

OTDK-dolgozat

Tétényi László
BA

2013

Optimális árukapcsolás

Optimal Bundling

Készítette: Tétényi László

Kézirat lezárása: 2012. május 2.

Absztrakt

A piacszerkezetek az egyik legfiatalabb és leggyorsabban fejlődő ága a mikroökonómiának. Ez a rendkívül szerteágazó tudományterület a vállalatok és a fogyasztók szerkezeti összetételének a jólétre, a termelésre és a versenyre gyakorolt hatásával foglalkozik. A különböző piacok összekapcsolásával, a termékek rögzített szerkezetben történő eladásának elméletével az árukapcsolás foglalkozik. Ez egyrészt a kizorítási elméletre – amely a vállalatok egymás közötti versenyellenes interakcióival foglalkozik – másrészt az árdiszkriminációs elméletre támaszkodik. Én a kizorítási elmélet szemüvegén keresztül fogom vizsgálni az árukapcsolást és elsősorban arra próbálok választ találni, hogy különböző feltételek esetén az árukapcsolás hogyan befolyásolja az egyensúlyi mennyiségeket és a versenyt, illetve lehet-e gazdaságpolitikai célokat elérni az árukapcsolás előírásával. A különböző modellekkel az árukapcsolás jelentőségét, alkalmazhatóságát és egyben a probléma összetettségét szeretném bemutatni.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés - Az árukapcsolás természete	1
2. A modellek feltevései	4
3. Az árukapcsolás piacszerkezeti modelljei	7
3.1. Belépő kiszorítása árukapcsolással független piacok esetén	7
3.1.1. A modell levezetése	8
3.1.2. Szimultán árukapcsolás	9
3.1.3. Szekvenciális árukapcsolás	10
3.1.4. Holtteher-veszteség a szekvenciális árukapcsolás esetén	11
3.2. Belépő kiszorítása árukapcsolással összefüggő piacok esetén	13
3.2.1. A módosított modell levezetése	13
3.2.2. Eredmények	15
4. Az árukapcsolás gazdaságpolitikai felhasználása	19
4.1. A kormányzati árukapcsolás	20
4.2. Mennyiség befolyásolása két piac esetén	23
4.2.1. Kormányzati árukapcsolás	24
4.2.2. Adó és támogatás	28
4.2.3. Eredmények	31
5. Összefoglalás	32
Irodalomjegyzék	34

Ábrák jegyzéke

3.1. A monopolista profitja	15
3.2. A belépő profitja	16
3.3. A nem-versenyzői termék mennyisége	16
3.4. A versenyzői termék mennyisége	17
3.5. Az árukapcsolás mértéke	17
3.6. Holtteher-veszteség	18
3.7. Fogyasztói többlet	18

1. fejezet

Bevezetés - Az árukapcsolás természete

Az árukapcsolás úgy vonult be a történelembe, mint a piaci hatékonyság egyik fő ellensége, egy olyan eszköz, mely kizárólag arra irányul, hogy egy vállalat más vállalatokat szorítson ki a piacról, ezáltal tovább növelve profitját. Alkalmazását, negatív hírnevének köszönhetően, sokáig egyértelműen az amerikai versenyjogba ütközőnek tartják (Sherman Act, Clayton Act). A közgazdasági irodalom csak az 1950-es évek végétől kezd el foglalkozni az árukapcsolás elméletével. Érdekes módon már ekkor megszületik az első kritika az árukapcsolási előítéletekkel szemben, Director, A. és Levi, H. E. (1956) azt állítja, hogy az árukapcsolás legjobb esetben is hatástalan, a vállalatok csupán a költségek csökkentése érdekében alkalmazzák.

Az első igazán fontos elméleti cikkek a 60-as évek végén, 70-es évek közepén íródnak (Stigler (1966), Adams, W. J. és Yellen, J. L. (1976)). Stigler, Adams és Yellens már szembesülnek a problémával, melyet a kialakulatlan fogalmak jelentettek az árukapcsolás témakörében. Az árukapcsolásnak két fajtáját is megkülönböztetik. A „tisztá” árukapcsolás azt jelenti, hogy a vállalat az adott csomagon kívül, melynek minden egysége pontosan ugyanolyan mennyiségben tartalmazza az árukat, nem termelhet pozitív mennyiséget a csomagot alkotó termékekből. Ezzel ellentétben a „vegyes” árukapcsolás eltekint ettől a tiltástól. Az említett cikkek egy másik fontos problémát is azonosítanak. Az árukapcsolásnak alapvetően két hatását különítik el: egyrészt a fogyasztók felé irányuló árdiszkriminációt, másrészt pedig a rivális kiszorítását. Adams és Yellens grafikusán, néhány példán keresztül bemutatja, hogy a monopólium számára akármelyik árazás – a termékek külön árazása, a tisztá árukapcsolás illetve kevert árukapcsolás – optimális lehet, ez csupán a diszkrét fogyasztók szerkezetétől és a költségektől függ. Általában a kevert árukapcsolás tűnik a legmegfelelőbb stratégiának. Ugyanitt vetődik fel először az egyik probléma, amivel foglalkozni fogok: az árukapcsolás az egyik termékből túltermelést, a másikkal pe-

dig alultermelést okoz az eredeti egyensúlyhoz képest. Ezáltal lehetőség nyílik a piacok árukapcsolással történő szabályozására, amit szembe fogok állítani a piacok adókkal és támogatásokkal történő szabályozásával.

Ettől kezdve az árukapcsolás irodalma egészen 1990-ig elsősorban az első hatással, azaz az árdiszkriminációval foglalkozik: egy monopólium viselkedését vizsgálják két piacon, diszkrét fogyasztókat feltételezve. Azért választják az első hatás bemutatását, mert cáfolni akarják azt az előítéletet, mely szerint az árukapcsolás egyetlen oka a piaci verseny csökkentése és ezért mindenképpen káros. Ezekben a modellekben – a diszkrét fogyasztók feltételét általánosítva – a rezervációs árak „nem túl pozitív” korreláltsága szükséges ahhoz, hogy a monopólium egyfajta harmadfokú árdiszkriminációt hajtson végre az árukapcsolással. Ez azonban nem feltétlenül jelenti sem a fogyasztói többlet, sem az össztársadalmi többlet csökkenését – ezáltal az árukapcsolási előítélet úgy látszott, némileg cáfolva lett. Ennek az egyik legfőbb magyarázata, hogy olyanok is hozzájuthatnak mindkét termékhez, akik csak az egyiket kapták volna meg, illetve akik egyiket se szereztek volna meg az eredeti egyensúlyban. Ezen a területen aztán Schmalensee (1982) , (1984) illetve McAfee R. P. , McMillan, J. és Whinston, M. D. (1989) ad még pontosabb elégséges feltételeket, amelyek teljesülése esetén az árukapcsolás optimális stratégia lehet a többtermékes monopólium számára. Adott körülmények között főként a kevert árukapcsolást találták optimálisnak. Érdekesség, hogy egyre több általános keresleti valószínűségi eloszlást ¹ vizsgálunk. Ezáltal felvetődik a kérdés – hiszen nem feltétlenül 0 a kovariancia – vajon az eredeti termékek közötti kapcsolat mibenléte – kiegészítő avagy helyettesítő – hogyan befolyásolja az árukapcsolást, azaz vajon még mindig megéri a vállalatnak kapcsolni az árukat egy csomaggá? Ezzel a kérdéssel szintén foglalkozni fogok. Ez fontos kérdés lett a gyakorlatban is, amikor a számítástechnikai termékek kompatibilitását vizsgálták versenyjogi szempontból. Az IBM például büntetlenül átvészelte a 80-as évek pereit, mert bár rengeteg beépített memóriával szerelték fel a számítógépüket, tárolóegységet nem lehetett kapcsolni hozzá, így egyfajta árukapcsolást valósított meg, amit az 50-es években vasszigorral büntettek volna. Látható, hogy komplementer termékek közötti árukapcsolás esete áll fenn. Be fogom mutatni, hogy minél inkább kiegészíti egymást a két termék, annál kevésbé éri meg az árukapcsolás.

Azonban a kizorítási elméletre alapozott árukapcsolás megújul, Whinston (1990)-cikkével. Ez a cikk Director azon véleményére ad választ, mely szerint az árukapcsolás legjobb esetben is indifferens, nem lehet kizorítani vele másik vállalatot. Ő ugyanis azt feltételezte, hogy a vállalat az egyik piacon monopóliumként viselkedik a másikon pedig tökéletes ver-

¹pl.: többdimenziós normális

senyzőként. Whinston azonban a tökéletes verseny helyett Cournot versenyt tételez fel. Ez kulcsfontosságú feltételnek bizonyul. Ugyanakkor Whinston továbbra is ragaszkodik a diszkrét fogyasztók feltételezéséhez, amivel egy kissé összemossa az árukapcsolás kétféle - árdiszkriminatív illetve kizorítási - hatását.

Whinston az árukapcsolás vizsgálata során beleütközik az ún. elköteleződés problémájába. Ez azt jelenti, hogy nem mindegy, hogy a vállalat mikor dönti el az árukapcsolás mértékét, vagyis a csomag szerkezetét. Ha a másik vállalattal „teljes Cournot” szimultán játékot játszanak, akkor az árukapcsolás továbbra is hatástalan - ez az elköteleződés nélküli eset - de ha Stackelberg-féle szekvenciális játékot játszanak, ahol a kéttermékes vállalat először dönt az optimális csomagszerkezetről, majd szimultán, közösen döntenek a mennyiségekről, akkor az árukapcsolásnak jelentős kizorító hatása van a másik vállalatra. Az utóbbi esetben a kéttermékes vállalat előre elkötelezi magát a rögzített szerkezetű csomag termelésére.

Ezt a tiszta eredményt sajnos beárnyékolja, hogy a diszkrét fogyasztók ebben a modellben inkább akadályozzák a tisztánlátást, azaz, hogy mennyire köszönhető ez versenyellenes hatásnak és mennyire az árdiszkriminációnak. Tehát ha a fogyasztók preferenciái heterogének, elképzelhető, hogy a kéttermékes vállalat szimultán játék esetén is árut kapcsol. Ezért meg fogom mutatni, hogy nemcsak diszkrét, homogén preferenciájú fogyasztók esetén, hanem lineáris keresleti függvények esetén is csak az elköteleződés biztosít a kéttermékes vállalat számára az eredeti egyensúlytól eltérő, magasabb profitot.

Az árukapcsolás egy újonnan felfedezett hatásával Chen (1997) cikke foglalkozik. Ebben azt vizsgálja, hogy ha az egyik piac tökéletesen versenyző, a másik pedig duopólium, akkor a két vállalat számára az árukapcsolás termékdifferenciálást jelenthet. Ezáltal mindkét vállalat jól jár, bár az, aki kénytelen árut kapcsolni, kisebb profitot szerez. Szintén érdekes az árukapcsolás dinamikus vizsgálata Choi, J. P. és Stefanadis, C. (2001) által, amelyben sikeresen magyarázza, hogy komplementer termékek esetén miért érheti meg a monopólium számára az árukapcsolás kizorítási szemszögből. Az irodalom nagyobb része azonban továbbra is a fogyasztók szerkezetének elemzését helyezi előtérbe a kizorítási hatás helyett az árukapcsolás vizsgálatokor (Venkatesh, R. és Kamakura, W. (2003), Geng et al. (2005)).

