1. vállalatnak, a másik vállalatot 2. vállalatnak neveztam el. Ha az első vállalat által megtermelt és eladott mennyiség q_1 , míg a második vállalat q_2 mennyisége ad el, akkor a piacon összesen $Q = q_1 + q_2$ mennyiséget értékesítenek. Az ár az eladott mennyiség függvénye: $P(Q) = p(q_1 + q_2)$.

3.1. A MODELL MEGOLDÁSA

Az első lépés, vagyis a kapacitás kiépítésére vonatkozó döntés kimenetele 2 féle lehet (a kezdeti feltételeket figyelembe véve).

Az egyik lehetséges kimenet, hogy a két vállalat együttesen kiépített kapacitása több, mint a piacon maximális eladható mennyiség: $K_1 + K_2 > a$. Ez a döntés egyik cég számára sem lenne előnyös, mert

- minél nagyobb kapacitást épít ki, annál nagyobb a kezdeti ($x \times K$) költség, mely csökkenti a profitot
- a második periódusban a kapacitás kiépítésének költsége már elsüllyedt költségnek tekinthető, azonban nem feltétlenül éri meg annak maximális kihasználása, mert a termelésnek is van költsége
- A keresleti függvény árérzékeny, vagyis a keresett mennyiség az ártól függ: ha csökken az ár, akkor nő a kereslet, ha nő a kínálat, akkor csökken az ár. Túlermelés esetén mindkét cég megpróbálna megszabadulni a felesleges készletétől, így egymás alá árazni, mely mindegyik cég profitját csökkentené. Bár az alacsonyabb költségű hosszú távon ki tudná szorítani a magasabb termelési határköltségűt, azonban ezzel rövid távon a saját profitját is jelentősen csökkentené. Ebben a helyzetben a másik lehetőségük, hogy kihasználatlanul hagyják a kiépített kapacitásukat, mely szintén előnytelen a profit szempontjából.

Ennek a döntésnek a hátrányos kimenetelét mindkét cég belátja, így ezt egyik cég sem választja.

A második lehetséges eset, hogy a két vállalat együttes kapacitáskorlátja kisebb, mint a maximális kereslet (vagyis a $p = 0$ Ft-os áron eladható mennyiség, azaz $K_1 + K_2 < a$).

A további elemzésemben ezt az esetet vizsgálom, vagyis felteszem, hogy a megfelelő ár mellett a két szereplő együttesen képes a teljes keresletet kielégíteni.

A modellben az első vállalat termelési költségét c_1 -gyel jelölöm. Feltételezésem szerint a vállalatok határköltsége a kiépített termelési kapacitásig konstans, így nem függ a kapacitástól, a kapacitás korlát elérését követően pedig a rövid táv miatt nem tud újabb kapacitást kiépíteni, és így nem képes többet termelni.

A piacokon jellemző aszimmetrikus információ miatt az első vállalat nem ismeri a második vállalat termelési határköltségét (c_2 -t), ezért 3 „világállapotot” feltételezhet. Ha az egyes esetek bekövetkezésének esélyét, melyet p -vel jelölök, azonosnak gondolja, akkor az első vállalat azt feltételezi, hogy a második vállalat termelési határköltsége a saját termelési határköltség-szintjéhez viszonyítva három érték valamelyike lehet:

- $p = \frac{1}{3}$ valószínűséggel kisebb az első vállalat határköltségénél, (vagyis a továbbiakban használt jelölésekkel: $\underline{c}_2 < c_1$)
- $p = \frac{1}{3}$ valószínűséggel egyenlő a saját költségével: $c_2 = c_1$
- $p = \frac{1}{3}$ valószínűséggel nagyobb, vagyis $c_1 < c_2$. Ezt az esetet (a c_1 -nél nagyobb c_2 -t) a továbbiakban $\bar{c}_2$ -vel jelölöm.

A modell megoldásához szükséges további feltételezésem, hogy $c_1 = \frac{c_2 + \bar{c}_2}{2}$, melynek a különböző modellek eredményeinek összehasonlításában lesz jelentős szerepe.

3.1.1. A megoldás első lépése

Ha a vállalatok ismerik a piaci keresleti függvényt (amelyről feltételeztem, hogy lineáris) akkor az inverz keresleti függvény is könnyen meghatározható, ha szokásos módon invertáljuk a $q(p)$ függvényt. Így a vállalatok termékei iránti „köztudott”, vagyis ismert, és elfogadott inverz keresleti függvény: $P(q_1, q_2) = a - bq_1 - bq_2$.

Ha a piacon kialakult ár nagyobb, mint a termelési költség (ezt később ellenőrizni fogom), és a kezdeti feltételek teljesülése esetén, amely mellett a kereslet árérzékeny, egyensúlyban mindkét vállalat a versenyzői áron ad el. Versenyzői árnak (competitive price) nevezzük azt az árat, amelyiket a teljes kapacitás kihasználtsága mellett határoznak meg a cégek.

Ez bonyolult levezetés nélkül is belátható. Az alábbi levezetés Dasgupta-Maskin [1986] cikkén alapul. Képzeljük el, hogy az első vállalat ára kisebb, mint a második vállalat által kért ár [$p_1 < p_2$].

Ekkor ha az első vállalat ára mellett eladható mennyiség nagyobb az első vállalat kapacitásánál [$Q(p_1) > K_1$], akkor az első cég az ár növelésében, a második pedig az ár csökkentésében érdekelt, ezért ez nem lehet egyensúly. Hasonlóan nem lehet egyensúly, ha a második vállalat által kért ár kisebb, mint az első vállalat által meghatározott ár (vagyis $p_2 < p_1$).

A $p_1 = p_2 > p_{\text{versenyzői ár}}$ sem lehet egyensúly, mert ekkor az iparági kapacitások nagyobbak, mint az eladható mennyiség, de előfordulhat, hogy csak az egyik vállalatnak van felesleges kapacitása, a másik pedig a teljes kapacitását kihasználja. Ebben az esetben a felesleges kapacitással rendelkező vállalat készletet érez arra, hogy kis mértékben csökkentse az árat. Így belátható, hogy rugalmas kereslet esetén $p_1 = p_2 = p_{\text{versenyzői ár}}$ lesz az egyensúly, mert ha $Q(p)$ rugalmatlan lenne a versenyzői árnál, akkor az egyik cég növelné egy kis mértékben az árat, mellyel növelné a profitját is, ha a másik cég a versenyzői árnál marad. Azonban ha ezt legalább az egyik cég így gondolja, akkor ez nem egyensúly. Ezek alapján (a feltételezés alapját később bizonyítva) felteszem, hogy az ár a maximális kapacitás kihasználása mellett alakul ki, azaz:

$$p_1 = p_2 = a - b(K_1 + K_2) = p$$

Az árat ismerve felírható mindkét vállalat profitfüggvénye:

Az első vállalat profitját a $\pi_1 = p * q_1 - c_1 * q_1 - K_1 * x$ összefüggés adja meg.

A második vállalat profitja a termelési költség szintjének függvényében a következő lehet:

- ha a második vállalat határköltsége kisebb, mint az első vállalaté ($\underline{c}_2 < c_1$, ebben az esetben a kiépített kapacitást a dolgozatban $\underline{K}_2$ -vel jelölöm):

$$\pi_2(MC_2 = \underline{c}_2) = (a - bK_1 - b\underline{K}_2) * \underline{K}_2 - \underline{c}_2 * \underline{K}_2 - x * \underline{K}_2$$

A profitmaximalizálási feltétel alapján a második vállalat profitja ott maximális, ahol a $\underline{K}_2$ szerinti első deriváltja 0. A deriválást elvégezve:

$$\frac{\partial \pi_2(c_2)}{\partial \underline{K}_2} = a - bK_1 - 2b\underline{K}_2 - \underline{c}_2 - x = 0 \quad (i)$$

A deriválás utáni egyenletből a második vállalat által kiépített kapacitási szintet kifejezve:

$$\underline{K}_2 = \frac{a - \underline{c}_2 - x}{2b} - \frac{K_1}{2}$$

- ha a második vállalat és az első vállalat határkölsége megegyezik ($c_2 = c_1$, ebben az esetben az első vállalat által kiépített kapacitásra a K_{11} jelölést használom), akkor a profit:

$$\pi_2(MC_2 = c_1) = (a - bK_1 - bK_{11}) * K_{11} - c_1 * K_{11} - x * K_{11} \text{ alakban írható fel.}$$

A deriválás után a következő egyenletet kaptam:

$$\frac{\partial \pi_2(c_1)}{\partial K_{11}} = a - bK_1 - 2bK_{11} - c_1 - x = 0 \quad (\text{ii})$$

melyből a profitmaximalizáló optimum a $K_{11} = \frac{a - c_1 - x}{2b} - \frac{K_1}{2}$

- ha a második vállalat határkölsége a nagyobb ($\bar{c}_2 > c_1$), a 2. vállalat által kiépített kapacitást $\bar{K}_2$ -al jelölve, akkor a profitfüggvény:

$$\pi_2(MC_2 = \bar{c}_2) = (a - bK_1 - b\bar{K}_2) * \bar{K}_2 - \bar{c}_2 * \bar{K}_2 - x * \bar{K}_2$$

$$\text{melynek } \bar{K}_2 \text{ szerinti deriváltja: } \frac{\partial \pi_2(\bar{c}_2)}{\partial \bar{K}_2} = a - bK_1 - 2b\bar{K}_2 - \bar{c}_2 - x = 0 \quad (\text{iii})$$

Ebből kifejezve a $\bar{c}_2$ -hez tartozó kapacitásszintet:

$$\bar{K}_2 = \frac{a - \bar{c}_2 - x}{2b} - \frac{K_1}{2}$$

Az információs hiány miatt az első vállalat bizonytalan abban, hogy a második vállalat mekkora kapacitást épít ki, ezért a második vállalat három különböző termelési szintjéhez tartozó profitfüggvényének figyelembe vételével csak a várható profitja írható fel.

