



Tolongó teherrel terhelt falazat vizsgálata

Tudományos Diákköri Konferencia 2011



szerző: Salát Zsófia
építészmérnök hallgató
IV. évfolyam

konzulens: dr. Sajtos István
egyetemi docens, tanszékvezető

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Szilárdságtani és Tartószerkezeti Tanszék

Absztrakt

Dolgozatomban falazóelemekből készült kitöltő és válaszfalakat vizsgálok vízszintes irányú terhekre. Ezen terhek egy speciális ága a vonal mentén megoszló, 1,20 m magasságban ható, úgynevezett tolongó teher. Ezt olyan előadótermekben, sportcsarnokokban, színházakban kell figyelembe venni, ahol embertömegek torlódása várható. Az utóbbi időben több tömegrendezvényen fordultak elő különféle balesetek, melyeket tolongó tömeg idézett elő. Ez indokoltá teszi a téma részletes vizsgálatát. Dolgozatomban bemutatom a szabványok erre vonatkozó előírásait és irányelveit, melyek azonban nem kielégítő részletességűek. Azt vizsgálom, hogyan függ a falak teherbírása az ilyen típusú teherre a falazat megtámasztási viszonyaitól és geometriai adottságaitól (pl. oldalak aránya, fal vastagsága). A számításokat a vasbeton lemezeken alkalmazott törésvonal elmélet adaptálásával végzem, a Wolfram Mathematica program segítségével. Külön foglalkozom a téglafalak azon speciális tulajdonságaival, melyeket a modell nem tartalmaz, de a teherbírást módosíthatják (pl. önsúly változása a fal mentén függőlegesen, a törésvonalak szöge a falazóelemek geometriájának függvényében).

Tartalom

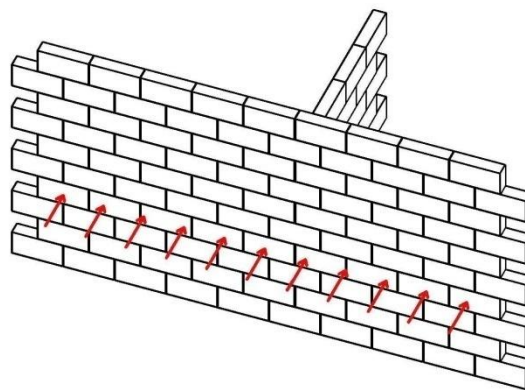
1. Bevezetés.....	4
2. Törésmélet alkalmazása	5
2.1. Vasbeton lemezek törésmélete	5
2.2. Egyensúlyi módszer	6
2.3. Energia módszer	6
2.4. A törésmélet átvétele falazatok teherbírásának számításához.....	7
3. Falazat törőnyomatékának számítása	8
3.1 Az Eurocode alkalmazása	8
3.2 Az Ausztrál Szabvány alkalmazása.....	9
3.3 A két szabvány összehasonlítása.....	10
4. Megtámasztási viszonyok	12
4.1 Megtámasztások.....	12
4.2. Falazat lehetséges megtámasztási viszonyai	13
5. A számítás menete – energia módszer	14
5.1. Globális törés.....	15
5.2. Lokális, aszimmetrikus törés.....	17
5.3. Szimmetrikus lokális törés	18
5.4. A kapott eredmények értelmezése.....	20
6. Különböző geometriájú és megtámasztású falak összehasonlítása.....	23
6.1. Különböző magasságú falak.....	23
6.2. Különböző megtámasztású falak.....	24
7. Falak teherbírásának összehasonlítása a teher tervezési értékével.....	26
8. Az önsúly figyelembevétele a teherbírás meghatározásakor	28
9. Törésvonalak lehetséges szögei a tégl méreteknél megfelelően	30
9.1. Törésvonalak korlátozása adott meredekségekre.....	30
9.2. Meredek törésvonalak tulajdonságai	31
10. Összefoglalás.....	35
11. Irodalomjegyzék.....	36

1. Bevezetés

Embertömegek befogadására alkalmas helyiségekben, például sportcsarnokokban, előadó- és koncerttermekben, szórakozóhelyeken gyakran előfordul tolongás, lökdösődés, illetve minden olyan rendezvényen, ahol tömeg gyűlik össze, veszélye van a pánik kialakulásának. Ilyenkor a tömeg mozgása sokféle bajt okozhat. Sokszor nem is derül ki pontosan, hogy mi okozta emberek halálát egy ilyen szituációban.

A tömeg ereje akkorára nőhet, hogy kontrollálása lehetetlenné válik. [1] szerint az emberek halálát legtöbbször nem az összetaposás, hanem a fulladás okozza. Egy baleset után a helyszínen álló meghajlott acél rács vizsgálata során azt állapították meg, hogy a rácsot több mint 4,5 kN erővel nyomták. Amikor egy határoló fal a tömegnek ezen nyomóerejének nem tud ellenállni, a fal összeomlása további balesetet okozhat. Ez történt például 2000-ben Durban-ban (Dél-Afrika), ahol három tizenéves fiú egy könnygázgránátot dobott a tanév végét ünneplő fiatalok közé. A kialakult pánikban egy téglafal összedőlt, ami többek halálát okozta.

Vagyis az ilyen tehernek kitett falakat erre méretezni kell. Ez a vízszintes teher nem teherhordó válaszfalak esetében lehet mértékadó. Az Eurocode [2] szerint az olyan területeknél, ahol embertömegek torlódása várható (p. sportcsarnokok, lelátók, színházak, gyűlés- és előadótermek) az elválasztó falakra 1,2 m magasan ható vízszintes teher értéke 3 kN/m. Összehasonlításképpen: pl. lakások, szállodák, irodák és iskolák esetében ez a teher csupán 0,5 kN/m, egyéb középületekben pedig 1 kN/m.



1.1. ábra: Vízszintes vonal mentén megoszló terhelés falazaton

A vonatkozó irodalomban sokszor találkoztam falazatok vízszintes terhelésének vizsgálatával, azonban ez minden esetben felület mentén egyenletesen megoszló terhelés volt. Tipikus ilyen a szélteher, a földrengés és a robbanásból származó teher. Jellemzően Ausztrál és Új-Zélandi cikkekben foglalkoznak a témával. Az Eurocode is csupán felületen megoszló teher esetére adja meg a megengedhető oldalarányokat, vonal menti teherre nem tér ki.

A dolgozat első felében a szakirodalom alapján megismert, a dolgozatban felhasznált elveket, módszereket és szabályozásokat foglalom össze. A második felében a vonal mentén megoszló teherre végzek számításokat terheletlen válaszfalakon, és különféle szempontok szerint vizsgálom és értékelem az eredményeket. A számításokat és a grafikonokat a *Wolfram Mathematica* programmal készítettem.

2. Törésmélet alkalmazása

2.1. Vasbeton lemezek törésmélete [3], [4]

Vasbeton lemezek képlékenységtanában alapvetően két számítási módszert alkalmaznak: a statikai és a kinematikai módszert.

Statikai módszer:

Azokat az igénybevétel-eloszlásokat, melyek egyaránt kielégítik egy lemez egyensúlyi, statikai, kerületi valamint folyási feltételeit, statikailag elérhető igénybevétel-eloszlásnak nevezzük. Ha egy teherintenzitáshoz található egy statikailag elérhető igénybevétel-eloszlás, akkor ennek statikailag elérhető teherintenzitása a neve. A statikai tétel kimondja, hogy a lemez terhének törőintenzitása nagyobb, vagy egyenlő bármelyik statikailag elérhető teherintenzitásnál.

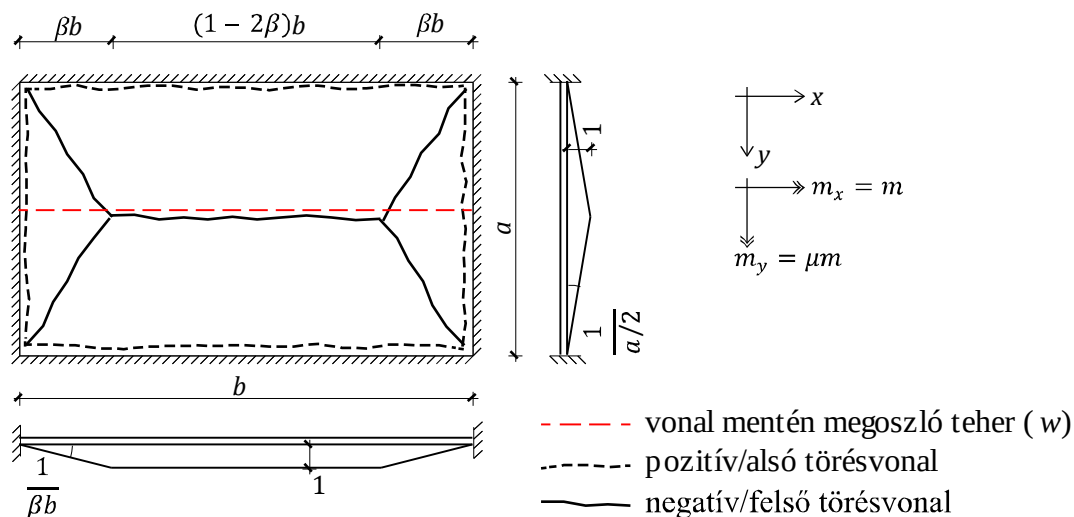
Kinematikai módszer:

Ha a külső teher elegendően nagy ahhoz, hogy legyőzze az igénybevételek által kifejtett ellenállást, vagyis a folyási mechanizmus munkája közben a külső erők munkája eléri, vagy meghaladja az igénybevételek munkáját, akkor ezt kinematikailag elégséges teherintenzitásnak nevezzük. A kinematikai tétel szerint a lemez terhének törőintenzitása kisebb, vagy legfeljebb akkora, mint bármelyik kinematikailag lehetséges teherintenzitás.

Mivel a lemez terhének törőintenzitása kinematikailag elégséges és statikailag elérhető, ha egy teherintenzitásról kimutatható, hogy mindkettő igaz rá, akkor az a lemez törőintenzitása.

A lemez terhének törőintenzitása kisebb, vagy egyenlő, mint a legkisebb kinematikailag elégséges teherintenzitás. A továbbiakban a kinematikai módszert alkalmazom.

A Johansen-féle törésmélet alapján a teherbírás felső korlátja meghatározható egyensúlyi és energia módszerrel.



2.1 ábra: A vasbeton lemez törésképeének geometriája

A 2.1 ábrán látható négy-oldalt befogott, rétegesen orthotróp vasalású vasbeton lemezt a hosszabbik oldalával párhuzamosan, mezőközepén terheljük w nagyságú, vonal mentén megoszló teherrel. A lemez $a \cdot b$ méretű, nyomatéki teherbírása x irányban m , y irányban μm ,

mind az alsó, mind a felső síkban. Vizsgáljuk a „boríték alakú” törésképet, ahol a geometriai paraméter β , ami a háromszög alakú lemezdarab magasságának, és az oldalhossznak az arányát fejezi ki.

2.2. Egyensúlyi módszer

Végezzük el a törőteher számítását egyensúlyi módszerrel. A módszer lényege, hogy a törésvonalak és a lemez szegélyei által határolt minden egyes lemezdarab egyensúlyban van. A lemezdarabokra hatnak a külső terhek, továbbá a törésvonalak és alátámasztások mentén nyíróerők és hajlítónyomatékok.

Optimális helyzetű törésvonalak mentén a nyíróerő 0. Törésvonalak szabad szegéllyel, vagy törésvonallal való találkozása esetén azonban csomóponti erők lépnek fel. Azonos oldalon keletkező törésvonalak esetén ezek értéke is 0. Esetünkben a mezőben lévő csomópontokban a csomóponti erők értéke 0. A hajlítónyomatékok nagysága a megfelelő értelmű törőnyomatékkal azonos. A ferde törésvonalat képzeletben x és y tengellyel párhuzamos, elemi méretű darabokból álló törésvonallal helyettesítjük. Ezeknek az x illetve y irányú elemi daraboknak az együttes hossza a törésvonal x illetve y irányú vetületi hosszával azonos. Ezek mentén pedig a hajlítónyomaték m_x és m_y .

