



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Villamosmérnöki és Informatikai Kar

Szélessávú Hírközlés és Villamosságtan Tanszék

Körmöczi Koppány István

ELEKTROMÁGNESES ELREJTÉS METAANYAGOK ÉS KOMPOZITOK SEGÍTSÉGÉVEL

OTDK dolgozat

KONZULENS

Dr. Szabó Zsolt

BUDAPEST, 2012

Tartalomjegyzék

Tartalomjegyzék	2
Bevezetés	3
1. Transzformációs optikával tervezett elrejtő metaanyagok	5
2. Az elektromágneses elrejtő eszközök szimulációja	13
2.1. Feltételezések és egyszerűsítések, elrejtő eszköz paraméterei	13
2.2. A kidolgozott eljárás numerikus implementációja	15
2.3. Szimulációs eredmények és azok értékelése	24
3. Alkalmazott optimalizációs algoritmus (Differenciális Evolúció)	30
4. Izotróp anyagokkal történő elektromágneses elrejtés megvalósíthatóságának vizsgálata	33
4.1. Optimalizáció	33
4.2. Eredmények, szimulációk, értékelés	36
5. Elektromágneses elrejtés anizotróp kompozit anyagokkal	38
5.1. Az elrejtéshez szükséges anyagparaméterek vizsgálata	38
5.2. Anyagok elektromágneses modelljei	40
5.3. Kompozitok	42
5.4. Izotrópia, anizotrópia	43
5.5. Keverési törvények	45
5.6. Optimalizáció	49
5.7. Eredmények, szimulációk, értékelés	53
6. Összegzés, konklúzió	60
Köszönetnyilvánítás	61
Irodalomjegyzék	62

Bevezetés

Az emberi civilizáció különböző korszakaiban a természet törvényeinek egyre jobb megismerése magával hozta a technológia fejlődését, amelynek segítségével újabb anyagokat tudunk felhasználni eszközeink elkészítésére. Az elektromágneses hullámok és anyag kölcsönhatásának megismerése olyan technológiai forradalmat eredményezett, amelyik teljesen átformálta az emberiség mindennapjait. Például a 20. század során a rádiófrekvencia és a mikrohullámú frekvencia tartományában előállított eszközök nélkül ma már elképzelhetetlen a kommunikáció. A szemünk számára érzékelhető optikai tartomány régóta foglalkoztatja az emberiséget. Számos mese tartalmaz optikai eszközöket, amelyek csodákra képesek, például olyan kalapot, amelyik elrejt valakit. Egészen a közelmúltig az ilyen eszközök csak a mese világában fordultak elő.

Az elmúlt évtized során világszerte számos kutatócsoport vizsgálta elektromágneses hullámok kölcsönhatását mesterséges anyagokkal.

Felismerték, hogy az anyagok elektromágneses hullámokkal való kölcsönhatása nem csak a kémiai összetételtől függ, hanem az anyag strukturáltsága még a kémiai összetételnél is jobban befolyásolhatja a kölcsönhatást. A mikro- és nanotechnológia fejlődése lehetőséget nyit a fény hullámhosszánál kisebb, geometriailag nagy bonyolultságú struktúrák létrehozására. Bár a strukturálást követően az alapvető fizikai törvényszerűségek és összefüggések továbbra is fennállnak, mégis a megszokottól némileg, vagy akár szembeötlően más, különös tulajdonságú anyagokat, metaanyagokat kaphatunk, ha megfelelően választjuk meg a geometriát és a méreteket [1-2]. Megfelelő struktúrákkal az elektromágneses tulajdonságok megtervezhetőek, így például az optikai eszközökhöz szükséges anyagok bizonyos korlátokkal előállíthatóak. A metaanyag kutatás számos újfajta optikai eszközt eredményezett, például nulla és negatív törésmutatójú metaanyagokkal létrehozható, diffrakciós határ alatti képalkotást lehetővé tevő szuperlencsét, fotonikus kristály alapú hullámvezetőket, szűrőket, nagyérzékenységű szenzorokban alkalmazható plazmonikus nanoantennákat.

A dolgozatomban egy olyan eszközzel foglalkozom, mely egy adott frekvencián egy objektumot, például egy erősen szóró tárgyat, elrejt az elektromágneses sugárzás elől. Ha a választott frekvencia a látható fény tartományába esik, akkor az elrejtés segítségével a szemnek láthatatlanná tehetünk tárgyakat. A dolgozatomban egy ilyen

eszköz működésének szimulációját mutatom be, illetve az infravörös tartományban operáló elrejtő eszköz kompozit anyagokkal történő megvalósíthatóságát vizsgálom.

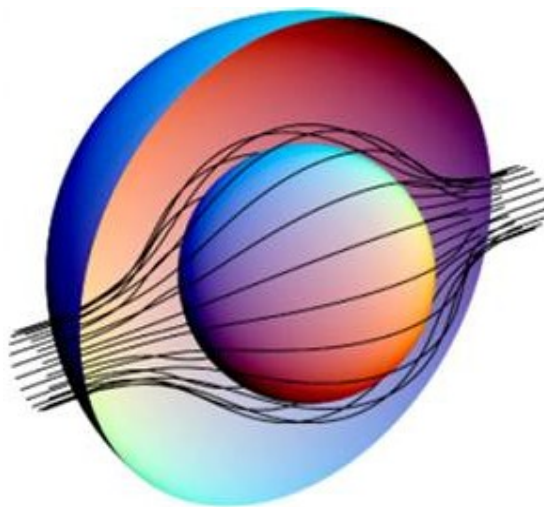
Az első fejezetben áttekintem az alapfogalmakat. Tárgyalom, hogy mit is értünk pontosan az elrejtés alatt, és milyen anyagparaméterek szükségesek ennek megvalósítására, valamint hogyan lehet ezeket az anyagokat előállítani.

A második részben egy eljárást mutatok be, hogyan lehet elektromágneses térszámító módszerekkel szimulálni az elrejtést. A szimulációk alapján megvizsgálom az eszköz hatékonyságát, tulajdonságait.

A harmadik fejezetben bemutatok egy numerikus minimumkereső eljárást, a Differenciális Evolúciót, amit a későbbiek során alkalmazok az elrejtést lehetővé tevő metaanyagok tervezésére.

A negyedik és ötödik részben kétfázisú fém-dielektrikum izotróp, illetve anizotróp kompozitok alkalmazhatóságát vizsgálom az elektromágneses elrejtés megvalósítására. A szükséges kompozit anyagparaméterek az effektív anyag elméleten (Effective Medium Theory) alapuló keverési törvényekkel határozhatóak meg. Differenciális Evolúciós optimalizálást alkalmazok a kompozit összetételének és geometriájának meghatározására. Értékelem az optimalizáció eredményeit, és tárgyalom az elrejtés mértékét.

A hatodik fejezetben összegzem a dolgozat során bemutatott eredményeket.



Ábra: Zárt térfogat elektromágneses elrejtése koncentrikus gömbgyűrű köpeny segítségével. A hullám (fény) körül folyja az elrejteni kívánt teret, ezzel láthatatlanná téve egy külső megfigyelő számára a belső térrészt.

1. Transzformációs optikával tervezett elrejtő metaanyagok

Az elektromágneses elrejtés egy olyan effektus, amikor egy zárt térfogatot egy adott frekvenciájú beeső elektromágneses hullám esetén egy, a zárt térfogaton kívüli pozícióban elhelyezkedő megfigyelő számára észrevehetetlenné teszünk. Tulajdonképpen ez azt jelenti, hogy az elrejtteni kívánt téren kívül a hullámterjedés, vagyis a kialakult elektromágneses tér minden időpillanatban megegyezzen azzal az elektromágneses térrel, ami akkor lenne, ha eltávolítanánk az elrejtteni kívánt teret (és minden benne lévő objektumot). Ehhez a hatáshoz szükség van az elrejtteni kívánt térfogat köré elhelyezkedő „köpenyre”, mely biztosítja az elektromágneses hullámok (optikai tartományon a fény) „körbefolyását” az elrejtteni kívánt tér körül (ábra a Bevezetés rész végén).

Fontos megjegyeznem, hogy az elektromágneses elrejtés nem ekvivalens sem az árnyékolás, sem az izoláció effektusával. Ugyanis az elrejtés során az elektromágneses hullámnak a köpenyhez érve reflektálódnia és abszorbeálódnia sem szabad. Ha a hullámokat energiaként kezeljük, akkor az energia-megmaradás alapján felírható a következő:

$$A + R + T + S = 1, \quad (1.1)$$

ahol A az abszorpció, R a reflexió, T a transzmisszió, S a szórás tényezők.

Elrejtés esetén a köpenyre: $T = 1$, $A = 0$, $R = 0$, $S = 0$.

Az elrejtést a misztikusnak tűnő köpeny végzi, melynek geometriája szabadon választható. Legegyszerűbb esetben gömbgyűrű, ekkor triviálisan a rejtett térrész gömb. Az elrejtés kulcsa a köpeny anyagparamétereiben rejlik. A szükséges anyagparamétereket a transzformációs optika segítségével határozhatjuk meg.

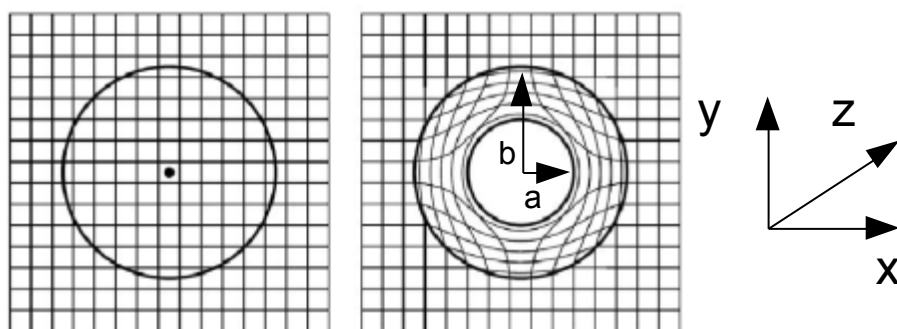
A transzformációs optika [3-6] egy módszer a fénysugarak útjának a megtervezésére, mely koordináta-rendszer-transzformációkon alapul (Conformal Mapping). A módszer úgy néz ki, hogy a saját, valós metrikus terünket átteszformáljuk olyan alakúra, mint amilyen alakban szeretnénk, hogy a fény terjedjen, és ebben a teszformált térben oldjuk meg a Maxwell egyenleteket (más területeken is alkalmazható, például az akusztikában, szeizmológiában, hidrodinamikában). A Maxwell egyenletek idő- és térinvariánsak, ezért alkalmazható ez

a módszer. Az egyenletekből pedig meghatározhatóak olyan anyagparaméterek (elektromágnesesség terén ezek az elektromos permittivitás és a mágneses permeabilitás), melyeket alkalmazva a saját, valós térünkben a fénysugarakhoz ugyanazokat a trajektóriákat rendeli, mint amilyenek a transzformált térben lennének. Ez a transzformáció gyakorlatilag meggörbíti a teret azon a tartományon, ahova nem szeretnénk, hogy elektromágneses sugárzás, azaz fény jusson. Valójában az eljárás matematikája már korábbról is ismert volt, ehhez hasonló transzformáció írja le az Einstein-i általános relativitás-elméletben a gravitáció tér-időre gyakorolt hatását. A transzformációból visszkapott anyagparaméterek lehetnek rendkívül bonyolultak: anizotrópia, inhomogenitás és extrém értékek (szingularitás az anyagparaméterek térbeli eloszlásában) formájában.

2006-ban J. B. Pendry és munkatársai sikeresen alkalmazták a módszert a mikrohullámú tartományon síkhullám gerjesztésre, így kísérletileg is bizonyították a transzformációs optika helyességét [7]. Egy z irányban végtelen hosszúságú hengerre határoztak meg egy lehetséges transzformációt az elrejtéshez (1.1.-es ábra). A hengerkoordináták a transzformált térben:

$$r' = r \frac{b-a}{b}, \quad \theta' = \theta, \quad z' = z, \quad (1.2)$$

ahol $0 < r < b$, $a < r' < b$, illetve a és b azok a sugarak, melyekből adódó virtuális térbeli körgyűrűbe sűrítjük az eredeti tér b sugarú terét. Más megfogalmazásban: a és b rendre a köpeny belső és külső sugarai ebben az elrendezésben.



1.1.-es ábra: Egy lehetséges transzformáció a sok közül (x - y síkmetszet). A képen jól látható, hogy a valós térhez (bal oldali kép) képest hogyan görbül a virtuális, transzformált tér (jobb oldali kép).

A transzformációs optikát alkalmazva és síkhullám megvilágítást feltételezve határozták meg egy vákuumban vagy levegőben álló, z irányban végtelen hosszúságú rézhengert elrejtő koncentrikus köpeny relatív elektromos permittivitás és relatív

mágneses permeabilitás tenzorait, melyek hengerkoordináta-rendszerben diagonális mátrix formát nyernek:

$$\varepsilon_r = \mu_r = \text{diag} \left[\frac{r-a}{r}, \frac{r}{r-a}, \left(\frac{b}{b-a} \right)^2 \frac{r-a}{r} \right], \quad (1.3)$$

ahol r a köpenyben a sugár koordináta, és értéke $[a, b]$ között változik. A tenzorokon jól látható az anyagparaméterek bonyolultsága, a fő problémát azonban a szingularitások illetve a zérus értékek okozzák.

A köpeny paramétereinek bonyolultságának csökkentése érdekében gerjesztésként z irányban lineárisan polarizált, transzverzális elektromos (TE) módusú elektromágneses síkhullámot feltételeztünk. Ennek következtében az elektromos térnek csak z irányú, míg a mágneses térnek csak r és θ irányú komponense van, így a permittivitás skalárrá, a permeabilitás pedig 2×2 -es diagonális mátrixszá redukálódik:

$$\varepsilon_r = \left(\frac{b}{b-a} \right)^2 \frac{r-a}{r}, \quad \mu_r = \text{diag} \left[\frac{r-a}{r}, \frac{r}{r-a} \right]. \quad (1.4)$$

Az következő egyszerűsítést azon megfontolás alapján végezték, hogy a köpenyen belül elsődlegesen a hullámok trajektóriáit kell előírni, melyet kizárólag a diszperziós egyenlet határoz meg. Azonos diszperzió áll fenn, ha a két anyagparaméter szorzata állandó marad. Ezt felhasználva egy egyszerűbb, azonos diszperzióval, de nem nulla reflexióval rendelkező anyagparaméter halmazt határoztak meg:

$$\varepsilon_r = \left(\frac{b}{b-a} \right)^2, \quad \mu_r = \text{diag} \left[\left(\frac{r-a}{r} \right)^2, 1 \right]. \quad (1.5)$$

Az elrejtés megvalósításához szükséges, térbeli eloszlásban szingularitásmentes redukált paraméterek adottak (1.5)-ben. Egy ilyen elektromágneses tulajdonságokkal rendelkező anyagra volt szüksége Pendry-nek 2006-ban.

E célból egy mesterségesen strukturált anyagot, úgynevezett metaanyagot állítottak elő. A kísérleti elrendezésük és a metaanyag egységcellája az 1.2.-es ábrákon láthatóak. Ezt a típusú metaanyagot Split Ring Resonator-nak hívják (SRR).