Várható profit felírható a 3 eset bekövetkezésének valószínűségével számolva:

$$E\pi_1 = \left[\frac{1}{3} * (a - bK_1 - b\bar{K}_2) * K_1 \right] + \left[\frac{1}{3} * (a - bK_1 - b\bar{K}_2) * K_1 \right] + \left[\frac{1}{3} * (a - bK_1 - bK_{11}) * K_1 \right] - c_1 * K_1 - x * K_1$$

Az első vállalat a profitjának várható értékét maximalizáló döntést hoz. Az elsőrendű feltétel szerint a várható profit ott maximális, ahol a K_1 szerint deriválja 0:

$$\frac{\partial E\pi_1}{\partial K_1} = a - 2bK_1 - \frac{1}{3}b\bar{K}_2 - \frac{1}{3}b\bar{K}_2 - \frac{1}{3}bK_{11} - c_1 - x = 0 \quad (\text{iv})$$

Átrendezés után az első vállalat által kiépített kapacitás szintje:

$$K_1 = \frac{a - \frac{1}{3}b\bar{K}_2 - \frac{1}{3}b\bar{K}_2 - \frac{1}{3}bK_{11} - c_1 - x}{2b}$$

A négy elsőrendű feltételt biztosító egyenletből (i, ii, iii iv) kifejezhető az egyes vállalatok kapacitásának nagysága a költségek függvényében. Az egyenletrendszer megoldása:

$$\frac{\partial \pi_2(\underline{c}_2)}{\partial \underline{K}_2} + \frac{\partial \pi_2(\bar{c}_2)}{\partial \bar{K}_2} + \frac{\partial \pi_2(c_1)}{\partial K_{11}} - 6ME\pi_1 = -3a + 9bK_1 + 3x - \underline{c}_2 - \bar{c}_2 + 5c_1 = 0$$

Az egyenletből K_1 -et kifejezve azt kapjuk, hogy $K_1 = \frac{3a-3x+\underline{c}_2+\bar{c}_2-5c_1}{9b}$

A K_1 -re kapott kifejezést visszahelyettesítve a második vállalat 3 különböző kapacitási nagyságaira kapott egyenletbe a következőket kapjuk:

$$\underline{K}_2(\underline{c}_2) = \frac{a - \underline{c}_2 - x}{2b} - \frac{3a - 3x + \underline{c}_2 + \bar{c}_2 - 5c_1}{18b} = \frac{6a - 10\underline{c}_2 - 6x - \bar{c}_2 + 5c_1}{18b}$$

$$K_{11}(c_1) = \frac{a - c_1 - x}{2b} - \frac{3a - 3x + \underline{c}_2 + \bar{c}_2 - 5c_1}{18b} = \frac{6a - \bar{c}_2 - 6x - \underline{c}_2 - 4c_1}{18b}$$

$$\bar{K}_2(\bar{c}_2) = \frac{a - \bar{c}_2 - x}{2b} - \frac{3a - 3x + \underline{c}_2 + \bar{c}_2 - 5c_1}{18b} = \frac{6a - 10\bar{c}_2 - 6x - \underline{c}_2 + 5c_1}{18b}$$

Ezek alapján látható, hogy hogyan függ a vállalatok kapacitásdöntése a modell paramétereitől.

A három különböző termelési határköltség mellett kiszámoltam az iparági kibocsátást, mely duopoliumban a két vállalat együttes termelése:

$$Q(\underline{c}_2) = q_1 + q_2 = K_1 + \underline{K}_2 = \frac{12a - 12x + \bar{c}_2 - 8\underline{c}_2 - 5c_1}{18b}$$

$$Q(c_1) = q_1 + q_2 = K_1 + K_{11} = \frac{12a - 12x - \bar{c}_2 - \underline{c}_2 - 14c_1}{18b}$$

$$Q(\bar{c}_2) = q_1 + q_2 = K_1 + \bar{K}_2 = \frac{12a - 12x - 8\bar{c}_2 + \underline{c}_2 - 5c_1}{18b}$$

3.1.2. A kapacitás szintek összehasonlítása

A következő alfejezetben megvizsgálom, hogy az egyes esetekben kiépített kapacitási szintek között milyen reláció van.

Az első vállalat és az alacsonyabb költségen termelő 2. vállalat kiépített kapacitási szintjének összemérésével kezdem. Feltehetőleg az első vállalat a magasabb termelési költsége miatt kisebb kapacitást épít ki, mint a 2. vállalat, vagyis $K_1 < K_2$. Az egyenlőtlenségbe behelyettesítve a különböző K értékekre kapott optimális értékekett:

$$K_1 < K_2.$$

$$\frac{3a-3x+\underline{c}_2+\bar{c}_2-5c_1}{9b} < \frac{6a-10\underline{c}_2-6x-\bar{c}_2+5c_1}{18b}$$

Az egyenlőtlenség átrendezésével a

$$12\underline{c}_2 + 3\bar{c}_2 < 15c_1$$

egyenlőtlenséget kaptam.

A korábban feltételezett $c_1 = \frac{\underline{c}_2 + \bar{c}_2}{2}$ egyenlőséget behelyettesítve:

$$12\underline{c}_2 + 3\bar{c}_2 < 15 * \left(\frac{\underline{c}_2 + \bar{c}_2}{2}\right)$$

amiből átrendezés után

$$\underline{c}_2 < \bar{c}_2$$

következik.

Ez az egyenlőtlenség a $\underline{c}_2 < c_1 < \bar{c}_2$ feltevés miatt teljesül, azaz $K_1 < K_2$ reláció igaz.

A két kapacitásszint közötti különbség kiszámolásához el kell végezni a $K_2 - K_1$ művelet, így megtudhatjuk, hogy az aszimmetrikus információs helyzetben a rosszul informált első vállalat mennyivel kevesebbet termel, mint az alacsony termelési határköltségű második vállalat. Ennek vizsgálatához vezessük be a $\Delta c = c_1 - \underline{c}_2$ jelölést.

Az optimális kapacitásszintekre kapott értékek behelyettesítésével:

$$K_2 - K_1 = \frac{6a - 10\underline{c}_2 - 6x - \bar{c}_2 + 5c_1}{18b} - \frac{3a - 3x + \underline{c}_2 + \bar{c}_2 - 5c_1}{9b}$$

az egyszerűsítések elvégzése után a különbség: $K_2 - K_1 = \frac{-4\underline{c}_2 - \bar{c}_2 + 5c_1}{6b}$, melybe a $\bar{c}_2 = c_1 + \Delta c$ valamint a $\underline{c}_2 = c_1 - \Delta c$ összefüggést behelyettesítve:

$$K_2 - K_1 = \frac{-4(c_1 - \Delta c) - (c_1 + \Delta c) + 5c_1}{6b} = \frac{\Delta c}{2b}$$

Tehát az információhiány mellett termelő első vállalat $\frac{\Delta c}{2b}$ -vel kisebb kapacitást épít ki, mint a 2. vállalat a kisebb termelési költség mellett.

Most a magasabb költségen termelő 2. vállalat kiépített kapacitását és az első vállalat kapacitási szintjét hasonlítom össze. Az előzőhöz hasonlóan belátható, hogy az első vállalat nagyobb kapacitást épít ki, mint a magasabb határköltségen termelő 2. vállalat, azaz hogy teljesül a $K_1 > \bar{K}_2$ reláció:

$$\frac{3a-3x+\underline{c}_2+\bar{c}_2-5c_1}{9b} > \frac{6a-10\bar{c}_2-6x-\underline{c}_2+5c_1}{18b}$$

Az előző levezetésnél is használt feltételezés ($c_1 = \frac{\underline{c}_2 + \bar{c}_2}{2}$) alkalmazása, és az átrendezés után a

$$\begin{aligned} 12\bar{c}_2 + 3\underline{c}_2 &> 15 * \left(\frac{\underline{c}_2 + \bar{c}_2}{2}\right) \\ \bar{c}_2 &> \underline{c}_2 \end{aligned}$$

egyenlőtlenséget kapjuk, amely a $\bar{c}_2 > c_1 > \underline{c}_2$ kiindulási feltételt alapján a $K_1 > \bar{K}_2$ összefüggést igazolja

Ebben az esetben is kiszámolom a kapacitások szintje közötti nagyságkülönbség mértékét:

$$K_1 - \bar{K}_2 = \frac{3a - 3x + \underline{c}_2 + \bar{c}_2 - 5c_1}{9b} - \frac{6a - 10\bar{c}_2 - 6x - \underline{c}_2 + 5c_1}{18b} = \frac{\underline{c}_2 + 4\bar{c}_2 - 5c_1}{6b}$$

A $\bar{c}_2 = c_1 + \Delta c$ valamint a $\underline{c}_2 = c_1 - \Delta c$ helyettesítéseket alkalmazva:

$$K_1 - \bar{K}_2 = \frac{(c_1 - \Delta c) + 4(c_1 + \Delta c) - 5c_1}{6b} = \frac{\Delta c}{2b}$$

A fentiek alapján összességében elmondható, hogy $\bar{K}_2 < K_1 < \underline{K}_2$. Vagyis az információhiányban szenvedő első vállalat $\frac{\Delta c}{2b}$ -vel termel többet, mint a magasabb ($\bar{c}_2$) mellett termelő vállalat, és $\frac{\Delta c}{2b}$ -vel termel kevesebbet, mint az alacsonyabb termelési költségű második vállalat. Az ár a kínálattól függ, vagyis minél nagyobb a kínálat, annál kisebb az ár. Ebből pedig következik, hogy $p(\bar{K}_2) > p(K_1) > p(\underline{K}_2)$.