2. fejezet

A modellek feltevései

Az előző fejezetben említett cikkekre jellemző, hogy a piacokon az árak alakulását vizsgálják. Én azonban elsősorban a mennyiségek alakulását fogom elemezni, melynek sok oka van. Először is, tökéletlen verseny esetén egyszerűbb és hatásosabb a mennyiséget kezelni döntési változóként. Másodszor így könnyebben lehet átalakítani a hasznossági függvényeket a csomagra vonatkozó hasznossági függvénnyé. Ez azért fontos, mert keresleti függvényt fogok levezetni a hasznossági függvényekből, ami szakít a diszkrét fogyasztók feltételezésével, így már nem az árak megadása az egyetlen módja a piaci egyensúlyok, illetve a csomag megadásának. A legfontosabb ok azonban az, hogy a kizsákmányozási elméletet ill etve ehhez kapcsolódva épp a mennyiségek befolyásolását fogom elemezni, így számos esetben nehézkessé válna az árak elemzése.

Elsősorban mikroökonómiai-piacszerkezeti környezetben fogom vizsgálni a problémákat, számos ponton kapcsolódva a játékelmélethez. A kapcsolódási pontok tisztázáshoz meg kell vizsgálni, pontosan milyen játékot értek az árukapcsolás alatt. Árukapcsolás esetén kétféle játékot játszhatnak a szereplők. Az első típusú játék szekvenciális, ahol az egyik szereplő(-csoport) megállapítja a termékek szerkezetét, azaz a csomag összetételét, majd az összes vállalat szimultán módon dönti el a termelését. A második típusú játék szimultán játék, a vállalatok egyszerre döntenek mind a termékszerkezetről, mind a termelésről. A fogyasztók egyik típusú játékban sem szereplők játékelméleti szempontból, csupán egy keresleti függvénnyel vannak reprezentálva. Általában az első típusú játékot fogjuk használni. Az egyik problémában a termékszerkezetet nem a vállalat fogja eldönteni, hanem a kormányzat.

A fogyasztókról néhány jelentékeny feltevessel fogok élni. Először is - ezt az irodalom szinte mindig felteszi - a termékek viszonteladása nem lehetséges, ebbe beleértve azt is, hogy nem lehet a csomagot szétszedni és külön árulni a részeit. A modellekben végig

egy reprezentatív fogyasztót fogok szerepeltetni, aki hasznossági függvénnyel rendelkezik. Ezzel az árdiszkriminációs hatást akarom kiszűrni, hogy az árukapcsolásban csupán a kizorítási hatás érvényesüljön. Ugyanis ahol diszkrét fogyasztókat szerepeltetnek, ott elsősorban az árukapcsolás árdiszkriminációs hatását mutatják be. A hasznossági függvény kvázilineáris lesz, mert így egyrészt a jövedelmi hatás 0 és a lineáris függvényekkel egyszerű számolni, másrészt a piacszerkezeti problémáknál hagyományosan ilyen hasznossági függvényt tételeznek fel. Az elmélet használhatósága pedig akár tesztelhetővé is válhat, hiszen a keresleti függvényeket ökonometriai úton, (szimultán) lineáris regressziót alkalmazva könnyedén lehet becsülni.

Nem fogom vizsgálni a vegyes árukapcsolás esetét, bár (szinte) valamennyi cikk együtt tárgyalja a kétféle árukapcsolást, sőt néha fontosabbnak tartják a vegyes árukapcsolást, mint a tisztát. Ennek oka, hogy keresleti függvény mellett a vegyes árukapcsolás hasonló eredményre vezetne, mint ha szimultán tiszta árukapcsolás történné ¹. A tökéletlen verseny feltételezése, mely meghatározó Whinston (1990) cikke óta, nagyon lényeges feltevése a modelljeimnek. A tökéletlen versenyt a vállalatok költségfüggvénye jeleníti meg. A költségfüggvény két részből fog állni: egy a termelt mennyiséggel lineáris részből, illetve egy fix költségből. A fix költség szerepe, hogy megjelenítse, a piacon lévő vállalatok nem képesek tökéletes versenyzésre.

A modellek statikusak lesznek, így nem fogom vizsgálni, hogy vajon egy monopóliumnak akkor is megérné-e kizorítani a belépőt, ha már az első időszakban árukapcsolást kell végrehajtani, míg a belépő a második időszakban léphetne be, hasonlóan más belépéstől való elrettentés, például tartós jószágok piacszerkezeti modellje esetén. Azt sem fogom vizsgálni, hogyan hat a kormányzati beavatkozás a hosszú távú egyensúlyra a termékek piacán. Ebből a szempontból tehát a modellek nem csak statikusnak, hanem rövid távú elemzésnek is nevezhetők.

Két további fogalom tisztázása szükséges még. Egyrészt az árukapcsolásról a piacszerkezeti cikkek feltételezik, hogy teljesül az úgynevezett szigorú additivitás a hasznosságon értelmezve, azaz, hogy a csomag pontosan annyit ér a fogyasztó számára, mint amennyit a benne foglalt javak külön-külön érnének neki. Ezzel szemben az üzleti életben általában az úgynevezett szuper-additivitást tételezik fel, mely szerint bizonyos szinergiák miatt a csomag többet ér a fogyasztó számára, mint a termékek külön-külön. Emögött az az implicit feltételezés áll, mely szerint a fogyasztók bizonyos termékekre külön-külön akár nulla rezervációs árral is rendelkezhetnek, a csomag azonban már értékesebb lesz számukra (pl.: autóalkatrész-autó). Könnyen látható, hogy ez a szuper-additivitást kikerülhető a megfe-

¹ugyanis ekkor a kéttermékes vállalat nem tud hitelesen "elköteleződni"

lelő kiegészítő hasznossági függvénnyel.

Az additivitás kérdése felmerül a költségek kapcsán is. Itt azonban a szubadditivitás merül fel, miszerint a csomag előállítása olcsóbb, mint a benne lévő termékeké egyenként. Ezt sajnos már nem tudnám egyszerűen szerepeltetni a modellekben, ezért kihagyom belőlük. A vállalatok a különböző piacokon lineáris költségfüggvénnyel fognak rendelkezni – a fixköltséget általában csak impliciten feltételezem a méretgazdaságosság bevezetése érdekében, ezért csak akkor fog a vállalat 0-tól különböző mennyiséget termelni, ha a profitja nagyobb mint 0. Ezt leszámítva azonban a fixköltség nem változtatná meg a vállalatok termelési döntéseit. A kiszorítási hatás tehát megfigyelhető az egyes vállalatok profitjának változásában.

3. fejezet

Az árukapcsolás piacszerkezeti modelljei

3.1. Belépő kiszorítása árukapcsolással független piacok esetén

Az első modell egy klasszikus belépéstől való elrettentést fog mutatni, ahogy például Martin (2002). A különbség az lesz, hogy a csomagszerkezet nem exogén, hanem endogén módon fog meghatározódni a modellben. A reprezentatív fogyasztó lineáris, nem összefüggő keresleti függvényekkel rendelkezik a két piacon. Két vállalatunk van, melyek közül az egyik monopolista mindkét piacon, míg a másik vállalat megpróbál belépni az egyik piacra. Ezt a monopolista úgy próbálja elhárítani, hogy a két piacon lévő termékeket egy csomagban adja el, melynek a szerkezete rögzített, így csökkentve a belépő profitját - mely elég nagy fixköltség esetén negatívvá válhat. A csomagszerkezet endogenizálása nem egyértelmű, két módszer is indokolt lehet közgazdaságtanilag, ez az ún. elköteleződés problémája (Whinston (1990)). Az első módszer, hogy a monopolista vállalat a csomagszerkezetről és a csomagmennyiségről egyidőben, a belépővel szimultán módon dönt, míg a második módszer esetén a monopólium a csomagszerkezetet -játékelméleti időben - hamarabb határozza meg, majd a csomagmennyiségről a belépővel egy időben dönt. Az első esetben az árukapcsolásnak semmi hatása nem lesz a termelt mennyiségekre, az elért profit ugyanakkora marad, mint ha árukapcsolás nélküli Cournot verseny valósult volna meg a belépővel. A második eset csökkenti a belépő profitját, a monopolistáét pedig növeli. A holtteher-veszteségeket összehasonlítva, a második eset – bár a fogyasztók jobban járnak – károsabb a társadalomra, mint az első, azaz a Cournot típusú verseny. Azt is megállá-

pítom, hogy az árukapcsolás az egyik piacon – amelyiken nincs belépő – alultermelést, a másikon pedig túltermelést okoz a második esetben a Cournot versenyhez - azaz az eredeti egyensúlyhoz - képest.

3.1.1. A modell levezetése

Legyen a fogyasztó hasznosságfüggvénye kvázilineáris az alábbi formában:

$$U(q_1; q_2; m) = a \cdot (q_1 + q_2) - \frac{1}{2} \cdot (q_1^2 + q_2^2) + m$$

Ahol q_1 , q_2 az első, illetve a második piac termékének mennyiségét, m a "minden másra" elkölthető jövedelmet, a pedig a keresleti függvény eltolási paraméterét jelenti. Ezt a hasznossági függvényt átalakítom a két vállalat csomagjain értelmezett hasznosságfüggvénné, méghozzá úgy, hogy a fogyasztó egy csomag elfogyasztásával pontosan akkora hasznosságot szerezzen, mint amekkora hasznosságot szerezne a csomagban lévő termékek megszerzésével.

$$U(b_m; b_b; m) = a \cdot (x \cdot b_m + b_m + b_b) - \frac{1}{2} \cdot (x^2 \cdot b_m^2 + b_m^2 + 2 \cdot b_m \cdot b_b + b_b^2) + m$$

ahol b_b a belépő csomagja: $(0, 1)$, b_m a monopolista csomagja: $(x, 1)$ mennyiséget tartalmaz q_1 és q_2 termékekből.¹ Ez egyrészt az jelenti, hogy a belépő az első piacon nem termel semmit. Másrészt a monopolista csomagját máshogy is normalizálhattam volna - ez a megoldás csupán az eredmények könnyebb értelmezését segíti, ugyanis így x -re mint az árukapcsolás mértékére lehet hivatkozni.

Szeretném maximalizálni a fogyasztó hasznosságát és ebből levezetni a keresleti függvényt. Ehhez fel kell tennem, hogy a fogyasztó "elég nagy" jövedelemmel rendelkezik, amit jelöljön I . Ez a feltevés azért szükséges, hogy használhassam a Lagrange módszert szélsőértékszámításhoz ugyanakkor biztos legyek benne, a modell összes változója nem-negatív lesz. Az elég nagy jövedelem feltevése ekvivalens azzal, mintha azt tenném fel, a fogyasztó nem csak erre a két jószágra tud költeni. A hasznosságfüggvény maximalizálása a költségvetési egyenes figyelembevételével a következőképpen alakul:

$$\mathcal{L} = a \cdot (1 + x) \cdot b_m + a \cdot b_b - \frac{1}{2} \cdot (1 + x^2) \cdot b_m^2 - b_m \cdot b_b - b_b^2 + m - \lambda \cdot (p_{b_m} \cdot b_m + p_{b_b} \cdot b_b + m - I)$$

Ahol p_{b_m} a monopolista csomagjának ára, p_{b_b} pedig a belépő csomagjának az ára. Az optimalitás elsőrendű feltételei:

¹Tehát az U hasznossági függvény koordinátái megváltoztak.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m} : 1 - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b_m} : a \cdot (1 + x) - (1 + x^2) \cdot b_m - b_b - \lambda \cdot p_{b_m} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b_b} : a - b_m - b_b - \lambda \cdot p_{b_b} = 0$$

Ezek alapján felírhatom az inverz keresleti függvényeket:

$$p_{b_m} = a \cdot (1 + x) - (1 + x^2) \cdot b_m - b_b$$

$$p_{b_b} = a - b_m - b_b$$

A vállalatok a tökéletlen verseny miatt az inverz keresleti görbéket beépítik a profitfüggvényükbe, így számukra a profitfüggvények a következő alakot öltik:

$$\pi_{\Sigma m} = (a \cdot (1 + x) - (1 + x^2) \cdot b_m - b_b) \cdot b_m - (1 + x) \cdot c \cdot b_m \quad (3.1)$$

$$\pi_{\Sigma b} = (a - b_m - b_b) \cdot b_b - c \cdot b_b \quad (3.2)$$

ahol $\pi_{\Sigma m}$ a monopolista, $\pi_{\Sigma b}$ a belépő összprofitját, c pedig a termékek azonos határköltségét - mindkét vállalat számára - jelöli. A vállalatok a profitjukat szeretnék maximalizálni, ez azonban többféleképpen is megtörténhet.