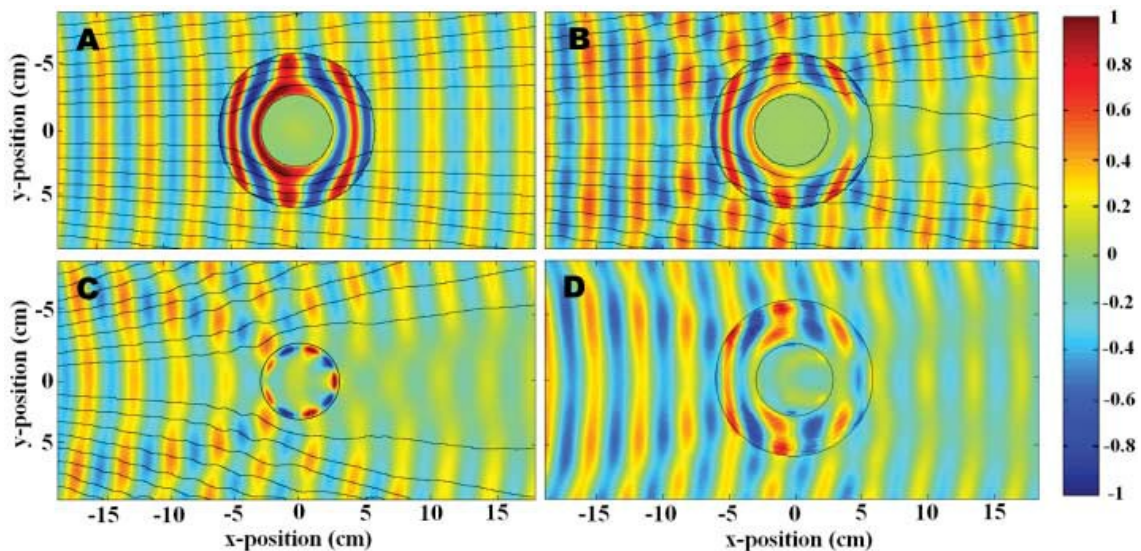
A 1.2.-es ábrán látható egységcella két különböző elektromágneses tulajdonságokkal rendelkező anyag struktúráját tartalmazza. A cellastruktúra geometriai paramétereinek változtatásával lehet a köpeny elektromágneses paramétereit hangolni, melynek módszereivel külön tudományág foglalkozik. Az r irányú anizotrópia a különböző rétegek (10 réteg) különböző egységcellával való ellátásával biztosítható.



1.2.-es ábra: Az (a) ábrán a kísérleti elrendezés látható, ahol a köpenyt 10, egységcellákból összerakott metaanyag rétegből állították elő. A (b) ábrán egy SRR egységcella látható a geometriai paraméterekkel.

(1.5)-ben látható, hogy θ irányban izotróp a rendszer. E típusú metaanyag egyszerre elektromos és mágneses paraméterek tervezésére is alkalmas, mivel az egységcella strukturáltságából adódóan elektromágneses sugárzás esetén elektromos és mágneses válasza is képes.

Végül az előbbieken leírt módszerrel és anyagokkal sikeresen hajtották végre a kísérletet mikrohullámú tartományon 2006-ban. 8.5 GHz frekvenciájú síkhullám megvilágításra hoztak létre elektromágneses elrejtést a redukált anyagparaméterek alkalmazásával. A kísérleti eredményeket az 1.3.-as ábra mutatja.

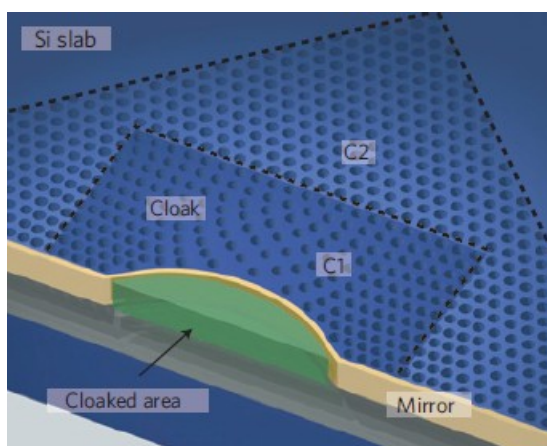


1.3.-as ábra: Az ábra a 2006-os kísérlet eredményeit mutatja be. A képeken az elektromos térerősség z irányú komponense van kirajzolva. Az (a) képen az egzakt anyagparaméterekkel, míg a (b) képen a redukált anyagparaméterekkel végrehajtott elektromágneses elrejtés szimulációja látható. A (c) ábra egy csupasz rézhengerről szórt elektromágneses tér mért értékét, míg a (d) ábra a metaanyaggal körbevett rézhenger elrejtése során kialakult térintenzitás mért értékét mutatja.

E kísérlet rövid bemutatásával szerettem volna áttekinteni az elektromágneses elrejtéshez kapcsolódó fogalmakat és összefüggéseket, illetve nagyvonalakban bemutatni az eszköztervezés fő lépéseit. Az elektromágneses elrejtéssel kapcsolatban azonban számos más megoldási javaslat látott napvilágot.

A korábbiakban bemutatott módszernek van néhány problematikus pontja. Bár a 2006-os kísérlet jól demonstrálta az elmélet helyességét, optikai tartományon való szélessávú kivitelezése azonban meglehetősen nehéznek bizonyult. Ennek oka, hogy a metaanyag geometriai paramétereinek változtatásával tudták hangolni a köpeny elektromos és mágneses rezonanciáinak helyét, és ezzel az anyagparaméterek értékeit is. Ennek következtében maga a metaanyag rendkívül frekvencia-érzékeny, erősen diszperzív, így mikrohullámon is csak szűk frekvenciasávban működött (monokróm sugárzásra optimális). Optikai tartományon pedig a fém nem tekinthető tökéletes vezetőnek (veszteség, elektronok kinetikus induktivitása), ezért ezzel a módszerrel kivitelezhetetlen az optikai elrejtés.

Emiatt próbáltak dielektrikum, és nem fém struktúrával elrejteni optikai tartományon 2009-ben [8]. Egy ilyen típusú elrejtésnek a neve a Carpet Cloak (szőnyeg álca), mely esetében ugyancsak a transzformációs optikával tervezhetjük meg a fény pályáját (Quasiconformal Mapping), viszont ebben az esetben az elrendezés is más lesz (1.4.-es ábra), mivel az objektum nem levegőben / vákuumban helyezkedik el a könnyebb elrejtés végett.



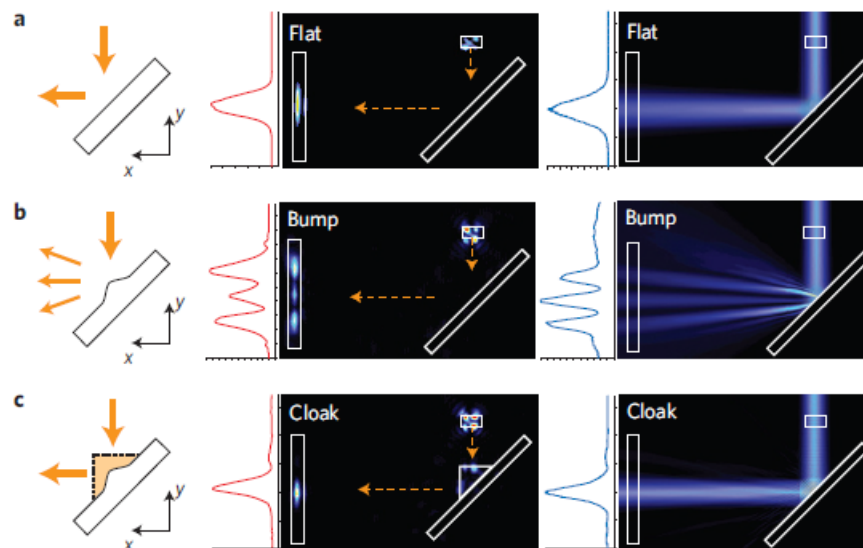
1.4.-es ábra: Az ábrán a Carpet Cloak nevű elektromágneses elrejtési eljárás elrendezése látható egy szilícium hullámvezető lemezen. A zöld jelöli az elrejtett teret, a világosbarna a tükör, a C1 jelzett rész az elrejtést végrehajtó köpeny, a C2 jelzett rész pedig az elrendezést körülvevő dielektrikumot modellezi.

A módszer lényege kétdimenziós realizációban a következő. A meggörbített reflektáló felület (tükör) alatt lévő objektumot egy előre megtervezett köpeny rejti el, mely úgy módosítja a fény útját, hogy olyan hatást keltsen egy külső megfigyelő számára, mintha eredetileg egy lapos reflektáló síkfelület lenne ott (a metaanyag a fénysugarakat úgy tereli, mintha egy sima síkfelületről reflektálna a fény).

Az elrendezést körülvevő dielektrikumot és a köpenyt ~ 110 nm-es átmérőjű lyukak periodikus és aperiodikus szerkezetéből adódó effektív anyagparaméterekkel valósították meg (fotonikus kristály szerkezetű). Gyakorlatilag ezek sűrűségével hangolták be a megfelelő effektív törésmutató értékeket.

- Si lemez hullámvezető
- C1 tartomány: térben változó törésmutató (transzformációval határozható meg)
- C2 tartomány: állandó, 1.58-as törésmutató.(állandó sűrűség).

Majd ezek után a Si hullámvezetőbe egy bemeneti porton becsatoltak egy infravörös frekvenciatartománybeli, Gaussi eloszlású fényimpulzust, és egy kimeneti porton mérték a kicsatoló fény intenzitás-eloszlását. A 2009-es kísérlet mért eredményeit az 1.5.-ös ábra mutatja be.



1.5.-ös ábra: Az ábra a Carpet Cloak nevű elrejtési módszer mért eredményeit mutatja be. A piros görbe a kimeneti intenzitás, míg a kék az elektromos télerősség eloszlása. A sima felületről reflektáló fény az eredeti Gaussi eloszlású fényt tökéletesen képezi le a kimenetre (a). Egy kis „dudor” (mely alá kerül az elrejtendő objektum) a felületen már szóródást eredményez, emiatt melléknyalábok jelennek meg a kimeneten, azaz látható lesz a „dudor” (b). Azonban ha az elrejtő köpenyt alkalmazzuk, a kimeneten ugyanaz az intenzitáseloszlás lesz látható, mintha ott se lenne a „dudor”, ezzel láthatatlanná téve az objektumot (c).

A mérések alapján elmondható, hogy optikai tartományon működő elrejtő köpenyt már sikerült készíteni, meghozzá 1400-1800 nm-es hullámhossz tartományon működött (~400 nm-es sávszélesség). Az aktuális elrendezés esetén a felső határfrekvenciát a hullámvezető „cutoff” frekvenciája határozza meg (~1800 nm). 1400 nm alatt azonban a köpeny teljesítménye romlik, mivel a hullámhossz összemérhetővé kezd válni a köpeny lyukainak átmérőjével, mely a szóródás növekedéséhez vezet.’

Összehasonlítva a két módszert számos előny vagy hátrány figyelhető meg, melyek két alapvető különbségre vezethetőek vissza. Egyrészt a köpenyt alkotó anyag elektromágneses tulajdonságára (fém és / vagy dielektrikum alkotóelemek), másrészt a transzformációs optika során alkalmazott leképezés típusára:

- Míg az első esetben a metaanyag struktúra fémet és dielektrikumot is tartalmazott, addig a második esetben csak dielektrikumból állt a köpeny.
- Az első esetben konformális, a második esetben pedig úgynevezett kvázikonformális leképezést hajtunk végre a transzformációs optika alkalmazásával. Azt, hogy milyen leképezés hajtódik végre, az határozza meg, hogy az elrejtetni kívánt térrész csupaszon áll-e, vagy pedig egy sík mögött helyezkedik el, mint a Carpet Cloak esetén.

Figyelembe véve ezt a két különbséget, a Carpet Cloak módszernek a következők az előnyei és hátrányai az első módszerrel szemben:

Előny:

- Az eljárás során nem-rezonáns dielektromos anyagok alkalmazása, ezáltal kisebb veszteséggel és szélesebb frekvenciatartományon kivitelezhető az optikai elrejtés is (látható fény és infravörös).
- Míg az első esetben (mikor levegőben álló tárgyat rejtettek el) a teret egy kisebb térrészbe sűríti az optikai transzformáció, addig a Carpet Cloak esetén nem lép fel olyan leképezés, ami a teret sűrítene. Ez a köpenyben végbement topológiai változás eredményezi a szingularitás-mentességét. Emiatt az anyagparaméterek értékei kisebb intervallumban változnak.
- Quasiconformal Mapping* miatt izotróp anyagparaméterek.

*Quasiconformal mapping: Komplex analízisben használt matematikai fogalom: iránytartó homomorf leképezés síkbeli tartományok között, amely körökből ellipsziseket képez le. Jelen esetben ez annyit jelent, hogy az eredetileg négyzet alakú cellákat (fotonikus kristály egységcella) áttranszformáljuk egy adott aspect ratio-jú (szélesség-magasság arány) téglalap alakú cellákká, ezzel létrehozva a köpenyben a térbeli változását a törésmutatónak. Míg a többi leképezés erősen anizotróp köpenyt eredményez, addig ez a módszer az anyag anizotrópiáját egy olyan pontig minimalizálja, ahol ez a hatás már elhanyagolható.

Hátrány:

- Csak egy síkfelület előtt alkalmazható.

Figyelembe véve az előzőeket, az ötödik fejezetben az elrejtő eszköz tervezésekor megpróbálom ötvözni a két módszer előnyeit. Az eszköz elrendezése az első módszernél bemutatottal lesz megegyező, hogy ne csak síkfelület előtt rejtsen megfelelően, azonban az optikai tartományra való kiterjesztés végett kerülni fogom a mágneses rezonanciára alapuló elrejtő köpenyt.

Természetesen további új módszerekkel és megközelítésekkel [9-10] is előálltak a közelmúltban az elrejtés kapcsán, de ezekkel a dolgozatomban már nem foglalkozom.

2. Az elektromágneses elrejtő eszközök szimulációja

Ebben a fejezetben részletezem az elektromágneses elrejtés szimulációjára kidolgozott modellezési eljárást [11-12]. A transzformáció, a belőle származtatott anyagparaméterek és az elrejtés geometriája az első szakaszban bemutatott első kísérlet körülményeivel és paramétereivel megegyező. A gerjesztés a korábbi kísérlettel szemben most nem csak síkhullám. A szimulációval az eszköz hatékonyságát vizsgálom pont és véges vonalgerjesztés esetére is. A numerikus szimulációkat egy általános, kétdimenziós, végeelem alapú (Finite Element Method – FEM) parciális differenciálegyenlet megoldó szoftver segítségével, a MATLAB Partial Differential Equation (PDE) Toolbox-szal készítettem.

2.1. Feltételezések és egyszerűsítések, elrejtő eszköz paraméterei

Feltételezések, egyszerűsítések:

1. *Peremérték feladat:* A probléma peremérték feladatként kezelhető, mely alkalmassá teszi a probléma végeelem módszerrel való megoldását.
2. *Állandósult állapot vizsgálata:* Mivel a végeelem megoldó numerikus módszer a frekvenciatartományban operál, így a végeelemes módszerrel tranziens jelenségeket nem lehet szimulálni (vagyis a differenciálegyenlet inhomogén megoldása a releváns). Tranziens szimulációt (köpenyre sugárzott tér ki- és bekapcsolása) lehet végezni például időbeli véges differencia (Finite Difference Time Domain - FDTD) módszer alkalmazásával [13].
3. *Komplex függvények alkalmazása:* Mivel a FEM a frekvenciatartományban operál, ezért a térintenzitások és gerjesztettségi vektorok (E, H, D, B) komplex értékű (időfüggetlen) függvények lesznek. A dolgozatban az $e^{j\omega t}$ jelölést alkalmazom az időbeli változásra. Figyelembe véve a 2. feltételezést, hogy állandósult állapot áll fenn, a következő egyenlet írható fel:

$$\frac{\partial}{\partial t} = j\omega, \quad (2.1)$$

ahol t az idő, $j = \sqrt{-1}$ az imaginárius egység, az ω pedig a körfrekvencia.