Írjunk fel nyomatéki egyensúlyi egyenletet az egyik háromszög alakú lemezdarab támasz vonalára. Az egyenlet bal oldalán a teherből származó nyomaték, a jobb oldalon pedig a törésvonalak mentén működő nyomaték szerepel. Ferde törésvonal mentén csak az y irányú nyomaték forgat a tengely körül.

$$w \cdot \beta b \cdot \frac{\beta b}{2} = \mu m \cdot a + 2 \cdot \mu m \cdot \frac{a}{2} \quad (2.1)$$

Írjunk fel nyomatéki egyensúlyi egyenletet az egyik trapéz alakú lemezdarab támaszvonala.

$$w \cdot (1 - 2\beta)b \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} = m \cdot b + m \cdot (1 - 2\beta)b + 2 \cdot m \cdot \beta b \quad (2.2)$$

A (2.1)-(2.2) egyenletrendszer megoldva a törőteher:

$$w = \frac{8m(b^2 + \mu a^2 + a\sqrt{\mu(2b^2 + \mu a^2)})}{ab^2} \quad (2.3)$$

2.3. Energia módszer

Végezzük el a törőteher számítását energia módszerrel is. A módszer a külső és belső munkák egyenlőségén alapszik. Írjuk fel a külső erő munkáját. A vízszintes törésvonal egységnyit mozdul el. Így a teher munkája megegyezik annak a trapéznek a területével, amit teher vonala sűrű az elmozdulás során.

$$L_k = w \cdot 1 \cdot \left((1 - 2\beta)b + 2 \cdot \frac{\beta b}{2} \right) \quad (2.4)$$

A belső munka a törésvonalak elfordulásának, és a törésvonal mentén működő törőnyomatékoknak a szorzataként adódik. A belső munkát felírhatjuk törésvonalanként vagy lemezdarabonként. Én a második módszert választom. A háromszög alakú lemezdarabok abszolút elfordulása (a támasz körül) $\frac{1}{\beta b}$, a törésvonalak vetületi hosszai erre a tengelyre a és

$2 \cdot \frac{a}{2}$. A trapéz alakú lemezdarabok abszolút elfordulása (a támasz körül) $\frac{1}{a/2}$, a törésvonalak vetületi hosszai erre a tengelyre b , $(1 - 2\beta)b$ és $2 \cdot \frac{\beta b}{2}$. Írjuk fel a belső munkát.

$$L_b = 2 \cdot \frac{1}{\beta b} \cdot \mu m \cdot \left(a + 2 \cdot \frac{a}{2}\right) + 2 \cdot \frac{1}{a/2} \cdot m \cdot \left(b + (1 - 2\beta)b + 2 \cdot \frac{\beta b}{2}\right) \quad (2.5)$$

A belső és külső munka egyenlőségéből

$$w = \frac{4m(2\beta b^2 + \mu a^2)}{a\beta b^2(1 - \beta)} \quad (2.6)$$

A törőteher értéke a $w(\beta)$ függvény minimumaként adódik.

$$\frac{dw}{d\beta} = 0, \quad (2.7)$$

amiből

$$\beta = \frac{-\mu a^2 + a\sqrt{2\mu b^2 + \mu a^2}}{2b^2} \quad (2.8)$$

Ezt $w(\beta)$ -be visszahelyettesítve

$$w = \frac{8m(b^2 + \mu a^2 + a\sqrt{\mu(2b^2 + \mu a^2)})}{ab^2} \quad (2.9)$$

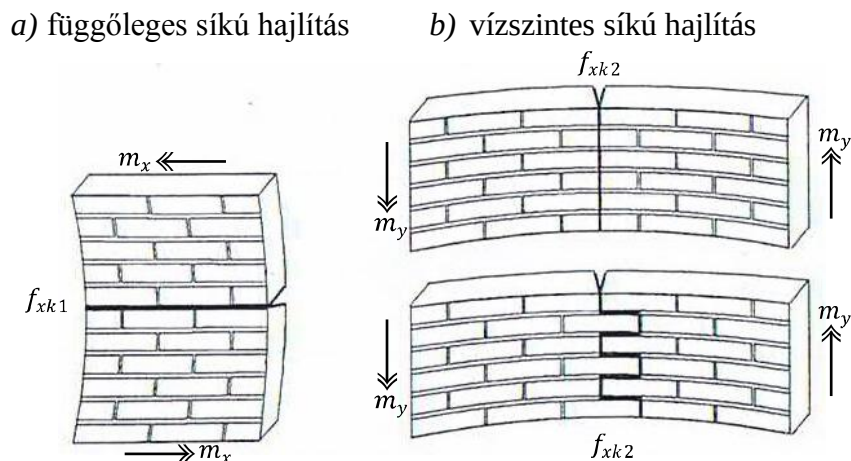
Tehát az egyensúlyi és energia módszerrel is valóban ugyanazt az eredményt kaptuk: a kinematikai elégséges teherintenzitást, ami a törőteher felső korlátja. (2.6),(2.9)

2.4. A törélmélet átvétele falazatok teherbírásának számításához

A képlékeny törésvonal elmélet alkalmazhatósága téglafalakra nem nyilvánvaló. A vasbetonnal ellentétben a falazat rideg, a húzott oldalon feszültség szempontjából képlékeny viselkedést nem mutat. Merevsége és hajlítoszilárdsága is különbözik mind vízszintes mind függőleges irányban. A falazat viselkedése hajlításra mégis hasonló a vasbeton lemezhez, mert a kísérletek alapján az erő-elmozdulás diagramja platóval rendelkezik, ahogy a vasbetoné is. Az általam megismert szakirodalom is ezt a modellt alkalmazza ([5], [7]). A törési kísérletek azt mutatják, hogy a törélmélet alapján számított törőteher eltérhet a valóságtól (legtöbbször nagyobb annál, hiszen a kinematikai módszer eleve felső korlátot ad). Ennek tudatában használhatók az eredmények méretezésre is (pl. nagyobb biztonsági tényezők használatával), de a dolgozatomnak ez nem témája. A célom az, hogy megmutassam, mekkora veszélyt jelent a vizsgált teher a falazatokra: a számított teherbírás érték ugyan nagyobb lehet a valódinál, azonban szokványos méretű falazatok esetében még ez is lényegesen kisebb a teher tervezési értékénél.

3. Falazat törőnyomatékának számítása

A vízszintes tengelyű (x), függőleges síkú hajlító igénybevételt nevezem x irányú nyomatéknak, az igénybevétel m_x . Hasonlóan m_y a függőleges tengelyű (y), vízszintes síkú hajlításból származó igénybevétel (3.1. ábra).



3.1. ábra: Vízszintes és függőleges törésvonal

3.1 Az Eurocode alkalmazása [6]

Az Eurocode (továbbiakban EC) szerint vízszintes irányú teherrel terhelt falazat m_{Rd} nyomatéki teherbírása a szabványban megadott vízszintes (f_{xk2}) és függőleges (f_{xk1}) irányú hajlítószilárdságokból és a falazat keresztmetszeti modulusával számítható mindkét irányban:

$$m_{Rd} = f_{xd} \cdot Z \quad (3.1)$$

$$f_{xd} = \frac{f_{xk}}{\gamma_M} \quad (3.2)$$

Vízszintes tengely körüli hajlítás esetében a szabvány engedi, hogy az önsúly hatását szilárdság növekményként figyelembe vegyük. Vagyis

$$f_{xd1,app} = f_{xd1} + \sigma_d, \quad (3.3)$$

ahol $\sigma_d \leq 0,2f_d$, ahol f_d a falazat nyomószilárdságának tervezési értéke.

Az EC függőleges tengelyű hajlítás esetén az önsúly hatását nem veszi figyelembe a nyomatéki teherbírás számításakor.

Vizsgáljuk meg, hogy a vízszintes és függőleges tengelyű hajlítás esetén milyen igénybevételek lépnek fel a falazatban. Tételezzük fel, hogy a törésvonalak habarcshezágban jönnek létre, vagyis a falazóelem szilárdsága lényegesen nagyobb a habarcs szilárdságánál. (Magyarországon ez a jellemző. Az, hogy falazat törésekor maga a falazóelem törik, pórusbeton falazóelemeknél fordul csak elő.) E kétféle törésvonalra mutat példát a 3.2. ábra.



3.2. ábra: Habarcs hézagban és téglán át futó függőleges törésvonal

Vízszintes hajlítónyomatékvektor esetében a vízszintes habarcs hézagban keletkeznek húzó- és nyomófeszültségek. Ezek felvétele valóban a falazat hajlítószilárdságával és az önsúlyból származó nyomófeszültséggel történik.

Függőleges hajlítónyomatékvektor esetében, mivel a törésvonal habarcs hézagokban jön létre, az igénybevételeket is a habarcs hézagok két síkján vizsgálom. Függőleges habarcs hézagban húzó és nyomófeszültségek keletkeznek, amit ebben az esetben csak a falazat hajlítószilárdsága vesz fel. A vízszintes habarcs hézagokban nyírófeszültségek lépnek fel. A nyírási ellenállást növeli a falazat önsúlyából származó nyomófeszültség. Ezt a hatást az EC nem veszi figyelembe, a függőleges tengely körüli hajlítási teherbírás nem függ a függőleges terhektől. Az, hogy a függőleges tengely körüli hajlítási teherbírásban szerepet játszik a nyírófeszültség, úgy jelenik meg a szabványban, hogy a függőleges hajlítószilárdság értékek jóval nagyobbak, mint a vízszintes hajlításhoz tartozók.

3.2 Az Ausztrál Szabvány alkalmazása [7]

Azért foglalkozom azzal, hogy az Ausztrál Szabvány (továbbiakban AS) szerint hogyan számolható a falazat nyomatéki teherbírása, mert ez elveiben és értékeiben is eltér az EC szerint számolt értékektől.

Az AS a falazat függőleges tengely körüli hajlítása esetén más összefüggést használ a nyomatéki teherbírás meghatározásához. Míg az EC csak a habarcs hézagban futó törésvonalakat vizsgálja, az AS külön számol teherbírást a habarcs hézagban futó, és a téglát is átrepesztő, vagyis egyenes törésvonalra. Az utóbbira a következő empirikus képlet adja a teherbírást (a képletben szereplő mennyiségeket az EC jelöléseinek megfelelően átírtam):

$$m_{Rdy} = 0,44f_dZ_b + 0,56f_{xd1}Z_m \quad (3.4)$$

Z_b a falazóelem keresztmetszeti tényezője, míg Z_m a fekvő habarcs hézagokból számolt keresztmetszeti tényező. Mivel égetett agyag téglafal esetében ez a tönkremenetel nem jellemző, a továbbiakban ezzel a teherbírással nem foglalkozom.

A habarcs hézagban futó függőleges törésvonalhoz tartozó nyomatéki teherbírásra a következő, szintén empirikus összefüggést adja a szabvány:

$$m_{Rdy} = 2k_m\sqrt{f_{xd1}}\left(1 + \frac{\sigma_d}{f_{xd1}}\right)Z \quad (3.5)$$

k_m a falazóelem méreteitől függő tényező: $k_m = \min\left\{\frac{s_m}{h_b}, \frac{s_m}{t_b}, 1\right\}$, ahol s_m a falazatban a téglák átfedésének hossza, h_b a falazóelem magassága, t_b pedig a falazóelem vastagsága. (k_m

értéke jellemzően 1: kisméretű téglá esetén $k_m = \min \left\{ \frac{12}{6,5}, \frac{12}{12}, 1 \right\} = 1$, és $23,8 \cdot 50 \cdot 12$ -es válaszfallap elem esetén ugyancsak $k_m = \min \left\{ \frac{25}{23,8}, \frac{25}{12}, 1 \right\} = 1$.)

Látható, hogy a fal önsúlyából származó feszültség szerepel a (3.5) képletben, vagyis a nyomatéki teherbírás itt is függ a függőleges terhek mértékétől.

3.3 A két szabvány összehasonlítása

Hasonlítsuk össze a két számítás alapján nyert nyomatéki teherbírásokat. Először számoljunk az önsúlyt elhanyagolva. Vizsgálataimban égetett agyag téglával foglalkozom. Legyen $f_m \geq 5 \text{ N/mm}^2$. Ekkor $f_{xk1} = 0,10 \text{ N/mm}^2$, és $f_{xk2} = 0,40 \text{ N/mm}^2$. A dolgozat további példáiban is ezeket a hajlítószilárdsági adatokat használom. 2B megvalósulási kategóriájú falazat esetén $\gamma_M = 2$. Legyen ebben az összehasonlításban a fal 12 cm vastag.

A vízszintes tengely körüli nyomatéki teherbírás az EC és az AS szerint:

$$m_{Rdx} = \frac{0,10}{2} \cdot \frac{1000 \cdot 120^2}{6} \cdot 10^{-6} = 0,12 \text{ kNm/m}$$

A függőleges tengely körüli nyomatéki teherbírás az EC szerint:

$$m_{Rdy} = \frac{0,40}{2} \cdot \frac{1000 \cdot 120^2}{6} \cdot 10^{-6} = 0,48 \text{ kNm/m}$$

A függőleges tengely körüli nyomatéki teherbírás az AS szerint a (3.5) egyenletről:

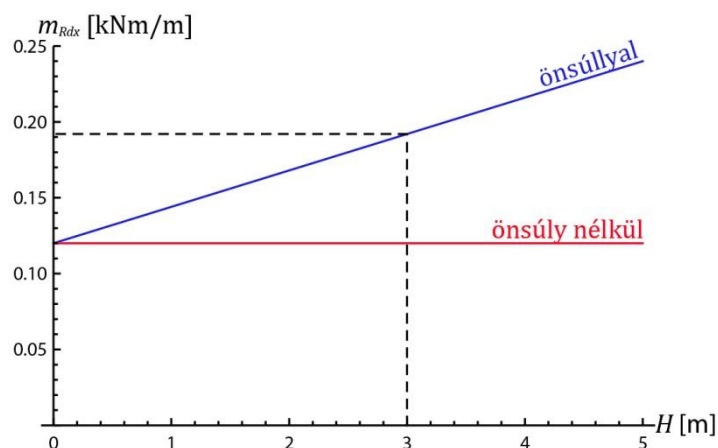
$$m_{Rdy} = 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{\frac{0,10}{2}} \left(1 + \frac{0}{0,10/2} \right) \frac{1000 \cdot 120^2}{6} \cdot 10^{-6} = 1,07 \text{ kNm/m}$$

Látható, hogy AS lényegesen nagyobb teherbírást ad anélkül is, hogy az önsúlyt figyelembe vennénk. A továbbiakban az EC szerint számolom a teherbírásokat.