3.1.2. Szimultán árukapcsolás

Ha a vállalatok "teljes" szimultán Cournot játékot játszanak, a monopolista vállalat az árukapcsolás mértékéről és a mennyiségről is szimultán dönt, a belépő vállalattal egy időben. Ez az az eset, amikor az ún. elköteleződés nincs meg, azaz a monopolista nem tudja elhitetni a belépővel, hogy egy általa előre meghatározott termékszerkezeten nem tud könnyen változtatni (Whinston (1990)).

Ekkor az optimalitás elsőrendű feltételeit a vállalatok számára megkaphatom a (3.1) és (3.2) parciális deriváltjait felhasználva:

$$\frac{\partial \pi_{\Sigma m}}{\partial b_m} : (a \cdot (1 + x) - (1 + x^2) \cdot 2 \cdot b_m - b_b) - (1 + x) \cdot c = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \pi_{\Sigma m}}{\partial x} : a \cdot b_m - 2 \cdot x \cdot b_m - c \cdot b_m = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \pi_{\Sigma b}}{\partial b_b} : a - b_m - 2 \cdot b_b - c = 0 \quad (3.5)$$

Az egyenletrendszer megoldása pedig:

$$\begin{aligned} x &= 1.5; & b_m &= 0.3333 \cdot (a - c); & b_b &= 0.3333 \cdot (a - c); \\ \pi_{\Sigma m} &= 0.3611 \cdot (a - c)^2; & \pi_{\Sigma b} &= 0.1111 \cdot (a - c)^2; \end{aligned}$$

3.1. Megjegyzés. Az (3.3) és az (3.5) egyenletek alapján a csomagmennyiségek kifejezhetők az árukapcsolás mértékének függvényeként:

$$\begin{aligned} b_m &= \frac{(a - c) \cdot (\frac{1}{2} + x)}{\frac{3}{2} + 2 \cdot x^2} \\ b_b &= \frac{(a - c) \cdot (1 + 2 \cdot x^2 - x)}{3 + 4 \cdot x^2} \end{aligned}$$

Az eredmények alapján azt a következtetést lehet levonni, hogy a monopolista nem tud kiszorítani az árukapcsolással, a második piacon „teljes” Cournot helyzet alakul ki, az első piacon „teljes” monopóliumként viselkedik a kéttermékes vállalat. Tehát a szimultán árukapcsolás nem okoz kiszorítást.

3.1.3. Szekvenciális árukapcsolás

Ha a monopolista el tudja hitetni a belépővel, hogy a termékszerkezeten nem tud változtatni - elköteleződött - azaz x már előre meghatározott, akkor a két vállalat szekvenciális játékban vesz részt. Ennek menete a következő lesz: a monopolista meghatározza x -et majd a két vállalat szimultán dönt a csomagmennyiségről. A játék megoldása ezért visszagöngyölítéssel fog történni.

Tehát először egy adott x esetén a vállalatok optimalizálnak csomagmennyiség szerint, utána pedig a monopolista megnézi, mely $x \in (0, \infty)$ esetén lesz maximális a profitja ².

$$\frac{\partial \pi_{\Sigma m}}{\partial b_m} : (a \cdot (1 + x) - (1 + x^2) \cdot 2 \cdot b_m - b_b) - (1 + x) \cdot c = 0$$

$$\frac{\partial \pi_{\Sigma b}}{\partial b_b} : a - b_m - 2 \cdot b_b - c = 0$$

Ekkor visszahelyettesítve a fenti eredményeket a monopolista profitfüggvényébe 3.1 alapján a következőt kapom az átalakítások után:

$$\pi_{\Sigma m} = (a - c)^2 \cdot (x + \frac{1}{2})^2 \cdot (1 + x)^2 / (\frac{3}{2} + 2 \cdot x^2)^2$$

² x nemnegativitása - bármennyire is abszurdnak tűnik az ellentéte - fontos lesz a későbbi modellekben

Ezt a monopolium x szerint maximalizálja:

$$\frac{\partial \pi_{\Sigma m}}{\partial x} : \frac{(2 \cdot x \cdot (x + \frac{1}{2})^2)}{(2 \cdot x^2 + \frac{3}{2})^2} + \frac{(2 \cdot x + 1) \cdot (x^2 + 1)}{(2 \cdot x^2 + \frac{3}{2})^2} - \frac{(8 \cdot x \cdot (x^2 + 1) \cdot (x + \frac{1}{2})^2)}{(2 \cdot x^2 + \frac{3}{2})^3} = 0$$

A megoldás:

$$\begin{aligned} x &= 1.1015; & b_m &= 0,4079 \cdot (a - c); & b_b &= 0,2961 \cdot (a - c); \\ \pi_{\Sigma m} &= 0,3682 \cdot (a - c)^2; & \pi_{\Sigma b} &= 0,0877 \cdot (a - c)^2; \end{aligned}$$

Az eredmények alapján azt a következtetést lehet levonni, hogy a monopolista ebben a helyzetben tud kiszorítani az árukapcsolással, a második piacon a belépő profitja drasztikusan lecsökken - elég nagy fixköltség esetén negatívvá is válhat. Az első piacon a monopolium kevesebbet termel, mintha tisztán monopol mennyiséget termelne, viszont a második piacon többet, mintha tisztán Cournot helyzet alakult volna ki és összeségében növeli a profitját. Tehát a szekvenciális árukapcsolás esetén a kéttermékes vállalat már komoly kiszorítási hatással rendelkezik.

3.1.4. Holtteher-veszteség a szekvenciális árukapcsolás esetén

Az előző fejezetben csupán azt tudtam megmutatni, hogy a szekvenciális árukapcsolás kiszorítási hatással rendelkezik. Ráadásul ez úgy valósul meg - ahogy ebben a fejezetben be fogom mutatni - hogy a fogyasztók jóléte **növekszik**, így nem egyértelmű a jóléti hatás, további elemzés szükséges.

Először megmutatom a fogyasztói többlet (CS) alakulását. Ez csak úgy lehetséges - mivel a modellekben a csomagösszetétel is változik -, hogy visszavezetjük a vállalatok termelését a két eredeti piacra, ahol p_1 jelöli az első, p_2 a második piacon az árnyékárát³. Azaz:

$$\begin{aligned} q_1 &= x \cdot b_m & q_2 &= b_b + b_m \\ p_1 &= a - x \cdot b_m & p_2 &= a - b_b - b_m \end{aligned}$$

Így felírható a fogyasztói többlet:

$$\sum CS = \int_{a-x \cdot b_m}^a (a - p_1) dp_1 + \int_{a-b_m-b_b}^a (a - p_2) dp_2$$

integrálva:

³azaz mennyit adnának az egyes termékekért a fogyasztók, amennyiben lehetne őket külön-külön kapni

$$\sum CS = \left[a \cdot p_1 - \frac{p_1^2}{2} \right]_{a-x \cdot b_m}^a + \left[a \cdot p_2 - \frac{p_2^2}{2} \right]_{a-b_m-b_b}^a$$

azaz

$$\sum CS = a^2 - (a - x \cdot b_m) \cdot a + \frac{(a - x \cdot b_m)^2}{2} - (a - b_m - b_b) \cdot a + \frac{(a - b_m - b_b)^2}{2}$$

amit egyszerűsítve:

$$\sum CS = \frac{x^2 \cdot b_m^2 + (b_m + b_b)^2}{2}$$

amibe behelyettesítve a szimultán és a szekvenciális játék végeredményét:

$$\sum CS_1 = 0.3472 \cdot (a - c)^2$$

$$\sum CS_2 = 0.3487 \cdot (a - c)^2$$

Tehát a szekvenciális játék esetén nagyobb a fogyasztói jólét.

A holtteher-veszteség (DW) különbsége a kétféle árukapcsolás esetén a fenti eredmények ismeretében már reziduumként is meghatározható lenne, de a holteher-veszteség abszolút értéke is fontos.

$$\sum DW = \frac{((a - c) - x \cdot b_m)^2 + ((a - c) - (b_m + b_b))^2}{2}$$

mert a tökéletes versenyzői ár c . Egyszerűsítve és kifejezve x -re

$$\sum DW = \frac{(a - c)^2}{2} \cdot \frac{(\frac{3}{2} + x^2 - \frac{1}{2} \cdot x)^2 + (\frac{1}{2} + x^2 - \frac{x}{2})^2}{(\frac{3}{2} + 2 \cdot x^2)^2}$$

Behelyettesítve az árukapcsolás két esetet:

$$\sum DW_1 = 0.1806 \cdot (a - c)^2$$

$$\sum DW_2 = 0.1955 \cdot (a - c)^2$$

Tehát a holtteher-veszteség nagyobb szekvenciális árukapcsolás esetén, mint az árukapcsolás nélküli - vagy ami ezzel ekvivalens, szimultán árukapcsolásos - esetben, pedig a fogyasztók jobban járnak. Az eredményeket mutatja a következő táblázat:

	Szimultán árukapcsolás	Szekvenciális árukapcsolás
x	1.5	1.1015
b_m	$0.3333 \cdot (a - c)$	$0.4079 \cdot (a - c)$
b_b	$0.3333 \cdot (a - c)$	$0.2961 \cdot (a - c)$
q_1	$0.5 \cdot (a - c)$	$0.4493 \cdot (a - c)$
q_2	$0.6666 \cdot (a - c)$	$0.704 \cdot (a - c)$
$\pi_{\sum m}$	$0.3611 \cdot (a - c)^2$	$0,3682 \cdot (a - c)^2$
$\pi_{\sum b}$	$0.1111 \cdot (a - c)^2$	$0.0877 \cdot (a - c)^2$
$\sum CS$	$0.3472 \cdot (a - c)^2$	$0,3487 \cdot (a - c)^2$
$\sum DW$	$0.1806 \cdot (a - c)^2$	$0,1955 \cdot (a - c)^2$

3.1. táblázat. Szimultán és szekvenciális árukapcsolás összehasonlítása

3.2. Belépő kiszorítása árukapcsolással összefüggő piacok esetén

A második modell az első kiterjesztése lesz, azt szeretném bemutatni, mi a kapcsolat árukapcsolás esetén a kiszorítási hatás és a piacok összefüggősége között. Whinston (1990) már elemezte az árukapcsolást, tökéletes kiegészítő termékeket feltételezve. Azt találta, hogy az árukapcsolás hatástalan ⁴. Emögött az az intuíció áll, hogy bár a monopolista rosszul jár azzal, ha még egy belépő jön az egyik piacra, de az előző fejezet alapján a monopolista a kiszorítást csak úgy tudná biztosítani, ha a nem-versenyzői piacon visszafogja a termelését - ezzel azonban az versenyzői piacon csökkene a kereslet, így nem érné el célját. Én tökéletlen kiegészítést és helyettesítést fogok vizsgálni, amit a fogyasztó kvadratikus hasznossági függvénye fog biztosítani. Az előző modell alapján fel fogom tenni, hogy a szimultán árukapcsolás, függetlenül attól, hogy a két piac mennyire függ össze, a fogyasztó hasznossága, a termelők profitja és holtteherveszteség szempontjából ekvivalens azzal az esettel, mintha egyáltalán nem lenne megengedve az árukapcsolás. Központi kérdés lesz, hogy vajon a szimultán árukapcsolás mindig rosszabb eredményt hoz-e a monopolistának, mint a szekvenciális.