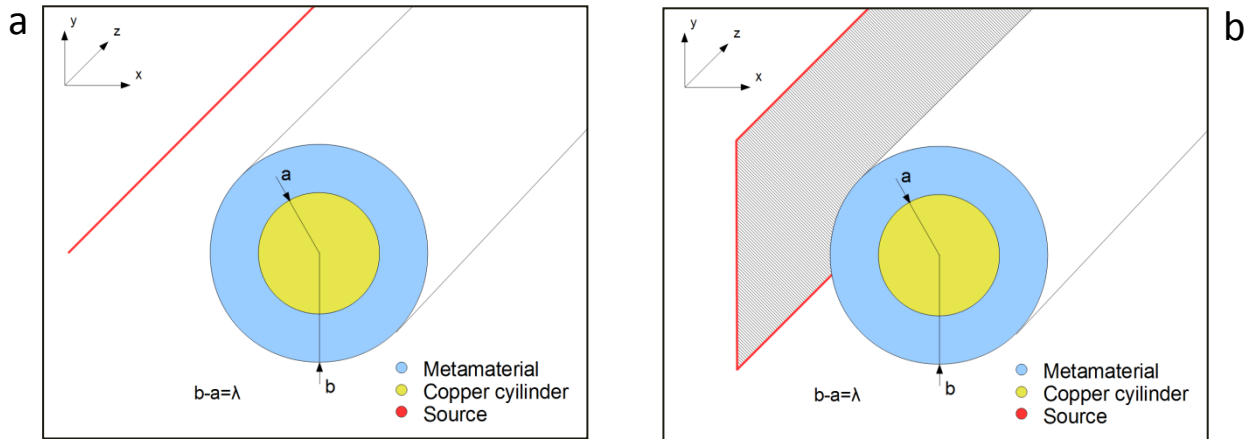
4. *Linearitás*: Lineáris anyagegyenlet. A polarizáció (vagy más néven a polarizáció sűrűség) és az elektromos térerősség között lineáris kapcsolat áll fenn. Általános esetben egy Taylor sorral írható fel az anyagegyenlet. A linearitás mindaddig jó közelítés, míg az elektromos térerősség relatíve kicsi (pl. nagyteljesítményű lézerek esetén kell figyelembe venni a magasabb rendű sorolementeket). Magasabb rendű tagok figyelembe vételével a nemlineáris optika foglalkozik.
5. *Síkprobléma közelítés*: A problémát z irányban invariánsnak tekintem, melynek feltétele, hogy ebben az irányban a geometria végtelennek legyen tekinthető. Ennek következtében a probléma kétdimenziós térre redukálódik:

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0. \quad (2.2)$$

6. *Lineáris polarizáció*: A megvilágító elektromágneses hullám elektromos vagy mágneses térerőssége a z tengely mentén lineárisan polarizált. Ha a két térerősség vektormező (E, H) közül az egyik lineárisan polarizált, akkor annak csak z komponense lesz, míg a másiknak csak x és y , és vice versa. Az (E_z, H_x, H_y) a transzverzális elektromos (TE) módust, a (H_z, E_x, E_y) a transzverzális mágneses (TM) módust eredményezi. E két speciális esetnek, mint a Maxwell egyenletek két független megoldásának a szuperpozíciója adja a teljes megoldást. A szimuláció során a TE vagy a TM esetet feltételezem (két eset szimmetrikus az elektromos és mágneses térerősségek, illetve az anyagparaméterek szempontjából is). Két okból követelem meg ezt a feltételt. Egyrészt így az egyik térerősség skalárfüggvénnyé redukálódik, ami jól ábrázolható a szimuláció során, másrészt így az előbbiből következően az anyagparaméterek komponenseinek száma is csökken: TE módusra $(\epsilon_z, \mu_x, \mu_y)$, míg TM módusra $(\mu_z, \epsilon_x, \epsilon_y)$. A választás a TE módusra a 2006-os kísérlettel való konzisztencia miatt esik.

Elrejtő eszköz paraméterei:

Mint korábban említettem, az elrendezés geometriája megegyezik az első fejezetben bemutatott 2006-os kísérlet elrendezésével. Az elrejteni kívánt tárgy egy levegőben elhelyezkedő, erősen szóró, z irányban végtelen hosszúságú rézhenger. A metaanyag köpeny a rézhenger köré vont, a megvilágító elektromágneses sugárzás hullámhosszának nagyságrendjébe eső vastagságú hengergyűrű. A szimulációk során vizsgálni fogom a köpeny vastagsága és a gerjesztés hullámhossza közötti eltérés hatását az elrejtés minőségére. Az elrendezés a 2.1.-es ábrán látható z irányban végtelen hosszúságúnak tekinthető vonal illetve síkgerjesztés esetén, melyek a (2.2)-es következtében rendre pont illetve vonalgerjesztéssé redukálódnak.



2.1.-es ábra: A két képen a szimulációs modell geometriai elrendezése látható két különböző gerjesztéstípus esetén. Az elrendezés x - y síkmetszete a releváns a z térkoordináta invarianciája miatt. Két dimenzióban az (a) képen pontforrás, míg a (b) képen véges vonalgerjesztés adódik.

2.2. A kidolgozott eljárás numerikus implementációja

Ebben a fejezetben egy modellre bemutatom az elrejtés végeselemes szimulációját, az implementáció lépéseit. A numerikus szoftver: MATLAB PDE Toolbox. A numerikus szimuláció során számítandó komplex értékű u skalárfüggvény és a teljes elektromos tér kapcsolata TE módust feltételezve a következő:

$$u = E_z(\mathbf{r}),$$

$$E_z(\mathbf{r}) = A e^{-j\mathbf{k}\mathbf{r}},$$

$$E_z(x, y) = A e^{-jk_x x} e^{-jk_y y},$$

$$\mathbf{k} = k_x \hat{\mathbf{x}} + k_y \hat{\mathbf{y}} + k_z \hat{\mathbf{z}}, (k_z = 0),$$

$$E_z(x, y, t) = \text{Re}\{E_z e^{j\omega t}\} = A \cos(\omega t - k_x x - k_y y),$$

$$\mathbf{E}(x, y, t) = E_z(x, y, t) \hat{\mathbf{z}} = \text{Re}\{E_z e^{j\omega t}\} \hat{\mathbf{z}} = A \cos(\omega t - k_x x - k_y y) \hat{\mathbf{z}},$$

(2.3)

ahol t az idő, $j = \sqrt{-1}$ az imaginárius egység, ω a körfrekvencia, $\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}}$ a helyvektor, $\mathbf{k}$ a hullámvektor, $\mathbf{E}$ a teljes hely- és időfüggő elektromos tér, az A pedig az elektromágneses hullám amplitúdója. Látható, hogy az $u = E_z$ függvény az időtől nem függ. Az állandósult állapot időbeli változásának szimulációját elvégezhetjük úgy, hogy a kiszámított $u = E_z$ teret megszorozzuk a következő együtthatóval: $e^{j2\pi n/N}$, ahol N egy pozitív valós szám és $n \in \{0, 1 \dots N-1\}$. Az így számított N elemű vektor tartalmazza egy periódus egyenletesen elosztott N pontjában a komplex elektromos térerősség fazort, melynek valós részét filmszerűen egymás után lejátszva szimulálható a hullámterjedés egy periódusa.

Implementáció lépései:

1. Számítási tartomány megfelelően illesztett lezárása
2. Gerjesztés és a peremfeltételek előírása
3. Parciális differenciálegyenlet (PDE) együtthatók meghatározása
4. Hálógenerálás, szimulációs eredmények értelmezése

1. Számítási tartomány megfelelően illesztett lezárása:

Ahhoz, hogy elektromágneses sugárzást tudjunk szimulálni, véges méretre kell csonkítani a számítási tartományt. A tartomány reflexiómentesen illesztett lezárására két módszert alkalmazhatok, a „tökéletesen illesztett réteg”-et (Perfectly Matched Layer – PML) és a Sommerfeld-féle elnyelő peremfeltételt (Sommerfeld Absorbing Boundary Condition – SABC). A PML-t a számítási tartomány határán, egy λ hullámhossz vastagságú altartomány, az elnyelő tartomány parciális differenciálegyenletének, míg a SABC-t a számítási tartomány peremfeltételének módosításával lehet implementálni. A PML esetén a tartomány x és y tengelyekkel párhuzamos négyszög, a SABC esetén pedig egy R sugarú kör, melynek optimális értéke körülbelül a λ hullámhossz tízszerese.

A PML a következő módosított nabla differenciáloperátor alkalmazásával valósítható meg:

$$\nabla' = \sum_{k=1}^2 \hat{x}_k \frac{1}{1 + j \frac{\sigma(x_k)}{\omega}} \frac{\partial}{\partial x_k}, \quad (2.4)$$

ahol σ elnyelő függvény:

$$\sigma(x_k) = \frac{c}{\tilde{x}_k - x_k}. \quad (2.5)$$

A (2.4) és (2.5)-ben az $\hat{x}_k$ a Descartes koordináta-rendszer egységvektorai, az $\tilde{x}_k$ a PML tartományon a helyvektor $\hat{x}_k$ irányú komponensei, c a kitöltő közegben (jelen esetben levegőben) a fény sebessége, $j = \sqrt{-1}$ az imaginárius egység, az ω pedig a körfrekvencia.

A SABC egy peremfeltétellel valósítható meg:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial E_z}{\partial r} + jk E_z \right) = 0, \quad (2.6)$$

ami két dimenzióban a következő módosított Neumann peremfeltétel alakot ölti:

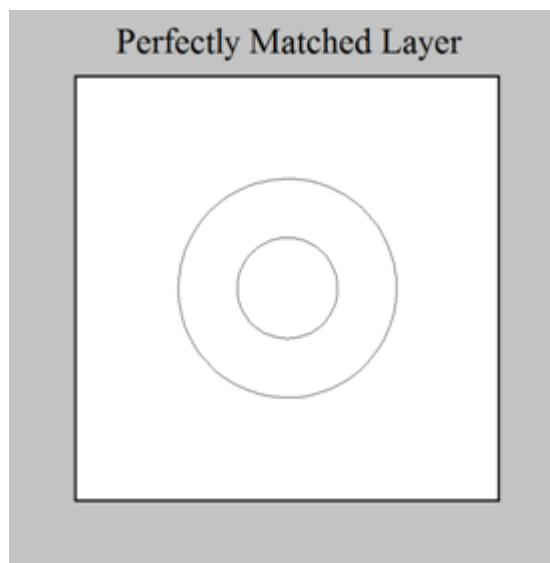
$$\frac{\partial E_z}{\partial n} + jk E_z + \frac{E_z}{2R} = 0. \quad (2.7)$$

A (2.6) és (2.7)-ben az r a sugárirányú helyvektor nagysága, R a kör alakú számítási tartomány sugara, n a tartomány határának külső normálvektora, a k pedig az elektromágneses sugárzás hullámszáma. MATLAB környezetben a 2.1.-es táblázat szerint tudom alkalmazni a két módszert.

Bár mindkettő módszer működik, több okból is a PML-t választottam (2.2.-es ábra). A PML hatékonyabban abszorbeálja a hullámokat, mint a SABC, emellett a PML tetszőleges méretű számítási tartományra alkalmazható, míg a SABC esetén a hullámhossztól függ a tartomány mérete. Ez utóbbi egyúttal elősegíti a számítási idő csökkentését.

PML	Sommerfeld
$-\nabla \cdot (c \nabla u) + a u = f$	$c n \nabla u + q u = g$
$c = \text{diag} \left(\frac{1}{1 + j\sigma(x)}, \frac{1}{1 + j\sigma(y)} \right)$ $a = -k^2$ $f = 0$	$c = 1$ $q = jk + \frac{1}{2R}$ $g = 0$

2.1.-es táblázat: A két reflexiómentes lezárás implementálása a MATLAB PDE Toolbox-ba. A felső sor a MATLAB elliptikus egyenlet sablonját, illetve a Neumann peremfeltétel formuláját tartalmazza. Az alsó sor az implementációhoz szükséges együtthatók értékeit mutatja.

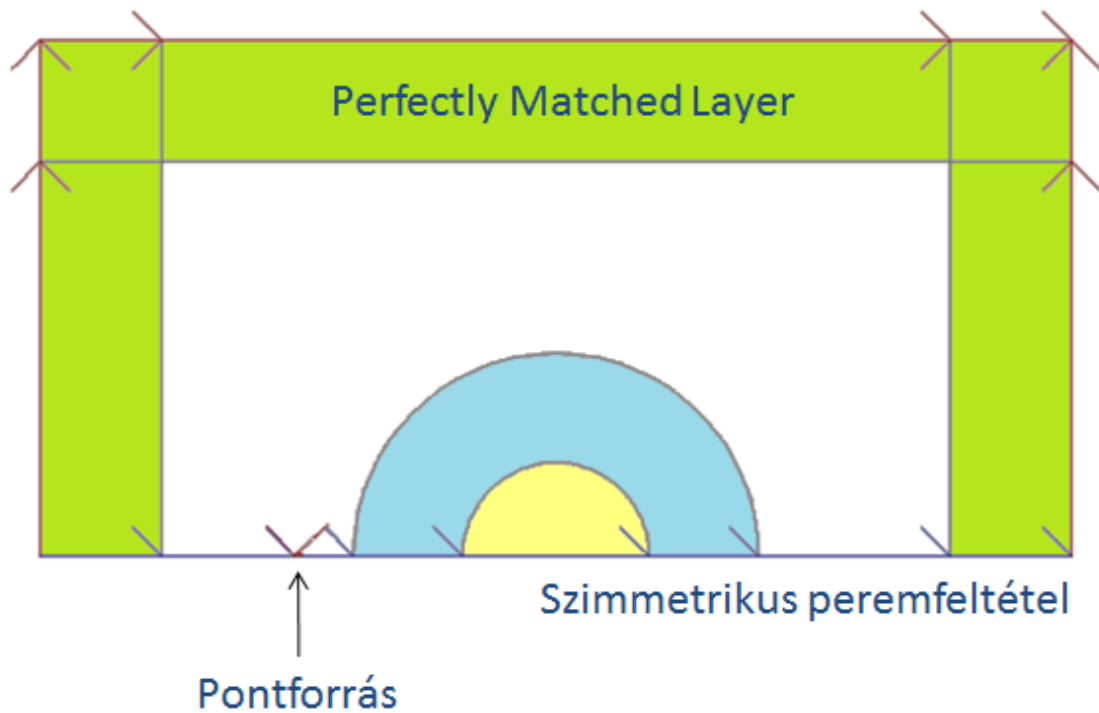


2.2.-es ábra: PML és az elrejtő eszköz elrendezésének méretarányai. A PML és a köpeny vastagsága is λ (megvilágító elektromágneses sugárzás hullámhossza).