Végül az aszimmetrikus információk helyzetben lévő első vállalat és az azonos termelési költségű második vállalat kapacitás szintjének összehasonlítása következik.

$$\begin{aligned} K_1 - K_{11} &= \frac{3a - 3x + \underline{c}_2 + \bar{c}_2 - 5c_1}{9b} - \frac{6a - \bar{c}_2 - 6x - \underline{c}_2 - 4c_1}{18b} = \frac{3\underline{c}_2 + 3\bar{c}_2 - 6c_1}{18b} \\ &= \frac{3(c_1 - \Delta c) + 3(c_1 + \Delta c) - 6c_1}{18b} = 0 \end{aligned}$$

Ebből látható, hogy azonos határköltségek esetén a rosszul informált vállalatnak nem származik vesztesége az információhiányból.

Ezek a kapacitásra vonatkozó eredmények azonban csak akkor igazak, ha a kezdeti, árra vonatkozó feltételezés ($p_1 = p_2 = a - bK_1 - bK_2$) igaz, mely csak akkor teljesül, ha az ár nagyobb mint a termelési határkölség, különben nem éri meg a vállalatoknak kihasználni a teljes kapacitásukat. A következő részben ennek a feltételnek a teljesülését fogom megvizsgálni. Ezért az árra vonatkozó [$p = a - b(q_1 + q_2)$] képletbe beírom a kiszámolt kapacitások nagyságát.

A második vállalat 3 különböző kapacitásszintje mellett kialakul árak a következőképpen írhatók fel:

$$\begin{aligned} \text{➤ } p_2(\underline{c}_2, \underline{K}_2) &= p_1 = a - b * \frac{3a-3x+\underline{c}_2+\bar{c}_2-5c_1}{9b} - b * \frac{6a-\bar{c}_2-6x-10\underline{c}_2+5c_1}{18b} = \\ &= \frac{6a+12x-\bar{c}_2+8\underline{c}_2+5c_1}{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{➤ } p_1 = p_2(K_{11}) &= a - b * \frac{3a-3x+\underline{c}_2+\bar{c}_2-5c_1}{9b} - b * \frac{6a-\bar{c}_2-6x-\underline{c}_2-4c_1}{18b} = \\ &= \frac{6a+12x-\underline{c}_2-\bar{c}_2+14c_1}{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{➤ } p_1 = p_2(\bar{c}_2, \bar{K}_2) &= a - b * \frac{3a-3x+\underline{c}_2+\bar{c}_2-5c_1}{9b} - b * \frac{6a-10\bar{c}_2-6x-\underline{c}_2+5c_1}{18b} = \\ &= \frac{6a+12x-\underline{c}_2+8\bar{c}_2+5c_1}{18} \end{aligned}$$

Az árra vonatkozó értékek akkor igazak, ha teljesül, hogy az ár magasabb a termelési költségnél, mert különben nem lenne igaz, hogy $K_i = q_i$. A bizonyítandó egyenlőtlenségek:

$$\text{➤ } p_2(\underline{c}_2, \underline{K}_2) > c_2 \text{ és } p_2(\underline{K}_2) > c_1$$

$$\text{➤ } p_2(c_1, K_{11}) > c_1$$

$$\text{➤ } p_2(\bar{c}_2, \bar{K}_2) > \bar{c}_2 \text{ és } p_2(\bar{K}_2) > c_1$$

Ha a legkisebb ár nagyobb a legnagyobb határkölségnél, ($p_2(\underline{K}_2) > \bar{c}_2$) akkor az összes többi bizonyítandó egyenlőtlenség is igaz, vagyis azt kell bebizonyítani, hogy:

$$\frac{6a+12x-\bar{c}_2+8\underline{c}_2+5c_1}{18} > \bar{c}_2$$

átrendezve

$$6a + 12x - \bar{c}_2 + 8\underline{c}_2 + 5c_1 > 18\bar{c}_2$$

c_1 helyére behelyettesítve a $c_1 = \frac{\underline{c}_2 + \bar{c}_2}{2}$ összefüggést

$$6a + 12x + 10,5\underline{c}_2 > 16,5\bar{c}_2$$

A fenti egyenlőtlenség könnyen belátható. A kezdeti feltételezések között szerepelt, hogy az $x \geq \bar{c}_2$ és tudjuk, hogy $a > x$. Ezeket figyelembe véve az egyenlet bal oldalán nincs kevesebb, mint $18\bar{c}_2 + 10,5\underline{c}_2$. Így átrendezhető az egyenlet: $1,5\bar{c}_2 + 10,5\underline{c}_2 > 0$.

Mivel a költségek pozitívak, teljesül az egyenlőtlenség, vagyis a vállalatok a maximális kapacitásukat kihasználják.

A különböző költségek mellett termelt mennyiség és az árak ismeretében meghatározható a profitok nagysága.

3.1.3. A profitok meghatározása

A kezdeti feltételezés bizonyítása után felírható az első vállalat profitja a második vállalat által kiépített kapacitás nagyságától függően:

➤ Ha a második vállalat a $\underline{K}_2$ kapacitást valósítja meg, akkor:

$$\pi_1(\underline{c}_2, \underline{K}_2) = [a - b(\frac{6a-6x-\bar{c}_2-10\underline{c}_2+5c_1}{18b} + \frac{3a+\underline{c}_2-3x+\bar{c}_2-5c_1}{9b}) - c_1 - x] * [\frac{3a+\underline{c}_2-3x+\bar{c}_2-5c_1}{9b}]$$

egyszerűsítések elvégzése után:

$$\pi_1(\underline{c}_2, \underline{K}_2) = [\frac{6a-6x-\bar{c}_2+8\underline{c}_2-13c_1}{18}] * [\frac{3a+\underline{c}_2-3x+\bar{c}_2-5c_1}{9b}]$$

A kezdeti feltételt átrendezve, és a $\underline{c}_2$ és $\bar{c}_2$ helyére behelyettesítve, hogy $\underline{c}_2 = c_1 - \Delta c$ és $\bar{c}_2 = c_1 + \Delta c$ kapjuk a következőt:

$$\pi_1(\underline{c}_2, \underline{K}_2) = [\frac{2a-2x-3\Delta c-2c_1}{6}] * [\frac{a-x-c_1}{3b}]$$

➤ Ha a második vállalat a K_{11} kapacitás mellett dönt, akkor az első vállalat profitja:

$$\pi_1(c_1, K_{11}) = [a - b(\frac{6a-\bar{c}_2-6x-\underline{c}_2-4c_1}{18b} + \frac{3a+\underline{c}_2-3x+\bar{c}_2-5c_1}{9b}) - c_1 - x] * [\frac{3a+\underline{c}_2-3x+\bar{c}_2-5c_1}{9b}]$$

további átrendezés és egyszerűsítés után:

$$\pi_1(c_1, K_{11}) = [\frac{6a-6x-\bar{c}_2-\underline{c}_2-4c_1}{18}] * [\frac{3a+\underline{c}_2-3x+\bar{c}_2-5c_1}{9b}]$$

A határköltségre vonatkozó feltételekkel átalakítva:

$$\pi_1(ha K_{11}) = [\frac{a-x-c_1}{3}] * [\frac{a-x-c_1}{3b}]$$

➤ Ha a második vállalat a nagyobb kapacitást építi ki:

$$\pi_1(\bar{c}_2, \bar{K}_2) = [a - b(\frac{6a - 10\bar{c}_2 - 6x - \underline{c}_2 + 5c_1}{18b}) - b(\frac{3a + \underline{c}_2 - 3x + \bar{c}_2 - 5c_1}{9b}) - c_1 - x] * [\frac{3a + \underline{c}_2 - 3x + \bar{c}_2 - 5c_1}{9b}]$$

az első zárójel felbontása, és egyszerűsítések után:

$$\pi_1(\bar{c}_2, \bar{K}_2) = [\frac{6a - 6x + 8\bar{c}_2 - \underline{c}_2 - 13c_1}{18}] * [\frac{3a + \underline{c}_2 - 3x + \bar{c}_2 - 5c_1}{9b}]$$

A másik két esethez hasonlóan Δc paraméterekkel átrendezve a profit :

$$\pi_1(\bar{c}_2, \bar{K}_2) = [\frac{2a - 2x + 3\Delta c - 2c_1}{6}] * [\frac{a - x - c_1}{3b}]$$

Profitok összehasonlítása:

A hálózati externália nélkül a termékek keresleti görbéje negatív meredekségű, azaz az eladott mennyiség növekedésével a határon lévő fogyasztó egyre kevesebbet hajlandó fizetni egy újabb termék egységéért.

A fejezet elején felírtam az 1. vállalat profitját a 2. vállalat különböző kapacitásai mellett. Az első vállalat lehetséges profitjait összehasonlítva megmutatható, hogy az első vállalat számára kedvezőbb, ha a második vállalat kapacitása kisebb, azaz teljesül a következő egyenlőtlenség:

$$\pi_1(\underline{c}_2, \bar{K}_2) < \pi_1(\bar{c}_2, \bar{K}_2)$$

$$\frac{2a - 2x - 3\Delta c - 2c_1}{6} < \frac{2a - 2x + 3\Delta c - 2c_1}{6}$$

Ebben az aszimmetrikus helyzetben az első vállalat profitja akkor nagyobb, ha a második vállalat a nagyobb termelési költség mellett kisebb kapacitás szintet építi ki.

