



**MISKOLCI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI ÉS INFORMATIKAI KAR**



TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

**Szíjak dinamikai tulajdonságainak meghatározására
szolgáló mérőberendezés tervezése, gyártása, mérés
és kiértékelés**

Török Tamás
IV. éves gépészmérnök hallgató

Konzulensek:
Dr. Patkó Gyula
egyetemi tanár
Dr. Faragó Károly
ny. egyetemi docens
Simon Gábor
mérnöktanár

Szerszámgépek Tanszéke

Miskolc, 2011

1. Bevezetés

Manapság a szerszámgépek főhajtásaiban (különösen a precíziós vagy ultraprecíziós szerszámgépek főhajtásaiban) egyre gyakrabban alkalmaznak szíjhajtásokat. Ennek oka, hogy ellentétben a fogaskerék-hajtóművekkel, rugalmas hajtással a villanymotor, mint jelentős hő- és rezgésforrás a főhajtástól távol helyezhető el, így az nem befolyásolja a gép legjelentősebb tulajdonságát, a megmunkálási pontosságot. A szíj, mint rugalmas elem a látszólagos csúszásnak köszönhetően megvédi a kapcsolódó szerszámgépet a túlterheléstől, ezzel szemben dinamikailag érzékenyvé teheti a főhajtást. Emiatt még a tervezés előtt a lehető legpontosabb képet kell kapnunk a főhajtás dinamikai tulajdonságairól. A tapasztalat szerint ezek meghatározására kétféle dinamikai vizsgálat alkalmazható. Az egyik a csavaró lengések vizsgálata, ahol adott főhajtás esetén tudni kell, hogy melyek azok a legnagyobb kitérések, melyekre a rezonancia frekvenciák közelében számítani kell. A másik a szíjágak lengéseinek vizsgálata. Ez utóbbi azért fontos, mert a szíjágakban fellépő transzverzális (és longitudinális) lengések csökkentik a gép élettartamát és káros rezgéseket idéznek elő megmunkálás közben, így rontják a gép pontosságát. A szíjágak egyes szíjsebességeknél elveszítik stabilitásukat és intenzív hajlító lengéseket végeznek. Ezért már a tervezés során tisztában kell lennünk azzal, hogy működés közben kialakulhatnak-e ilyen instabil állapotok. Tudni kell, hogy egyes konstrukciós paraméterek megváltoztatása hogyan hat e tartományok helyzetére és nagyságára. [3]

További kérdés, hogy a transzverzális lengésekre milyen hatással van a levegő csillapításából származó csillapító erő. A következőkben bemutatott mérőberendezéssel, illetve az általa végzett mérésekkel erre a kérdésre próbálunk válaszolni.

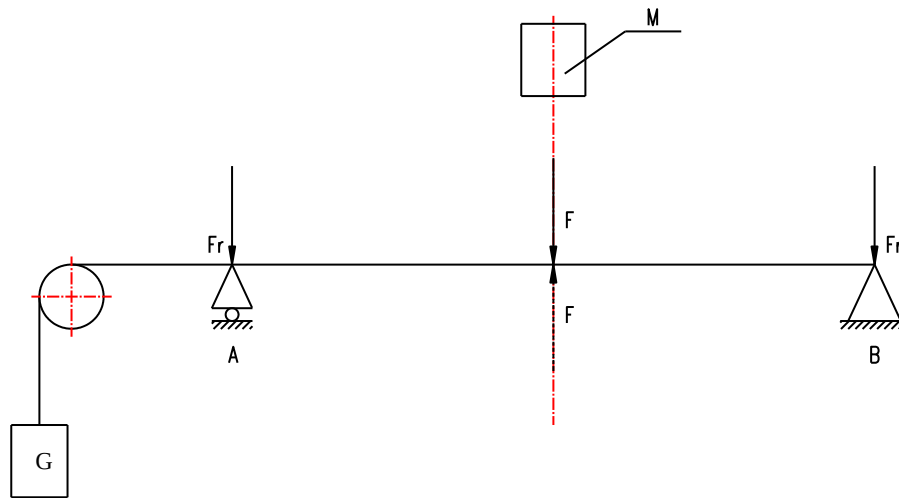
2. A mérő berendezés elvi kidolgozása

2.1. A mérőberendezéssel szemben támasztott követelmények

Fontos, hogy a berendezésen különböző szélességű és hosszúságú szíjakat lehessen vizsgálni, mégpedig a szíj roncsolása nélkül. Ugyan ilyen lényeges, hogy a szíj megfeszítése, illetve a gerjesztéshez használt erő állítható legyen. A tervezésnél ezeket a követelményeket helyeztem előtérbe.

2.2. A mérő berendezés modellje és feladatai

2.2.1. A mérő berendezés modellje.



1. ábra

Egyszerűsített modell: G - megfeszítő gravitációs erő; F_r - rögzítő erő; F - kitérítési erő; M – mérőberendezés

2.2.2. A mérendő szíjág megfeszítése.

A megfeszítésnek úgy kell történnie, hogy az erőt, amivel létrehozzuk, pontosan kell tudnunk mérni. Ezen kívül az is nagyon fontos, hogy a feszítő erő a szíjág középvonalán adódjon át. Ezt a G súlyt a későbbiekben megfeszítési erőnek (súlynak) fogjuk nevezni.

A tanszéken korábban épített berendezésen, amivel a mérés során még nem vették figyelembe a levegő csillapításából adódó erőket, a szíjág megfeszítését egy csavar forgatásával lehetett létrehozni és egy erőmérővel lehetett pontosan mérni. Ezt a következő ábra szemlélteti:



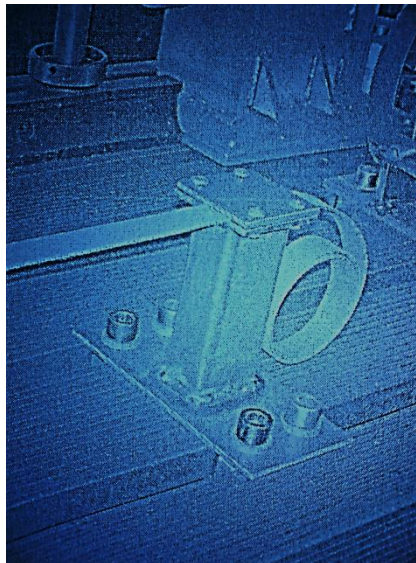
2. ábra

Korábbi megoldás szíjág megfeszítésére.

Ezzel az alkalmazással kapcsolatban az a probléma merült fel, hogy a szíjágat megfeszítő erő nem biztos, hogy a szíj középvonalán adódott át, így az erőmérő nem biztos, hogy azt az erőt mutatta, amire szükség volt. A mostani berendezésen a feszítést egy súly végzi a gravitációs erő segítségével, amivel a fent említett problémákat ki tudjuk küszöbölni. A megoldást az 1. ábra próbálja szemléltetni.

2.2.3. A megfeszített szíjág rögzítése.

Megakadályozza, hogy a gerjesztés során a szíjág megfeszített állapota változatlan maradjon. A már korábban említett megvalósított mérőberendezésen alkalmazott rögzítést használjuk itt is, mert egyszerű és jó megoldást ad.



3. ábra

Szíjág rögzítése.

2.2.4. Kitérítés a szíjág közepén.

Ennek feladata, hogy a szíj tiszta transzverzális lengést végezzen. A kitérítést három féleképpen kell megközelíteni:

- a. mágnesesen működtetés esetén,
- b. hidraulikus-, pneumatikus működtetés esetén,
- c. mechanikus működtetés esetén.

2.3. Berendezés koncepciók:

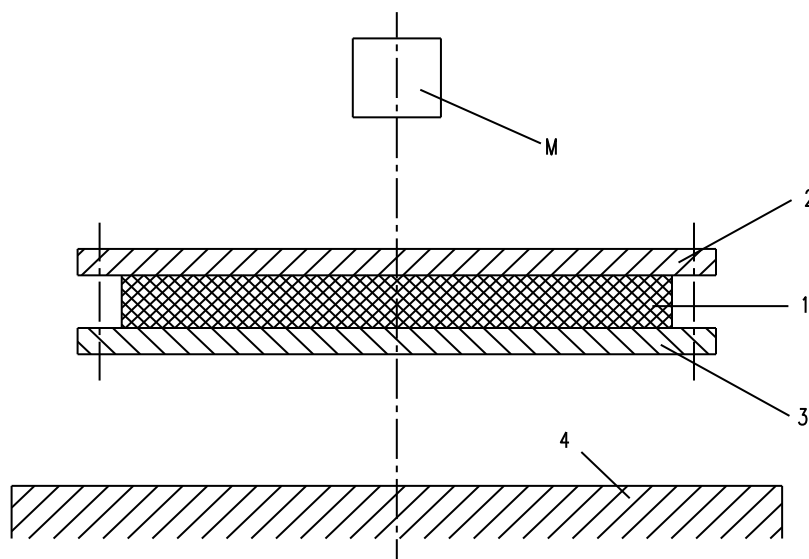
A feladatom egy olyan mérőpad tervezése volt, amely különböző hosszúságú, illetve különböző szélességű szíjak dinamikai viselkedésének vizsgálatára alkalmas úgy, hogy ehhez a szíjat ne kelljen roncsolni. A tervezés során figyelembe kellett vennem mechanikai-, mágneses- és hidraulikus-pneumatikus működési elveket is, és ezek alapján kellett elkészítenem a lehető legtöbb megoldásvázlatot.

Az így kapott konstrukciók közül el kellett döntenem, hogy melyik a legalkalmasabb a feladatra. Ehhez a Módszeres géptervezés című tárgyból tanult egydimenziós értékelemzések közül választottam. Néhány egydimenziós értékelemző eljárás:

- a) Többségmódszer
- b) Dátum módszer
- c) Rang módszer
- d) Értékprofil
- e) Copeland módszer

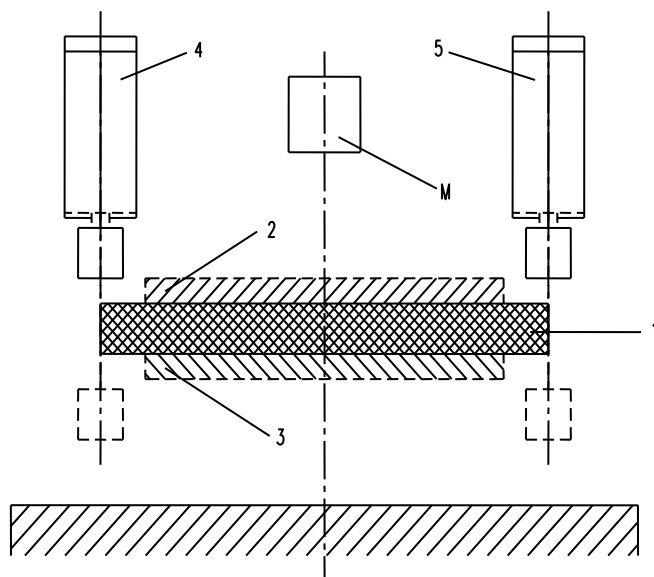
A rang módszert választottam, mivel ebben a módszerben a változatok egymáshoz is összehasonlításra kerülnek, valamint több változat összehasonlítására is alkalmas. A módszer lényege, hogy az értékelt változatokat növekvő minőségi rangsorba állítjuk az összes értékelési szempont szerint. Ezeket az értékelési szempontokat tetszőlegesen választottam úgy, hogy azok a mérőberendezés általam legfontosabbnak vélt tulajdonságait pontozza. A pontozás szubjektív módon történt 1-től 5-ig terjedő skálán, ahol 1 a legjobb és 5 a legrosszabb.

2.3.1. Tisztán mágneses megoldás (M1)



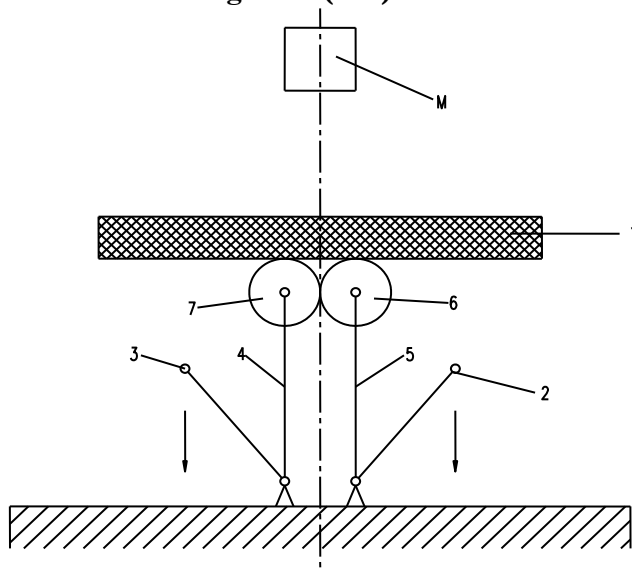
Működés:	Az 1-es jelű szíjat a 2-es és 3-as jelű lemezek közé fogjuk egy mágneses gépasztal fölé, amit 4-es jellel ábrázoltam. A gépasztal mágneses mezejének bekapcsolásával előveszítjük a szíjagat. Ha a mágneses mezőt kikapcsoljuk, annak leépülésével megtörténik a szíjág gerjesztése. A mérőberendezést M-el jelöltem.
Értékelés:	Szubjektív pontozás 1-től 5-ig, ahol 1 a legjobb, 5 a legrosszabb. (Rang módszer)
Szempontok	
Mozgások bonyolultsága. (S1)	1
Rendelkezésre álló elemek. (S2)	1
Konstrukció. (S3)	1
Mérőberendezés elhelyezése. (S4)	1
Mennyire univerzális? (S5)	1
Tiszta transzverzális lengés. (S6)	1
Összegzés:	6

2.3.2. Tisztán hidraulikus megoldás (M2)



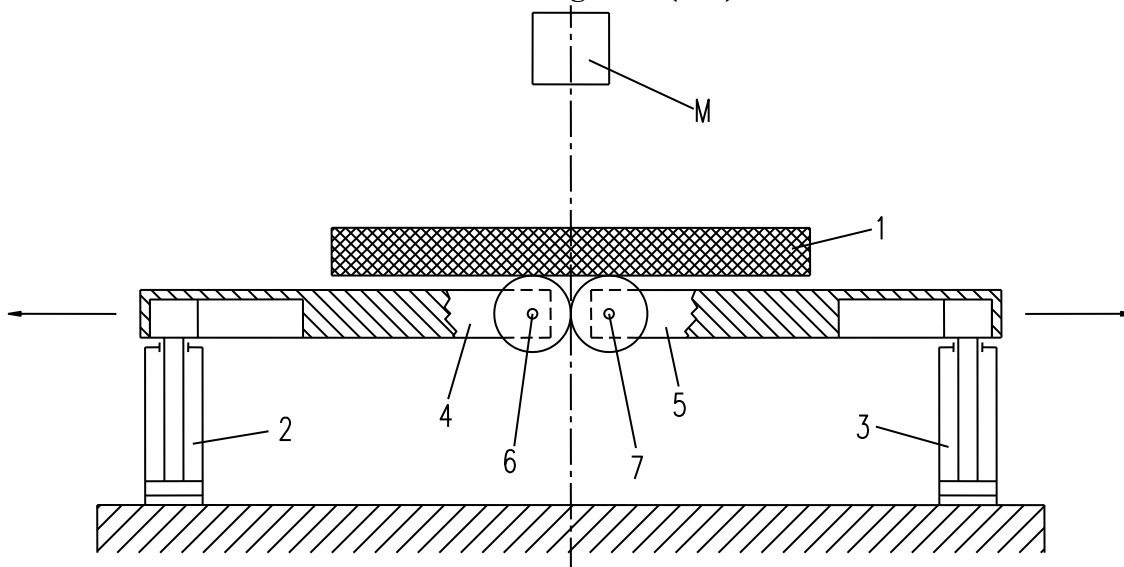
Működés:	Az 1-es jelű szíjat a 2-es és 3-as jelű lemezek közé fogjuk. A 4-essel és az 5-össel jelölt hidraulikus hengerek hosszú löketű hengerek. Ezek egyszerre történő mozgásával történik a szíjág gerjesztése. A hengerek a gerjesztés után kinti állapotukban maradnak, amíg a mérés lezajlik. A mérőberendezést M-el jelöltem.
Értékelés:	Szubjektív pontozás 1-től 5-ig, ahol 1 a legjobb, 5 a legrosszabb. (Rang módszer)
Szempontok	
Mozgások bonyolultsága. (S1)	2
Rendelkezésre álló elemek. (S2)	1
Konstrukció. (S3)	2
Mérőberendezés elhelyezése. (S4)	2
Mennyire univerzális? (S5)	4
Tiszta transzverzális lengés. (S6)	2
Összegzés:	13