2. Gerjesztés és a peremfeltételek előírása:

Az alkalmazott szoftverrel nem lehetséges külső elektromágneses gerjesztést alkalmazni, ezért peremfeltétel segítségével írom elő a gerjesztést. A pont- és vonalgerjesztést egyaránt inhomogén Dirichlet feltétellel hozom létre, vagyis előírom a peremen az $u = E_z$ skalárfüggvény értékét. A peremen előírt érték megegyezik a gerjesztett elektromágneses hullám amplitúdójával, ha feltételezzük, hogy a $t = 0$ időpontban végezzük a szimulációt, ekkor ugyanis a koszinuszos gerjesztés maximum értékében van. Az amplitúdó értéke irreleváns, mivel a probléma szempontjából a térnek a relatív változása a lényeges. Legyen értéke egységnyi: $A = 1$.

Többi peremre, ami a számítási tartomány külső részén van, homogén Dirichlet feltételt írok elő a PML miatt, hogy az megfelelően funkcionáljon. Továbbá ha a pont- és a vonalgerjesztést az x tengelyre (vagy y tengelyre) szimmetrikusan helyezzük el, akkor a számítási tartomány a kialakuló szimmetrikus elektromágneses tér miatt felezhető (2.3-as ábra) úgy, hogy homogén Neumann feltételt írunk elő a szimmetriatengelyre.



2.3.-as ábra: A konfiguráció peremfeltételei pontforrásra: piros a Dirichlet, a kék a Neumann feltételt jelöli, a sötét vonalak pedig az altartományok közötti határokat mutatja, melyekre nem írható fel peremfeltétel (szimmetria miatt a fél térrész szimulációja szükséges csak).

3. Parciális differenciálegyenlet (PDE) együtthatók meghatározása:

A számítási tér négy területre oszlik fel: a szóró test (réz), a köpeny, a levegő és a PML tartományára. Ezekre külön-külön kell felírni a parciális differenciálegyenleteket. Kiindulásként írjuk fel a differenciáloperátorokkal kifejezett frekvencia-tartománybeli Maxwell egyenletek teljes, forrásmentes rendszerét:

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\mathbf{D},$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mathbf{B},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0,$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H},$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E},$$

(2.8)

ahol a $(\nabla \cdot \mathbf{v})$ és a $(\nabla \times \mathbf{v})$ rendre a $\mathbf{v}$ vektormezőn alkalmazott divergencia és rotáció differenciáloperátorok, $\varepsilon_0, \varepsilon_r, \mu_0, \mu_r$ az abszolút és relatív elektromágneses anyagparaméterek. Az első és a második Maxwell egyenletet, illetve az utolsó két anyagegyenletet felhasználva levezethető a legáltalánosabb hullámeqyenlet, az anizotróp, inhomogén hullámeqyenlet:

$$\nabla \times (\mu_r^{-1} \nabla \times \mathbf{E}) - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{E} = 0. \quad (2.9)$$

Bár az elektromágneses hullámokat leíró egyenlet egy hiperbolikus parciális differenciálegyenlet (tér szempontjából másodrendű parciális deriváltakat, idő szempontjából másodrendű totális deriváltakat tartalmaz), frekvenciatartományba áttérve mégis elliptikus parciális differenciálegyenlet alakot ölt. Ezt nevezzük Helmholtz egyenletnek.

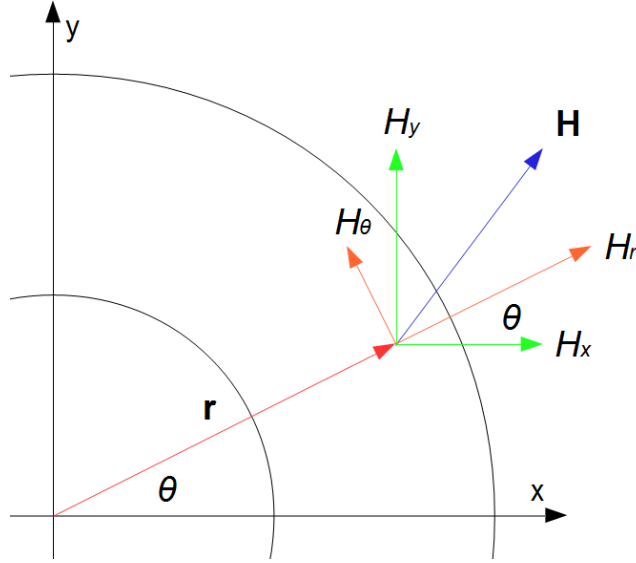
Homogén anyag esetén a (2.9) tovább egyszerűsíthető, ha a relatív mágneses permeabilitással megszorozzuk az egyenletet. Ezt minden további nélkül megtehetjük, ha a permeabilitás homogén. Majd felhasználva a negyedik Maxwell egyenletet és a következő vektoranalitikai összefüggést: $\nabla \times \nabla \times \mathbf{v} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) - \nabla \cdot \nabla \mathbf{v}$, felírható a homogén hullámeqyenlet:

$$-\Delta \mathbf{E} - \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \mathbf{E} = 0, \quad (2.10)$$

ahol a $\Delta \mathbf{v} = \nabla \nabla \mathbf{v}$ differenciáloperátor a Laplace-operátor.

A parciális differenciálegyenlet együtthatók implementálásához szükség van még a köpeny anyagparamétereire. Mind az egzakt anyagparaméterekre (1.4), mind a redukált anyagparaméterekre (1.5) végzünk szimulációt. Az anyagparaméterek hengerkoordináta-rendszerben, illetve síkproblémát feltételezve polárkoordináta-rendszerben adottak. Mivel a MATLAB végeelem megoldója az x és y iránymenti deriváltakkal operál, át kell transzformálni a tenzorokat Descartes koordináta-rendszerbe. A transzformáció elvét a 2.4.-es ábra szemlélteti. A hasonlósági mátrixtranszformáció a következő:

$$\begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} \end{bmatrix} = R(-\theta)^{-1} \begin{bmatrix} \mu_{rr} & \mu_{r\theta} \\ \mu_{\theta r} & \mu_{\theta\theta} \end{bmatrix} R(-\theta), \quad (2.11)$$



2.4.-es ábra: A mágneses térerősség vektor polárkoordináta-rendszerből Descartes rendszerbe való transzformációja az óramutató járásával megegyező irányban, θ szöggel való elforgatással ($-\theta$).

ahol $R(\theta)$ a θ szöggel való forgatási mátrix, melyre igaz, hogy $R(\theta)^{-1} = R(\theta)^T$, illetve $R(-\theta) = R(\theta)^T$. Ezeket az azonosságokat és az adottnak vett tenzort (1.4) felhasználva kifejezhető a transzformált mátrix alak:

$$\begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r-a}{r} & 0 \\ 0 & \frac{r}{r-a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

A mátrixszorzások elvégzése után a következő tenzorelemek adódnak (a szükséges koordináta-megfeleltetéssel feltüntetve):

$$\begin{aligned} \mu_{xx} &= \frac{r-a}{r} \cos^2\theta + \frac{r}{r-a} \sin^2\theta, \\ \mu_{xy} &= \frac{r-a}{r} \cos\theta \sin\theta - \frac{r}{r-a} \cos\theta \sin\theta, \\ \mu_{yx} &= \frac{r-a}{r} \cos\theta \sin\theta - \frac{r}{r-a} \cos\theta \sin\theta, \\ \mu_{yy} &= \frac{r-a}{r} \sin^2\theta + \frac{r}{r-a} \cos^2\theta, \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2}, \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right). \end{aligned} \quad (2.13)$$

A numerikus számítások gyorsítása végett a (2.13)-ban látható inverz trigonometrikus függvény kompozíciója a trigonometrikus függvényekkel elkerülhető a következő matematikai összefüggés alkalmazásával:

$$\begin{aligned}\sin \left[\tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \right] &= \frac{\frac{y}{x}}{\sqrt{1 + \left(\frac{y}{x} \right)^2}}, \\ \cos \left[\tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \right] &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{y}{x} \right)^2}}.\end{aligned}\tag{2.14}$$

Most, hogy adott a szükséges tenzor a megfelelő Descartes bázisban, a (2.9) szerint a tenzor inverzére van szükség. A mátrixinvertálás után adódó tenzorelemek:

$$\begin{aligned}\mu_{xx}^{-1} &= \frac{r-a}{r} \sin^2 \theta + \frac{r}{r-a} \cos^2 \theta, \\ \mu_{xy}^{-1} &= -\frac{r-a}{r} \cos \theta \sin \theta + \frac{r}{r-a} \cos \theta \sin \theta, \\ \mu_{yx}^{-1} &= -\frac{r-a}{r} \cos \theta \sin \theta + \frac{r}{r-a} \cos \theta \sin \theta, \\ \mu_{yy}^{-1} &= \frac{r-a}{r} \cos^2 \theta + \frac{r}{r-a} \sin^2 \theta.\end{aligned}\tag{2.15}$$

Bár a szükséges permeabilitás tenzor inverze is ismert már, ez még mindig nem a megfelelő formula. A MATLAB PDE Toolbox elliptikus egyenlet sablonja:

$$-\nabla \cdot (c \nabla u) + a u = f,\tag{2.16}$$

illetve a differenciáloperátoros egyenletsablon parciális deriváltakká való szétbontás után:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(c_1 \frac{\partial u}{\partial x} + c_2 \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(c_3 \frac{\partial u}{\partial x} + c_4 \frac{\partial u}{\partial y} \right) + a u = f.\tag{2.17}$$

A (2.15)-ben felírt inverz anyagparaméter tenzor és az (1.4)-ben ismertetett skalár anyagparaméter (2.9)-be való helyettesítése a következő parciális differenciálegyenletet eredményezi, ha figyelembe vesszük a TE módus esetén az elektromos térerősség lineáris polarizáltságát:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{yx}^{-1} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \mu_{yy}^{-1} \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{xx}^{-1} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \mu_{xy}^{-1} \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) - \omega^2 \mu_0 \left(\frac{b}{b-a} \right)^2 \frac{r-a}{r} \varepsilon_0 E_z = 0.\tag{2.18}$$

Összehasonlítva (2.17)-et és (2.18)-at, a következő paraméter-megfeleltetés érvényes a köpeny tartományán:

$$c = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{yy}^{-1} & -\mu_{yx}^{-1} \\ -\mu_{xy}^{-1} & \mu_{xx}^{-1} \end{bmatrix}, \quad a = -\omega^2 \mu_0 \left(\frac{b}{b-a} \right)^2 \frac{r-a}{r} \varepsilon_0, \quad f = 0,\tag{2.19}$$

ahol az a paraméterben a $k^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0$, a hullámszám négyzete szerepel.

Az (1.5)-ben bemutatott redukált anyagparaméter halmazra teljesen analóg módon járhatunk el, ezért annak implementálását nem mutatom be.

A PML tartomány parciális differenciálegyenlet együtthatóit az első implementációs lépésnél bemutatott 2.1.-es táblázat tartalmazza.

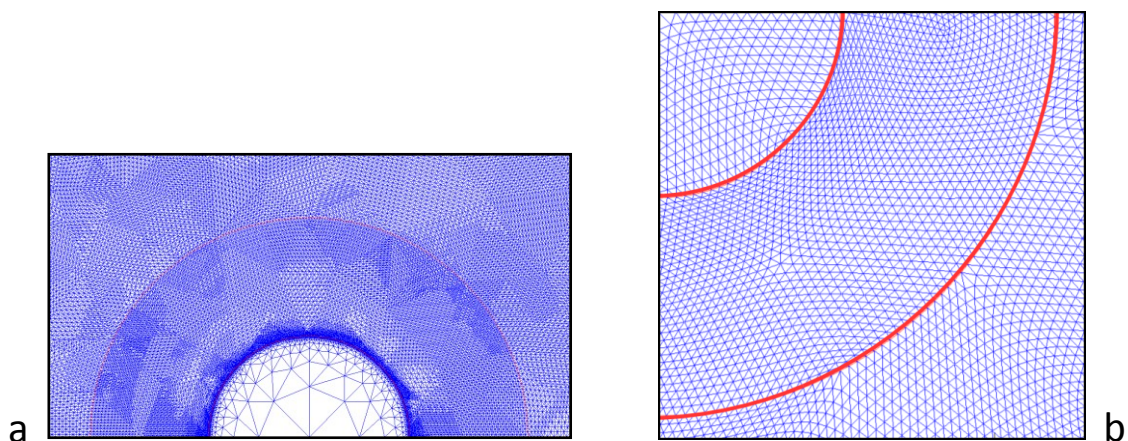
A réz és a levegő tartományon az együtthatók:

$$c = 0, \quad a = -k^2 \varepsilon_r \mu_r, \quad f = 0, \quad (2.20)$$

ahol ε_r és μ_r a levegő esetén egységnyi, ε_r réz esetén egy komplex szám, melynek valós része nagy értékű negatív, képzetes része pedig egy nagy értékű pozitív szám a vizsgált mikrohullámú tartományon, míg μ_r réz esetén közel egységnyi (0,999995). A fémek anyagmodelljére az 5.2.-es fejezetben térek ki röviden.

4. Hálógenerálás, szimulációs eredmények értelmezése:

A modell konstruálásának végeztével a végelem háló generálása következik. A legoptimálisabb hálóforma a kétdimenziós szimplex geometria, a szabályos háromszög. A hálót kétféleképpen állítottam elő. Az első módszer az egyszerű, szoftverbe beépített hálóinicializáló és hálófinomító műveletek alkalmazása. Ennél optimálisabb a másik eljárás, az adaptív hálógenerálás, mely kevesebb háromszögelem esetén is pontosabb numerikus eredményeket is képes szolgáltatni. Egy háromszög-háló részlete és egy adaptívan generált háló jellegének bemutatása látható a 2.5.-ös ábrán.