Nézzük meg, hogyan változik a vízszintes irányú törőnyomaték, ha az önsúlyt is figyelembe vesszük. Porotherm 12 N+F válaszfal elemből készült fal 1 m²-ének a tömege 120 kg, melynek súlya 1200 N. Így $\sigma_d = \frac{H \cdot 1200}{1000 \cdot 120}$ a fal alján. Az önsúly alapértékével számolok, hiszen itt az 1-nél nagyobb biztonsági tényező indokolatlan. A $\sigma_d \leq 0,2f_d$ feltétel 22,5 m-nél alacsonyabb falaknál teljesül.

$$m_{Rdx} = \left(\frac{0,40}{2} + \frac{H \cdot 1200}{1000 \cdot 120} \right) \cdot \frac{1000 \cdot 120^2}{6} \cdot 10^{-6} = (0,48 + 0,024h) \text{ kNm/m}$$

Az önsúly figyelembe vétele 3 m magas fal alján 1,6-szoros teherbírást eredményez (ld. a 3.1. grafikonon).



3.1 grafikon: A falazat vízszintes nyomatéki teherbírása a fal alján a magasság függvényében

Az önsúly figyelembe vétele meglehetősen bonyolulttá teszi a számításokat, mivel értéke a fal mentén függőlegesen folyamatosan változik. Vízszintes törésvonal mentén ez kevésbé problémás, mert a vízszintes vonal mentén a feszültség állandó. Függőleges, illetve ferde törésvonal mentén azonban pontról pontra változik az önsúly értéke. Összehasonlításképp a 8. fejezetben még kitérek az önsúly hatására.

4. Megtámasztási viszonyok

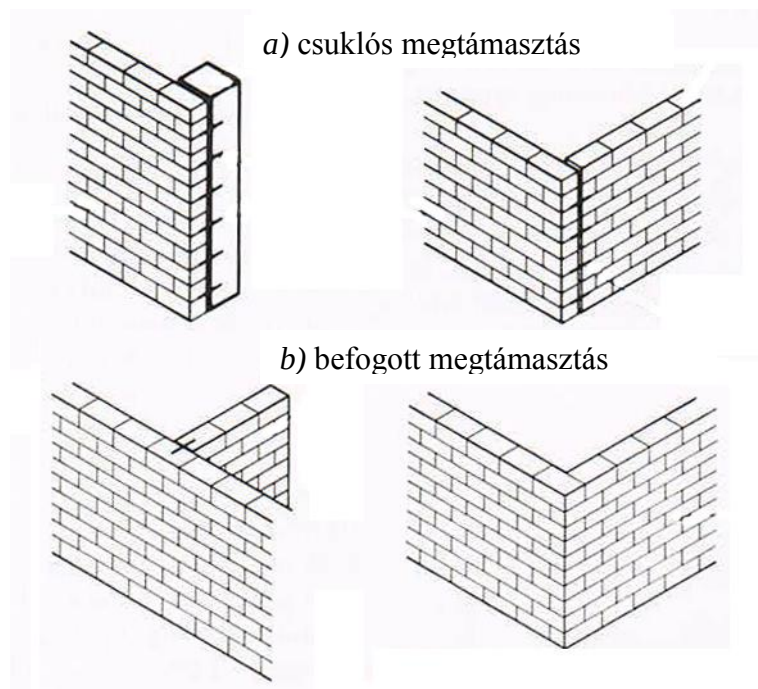
4.1 Megtámasztások [8], [9]

Általánosan azt nevezzük megtámasztásnak, amikor a fal egy olyan szerkezethez van „kötvé”, ami képes a fal terheit hordani. A kapcsolatokat úgy kell megtervezni, hogy azok teherátadásra alkalmasak legyenek.

Egy megtámasztás tekinthető vonal mentén csuklósnak vagy befogottnak. Függőleges támasz általában falpillér, keresztező fal illetve vasbeton vagy acél oszlop lehet (4.1. a) ábra). Vízszintes támaszt tető, földm, vagy gerenda adhat.

A fal alján csak a befogást vizsgálom a falazat önsúlya és a falazás módja miatt.

Fal végén csuklós megtámasztásnak tekinthető az a pillér vagy keresztező fal, mellyel nincs összefalazva, csak összekötve (4.1. a) ábra). Keresztező fallal összefalazva befogott megtámasztást feltételezhetünk (4.1. b) ábra). Falmezőben keresztező fal, mellyel akár összefalazva, akár csak összekötve van, befogásnak tekinthető, mivel vízszintes teherre a fal többtámaszú lemezként viselkedik.



4.1. ábra: a) csuklós és b) befogott függőleges megtámasztások [8]

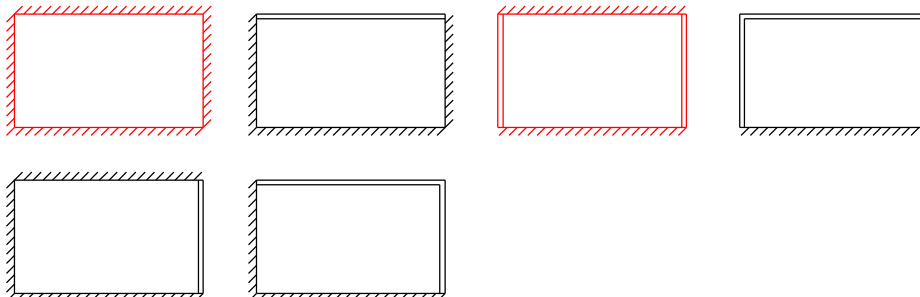
A válaszfalat felső éle mentén legtöbbször kiékelik a földmhez. A kialakítástól függően ez tekinthető csuklós vagy befogott megtámasztásnak. A fal a földmben hagyott sliccbe vezetve illetve rábetonozással szintén befogottnak vehető.

Feltételezem, hogy a megtámasztások mentén a törőnyomaték megegyezik a 3. fejezet szerint számítottal.

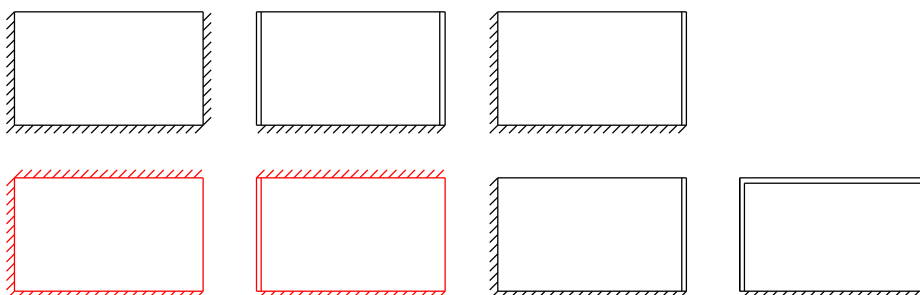
4.2. Falazat lehetséges megtámasztási viszonyai

A nyílás nélküli falak lehetséges megtámasztási viszonyait mutatja be a 4.2. ábra. A dolgozatban csak a nyílás nélküli falakkal foglalkozom.

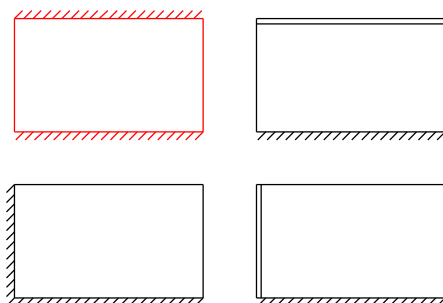
Négy oldalon megtámasztott falak



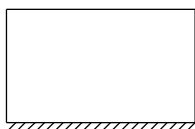
Három oldalon megtámasztott falak



Két oldalon megtámasztott falak



Egy oldalon megtámasztott falak

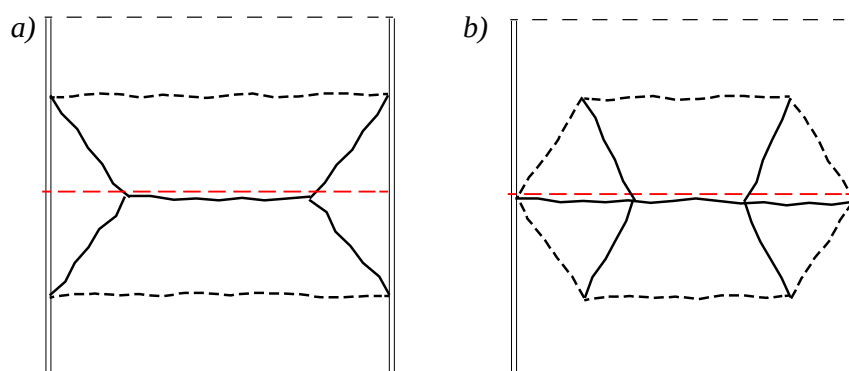


4.2. ábra: téglalap alakú fal lehetséges megtámasztási viszonyai

A 4.2. ábrán pirossal jelölt esetekkel foglalkozom részletesebben a dolgozatban.

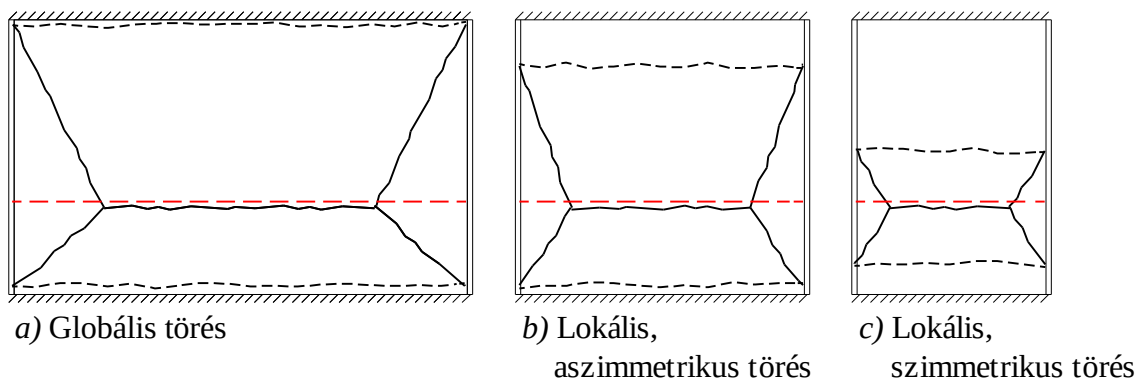
5. A számítás menete – energia módszer

Foglalkozunk először az alul-fölül befogott, két oldalán csuklós megtámasztású fallal. Vonal mentén megoszló teher és szimmetrikus megtámasztási viszonyok esetén a jellemző töréskép „boríték alakú” (5.1.a ábra). Ez a töréskép megfelel a töréskép szerkesztés alapvetéseinek, vagyis a faldarabok merev testként el tudnak fordulni az őket határoló törésvonalak és megtámasztások körül. Természetesen más ilyen töréskép is rajzolható (pl. 5.1.b ábra), de a vonatkozó irodalom alapján legtöbbször „boríték alakú” a mértékadó, ezért a továbbiakban csak ezzel a típusú törésképpel foglalkozom. 5.1.b-re is végeztem számításokat, (melyeket, mivel az itt közölthez hasonló, nem részletezek) és valóban nagyobb törőerőt kaptam eredményül.



5.1.ábra: a) „Boríték alakú” töréskép, b) Egyéb töréskép

A „boríték alakú” a töréskép a fal oldalarányainak függvényében háromféle lehet az 5.2. ábra szerint:



5.2. ábra: Törésképek az oldalarány függvényében

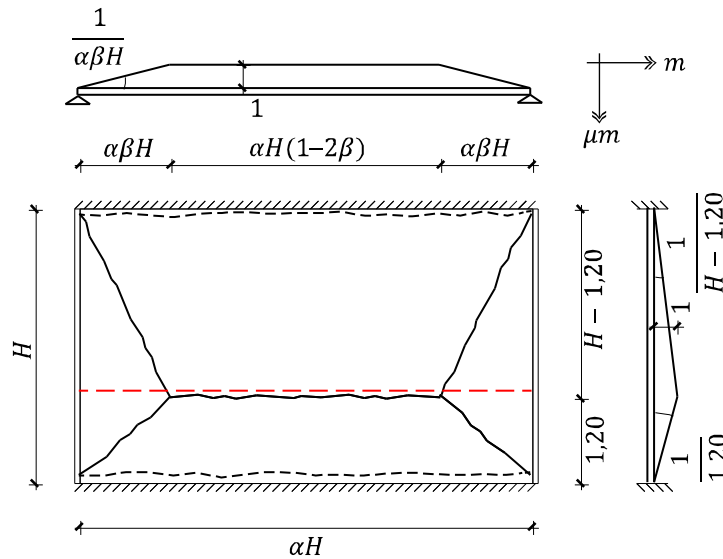
Globális törésnek nevezem az 5.2. ábra első törésképét, mert a törés az egész falat érinti, a fal minden pontja egy elforduló lemezdarab része.