3.2.1. A módosított modell levezetése

Az előző modellhez képest csupán a fogyasztó hasznossági függvénye fog változni:

$$U(q_1; q_2; m) = a \cdot (q_1 + q_2) - \frac{1}{2} \cdot (q_1^2 + q_2^2 + 2 \cdot d \cdot q_1 \cdot q_2) + m$$

⁴pontosabban, ha diszkrét fogyasztók vannak a modellben, akkor dominált stratégia az árukapcsolás a monopolista számára

Ahol az egyetlen új paraméter d , a keresztárhatás paraméterét jelenti. d értéke csak a $(-1, 1)$ intervallumba eshet, hiszen a keresztárhatás nem lehet nagyobb vagy egyenlő a sajátárhatással. A d paraméterre néha mint a piacok összefüggőségének mértékére is hivatkozni fogok. Ha negatív az értéke, akkor kiegészítő, ha pozitív, akkor helyettesítő a két termék közötti viszony. A csomagokra vonatkozó hasznosságfüggvény ekkor:

$$U(b_m; b_b; m) = a \cdot (x \cdot b_m + b_m + b_b) - \frac{1}{2} \cdot (x^2 \cdot b_m^2 + b_m^2 + 2 \cdot b_m \cdot b_b + b_b^2 + 2 \cdot d \cdot x \cdot b_m \cdot (b_b + b_m)) + m$$

ahol b_b a belépő csomagja: $(0, 1)$, b_m a monopolista csomagja: $(x, 1)$ mennyiséget tartalmaz q_1 és q_2 termékekből. Ekkor a csomagokra vonatkozó keresleti függvények feltételes optimalizálás eredményeként adódnak:

$$p_{b_m} = a \cdot (1 + x) - (1 + x^2) \cdot b_m - b_b - d \cdot x \cdot (b_b + 2 \cdot b_m)$$

$$p_{b_b} = a - b_m - b_b - d \cdot x \cdot b_m$$

A vállalatok profitja ekkor:

$$\pi_{\Sigma m} = (p_{b_m} - (1+x) \cdot c) \cdot b_m = (a \cdot (1+x) - (1+x^2) \cdot b_m - b_b - d \cdot x \cdot (b_b + 2 \cdot b_m) - (1+x) \cdot c) \cdot b_m$$

$$\pi_{\Sigma b} = (p_{b_b} - c) \cdot b_b = (a - b_m - b_b - d \cdot x \cdot b_m - c) \cdot b_b$$

A vállalatok ezt maximalizálják a termékmennyiség szerint, és ekkor az x függvényében a termékmennyiségek:

$$b_m = (a - c) \cdot \frac{2 \cdot x - d \cdot x + 1}{3 + 4 \cdot x^2 + 6 \cdot d \cdot x - d^2 \cdot x^2}$$

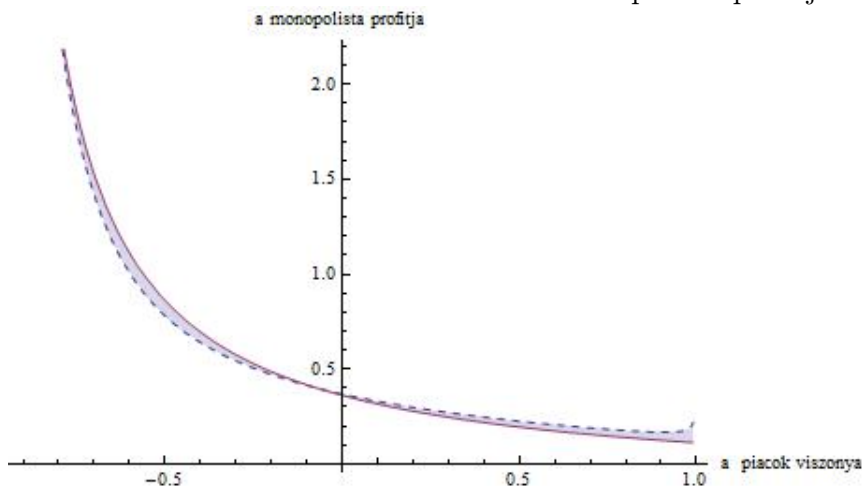
$$b_b = (a - c) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1 + d \cdot x}{2} \cdot \frac{2 \cdot x - d \cdot x + 1}{3 + 4 \cdot x^2 + 6 \cdot d \cdot x - d^2 \cdot x^2} \right)$$

Szekvenciális árukapcsolás esetén ezeket az eredményeket visszaírva a monopolista profitfüggvényébe, azt a monopolistának már csak x szerint kell maximalizálni. Szimultán árukapcsolás esetén az eredeti profitfüggvényt maximalizálja a monopolista.

3.2.2. Eredmények

Az előző levezetések eredményeit felhasználva össze tudom hasonlítani a szekvenciális - szaggatott vonal - és a szimultán árukapcsolás (avagy az árukapcsolás nélküli) - folytonos vonal - jellemzőit a keresztárhatás függvényében (vízszintes tengely). Az egyik fontos eredmény, hogy a szekvenciális játék nem minden esetben jár nagyobb profittal a monopolista számára. Sőt, amennyiben a termékek megfelelően kiegészítő jellegűek - $d < -0.1$ - akkor a monopolistának nem éri meg árut kapcsolni. Ez tehát megerősíteni látszik Whinston (1990) eredményét. Amennyiben viszont a keresztárhatás közel a -1 értékhez, ismételten megéri a monopolistának árut kapcsolni. Ekkor azonban már olyan nagy a keresztárhatás, hogy egyre inkább megkérdőjeleződnek a modell feltevései ⁵, tehát ez a tény sem cáfolja igazán azt a hipotézist, miszerint kiegészítő termékek esetén az árukapcsolás nem a kiszorítást szolgálja.

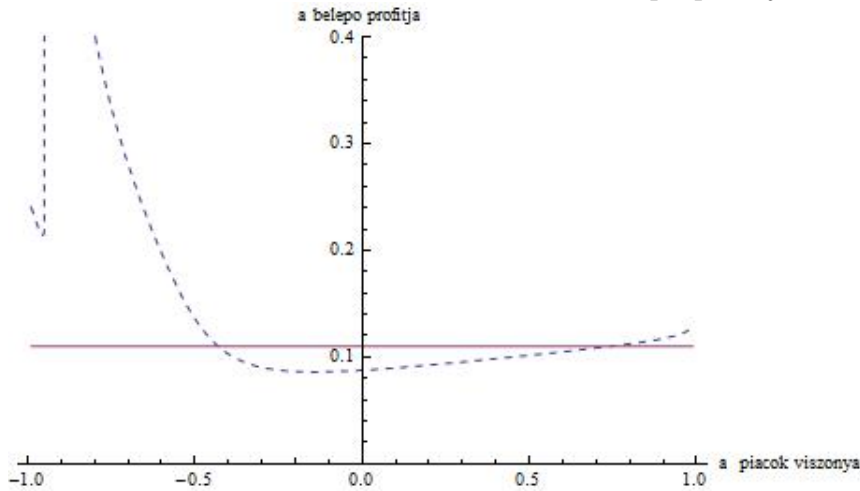
3.1. ábra. A monopolista profitja



A belépő profitjának változása két érdekes tényre is rámutat: egyrészt, hogy a monopolista $-0.1 > d > -0.5$ esetén is ki tudná szorítani a belépőt - sőt, ebben a tartományban lenne a kiszorítási hatás a legnagyobb. Másrészt magyarázatot ad arra a problémára, hogy amennyiben d közel van a -1 -hez akkor miért éri meg a monopolistának árut kapcsolni, hiszen a belépő profitfüggvényének szakadása van, tehát a modellem feltevései - folytonosan differenciálható függvények jelenléte - sérülnek.

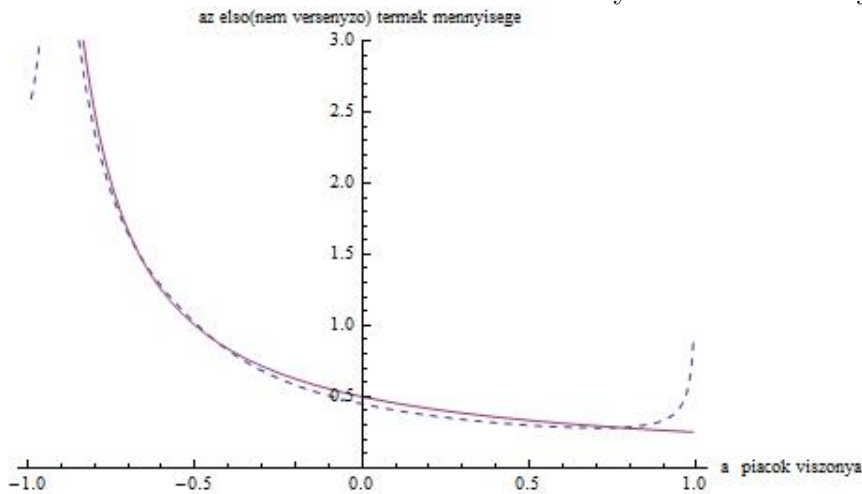
⁵például az elég nagy jövedelem feltevése

3.2. ábra. A belépő profitja



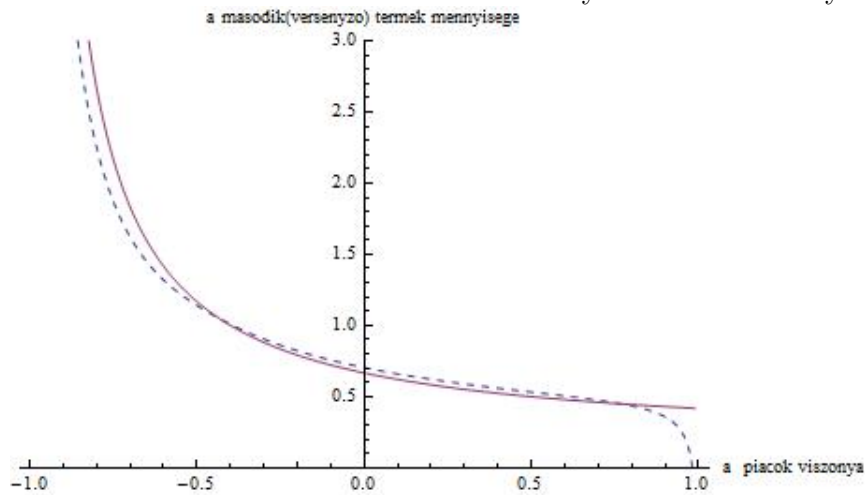
A termékmennyiségek alakulása d függvényében megmutatja, hogy az eredeti egyensúlyhoz képest hol történik túltermelés, hol alultermelés.