2.5.-ös ábra: (a): Az adaptív hálógenerálás során azokra a területekre kerül több hálóelem, ahol nagyobb a térintenzitás-változás. Az elrejtett téren belül optimális esetben zérus, míg a köpeny belső határvonalán nagyon gyorsan változik a térintenzitás. (b): Az elrejtő köpeny negyedének behálózott részlete látható (nem adaptív generálással előállított háló). A háromszögelemek adaptív módon való növelésével relatíve kevés háromszög esetén is jól konvergál a számított tér

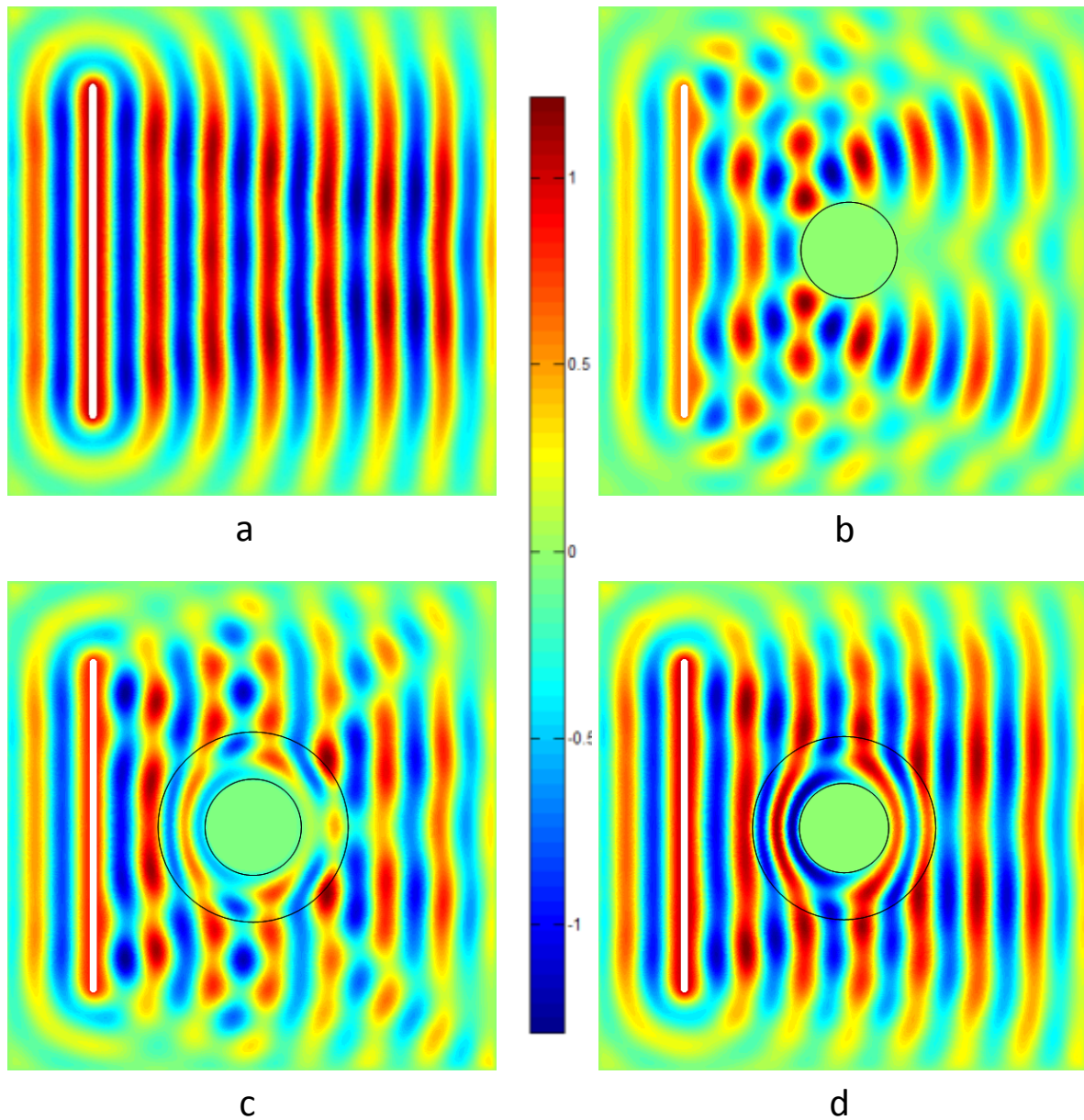
A megfelelően választott hálóra a végeelem megoldó kiszámítja a (2.3)-ban az u komplex skalárfüggvényt, melynek a valós részének az ábrázolására képes. Ha figyelembe vesszük a (2.3)-ban bemutatott összefüggéseket a számított u és a tényleges elektromos tér között, illetve a gerjesztés előírásának a módját, akkor kijelenthetjük, hogy amit a program kirajzol a számítás után, vagyis az $Re\{u\}$, az az állandósult állapotú elektromágneses téreloszlás elektromos térerősségének z irányú komponensének $t = 0$ időpillanatban vett helyfüggő függvénye:

$$E_z(x, y, t = 0) = Re\{E_z e^{j\omega t}\}_{t=0} = A \cos(-k_x x - k_y y), \quad A = 1. \quad (2.21)$$

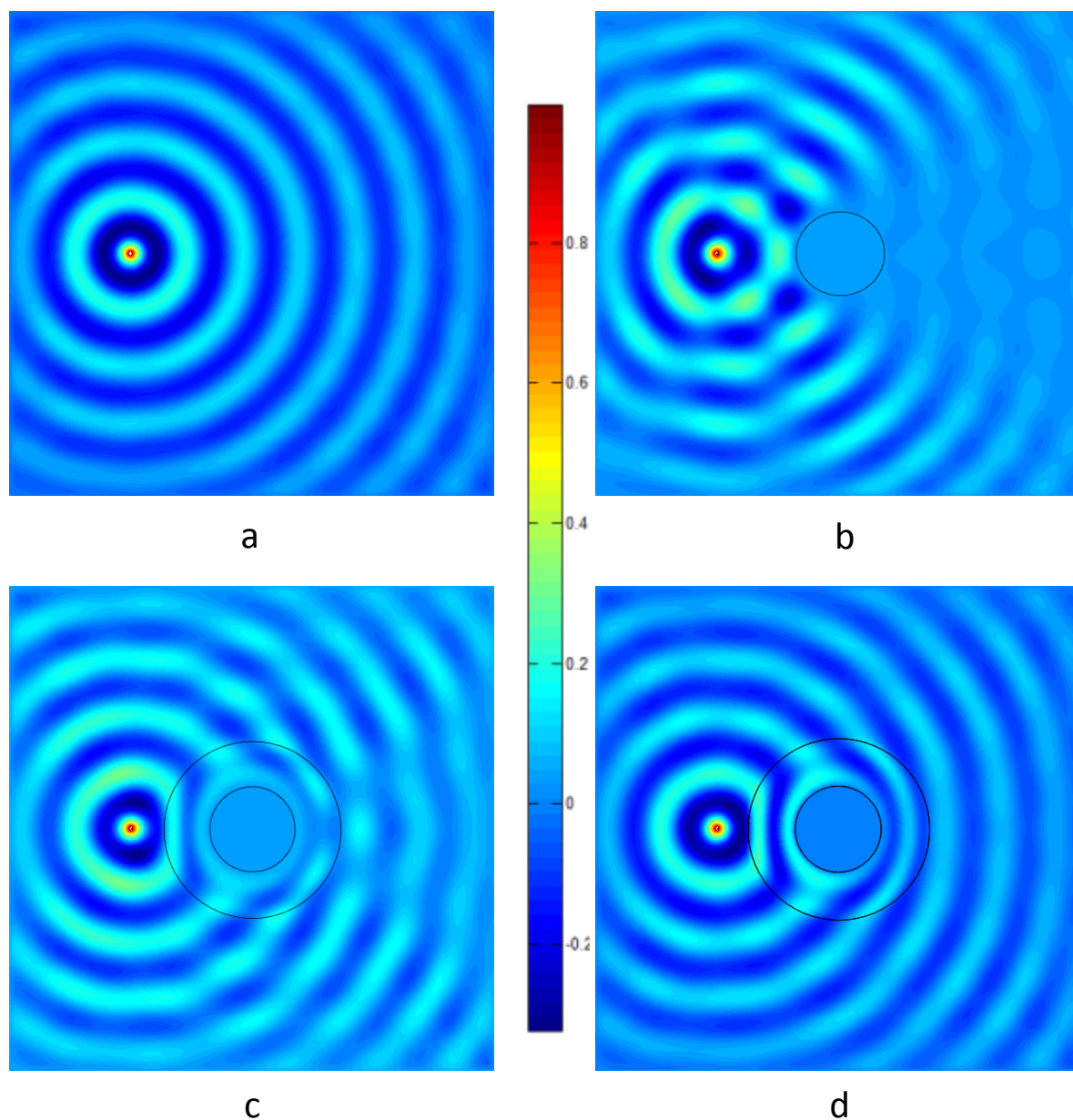
Megjegyezném, hogy ez csak akkor van így, ha a gerjesztés nulla időpillanatbeli fázisa is nulla, mely teljesül jelen esetben az inhomogén Dirichlet feltétellel való előírás következtében. A 2.5.-7.-es ábrák a számított tereket mutatják különböző gerjesztés típusok és metaanyag paraméterek esetén. Az elrejtést reprezentáló szimulációk mellett referenciaként ábrázolva lett a csupasz rézhengerről való szóródás illetve a vákuumban / levegőben való szabad hullámterjedés is.

2.3. Szimulációs eredmények és azok értékelése

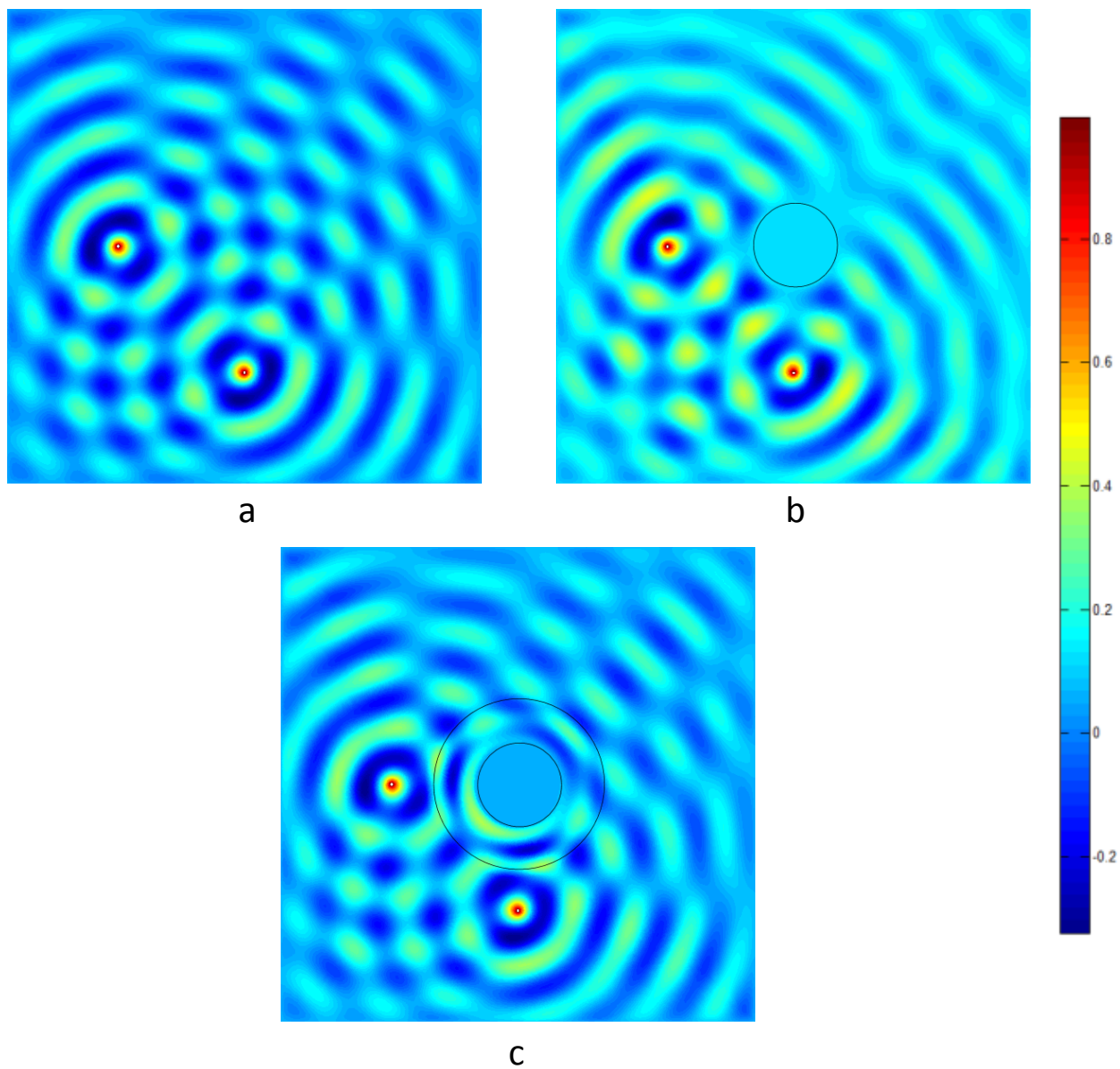
Megvizsgálva a 2.6-8.-as ábrákat látható, hogy a szimulációs eredmények jól tükrözik az elrejtő eszköz tulajdonságait. Az egzakt anyagparaméterekkel csaknem (numerikus hibától eltekintve, ami a hálófinomítás függvényében nullához konvergál) tökéletes elrejtést sikerült szimulálni. A dolgozat elején ismertetett anyagparaméter-redukciós eljárás egyszerűbb anyagi jellemzőket eredményezett, viszont nem jelentéktelen mértékű reflexiót és tértorzulást okoz az elrejtő eszköz előtt és mögött. A dolgozatban a szimulációk segítségével beláttam, hogy az eszköz nem csak síkhullámok terében működik, hanem véges geometriájú gerjesztések esetén is. Mivel minden elektromágneses hullám kifejezhető pontforrások szuperpozíciójaként (Huygens-Fresnel elv), ezért gyakorlatilag minden hullámformájú sugárzásra jól működik ez az eszköz. A 2.6.-os ábrákon véges vonalgerjesztés feltételére, a 2.7.-es ábrákon pontforrás esetére, míg a 2.8.-as ábrákon két pontforrás interferált (szuperponált) elektromágneses terére készültek a szimulációk.



2.6.-os ábra: A képeken véges vonalgerjesztés állítja elő az elektromágneses hullámokat. Az (a) a levegőben való hullámterjedést, (b) a rézhengerről való szóródást, (c) a redukált anyagparaméterekkel, míg (d) az egzakt anyagparaméterekkel való elrejtést ábrázolja. Az ábrázolt skalárfüggvény az elektromos térerősség z irányú komponense.



2.7-es ábra: A képeken pontforrás állítja elő az elektromágneses hullámokat. Az (a) a levegőben való hullámterjedést, (b) a rézhengerről való szóródást, (c) a redukált anyagparaméterekkel, míg (d) az egzakt anyagparaméterekkel való elrejtést ábrázolja. Az ábrázolt skalárfüggvény az elektromos térerősség z irányú komponense.

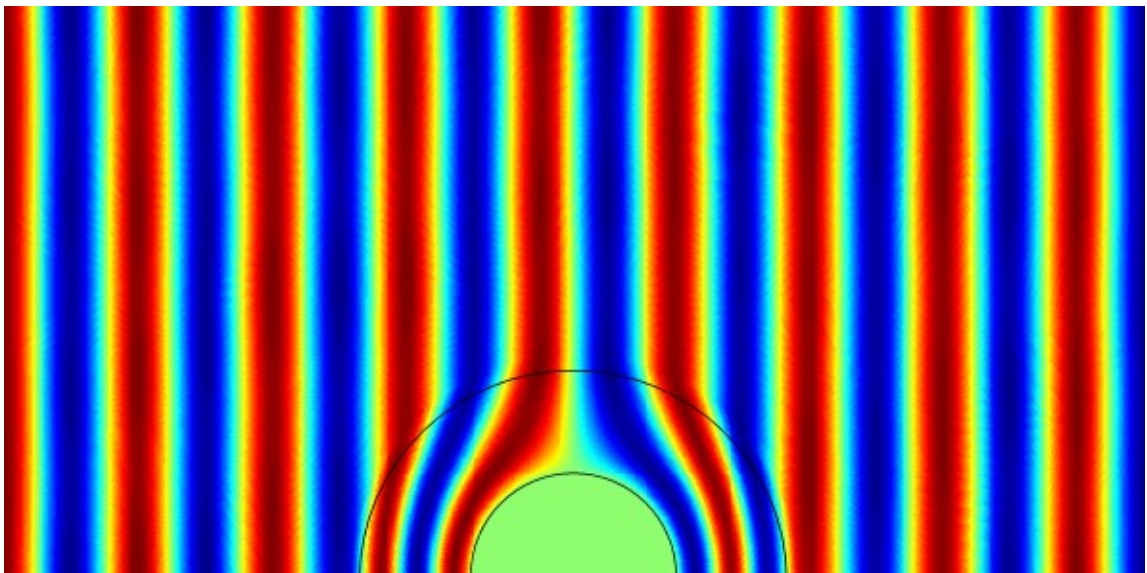


2.8.-as ábra: A képeken két pontforrás interferálva állítja elő az elektromágneses hullámokat. Az (a) a levegőben való hullámterjedést, (b) a rézhengerről való szóródást, (c) pedig az egzakt anyagparaméterekkel való elrejtést ábrázolja. Az ábrázolt skalárfüggvény az elektromos térerősség z irányú komponense.