Ez levezetés nélkül is könnyen belátható, mert ha az első vállalat termelési szintjét, költségeit adotttnak vesszük, akkor nagyobb profit csak nagyobb bevétellel érhető el. Mivel az ár a kínálat függvénye, akkor lesz nagyobb az első vállalat által elkérhető ár, ha kisebb lesz a 2. vállalat kínálata.

4. A MODELLEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA

Egy adott piac működésének leírása után fontos megvizsgálni a döntések, illetve az egyensúlyi kimenetel gazdasági szereplőkre gyakorolt hatását.

Kreps – Scheinkman [1983] bebizonyította, hogy egy olyan kétlépcsős Bertrand modellben, ahol a vállalatok először szimultán döntenek a termelésről, majd ennek a szintnek a nyilvánosságra hozása után döntenek az árról, az egyensúlyi kimenetelben a vállalatok ugyanannyit termelnek, mint Cournot egyensúlyban.

Ezért ebben a fejezetben megvizsgálom, hogy a különböző termelési költségű vállalatok Cournot-duópoliuma vagy a most bemutatott modell megvalósulása esetén járnak jobban a fogyasztók illetve a vállalatok.

Összehasonlítom az árak alakulását, változásának hatását a fogyasztókra, a választott, megtermelt output szintjét, és a vállalatok által elért profitok nagyságát. Feltevésem szerint az információ hiánya jelentős hatékonyságvesztést eredményez, mert egy vezető számára, akinek a saját profitjának maximalizálása a cél, a másik vállalat költségviszonyainak ismerete döntő jelentőségű lehet. Ennek a számszerűsítése érdekében kiszámolom a holttehervesztést, mely a vásárlók kieső fogyasztói többletének és a vállalatok kieső termelői többletének összege.

4.1. A MENNYISÉG, AZ ÁR, ÉS A PROFIT SZINTJÉNEK ÖSSZEVETÉSE

A Cournot-modellben minden vállalat a többi vállalat termelési szintjét adottnak véve határozza meg saját kibocsátását. A Cournot duópolium modellje feltételezi, hogy a két vállalat mindegyike úgy maximalizálja a profitját, hogy a versenytárs egyensúlyi kibocsátása mellett maximális profitot ér el. Ebben a duópoliumban a vállalat profitmaximalizáló döntését megadó függvény a versenytárs vállalat feltételezett termelésének függvénye. A termelési döntések kombinációja akkor alkot egyensúlyt, ha mindkét vállalat döntése a legjobb válasz a másik vállalat döntésére. A vállalatok ismerik egymás költségeit, melyek nem azonosak. A Cournot-modellben a vállalatok a megtermelni kívánt mennyiségről döntenek.

Az első vállalat profitja a mennyiségi döntések függvényében:

$$\pi_1 = [a - b * (q_1 + q_2)] * q_1 - c_1 * q_1 - x * q_1$$

a maximum elsőrendű feltétele szerint a q_1 szerinti első derivált 0.

$$\frac{\partial E\pi_1}{\partial q_1} = a - 2bq_1 - bq_2 - c_1 - x = 0:$$

Ebből kifejezhető az első vállalat legjobbválasz-függvénye a második vállalat által termelt mennyiség függvényében:

$$q_1 = \frac{a - bq_2 - c_1 - x}{2b}$$

A második vállalat termelési költségnek nagyságától függően az elemzést 2 esetre bontom.

1. eset:

Ha a második vállalat termelési költsége kisebb, mint az első vállalaté (azaz az eddig alkalmazott jelölés alapján $MC_2 = \underline{c}_2$), akkor a profitja:

$$\pi_2 = [a - b * (q_1 + q_2)] * q_2 - \underline{c}_2 * q_2 - x * q_2$$

Az elsőrendű feltételt alkalmazva

$$\frac{\partial E\pi_1}{\partial q_2} = a - 2bq_2 - bq_1 - \underline{c}_2 - x = 0$$

Az egyenlet átrendezésével a második vállalat legjobbválasz függvénye a következőképpen írható fel:

$$q_2 = \frac{a - bq_1 - \underline{c}_2 - x}{2b}$$

melybe behelyettesítem az első vállalat legjobb válasz függvényét:

$$q_2 = \frac{a - b[\frac{a - bq_2 - c_1 - x}{2b}] - \underline{c}_2 - x}{2b}$$

Az egyenletet átrendezése után felírható a második vállalat által termelt mennyiségét:

$$q_2 = \frac{a + c_1 - x - 2\underline{c}_2}{3b}$$

Ezt visszaírom az első vállalat reakciófüggvényébe, és megkapom az első vállalat által az egyensúlyban termelt mennyiséget:

$$q_1 = \frac{a - b\left(\frac{a+c_1-x-2\underline{c}_2}{3b}\right) - c_1 - x}{2b} = \frac{a - 2c_1 - x + \underline{c}_2}{3b}$$

A q_1 és a q_2 ismerete után meghatározható a 2 vállalat együttes kibocsátása:

$$Q(\underline{c}_2) = q_1 + q_2 = \frac{a - 2c_1 - x + \underline{c}_2}{3b} + \frac{a + c_1 - x - 2\underline{c}_2}{3b} = \frac{2a - c_1 - 2x - \underline{c}_2}{3b}$$

A mennyiségeket felhasználásával kifejezhető egyensúlyi ár:

$$p(\underline{c}_2) = a - b * \left(\frac{a - 2c_1 - x + \underline{c}_2}{3b} + \frac{a + c_1 - 2\underline{c}_2 - x}{3b} \right) = \frac{a + c_1 + 2x + \underline{c}_2}{3}$$

Hasonlítsuk most össze a kapott Cournot-egyensúlyt a korábban bemutatott aszimmetrikus információs modell egyensúlyával, azonos költségviszonyokat feltételezve. Megmutatható, hogy a Cournot-egyensúlyi ár magasabb a korábban bemutatott modell egyensúlyi áránál.

$$P_{cournot, c_2} > P_{modell}$$

felhasználva az egyensúlyi árakra kapott eredményt:

$$\frac{a+c_1+2x+\underline{c}_2}{3} > \frac{6a+12x-\bar{c}_2+8\underline{c}_2+5c_1}{18}$$

Átrendezve, valamint a $\bar{c}_2 = 2c_1 + \underline{c}_2$ illetve a $\underline{c}_2 = c_1 - \Delta c$ felhasználva:

$$6c_1 > -(2c_1 - \underline{c}_2) + 2\underline{c}_2 + 5c_1$$

ami a nyilvánvalóan teljesülő

$$\Delta c > 0$$

egyenlőtlenségre vezet.

A megtermelt mennyiségre vonatkozóan megállapítható, hogy azonos költségviszonyok mellett az első vállalat a Cournot modellben kevesebbet termel, mint a bemutatott aszimmetrikus információs modellben.

$$q_{1\ cournot, \underline{c}_2} < q_{1\ modell}$$

Az egyenlőtlenség bizonyításához a korábban kiszámolt mennyiségi adatokat alkalmazva:

$$\frac{a-2c_1-x+\underline{c}_2}{3b} < \frac{3a-3x+\underline{c}_2+\bar{c}_2-5c_1}{9b}$$

mely az egyenlőtlenség szokásos átrendezése után:

$$\Delta c > 0$$

A mennyiségi különbség nagyságát meghatározva:

$$q_{1\text{ modell}} - q_{1\text{ cournot}, K_2} = \frac{3a - 3x + \underline{c}_2 + \bar{c}_2 - 5c_1}{9b} - \frac{a - 2c_1 - x + \underline{c}_2}{3b} = \frac{-2\underline{c}_2 + \bar{c}_2 + c_1}{9b}$$

$\bar{c}_2 = c_1 + \Delta c$ és $\underline{c}_2 = c_1 - \Delta c$ képletekkel átírva:

$$q_{1\text{ modell}} - q_{1\text{ cournot}, K_2} = \frac{-2(c_1 - \Delta c) + c_1 + \Delta c + c_1}{9b} = \frac{\Delta c}{3b}$$

Ezek alapján: az első vállalat, ha a második vállalat termelési költsége kisebb, aszimmetrikus információs piac esetén $\frac{\Delta c}{3b}$ - vel többet termel, mint teljes információs Cournot-egyensúlyban.

Ebben az esetben elmondható, hogy az új modellben az első vállalat többet termel, és kisebb ár alakul ki a piacon. Ez a fogyasztók számára előnyös, azonban a vállalatok számára a fő kérdés a profit alakulása.

Annak eldöntése érdekében, hogy melyik esetben jár jobban a vállalat – a többet értékesít kisebb áron, vagy ha kevesebbet értékesít nagyobb áron – összehasonlítom a két modell esetében kialakult profitokat.