Lokális, szimmetrikus törésnek nevezem az 5.2. ábra harmadik törésképét, mert a törés a fal alsó és felső mezőit nem érinti, és a töréskép a teher vonalára szimmetrikus. (A szimmetrikus jelzőt a másik lokális törésképtől való megkülönböztetés miatt használom.)

Végül lokális, aszimmetrikus törésnek nevezem az 5.2. ábra középső törésképét, mert a törés a fal felső mezőjét nem érinti, a töréskép pedig aszimmetrikus.

5.1. Globális törés

Írjuk fel a globális törésképhez tartozó külső és belső munkák egyenlőségét.



5.3. ábra: A fal és a globális töréskép geometriája

Az 5.3. ábrának megfelelően jelölje:

- H a fal magasságát,
- α a fal hosszának és magasságának hányadosát,
- β azt, hogy a töréskép háromszög alakú részének vízszintes mérete hogy aránylik a fal hosszához. Értelmszerűen $\beta \leq 1/2$
- w a vonal mentén megoszló teher értékét,
- m a vízszintes tengely körüli hajlításhoz tartozó nyomatéki teherbírást,
- μ pedig a függőleges és vízszintes tengely körüli hajlításhoz tartozó nyomatéki teherbírássok arányát.

Ezek közül H , m és μ adottak, β paraméter, és w -t keressük α függvényében.

A teher 1,20 m magasságban hat, a fal hossza mentén végig.

Feltételezzük, hogy a mechanizmus a vízszintes törésvonal mentén egységnyit mozdul el, a teher irányával megegyező irányban.

A teher munkája megegyezik annak a trapéznak a területével, amit a teher vonala síról az elmozdulás során, így

$$L_k = w \cdot \frac{\alpha H + \alpha H(1 - 2\beta)}{2} \cdot 1 \quad (5.1)$$

A belső munkát faldarabonként határozzuk meg.

A háromszög alakú darabok elfordulása a fal függőleges pereme körül $\frac{1}{\alpha\beta H}$, az alsó trapéz a fal alsó éle körül $\frac{1}{1,20}$, a felső trapéz a fal felső pereme körül pedig $\frac{1}{H-1,20}$.

A háromszög alakú darabok két ferde éle mentén jön létre törésvonal, a harmadik él csuklós megtámasztású. Ezen vonalak hosszának vetületösszege a forgástengelyre H . A trapéz alakú

darabok minden oldala mentén törésvonal jön létre. Ezek hosszának vetületösszege a forgástengelyre $2\alpha H$.

$$L_b = 2 \cdot \frac{1}{\alpha\beta H} \cdot \mu m \cdot H + \frac{1}{1,20} \cdot m \cdot 2\alpha H + \frac{1}{H - 1,20} \cdot m \cdot 2\alpha H \quad (5.2)$$

A külső és belső munka egyenlő:

$$L_k = L_b, \quad (5.3)$$

amiből

$$w = - \frac{m(25\alpha^2\beta H^2 - 36\mu + 30H\mu)}{3\alpha^2(-1 + \beta)\beta H(-6 + 5H)} \quad (5.4)$$

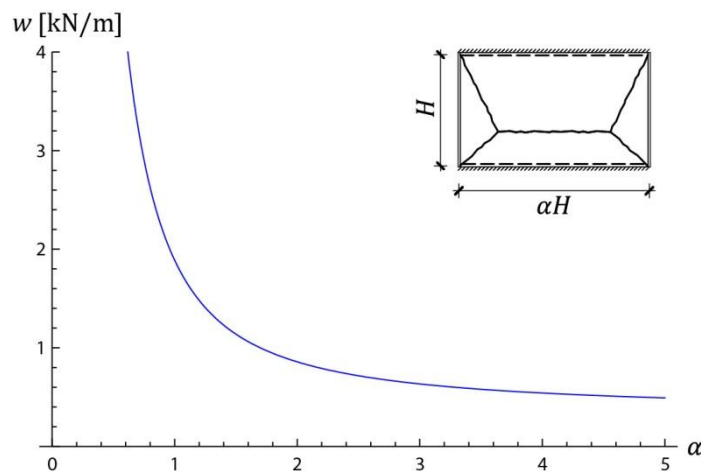
A kinematikai tétel szerint minden olyan w_i terhelés, amely megfelel egy kinematikailag lehetséges törési mechanizmusnak, nagyobb a w_R tényleges teherbírásnál, vagy legfeljebb egyenlő azzal. Vagyis a törőteher tényleges értékét a $w(\beta)$ függvény minimumaként kapjuk:

$$\frac{dw}{d\beta} = \frac{m(25\alpha^2\beta^2 H^2 - 36\mu - 72\beta\mu - 30H\mu + 60\beta H\mu)}{3\alpha^2(-1 + \beta)^2\beta H(-6 + 5H)} = 0, \quad (5.5)$$

amiből

$$\beta = \frac{72\mu - 60H\mu + \sqrt{-100\alpha^2 H^2 (36\mu - 30H\mu) + (-72\mu - 60H\mu)^2}}{50\alpha^2 H^2} \quad (5.6)$$

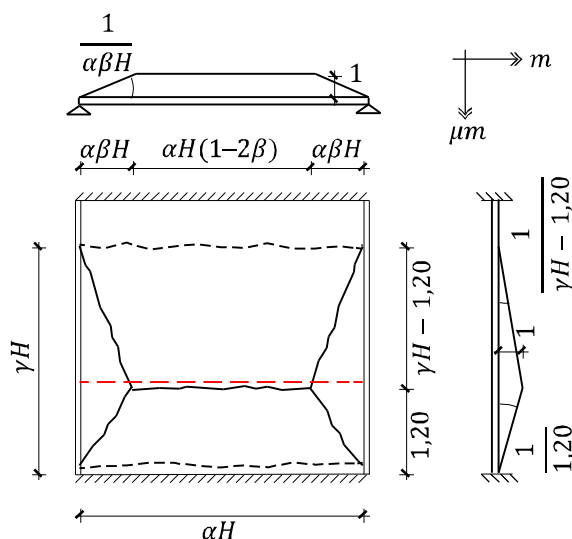
Ezt helyettesítsük vissza (5.4) egyenletbe. A 3.3 fejezetben kiszámoltak szerint $m = 0,12 \text{ kNm/m}$, $\mu = 4$. A magasság legyen $H = 3 \text{ m}$. Ábrázoljuk ekkor w -t α függvényében, vagyis a 3 m magas fal törőterhét a fal hossza és magassága arányának függvényében (5.1. grafikon).



5.1. grafikon: A törőteher az oldalarány függvényében globális töréskép esetén, $H=3 \text{ m}$, $t=12 \text{ cm}$

5.2. Lokális, aszimmetrikus törés

Írjuk fel a lokális, aszimmetrikus törésképhez tartozó külső és belső munkák egyenlőségét az 5.4. ábra alapján.



5.4. ábra: Aszimmetrikus lokális töréskép geometriája

Jelölje γ a töréskép magasságának és a fal magasságának hányadosát. $\gamma \leq 1$, hiszen egyenlőség esetén már a globális törésképet kapjuk.

A külső munka megegyezik az eddig felírttal (ld. (5.1) egyenlet)

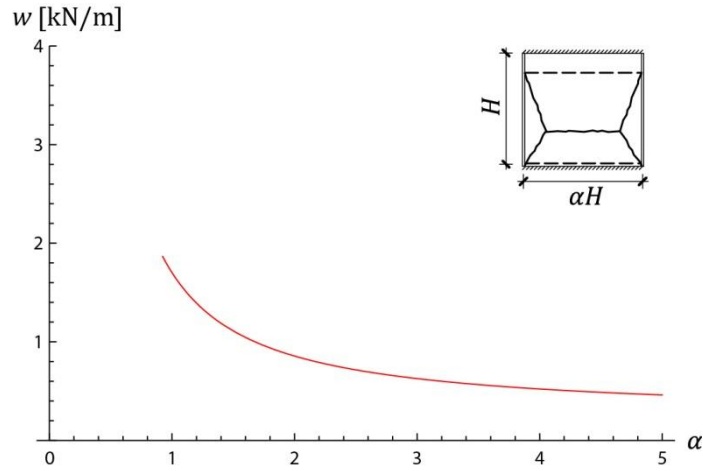
A belső munkát ismét faldarabonként határozzuk meg.

A háromszög alakú darabok elfordulása a fal függőleges pereme körül ismét $\frac{1}{\alpha\beta H}$, az alsó trapézé a fal alsó éle körül pedig $\frac{1}{1,20}$, a felső trapézé a fal felső pere körül azonban változik: $\frac{1}{\gamma H - 1,20}$.

A háromszög alakú darabok mentén létrejövő törésvonalak hosszának vetületösszege a forgástengelyre γH , a trapéz alakú darabok mentén létrejövőké pedig $2\alpha H$.

$$L_b = 2 \cdot \frac{1}{\alpha\beta H} \cdot \mu m \cdot \gamma H + \frac{1}{1,20} \cdot m \cdot 2\alpha H + \frac{1}{\gamma H - 1,20} \cdot m \cdot 2\alpha H \quad (5.7)$$

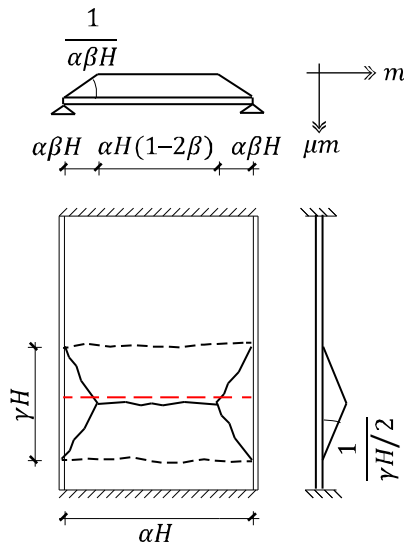
$L_k = L_b$ egyenletből w -t kifejezve, a $\frac{\delta w}{\delta \beta} = 0$ és $\frac{\delta w}{\delta \gamma} = 0$ egyenletrendszer megoldva, majd a kapott értékeket $w(\beta, \gamma)$ visszahelyettesítve, az 5.2. grafikonon látható $w(\alpha)$ teherbírási görbét kapjuk:



5.2. grafikon: A törőteher az oldalarány függvényében aszimmetrikus lokális töréskép esetén, $H=3$ m, $t=12$ cm

5.3. Szimmetrikus lokális törés

Végül írjuk fel a lokális, szimmetrikus törésképhez tartozó külső és belső munkák egyenlőségét az 5.5. ábra szerint.



5.5. ábra: Szimmetrikus lokális töréskép geometriája

Ebben az esetben $\gamma H \leq 2 \cdot 1,20$, vagyis $\gamma \leq \frac{2,40}{H}$.

A külső munka megegyezik az eddig felírttal (ld. (5.1) egyenlet).

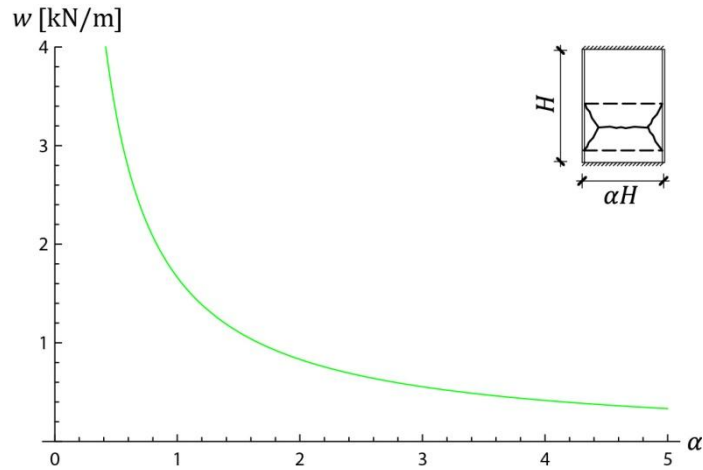
A belső munkát ismét faldarabonként határozzuk meg.

A háromszög alakú darabok elfordulása a fal függőleges pereme körül ismét $\frac{1}{\alpha\beta H}$, a trapéz alakúaké pedig $\frac{1}{\gamma H/2}$.

A háromszög alakú darabok mentén létrejövő törésvonalak hosszának vetületösszege a forgástengelyre γH , a trapéz alakú darabok mentén létrejövőké pedig $2\alpha H$.