A 2.9.-es ábra bizonyos értelemben „csalással” készült. Abban az esetben:

- ha a köpeny egzakt anyagparaméterű, vagyis pontosan a transzformációs optikával meghatározott anyagú,
- ha a számítási tartomány bal peremére egy pozitív $(+A)$ értékű, jobb peremére egy negatív, de azonos amplitúdójú $(-A)$ inhomogén Dirichlet feltételt, az alsó és felső peremekre pedig homogén Neumann feltételt írunk elő,
- ha a PML tartományt eltöröljük, és levegőnek megfelelően kezeljük (PDE együtthatók),
- ha a számítási tartomány szélessége a hullámhossz felének páratlan számú többszöröse,

akkor a két szélső peremfeltétel „kifeszíti” a számítási térre a tartományokon (PDE együtthatók által) definiált hullámhosszú elektromágneses hullámot. Abban a pillanatban, ha egy kis szóródás is fellép a rendszerben, a kialakult tér azonnal szétesik, ezért ez a szimuláció csak prezentációs célra alkalmazható (tökéletes síkhullám gerjesztés), releváns mérésre alkalmatlan.



2.9.-es ábra: Az ábrán jól látható, hogyan görbíti el a metaanyag köpeny a beérkező síkhullámokat. Bár az állóképen nem szemléltethető olyan jól, de az elektromágneses hullámok frontvonalai a meggörbüléskor a köpeny belső részén gyorsabban terjednek, mint a hullámfront többi, köpenyen kívüli pontjai. A látszólag paradox effektus valójában nem sérti a speciális relativitáselmélet princípiumát, hiszen a hullám fázissebessége bár nagyobb a fény sebességénél, csoportsebessége azonban nem, így az energia terjedése sem.

A fejezetet a köpeny frekvenciafüggésének (megvilágító hullám frekvenciájának és az elrejtés minőségének kapcsolata) vizsgálatával zárom. Ahogyan az 2.1.-es fejezetben említettem, az optimális eset az, amikor a köpeny λ hullámhossz vastagságú. A méreteket változatlanul hagyva, az eredeti (2006-os kísérletnél alkalmazott) 8,5 GHz-es mikrohullámú sugárzástól $\pm 3,5$ GHz-zel eltérve (5 és 12 GHz) végeztem további szimulációkat. Az elrejtés hibájának mérését a következő hibafüggvénnyel lehet számolni:

$$\epsilon = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{E_i - E_i^s}{E_i^s} \right)^2}, \quad (2.22)$$

ahol E_i az i -dik háromszögelemre számított elektromos térerősség elrejtés esetén, E_i^s az i -dik háromszögelemre számított elektromos térerősség levegőben való terjedés esetén, N pedig a háromszögek száma. Továbbá feltételezzük, hogy a két esetben való szimuláció során azonos a végelemek hálóját. Minél inkább eltért akár pozitív, akár negatív irányban a megvilágító hullám frekvenciája, annál nagyobb hiba keletkezett. Az optimális eset akkor állt fenn, ha a köpeny vastagság λ volt. Összességében elmondható, hogy a sávszélességet a köpenyben alkalmazott anyagi tulajdonságokon túl (fém vagy dielektrikum) az eszköz geometriai paraméterei is befolyásolják

3. Alkalmazott optimalizációs algoritmus (Differenciális Evolúció)

A negyedik és ötödik fejezetben optimalizáció segítségével próbálok kompozit anyaggal elrejtést elérni, ezért röviden ismertetném az alkalmazott algoritmust.

A Differenciális Evolúció (Differential Evolution – DE) egy Rainer Storn és Kenneth Price által 1994-ben kidolgozott metaheurisztikus numerikus optimalizálási eljárás [14], mely egy célfüggvény (object function) optimumának meghatározása céljából iterációk sorozatán keresztül módosítja a paramétervektorok elemeinek értékét. Ez az algoritmus egy valós értékű vektorfüggvény: $\mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^1$. A DE egy nem-gradiens módszeren alapuló, sokparaméteres optimalizációs problémákra is alkalmazható algoritmus, melynek néhány pozitív tulajdonsága van a gradiens alapú módszerekkel szemben:

- mivel nem differenciálszámítással optimalizál, a függvényeknek nem szükségszerűen kell folytonosnak és differenciálhatónak lennie (továbbá nem megkötés a linearitás, előzetes értékek pontossága, explicit kifejezhetőség),
- lokális szélsőhelyekben nem akad el, hatékonyabban határozza meg a globális optimumot,
- sok paraméter esetén is alkalmazható.

Hátránya:

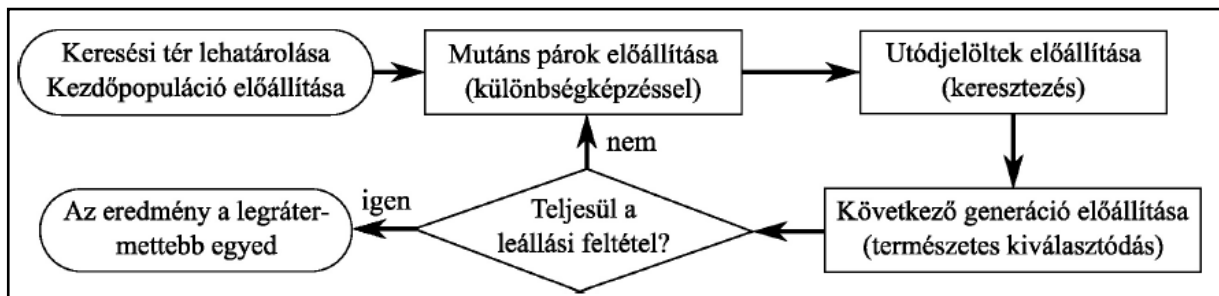
- nem szolgáltat egzakt megoldást, vagyis nem garantált a globális optimum megtalálása (a számítás többszöri megismétlése nem biztos, hogy azonos paramétereket szolgáltat).

Ha a DE a globális optimum környezetébe konvergált, akkor a kapott paraméterekkel és egy gradiens alapú optimalizációval meghatározható a globális optimum.

A DE a nevét a természetben megfigyelt kiválasztódási folyamatról kapta, melyek között bizonyos analógia állítható fel. A DE lépései röviden összefoglalva N paraméter, NP populációszám és I maximális iterációszám esetén (3.1.-es ábra):

1. N dimenziós paraméterter behatárolása, vagyis a keresési tér körülhatárolása minden paraméter intervallummal való korlátozásával.

2. Inicializálás, vagyis a kezdőpopuláció létrehozása a paraméterterben való véletlenszerű eloszlással. A kezdőpopuláció NP darab N elemű paramétervektor, vagyis NP darab egyed.
3. Egyedek mutálása különbségképzéssel (három egyedből).
4. Utódok előállítása keresztezéssel (az utód egyes elemei véletlenszerűen kerülnek ki a szülőből vagy a mutánsból).
5. Természetes kiválasztódás alapján a következő generáció előállítása (az utód és a szülő közül az jut tovább a következő generációba, melynek a jósági értéke kedvezőbb, vagyis amelyhez tartozó célfüggvény értéke (object function) közelebb van az optimumhoz).
6. Leállási feltétel vizsgálata: I iterációs szám vagy egy adott jósági érték elérése. Feltétel teljesül: 7. lépés, nem teljesül: 3. lépés.
7. A DE optimalizáció eredménye a legjobb jósági értékkel rendelkező egyed, vagyis a legsikeresebb egyed.



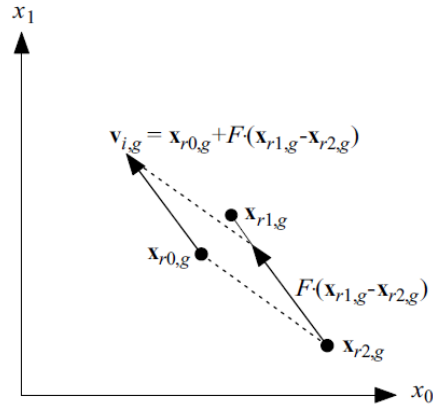
3.1.-es ábra: Az algoritmus vázlatos leírása blokkdiagrammal.

További két, felhasználó által változtatható paraméter: $F \in]0,2]$, és $CR \in [0,1]$, ahol F a mutációs faktor, CR pedig a keresztezési valószínűség.

A mutációs faktor azt határozza meg, hogy az i -dik egyed mutáns párját három véletlenszerűen, de egymással nem megegyező egyedből milyen mértékű lineáris elmozdulással határozzuk meg a paraméterterben (3.2.-es ábra): Ha a három egyed sorszáma: r_1, r_2, r_3 , akkor az i -dik egyed mutáns párja:

$$v_i = x_{r_1} + F * (x_{r_2} - x_{r_3}), \quad (3.1)$$

ahol F a mutációs faktor, v_i az i -dik sorszámú mutáns, x_i pedig az i -dik sorszámú egyed.



3.2.-es ábra: Egyedek mutálása különbségképzéssel egy kétdimenziós paraméterterben.

A keresztezési lépéskor az u_i utódjelöltet a v_i mutáns és az x_i egyed keresztezésével kapjuk. Azt, hogy az utódjelöltben, mint paramétervektorban, egy adott paraméter helyére melyik szülőből (v_i , x_i) kerül át az érték, egy egyenletes eloszlással generált $[0,1]$ közötti véletlen szám határozza meg oly módon, hogy ha ez a véletlen szám nagyobb, mint az előre definiált CR keresztezési valószínűség, akkor az adott paraméter az x_i egyedtől kapja az értéket, ellenkező esetben v_i mutánstól.

Általam alkalmazott paraméterek: $F = 0.85$, $CR = 0.6$.

Bár nagyon sok mindenről lehetne még beszélni a DE kapcsán, az algoritmus rövid ismertetőjén túl nem szeretnék menni, mivel ez csak egy eszköz a dolgozatom szempontjából, és nem a témám.

4. Izotróp anyagokkal történő elektromágneses elrejtés megvalósíthatóságának vizsgálata

Ebben a fejezetben a korábban bemutatott optimalizáció segítségével próbálom meg elrejtő köpenyt tervezni izotróp anyagok segítségével. Habár a dolgozatomban egyik fő témája a kompozit anyagokkal való effektív anyagparaméter előállítás keverési törvények alapján, itt első nekifutásra még nem foglalkozom a kompozit anyagokkal való realizálhatósággal, mivel e fejezet során csak azt vizsgálom, hogy szigorúan izotróp anyagokat alkalmazva milyen minőségben lehet megközelíteni az elektromágneses elrejtési effektust, optimalizációt alkalmazva milyen téreloszlást kapok. Már az optimalizáció elvégzése előtt evidens, hogy tökéletesen elrejtetni semmiképpen sem lehet izotróp anyaggal, hiszen az elektromágneses hullámokat (vagyis a fényt) éppen az anyagparaméterek anizotróp tulajdonsága téríti el, melynek mértéke a térben változik.

4.1. Optimalizáció

A modell teljes mértékben megegyezik a második fejezetben bemutatottal, annyi különbséggel, hogy most a köpenyt felosztom $N_{réteg}$ darab koncentrikus, egyenlő vastagságú körgyűrűre. Ha az optimális esetről maradunk, akkor egy körgyűrű vastagsága:

$$d = \frac{D}{N_{réteg}} = \frac{\lambda}{N_{réteg}}, \quad (4.1)$$

ahol D a köpeny vastagsága, λ pedig annak az elektromágneses hullámnak a hullámhossza, melyre tervezzük az elrejtő eszközt. Az optimalizáció során az optimalizálandó paraméterek a koncentrikus körgyűrűkhöz tartozó elektromágneses anyagparaméterek, vagyis a relatív elektromos permittivitás és a relatív mágneses permeabilitás. Általános esetben ez a két anyagi jellemző komplex számok, melyeknél a képzetes rész képezi a veszteséget. Az anyagok elektromágneses modelljeire az 5.2.-es fejezetben térek ki. A Differenciális Evolúció alapú optimalizációt alkalmazva kétféleképpen járhatunk el:

1. Veszteségmentes eset ($Im\{\epsilon_r\} = Im\{\mu_r\} = 0$): $N_{réteg}$ darab gyűrű, gyűrűnként két paraméter: $\epsilon_r, \mu_r \rightarrow$ összesen $N = N_{réteg} * 2$ elemű paramétervektor.

2. Veszteséges eset ($Im\{\varepsilon_r\} \neq 0, Im\{\mu_r\} \neq 0$): $N_{réteg}$ darab gyűrű, gyűrűnként négy paraméter: $\varepsilon_r^{re}, \varepsilon_r^{im}, \mu_r^{re}, \mu_r^{im} \rightarrow$ összesen $N = N_{réteg} * 4$ elemű paramétervektor.

Látható, hogy az utóbbi esetben a komplex paramétereket két valós paraméterre bontottuk fel, így már alkalmazható a DE algoritmus (valós értékű vektorfüggvény).

Három esettel foglalkoztam:

1. $N_{réteg} = 3$, pontforrás, veszteséggel, 12 paraméter.
2. $N_{réteg} = 5$, pontforrás, veszteségmentesen, 10 paraméter.
3. $N_{réteg} = 7$, vonalgerjesztés, veszteségmentesen, 14 paraméter.

Mivel azt vizsgálom, hogy izotróp anyaggal lehet-e bármilyen csekély elrejtést is előállítani, ezért egyedül csak a számított térhez tudok illeszteni (ötödik fejezetben az anyagparaméterekhez tudok illeszteni). A célfüggvény (object function) jelen esetben egy költségfüggvény (cost function), mivel a globális minimum megtalálása a cél:

$$F_{cost}(\mathbf{P}) = \sum_{i=1}^n |\mathbf{u}_i(\mathbf{P}) - \mathbf{u}_i^{fit}|, \quad (4.2)$$

ahol $\mathbf{P}$ az optimalizációs paramétervektor, $\mathbf{u}_i$ az optimalizáció során azon háromszögekhez számított i -dik indexű elem értéke, melyek a levegő tartományhoz tartoznak, $\mathbf{u}_i^{fit}$ az optimalizáció előtt azon háromszögekhez számított i -dik indexű elem értéke, melyek a levegő tartományhoz tartoznak abban az esetben, ha nincs se köpeny, se rézhenger, n pedig a levegő tartományhoz tartozó háromszögelemek számossága. Hasonlóan a (2.22)-eshez itt is feltétel, hogy a két külön számított téreloszlást azonos hálóra számítsuk, hogy a háromszögekhez tartozó megoldások indexei megegyezzenek.