Alacsonyabb termelési költségű Cournot modell esetében az első vállalat profitja:

$$\pi_{1\text{ cournot}} = \frac{a + c_1 + 2x + \underline{c}_2}{3} * \frac{a - 2c_1 - x + \underline{c}_2}{3b} - (c_1 + x) * \frac{a - 2c_1 - x + \underline{c}_2}{3b}$$

Az egyenletet összevonva, rendezve:

$$\pi_{1\text{ cournot}} = \frac{a^2 + c_1^2 + x^2 + \Delta c^2 - 2ac_1 - 2ax + 2c_1\Delta c - 2a\Delta c + 2c_1x + 2\Delta cx}{9b}$$

A modellem esetében az első vállalat profitja:

$$\pi_{1\text{ modell}} = \left[\frac{6a + 12x - \bar{c}_2 + 8\underline{c}_2 + 5c_1}{18} - c_1 + x \right] * \frac{3a - 3x + \underline{c}_2 + \bar{c}_2 - 5c_1}{9b}$$

A $\bar{c}_2 = 2c_1 - \underline{c}_2$, majd a $c_1 = \underline{c}_2 + \Delta c$ feltételeket behelyettesítve, az egyenletet átrendezése után a következőt kaptam:

$$\pi_{1\text{ modell}} = \frac{2a^2 + 2c_1^2 + 2x^2 - 4ac_1 - 4ax + 4c_1x - 3a\Delta c + 3\Delta cx + 3\Delta cc_1}{18b}$$

Megmutatható, hogy a bemutatott aszimmetrikus információs modellben a rosszul informált 1. vállalat profitja milyen feltételek mellett nagyobb a teljes információs Cournot-profitjánál, ha a 2. vállalat költsége kisebb.

$$\pi_{1 \text{ modell}} > \pi_{1 \text{ cournot}}$$

A profitra kapott kifejezések behelyettesítése és átrendezése után

$$0 > \Delta c[2\Delta c + c_1 - a + x]$$

Ez az egyenlőtlenség akkor teljesül, ha a jobb oldalon a zárójelben lévő kifejezés negatív. Tudjuk, hogy a modell paramétereire teljesül, hogy $a > \Delta c + c_1 + x$ egyenlőtlenség. Ahhoz, hogy az első vállalat profitja a Cournot-egyensúlyban legyen kisebb, az ennél valamivel szigorúbb $a > 2\Delta c + c_1 + x$ feltételnek kell teljesülnie. Tehát ha a 2. vállalat költségével kapcsolatos bizonytalanságot mérő Δc elegendően kicsi, akkor az első vállalat a teljes információs Cournot-egyensúlyban alacsonyabb profitot ér el, mint a bemutatott aszimmetrikus információs modellben.

2. eset:

Tekintsük most azt az esetet, amikor a második vállalat termelési költsége nagyobb, mint az első vállalaté (a korábbi jelöléseket alkalmazva: $c_2 = \bar{c}_2$), ekkor a második vállalat profitja felírható úgy, hogy:

$$\pi_2 = [a - b * (q_1 + q_2)] * q_2 - \bar{c}_2 * q_2 - x * q_2$$

a profitmaximumhoz a q_2 szerint deriválva: $\frac{\partial E\pi_1}{\partial q_2} = a - 2bq_2 - bq_1 - \bar{c}_2 - x = 0$

A második vállalat profitmaximalizálásából származó legjobbválasz-függvénye:

$$q_2 = \frac{a - bq_1 - \bar{c}_2 - x}{2b}$$

q_1 helyére behelyettesítem az első vállalat reakciófüggvényét:

$$q_2 = \frac{a - b[\frac{a - bq_2 - c_1 - x}{2b}] - \bar{c}_2 - x}{2b}$$

átrendezve:

$$4bq_2 = 2a - a + bq_2 + c_1 + x - 2\bar{c}_2 - 2x$$

Ebből kifejezhető a 2. vállalat outputja: $q_2(\bar{c}_2) = \frac{a + c_1 - x - 2\bar{c}_2}{3b}$

Az így kapott eredményt visszahelyettesítve az első vállalat legjobb válaszfüggvényébe megkapható az első vállalat által termelt mennyiség, mely ebben az esetben:

$$q_1 = \frac{a - b\left(\frac{a+c_1-x-2\bar{c}_2}{3b}\right) - c_1 - x}{2b} = \frac{a - 2c_1 - x + \bar{c}_2}{3b}$$

A magasabb határkötség esetén megvalósuló együttes kibocsátás:

$$Q(\bar{c}_2) = q_1 + q_2 = \frac{a + c_1 - x - 2\bar{c}_2}{3b} + \frac{a - 2c_1 - x + \bar{c}_2}{3b} = \frac{2a - c_1 - 2x - \bar{c}_2}{3b}$$

A mennyiségek ismeretében meghatározható a magasabb ($\bar{c}_2$) termelési költség mellett kialakuló egyensúlyi ár a Cournot modellben:

$$p(\bar{c}_2) = a - b * \left(\frac{a - 2c_1 - x + \bar{c}_2}{3b} + \frac{a + c_1 - 2\bar{c}_2 - x}{3b} \right) = \frac{a + c_1 + 2x + \bar{c}_2}{3}$$

Ezek után az első vállalat teljes informáltság melletti (amikor a 2. vállalatról, tudja, hogy termelési költsége $\bar{c}_2$) és a modellben lévő kibocsátási mennyiségnek, árának és profitnak az összehasonlítása következik.

Először megmutatom, hogy azonos költségviszonyok között az első vállalat a Cournot esetben többet termel, mint a bemutatott aszimmetrikus információs modellben.

$$q_{1\text{cournot}, \bar{c}_2} > q_{1\text{modell}}$$

a korábban kiszámolt kifejezésekkel felírva:

$$\frac{a - 2c_1 - x + \bar{c}_2}{3b} > \frac{3a - 3x + c_2 + \bar{c}_2 - 5c_1}{9b}$$

A különbség felírásával, $\bar{c}_2$ és $\underline{c}_2$ -re vonatkozó kifejezés behelyettesítésével, és átrendezés után megmutatható a különbség relatív nagysága:

$$\begin{aligned} Q_{\text{cournot}, \bar{c}_2} - Q_{\text{modell}} &= \frac{a - 2c_1 - x + \bar{c}_2}{3b} - \frac{3a - 3x + \underline{c}_2 + \bar{c}_2 - 5c_1}{9b} \\ &= \frac{-c_1 + 2\bar{c}_2 - \underline{c}_2}{9b} = \frac{-c_1 + 2(c_1 + \Delta c) - c_1 + \Delta c}{9b} = \frac{\Delta c}{3b} \end{aligned}$$

A mennyiségek közötti különbség kiszámításával levonható az a következtetés, hogy a teljes információ Cournot-modell esetében az első vállalat (ha a második vállalat termelési költsége a nagyobb) $\frac{\Delta c}{3b}$ -vel többet termel, mint aszimmetrikus információs piac esetén.

Ennél az esetnél megfigyelhető, hogy a Cournot-egyensúlyi ár alacsonyabb a korábban bemutatott modell egyensúlyi árnál.

$$P_{cournot, \bar{c}_2} < P_{modell}$$

Az árak paraméteresen felírt alakban kifejezve:

$$\frac{a+c_1+2x+\bar{c}_2}{3} < \frac{6a+12x-\underline{c}_2+8\bar{c}_2+5c_1}{18}$$

A költségekre vonatkozó feltételt alkalmazva:

$$0 < -(c_1 - \Delta c) + 2(c_1 + \Delta c) - c_1$$

az összevonás elvégzése után:

$$0 < \Delta c$$

amely igazolja, hogy a Cournot-ár alacsonyabb az aszimmetrikus modellben kialakuló árnál.

Cournot esetében az első vállalat profitja:

$$\pi_{1\ cournot} = \frac{a + c_1 + 2x + \bar{c}_2}{3} * \frac{a - 2c_1 - x + \bar{c}_2}{3b} - (c_1 + x) * \left(\frac{a - 2c_1 - x + \bar{c}_2}{3b}\right)$$

Az egyenletet az első módszerhez hasonlóan átalakítva, átrendezve:

$$\pi_{1\ cournot} = \frac{a^2 + c_1^2 + x^2 + \Delta c^2 - 2ac_1 - 2ax - 2c_1\Delta c + 2a\Delta c + 2c_1x - 2\Delta cx}{9b}$$

Az új modellben, $\bar{c}_2$ termelési határkötség mellett az első vállalat profitja:

$$\begin{aligned} \pi_{1\ modell} = & \frac{6a + 12x - c_2 + 8\bar{c}_2 + 5c_1}{18} * \frac{3a - 3x + c_2 + \bar{c}_2 - 5c_1}{9b} + (c_1 - x) \\ & * \left(\frac{3a - 3x + c_2 + \bar{c}_2 - 5c_1}{9b}\right) \end{aligned}$$

$\bar{c}_2 = c_1 - \Delta c$ illetve a $\underline{c}_2 = c_1 - \Delta c$ behelyettesítéssel a profit:

$$\pi_{1\ modell} = \frac{2a^2 + 2c_1^2 + 2x^2 - 4ac_1 - 4ax + 4c_1x + 3a\Delta c - 3\Delta cx - 3\Delta cc_1}{18b}$$

Belátható, hogy most a Cournot-modellben nagyobb az 1. vállalat profitja, azaz:

$$\pi_{1\ modell} < \pi_{1\ cournot}$$

A szokásos behelyettesítések és átrendezések után:

$$0 < \Delta c(2\Delta c - c_1 + a - x)$$

Az egyenlet bal oldalán mindkét tényező pozitív, ezért ebben az esetben a Cournot modellben elért profit a nagyobb.

A két modell összehasonlításával kapott eredményeket a következő táblázatokban foglalom össze.