2.3.3. Tisztán mechanikus megoldás (M3)



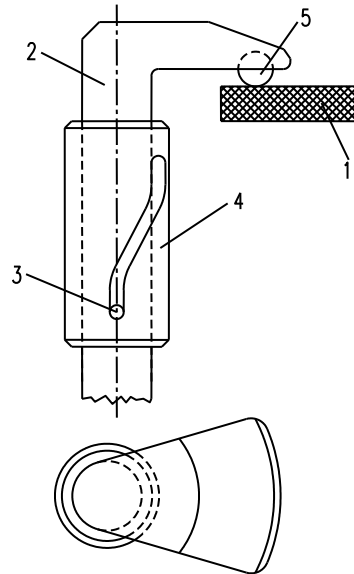
Működés:	A 2-és 3-as rudat a nyíl irányába mozgatva (forgó mozgást lineáris mozgássá alakító mechanizmussal), a 4-es és 5-ös jelű rúd felfelé kezd mozogni a 6-os és 7-es görgőkkel együtt, így történik az 1-es jelű szíjág előfeszítése. A görgők egy idő után két oldalra kigördülnek, így megtörténik a gerjesztés. A mérő berendezést M-mel jelöltem.
Értékelés:	Szubjektív pontozás 1-től 5-ig, ahol 1 a legjobb, 5 a legrosszabb. (Rang módszer)
Szempontok	
Mozgások bonyolultsága. (S1)	4
Rendelkezésre álló elemek. (S2)	3
Konstrukció. (S3)	3
Mérőberendezés elhelyezése. (S4)	1
Mennyire univerzális? (S5)	2
Tiszta transzverzális lengés. (S6)	4
Összegzés:	17

2.3.4. Hidraulikus + mechanikus megoldás (M4)



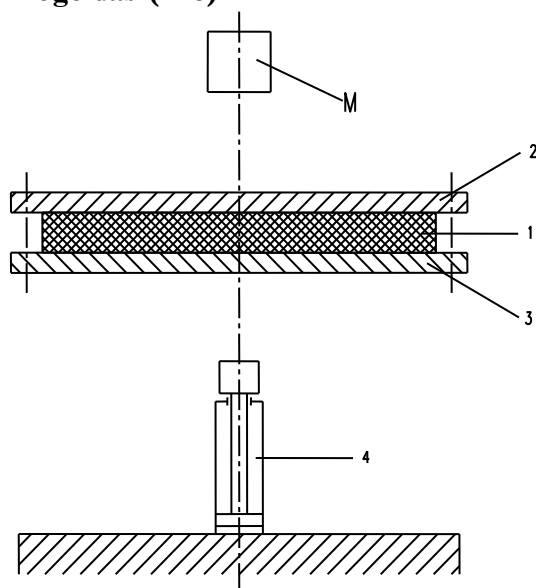
Működés:	A 2-es és 3-as jelű hidraulikus henger megemeli a 4-es és 5-ös jelű elemeket és ezekkel együtt az 1-es jelű szíjat is, így megtörténik az előfeszítés. A gerjesztés a 4-es és az 5-ös elemeket a nyíl irányába elmozdítjuk minél gyorsabban, így a görgőkön keresztül az elemek elengedik a szíjat. A mérő berendezést M-mel jelöltem.	
Értékelés:	Szubjektív pontozás 1-től 5-ig, ahol 1 a legjobb, 5 a legrosszabb. (Rang módszer)	
Szempontok		
Mozgások bonyolultsága. (S1)	3	
Rendelkezésre álló elemek. (S2)	3	
Konstrukció. (S3)	3	
Mérőberendezés elhelyezése. (S4)	1	
Mennyire uni- verzális? (S5)	3	
Tiszta transz- verzális lengés. (S6)	3	
Összegzés:	17	

2.3.5. Tisztán mechanikus megoldás (M5)



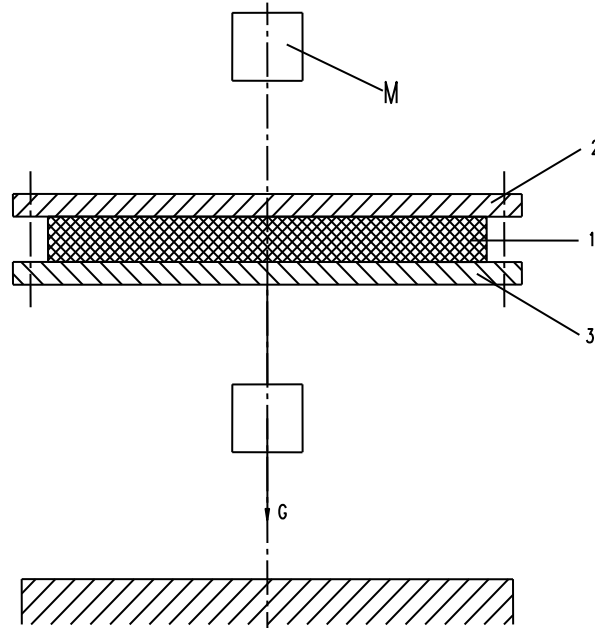
Működés:	Forgó mozgás hatására a 3-assal jelzett csap mozogni kezd a 4-es elemben ki-munkált vezető horonyban, ennek hatására a 2es elem lefelé történő egyenes- és egy elforduló mozgást végez (az 5-ös jelű görgősoron keresztül) a szíjágon, amit 1-essel jelöltem. A 2-es elem kialakítása azért szélesedik h a mozgás közben később fusson le a szíjról, így nagyobb erőt hozzon létre.	
Értékelés:	Szubjektív pontozás 1-től 5-ig, ahol 1 a legjobb, 5 a legrosszabb. (Rang módszer)	
Szempontok		
Mozgások bo-nyolultsága. (S1)		2
Rendelkezésre álló elemek. (S2)		5
Konstrukció. (S3)		4
Mérőberendezés elhelyezése. (S4)		1
Mennyire uni-verzális? (S5)		4
Tiszta transz-verzális lengés. (S6)		3
Összegzés:		19

2.3.6. Vákuumos megoldás (M6)



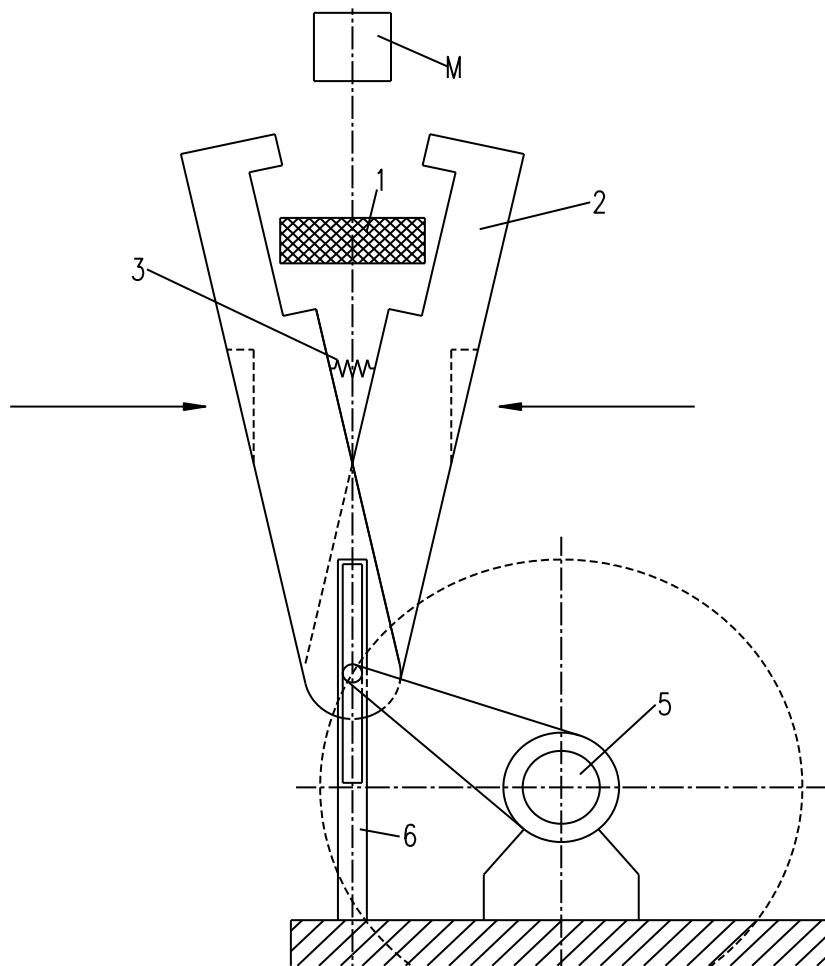
Működés:	A 1-es jelű szíjat a 2-essel és 3-assal jelzett lemez közé fogjuk. A 4-es jelű munkahenger végén egy vákuum megfogó helyezkedik el. A henger kimegy a löket végéig, ahol hozzáér a lemezhez, bekapcsoljuk a megfogó fejet és a hengert visszaküldjük alap állapotába így történik az elfeszítés. A lengés a vákuum megszüntetésével jön létre. A mérőberendezés M-el van jelölve.
Értékelés:	Szubjektív pontozás 1-től 5-ig, ahol 1 a legjobb, 5 a legrosszabb. (Rang módszer)
Szempontok	
Mozgások bonyolultsága. (S1)	1
Rendelkezésre álló elemek. (S2)	2
Konstrukció. (S3)	1
Mérőberendezés elhelyezése. (S4)	1
Mennyire univerzális? (S5)	1
Tiszta transzverzális lengés. (S6)	1
Összegzés:	7

2.3.7. Súlyfeszítéssel megoldás (M7)



Működés:	A 1-es jelű szíjat a 2-essel és 3-assal jelzett lemez közé fogjuk. A 3-as jelű lemezre egy kötélen keresztül súlyt akasztunk, így hozzuk létre az elfeszítéshez szükséges erőt. A lengés a kötélen elvágása, tehát a súlyterhelés megszűnése által jön létre. A mérőberendezés M-el van jelölve.
Értékelés:	Szubjektív pontozás 1-től 5-ig, ahol 1 a legjobb, 5 a legrosszabb. (Rang módszer)
Szempontok	
Mozgások bonyolultsága. (S1)	1
Rendelkezésre álló elemek. (S2)	1
Konstrukció. (S3)	1
Mérőberendezés elhelyezése. (S4)	1
Mennyire univerzális? (S5)	1
Tiszta transzverzális lengés. (S6)	1
Összegzés:	6

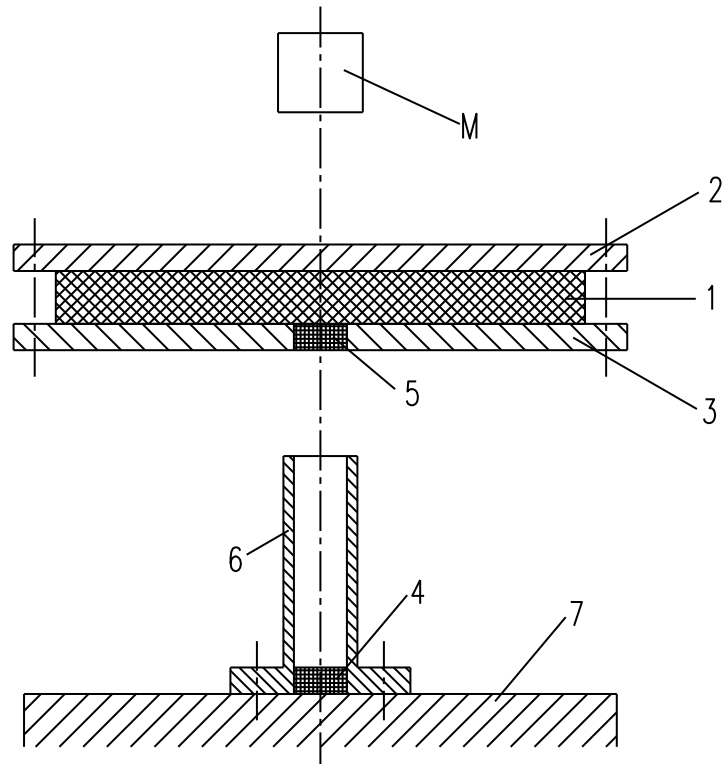
2.3.8. Mechanikus + hidraulikus (M8)



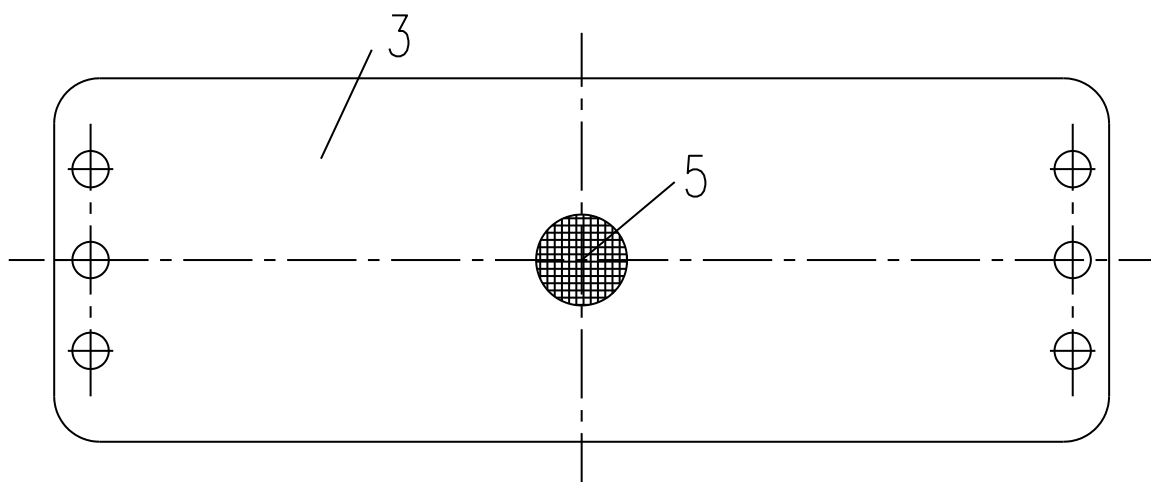


Működés:	A 2-essel jelzett megfogó szerkezetet egy-egy szimmetrikusan elhelyezett hidraulikus vagy pneumatikus munkahengerrel a nyíl irányában a 3-as rugó ellenében összezárjuk. Az 5-ös és 6-os jelzett elemekből álló kulisszás mechanizmus segítségével az összezárt megfogó szerkezetet lefelé mozgatjuk, így jön létre az 1-es jellel ellátott szíjág elfeszítése. Hogy a hengereknek ne kelljen együtt mozogniuk a rendszerrel egy vezető felületet munkálhatunk meg a megfogó szerkezet két oldalán, ezt a szaggatott vonal érzékelteti. A gerjesztés a munkahengerek alap helyzetbe küldésével és a rugó segítségével valósul meg. A mérőberendezés M-el van jelölve.
Értékelés:	Szubjektív pontozás 1-től 5-ig, ahol 1 a legjobb, 5 a legrosszabb. (Rang módszer)
Szempontok	
Mozgások bonyolultsága. (S1)	3
Rendelkezésre álló elemek. (S2)	4
Konstrukció. (S3)	4
Mérőberendezés elhelyezése. (S4)	1
Mennyire univerzális? (S5)	3
Tiszta transzverzális lengés. (S6)	3
Összegzés:	18