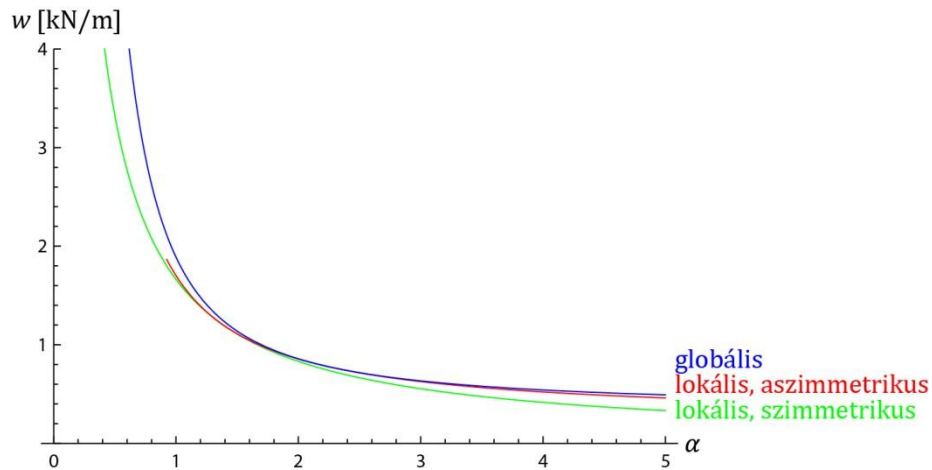
$$L_b = 2 \cdot \frac{1}{\alpha\beta H} \cdot \mu m \cdot \gamma H + 2 \cdot \frac{2}{\gamma H} \cdot m \cdot 2\alpha H \quad (5.8)$$

A minimumkeresés ebben az esetben az 5.3. grafikon szerinti teherbírási görbét eredményezi:



5.3. grafikon: A törőteher az oldalarány függvényében szimmetrikus lokális töréskép esetén, $H=3$ m, $t=12$ cm

5.4. A kapott eredmények értelmezése



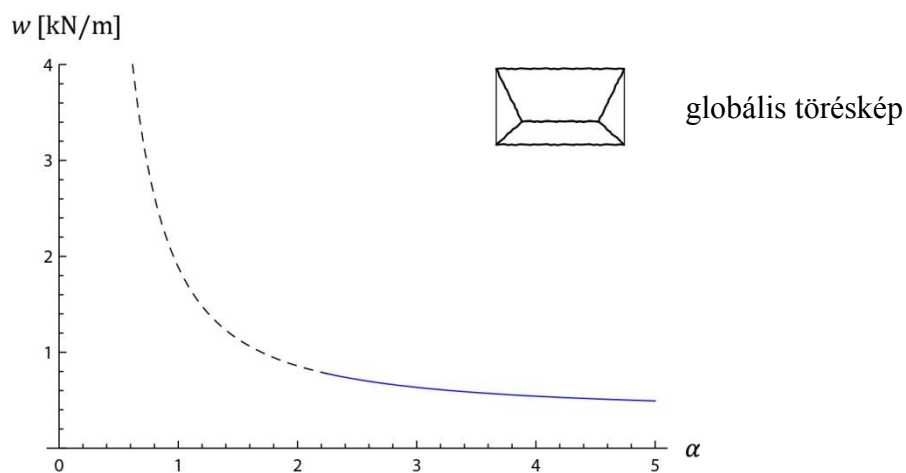
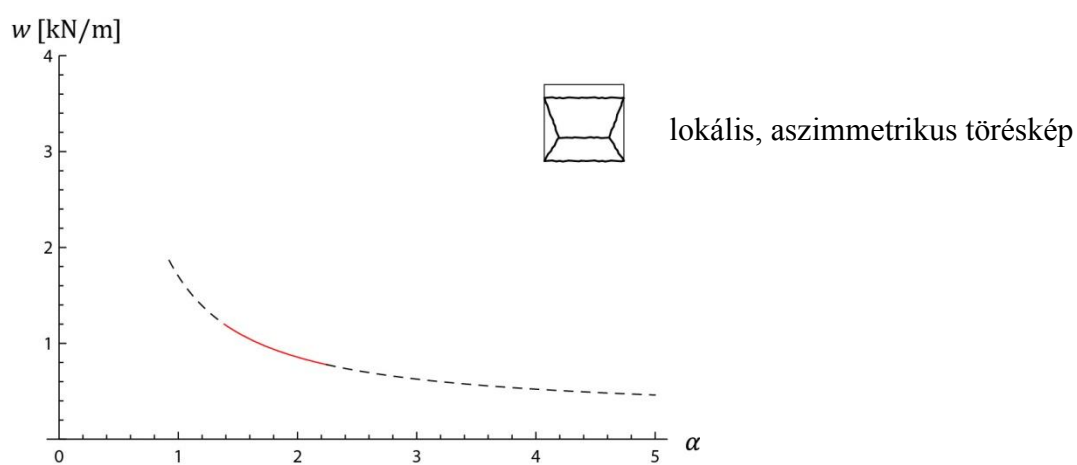
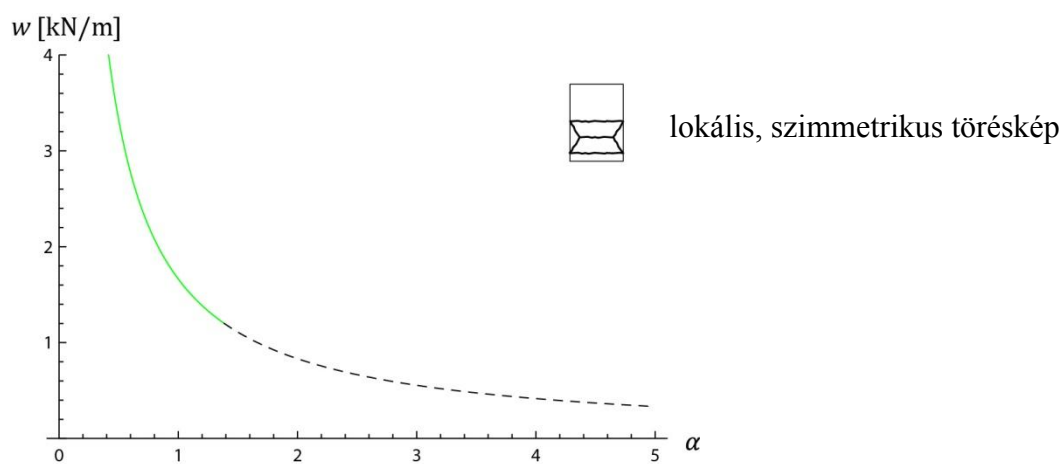
5.4. grafikon: A háromféle törésképhez tartozó görbék együtt ábrázolva,
 $H=3$ m, $t=12$ cm

A lokális, szimmetrikus töréskép csak ott értelmezhető, ahol a töréskép magassága kisebb 2,4 m-nél. Vagyis $\gamma H \leq 2,4$. γ helyére a minimumkeresés során kapott kifejezést helyettesítve az $\alpha \leq \frac{6\sqrt{3}\mu}{5H}$ egyenlőtlenséget kapjuk.

A lokális, aszimmetrikus töréskép ott értelmezhető, ahol $2,4 \leq \gamma H$, de a fal teljes magasságánál nagyobb sem lehet, vagyis $\gamma H \leq H$. A második egyenlőtlenségbe γ helyére a minimumkeresés során kapott kifejezést helyettesítve α -ra ismét korlátot kapunk. Ez azonban zárt alakban nem kifejezhető, az ábrázolt görbékre numerikusan számoltam.

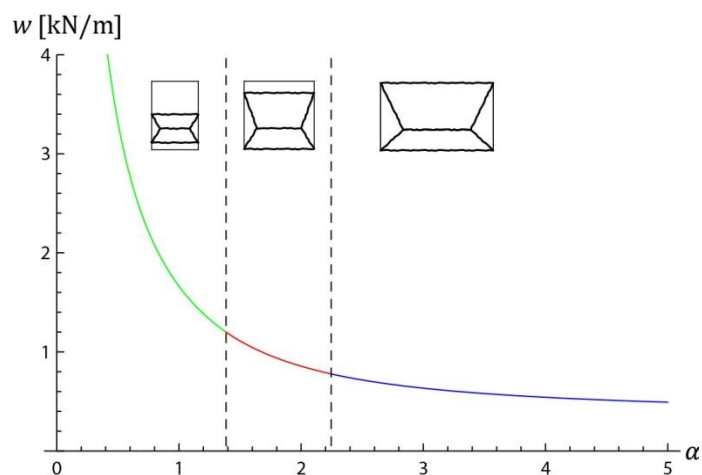
Mindenhol az a töréskép a mértékadó, amelyikhez kisebb törőteher tartozik. A lokális, szimmetrikus töréskép adja mindenhol a legkisebb teherbírást, így ott, ahol értelmezve van, az a mértékadó. Amikor $\gamma H = 2,4$, vagyis $\alpha = \frac{6\sqrt{3}\mu}{5H}$ az aszimmetrikus és a szimmetrikus lokális függvény értéke megegyezik. Innentől kezdve a lokális, szimmetrikus görbe a mértékadó a globálissal szemben. Amikor $\gamma H = H$, a globális és a lokális, aszimmetrikus függvény értéke megegyezik. Az ehhez tartozó α értékek fölött már csak a globális törésképhez tartozó görbe van értelmezve.

Az 5.5. grafikonon a három görbe látható, mindegyik ott, ahol mértékadó.



5.5. grafikon: A különböző törésképekhez tartozó törőerők.
Folytonos vonal jelzi, hogy az adott görbe hol mértékadó,
 $H=3\text{ m}$, $t=12\text{ cm}$

A teherbírás függvényt úgy kapjuk, hogy az előbbi három függvénydarabot illesztjük egymáshoz. A két oldalán csuklós, alul felül befogott, 3 m magas és 12 cm vastag fal teherbírása az oldalarányok függvényében az 5.6. grafikonon látható.

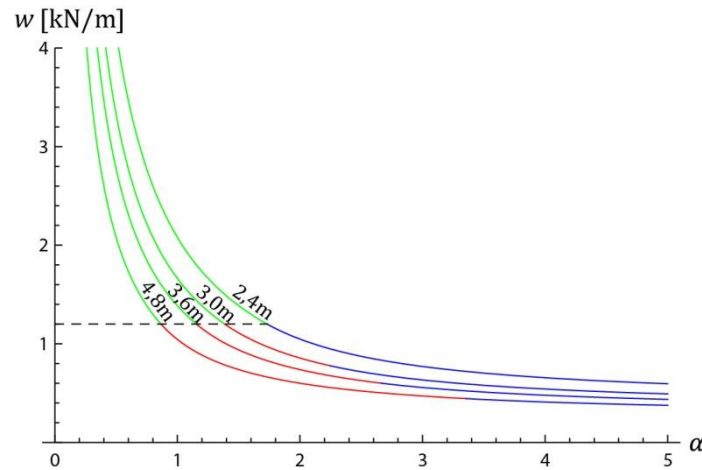


5.6. grafikon: A fal teherbírása az oldalarány függvényében,
 $H=3$ m, $t=12$ cm

6. Különböző geometriájú és megtámasztású falak összehasonlítása

6.1. Különböző magasságú falak

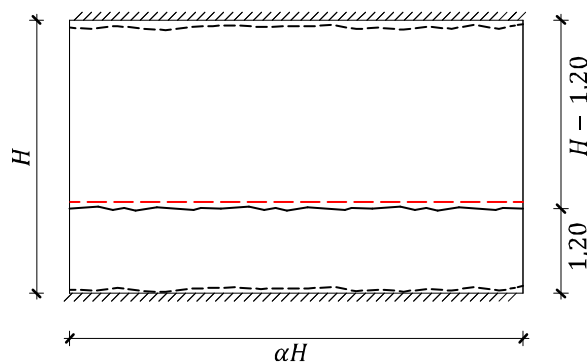
Hasonlítsuk össze az előző fejezetben vizsgált, de különböző magasságú falak teherbírását.



6.1. grafikon: Különböző magasságú, azonos vastagságú falak teherbírása, $t=12$ cm

A 6.1. grafikonon látható, hogy a globális és lokális töréskép közötti váltás mindig ugyanakkora tehernél következik be. Ekkor a magasságtól nem függ a töréskép alakja, csak a szélességtől, hiszen a lokális törésképek zónájában vagyunk. A töréskép méretei: 2,4 m magas és $\alpha H = \frac{6\sqrt{3\mu}}{5H} \cdot H = \frac{6\sqrt{3 \cdot 4}}{5 \cdot 2,4} \cdot 2,4 = \sqrt{3} \cdot 2,4 = 4,16$ m hosszú. Észrevehetjük, hogy a hossz ekkor csak a μ értéktől függ. Később látni fogjuk, hogy a többi vizsgált megtámasztási viszonynál is csak ettől függ, vagyis magasság és megtámasztási viszonytól függetlenül ugyanakkora törőerőnél van a törésképek közötti váltás.

Amikor a fal nagyon hosszú, vagyis α tart a végtelenbe, a fal úgy viselkedik, mint az alul fölül befogott, két oldalán szabad peremű fal, mely a 6.1. ábra szerint törik.



6.1. ábra: Két oldalán szabad szegélyű fal geometriája

A teher külső munkája:

$$L_k = w \cdot \alpha H \cdot 1$$

A teher belső munkája során a felső téglalap alakú faldarab elfordulása $\frac{1}{H-1,20}$, az alsóé pedig $\frac{1}{1,20}$, a törésvonalak hosszának vetületei pedig mindkét darab esetében $2\alpha H$.