3.3. ábra. A nem-versenyzői termék mennyisége

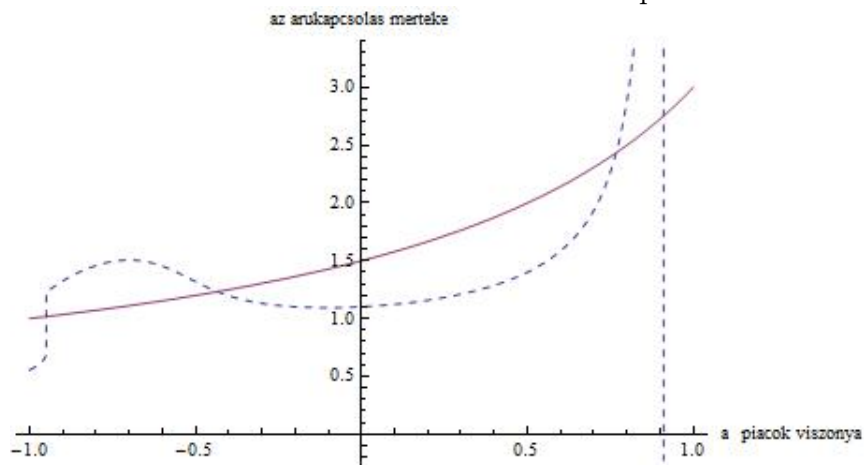


Az árukapcsolás mértékének, x -nek a változása azt mutatja, hogy ha $d > 0.9$, akkor szintén nem értelmezhető a modell eredménye mert a szekvenciális játék megoldása egyre kevésbé lesz értelmes. A holtteher-veszteség alakulása azt mutatja, hogy a szekvenciális árukapcsolás engedélyezése minden esetben nagyobb holtteher-veszteséget okoz. Még abban az esetben is, ha a belépőt támogatná ezen intézkedés (azaz $d < -0.5$), és a monopólium profitsökkenést szenvedne el. Ekkor ugyanis a fogyasztók járnának sokkal rosszabbul. Ezt leszámítva azonban a fogyasztói többlet alakulása nem nagyon tér el a szimultán illetve a szekvenciális esetben.

3.4. ábra. A versenyzői termék mennyisége

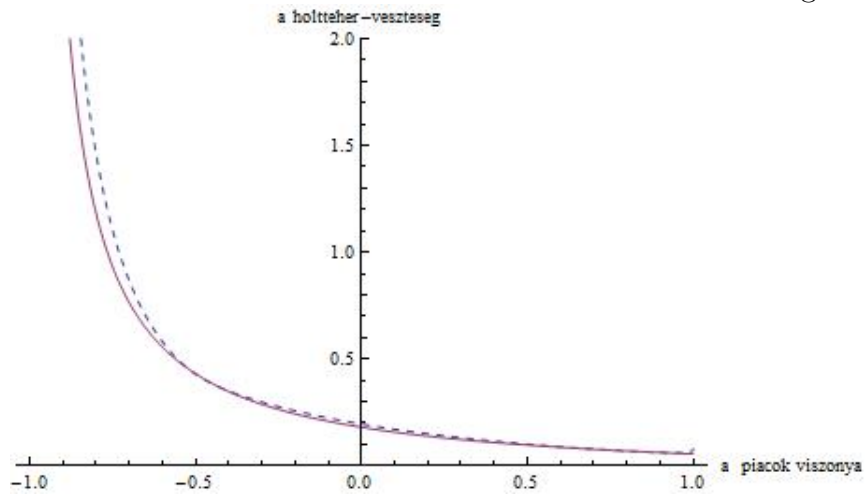


3.5. ábra. Az árukapcsolás mértéke

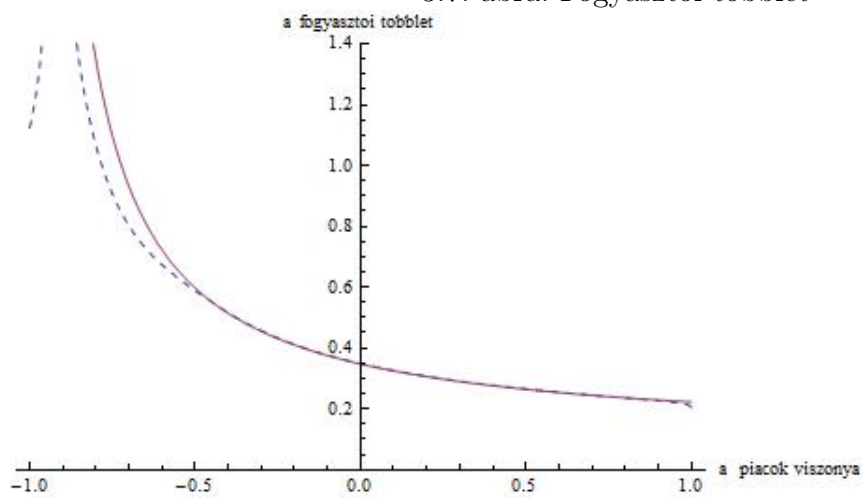


Összeségében tehát ez a model alátámasztja azt az érvelést, miszerint minél inkább kiegészítők a termékek, annál kevésbé éri meg a monopóliumnak az árukapcsolás kizorítási szempontból. Ugyanakkor a termékek helyettesíthetőségének növekedésével egyre kevésbé hatásos eszköz az árukapcsolás kizorítási eszközként a monopólium számára. Végezetül, a modell csak $-0.8 < d < 0.9$ esetén működik megbízhatóan.

3.6. ábra. Holtteher-veszteség



3.7. ábra. Fogyasztói többlet



4. fejezet

Az árukapcsolás gazdaságpolitikai felhasználása

A kormányzat néhány piacon más mennyiséget gondolhat a társadalom szempontjából kívánatosnak, mint ami egy adott időpontban éppen kialakulna a piaci erők hatására. A történelem erre számos példát tud mutatni, ezek közül én csak az egyik legaktuálisabbat említeném meg. 2011-ben Magyarországon az egészségügyi kockázatok miatt a kormányzat csökkenteni akarta az egészségre fokozottan káros ételek és italok mennyiségét, ezért bevezette az ún. hamburgeradót. Azt szeretném megvizsgálni, vajon az adó kivetésének van-e - lett volna-e - olyan alternatívája, hogy a kormányzat ugyanezt a célt - a károsnak ítélt ételek fogyasztásának csökkenését - el tudja érni. Vajon alternatíva-e, hogy a kormányzat előírja, hogy a káros terméket csak úgy szabad eladni, ha vele egy csomagban - a kormányzat által - hasznosnak ítélt terméket is elad a vállalat? Ez a hamburgeradó kapcsán megjelenik a kormányzati érvelésben is, hiszen a hamburgeradó bevezetését elsősorban egészségügyi okokkal indokolták, hogy így meg fog nőni a fogyasztás az egészséges ételekből - salátából, stb. Tehát az adónak alternatívája-e, ha a kormányzat előírja a McDonalds'-nak, hogy a hamburgert csak olyan menüben adhatja el, amelybe mától sültkrumpli helyett salátát raknak. Bár az árukapcsolás előírása jogi szempontból betarthatatlannak tűnik és ezért a gyakorlati megvalósíthatósága is kérdéses, elméleti szempontból azonban - amennyiben minden más tulajdonságában megegyezik az adóztatással - legalább egy előnye van ennek a megoldásnak az adóztatással szemben: nem történik jövedelemújraelosztás az államon keresztül, ezáltal csökken a korrupció esélye. Az árukapcsolás piacszerkezeti modelljében - független piacokat feltételezve - a monopolista csökkentette a nem-versenyző termékből a

kibocsátását, viszont növelte a saját termelését a versenyzői termékből¹. Ezt fogja kihasználni a kormányzat is: meghatározza az árukapcsolás mértékét, majd a tökéletlen verseny feltételei miatt a vállalatok úgy fogják módosítani a termelésüket, hogy a "hasznos" termékből többet, a "káros" termékből pedig kevesebbet adnak el.

Azonban az egyszerűség szempontja miatt néhány tényezőtől el fogok tekinteni. Mind a verseny növekedése - több vállalat - mind pedig a termékek kiegészítő jellege csökkentené az árukapcsolás erejét, ezáltal az árukapcsolás egyre kevésbé lenne alternatívája az adózatásnak. Tehát csak egy vállalat fog szerepelni a független keresletű piacokon. Egy másik tényező, hogy statikus modellekben csak a döntés azonnali következményeit tudom elemezni, a hosszú távú hatások vizsgálata meghaladná e dolgozat terjedelmét, hiszen ehhez dinamizálni kellene az árukapcsolást.

4.1. A kormányzati árukapcsolás

Ebben a részben a kormányzat árukapcsolásos feladatát szeretném formalizált alakban bemutatni. Legyen adott n piac, ezen az n piacon egy darab monopolista vállalat. Legyen $\mathbf{z} \in \mathbb{R}_{++}^n$ olyan vektor, melynek a k -adik eleme megmutatja, hogy a k -adik piacon a kormányzat hányszorosára szeretné növelni a termékmennyiséget. Tegyük fel, hogy amennyiben a kormányzat közömbös, hogy egy piacon milyen termékmennyiség alakul ki, akkor a megfelelő koordináta értéke 1. A kormányzat azt szeretné, hogy minden egyes piacon a termékmennyiség pontosan ² a $\mathbf{z}$ vektor által meghatározott módon változzon, ugyanakkor a holtteherveszteség minimális legyen.

Ekkor kétféle módszer közül választhat. Az első módszer a mennyiségi adókkal és támogatásokkal történő befolyásolás. Ekkor bevezet egy $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^n$ vektort, mely megmutatja, hogy az egyes piacokon mekkora adót, illetve támogatást kell a termék egységére kivetni, hogy a mennyiségek a kívánt módon alakuljanak. A másik lehetőség, hogy előír egy $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_{++}^n$ normált vektort, mely megmutatja, hogy a monopolista vállalatnak milyen szerkezetű csomagot kell termelnie és bár ekkor a csomagmennyiségről a monopolista dönt, a termékmennyiség a meghatározott módon alakul.

A két módszer összehasonlításához nem elég megmutatni, hogy az egyik kisebb holtteherveszteséggel éri el ugyanazon $\mathbf{z}$ teljesülését, ugyanis akár különböző lehetséges megoldások-

¹Az árukapcsolás mértéke ekkor 1.5-nél kisebb szám volt. A következő modellben az 1 értéknek lesz kitüntetett szerepe

²Bár realiztikusabbnak tűnne, ha $\leq$ illetve $\geq$ jelekkel történne a megfogalmazás

kal is rendelkezhet a két módszer, ezért ez a vizsgálódás csak abban az esetben célravezető, amennyiben a megvalósítható $\mathbf{z}$ halmaza megegyezik. A már említett redisztribúciós hatás sem egyértelmű hiszen amikor a kormányzat adózással illetve támogatással beavatkozik - még ha feltételezzük is, hogy a kormányzatnak nincs fogyasztása, avagy saját kiadása - akkor az a vállalatot illetve a fogyasztót máshogy érintheti, mintha a csomagszerkezet előírásával avatkozott volna be.

A kormányzati árukapcsolás a következőképpen formalizálható. Legyen a fogyasztó hasznosságfüggvénye a következő alakú:

$$U : \mathbb{R}^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$U(\mathbf{q}; m) = \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{q} - \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{q}^T \cdot \langle \mathbf{d} \rangle \cdot \mathbf{q}) + m$$

ahol $\mathbf{q}$ a termékmennyiségek vektorát, $\mathbf{a}$ a keresleti függvény tengelymetszetét, $\mathbf{d}$ a keresleti függvény meredekségét m az egyéb jószágokra elkölthető, I pedig a fogyasztó összes jövedelmét jelöli ³, tehát:

$$\mathbf{q}, \mathbf{a}, \mathbf{d} \in \mathbb{R}^n; I, m \in \mathbb{R}$$

és a skalárok, vektorok-mátrixok közötti szorzás " $\cdot$ "-al van jelölve (értelmezése a szokásos módon) míg a $\langle \mathbf{d} \rangle$ jelenti a $\mathbf{d}$ vektor elemeiből képzett diagonális mátrixot (melynek csak a diagonálisában vannak nemnulla elemek). Ha a $\langle \mathbf{d} \rangle$ helyett egy nemdiagonális mátrixot - $\mathbf{D}$ - tételeznék fel, akkor az összefüggő kereslet esetét kapnám.