Az eljárás mind a három esetben hasonló:

Run függvény: Paraméterezem a problémát ($\varepsilon_0, \mu_0, c_0, méretek, frekvencia \dots$), az optimalizálandó paraméterek határait kijelölöm, ami minden paraméterre $[0,100]$. Továbbá beolvasatom az inicializálás során a korábban számított levegőben való hullámterjedés szimulációs eredményét, majd kiválasztom a szükséges tartományhoz, a levegő tartományához tartozó releváns megoldásokat, így meghatározva a referencia vektort: $\mathbf{u}^{fit}$. Egy másik MATLAB fájlból beolvasatom a szükséges paramétereket: a

peremfeltételeket, a PDE együtthatókat és a háló adatait. Itt állítom be az optimalizációs algoritmus paramétereit is: $NP = 3000$, $I = 400$, ahol NP a populációszám, I pedig a maximális iterációszám. Végül az összes változót, paramétert egy struktúrába helyezve meghívom a DE algoritmust (DeOpt függvény), melynek két paramétert adok át: a célfüggvény nevét (ObjFunc) és az előbb összeállított struktúrát. Az optimalizáció végeztével ide tér vissza a DeOpt függvény, visszatérési értéke az optimalizált paramétervektor, vagyis a legsikeresebb egyed paraméterei.

DeOpt függvény: Ebben semmit sem kellett módosítanom. Ez maga az algoritmus. A Run függvénytől átveve a célfüggvény nevét képes minden iterációban meghívni az ObjFunc-t.

ObjFunc függvény: A függvény átveszi a struktúrát a DeOpt függvénytől, így rendelkezésre áll minden változó és paraméter. Az elején megvizsgálom, hogy az az egyed, melyre meg lett hívva ez a függvény, kívül esik-e a körülhatárolt paramétertéren, ha igen, $F_{cost}(\mathbf{P}) = 10^{16}$, mellyel jelzem az algoritmus számára, hogy nem jó helyen keres az N dimenziós paramétertérben. Egyéb esetben összeállítom a PDE Toolbox parancssori megoldó függvényének, az $asempde(b,p,e,t,c,a,f)$ -nek az argumentumait, melyek közül a b a peremfeltételeket, a p , e , t a háló adatait, míg a c , a , f a (2.16)-osnak megfelelő PDE együtthatókat jelöli. Mivel izotróp esetben csak az a együttható tartalmazza a különböző tartományok anyagparamétereit, csak ezt a PDE együtthatót kell módosítani az optimalizációs paraméterekkel, az aktuális egyed $N_{réteg}$ darab réteghez tartozó relatív permittivitásainak és permeabilitásainak értékeivel. Ezután kiszámítom numerikusan az u skalárfüggvényt, vagyis a téreloszlást, majd kiválasztom a szükséges tartományhoz, a levegő tartományához tartozó releváns megoldásokat, az $\mathbf{u}(\mathbf{P})$ -t, azonos módon, mint a referencia vektor előállításakor. Ekkor a két azonos hosszúságú vektorra alkalmazni tudom a (4.2)-ben látható hibafüggvényt, és meghatározható a költségfüggvény értéke az aktuális egyed számára, mely értékkel visszatér a függvény a DeOpt függvényhez.

Összesen $NP * I = 3\,000 * 400 = 1\,200\,000$ alkalommal kell a szoftvernek kiszámítania a teret különböző köpenyparaméterek esetén. Egyértelmű, hogy a térre való illesztés miatt rendkívül időigényes az optimalizálás, ezért itt már relevánsak a második fejezetben bemutatott számításgyorsítási ötletek: trigonometrikus függvények elkerülése (2.14) szerint, számítási tartomány felezése Neumann feltétellel, PML

alkalmazása (kisebb számítási tartományt enged, mint a Sommerfeld). Mivel most nem az elrejtés szimulációs ábrákon való prezentálása a cél, ezért jóval ritkább háló alkalmazása az ésszerű döntés. 30, 20, majd 10 ezer elemű háromszöghálóra próbáltam alkalmazni az előbb ismertetett módszert, de végül csak 10 ezres hálóra optimalizáltam, melynek már rendkívül nagy futási ideje volt. Mérsékelhető az optimalizáció futási ideje a populációszám és az iterációszám csökkentésével. A csökkentett értékek: $NP = 300$, $I = 40$, melynek futási ideje az előző 1%-a. Az eredmények ezen paraméterek esetén adódtak.

4.2. Eredmények, szimulációk, értékelés

A különböző esetek optimalizációs eredményeit a 4.1-3.-as táblázatok mutatják. Ezekkel a paraméterekkel előállított köpeny esetre végzett elrejtés szimulációs eredményei a 4.1.-es ábrákon láthatóak.

Pontforrás	1.réteg	2.réteg	3.réteg
ε_r^{re}	2.5687011e+001	3.3228846e-002	3.3536851e+001
ε_r^{im}	9.5027492e+001	4.9937303e-005	3.2051245e-003
μ_r^{re}	3.8715208e+001	5.5309066e+001	2.5080071e-002
μ_r^{im}	9.7895011e+001	9.5962777e-004	9.4791949e-007

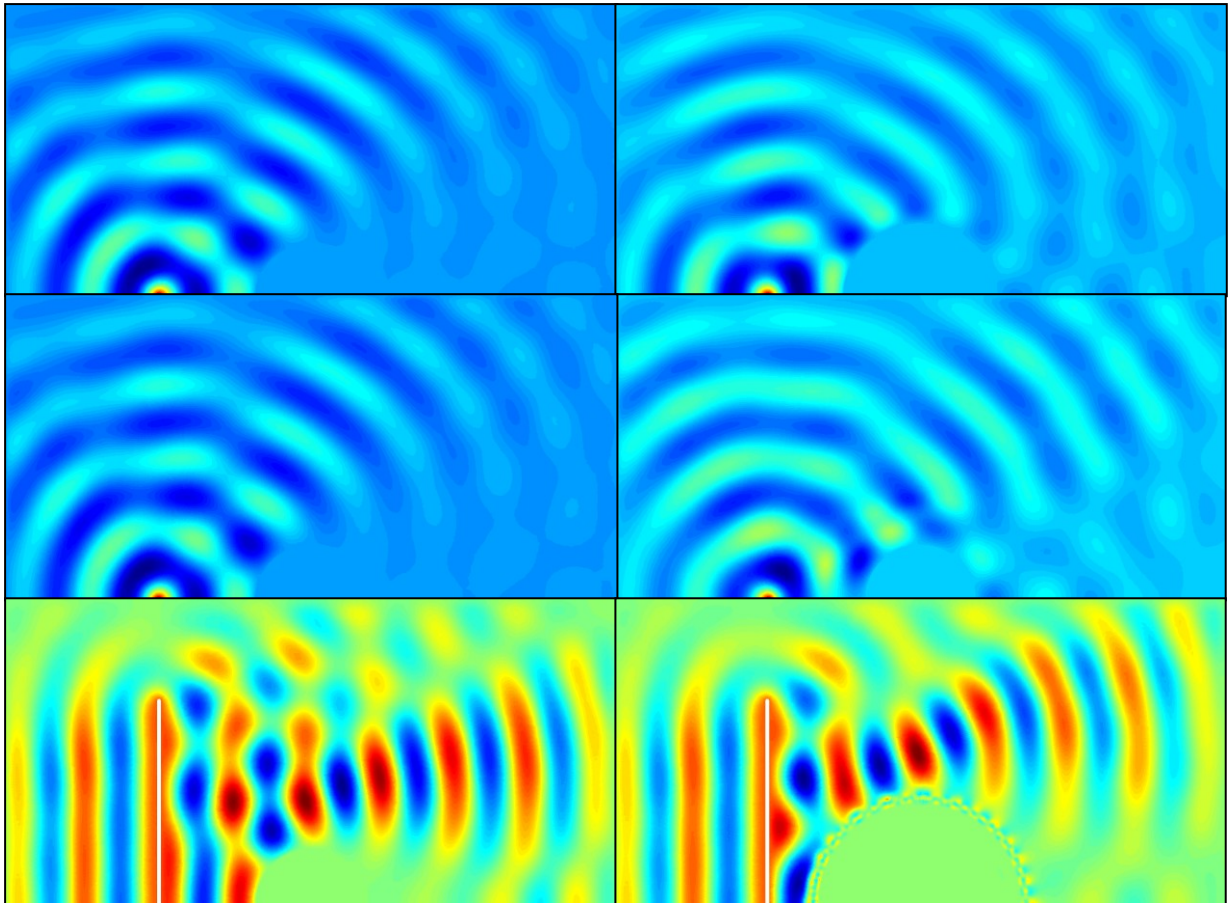
4.1.-es táblázat: 3 réteg, pontforrás, veszteség esetén az optimalizált paraméterek.

Pontforrás	1.réteg	2.réteg	3.réteg	4.réteg	5.réteg
ε_r^{re}	4.4704990e-001	3.8031655e-002	1.6980361e-001	4.8792067e-002	2.7344648e-002
μ_r^{re}	2.4323264e+000	4.7106045e+001	8.3679384e-001	3.6423718e+001	2.5057869e+001

4.2.-es táblázat: 5 réteg, pontforrás, veszteségmentesség esetén az optimalizált paraméterek.

Vonalger.	1.réteg	2.réteg	3.réteg	4.réteg	5.réteg	6.réteg	7.réteg
ε_r^{re}	1.4141e+000	5.0566e+001	8.3001e+001	7.8651e+000	4.0840e+001	3.6171e+001	8.7171e+000
μ_r^{re}	7.7876e+001	3.3936e+001	9.6693e+001	2.2687e+000	7.9295e+001	3.8959e+000	5.0842e-001

4.3.-as táblázat: 7 réteg, vonalgerjesztés, veszteségmentesség esetén az optimalizált paraméterek.



4.1.-es ábra: A baloldali szimulációs ábrák a szóródást, a jobboldali ábrák az optimalizált értékek esetén számolt z irányú elektromos teret mutatják. A felső, a középső és az alsó sor rendre az első, második és harmadik számú esetet ábrázolja. Látható, hogy elrejtést nem sikerült elérni izotróp anyaggal, habár pontforrás gerjesztés esetén megfigyelhető, hogy az árnyékképződés csökkent a rézhenger mögött az optimalizált paraméterekkel a sima szóródás szimulációs eredményéhez képest

A tapasztalatok alátámasztották az intuíciónkat, hogy nem sikerül elrejtést elérnem izotróp anyagok segítségével. Természetesen ez nem jelenti azt, hogy nem lehet jobban csökkenteni a szórt teret (például reflexiómentesítő réteggel) a rézhenger körül, csak azt, hogy az optimalizációval véges idő alatt egy bizonyos mértékben tudtam ezt elérni.

5. Elektromágneses elrejtés anizotróp kompozit anyagokkal

Az előző fejezetben említettem, hogy jól működő elrejtő eszközt izotróp anyagparaméterrel rendelkező köpennyel biztosan nem lehet realizálni. A dolgozatomban a fejezetében olyan infratartománybeli (közele infravörös – Near InfraRed – NIR) elektromágneses elrejtő köpenyt próbálok tervezni, mely izotróp anyagparaméterrel rendelkező anyagokból állítható össze, mégis anizotróp tulajdonságokkal bír. Ezt a hatást a kompozitok alkalmazásával érhetem el. További megkötés, hogy csak nem mágneses anyagokat alkalmazok, vagyis az eszköz minden alkotóelemének a relatív mágneses permeabilitása egységnyi.

Az eszközt a $\lambda = b - a = 1\mu m = 1000nm$ hullámhosszú infravörös sugárzással világítjuk meg.

Tervezendő köpeny geometriai paraméterei az optimális elrejtés végett:

- belső sugár: $a = 1\mu m$,
- külső sugár: $b = 2\mu m$.

Mielőtt a kompozit köpeny tervezésére térnék át, megvizsgálom a szükséges anyagparamétereket a tervezendő köpeny geometriai paramétereinek függvényében.

5.1. Az elrejtéshez szükséges anyagparaméterek vizsgálata

Az első fejezetben bemutatásra kerültek a transzformációs optikából meghatározott egzakt (1.4), illetve a mikrohullámú tartományon végzett kísérlet során alkalmazott redukált (1.5) anyagparaméter halmazok. Mivel olyan elrejtő köpenyt szeretnék tervezni, mely nem mágneses, ezért az anyagparaméter halmaznak olyannak kell lennie, melyben a μ_r vagy egységnyi skalár, vagy pedig egységmátrixként felírható tenzor. Annak érdekében, hogy most a μ_r legyen skalár, az ϵ_r pedig tenzor, a köpenyt megvilágító hullám transzverzális mágneses (TM) módusú.

Mostantól TM módusú gerjesztés lesz feltételezve, ezért a második fejezetben ismertetett eljárásra teljesen analóg módon most a numerikusan számítandó skalárfüggvény a mágneses térerősség z irányú komponense: $u = H_z$.

Egzakt anyagparaméterek az analógia alapján:

$$\mu_r = \left(\frac{b}{b-a}\right)^2 \frac{r-a}{r}, \quad \varepsilon_r = \text{diag} \left[\frac{r-a}{r}, \frac{r}{r-a} \right]. \quad (5.1)$$

Pendry által javasolt redukciós eljárás TM módusra:

$$\mu_r = \left(\frac{b}{b-a}\right)^2, \quad \varepsilon_r = \text{diag} \left[\left(\frac{r-a}{r}\right)^2, 1 \right]. \quad (5.2)$$

Ez az utóbbi alak nem megfelelő számomra, mivel μ_r a köpeny geometriájától függ, és emiatt csak nagyon speciális esetben egységnyi az értéke: ha $b = b - a$, vagyis $a = 0$ (ekkor az elrejtetni kívánt terünk térfogata zérus). Ezért további redukálással módosítom az (5.2)-t. Ahhoz, hogy a diszperzió ne változzon a köpenyen belül, $\mu_r \varepsilon_r = \text{állandó}$ -t kell biztosítani. Ez a szorzat a következő mátrix-szal írható fel:

$$\mu_r \varepsilon_r = \text{diag} \left[\left(\left(\frac{r-a}{r} \right) \left(\frac{b}{b-a} \right) \right)^2, \left(\frac{b}{b-a} \right)^2 \right]. \quad (5.3)$$

μ_r egységnyi értékűvé változtatása a cél, ezért rögzítsük értékét: $\mu_r \equiv 1$. Az (5.3)-ba visszahelyettesítve $\mu_r = 1$ -et, a következő anyagparaméterek adódnak:

$$\mu_r = 1, \quad \varepsilon_r = \text{diag} \left[\left(\left(\frac{r-a}{r} \right) \left(\frac{b}{b-a} \right) \right)^2, \left(\frac{b}{b-a} \right)^2 \right], \quad (5.4)$$

melyben a relatív permittivitás r irányú komponense inhomogén, és értéke a köpenyen belül $\varepsilon_r^r \in [0,1]$, a θ irányú komponense homogén, értéke állandó $\varepsilon_r^\theta = \left(\frac{b}{b-a}\right)^2 = \left(\frac{b}{\lambda}\right)^2$.

Látható, hogy a köpeny geometria paramétereitől a tenzor sugárirányú komponensének értéktartománya nem változik, csak a függvény alakja r függésében. A θ irányú komponens bár homogén, értéke négyzetesen változik a köpeny külső sugarának változásának függvényében, ha a köpenyvastagságot rögzítjük λ hullámhosszra.

A fejezet elején említett köpeny sugarak esetén az $\varepsilon_r(\theta) = 4$, ami realizálhatóság szempontjából megfelelő, viszont ami ennél is fontosabb, hogy nem mágneses anyaggal próbálhatók elrejtő eszközt tervezni.

5.2. Anyagok elektromágneses modelljei

A kompozitokkal való elrejtéshez elengedhetetlen az anyagok, későbbiekben látható lesz, hogy főként a fémek permittivitásának pontos leírása, ezért most áttekintem a szükséges összefüggéseket.