Így a belső munka:

$$L_b = \frac{1}{1,20} \cdot m \cdot 2\alpha H + \frac{1}{H-1,20} \cdot m \cdot 2\alpha H$$

A két munka egyenlőségéből

$$w = \frac{25Hm}{3(-6+5H)} = \frac{25 \cdot 3 \cdot 0,12}{3(-6+5 \cdot 3)} = \frac{1}{3} \text{ kN/m}$$

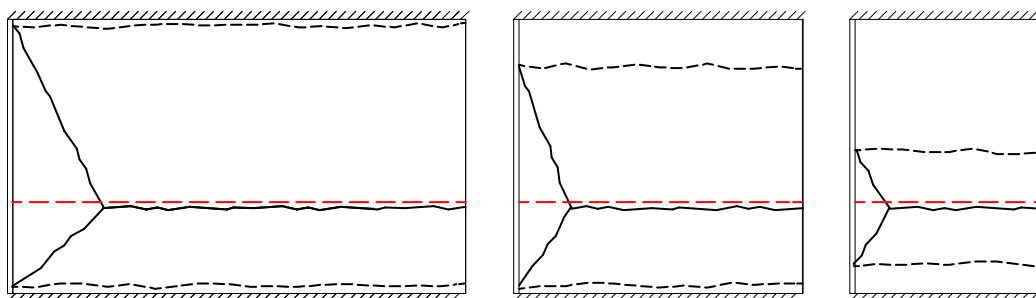
A globális törésképhez tartozó teherbírás függvény (5.4) határértéke, ha $\alpha \rightarrow \infty$ valóban egyenlő ezzel.

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} w(\alpha) = \frac{25Hm}{3(-6+5H)} \quad (6.1)$$

6.2. Különböző megtámasztású falak

A négy oldalt megtámasztott, körben befogott fal teherbírásának számítását az 5. fejezet alapján lehet elvégezni. A törésképek lehetséges alakjai ott bemutatásra kerültek. A különbség csupán annyi, hogy a függőleges befogások mentén is törésvonal keletkezik, mely a belső munkát módosítja.

A három oldalt megtámasztott, alul, fölül befogott, egyik oldalt csuklós, másik oldalt szabad peremű fal törésképei a 6.2. ábrán láthatóak.

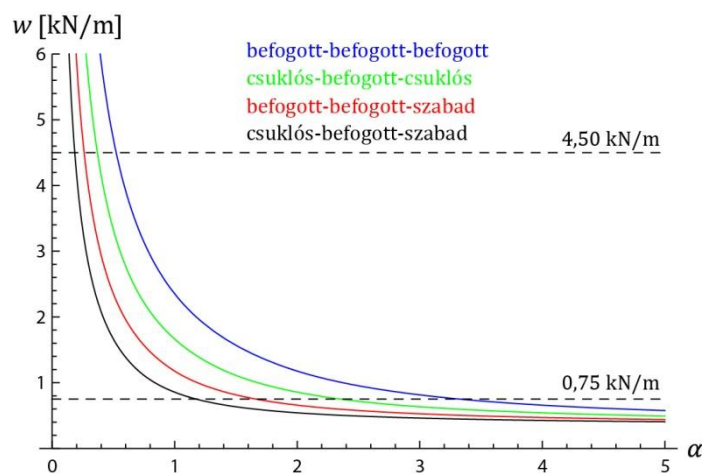


6.2. ábra: Három oldalt megtámasztott fal törésképei az oldalirányú függvényében

Ekkor a belső munka három faldarab munkájának összegeként adódik.

Az előzőhöz hasonló módon számítható a három oldalán befogott, és egy oldalán szabad lemez is, ismét annyi különbséggel, hogy a függőleges befogás mentén is keletkezik törésvonal.

A 6.2. grafikonon látható az említett négy megtámasztási esethez tartozó teherbírás az oldalarány függvényében.

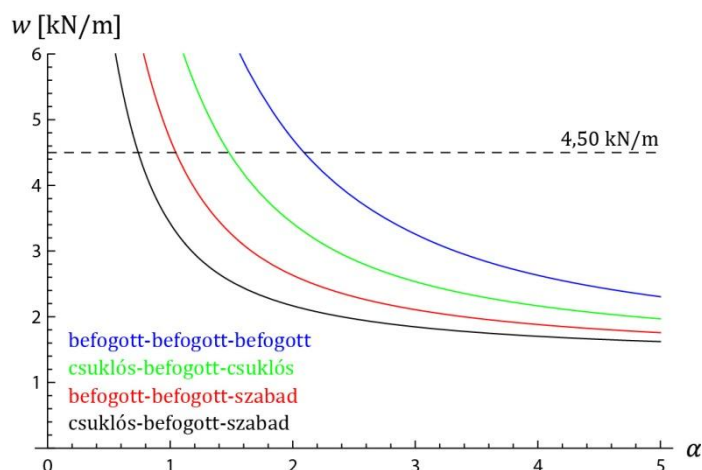


6.2. grafikon: A teherbírás különböző megtámasztási esetekben,
 $H=3$ m, $t=12$ cm

7. Falak teherbírásának összehasonlítása a teher tervezési értékével

Az EC [2] szerint olyan területeknél, ahol embertömegek torlódása várható, a vonal menti teher $q_k = 3 \text{ kN/m}$, vagyis $q_d = 4,5 \text{ kN/m}$. Látni való a 6.2. grafikonon, hogy erre a teherre egy 12 cm vastag 3 m magas falazat reális arányokkal semmiképp se felel meg. Lakások, szállodák, irodák esetében a vízszintes irányú hasznos teher tervezési értéke csupán $0,5 \cdot 1,5 = 1,75 \text{ kN/m}$, amire ez a vékony fal is nagy hosszal megfelel. (Körben befogott fal esetén 3 m magas falból majdnem 10 m hosszú építhető.)

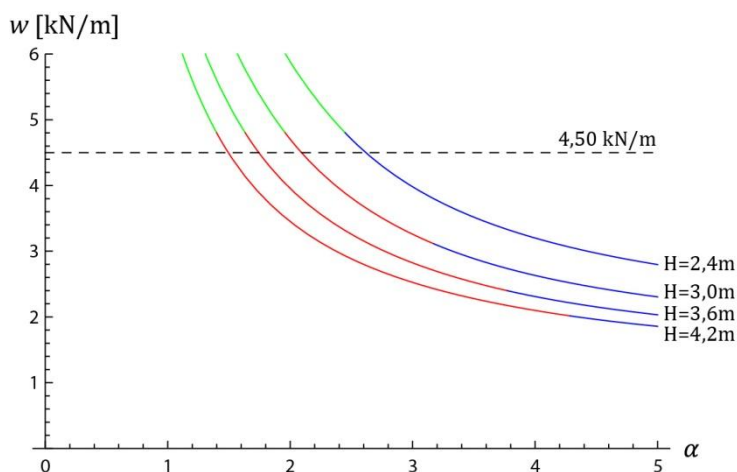
Ha a fal vastagságát kétszeresére növeljük, a keresztmetszeti tényezője négyszeresére nő.



7.1. grafikon: 3 m magas fal teherbírás kétszeres falvastagság esetén, $t=24 \text{ cm}$

Ekkor egy 3 m magas és $\sim 6,3 \text{ m}$ hosszú, négy oldalt befogott fal még megfelel (ld. 7.1. grafikonon).

Nézzük meg, hogy a négy oldalt befogott fal különböző magasságokkal (2,4 m, 3 m, 3,6 m, 4,2 m) milyen hossz mellett képes a 4,5 kN/m terhet viselni.



7.2. grafikon: Különböző magasságú, körben befogott falak teherbírása kétszeres falvastagság esetén $t=24 \text{ cm}$

A 7.2. grafikon szerint a három magasabb fal esetében a 4,5 kN/m teher az aszimmetrikus lokális töréskép zónájába esik. Mivel a töréskép nem ér fel a fal tetejéig, a magasságtól független a falhossz, vagyis mindhárom esetben egyforma hosszú, 6,27 m hosszú fal építhető. Akkor felel csak meg hosszabb fal a teherre, ha a fal olyan alacsony, hogy már függ a magasságától a teherbírás, tehát globális törés jön létre. (Ekkor a 4,5 kN/m-es vonal a kék szakaszon metszi a görbét.) A legkisebb vizsgált fal, melynél alacsonyabb nem is gyakori, 2,4 m magas. A 4,5 kN/m teher a globális töréskép zónájába esik. (Ennél a magasságnál az aszimmetrikus lokális töréskép hiányzik, mivel a teher a fal magasságának közepén hat.) Ez a fal 6,28 m hosszal felel még meg teherbírásra, ami alig tér el az előbb számolttól.

12 cm vastag falnál a teher a szimmetrikus lokális töréskép zónájába esik. Az építhető falhossz 1,57 m (ld. a 6.2. grafikonon).

Nézzük meg, hogy milyen vastag kell, hogy legyen az a 3 m magas, tetszőleges hosszúságú fal, melynek teherbírása éppen 4,5 kN/m. A (6.1) egyenlet alapján:

$$\frac{25Hm}{3(-6 + 5H)} = 4,5$$

$$\frac{25 \cdot 3m}{3(-6 + 5 \cdot 3)} = 4,5$$

$$m = 1,62 \text{ kNm}$$

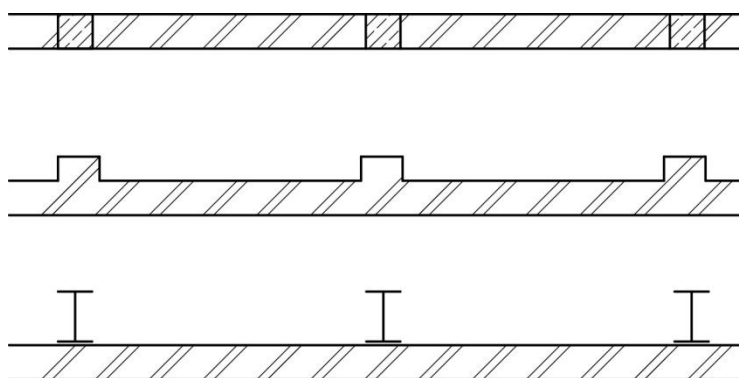
$$m = \frac{f_{kd}}{\gamma_M} \cdot \frac{b \cdot t^2}{6}$$

$$1,62 = \frac{0,1}{2} \cdot \frac{1000 \cdot t^2}{6} \cdot 10^{-6}$$

$$t = 441 \text{ mm}$$

Vagyis egy 45 cm vastag, alul fölül befogott, 3 m magas fal felel meg tetszőleges hosszal a vízszintes teherre.

Ez az eredmény felhívja a figyelmet arra, hogy ilyen épületekbe 10-12 cm vastag falat tervezni és építeni nem szabad. Másrészt a hosszú falakat magasság és megtámasztási viszonyoktól függően 3-5 méterenként meg kell támasztani. A megtámasztásra mutat példát a 7.1 ábra.



7.1. ábra: Falazat hosszának csökkentése függőleges bordákkal: vasbeton, falazott és acél pillér

8. Az önsúly figyelembevétele a teherbírás meghatározásakor

Tekintsünk egy alul fölül befogott, két oldalt csuklós megtámasztású, 3 m magas, 12 cm vastag falat. Tételezzük fel, hogy a fal szintmagas kitöltőfal, vagyis a felső éle mentén az önsúlyból származó feszültség értéke 0. A törőnyomatékokat függőlegesen a fal mentén az $m_{Rdy}(h)$ függvény írja le.

$$m_{Rdx} = (f_{xd1} + \sigma_d) \cdot Z = \left(\frac{f_{xk}}{\gamma_M} + \frac{(H-h) \cdot p}{b \cdot t} \right) \cdot \frac{b \cdot t^2}{6} \quad (8.1)$$

f_{xk} , γ_M , H , p , b és t értékeit behelyettesítve

$$m_{Rdx} = \left(\frac{0,1}{2} + \frac{(3-h) \cdot 1200}{1000 \cdot 120} \right) \cdot \frac{1000 \cdot 120^2}{6} \cdot 10^{-6} = \frac{24-3h}{125} \quad (8.2)$$

A fal alján, 0 magasságban a teherbírás $m_0 = 0,192 \text{ kNm/m}$.

A teher vonalában, 1,20 m magasságban a teherbírás $m_{1,2} = 0,163 \text{ kNm/m}$.

A fal tetején, 3 m magasságban $m_3 = 0,120 \text{ kNm/m}$.

Aszimmetrikus töréskép esetén a felső törésvonal magasságában a teherbírás

$$m_{asz}(\gamma) = \frac{24-3 \cdot \gamma H}{125} = \frac{24-9\gamma}{125} \quad (8.3)$$

Szimmetrikus töréskép esetén a felső törésvonal magasságában a teherbírás

$$m_{sz,f}(\gamma) = \frac{24-3 \cdot \left(1,20 + \frac{\gamma H}{2}\right)}{125} = \frac{102}{625} - \frac{9\gamma}{250} \quad (8.4)$$

Szimmetrikus töréskép esetén az alsó törésvonal magasságában a teherbírás

$$m_{sz,f}(\gamma) = \frac{24-3 \cdot \left(1,20 - \frac{\gamma H}{2}\right)}{125} = \frac{102}{625} + \frac{9\gamma}{250} \quad (8.5)$$

Nézzük meg, hogyan alakul globális töréskép esetén a munka egyenlet. A külső munka változatlan (ld. (5.1) egyenlet). A belső munkát ismét faldarabonként kell felírni.