Ez a hasznossági függvény átírható a csomag felett értelmezett hasznosságfüggvénnyé, feltéve, hogy a fogyasztó pontosan ugyanannyi hasznosságot kap egy csomag elfogyasztása után amennyi hasznosságot kapna a csomagot alkotó mennyiségek külön történő elfogyasztásával.

$$U : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$U(b_m; m) = \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{x} \cdot b_m - \frac{1}{2} \cdot \mathbf{x}^T \cdot \langle \mathbf{d} \rangle \cdot \mathbf{x} \cdot b_m^2 + m$$

Ekkor egy kompozit jószágot - csomagot - fogyaszt a fogyasztó, melynek egy egységére $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ vektor k -adik eleme mutatja meg mennyi terméket tartalmaz a k -adik piacról. A kompozit jószág mennyiségét továbbra is b_m jelöli. A fogyasztó költségvetési korlátja az eredeti termékekre nézve a következőképpen néz ki:

$$\mathbf{p}^T \cdot \mathbf{q} + m = I$$

³természetesen a Lagrange módszer miatt most is feltételezem, hogy elég nagy ez a jövedelem ahhoz, hogy minden mennyiség pozitív legyen

átalakítva ezt a csomagra nézve:

$$\mathbf{p}^T \cdot \mathbf{x} \cdot b_m + m = I$$

A $\mathbf{p}^T \cdot \mathbf{x}$ egyfajta árindexként értelmezhető, így a továbbiakban ezt a skalárt p_{b_m} el fogom jelölni. Ez alapján a fogyasztó Lagrange függvénye:

$$\mathcal{L}(b_m, m, \lambda) = \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{x} \cdot b_m - \frac{1}{2} \cdot \mathbf{x}^T \cdot \langle \mathbf{d} \rangle \cdot \mathbf{x} \cdot b_m^2 + m - \lambda \cdot (p_{b_m} \cdot b_m + m - I)$$

Az optimalitás elsőrendű feltételei:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m} : 1 - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b_m} : \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{x} - \mathbf{x}^T \cdot \langle \mathbf{d} \rangle \cdot \mathbf{x} \cdot b_m - \lambda \cdot p_{b_m} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} : p_{b_m} \cdot b_m + m - I = 0$$

Ez alapján pedig felírható a csomagon értelmezett inverz keresleti függvény:

$$p_{b_m} = \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{x} - \mathbf{x}^T \cdot \langle \mathbf{d} \rangle \cdot \mathbf{x} \cdot b_m$$

A monopolista vállalat profitja az n piac termékein értelmezve:

$$\pi_m : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\pi_m(\mathbf{q}) = \mathbf{p}^T \cdot \mathbf{q} - \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{q}$$

ahol $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$ vektor a lineáris költségfüggvény együtthatóit tartalmazza, természetesen megengedve a különböző költségeket. Átalakítva a csomagmennyiségen értelmezett profitfüggvénné:

$$\pi_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\pi_m(b_m) = \mathbf{p}^T \cdot \mathbf{x} \cdot b_m - \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x} \cdot b_m = p_{b_m} \cdot b_m - \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{x} \cdot b_m$$

Ebbe behelyettesítve p_{b_m} helyére az inverz keresleti függvényt:

$$\pi_m(b_m) = (\mathbf{a}^T - \mathbf{c}^T - \mathbf{x}^T \cdot \langle \mathbf{d} \rangle \cdot b_m) \cdot \mathbf{x} \cdot b_m$$

Amit b_m szerint maximalizál a monopolista:

$$\frac{\partial \pi_m(b_m)}{\partial b_m} : (\mathbf{a}^T - \mathbf{c}^T) \cdot \mathbf{x} - \mathbf{x}^T \cdot \langle \mathbf{d} \rangle \cdot \mathbf{x} \cdot 2 \cdot b_m = 0$$

Ez alapján pedig $\mathbf{x}$ ismeretében b_m kiszámolható. Ekkor viszont az $\mathbf{x} \cdot b_m$ vektor meg fogja adni a termékmennyiségeket a piacon.

A kormányzat célja tehát, hogy úgy válassza meg $\mathbf{x}$ vektort, hogy teljesüljön a következő egyenlőség: $\mathbf{q}^* = \langle \mathbf{z} \rangle \cdot \mathbf{q}^e + \mathbf{q}^h$, ahol $\mathbf{q}^*$ a kormányzati beavatkozás után kialakuló egyensúlyi mennyiségeket, $\mathbf{q}^e$ a kormányzati beavatkozás nélkül kialakuló egyensúlyi mennyiségeket (eredeti egyensúlyi mennyiségek), $\mathbf{q}^h$ pedig a nem szándékos mennyiségváltozásokat tartalmazó vektor. Az értelmezés miatt $\mathbf{q}^h$ vektor i -edik eleme csak akkor lehet nemnulla, ha az i -edik kormányzati cél, ($z_i = 1$), tehát $\langle \mathbf{z} - \mathbf{1} \rangle \cdot \mathbf{q}^h = \mathbf{0}$. A kormányzat feladata, hogy a célját elérje, ugyanakkor a holtteher-veszteséget minimalizálja. Ezért egy olyan nemlineáris programozási feladatot kell megoldania, ahol a célfüggvény a holtteher-veszteség és korlát a $\mathbf{q}^* = \langle \mathbf{z} \rangle \cdot \mathbf{q}^e + \mathbf{q}^h$ és $\langle \mathbf{z} - \mathbf{1} \rangle \cdot \mathbf{q}^h = \mathbf{0}$ teljesülése.

Azaz lineáris keresleti függvényeket feltételezve ($\mathbf{p}^*$ a kialakuló árnyékár):

$$\min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2} \cdot \Delta \mathbf{p}^{*T} \cdot \Delta \mathbf{q}^*$$

st.:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^* &= \langle \mathbf{z} \rangle \cdot \mathbf{q}^e + \mathbf{q}^h \\ \langle \mathbf{z} - \mathbf{1} \rangle \cdot \mathbf{q}^h &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

Az, hogy melyik állapothoz képest kell minimalizálnia a kormányzatnak a holtteher-veszteséget -a tökéletes piaci körülményekhez, vagy az eredeti egyensúlyi állapothoz képest - nem fontos kérdés, hiszen csak az összehasonlításhoz van szükségem a célfüggvény értékére. Ugyanakkor említésre méltó, hogy bármilyen, az eredeti egyensúlyhoz mért eltérés esetén a holtteher-veszteség növekszik.

4.2. Mennyiség befolyásolása két piac esetén

Két piac esetén szeretném bemutatni az előző fejezetben ismertetett modell működését. A fentebb meghatározott vektorok koordinátái alsó indexszel lesznek jelölve, melyek jelentése az lesz, melyik piacra vonatkozik az adott paraméter. Például $\mathbf{a} = [a_1; a_2]$ vektor esetében a_1 jelenti az első piacra vonatkozó tengelymetszet paramétert. $\mathbf{z} = [z_1; 1]$ alakú lesz, azaz a kormányzatnak csak az első piacon van befolyásolási szándéka. Ezzel a feltétellel már összehasonlíthatóvá válik a két módszer.

4.2.1. Kormányzati árukapcsolás

Először a kormányzati cél árukapcsolással történő elérését mutatom be. Felhasználva a kormányzat árukapcsolás általános eredményeit, adott x_1, x_2 esetén:

$$(\mathbf{a}^T - \mathbf{c}^T) \cdot \mathbf{x} - \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{d} > \mathbf{x} \cdot 2 \cdot b_m = 0$$

a vektorokat illetve mátrixokat kibontva a következő eredmény kapható meg:

$$(a_1 - c_1) \cdot x_1 + (a_2 - c_2) \cdot x_2 - (d_1 \cdot x_1^2 + d_2 \cdot x_2^2) \cdot 2 \cdot b_m = 0$$

b_m -re rendezve:

$$b_m = \frac{(a_1 - c_1) \cdot x_1 + (a_2 - c_2) \cdot x_2}{2 \cdot (d_1 \cdot x_1^2 + d_2 \cdot x_2^2)}$$

Ha b_m értéke ismert, felírható q_1 és q_2 értéke x_1 és x_2 függvényében, mivel $q_1 = x_1 \cdot b_m$ és $q_2 = x_2 \cdot b_m$.

$$q_1(x_1; x_2) = x_1 \cdot \frac{(a_1 - c_1) \cdot x_1 + (a_2 - c_2) \cdot x_2}{2 \cdot (d_1 \cdot x_1^2 + d_2 \cdot x_2^2)}$$

és

$$q_2(x_1; x_2) = x_2 \cdot \frac{(a_1 - c_1) \cdot x_1 + (a_2 - c_2) \cdot x_2}{2 \cdot (d_1 \cdot x_1^2 + d_2 \cdot x_2^2)}$$

Azaz az egyes piacokon kialakuló mennyiség x_1, x_2 függvényében meghatározott. A mennyiség eltérését az eredeti egyensúlyi mennyiséghez fogom hasonlítani. Az eredeti egyensúly alatt az árukapcsolás nélkül kialakuló egyensúlyt értem.

4.1. Megjegyzés. Az eredeti egyensúly megadása egy vállalat esetén ekvivalens azzal, mintha a vállalat maga döntene a az árukapcsolás mértékéről. Ez könnyen igazolható az első piacszerkezeti modell alapján.

Az eredeti egyensúlyi mennyiségek ezért a következő profitfüggvény maximalizálásából eredő mennyiségek lesznek:

$$\pi_m(q_1; q_2) = (a_1 - c_1 - d_1 \cdot q_1) \cdot q_1 + (a_2 - c_2 - d_2 \cdot q_2) \cdot q_2$$

azaz:

$$q_1 = \frac{a_1 - c_1}{2 \cdot d_1}; q_2 = \frac{a_2 - c_2}{2 \cdot d_2}$$

4.2. Megjegyzés. *Megmutatható, hogy a vállalat tetszőleges, pozitív x_1 és x_2 esetén termelni fog (azaz $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R} \pi_m(x_1; x_2) \geq 0$).*

Az alábbi levezetés alapján az is nyilvánvalóvá válik, hogy ez nem csak két piacra igaz. Beírva b_m -et a profitfüggvénybe a fent kapott képlettel

$$\pi_m(x_1; x_2) = \left[\frac{(a_1 - c_1) \cdot x_1 + (a_2 - c_2) \cdot x_2}{2} \right] \cdot \left[\frac{(a_1 - c_1) \cdot x_1 + (a_2 - c_2) \cdot x_2}{2 \cdot (d_1 \cdot x_1^2 + d_2 \cdot x_2^2)} \right]$$

azaz:

$$\frac{\left[(a_1 - c_1) \cdot x_1 + (a_2 - c_2) \cdot x_2 \right]^2}{4 \cdot (d_1 \cdot x_1^2 + d_2 \cdot x_2^2)} \geq 0$$

A megjegyzés alapján adódik, hogy a termelési oldal nem szűkítheti a megvalósítható $\mathbf{z}$ vektorok halmazát.