2.3.9. Mágneses megoldás 2. (M9)



A 3-as számú lemez képe alulról:





Működés:	A szíjágat (1-es) a 2-es és 3-as jelű nem mágnesezhető lemez közé fogjuk. A 4-es jelű erős mágneset mágneses mezővel a 7-es jelű asztalon tartjuk. A mező megszüntetésével mágnes (4-es) a 6-os jelű nem mágnesezhető megvezető csőben megindul a szíjat közre fogó lemezek felé. A 3-as lemez közepébe egy a 4-essel megegyező erősségű és átmérőjű mágnes van impregnálva (5-ös), ami magához vonzza a 4-est, így történik meg a gerjesztés. A 6-os cső azt a célt szolgálja, hogy a mágnesek minél pontosabban ütközzenek össze. A mérőberendezés M-mel van jelölve.
Értékelés:	Szubjektív pontozás 1-től 5-ig, ahol 1 a legjobb, 5 a legrosszabb. (Rang módszer)
Szempontok	
Mozgások bonyolultsága. (S1)	1
Rendelkezésre álló elemek. (S2)	5
Konstrukció. (S3)	3
Mérőberendezés elhelyezése. (S4)	1
Mennyire univerzális? (S5)	1
Tiszta transzverzális lengés. (S6)	1
Összegzés:	12

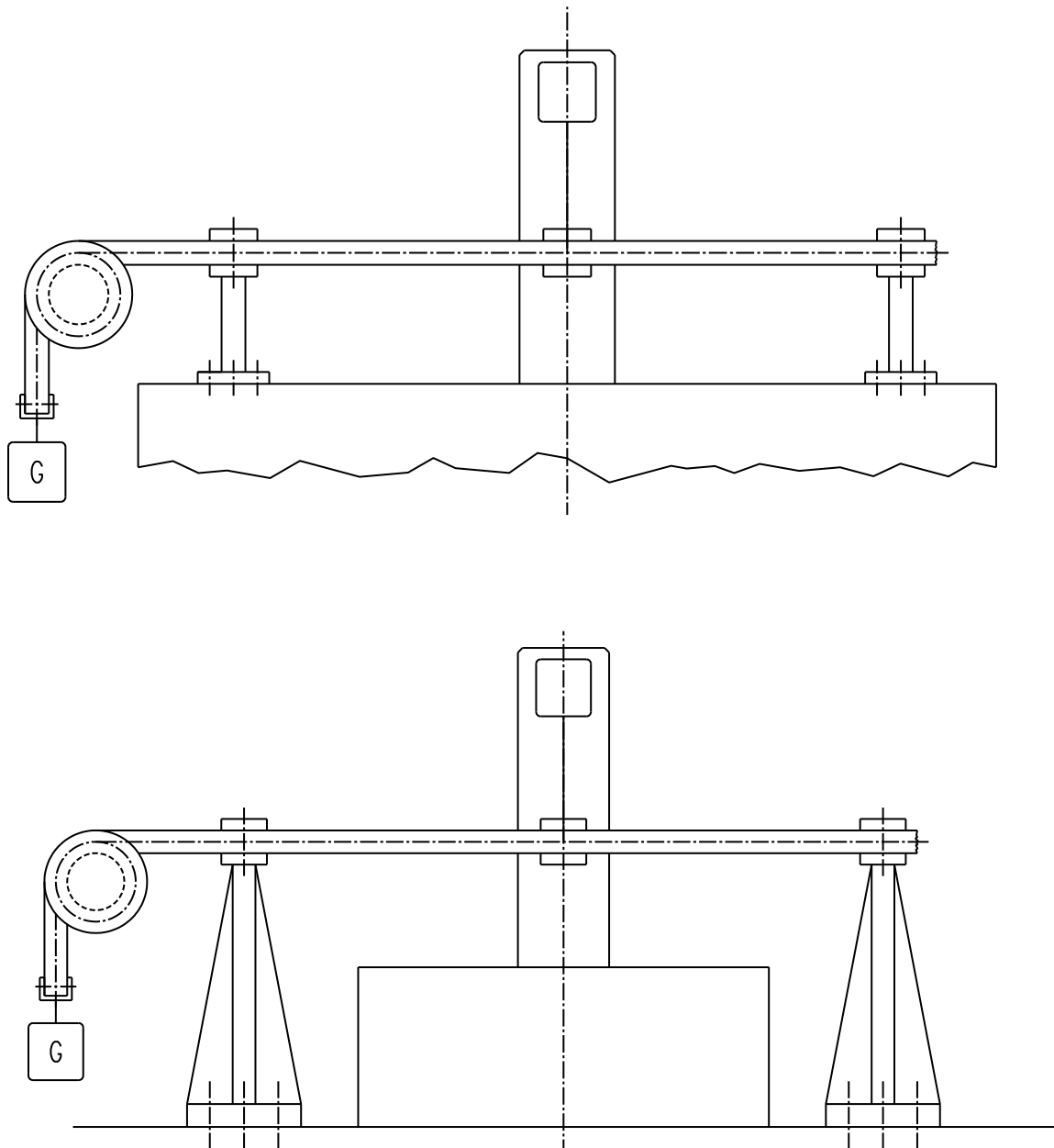


	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9
S1	1	2	4	3	2	1	1	3	1
S2	1	1	3	3	5	2	1	4	5
S3	1	2	3	3	4	1	1	4	3
S4	1	2	1	1	1	1	1	1	1
S5	1	4	2	3	4	1	1	3	1
S6	1	2	4	3	3	1	1	3	1
Összegzés:	6	13	17	16	19	7	6	18	12

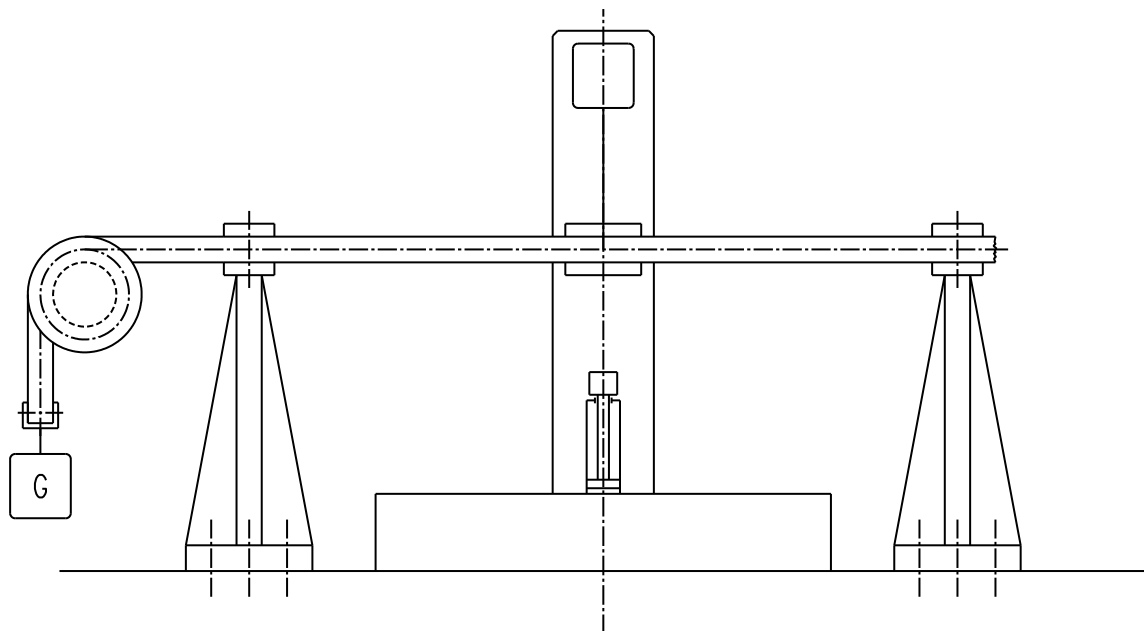
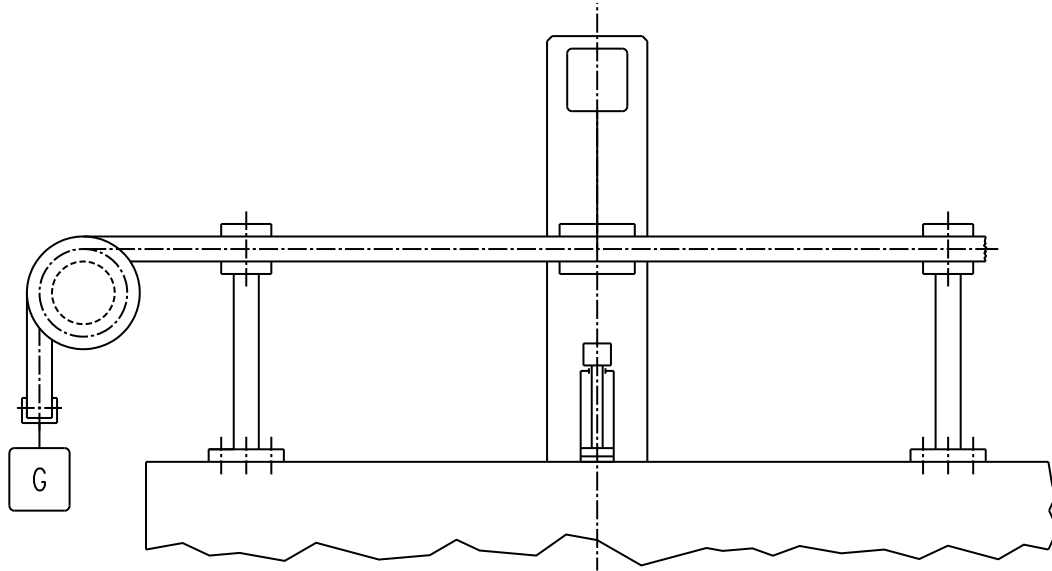
Optimális megoldásnak a „Tisztán mágneses 1.”, a „Vákuumos megoldás” és a „Súlyfeszíté-
ses megoldás” adódott az értékelemzés után.

3. Optimális megoldás gyártása és a mérő rendszer összeállítása

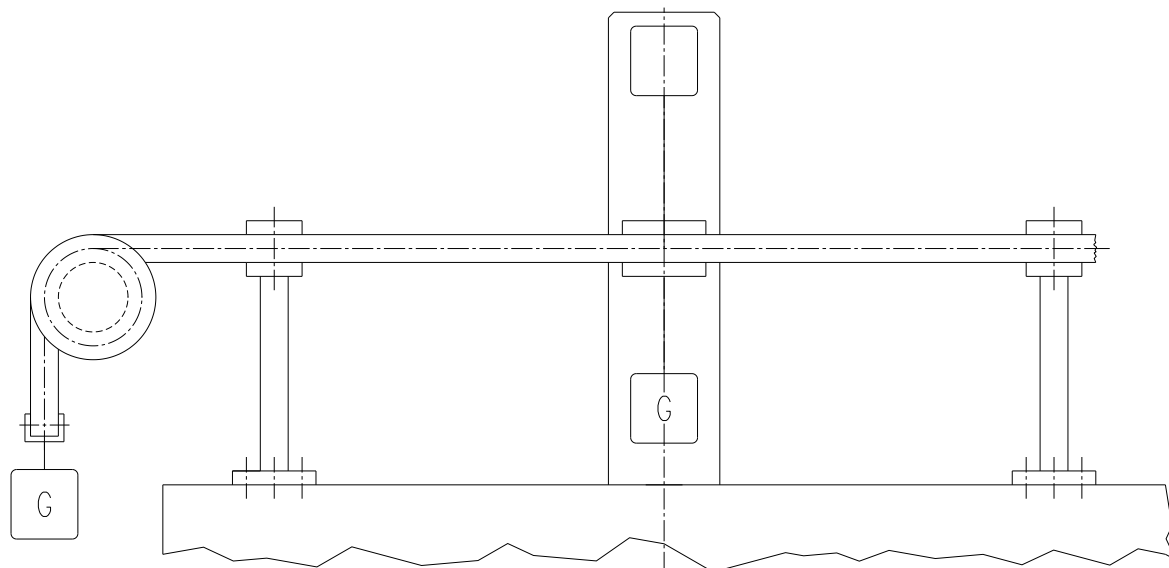
3.1. M1: Tisztán mágneses megoldás



3.2. M6: Vákuumos megoldás



3.3.M7: Súlyfeszítéssel megoldás



Az idő rövideje és az anyagi háttér hiánya miatt, valamint mert ez a legtisztább és legegyszerűbb megoldás, ez került legyártásra illetve összeszerelésre és ezen a konstrukción történt a mérés is.

4. Az összeállított berendezés és a mérés bemutatása

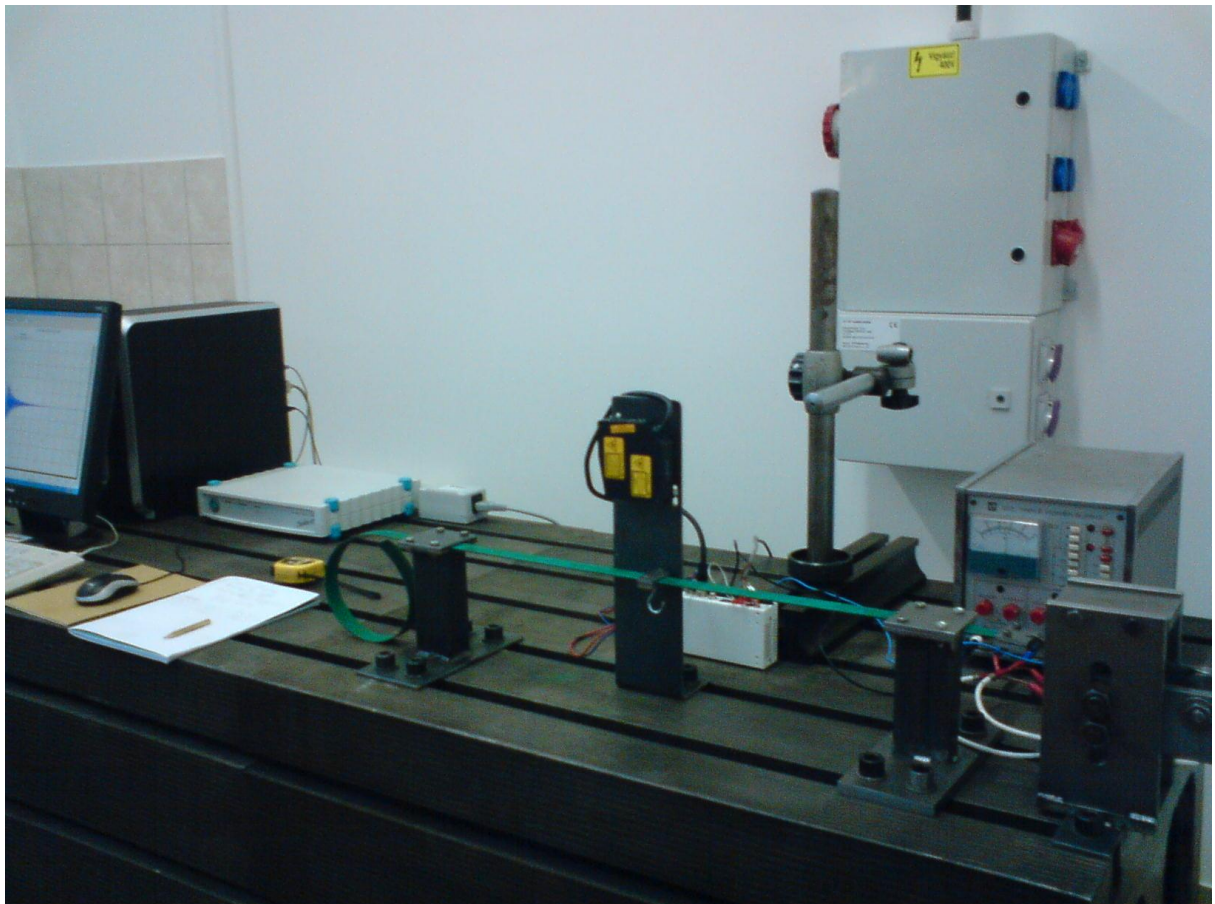
4.1. A csillapítás mérése kirezgetéssel

A csillapítás mérése lényegesen nehezebb feladat, mint a lengőrendszer többi alkotóelemeire jellemző mérőszám meghatározása. Az egyszabadságfokú lineáris lengőrendszer csillapítása a legegyszerűbben a kirezgetési görbe alapján határozható meg.