A háromszög alakú lemezek munkája változatlan, hiszen abban csak a nyomatóki teherbírás függőleges vetülete szerepel, aminek számításakor a szabványnak megfelelően nem vettük figyelembe az önsúly hatását.

A trapéz alakú lemezek vízszintes élei mentén az előbbieken meghatározott teherbírást vesszük figyelembe.

A ferde törésvonalak mentén a nyomatóki teherbírás vízszintes komponense az önsúly változása miatt folyamatosan változik. A modellben azonban azt feltételezzük, hogy a törésvonal mentén a nyomatók állandó, vagyis a modell szerinti egyenes a törésvonal nem is jön létre. Helyette görbe törésvonal keletkezik. Én továbbra is egyenes törésvonallal számolok.

Az egyenes mentén létrejövő ferde törésvonal teherbírása számítható volna az átlagos teherbírással, mely a vonal közepén adódik. Azonban a számítás egyszerűsítése érdekében az 1,2 m magassághoz tartozó teherbírással számolunk. Amikor a törésvonal e fölött van, akkor a biztonság kárára, amikor alatta, akkor pedig a biztonság javára térünk el. A felső törésvonalak

valamennyivel hosszabbak az alsóknál, így összességében a biztonság kárára közelítünk, azonban ez lényegesen nem változtatja meg a teherbírást.

Tehát a lemezdarabonként felírt munka globális, aszimmetrikus lokális és szimmetrikus lokális töréskép esetén:

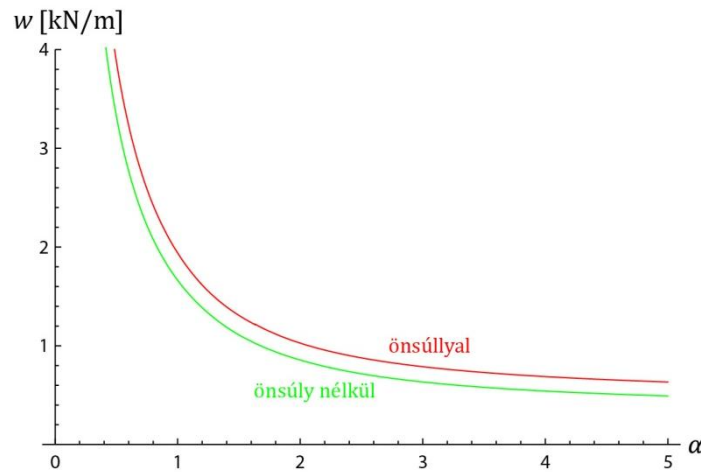
$$L_b = 2 \cdot \frac{1}{\alpha\beta H} \cdot \mu m \cdot H + \frac{1}{1,20} \cdot (m_0 + m_{1,2}) \cdot \alpha H + \frac{1}{H - 1,20} \cdot (m_{1,2} + m_3) \cdot \alpha H \quad (8.6)$$

$$L_b = 2 \cdot \frac{1}{\alpha\beta H} \cdot \mu m \cdot \gamma H + \frac{1}{1,20} \cdot (m_0 + m_{1,2}) \cdot \alpha H + \frac{1}{\gamma H - 1,20} \cdot (m_{1,2} + m_{asz}) \cdot \alpha H \quad (8.7)$$

$$L_b = 2 \cdot \frac{1}{\alpha\beta H} \cdot \mu m \cdot \gamma H + \frac{2}{\gamma H} \cdot (m_{sz,a} + m_{1,2}) \cdot \alpha H + \frac{2}{\gamma H} \cdot (m_{1,2} + m_{sz,f}) \cdot \alpha H \quad (8.8)$$

A külső és belső munkák egyenlőségéből a teherbírás számítható.

A grafikonon látható az önsúlyt figyelembe vevő és elhanyagoló teherbírás görbe.



8.1 grafikon: Teherbírás az önsúly figyelembe vételével és elhanyagolásával

Az önsúlyt figyelembe vételekor a teherbírás függvény határértéke ha $\alpha \rightarrow \infty$,

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} w(\alpha) = 0,45 \text{ kNm/m}$$

Ez az önsúly elhanyagolásakor számolt (ld. a 6.1 fejezetben) 0,33 kNm/m teherbírásnak 1,36-szorosa. Azonban $\alpha = 1$ esetén, vagyis 3×3 méteres falnál ez az arány már csak 1,17.

9. Törésvonalak lehetséges szögei a tégl méreteknél megfelelően

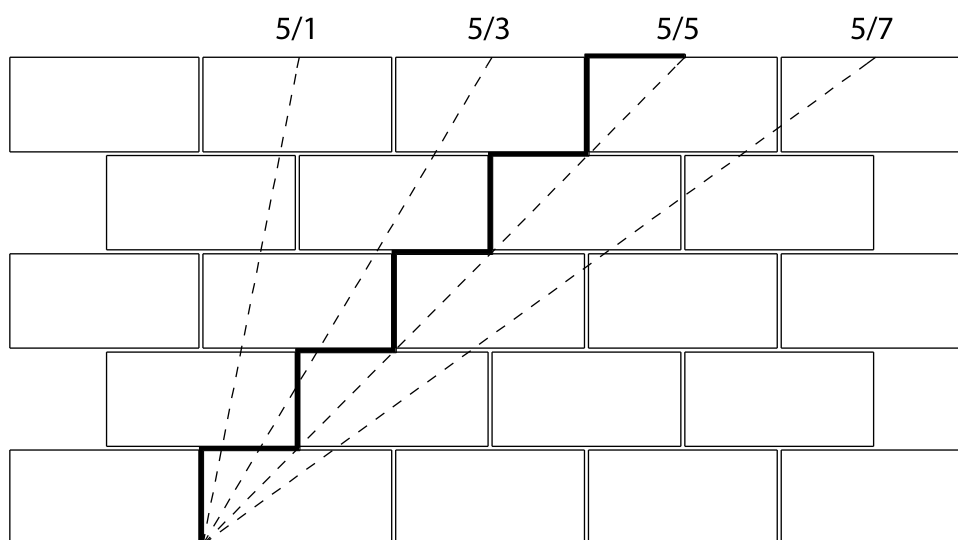
9.1. Törésvonalak korlátozása adott meredekségekre

Ebben a fejezetben azt vizsgálom, hogy mennyiben befolyásolja a teherbírást az, hogy a fal adott méretű elemekből van falazva, és emiatt a törésvonal csak habarcsrétegben jön létre.

Az eddigi számításokban a minimális törőerő adta a törésképet és a törésvonalak szögét. Elemekből falazott falon létrejövő törésvonalak szögét azonban az elemek nagysága és alakja is befolyásolja. A következőkben megvizsgálom, hogy amennyiben csak meghatározott szögű törésvonalak jönnek létre, hogyan tér el a fal teherbírása a korábban számítottól.

Végtelen nagy méretű falon, vagy kellően kicsi elemekből rakott falon lényegében bármilyen szögű törésvonal létrejöhet, hiszen a falon két tetszőleges "rácspontra" kijelölve található hozzá olyan út, ami habarcsrétegben fut. (Végtelen nagy négyzetrácson minden racionális meredekségű szög előállítható.) Azonban a vizsgált falak korlátos méretűek, így a törésvonalak is csak néhány konkrét szöget vehetnek fel.

Vizsgáljunk egy $23,8 \times 50 \times 12$ cm méretű válaszfal elemből készült falat (ilyen geometriájú például a Porotherm 12 N+F). A falon a vízszintes törésvonal alatt – mely $\sim 1,2$ m magasságban jön létre – 5 téglasor fut: $5 \cdot (23,8 + 1,2) = 125$ cm. A lehetséges törésvonalak irányát jellemezzük meredekségükkel. Mivel a tégl hossza kb. kétszerese a magasságának, az egyszerű lépcsős törésvonal tekinthető $\frac{5}{5}$ meredekségűnek.



9.1 ábra: 5 tégl magas falon feltételezett törésvonal irányok

Ha a törésvonalak ugyanonnan indulnak ki, a felső pontjaik téglaszélességnyivel térhetnek el egymástól. Így az $\frac{5}{5}$ -ös törésvonalnál meredekebb az $\frac{5}{3}$ -as és az $\frac{5}{1}$ -es lehet, nála laposabb pedig a $\frac{5}{7}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{5}{11}$... A teherbírás változás vizsgálatánál a törésvonal konkrét alakja helyett – annak elegendő közelítéseként – a törésvonalak szögének illetően meghatározásával élek.

Az egyszerűség kedvéért vegyük a falat 3,6 m magasnak. Ekkor a vízszintes törésvonal fölött a lenti 1,2 m-nek a kétszerese, 2,4 m fal van. Vizsgáljuk a globális törésképet. Az alul lévő ferde törésvonal meredeksége $\frac{1,20}{\alpha\beta H}$, a felső ferde törésvonalé pedig $\frac{2,4}{\alpha\beta H}$. Amennyiben az alsó

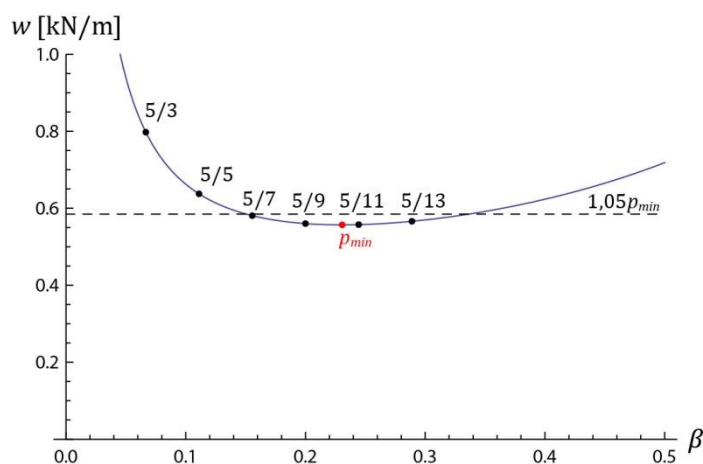
törésvonal létrejöhet, a felső is, hiszen a kétszer olyan magas falon kétszer olyan sűrű törésvonal skála keletkezhet.

$$\frac{1,2}{\alpha\beta H} = \frac{5}{n}, \quad (9.1)$$

amiből

$$\beta = \frac{1,2n}{5\alpha H} \quad (9.2)$$

Ábrázoljuk a globális töréskép belső és külső munka egyenlőségéből számított teherbírást (ld. az (5.4) egyenletet) a β , vagyis a törésvonalak szögét meghatározó paraméter függvényében. A fal hosszának és magasságának aránya legyen $\alpha = 3$. A téglá geometriából adódó β -kat, melyek (9.2) egyenletből számíthatók, és a hozzájuk tartozó teherbírást jelölik a pontok, a minimális teherbírást a piros pont.



9.1. grafikon: A teherbírás a geometriai paraméter (β) függvényében, $H=3,6$ m, $t=12$ cm, $\alpha=3$, csuklós-befogott-csuklós fal

Nyilvánvaló a kinematikai tétel miatt, hogy ha bármerre mozdulunk el a minimális teherbíráshoz tartozó geometriától, az teherbírás növekedést eredményez. Azonban a teherbírás görbe a minimum környékén nagyon lapos. A szaggatott vonal az 5%-al növelt teherbírást mutatja. Látható, hogy négy előállítható meredekség is a vonal alá esik, tehát az, hogy csak bizonyos szögek jöhetnek létre, még nem növeli lényegesen a teherbírást. A teherbírás szempontjából nincs nagy jelentősége, hogy a töréskép bizonyos határokon belül milyen alakú. A számított esetben nem jön létre 5%-os teherbírás növekménynél nagyobb, ha a minimális teherbíráshoz tartozó szögtől kb. $\pm 10^\circ$ -al térünk el.

9.2. Meredek törésvonalak tulajdonságai

Nézzük meg, hogy milyen meredek az alsó, és a felső ferde törésvonalak az oldalarány függvényében.

A meredekség alul a globális és az aszimmetrikus lokális törésképnél $\frac{1,20}{\alpha\beta H}$.

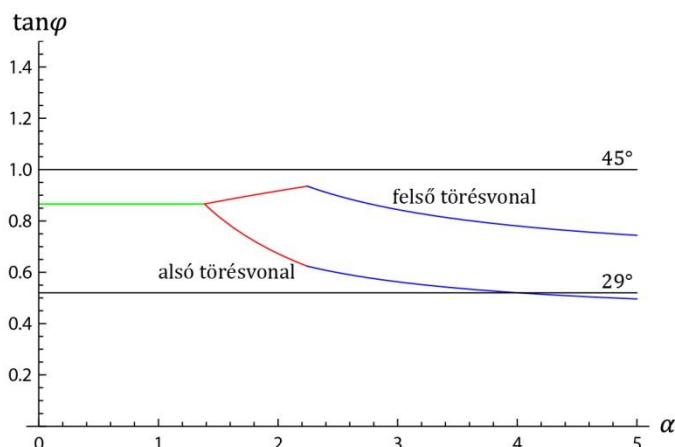
A meredekség felül a globális törésképnél $\frac{H-1,20}{\alpha\beta H}$.