1. táblázat: Az aszimmetrikus információs modell és a teljes információs Cournot modell összehasonlítása az 1. vállalat szempontjából, ha a második vállalat termelési határkölsége kisebb, mint az első vállalaté

$MC = \underline{c}_2$	aszimmetrikus információs, kapacitáskorlátos modell		Teljes informáltság mellett, Cournot modell
mennyiség	$\frac{\Delta c}{3b}$	>	
ár		<	$\frac{\Delta c}{6}$
profit	$\Delta c[-2\Delta c - c_1 + a - x]$ – vel nagyobb, ha Δc elegendően kicsi	>	

Az összefoglaló táblázatból jól látható, hogy ha az első vállalat termelési költsége nagyobb, mint a 2. vállalaté, vagyis $MC = \underline{c}_2$ mellett, a most kifejlesztett modellben az első vállalat többet termel, mint teljes információ mellett Cournot helyzetben, alacsonyabb áron tud értékesíteni, de több lesz a profitja.

2. táblázat: Az aszimmetrikus információs modell és a teljes információs Cournot modell összehasonlítása az 1. vállalat szempontjából, ha a második vállalat termelési határkölsége nagyobb, mint az első vállalaté

$MC = \bar{c}_2$	aszimmetrikus információs, kapacitáskorlátos modell		Teljes informáltság mellett, Cournot-modell
mennyiség		<	$\frac{\Delta c}{3b}$
ár	$\frac{\Delta c}{6}$	>	
profit		<	$\Delta c(2\Delta c - c_1 + a - x)$ – vel nagyobb, ha Δc elegendően kicsi

Ebben az esetben megállapítható, hogy ha az első vállalat kisebb termelési határkölséggel termel, mint a 2. vállalat, akkor a bemutatott modell esetében az első vállalat kevesebbet termel, magasabb áron értékesít, de alacsonyabb profitot tud elérni, mint Cournot-modell esetében.

4.2. JÓLÉTI VESZTESÉG

A gazdasági verseny egyik fontos eszköze a társadalmi jólét maximalizálásának. Ez a funkciója a gazdasági szereplők alapvető ellenérdekeltségéből adódik, hiszen az eladó a lehető legmagasabb áron szeretné eladni a termékét, míg a vevő a lehető legalacsonyabb áron akarja megvenni azt. Ez egy természetes jelenség, ami a gazdasági racionalitáson alapul: a termelő profitmaximalizálásra, a fogyasztó haszonmaximalizálásra törekszik.

Tökéletes versenyben a vállalatok jellemzően gazdasági profitra nem, csak normál profitra tesznek szert, így minden olyan fogyasztó, aki képes kifizetni az előállítási költségeket, meg tudja vásárolni a terméket. Ezért mondjuk azt, hogy ez a piaci forma biztosítja a fogyasztók számára a legnagyobb jólétet.

A holtteher-veszteség az elmaradt kibocsátást méri, azon az áron, amelyet az emberek hajlandók lettek volna fizetni a kiesett outputnak a megtermeléséért.

Ebben a fejezetben összehasonlítom a korábban kidolgozott, bemutatott modellt jóléti szempontból más modellekkel.

A kifejlesztett modellben az aszimmetrikus információs helyzet jóléti hatásának kiszámolásához a modellt annak teljes információs változatával kellene összehasonlítani, de Kreps-Scheinkman kutatásának eredménye szerint a modell teljes információs változata a Cournot-moddellel megegyező eredményre vezet. Emiatt a modellt jóléti szempontból a Cournot-moddellel vetem össze. A teljes jóléti veszteség meghatározásához pedig az eredményeket a tökéletesen versenyző esethez viszonyítom.

A számoláshoz szükséges adatokat a 3. táblázatban foglalom össze:

3. táblázat: A mennyiség és az ár a két modellben

Cournot modell ($\bar{c}_2$ esetében)	Cournot modell ($\underline{c}_2$ esetében)	modell ($\bar{c}_2$ esetében)	modell ($\underline{c}_2$ esetében)
Q $\frac{2a - 2x - c_1 - \bar{c}_2}{3b}$	Q $\frac{2a - 2x - c_1 - \underline{c}_2}{3b}$	Q $\frac{12a - 12x - 5c_1 + \underline{c}_2 - 8\bar{c}_2}{18b}$	Q $\frac{12a - 12x - 5c_1 - 8\underline{c}_2 + \bar{c}_2}{18b}$
P $\frac{a + c_1 + 2x + \bar{c}_2}{3}$	P $\frac{a + c_1 + 2x + \underline{c}_2}{3}$	P $\frac{6a + 5c_1 + 12x - \underline{c}_2 + 8\bar{c}_2}{18}$	P $\frac{6a + 5c_1 + 12x + 8\underline{c}_2 - \bar{c}_2}{18}$

Tökéletes verseny esetében tudjuk, hogy az ár megegyezik a határköltséggel, két vállalat esetében csak az kisebb határköltégű vállalat termel, vagyis az ár az ő határköltégével egyenlő. Ennek megfelelően a két kimenetel:

- Ha a második vállalat termelési határköltége alacsonyabb, mint az első vállalaté, vagyis $MC = \underline{c}_2$ akkor csak a második vállalat termel, és így a modell egyensúlyában: $P = \underline{c}_2 + x = a - b(Q) \Rightarrow Q = \frac{a - \underline{c}_2 - x}{b}$

$$\text{A fogyasztói többlet: } FT = \frac{(a-p) \cdot q}{2} = \frac{(a - \underline{c}_2 - x)^2}{2b}.$$

A termelői többlet tökéletes verseny esetén 0.

A jóléti függvény a fogyasztói többletből és a termelői többlet összege, vagyis

$$W = TT + FT = \frac{(a - \underline{c}_2 - x)^2}{2b}$$

- Ha a második vállalat termelési határköltége magasabb ($\bar{c}_2$), mint az első vállalaté, akkor csak az első vállalat termel. Ekkor az ár az első vállalat határköltégével egyenlő, azaz $P = c_1 + x = a - b(Q)$. Az előző számításokhoz hasonlóan, a jólét a fogyasztói és termelői többlet összege alapján: $W = \frac{(a - c_1 - x)^2}{2b}$

A Cournot-modell jóléti hatásának vizsgálatát is a 2. vállalat termelési határköltégének nagysága alapján két részre bontom.

- Ha a második vállalat termelési határköltége $MC = \underline{c}_2$:

$$\text{A fogyasztói többlet képlet alapján: } FT = \frac{(a-p) \cdot q}{2} = \frac{2a - 2x - c_1 - \underline{c}_2}{2 \cdot 3} * \frac{2a - 2x - c_1 - \underline{c}_2}{3b}.$$

$$\underline{c}_2 = c_1 - \Delta c \text{ költségekre vonatkozó feltevést alkalmazva: } FT = \frac{(2a - 2x - 2c_1 + \Delta c)^2}{18b}.$$

A termelői többletet a 0 fix költség miatt a profitok összege adja, vagyis

$$TT = \pi_1 + \pi_2 = (p - c_1 - x)q_1 + (p - \underline{c}_2 - x)q_2$$

A korábban kiszámolt adatok behelyettesítése után:

$$TT = \frac{a - x - 2c_1 + \underline{c}_2}{3} * \frac{a - x - 2c_1 + \underline{c}_2}{3b} + \frac{a - x + c_1 - 2\underline{c}_2}{3} * \frac{a - x + c_1 - 2\underline{c}_2}{3b}$$

$$\text{A } \underline{c}_2 = c_1 - \Delta c \text{ feltételt alkalmazva: } TT = \frac{(a - x - c_1 - \Delta c)^2}{9b} + \frac{(a - x - c_1 + 2\Delta c)^2}{9b}$$

A termelői többlet és a fogyasztói többlet összege alapján a jóléti függvény:

$$W = FT + TT = \frac{(2a - 2x - 2c_1 + \Delta c)^2 + (a - x - c_1 - \Delta c)^2 + (a - x - c_1 + 2\Delta c)^2}{18b}$$

- A Cournot modellt megvizsgálva jóléti szempontból, ha a második vállalat termelési határkölsége $\bar{c}_2$:

A fogyasztói többlet a megfelelő egyensúlyi értékek beírásával:

$$FT = \frac{(a-p) * q}{2} = \frac{2a - 2x - c_1 - \bar{c}_2}{2 * 3} * \frac{2a - 2x - c_1 - \bar{c}_2}{3b}$$

$$= \frac{(2a - 2x - c_1 - \bar{c}_2)^2}{18b}$$

$$\bar{c}_2 = c_1 + \Delta c = \text{behelyettesítés után: } FT = \frac{(2a - 2x - 2c_1 - \Delta c)^2}{18b}.$$

A termelői többlet (mivel $FC_1 = FC_2 = 0$) a profitok összegével egyenlő.

$$TT = \pi_1 + \pi_2 = (p - c_1 - x)q_1 + (p - \bar{c}_2 - x)q_2$$

A fenti egyenletbe beírva a korábban kiszámolt az összefüggéseket:

$$TT = \left[\frac{a + 2x + c_1 + \bar{c}_2}{3} - c_1 - x \right] * \frac{a - x - 2c_1 + \bar{c}_2}{3b} + \left[\frac{a + 2x + c_1 + \bar{c}_2}{3} - \bar{c}_2 - x \right] * \frac{a - x + c_1 - 2\bar{c}_2}{3b}$$

$\bar{c}_2 = c_1 + \Delta c$ feltétel alkalmazásával:

$$TT = \frac{a - x - c_1 + \Delta c}{3} * \frac{a - x - c_1 + \Delta c}{3b} + \frac{a - x - c_1 - 2\Delta c}{3} * \frac{a - x - c_1 - 2\Delta c}{3b}$$

az összevonások elvégzése után:

$$TT = \frac{(a - x - c_1 + \Delta c)^2 + (a - x - c_1 - 2\Delta c)^2}{9b}$$

A termelői többlet és a fogyasztói többlet összeadásával a jóléti hatás:

$$W = FT + TT = \frac{(2a - 2x - 2c_1 - \Delta c)^2 + 2(a - x - c_1 + \Delta c)^2 + 2(a - x - c_1 - 2\Delta c)^2}{18b}$$

A két modell jóléti veszteségének összehasonlításához a most kifejlesztett modellben is kiszámolom a társadalmi jólétet mind az alacsonyabb ($\underline{c}_2$), mint a magasabb határkölség ($\bar{c}_2$) mellett.