4.2. A mérőműszer

A méréshez minden olyan műszer használható, amelynél az idő függvényében felrajzolt görbe ordinátája a vizsgált lengés kitérésével, sebességével, vagy gyorsulásával egyenesen arányos. Ebben az esetben egy lézeres mérőberendezést használtunk, mely a jelátalakítást optoelektronikus elven végzi el, a vétel pedig a háromszögelés módszerével történik és az áramot 24 V-os tápegységről kapja. A beérkezett jeleket ± 5 V-os analóg jellé alakítja át. A műszer optimális mérési magassága a mérendő felülettől számítva 84 mm, amihez képest ± 20 mm-en képes érzékelni. Az ezen kívül eső tartományt „dark” zónának hívjuk.

4.3. Az összeállított mérőberendezés



4.ábra

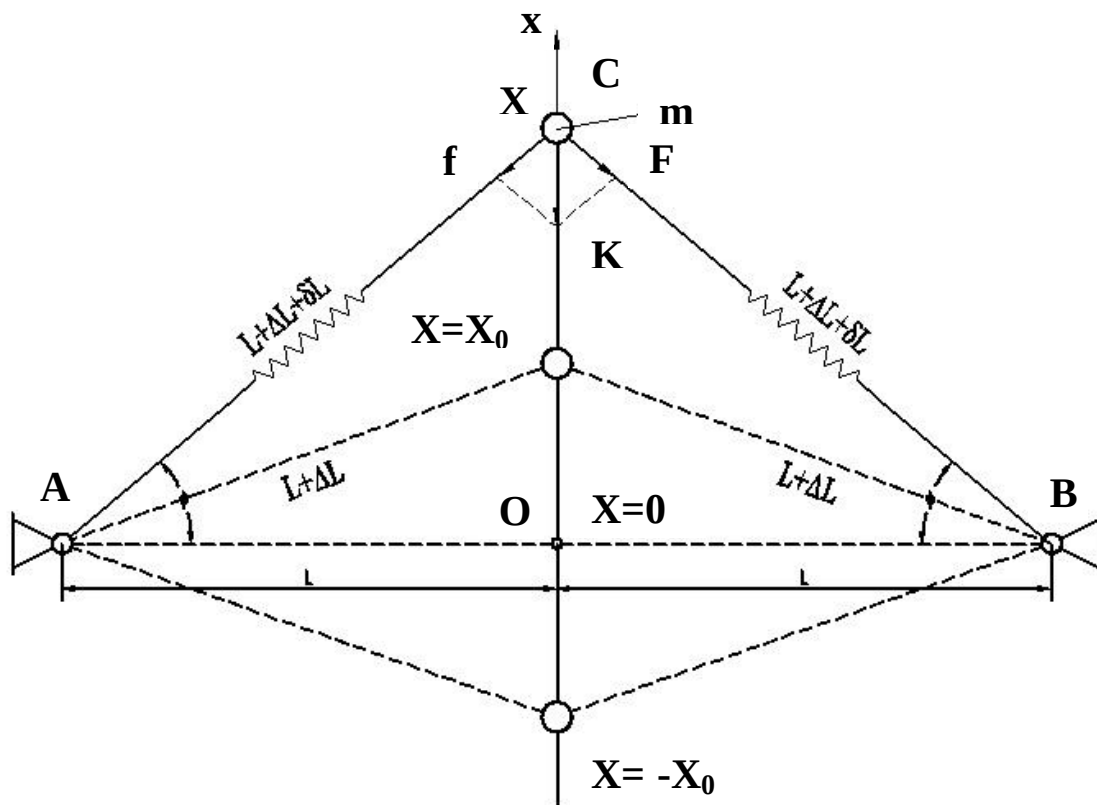
A mérőberendezés

Ez a mérőberendezés az 2.1-es pontban felállított minden kezdeti követelménynek megfelel. A szíjfeszítőerőt közvetlenül a szíjhoz erősített és egy tárcsán átvezetett drótkötélre akasztott tömegből tudjuk meghatározni, így ez az erő pontosan a szíj középvonalán hat. Ez a megfeszítés ebben az esetben először 98.1-, majd 196.2- végül 294.3 N volt. A megfeszítés után a szíj-ág közepén látható, kampóval ellátott állandó „tömegpont”-ra öt különböző súlyt akasztunk cérna segítségével, amit később elvágva megtörténik a kirezgetés. Az 5 különböző súly a következő:

1. mérésnél: 2.226 N
2. mérésnél: 4.453 N
3. mérésnél: 4.787 N
4. mérésnél: 7.014 N
5. mérésnél: 9.564 N

A kampóra akasztás után megvárjuk, míg az a lengés, amit az akasztás okozott lecseng, ezután egy éles ollóval elvágjuk a cért. Az így előidézett rezgésből a fent említett lézeres mérőberendezés segítségével megkapjuk a kirezgetési görbét. Mind a három megfeszítő erőnél mind az öt kitérítő súllyal, súlyonként háromszor mértünk, ez 45 darab görbét jelent.

4.4. A berendezés mechanikai modellje csillapítás nélkül [2]



5.ábra

Csillapítás nélküli mechanikai modell

Adott egy útszakaszon egymástól $2L$ távolságra lévő A és B csukló, amelyek között két megegyező rugalmasságú lineáris tag (rugó) helyezkedik el, melyek hossza feszültségmentes állapotban $L + \Delta L$. A tagok a csuklóknál szabadon elfordulhatnak. A rugók szabad végei a C csuklón keresztül kapcsolódnak. A rugók tömege elhanyagolható a C csukló tömegéhez képest, melyet m -mel jelölünk. Ha ΔL pozitív, akkor a rugók feszültségmentes állapotában C csukló az AB szakasz O középpontjától X_0 távolságra van. Ezt a következőképpen számoljuk:

$$x_0^2 = (L + \Delta L)^2 - L^2 = (2L + \Delta L)\Delta L$$

Ha ΔL negatív, akkor C csuklónak nincs olyan állapota, ahol mindkét rugó egyszerre feszültségmentes állapotban van. A következőkben azt az esetet vizsgáljuk, amikor C csukló mozgása az AB-re merőleges, O ponton átmenő egyenesen történik. Erre az egyenesre egy O-n átmenő x tengelyt vezetünk be. A rugók δL meghosszabbodásával az m tömegre

$$F = k\delta L$$

rugóerővel hatnak a saját irányukban, ahol k a merevség. Az m tömegre a két rugóból számított

$$K = 2F\sin\phi$$

eredő hat, ahol ϕ a rugók AB egyenessel beárt szögét jelenti. Az X az m tömeg ϕ -hez tartozó kitérése, amely az 5. ábra alapján a következő:

$$\delta L = \sqrt{X^2 + L^2} - (L + \Delta L) ; \sin\phi = \frac{X}{\sqrt{L^2 + X^2}}$$

Ez alapján az egyenlet alapján a rugóerők eredője a

$$K = 2k \left[\sqrt{X^2 + L^2} - (L + \Delta L) \right] \frac{X}{\sqrt{L^2 + X^2}} = 2kX \left(1 - \frac{L + \Delta L}{\sqrt{L^2 + X^2}} \right)$$

képlettel számítható. A rendszer mozgási egyenlete az előbbi számítások alapján tehát

$$m\ddot{X} + 2kX \left(1 - \frac{L + \Delta L}{\sqrt{L^2 + X^2}} \right) = 0$$

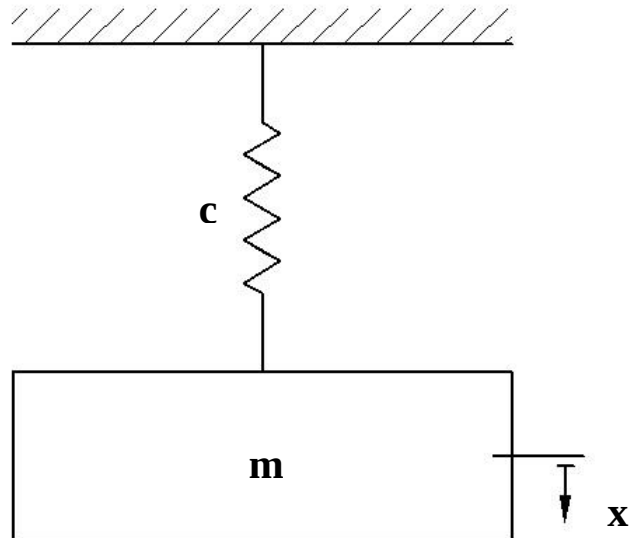
lesz. Mivel

$$2k \left(1 - \frac{L + \Delta L}{\sqrt{L^2 + X^2}} \right) = \frac{1}{c}$$

Ezért a mozgásegyenlet a következő, egyszerűbb alakra hozható:

$$m\ddot{X} + \frac{1}{c}X = 0$$

Ennek az egyenletnek az egyszerűsített modellje:

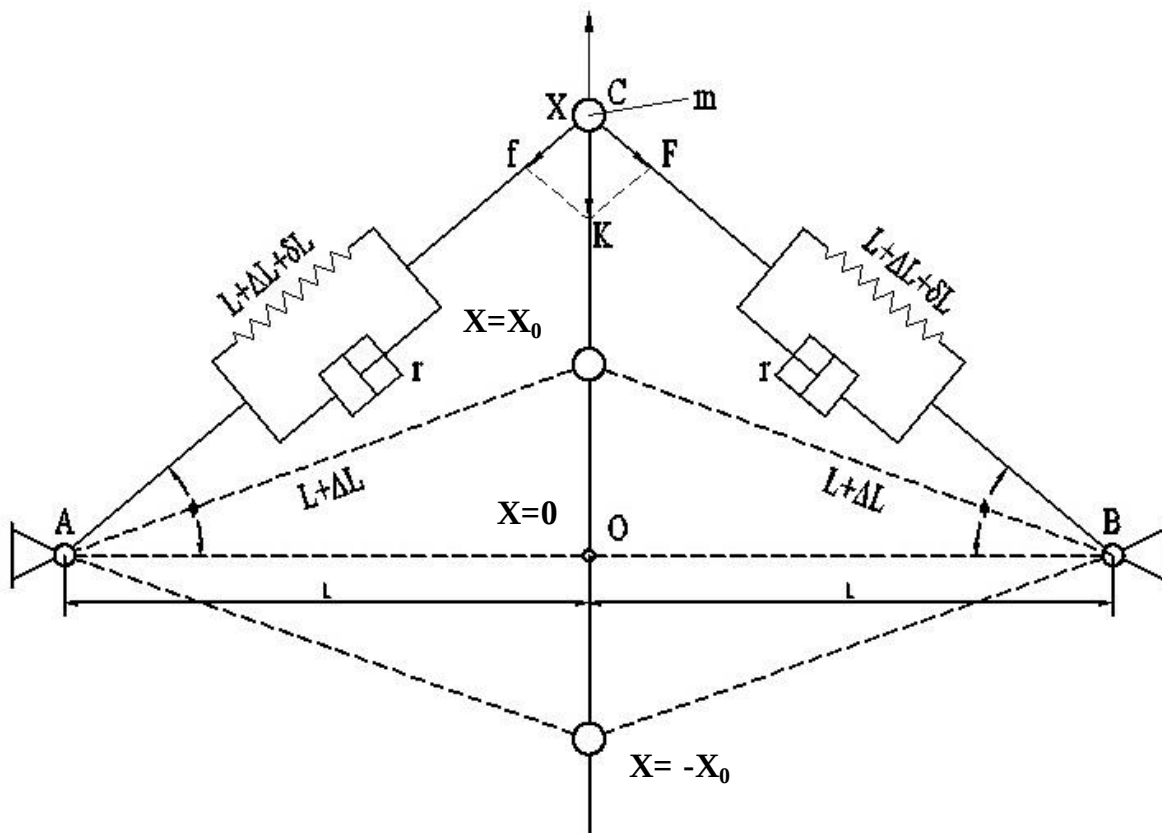


6.ábra

Csillapítás nélküli egyszerűsített modell

Ahol c a nemlineáris rugó rugóállandója.

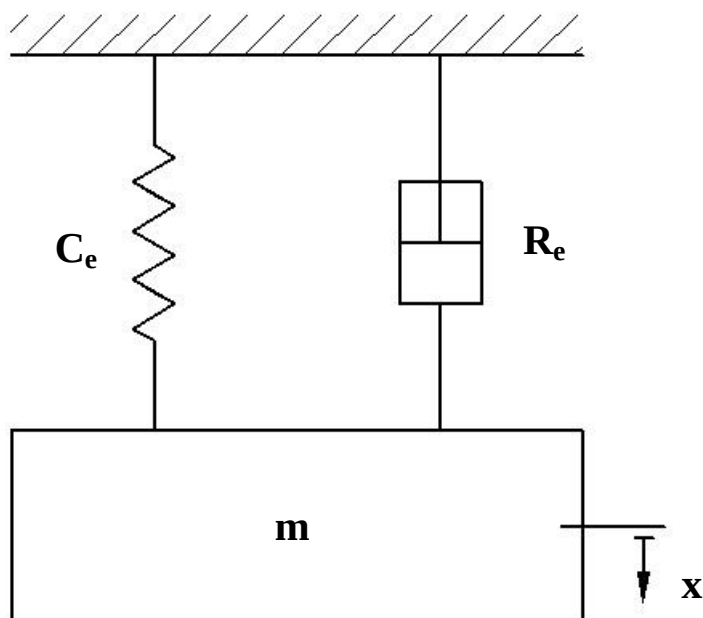
4.5. A berendezés mechanikai modellje a csillapítással



7.ábra

Mechanikai modell a csillapítással

Könnyű belátni, hogy ebben az esetben az egyszerűsített modell a 8.ábra szerint alakul, ahol C_e a nemlineáris eredő rugóállandó, R_e pedig a nemlineáris eredő csillapítás.