A meredekség felül az aszimmetrikus lokális törésképnél $\frac{\gamma H - 1,20}{\alpha \beta H}$.

A meredekség felül a szimmetrikus lokális törésképnél $\frac{\gamma H - 1,20}{\alpha \beta H}$.

A meredekség alul és felül a szimmetrikus lokális törésképnél $\frac{\gamma H / 2}{\alpha \beta H}$.

Ábrázoljuk a fent felírt meredekségeket α függvényében úgy, hogy β és γ helyére a minimumfeltételből számított kifejezéseket helyettesítjük (ld a 9.2. grafikont). Vagyis ábrázoljuk a minimális törőerőt adó törésképhez tartozó meredekségeket az oldalarány függvényében. (Ismét 3 m magas falakat vizsgálunk.)

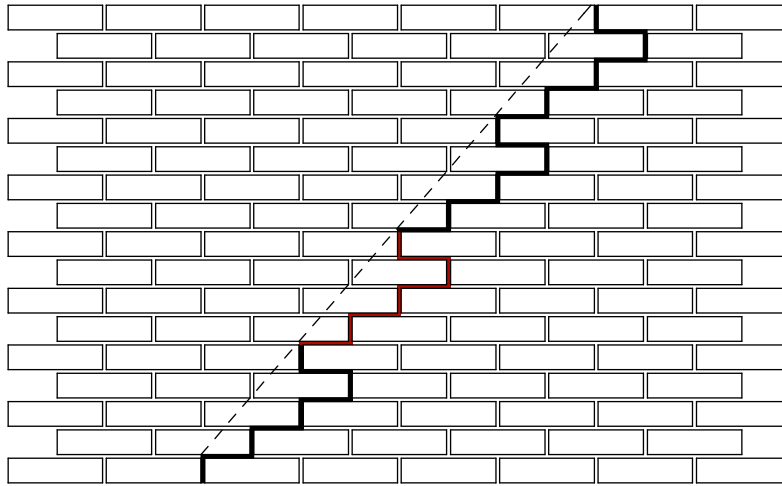


9.2. grafikon: Törésvonalak meredeksége az oldalarány függvényében, $H=3$ m, $t=12$ cm, csuklós-befogott-csuklós fal

Látható, hogy a szimmetrikus lokális törésképek geometriája egyezik minden falhossznál. A 45°-os törésvonal, melynek meredeksége 1, megfelel a 25×50×12 cm méretű elemekből készült falazat egyszerű lépcsős törésvonalának. Leolvasható a 9.2. grafikontól, hogy a minimális teherbírást adó törésképekben a törésvonalak meredeksége ezt sose éri el. Meglepő lehet, hogy a törésvonalak ilyen laposak. Téglalap alakú vasbeton lemezek törésképeinél meredekebb törésvonalakat szoktunk meg. Itt azonban a vízszintes törőnyomaték a 3.3. fejezet szerint ~negyede a függőlegesnek, ez indokolja a törésvonalak laposságát.

Azonban egy kisméretű téglából készült 12 cm vastag, egyrétegű falon az egyszerű lépcsős törésvonalhoz tartozó szög meredeksége $\frac{6,5+1}{12,5+1} = \frac{5}{9} = 0,56$, ami 29°-os szöget jelent. Ennél a felső törésvonal mindig meredekebb, az alsó pedig $\alpha \approx 4$ -ig szintén meredekebb.

Vizsgáljuk meg, hogyan viselkednek a meredek törésvonalak. Az egyszerű lépcsős törésvonalnál meredekebb törésvonalak vetületi hosszainak összege nem egyezik a törésvonal tényleges hosszával. Az 9.2. ábrán látható törésvonal meredeksége ~1. Egy periódusa alatt (piros színnel jelölve) 2 téglaszélességnyi fut a vízszintes habarcshezagban, míg a megegyező meredekségű, ~45°-os egyenes vonal hosszának vízszintes vetülete csupán 1 téglaszélességnyi. Vagyis az ábra szerinti törésvonalhoz tartozó teherbírás nagyobb, mint ahogy számoltuk, hiszen a törőnyomaték vízszintes komponense nagyobb, mint az azonos meredekségű egyenes törésvonal vízszintes vetületéhez tartozó.



9.2. ábra: ~45°-os törésvonal alakja

Mivel a vízszintes hossz kétszerese a vetületnek, megnövelhetjük a vízszintes nyomatéki teherbírás értékét kétszeresére. Azonban egy meredek vonal esetében a vízszintes felületeken nem a hajlítás, hanem a nyírás a dominánsabb, vagyis a függőleges teherbírást kéne növelni. Másrészt a vízszintes nyomatéki teherbírás többszörözése olyan anomáliára vezet, hogy egyre meredekebb törésvonalakkal közelítve a függőlegest, arra is számíthatunk ezzel a módszerrel nyomatéki teherbírást, mely lényegesen nagyobb az EC alapján számolttól. Az EC alapján a teherbírás 1 m hosszú törésvonalon $m_{Rd,y} \cdot 1$, míg a fentiek alapján számolva $m_{Rd,y} \cdot 1 + m_{Rd,x} \cdot \frac{1}{h} \cdot b$, ahol h a téglá magassága, b pedig a szélessége.

A törésvonal körül a két lemezdarab elfordulásra képes. Azonban ha a törésvonal „visszakanyarodik”, ennek az elfordulásnak a lehetősége kérdéses, hiszen ha a habarcs morzsolódott is, a téglák befeszülnek, akadályozzák az elfordulást. Ez egyszerű lépcsős törésvonal esetén nem lehetséges.

A meredek törésvonalak teherbírásának számítására nem áll rendelkezésre módszer, de az is kérdéses, hogy egyáltalán létrejönnek-e. Azt gondolom, hogy kísérleti úton lenne érdemes ezt a jelenséget vizsgálni.

Ha feltételezzük, hogy a lépcsős törésvonalnál meredekebb vonalak nem jönnek létre, nézzük meg, mekkora a teherbírása a kisméretű téglából készült falnak.

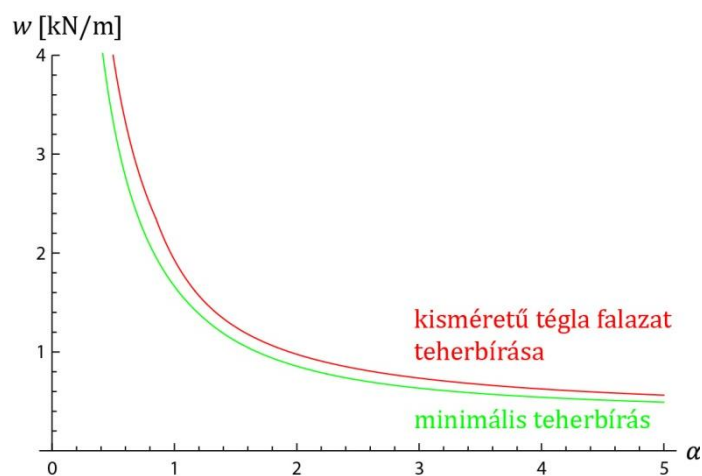
A felső törésvonal meredeksége a lehető legnagyobb lesz, mivel a minimális teherbíráshoz a lépcsős, 29°-os törésvonalnál meredekebb vonal tartozik. Az alsó törésvonal meredeksége legfeljebb akkora, mint a felsőé, mivel a teher 1,2 m magasan hat, és a vizsgált fal 3 m magas. Számolhatunk úgy, hogy bármilyen 29° alatti meredekségű törésvonal létrejöhet, mert a 9.1. fejezetben láttuk, hogy lényegesen nem növeli a teherbírást, ha csak a téglakötés geometriájából adódó szögekkel számolunk.

Globális töréskép esetén $\frac{H-1,20}{\alpha\beta H} = \frac{5}{9}$, vagyis $\beta = \frac{9(H-1,20)}{5\alpha H}$.

Aszimmetrikus lokális töréskép esetén $\frac{\gamma H-1,20}{\alpha\beta H} = \frac{5}{9}$, vagyis $\beta = \frac{9(\gamma H-1,20)}{5\alpha H}$.

Szimmetrikus lokális töréskép esetén $\frac{\gamma H/2}{\alpha\beta H} = \frac{5}{9}$, vagyis $\beta = \frac{9\gamma}{10\alpha}$.

Fentieket behelyettesítve a munkák egyenlőségéből kapott teherbírásfüggvénybe, a 9.3. grafikont kapjuk, összevetve a minimumfeltételből kapott teherbírásgörbével.



9.3. grafikon: Teherbírás a téglaméret figyelembevételével,
 $H=3$ m, $t=12$ cm

A teherbírás növekedés ebben az esetben már jelentős. 3×3 m-es fal esetén 1,16-szoros teherbírást eredményez, ha a lépcsősnél meredekebb törésvonalakat kizárjuk.

Tehát a fal teherbírását befolyásolja, hogy milyen oldalarányúak a falazóelemek, melyekből a fal készül. A lapos elemekből készült fal teherbírása nagyobb a magasabb elemekből készült falénál.

10. Összefoglalás

Az Eurocode [2] – de pl. a Brit vagy az Ausztrál szabvány is – pontosan előírja, hogy egyes épületfunkciók tervezésénél milyen vonal menti vízszintes terhelést kell figyelembe venni nem teherhordó (válasz)falak esetében.

Ugyanakkor a teherbírás vizsgálatánál csak a teljes felületen megoszló vízszintes teher esetével foglalkoznak, a vonal menti teherrel nem.

Úgy gondolom, hogy a vonal menti teher vizsgálata elméletileg is, de a tervezői gyakorlat számára is érdekes, fontos lehet.

Számításokat végeztem nyílás nélküli válaszfalakra a lemezek törésmélete és az EC előírásai alapján.

A számításaimban változó paraméterként szerepeltek a fal geometriai tulajdonságai (magasság, oldalarány, vastagság) és a megtámasztási viszonyai (szélei mentén befogott, csuklós vagy szabad).

- Meghatároztam, hogy az oldalarányok függvényében a várható töréskép típusok közül melyek a mértékadók.
- Levezettem, hogyan számítható ki adott törésképet okozó törőteher.
- Grafikonon ábrázoltam, hogyan függ a teherbírás
 - az oldalaránytól,
 - a fal magasságától,
 - a megtámasztási viszonyoktól,
 - a fal vastagságától.
- A grafikonokról leolvasható, hogy
 - milyen geometria szükséges adott teher és megtámasztások esetén, illetve
 - milyen megtámasztás szükséges adott teher és geometria esetén.

A számítások és a következtetések során reális (szokásos) méreteket, anyagokat, illetve terheket vettem figyelembe.

A modell pontosításával és további megtámasztási viszonyok figyelembe vételével a tervezést segítő táblázatok/grafikonok készíthetők.

A falazat vasbeton lemeztől eltérő tulajdonságaival is foglalkoztam. Vizsgáltam:

- a falazat önsúlyából adódó teherbírás növekedést, illetve
- a falazóelem méreteinek és a törésvonal meredekségének összefüggéseit, és ezek hatását a teherbírásra.

További - főleg kísérleti - vizsgálatot igényel a különböző falazóelemből készült falazatok törőnyomatékának meghatározása, és az elméleti modell pontosítása, összevetése a valósággal.

11. Irodalomjegyzék

- [1] <http://crowdmodelling.com//CrowdDisasters.html> (2011.10.24.)
- [2] Deák Gy., Erdélyi T., Kollár L., Visnovitz Gy.: *Terhek és hatások. Tervezés az Eurocode alapján* (Springer Média Magyarország, Budaörs, 2006)
- [3] Kaliszky S.: *Vasbeton lemezek méretezése a képlékenységtan szerint* (Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1967)
- [4] szerk. Palotás L.: *Mérnöki kézikönyv, 2. köt.* (Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1965), pp 272-275, 666-679
- [5] A. W. Hendry, B. P. Sinha, S. R. Davies: *Design of Masonry Structures* (E & FN Spon, London, 1997), pp 125-141
- [6] MSZ EN 1996-1-1:2005 (E) *Eurocode 6: Falazott szerkezetek tervezése*
- [7] *Unreinforced Masonry in Bending* (Clay Brick and Paver Institute, CBPI Masonry Teaching Package, Lecture 5, 1999)
- [8] W. G. Curtin, G. Shaw, J. K. Beck, W. A. Bray: *Structural Masonry Designers' Manual* (BSP Professional Books, Oxford, 1987), pp 59-91
- [9] [http://www.australmasonry.com/Site Assets/Files/1e/1e20b1da-5b1d-4754-be24-d7b459b110d9.pdf](http://www.australmasonry.com/Site%20Assets/Files/1e/1e20b1da-5b1d-4754-be24-d7b459b110d9.pdf) (2011.10.24.)