- Első esetben, ha a második vállalat termelési határkölsége $MC = \underline{c}_2$, akkor a fogyasztói többlet kiszámítható az előzőekhez hasonlóan

$$FT = \frac{(a - p) * q}{2} = \frac{12a - 12x - 5c_1 + \bar{c}_2 - 8\underline{c}_2}{2 * 18} * \frac{12a - 12x - 5c_1 + \bar{c}_2 - 8\underline{c}_2}{18b}$$

A $\bar{c}_2 = c_1 + \Delta c$ és $\underline{c}_2 = c_1 - \Delta c$ feltételek használatával: $FT = \frac{(12a - 12x - 12c_1 + 9\Delta c)^2}{2 * 18 * 18b}$

Egyszerűsítés után: $FT = \frac{(4a - 4x - 4c_1 + 3\Delta c)^2}{72b}$

Mivel nincs fix költség, így a profitok összege adja termelői többletet, vagyis:

$$TT = \pi_1 + \pi_2 = (p - c_1 - x)q_1 + (p - \underline{c}_2 - x)q_2$$

A paraméterek helyére beírva a korábban kiszámolt adatokat:

$$TT = \frac{6a - 6x - 6c_1 - 9\Delta c}{18} * \frac{3a - 3x - 3c_1}{9b} + \frac{6a - 6x - 6c_1 + 9\Delta c}{18} * \frac{6a - 6x - 6c_1 - 9\Delta c}{18b}$$

A szorzások elvégzése után:

$$TT = \frac{2(2a - 2x - 2c_1 - 3\Delta c)(a - x - c_1)}{36b} + \frac{(2a - 2x - 2c_1 + 3\Delta c)(2a - 2x - 2c_1 - 3\Delta c)}{36b} =$$

az összeadást, és egyszerűsítést követően a termelői többlet:

$$TT = \frac{(2a - 2x - 2c_1 - 3\Delta c)(4a - 4x - 4c_1 + 3\Delta c)}{36b}$$

Végül a társadalmi jólét:

$$W = FT + TT = \frac{(8a - 8x - 8c_1 - 3\Delta c)(4a - 4x - 4c_1 + 3\Delta c)}{72b}$$

- A másik esetben, amikor az $MC = \bar{c}_2$ a fogyasztói többlet a korábban kiszámolt értékekkel:

$$FT = \frac{(a - p) * q}{2} = \frac{12a - 12x + c_2 - 5c_1 - 8\bar{c}_2}{2 * 18} * \frac{12a - 12x + c_2 - 5c_1 - 8\bar{c}_2}{18b}$$

Az eddig alkalmazott költségösszefüggéssel átalakítva:

$$FT = \frac{12a - 12x - 12c_1 - 9\Delta c}{2 * 18} * \frac{12a - 12x - 12c_1 - 9\Delta c}{18b} = \frac{(4a - 4x - 4c_1 - 3\Delta c)^2}{72b}$$

A jóléti veszteség meghatározásához szükséges másik összetevőt, a termelői többletet is az eddigiekhez hasonlóan kiszámolva:

$$TT = \pi_1 + \pi_2 = (p - c_1 - x)q_1 + (p - \bar{c}_2 - x)q_2 =$$

behelyettesítés után:

$$TT = \frac{6a - 6x - \underline{c}_2 - 8\bar{c}_2 + 13c_1}{18} * \frac{3a - 3x + \underline{c}_2 + \bar{c}_2 - 5c_1}{9b} +$$

$$\frac{6a - 6x - \underline{c}_2 - 10\bar{c}_2 + 5c_1}{18} * \frac{6a - 6x - \underline{c}_2 - 10\bar{c}_2 - 5c_1}{18b}$$

$\bar{c}_2$ helyére a $c_1 + \Delta c$ illetve a $\underline{c}_2$ helyére a $c_1 - \Delta c$ -t beírva:

$$TT = \frac{6a - 6x - (c_1 - \Delta c) - 8(c_1 + \Delta c) + 13c_1}{18} * \frac{3a - 3x - 3c_1}{9b} +$$

$$\frac{6a - 6x - (c_1 - \Delta c) - 10(c_1 + \Delta c) + 5c_1}{18} * \frac{6a - 6x - 6c_1 - 9\Delta c}{18b} =$$

egyszerűsítve:

$$TT = \frac{6a - 6x - 6c_1 + 9\Delta c}{18} * \frac{a - x - c_1}{3b} + \frac{6a - 6x - 6c_1 - 9\Delta c}{18} * \frac{2a - 2x - 2c_1 - 3\Delta c}{6b}$$

átrendezve:

$$TT = \frac{(2a - 2x - 2c_1 + 3\Delta c) * (2a - 2x - 2c_1)}{54b} + \frac{(2a - 2x - 2c_1 - 3\Delta c)^2}{54}$$

Ebben az esetben a jólét a $W = FT + TT$ képlettel kiszámolva:

$$= \frac{2(2a - 2x - 2c_1 + 3\Delta c)(2a - 2x - 2c_1) + 2b(2a - 2x - 2c_1 - 3\Delta c)^2 + 1,5(4a - 4x - 4c_1 - 3\Delta c)^2}{108b}$$

A két modell jóléti szintjének ismerete után megvizsgálható, hogy a 3 modell közül melyik okoz nagyobb holtteher veszteséget.

Elsőként a bemutatott modell és Cournot modellt hasonlítom össze jóléti szempont alapján. A modellek összehasonlítását a megfelelő határkölség-szintek mellett fogom elvégezni.

Ha a második vállalat határkölsége az alacsonyabb $\underline{c}_2$ -vel egyenlő, akkor megmutatható, hogy a jólétnek az információhiánnyal kapcsolatos megváltozása a jóléti szempontból lehet előnyös, vagy káros, a modell paramétereitől függően. Az információ teljessé válásakor a jólét a W_{modell} szintről a $W_{cournot}$ szintre változik, ezért e két érték különbsége mutatja a jólét teljes megváltozását:

$$W_{cournot} - W_{modell} = \frac{-16(a - c_1 - x)^2 - 12(a - c_1 - x)\Delta c + 25\Delta c^2}{72b}$$

Ez a különbség negatív, ha Δc elegendően kicsi, ilyen esetben tehát az információhiány jóléti szempontból kedvező hatású.

Elegendően nagy Δc esetén a különbség már pozitív lesz, és nagysága az információhiányból fakadó jóléti veszteséget mutatja.

A modell holtteher veszteségét a Pareto-hatékony helyzethez képest mért különbséggel számítjuk ki.

$$W_{\text{tökéletesen versenyző}} - W_{\text{modell}} = \frac{4(a - c_1 - x)^2 + 60(a - c_1 - x) * \Delta c - 45\Delta c^2}{72b} > 0$$

Ez a különbség mindig pozitív, mert a kezdeti feltételek alapján tudjuk, hogy az $a - c_1 - x > \Delta c$, ebből következik, hogy a $60(a - c_1 - x) * \Delta c$ biztosan nagyobb, mint $60\Delta c^2$, ami pedig nagyobb, mint a számlálóban lévő negatív tag.

A következő részben azokban az esetekben hasonlítom össze a modelleket jóléti szempontból, amikor a második vállalat határkölsége magasabb, mint az első vállalaté, vagyis teljesül az $MC = \bar{c}_2$ egyenlőség. Ebben az esetben megmutatható, hogy a Cournot modellben működő vállalatok holtteher vesztesége nagyobb, mint az aszimmetrikus modellnél.

$$W_{\text{cournot}} - W_{\text{modell}} = \frac{16(a - c_1 - x)^2 + 69\Delta c^2}{3 * 72b} > 0$$

Ezt a $W_{\text{cournot}} - W_{\text{modell}}$ különbségségre kapott pozitív eredmény igazolta.

Ha a tökéletes versenyzői modell jólétének nagyságából kivonom a modell $MC = \bar{c}_2$ költségszintnél kialakult jóléti szintjét, akkor megállapítható a modell holtteher vesztesége:

$$W_{\text{tökéletes versenyző}} - W_{\text{modell}} = \frac{28(a - c_1 - x)^2 + 96(a - c_1 - x) * \Delta c - 63\Delta c^2}{3 * 72b} > 0$$

Az $a - c_1 - x > \Delta c$ feltétel miatt a $96(a - c_1 - x) * \Delta c > 96\Delta c$ és $96\Delta c^2 > 63\Delta c^2$ így a számláló biztosan pozitív.

Végül azt a piaci szituációt vizsgálom meg jóléti szempontból a két különböző modellnél, amikor a második és az első vállalat termelési költsége azonos (vagyis $MC_2 = c_{11}$)

A Cournot modell esetében, azonos termelési költség mellett az első és a második vállalat által termelt mennyiség megegyezik, azaz: $q_1 = q_2 = \frac{a-c_1-x}{3b}$, az együttes kibocsátás szintje: $Q = 2 \frac{a-c_1-x}{3b}$. Ebből a $P = a - bQ$ összefüggés alapján kiszámolható az ár: $P(Q) = \frac{a+2c_1+2x}{3}$.