8.ábra

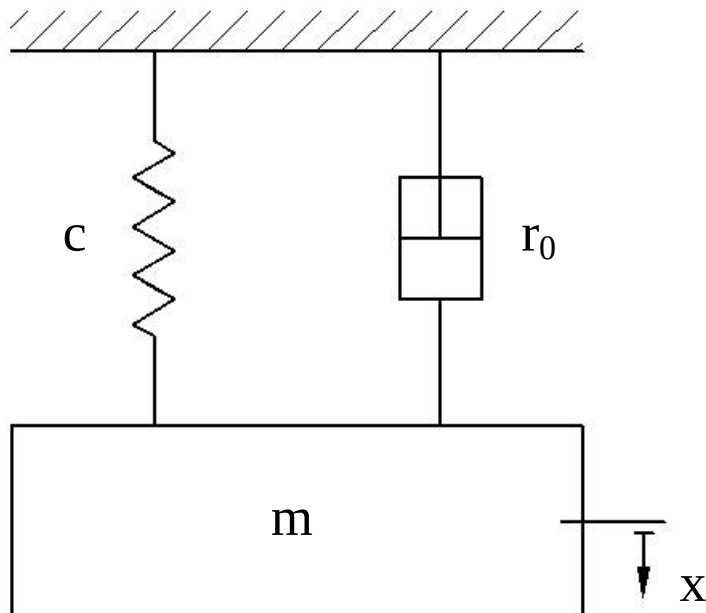
Egyszerűsített modell a csillapítással

A gépészmérnöki gyakorlatban szokásos eljárás, hogy a nemlineáris rugóállandót és csillapítást a lengések kis környezetében linearizáljuk és a továbbiakban az így előálló rendszert vizsgáljuk. Arra is lehetőség van, hogy a linearizált egyenletet egy nagyobb tartományban linearizáljuk, ahol a linearizált paraméterek (c , r_0) az amplitúdó és a frekvencia függvényei. [1]

A linearizált paraméterekből lehetőség van az eredeti nemlineáris karakterisztikák vagy jellegfelületek felépítésére is. [4]

Egy következő munkában a linearizált rugóállandó és a linearizált csillapítás (logaritmikus dekrementum) felépítésével foglalkozunk majd, hogy ezek alapján nem lineáris karakterisztikákat állítsunk elő.

4.6. Az eredő linearizált modell és a kiértékeléshez szükséges képletek levezetése [5]



9.ábra

Eredő linearizált mechanikai modell

Mivel c egy nem lineáris rugó rugóállandója, r_0 pedig egy nem lineáris csillapítás, ezért úgy mérjük, hogy egy-egy lengés idejére lineárisnak vesszük.

Ha az ábrán lévő lengőrendszer tömegét egyensúlyi helyzetből kitérítjük x_1 értékkel, majd elengedjük, akkor az elemi lengéstan levezetése szerint a mozgását leíró differenciál egyenlet a

$$m\ddot{x} + r_0\dot{x} + \frac{1}{c}x = F_0 \quad (1.1)$$

alakban írható, ahol m a lengő rendszer tömege, c a rendszer rugóállandója, r_0 a rendszer csillapítási tényezője, $F_0 = mg$.

Bevezetve a

$$x = x_0 + x_1(t)$$

$$\dot{x} = \dot{x}_1(t)$$

$$\ddot{x} = \ddot{x}_1(t)$$

$$\frac{1}{c}x_0 = F_0$$

jelöléseket a mozgásegyenlet

$$\ddot{x}_1 + \frac{r_0}{m}\dot{x}_1 + \frac{1}{mc}x_1 = 0$$

(1.2)

alakba írható. A megoldást

$$x_1 = C e^{\lambda t}$$

(1.3)

alakban keressük, amelyből

$$\dot{x}_1 = C \lambda e^{\lambda t}, \ddot{x}_1 = C \lambda^2 e^{\lambda t}$$

adódik.

Bevezetve a következő

$$\frac{r_0}{m} = 2\beta \text{ és az } \frac{1}{mc} = \alpha^2$$

(1.4)

jelöléseket a mozgásegyenlet a következő

$$\ddot{x}_1 + 2\beta\dot{x}_1 + \alpha^2 x_1 = 0$$

(1.5)

alakot veszi fel. Az egyenlet karakterisztikus egyenletének a gyökei, kis csillapítások esetén:

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm i\omega$$

alakúak, ahol

(1.6)

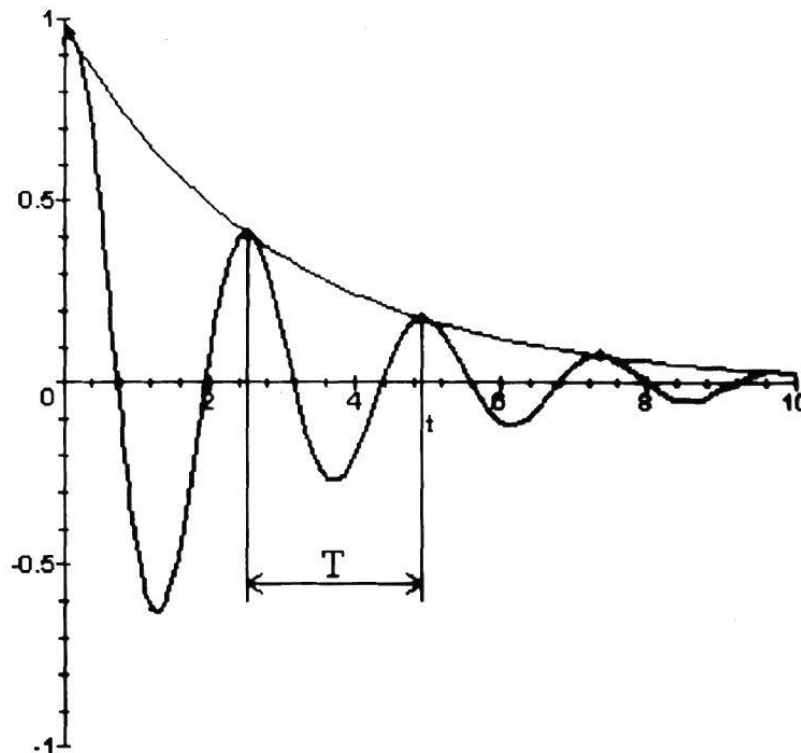
$$\omega = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$$

(1.7).

Ezek alapján a megoldás az

$$x_1 = D e^{-\beta t} \sin(\omega t + \chi) \quad (1.8)$$

alakba írható, ahol D és χ a kezdeti feltételektől függő állandók. A megoldás függvényének jellege a következő ábrán látható.



10.ábra
Jellegfüggvény

A lengésidő a

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1.9)$$

összefüggéssel számítható.

Az is látható, hogy az egymást követő amplitúdók hányadosából számított csillapodó rezgés logaritmikus dekrementuma az ábra szerint két egymást követő lengésamplitúdó mérése alapján a

$$\Lambda = \ln \frac{x_1(t)}{x_1(t+T)} \quad (1.10)$$

összefüggéssel számolható. Ha a (1.8) összefüggést a (1.10)-be helyettesítjük, akkor a logaritmikus dekrementumra a

$$\Lambda = \beta T$$

összefüggést kapjuk, amelyből (1.9) alapján

$$\Lambda = \beta \frac{2\pi}{\omega}$$

adódik. A tapasztalat szerint a Λ logaritmikus dekrementumot célszerű nem két egymást követő amplitúdó mérése alapján számítani, hanem azt több lengés mérése útján meghatározni. Ha n egymást követő lengést veszünk számításba, akkor (1.8) és (1.10) alapján a

$$\Lambda = \beta T = \frac{1}{n} \ln \frac{x_1(t)}{x_1(t + nT)} \quad (1.11)$$

összefüggés adódik.

A lengésidő és a logaritmikus dekrementum meghatározásával (mérésével) kiszámítható a csillapítási tényező és a rugóállandó. A (1.4) és (1.7) továbbá (1.9) és (1.10) vagy (1.11) alapján a csillapítási tényezőre az

$$r_0 = 2m \frac{\Lambda}{T} \quad (1.12)$$

,a rugóállandóra pedig a

$$c = \frac{1}{m} \cdot \frac{T^2}{4\pi^2 + \Lambda^2} \quad (1.13)$$

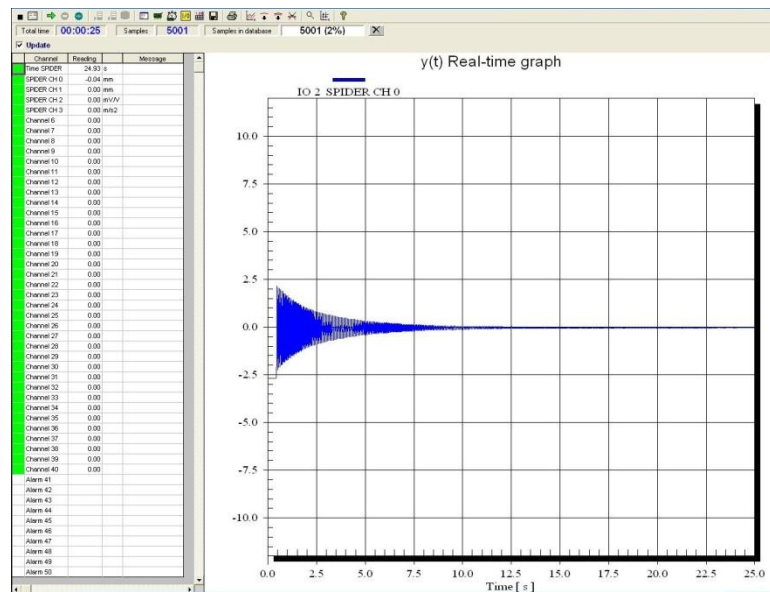
adódik.

4.7. Néhány, a mérés során kapott kirezgetési görbe

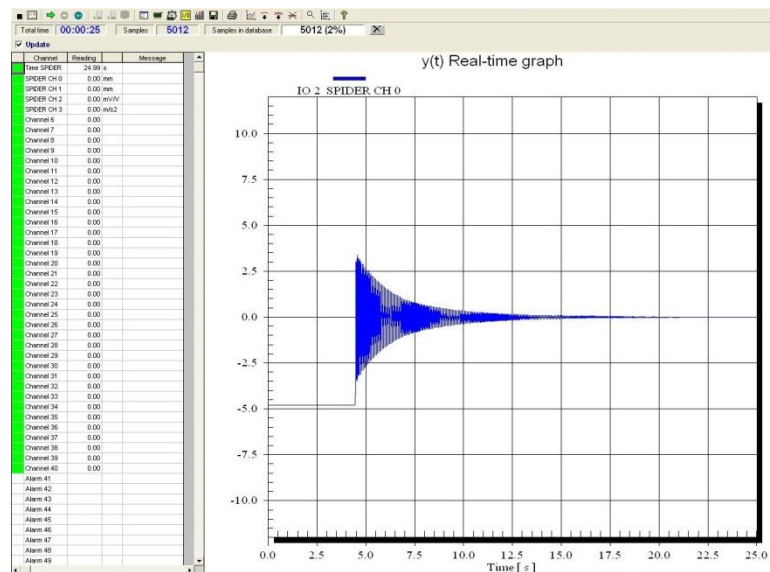
Minden szíjfeszítésre (98.1 N, 196.2 N, 294.3 N), ezen belül minden kitérítő súlyra (2.226 N, 4.453 N, 4.787 N, 7.014 N, 9.564 N), kitérítésenként 3-3 mérésre az adatfeldolgozó program egy-egy csillapodó rezgés görbét adott. Ezekből kitérítésenként 1-1 görbét mutatnak a következő pontok.

4.7.1. 98.1 N-os szíjfeszítő erőnél kapott görbék

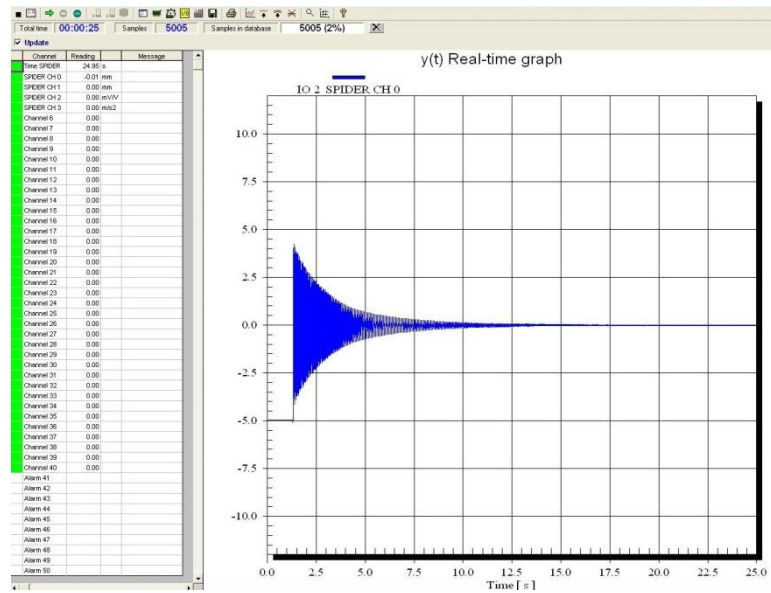
a) 2.226 N-os súllyal történt kitérítésnél:



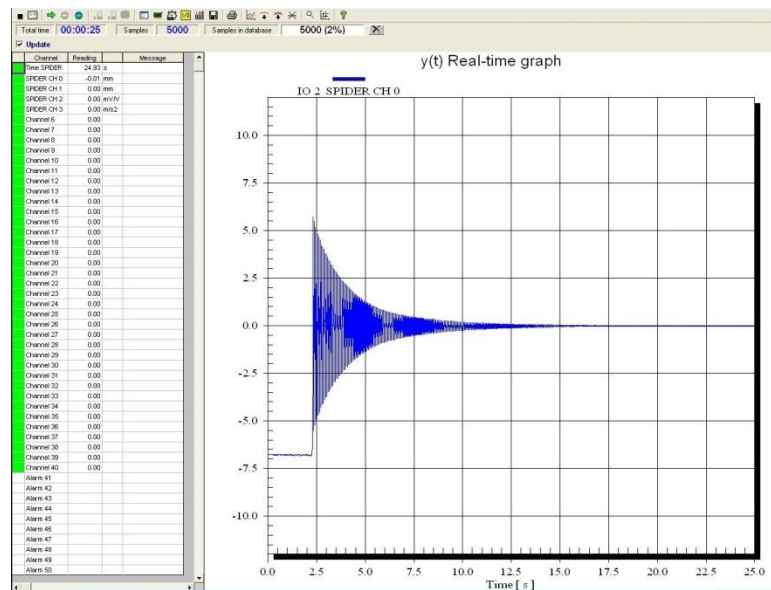
b) 4.453 N-os súllyal történt kitérítésnél:



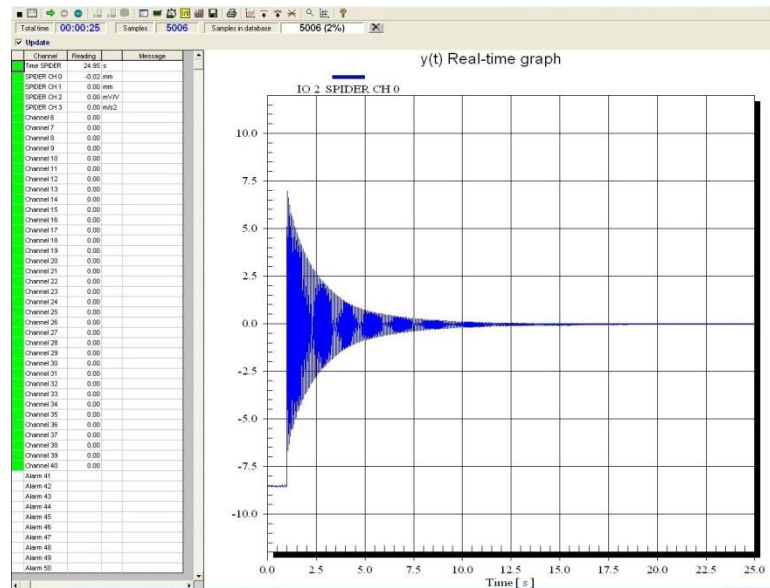
c) 4.787 N-os súllyal történt kitérítésnél:



d) 7.014 N-os súllyal történt kitérítésnél:

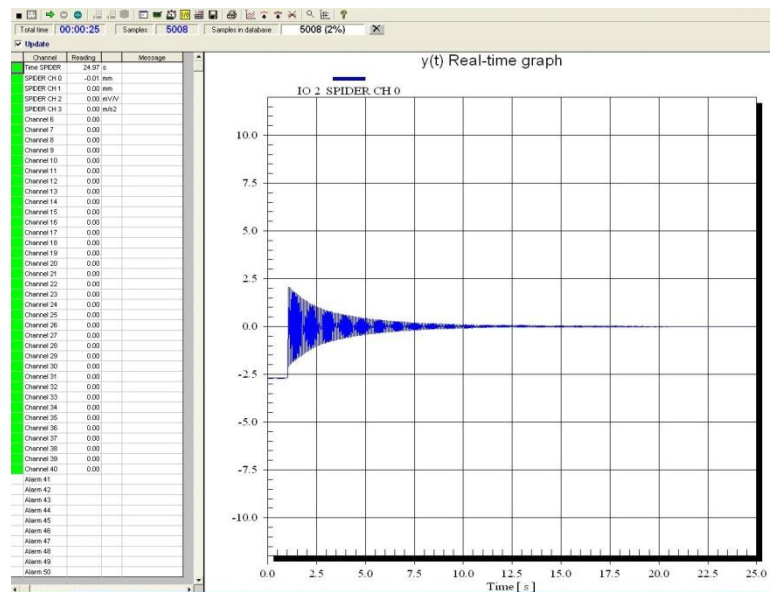


e) 9.564 N-os súllyal történt kitérítésnél:

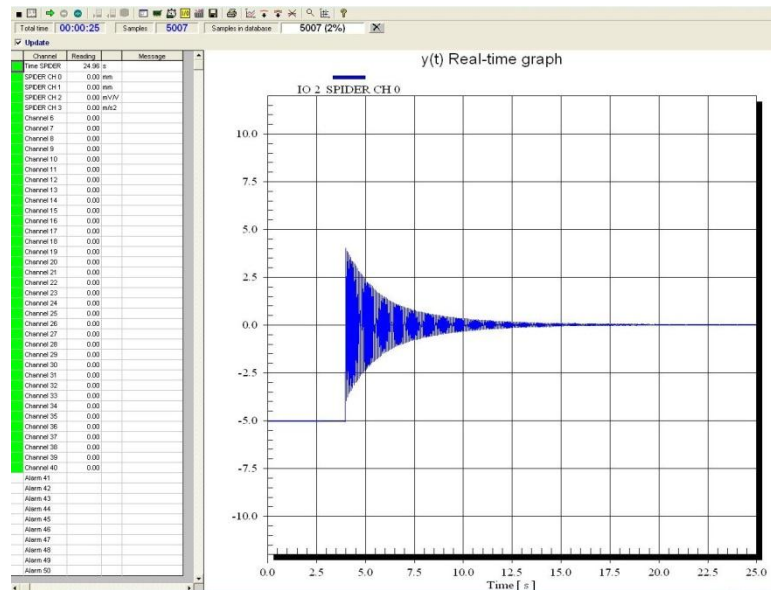


4.7.2. 196.2 N-os szíj feszítő erőnél kapott görbék

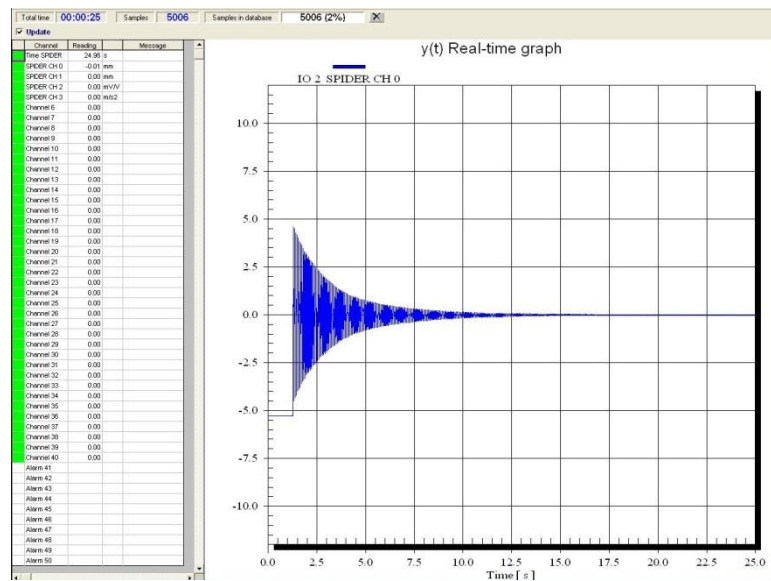
a) 2.226 N-os súllyal történt kitérítésnél:



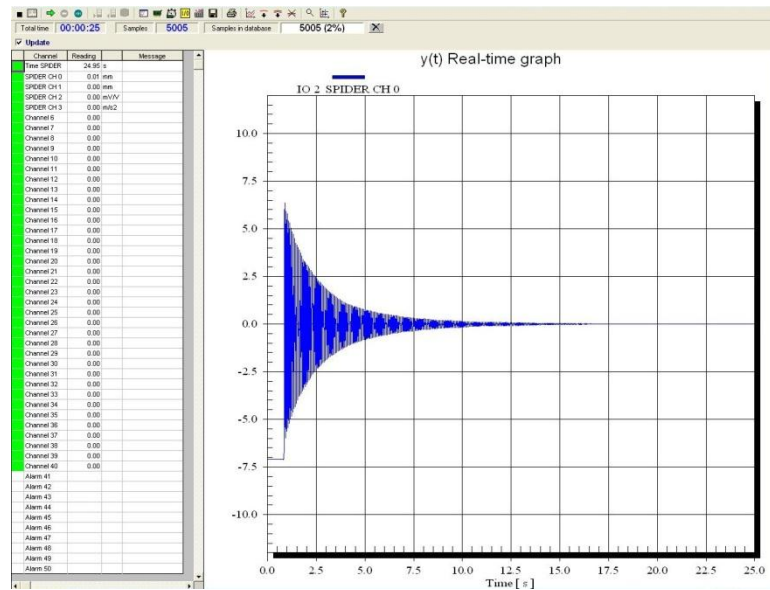
b) 4.453 N-os súllyal történt kitérítéskor:



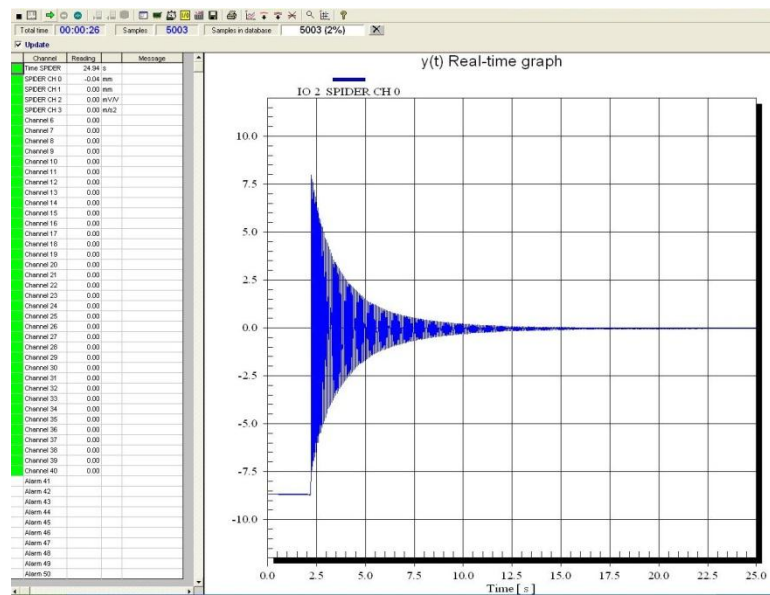
c) 4.787 N-os súllyal történt kitérítéskor:



d) 7.014 N-os súllyal való kitérítéskor:

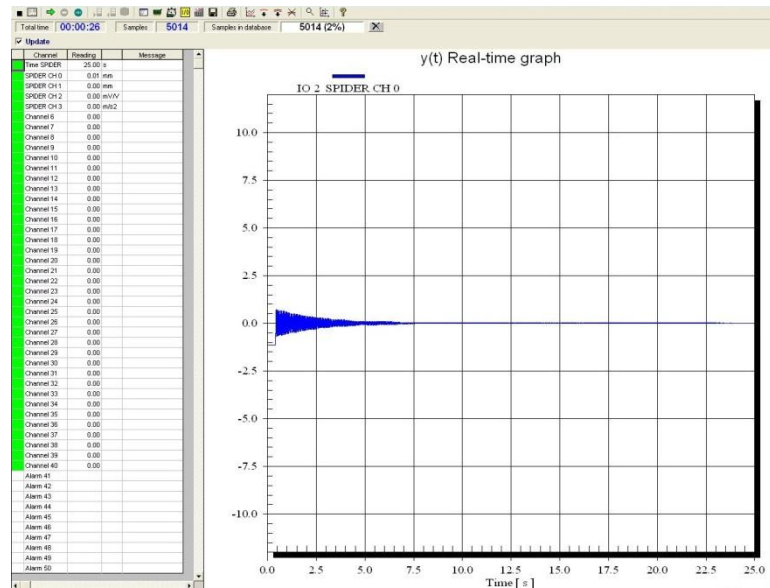


e) 9.564 N-os súllyal történt kitérítéskor:

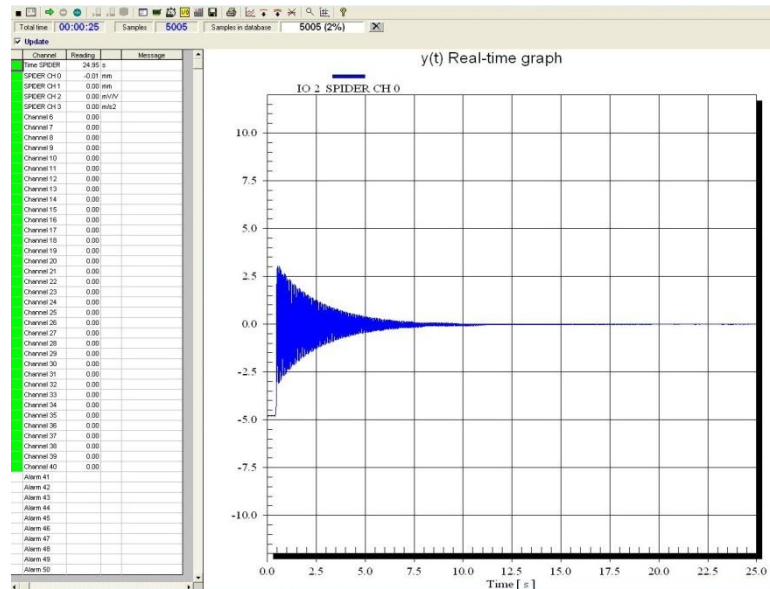


4.7.3. 294.3 N-os szíjfeszítő erőnél kapott görbék

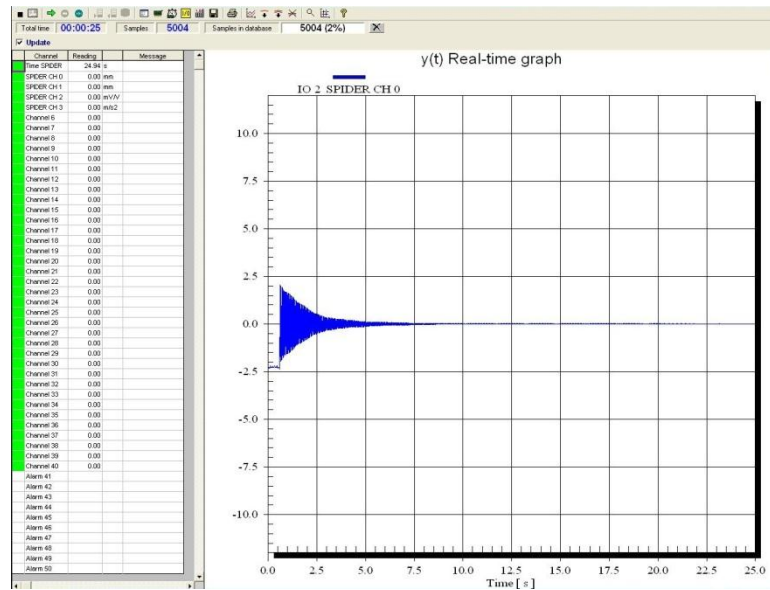
a) 2.226 N-os súllyal történt kitérítésnél:



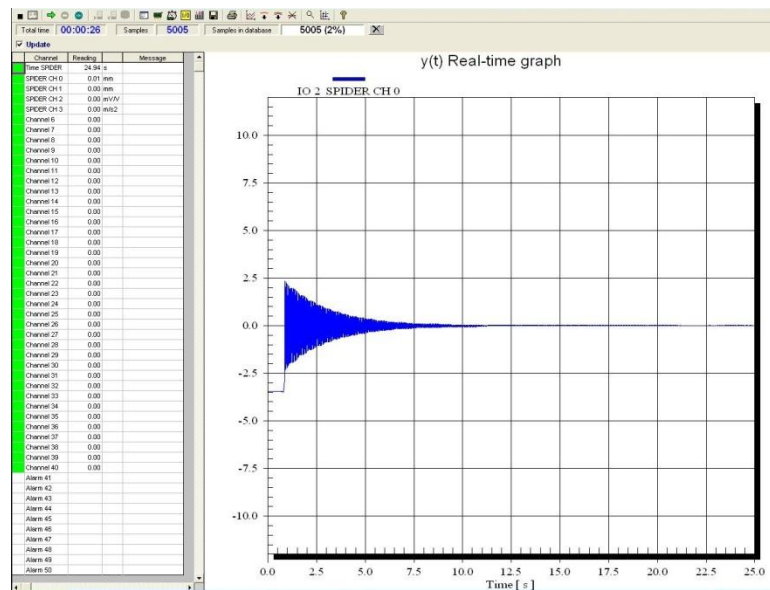
b) 4.453 N-os súllyal történt kitérítésnél:



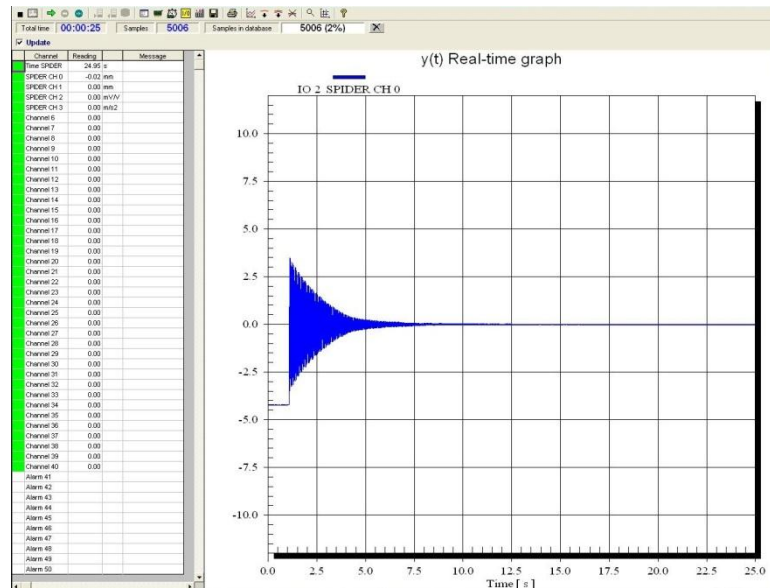
c) 4.787 N-os súllyal történt kitérítésnél:



d) 7.014 N-os súllyal történt kitérítésnél:



e) 9.564 N-os súllyal történt kitérésnél:

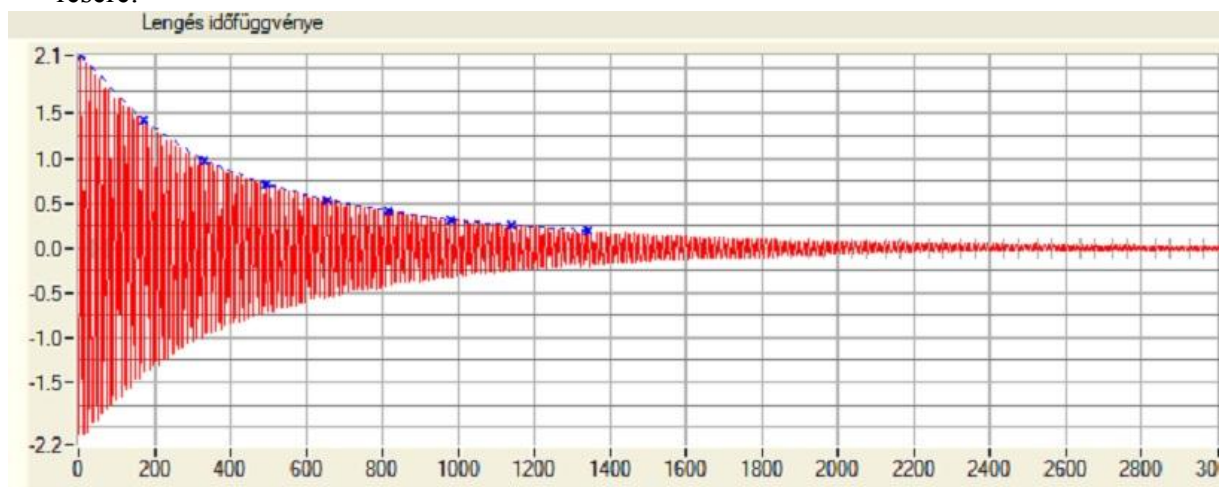


5. A mérési eredmények kiértékelése

A kiértékeléshez egy Logdek nevű programot használtunk, amely minden egyes görbéhez kiszámolt egy átlagos logaritmikus dekrementumot, illetve egy átlagos periódus időt. Ezeket az értékeket egy méréssorozaton belül tovább átlagolva megkapjuk az adott megfeszítéshez és azon belül adott kitéréshez tartozó logaritmikus dekrementumot és periódus időt. A megkapott értékeket behelyettesítettük a korábban levezetett rugóállandó és a csillapítási tényező kiszámolására alkalmas képletbe, az így kapott értékeket pedig diagramban ábrázoltuk.

5.1. 98.1 N-os megfeszítő erőnél kapott csillapítási tényező és rugóállandó görbék

A kiértékelő program által kirajzolt görbék és értékek a 2.226 N-os méréssorozat első mérésére:



11.ábra

A lengés időfüggvénye



12.ábra

A logaritmusos dekrementum diagramja és átlag értéke



13.ábra

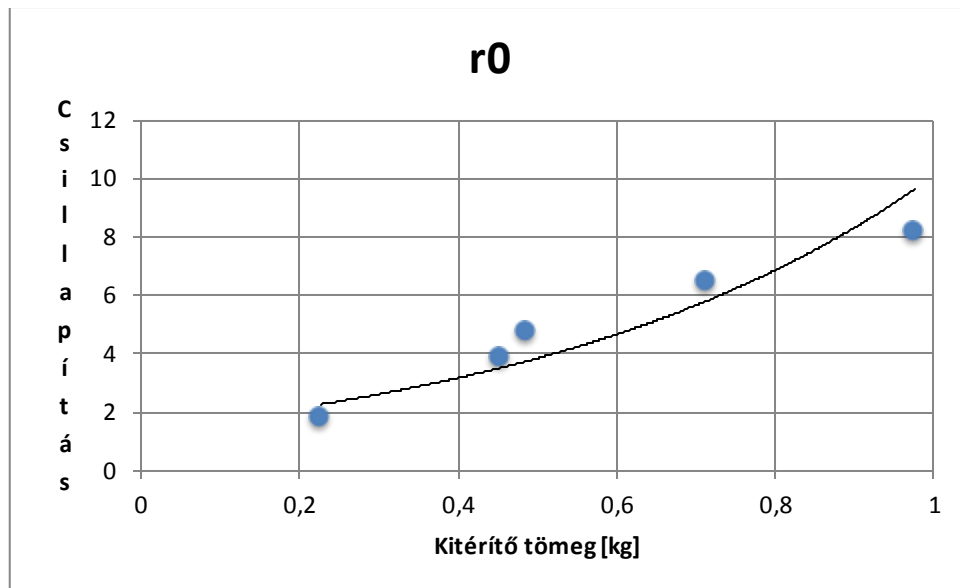
A lengésidő diagramja és átlag értéke

A mérőszorozat minden tagjánál leolvassuk ezekből a diagramokból az átlag értékeket. Excel táblázatba beillesztve, kitérésenként átlagoljuk a leolvasott értékeket, ezek után számolhatóvá és ábrázolhatóvá válik a csillapítási tényező és a rugóállandó. Az említett táblázat a következő:

Kitérítő tömeg [kg]	Log. Dek.	Átl. Log. Dek.	Periódus idő	Átl. Periódus idő	r0	c
0,227	0,1182	0,1158	0,0296	0,0292	1,800452055	9,51114E-05
	0,1145		0,029			
	0,1147		0,029			
0,454	0,1241	0,125566667	0,03	0,029933333	3,808948775	4,99714E-05
	0,1264		0,03			
	0,1262		0,0298			
0,488	0,1375	0,135966667	0,0283	0,028133333	4,716947867	4,10638E-05
	0,1353		0,0279			
	0,1351		0,0282			
0,715	0,1303	0,127733333	0,0297	0,028566667	6,39411902	2,88984E-05
	0,1274		0,028			
	0,1255		0,028			
0,975	0,1249	0,123333333	0,0288	0,029433333	8,171007928	2,24982E-05
	0,1188		0,029			
	0,1263		0,0305			

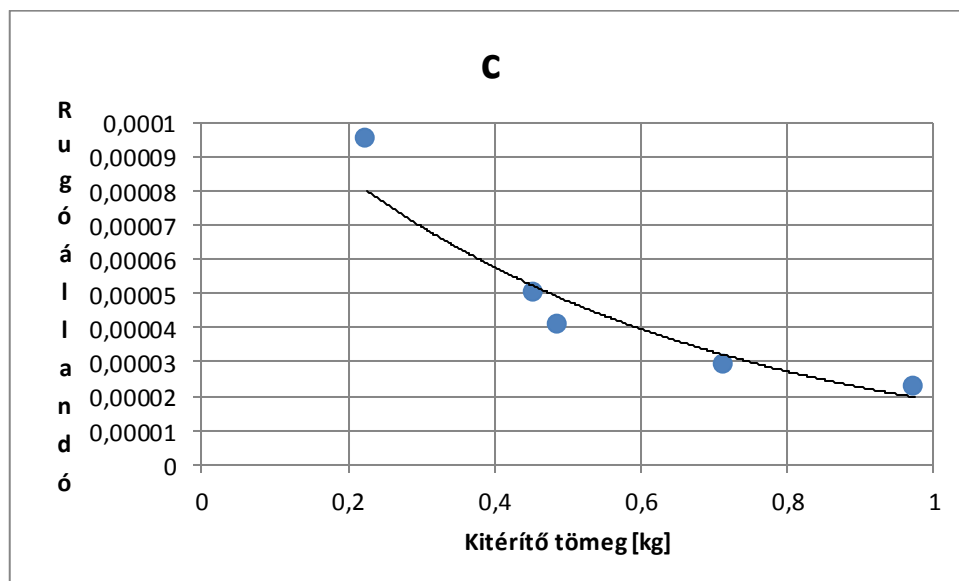
1.táblázat

A számított pontokat diagramban ábrázoltuk és a pontokra egy exponenciális görbét illesztettünk. Ez alapján a következő diagramokat kaptuk:



14.ábra

A csillapítási tényező diagramja 98.1 N-os szíjfeszítésnél

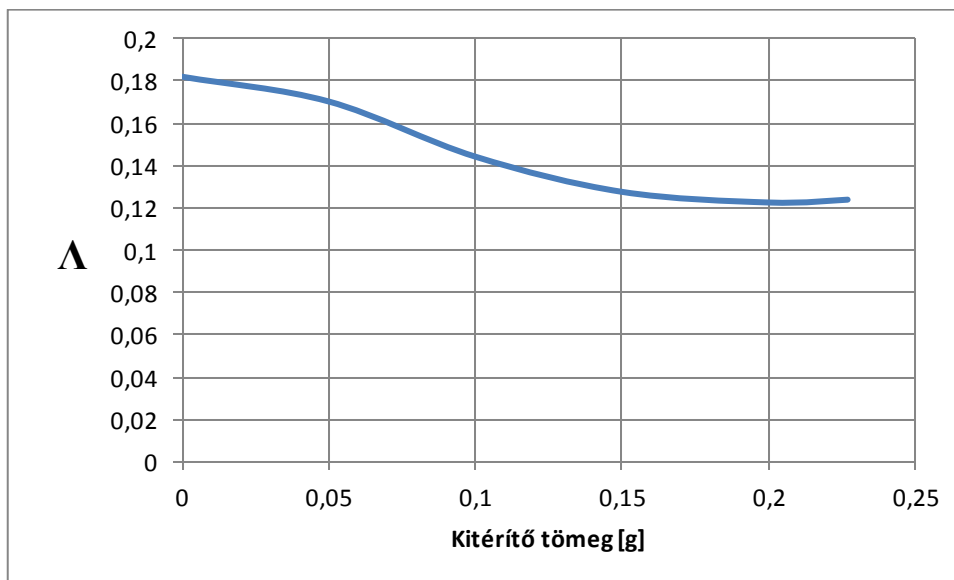


15.ábra

A rugóállandó diagramja 98.1 N-os szíjfeszítésnél

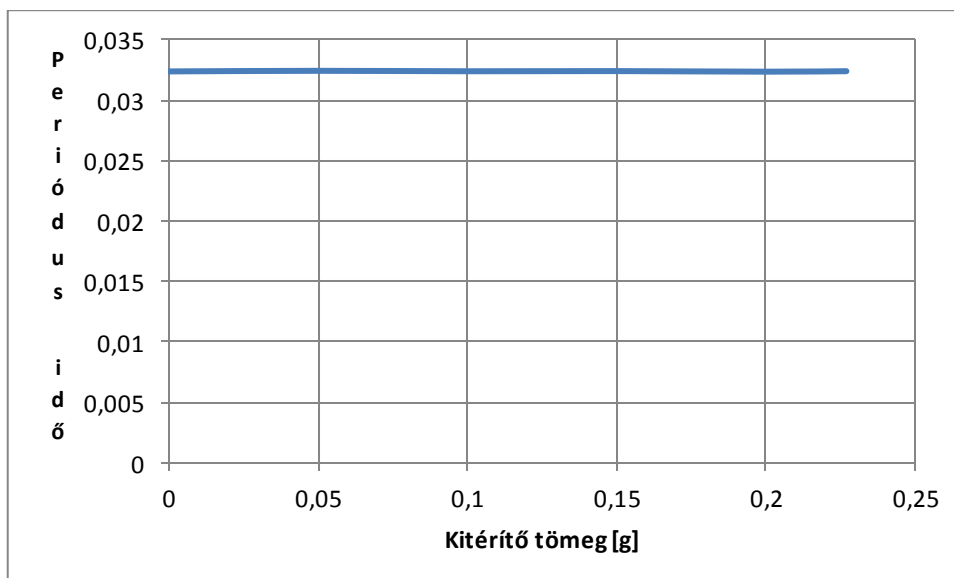
5.1.1. A logaritmikus dekrementum, a periódus idő, a csillapítási tényező és a rugóállandó változása egy kitérítő súlyon belül

A logaritmikus dekrementum és a periódus idő változását most csak a 2.226 N-os kitérítő súly függvényében ábrázoljuk.