Felírva a kormányzat z_1 célját:

$$z_1 \cdot q_1^e = q_1^*$$

$$z_1 \cdot \frac{a_1 - c_1}{2 \cdot d_1} = x_1 \cdot \frac{(a_1 - c_1) \cdot x_1 + (a_2 - c_2) \cdot x_2}{2 \cdot (d_1 \cdot x_1^2 + d_2 \cdot x_2^2)}$$

Jelölje $y = \frac{x_2}{x_1} \in \mathbb{R}^{++}$. Egyszerűsítve a jobboldalt x_1^2 -el, írjuk be az y -t a változók helyére.

$$z_1 \cdot \frac{a_1 - c_1}{d_1} = \frac{(a_1 - c_1) + (a_2 - c_2) \cdot y}{(d_1 + d_2 \cdot y^2)}$$

Ezt rendezve egy y -ra nézve másodfokú egyenletet kapunk:

$$z_1 \cdot \frac{d_2}{d_1} \cdot y^2 - \frac{a_2 - c_2}{a_1 - c_1} \cdot y - (1 - z_1) = 0$$

Melynek megoldása y -ra nézve:

$$y_{1,2} = \frac{\frac{a_2 - c_2}{a_1 - c_1} \pm \sqrt{\left(\frac{a_2 - c_2}{a_1 - c_1}\right)^2 + 4 \cdot (1 - z_1) \cdot z_1 \cdot \frac{d_2}{d_1}}}{2 \cdot z_1 \frac{d_2}{d_1}}$$

Ez az eredmény azt mutatja, hogy z_1 kormányzati cél nem mindig megvalósítható. 1-nél kisebb - de pozitív - z_1 ekre biztosan nem jelent problémát, de létezik olyan felső korlát z_1 re nézve (mely 1-nél nagyobb) aminél nagyobb z_1 ekre nézve már csak komplex y megoldás lehetséges, ami már komplex x_1 és x_2 -t jelentene. Ez a z_1 nem csak akkor nem megvalósítható, ha $p_1 \leq 0$ (ami a lineáris keresleti függvény miatt lenne), hanem ha a két piac között nem teljesülnek bizonyos feltételek. Pontosabban z_1 maximális nagyságát a két piac közötti viszony fogja meghatározni. Némi átalakítás után azt a feltételt kapom, hogy z_1 csak olyan lehet, melyre $(a_2 - c_2)^2 + 4 \cdot (1 - z_1) \cdot z_1 \cdot \frac{d_2}{d_1} \cdot (a_1 - c_1)^2 \geq 0$ teljesül. Ahhoz, hogy ez a halmaz tág legyen, a piacok nagyságrendi különbsége kell, méghozzá a befolyásolt piacnak kell kisebbnek lennie ⁴

4.3. Megjegyzés. Legyen $x_1 = 1$ az x vektor normalizálási szabálya, csupán a számolás egyszerűsítése érdekében. Ekkor a fenti y értékre z_1 értékétől függően különböző(értve ezalatt a $\pm$ megválasztását) megoldások lesznek értelmesek. Ugyanis, ha $q_1^* > q_1^e$ azaz $z_1 > 1$ akkor $0 < x_2 < x_1 = 1$ míg ha $q_1^* < q_1^e$ akkor $0 < x_1 = 1 < x_2$ teljesülése az elvárt. Ez viszont azt jelenti, hogyha $z_1 > 1$ akkor $x_2 < 1$ miatt csak a kivonás, ellenkező esetben csak az összeadás adhat megfelelő eredményt.

$$\text{Tehát ha } z_1 > 1 \text{ akkor } x_2 = \frac{\frac{a_2 - c_2}{a_1 - c_1} - \sqrt{\frac{(a_2 - c_2)^2}{(a_1 - c_1)^2} + 4 \cdot (1 - z_1) \cdot z_1 \cdot \frac{d_2}{d_1}}}{2 \cdot z_1 \cdot \frac{d_2}{d_1}} \text{ míg ha } z_1 < 1 \text{ akkor } x_2 = \frac{\frac{a_2 - c_2}{a_1 - c_1} + \sqrt{\frac{(a_2 - c_2)^2}{(a_1 - c_1)^2} + 4 \cdot (1 - z_1) \cdot z_1 \cdot \frac{d_2}{d_1}}}{2 \cdot z_1 \cdot \frac{d_2}{d_1}}$$

Ha a kormányzat többféleképpen el tudta érni a célját, akkor ezek közül ki kell választania azt lehetőséget, ahol a holtteher-veszteség minimális. Az első piacon nem szükséges kiszámolni a holtteher-veszteséget, mert az mindkét módszer esetén meg kell, hogy egyezzen ⁵. A második piacon viszont a megjegyzés miatt a holtteher-veszteség különbözőképpen alakul ha $z_1 > 1$ illetve ha $z_1 < 1$.

Legyen először $z_1 > 1$. Ekkor a megjegyzés alapján:

$$x_2 = \frac{\frac{a_2 - c_2}{a_1 - c_1} - \sqrt{\frac{(a_2 - c_2)^2}{(a_1 - c_1)^2} + 4 \cdot (1 - z_1) \cdot z_1 \cdot \frac{d_2}{d_1}}}{2 \cdot z_1 \cdot \frac{d_2}{d_1}}$$

jelölje a továbbiakban

$$R = (a_2 - c_2)^2 + 4 \cdot (1 - z_1) \cdot z_1 \cdot \frac{d_2}{d_1} \cdot (a_1 - c_1)^2$$

⁴ha például feltételezzük, hogy a két piac megegyezik, akkor z_1 maximális értéke mindössze $\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$

⁵Hiszen ugyanazok a mennyiségek alakulnak ki

Ekkor

$$x_2 = \frac{a_2 - c_2 - \sqrt{R}}{2 \cdot z_1 \frac{d_2}{d_1} \cdot (a_1 - c_1)}$$

Mivel $q_1^* = x_1 \cdot b_m = q_1^e \cdot z_1 = \frac{a_1 - c_1}{2 \cdot d_1} \cdot z_1$ és $x_1 = 1$, így b_m kifejezhető könnyedén:
 $b_m = z_1 \cdot \frac{a_1 - c_1}{2 \cdot d_1}$ Ekkor, felhasználva, hogy $q_2 = x_2 \cdot b_m$ q_2 értéke a következő lesz:

$$q_2 = \frac{(a_2 - c_2) - \sqrt{R}}{4 \cdot d_2}$$

ez alapján az árnyékárakat visszaszámolva

$$p_2 = \frac{3 \cdot a_2 + c_2 + \sqrt{R}}{4}$$

Tehát a holtteher veszteség (a versenyzői ár: c_2 , versenyzői mennyiség pedig: $\frac{a_2 - c_2}{d_2}$)

$$DWL_2^B = \frac{\Delta q_2 \cdot \Delta p_2}{2} = \frac{(3 \cdot (a_2 - c_2) + \sqrt{R})^2}{32 \cdot d_2}$$

Ahol B index az árukapcsolás esetét, a 2-es pedig a második piacot jelenti.

Hasonlóan végigvezetve $z_1 < 1$ -ra:

$$x_2 = \frac{a_2 - c_2 + \sqrt{R}}{2 \cdot z_1 \frac{d_2}{d_1} \cdot (a_1 - c_1)}$$

$$q_2 = \frac{(a_2 - c_2) + \sqrt{R}}{4 \cdot d_2}$$

$$p_2 = \frac{3 \cdot a_2 + c_2 - \sqrt{R}}{4}$$

amiből

$$DWL_2^B = \frac{(3 \cdot (a_2 - c_2) - \sqrt{R})^2}{32 \cdot d_2}$$

4.4. Megjegyzés. A holtteher veszteség nem folytonos függvénye z_1 -nek, mert $z_1 = 1$ ben szakadása van.

4.2.2. Adó és támogatás

Jelölje t_i az i -edik termék $i = 1, 2$ egységére kivetett adót (ha negatív, akkor támogatást). p_i jelöli a termelői, $p_i + t_i$ pedig a fogyasztói árat.

Ekkor a fogyasztói kereslet a következőképpen alakul:

$$p_1 = a_1 - d_1 \cdot q_1 - t_1$$

$$p_2 = a_2 - d_2 \cdot q_2 - t_2$$

Az árukapcsolással való összehasonlíthatóság kedvéért a kormányzat költségvetési korlátját mindig egyenlőséggel tartja be, azaz ha $z_1 < 1$ akkor a kormányzat elkölti a jövedelmét a második piacon, ha $z_1 > 1$ akkor pedig adót vet ki a második piac termékeire. Tehát

$$q_1 \cdot t_1 + q_2 \cdot t_2 = 0$$

A vállalat profitja:

$$\pi_m = (a_1 - d_1 \cdot q_1 - t_1) \cdot q_1 - c_1 \cdot q_1 + (a_2 - d_2 \cdot q_2 - t_2) \cdot q_2 - c_2 \cdot q_2$$

$$\frac{\partial \pi_m}{\partial q_1} : a_1 - 2 \cdot d_1 \cdot q_1 - t_1 - c_1 = 0$$

$$\frac{\partial \pi_m}{\partial q_2} : a_2 - 2 \cdot d_2 \cdot q_2 - t_2 - c_2 = 0$$

$$q_1 = \frac{a_1 - c_1 - t_1}{2 \cdot d_1}$$

$$q_2 = \frac{a_2 - c_2 - t_2}{2 \cdot d_2}$$

Ekkor az eredeti egyensúlytól való eltérés alapján az optimális adómennyiség

$$\frac{a_1 - c_1 - t_1}{2 \cdot d_1} = q_1^* = z_1 \cdot q_1^e = z_1 \cdot \frac{a_1 - c_1}{2 \cdot d_1}$$

$$t_1 = (a_1 - c_1) \cdot (1 - z_1)$$

Ekkor visszaírva z_1 -re p_1 -et

$$p_1 = a_1 - (a_1 - c_1) \cdot \left(1 - \frac{z_1}{2}\right)$$

4.5. Megjegyzés. A termelői ár z_1 monoton növekvő függvénye, mert $\frac{\partial p_1}{\partial z_1} = \frac{1}{2} \cdot (a_1 - c_1) > 0$

Ekkor a kormányzat költségvetési korlátjába visszaírva t_1 -et és q_1 -et

$$t_1 \cdot q_1 = \frac{(a_1 - c_1)^2 \cdot (1 - z_1) \cdot z_1}{2 \cdot d_1} = -t_2 \cdot q_2$$

és a kereslet függvény alapján

$$q_2 = \frac{a_2 - t_2 - c_2}{2 \cdot d_2}$$

$$-t_2 \cdot q_2 = \frac{-t_2 \cdot (a_2 - t_2 - c_2)}{2 \cdot d_2}$$

rendezve t_2 -re a kormányzat költségvetési korlátját, másodfokú egyenletet kapunk:

$$t_2^2 - (a_2 - c_2) \cdot t_2 - (a_1 - c_1)^2 \cdot (1 - z_1) \cdot z_1 \cdot \frac{d_2}{d_1} = 0$$

Melynek megoldása t_2 -re nézve:

$$t_2 = \frac{(a_2 - c_2) \pm \sqrt{(a_2 - c_2)^2 + 4 \cdot (a_1 - c_1)^2 \cdot (1 - z_1) \cdot z_1 \cdot \frac{d_2}{d_1}}}{2}$$

Az árukapcsolás esetén y kapcsán szintén hasonló eredményre jutottam, ugyanaz a másodfokú egyenlet diszkriminánsa-ezt R-el jelöltem. Tehát a lehetséges z_1 értékek halmaza megegyezik a két esetben!