A fogyasztói többlet a korábban is alkalmazott képlet alapján: $FT = \frac{(a-p)*q}{2}$, ami ebben a helyzetben az egyszerűsítések után: $FT = 2 \frac{(a-c_1-x)^2}{9b}$.

A profitok összeadásával meghatározható a termelői többlet:

$$TT = 2(p - c_1 - x)q_1 = 2 \frac{(a - c_1 - x)^2}{9b}$$

amelyből a jólét:

$$W_{cournot} = TT + FT = 4 \frac{(a - c_1 - x)^2}{9b}$$

Versenyzői egyensúly esetén az ár egyenlő a határköltséggel, $W = \frac{(a-c_1-x)^2}{2b}$

Most vizsgáljuk meg a most bemutatott azonos termelési határköltségű, aszimmetrikus információs modellben a kiépített kapacitás nagyságát:

$$Q = \frac{6a - \bar{c}_2 - 6x - \underline{c}_2 - 4c_1}{18b} + \frac{3a - 3x + \underline{c}_2 + \bar{c}_2 - 5c_1}{9b} = \frac{12a - 12x + \underline{c}_2 + \bar{c}_2 - 14c_1}{18b}$$

A korábban kiszámolt ár $\left(\frac{6a+12x-\underline{c}_2-\bar{c}_2+14c_1}{18}\right)$ felhasználásával meghatározható a

fogyasztói többlet: $FT = \frac{(12a-12x+\underline{c}_2+\bar{c}_2-14c_1)^2}{2*18^2b}$.

A holtteher veszteséghez kiszámolásához szükséges termelői többlet meghatározása:

$$TT = \frac{2(6a - 6x - \underline{c}_2 - \bar{c}_2 - 4c_1)}{2 * 18} * \frac{12a - 12x + \underline{c}_2 + \bar{c}_2 - 14c_1}{18b}$$

A fogyasztói és a termelői többlet összege:

$$W = FT + TT = \frac{(24a - 24x - \underline{c}_2 - \bar{c}_2 - 22c_1)(12a - 12x + \underline{c}_2 + \bar{c}_2 - 14c_1)}{2 * 18^2b}$$

A költségekre vonatkozó $\bar{c}_2 = c_1 + \Delta c$ és $\underline{c}_2 = c_1 - \Delta c$ feltételeket alkalmazva:

$$W = \frac{(24a - 24x - 24c_1)(12a - 12x - 14c_1)}{2 * 18^2b}$$

A modellben az azonos költség szint mellett kialakul jóléti veszteség szintjének meghatározásához elvégeztem a $W_{modell} - W_{cournot}$ illetve a $W_{modell} - W_{tökéletes verseny}$ számolásokat:

$$W_{modell} - W_{cournot} = \frac{(24a - 24x - 24c_1)(12a - 12x - 14c_1)}{2 * 18^2 b} - 4 \frac{(a - c_1 - x)^2}{9b} = 0$$

vagyis ebben a költség helyzetben nincs eltérés a két modell által okozott holtteher veszteség mértékében.

$$W_{modell} - W_{tökéletes verseny} = \frac{(24a - 24x - 24c_1)(12a - 12x - 14c_1)}{2 * 18^2 * b} - \frac{(a - c_1 - x)^2}{2b}$$

a műveletek elvégzése után:

$$W_{modell} - W_{tökéletes verseny} = -36(a - c_1 - x)^2, \text{ mely negatív.}$$

Összefoglalva elmondható, hogy a kifejlesztett modell minden esetben holtteher veszteséget okoz.

Ha a második vállalat határköltsége az alacsonyabb $\underline{c}_2$ -vel egyenlő, akkor a Δc nagyságától függően az információ hiánynak lehet negatív és pozitív hatása is a jólétre.

Az $MC = \bar{c}_2$ teljesülése esetén az információ hiánya a teljes információs Cournot modellnél jóléti szempontból kedvezőtlen, azonos költség szint mellett pedig az információs hiánya miatt nincs eltérés a modellekben.

5. ÖSZEFoglalás

A dolgozatban vizsgált modell abban különbözik az eddigiekben ismert modellektől, hogy egy olyan integrált modellt állít fel, amelyben a kapacitáskorlátról való döntés és az aszimmetrikus információs helyzet egyszerre jelen van.

Kiindulópontnak azt a döntési szituációt tekintetem, ahol a vállalat egy problémátérben találja magát, a probléma megoldása érdekében döntési folyamaton halad keresztül, végül döntésre kényszerül. A döntés a bemutatott elméleti irányzat szerint racionális elvekre épül.

A modell minden egyes egyenlete nem kerül részletes levezetésre ebben a tanulmányban, a főbb egyenleteket vázlatosan bemutattam, melyek szemléltetik a lényeges összefüggéseket.

A leírt gondolatok bemutatták a döntés lényegét és azt a folyamatot, amely felvázolja azokat a lépéseket, melyek a döntés meghozatalához szükségesek.

Az aszimmetrikus információs modell eredményeiről röviden összefoglalva elmondható, hogy az információs hiányban szenvedő első vállalat többet termel, mint a 2. vállalat, ha annak termelési költsége magasabb, és kevesebbet termel, ha 2. vállalat alacsonyabb termelési költséggel tud termelni. Az elemzés alapján kijelenthető, hogy azonos határköltségek esetén a rosszul informált vállalatnak nem származik vesztesége az információhiányból. A profit nagyságának vizsgálata során megállapítottam, hogy az első vállalat számára kedvezőbb, ha a második vállalat kisebb kapacitást épít ki.

A modell paramétereinek Cournot-moddal történő összehasonlításából kiderült, hogy ha az első vállalat termelési költsége nagyobb, mint a 2. vállalaté a most kifejlesztett modellben az első vállalat többet termel, mint teljes információ mellett Cournot helyzetben, alacsonyabb egyensúlyi ár alakul ki a piacon, de a többlettermelés eredményeképpen magasabb profitot tud elérni. A másik esetben, ha az első vállalat kisebb termelési határköltséggel termel, mint a 2. vállalat, akkor a bemutatott modell esetében az első vállalat kevesebbet termel, magasabb az egyensúlyi ár, de alacsonyabb profitot tud elérni.

Ezt követően kiszámoltam a különböző modellek termelői és fogyasztói veszteségét, majd megvizsgáltam, hogy a három modell közül melyik okoz nagyobb jóléti veszteséget.

Bebizonyítottam, hogy ha a második vállalat határkölsége az alacsonyabb c_2 -vel egyenlő, akkor a jólétnek az információhiánnyal kapcsolatos megváltozása a jóléti szempontból lehet előnyös, vagy káros, a modell paramétereitől függően, de ha a második vállalat esetében az $MC = \bar{c}_2$ egyenlőség teljesül, akkor Cournot-modellben működő vállalatok holtteher vesztesége nagyobb, mint az aszimmetrikus modellnél.

A modell akárcsak a Cournot- vagy a Bertrand-oligopóliumok a valóság nagyfokú leegyszerűsítéseivel próbál egy piaci döntési szituációt bemutatni. A modellem feltevéseinek két jelentősebb gyenge pontja van: egyrészt a valóságot rendkívüli módon leegyszerűsíti, másrészt a gazdasági szereplők döntéseit egyetlen vezérelvre, a maximalizáló viselkedésre vezetem vissza. Ezért a jövőben további kutatásom célja, hogy az eddig elért eredményekből kiindulva, és az erős feltételezések feloldásával modellt továbbfejlesszem.

Kutatásom folytatására több lehetőséget is van, mert jelenlegi dolgozatomban csak a legegyszerűbb, kétszereplős, kétlépéses, egyoldalúan aszimmetrikus információs esetet vizsgáltam meg, melyben a keresleti függvény lineáris, és a valószínűségek egy konkrét értéket vehetnek fel. Így a jövőben lehetőséget látok egy olyan modell megalkotására, mely többszereplős, többlépéses, többoldalúan aszimmetrikus és ahol a valószínűségi feltevések nem egyenletes eloszlás szerint alakulnak.

IRODALOMJEGYZÉK

- Akerlof, George A. (1970): The market for „lemons”: quality uncertainty and the market mechanism. *Quarterly Journal of Economics*, 84: 488–500
- Dasgupta P – Maskin E (1986): The Existence of Equilibrium in Discontinuous Economic Games, II: Applications, *The Review of Economic Studies*, 27-41.o
- Davidson. C - Deneckere R. (1986): Long-run competition in capacity, short-run competition in price, and the Cournot model, *Rand Journal of Economics*, 404-415 o.
- Davidson. C - Deneckere R. (1990): Excess capacity and collusion. *International Economic Review*, 31, 521-541. o
- Gömöri A. (2001): Információ és interakció. Bevezetés az információs aszimmetria közgazdasági elméletébe. Typotex, Budapest
- Kovenock, D.- Suddhasatwa, R. (1998): Dynamic capacity choice in a Bertrand Edgeworth framework, *Journal of Mathematical Economics*, 29, 135-160. o.
- Kreps D. M – Scheinkman José A.(1983): Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcomes, *The Bell Journal of Economics*, 326-337. o
- Sugden, R (2000): Credible Worlds: The Status of Theoretical Models in Economics. *Journal of Economic Methodology*, 7. évfolyam 1. szám, 1-31 o.
- Tasnádi A. (2001): A Bertrand–Edgeworth-oligopóliumok, *Közgazdasági Szemle*, XLVIII. évf., december, 1081–1092. o
- Vincze J: Miért és mitől védjük a fogyasztókat? Aszimmetrikus információ és/vagy korlátozott racionalitás, *Közgazdasági Szemle*, LVII évf, 2010 szeptember, 725-752. o