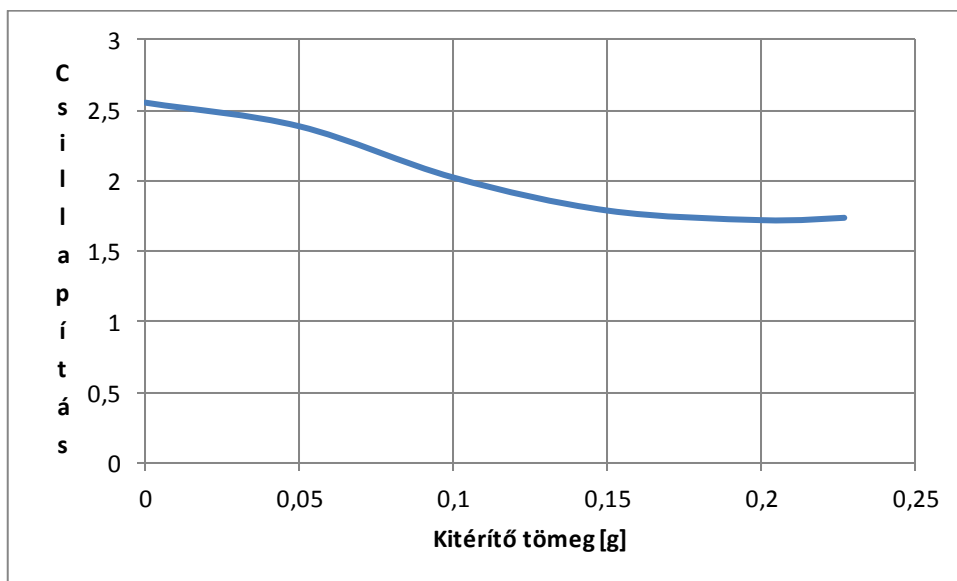
16.ábra

A logaritmikus dekrementum változása



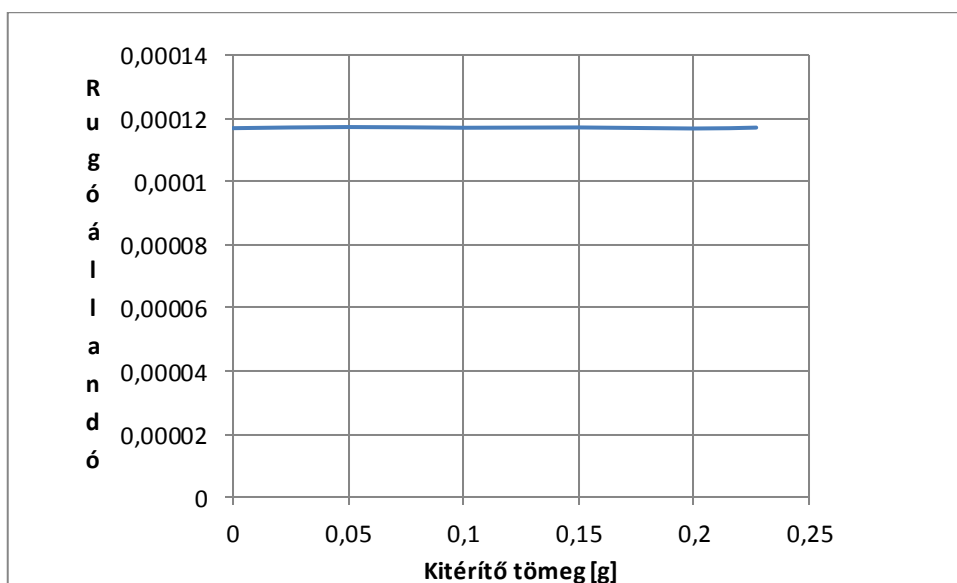
17.ábra

A periódus idő változása



18.ábra

A csillapítási tényező változása



19.ábra

A rugóállandó változása

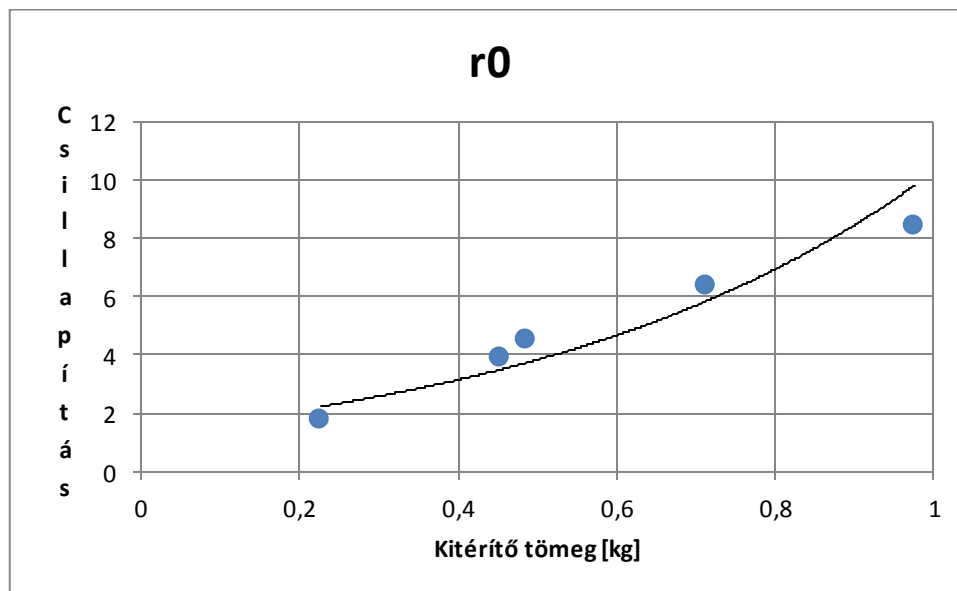
5.2. 196.2 N-os szíjfeszítő erőnél kapott csillapítási tényező és rugóállandó görbék

Ebben az esetben is az 5.1-es pontban bemutatott logika szerint haladtunk. A kiértékelő táblázat a következő:

Kitérítő tömeg [kg]	Log. Dek.	Átl. Log. Dek.	Periódus idő	Átl. Periódus idő	r0	c
0,227	0,1129	0,111	0,0282	0,028233333	1,784911452	8,89208E-05
	0,107		0,028			
	0,1131		0,0285			
0,454	0,1216	0,1223	0,0291	0,028633333	3,878291036	4,57261E-05
	0,1204		0,0285			
	0,1249		0,0283			
0,488	0,136	0,1357	0,0294	0,029166667	4,540909714	4,41359E-05
	0,1392		0,0294			
	0,1319		0,0287			
0,715	0,1303	0,128566667	0,0293	0,028966667	6,346962025	2,97132E-05
	0,1294		0,0289			
	0,126		0,0287			
0,975	0,124	0,126033333	0,029	0,029166667	8,426228571	2,2092E-05
	0,1278		0,0296			
	0,1263		0,0289			

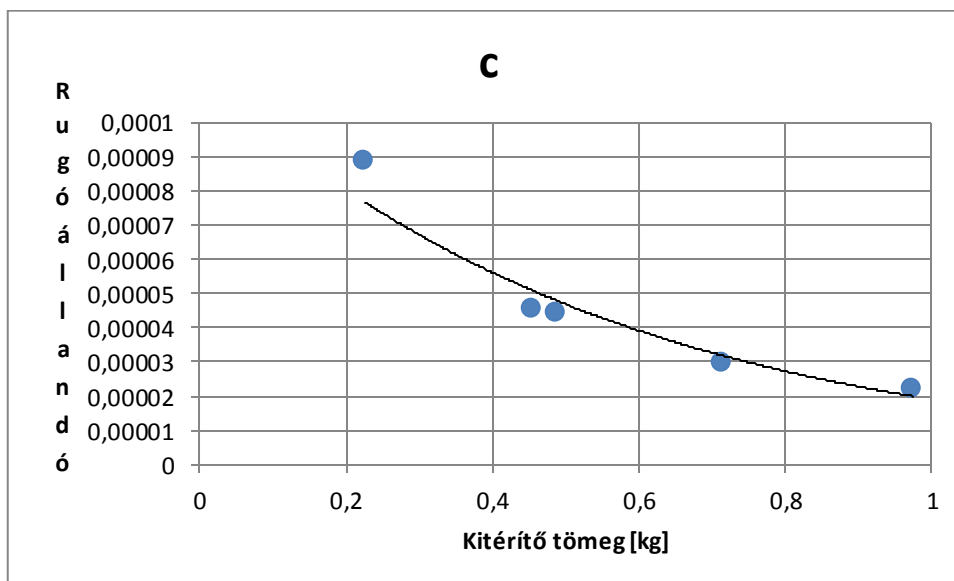
2.táblázat

A számított pontokat diagramban ábrázoltuk és a pontokra egy exponenciális görbét illesztettünk. Ez alapján a következő diagramokat kaptuk:



20.ábra

A csillapítási tényező diagramja 196.2 N-os szíjfeszítésnél



21. ábra

A rugóállandó diagramja 196.2 N-os szíjfeszítésnél

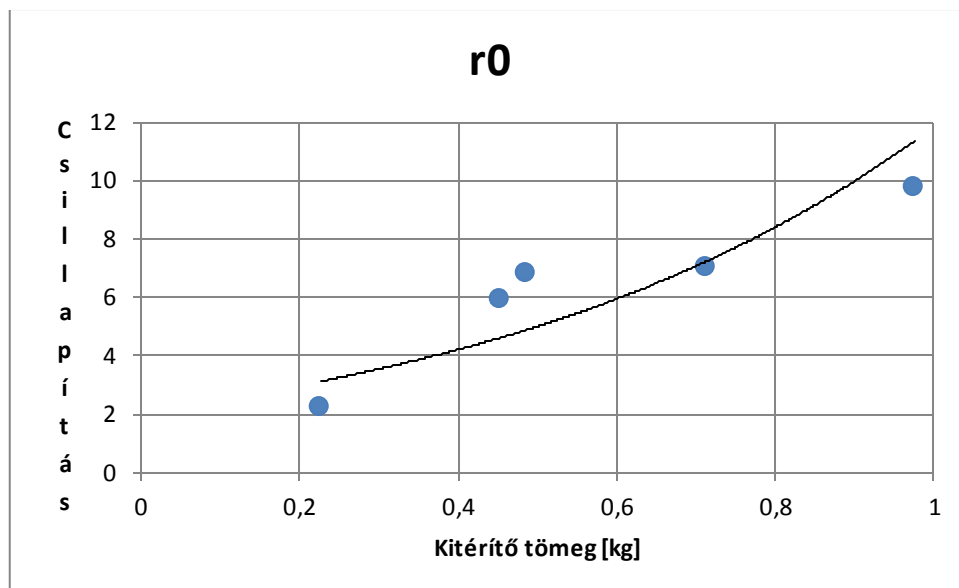
5.3. 294.3 N-os szíjfeszítő erőnél kapott csillapítási tényező és rugóállandó görbék

Ebben az esetben is az 5.1-es pontban bemutatott logika szerint haladtunk. A kiértékelő táblázat a következő:

Kitérítő tömeg [kg]	Log. Dek.	Ált. Log. Dek.	Periódus idő	Átl. Periódus idő	r0	c
0,227	0,1225	0,1183	0,0244	0,024766667	2,16856797	6,8422E-05
	0,1212		0,0265			
	0,1112		0,0234			
0,454	0,1818	0,162033333	0,0241	0,0249	5,90868541	3,457E-05
	0,1783		0,0246			
	0,126		0,026			
0,488	0,1887	0,1839	0,0267	0,026433333	6,79015385	3,6237E-05
	0,1841		0,0266			
	0,1789		0,026			
0,715	0,1372	0,129933333	0,0271	0,0267	6,95897628	2,5245E-05
	0,1294		0,027			
	0,1232		0,026			
0,975	0,1357	0,136	0,0275	0,0274	9,67883212	1,9495E-05
	0,1361		0,0275			
	0,1362		0,0272			

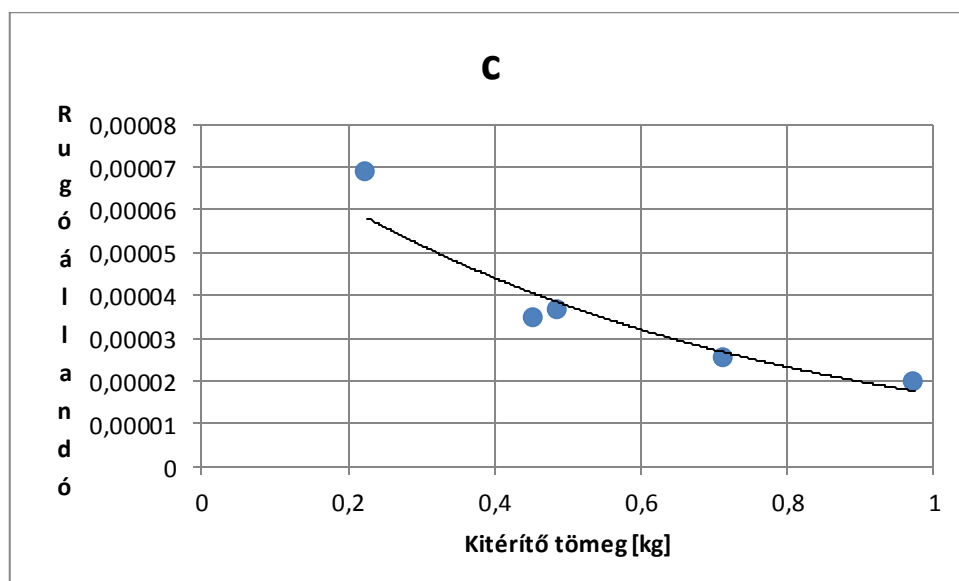
3. táblázat

A számított pontokat diagramban ábrázoltuk és a pontokra egy exponenciális görbét illesztettünk. Ez alapján a következő diagramokat kaptuk:



22.ábra

A csillapítási tényező diagramja 294.3 N-os szíjfeszítésnél



23.ábra

A rugóállandó diagramja 294.3 N-os szíjfeszítésnél

6. Továbblépési lehetőségek

A mérés során azt vizsgáltuk, hogy egy adott szíjfeszítő erőnél, különböző kitérítések függvényében hogy változik a logaritmikus dekrementum és ez alapján hogyan változik a szíjág rugóállandója illetve hogy változik a csillapítás. Fontos megjegyezni, hogy esetünkben a szíjág közepére tett tömegpont állandó volt.

A továbbiakban olyan méréseket fogunk végezni, ahol a szíjfeszítő- és kitérítési erőn kívül a szíjág közepére helyezett tömegpont is változó lesz.

Egy következő feladatban a linearizált rugóállandóval és a linearizált csillapítással foglalkozunk majd, hogy ezek alapján fel tudjunk állítani egy nem linearizált karakterisztikát.

7. Felhasznált irodalom

- [1] Faragó K.: Szíjhajtású Szerszámgép Főorsók Nemlineáris Rezgése; kandidátusi értekezés, Miskolc, 1985.
- [2] Kauderer, H.: Nichtlineare Mechanik; Springer-Verlag, Berlin, 1958.
- [3] Patkó Gy.: Dinamikai szempontok gépek tervezésénél; Miskolci Egyetem Habilitációs Füzetek, Műszaki-Természettudományos Habilitációs Bizottság, 1998.
- [4] Patkó Gy.: Közelítő módszer nemlineáris rezgések vizsgálatára; kandidátusi értekezés, Miskolc Egyetem, 1984.
- [5] Simon G.: Beszámoló (Beszámoló a 2004-2007 közötti doktoranduszi tevékenységről)

8. Köszönetnyilvánítás

Külön köszönet illeti Szilágyi Attila egyetemi adjunktust a mérésekhez adott segítségéért és közreműködéséért.

A bemutatott kutatómunka a TÁMOP 4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

9. Tartalomjegyzék

1.	Bevezetés	2
2.	A mérő berendezés elvi kidolgozása	3
2.1.	A mérőberendezéssel szemben támasztott követelmények	3
2.2.	A mérő berendezés modellje és feladatai	3
2.2.1.	A mérő berendezés modellje.	3
2.2.2.	A mérendő szíjág megfeszítése.	3
2.2.3.	A megfeszített szíjág rögzítése.	4
2.2.4.	Kitérítés a szíjág közepén.	5
2.3.	Berendezés koncepciók:	5
2.3.1.	Tisztán mágneses megoldás (M1)	6
2.3.2.	Tisztán hidraulikus megoldás (M2).....	7
2.3.3.	Tisztán mechanikus megoldás (M3).....	8
2.3.4.	Hidraulikus + mechanikus megoldás (M4)	9
2.3.5.	Tisztán mechanikus megoldás (M5).....	10
2.3.6.	Vákuumos megoldás (M6)	11
2.3.7.	Súlyfeszítéses megoldás (M7).....	12
2.3.8.	Mechanikus + hidraulikus (M8)	13
2.3.9.	Mágneses megoldás 2. (M9).....	15
3.	Optimális megoldás gyártása és a mérő rendszer összeállítása	18
3.1.	M1: Tisztán mágneses megoldás	18
3.2.	M6: Vákuumos megoldás	19
3.3.	M7: Súlyfeszítéses megoldás.....	20
4.	Az összeállított berendezés és a mérés bemutatása	21
4.1.	A csillapítás mérése kirezgetéssel	21
4.2.	A mérőműszer.....	21
4.3.	Az összeállított mérőberendezés.....	21
4.4.	A berendezés mechanikai modellje csillapítás nélkül [2].....	22
4.5.	A berendezés mechanikai modellje a csillapítással	24
4.6.	Az eredő linearizált modell és a kiértékeléshez szükséges képletek levezetése [5] ..	26
4.7.	Néhány, a mérés során kapott kirezgetési görbe	30
4.7.1.	98.1 N-os szíj feszítő erőnél kapott görbék	30
4.7.2.	196.2 N-os szíj feszítő erőnél kapott görbék	32
4.7.3.	294.3 N-os szíj feszítő erőnél kapott görbék	35
5.	A mérési eredmények kiértékelése	37
5.1.	98.1 N-os megfeszítő erőnél kapott csillapítási tényező és rugóállandó görbék	37
5.1.1.	A logaritmusos dekrementum, a periódus idő, a csillapítási tényező és a rugóállandó változása egy kitérítő súlyon belül	40
5.2.	196.2 N-os szíj feszítő erőnél kapott csillapítási tényező és rugóállandó görbék	42
5.3.	294.3 N-os szíj feszítő erőnél kapott csillapítási tényező és rugóállandó görbék	43
6.	Tovább lépési lehetőségek	45
7.	Felhasznált irodalom	46
8.	Köszönetnyilvánítás	47
9.	Tartalomjegyzék	48