4.6. Megjegyzés. Hasonlóan az árukapcsolás esetéhez, elemeznem kell, hogy a két megoldás-
 $\pm$ - közül melyik a közgazdaságilag indokolt! Legyen először $z_1 > 1$. Ekkor $t_1 < 0 \rightarrow t_2 > 0$
és $R < (a_2 - c_2)$. A két megoldás közül mindkettő értelmes, de az egyik nagyobb adómennyi-
séget (és emiatt jólét szempontjából a rosszabb lehetőséget) jelent (Laffer görbe-szerű je-
lenség). Tehát a kormányzat a jólét maximalizálása miatt azt a megoldás fogja választani,
amelyben a negatív előjel szerepel. Ha $z_1 < 1$ akkor $t_1 > 0 \rightarrow t_2 < 0$ mert a kormányzat
kénytelen kiosztani támogatásként a megszerzett adóját. Így viszont a $+$ jel értelmetlen
lenne, megint csak a negatív előjel lesz a megfelelő. Tehát $\forall z_1 \in \{a \text{ megvalósítható célok}$
 $\text{halmaza}\}$, igaz lesz, hogy $t_2 = \frac{(a_2 - c_2) - \sqrt{(a_2 - c_2)^2 + 4 \cdot (a_1 - c_1)^2 \cdot (1 - z_1) \cdot z_1 \cdot \frac{d_2}{d_1}}}{2}$

Már csak meg kell vizsgálni a holtteher veszteség alakulását a második piacon. A meg-
jegyzés értelmében együtt vizsgálható a két eset (T index jelöli az adózás miatti holtteher-
veszteséget):

$$q_2 = \frac{(a_2 - c_2) + \sqrt{R}}{4 \cdot d_2}$$

$$p_2 = \frac{3 \cdot a_2 + c_2 - \sqrt{R}}{4}$$

amiből

$$DWL_2^T = \frac{(3 \cdot (a_2 - c_2) - \sqrt{R})^2}{32 \cdot d_2}$$

4.7. Megjegyzés. Tehát $DWL_2^T = DWL_2^B$, ha $z_1 < 1$ és $DWL_2^T < DWL_2^B$, ha $z_1 > 1$, ám ez utóbbi esetben z_1 növelésével a két megoldás közötti különbség gyorsan tart 0-hoz.

Indoklás: $\frac{\partial R}{\partial z_1} < 0$ ha $z_1 > 1$.

Érdekességképpen meghatározom, hogy mennyi az állami beavatkozás kára, azaz mennyi a holtteher-veszteség változása.

4.8. Megjegyzés. Az eredeti egyensúly esetén a holtteher-veszteség:

$$DWL_\Sigma^e = \frac{(a_1 - c_1)^2}{8 \cdot d_1} + \frac{(a_2 - c_2)^2}{8 \cdot d_2}$$

Az első piacon az állami beavatkozás(mindkét módszer esetén) a következő holtteher-veszteséggel jár:

$$DWL_1^{T_{vagyB}} = \frac{1}{2 \cdot d_1} \cdot \left(1 - \frac{z_1}{2}\right)^2 \cdot (a_1 - c_1)^2$$

Az első piacon a holtteher-veszteség maximumát $z_1 = 1$ esetén éri el, ezért azt is feltételezhetném, hogy az állami beavatkozás jólét maximalizáló. Azonban szó sincs erről. Ahhoz, hogy ezt belássam elég azt megmutatnom, hogy az adókkal történő kormányzati beavatkozás esetén a holtteher-veszteség, mint a z_1 folytonos függvénye, $z = 1$ esetén globális minimumát éri el. Ekkor nyilván az árukapsolással történő beavatkozás is globális minimummal fog rendelkezni $z = 1$ esetén.

$$DWL_\Sigma^T(z_1) = DWL_1^T + DWL_2^T = \frac{1}{2 \cdot d_1} \cdot \left(1 - \frac{z_1}{2}\right)^2 \cdot (a_1 - c_1)^2 + \frac{(3 \cdot (a_2 - c_2) - \sqrt{R})^2}{32 \cdot d_2}$$

$$\frac{\partial DWL_\Sigma^T(1)}{\partial z_1} = 0$$

$$\frac{\partial^2 DWL_\Sigma^T(1)}{\partial^2 z_1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{(a_1 - c_1)^2}{d_1} + \frac{3}{4} \cdot \frac{(a_1 - c_1)^4 \cdot d_2}{d_1^2 \cdot (a_2 - c_2)^2}$$

ami azt mutatja, $z_1 = 1$ lokális minimumhely. A (szigorú) globális minimumhely voltához pedig elég belátni, hogy $DWL_{\Sigma}^T(z_1)$ szigorúan konvex függvény.

$$\frac{\partial^2 DWL_{\Sigma}^T(z_1)}{\partial^2 z_1} = \frac{3 \cdot (a_1 - c_1)^2 \cdot (a_2 - c_2) \cdot (d_1 \cdot (a_2 - c_2)^2 + d_2 \cdot (a_1 - c_1)^2)}{4 \cdot d_1^2 \cdot R \cdot \sqrt{R}} > 0$$

4.2.3. Eredmények

Két piac esetén hasonlítottam össze a termékmennyiség befolyásolásának két módszerét. Az első módszer szerint a kormányzat megmondja, hogy milyen arányban kapcsolja a vállalat a különböző termékeket egy kompozit jószággá, csomaggá. A második módszer a két piacon adókkal és támogatásokkal próbálja elérni a kívánatos termékmennyiséget. A módszerek összehasonlítása során két feltevést tettünk fel: először is a kormányzatnak célja csak az első piacon van $z_1 \neq 1$ és $z_2 = 1$ amiből következik $q_1^h = 0$ és általában $q_2^h \neq 0$ (Emlékeztetőül: $\mathbf{q}^h$ vektor elemi jelentik az eredeti egyensúlytól való nem szándékolt eltérést). Másodszor pedig a kormányzatnak be kell tartania a költségvetési korlátját, azaz amit az egyik piacon támogatásként kioszt, azt másik piacon be kell szednie adó formájában.

Két szempont alapján történt az összehasonlítás. Először a lehetséges megoldások halmazát hasonlítottam össze, azaz adott z_1 esetén, van-e olyan adókulcs, illetve árukapcsolás ami lehetővé teszi ennek elérését. Megállapítottam, hogy a két módszer azonos halmazzal rendelkezik a lehetséges megoldások terén. z_1 pontosan akkor megvalósítható, ha $R = (a_2 - c_2)^2 + 4 \cdot (1 - z_1) \cdot z_1 \cdot \frac{d_2}{d_1} \cdot (a_1 - c_1)^2 \geq 0$

Második szempont a módszerek valamilyen hatékonysági kritérium alapján történő összehasonlítása, azaz melyik módszer esetén lesz a holtteher veszteség minimális. Az első piacon biztosan ugyanakkora lesz ez az érték, így elég a második piacot vizsgálni. Az eredmény függ z_1 értékétől. Ha $z_1 < 1$ akkor a két megoldás azonos holtteher veszteséget okoz. Ha azonban $z_1 > 1$ akkor az adók/támogatások módszere kisebb holtteher veszteséget generál. Ennek legfőbb oka az alapfeltevésekben rejlik. Ugyanis ha $z_1 > 1$ akkor 4.3 megjegyzés miatt x_1 nem lehet negatív (negatív x_1 esetén a két módszer ugyanazt az eredményt adná). Viszont a negatív árukapcsolás ellenkezik azzal a feltevésünkkel, hogy viszonteladás nincs a piacon, hiszen ilyenkor a vállalat terméket venne a fogyasztótól ami értelmetlen.

5. fejezet

Összefoglalás

Az első fejezetben ismertettem az árukapcsolás elméletének kialakulását, bemutattva azokat a kérdéseket, amelyeket közgazdasági modellekkel kívánok megválaszolni. A következő fejezetben megadtam és indokoltam azt a feltételrendszert amely alapján a modellek felépülnek. Az első modell, egy klasszikus belépéstől való elrettentést mutatott be, ugyanakkor rávilágítottam a monopolista elköteleződésének a problémájára, miszerint nem mindegy, hogy a monopolista vállalat el tudja-e hitetni a belépővel hogy az árukapcsolás szerkezete adott. Bebizonyítottam, hogy az árukapcsolás csak akkor mutat profitkülönbséget az árukapcsolás nélküli helyzethez képest a monopolista számára, ha a termékszerkezetről a monopolista hamarabb tud dönteni. Ekkor a jóléti hatás negatív volt, pedig a fogyasztók jobban jártak.

A második modellben tökéletlenül összefüggő piacok esetén mutattam be az árukapcsolást és annak kizorítási hatását. A végeredmény konzisztens volt az irodalomban eddig elért eredményekkel, azaz minél inkább kiegészítő volt a két termék közötti viszony, annál jobban ki tudta volna szorítani a monopolista a belépőt, viszont ekkor egyre kevésbé érte volna ez meg neki. A szekvenciális árukapcsolás mindig nagyobb jóléti veszteséget okozott, mint a szimultán árukapcsolás.

A harmadik modellben a kormányzat egyensúlyi mennyiségek befolyásolásának két módszerét – árukapcsolás és adóztatás - hasonlítottam össze. Azt a tényt használtam fel az előző modellekből, hogy az árukapcsolás megváltoztatta az egyensúlyi mennyiségeket, az egyik termékből túltermelést, a másiból alultermelést okozva. A probléma bonyolultsága miatt leegyszerűsített környezetet – két piac, egy vállalat - tételeztem fel. Azt a következtetést vontam le, miszerint ha a kormányzat csökkenteni akarja a termékmennyiséget, akkor a két módszer ekvivalens, máskülönben az árukapcsolás nagyobb jóléti veszteséget okoz, bár mindkét módszerrel ugyanazokat a kormányzati terveket lehet elérni.

Egy későbbi kutatás témája lehetne a harmadik modell kiterjesztett változata, főleg annak dinamikus megfelelője és a kormányzati árukapcsolás gyakorlati alkalmazhatóságának vizsgálata.

Irodalomjegyzék

Adams, W. J. és Yellen, J. L. (1976), ‘Commodity Bundling and the Burden of Monopoly’, *The Quarterly Journal of Economics* **90**(3), pp. 475–498.

URL: <http://www.jstor.org/stable/1886045>

Chen, Y. (1997), ‘Equilibrium product bundling’, *Journal of Business* **70**(1), 85–103.

URL: <http://www.jstor.org/stable/2353482>

Choi, J. P. és Stefanadis, C. (2001), Tying, investment, and the dynamic leverage theory’, *The RAND Journal of Economics* **32**(1), pp. 52–71.

URL: <http://www.jstor.org/stable/2696397>

Director, A. és Levi, H. E. (1956), ‘Law and the Future: Trade Regulation’, *Northwestern University Law Review* **51**.

Geng, X., Stinchcombe, M. B. and Whinston, A. B. (2005), ‘Bundling information goods of decreasing value’, *Management Science* **51**(4), pp. 662–667.

URL: <http://www.jstor.org/stable/20110360>

Martin, S. (2002), *Advanced Industrial Economics*, Blackwell Publishers.

McAfee R. P., McMillan, J. és Whinston, M. D. (1989), ‘Multiproduct Monopoly, Commodity Bundling, and Correlation of Values’, *The Quarterly Journal of Economics* **104**(2), pp. 371–383.

URL: <http://www.jstor.org/stable/2937852>

Schmalensee, R. (1982), ‘Commodity Bundling by Single-Product Monopolies’, *Journal of Law and Economics* **25**(1), pp. 67–71.

URL: <http://www.jstor.org/stable/725225>

Schmalensee, R. (1984), ‘Gaussian Demand and Commodity Bundling’, *The Journal of Business* **57**(1), pp. S211–S230.

URL: <http://www.jstor.org/stable/2352937>

Stigler, G. J. (1966), ‘The Economic Effects of the Antitrust Laws’, *Journal of Law and Economics* **9**, pp. 225–258.

URL: <http://www.jstor.org/stable/725000>

Venkatesh, R. és Kamakura, W. (2003), ‘Optimal bundling and pricing under a monopoly: Contrasting complements and substitutes from independently valued products’, *The Journal of Business* **76**(2), pp. 211–231.

URL: <http://www.jstor.org/stable/10.1086/367748>

Whinston, M. D. (1990), ‘Tying, Foreclosure, and Exclusion’, *The American Economic Review* **80**(4), pp. 837–859.

URL: <http://www.jstor.org/stable/2006711>