Az elektromágneses anyagokat két anyagparaméterrel jellemezzük, az elektromos permittivitással és a mágneses permeabilitással. Általános esetben mindkettő frekvenciafüggő komplex tenzor, amiben a képzetes rész a veszteséget tartalmazza. Az elrejtő eszköz tervezése szempontjából a komplex permittivitás a releváns:

$$\varepsilon^* = \varepsilon' + \frac{\sigma}{j\omega} = \varepsilon' - j\varepsilon'', \quad (5.5)$$

ahol $\varepsilon' = \varepsilon_0 \varepsilon_r$, $\varepsilon'' = \frac{\sigma}{\omega}$, σ a vezetőképesség, ω a körfrekvencia. (Megjegyzés: az (5.5)-ben a képzetes rész előjele attól függ, hogy $e^{j\omega t}$ vagy $e^{-j\omega t}$ jelölést alkalmazunk az idő függésére, dolgozatomban az előbbbit.)

Az elektromos permittivitás frekvenciafüggésének az oka az, hogy az anyagok nem tudnak egyből polarizálódni, vagyis nem tudnak azonnal az alkalmazott elektromos térre válaszolni, ennek következtében a polarizáció, vagy más néven a polarizációsűrűség ($\mathbf{P}$) a korábbi elektromos tér ($\mathbf{E}$) és az időfüggő szuszceptibilitás ($\chi(\Delta t)$) konvolúciójaként írható fel, mely a frekvenciatartományba áttérve szorzás műveletté transzformálódik lineáris rendszer esetén (konvolúciós tétel):

$$\mathbf{P}(t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^t \chi(t - t') \mathbf{E}(t') dt',$$

$$\mathbf{P}(\omega) = \varepsilon_0 \chi(\omega) \mathbf{E}(\omega),$$

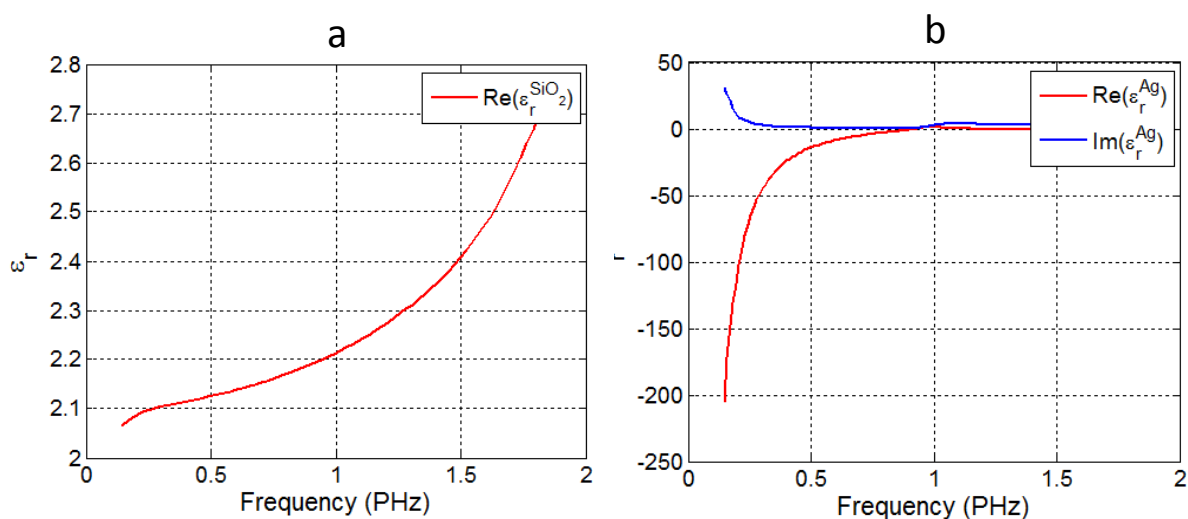
$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}. \quad (5.6)$$

Az (5.6) alapján látható, hogy a permittivitás frekvenciafüggésének oka az elektromos szuszceptibilitás frekvenciafüggése, ami pedig a nem azonnali polarizálódás következménye. Ha belegondolunk, akkor arról van szó, hogy minél nagyobb a tér frekvenciája, annál kevesebb ideje van az anyagnak polarizálódni, így más és más frekvenciákon el fog térni a $\mathbf{P}$ polarizációsűrűség, tehát a χ szuszceptibilitás is, ami viszont kapcsolatban áll a relatív permittivitással.

A dielektrikumokra és a fémekre egyaránt léteznek anyagmodellek, melyek jól leírják a permittivitás frekvenciafüggését és a veszteségét is.

Dielektrikumokra a Lorentz modell (csillapított harmonikus oszcillátor modell) írja le az elektromos permittivitást, mely a rugó mechanikai egyenletének felhasználásával levezetett diszperziós modell. Ez egy klasszikus fizika keretén belül tárgyalt megközelítés, amely a dielektrikumban az elektronokat rugókhhoz kötve modellezi. Példa a modellre az 5.1.-es ábrán látható.

Fémekre a Drude modell (biliárdgolyó modell) ad leírást a permittivitás szempontjából, mely esetén a feltételezés az, hogy az elektronok mikroszkopikus viselkedése klasszikus módon történik a szilárd testekben, és úgy néz ki, mint egy biliárdasztalon a golyók viselkedése, ahol az elektronok összevissza pattognak a nehezebb és relatíve kevésbé mozgékony pozitív ionok társaságában. Példa a modellre ugyancsak az 5.1.-es ábrán látható.



5.1.-es ábra: Az (a) képen a szilícium-dioxid Lorentz modellje látható, ahol csak a relatív permittivitás valós rész van ábrázolva, mivel a képzetes rész, ami a veszteséget tartalmazza, elhanyagolhatóan kicsi. A (b) képen az ezüst Drude modellje van ábrázolva, pirossal a relatív permittivitás valós, míg késsel a képzetes része. Jól látható, hogy alacsonyabb frekvenciákon ideális fémként viselkedik (Perfect Electric Conductor), majd a magasabb frekvenciákon egyre inkább dielektrikumként.

A Drude modell szerint a fémek a nagyon alacsony frekvenciákon ideálisak: $\epsilon' = -\infty$, $\epsilon'' = +\infty$. Egy adott frekvenciáig a valós rész negatív, a képzetes rész pozitív marad. Azt a bizonyos frekvenciát, ahol a fém permittivitásának valós része előjelet vált, úgy nevezik, hogy plazma frekvencia. E felett a fém dielektrikumként kezd

viselkedni. A frekvenciát tovább növelve az értékek a vákuum paramétereikhez tartanak: $\varepsilon' \rightarrow 1, \varepsilon'' \rightarrow 0$.

Ezt úgy tudjuk elképzelni, hogy az alacsonyabb frekvenciákon az elektromágneses hullám nem tud terjedni a fémén belül, csak exponenciális lecsengéssel, evanescens hullámként hatol be a fém felszínén. Tehát a negatív valós rész evanescens hullámokat eredményez. A képzetes rész a veszteséget, vagyis a hullám abszorpciójának mértékét reprezentálja. A plazma frekvencián túl a permittivitás előjel váltása már fémbe haladó hullámot eredményez. Ennek oka, hogy e frekvencia felett a vezetési sávban lévő elektronok már nem képesek követni az elektromágneses tér oszcillációját, nincs idejük válaszolni a térre (hasonló elv, mint a polarizációs sűrűségnél említett véges idejű polarizációs folyamat). A plazma frekvencia alatt pedig épp a vezetési sávban lévő elektronok oszcillációja miatt reflektálódik a beérkező elektromágneses sugárzás.

5.3. Kompozitok

Az (5.4)-ben lévő anyagparamétereket kompozit anyag segítségével próbálom előállítani a köpenyen belül. A kompozitok olyan összetett anyagok, amelyek két vagy több különböző szerkezetű és makro-, mikro- vagy nanoméreteken elkülönülő anyagkombinációkból épülnek fel a hasznos tulajdonságok kiemelése és a káros tulajdonságok csökkentése céljából. A kompozit alapanyagot angol nyelvterületen host-nak (magyarban mátrix), míg a másik keverő anyagot inclusion-nek (magyarban részecske) hívják. Azt, hogy bizonyos anyagkombinációk illetve bizonyos részecske geometriák milyen effektív anyagparamétereket szolgáltatnak, a keverési törvények (Mixing Rules) írják le, magát az elvet pedig effektív anyagelméletnek nevezik (Effective Medium Theory). Figyelembe véve, hogy az (5.4)-ben látható anyagparaméterek közül van olyan paraméterkomponens, melynek értéke nulla és egységnyi érték között változik a hely függvényében, indokolja, hogy a mátrix anyagunk egy dielektrikum legyen, a részecske pedig nem mágneses fém. Ennek oka, hogy az effektív permittivitás olyan értéket vehet fel, mely kikeverhető az alkalmazott két anyagból, vagyis a két anyag permittivitásának értéke között van. A keverési törvények részleteivel az 5.5.-ös fejezetben foglalkozom.

5.4. Izotrópia, anizotrópia

Az effektív anyagparaméter előállítása során izotróp anyagú mátrixot és részecskét szoktak alkalmazni, mégis van olyan kompozit elrendezés, mely során a kompozit effektív anyagparamétere anizotróp lesz. Ezt a kis térfogatú részecskék geometriái határozzák meg. Az elv az, hogy a külső elektromos tér a kisméretű (általában nano- és mikrométer nagyságrendbe eső) részecske anyagot elérve polarizálja azt, ezzel kialakítva egy extra elektromos teret, mely az eredeti külső térrel szuperponálódik. A geometriafüggés itt jelenik meg, hiszen a részecske geometriájától függően alakul ki ez az extra elektromos tér. Néhány összefüggés felírása szükséges az eszköztervezéshez. Induljunk ki (5.6)-ból: $\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}$. A polarizáció-sűrűség definíció szerint az egységnyi térfogatban található elektromos dipólusok számával egyezik meg:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{V} \sum_s \mathbf{p}_s, \quad (5.7)$$

tehát az elektromos dipólus felírható a következő módon:

$$\mathbf{p}_s = \varepsilon_0 \chi V \mathbf{E} = \alpha \mathbf{E}, \quad (5.8)$$

ahol α a polarizálhatóság mértékét fejezi ki, ezért neve a polarizabilitás (polarizálhatóság, angolul polarizability).

Gömb alakú inclusion esetén α skalár, általános ellipszoid alkalmazásakor viszont egy tenzor. Mivel $\alpha = \varepsilon_0 \chi V$, ezért ha a polarizabilitás tenzor, az elektromos szuszceptibilitás is, ennek következtében a relatív permittivitás is, ami anizotropitást jelent.

A gömbökről való szóródás során kialakult teljes térre a Mie-elmélet ad analitikus formában megoldást, mely a síkhullámot sorba fejti gömbhullámok segítségével. A Mie-Gans-elmélet ennek az elméletnek a kiterjesztése ellipszoid alapú geometriára. Utóbbiból vezették le ellipszoid alakú geometriára a polarizabilitást ε_h környezetű anyagban, mely a következőképp írható fel [16], ha a polarizabilitást mostantól ily módon definiáljuk: $\alpha = \chi V$ (hiszen a probléma szempontjából a relatív anyagparaméterek a relevánsak):

$$\alpha_i = \frac{V}{4\pi} \left(L_i + I \frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_i - \varepsilon_h} \right)^{-1}, \quad (5.9)$$

ahol ε_h a mátrix (host) anyag, ε_i a részecske (inclusion) anyag relatív permittivitása, $V = \frac{r_a r_b r_c 4\pi}{3}$ az r_a, r_b, r_c féltengelyekkel rendelkező ellipszoid térfogata, I a 3×3 -as egységmátrix, az L_i pedig az úgynevezett Lorentz-i depolarizációs faktor, mely csak és kizárólag a részecske geometriájától függ. Ez a tényező határozza meg egy geometria esetén az extra elektromos teret. Ellipszoid esetén a depolarizációs faktor egy tenzor, gömb esetén skalár. Általános ellipszoidra a következő elliptikus integrálok segítségével fejezhetőek ki zárt formában a depolarizációs faktor komponensei [17] (r_a, r_b, r_c rendre az x, y, z irányba mutató féltengelyek):

$$\begin{aligned} L_x &= \int_0^{+\infty} \frac{r_a r_b r_c ds}{2(s + r_a^2)^{\frac{3}{2}}(s + r_b^2)^{\frac{1}{2}}(s + r_c^2)^{\frac{1}{2}}}, \\ L_y &= \int_0^{+\infty} \frac{r_a r_b r_c ds}{2(s + r_a^2)^{\frac{1}{2}}(s + r_b^2)^{\frac{3}{2}}(s + r_c^2)^{\frac{1}{2}}}, \\ L_z &= \int_0^{+\infty} \frac{r_a r_b r_c ds}{2(s + r_a^2)^{\frac{1}{2}}(s + r_b^2)^{\frac{1}{2}}(s + r_c^2)^{\frac{3}{2}}}, \end{aligned} \quad (5.10)$$

melyre mindig igaz, hogy $\sum_i L_i = 1$. Gömbi speciális esetként: $L_x = L_y = L_z = \frac{1}{3}$.

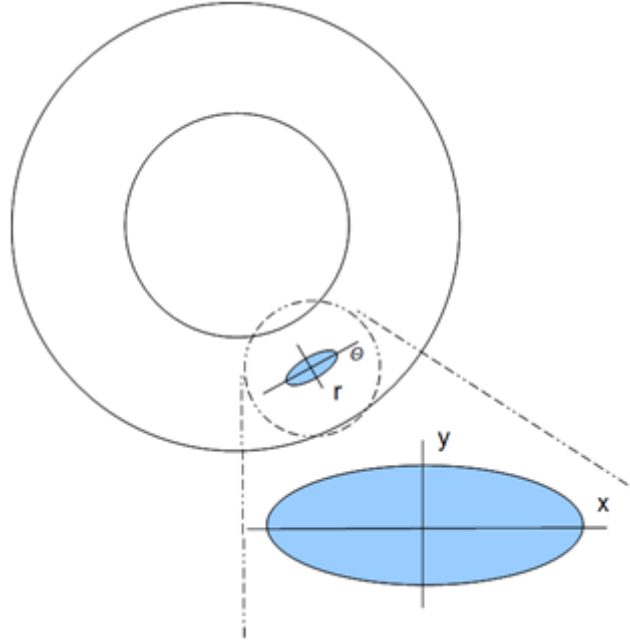
Most már ha adottak a részecske geometriai, illetve a mátrix és a részecske anyagi paraméterei, meg tudjuk határozni a mátrixban elhelyezett egy darab ilyen részecskének a polarizabilitását.

Tekintve, hogy az elrejtő eszköz modellünk két dimenzióra redukálódott az egyik térkoordináta invarianciája miatt, az alkalmazott ellipszoidoknak is invariánsnak kell lenniük z irányban, vagyis z irányban végtelen hosszúságú ellipszishengerek lesznek, melyeknek az $x - y$ síkmetszetük ellipszisek. Ekkor a depolarizációs faktor komponenseinek improprius integráljai a következők, ha $r_a = r_x > r_y = r_b$:

$$\begin{aligned} L_x &= \frac{e}{2} \int_0^{+\infty} \frac{ds}{(s + 1)^{\frac{3}{2}}(s + e^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{e}{2} \left[\frac{-2\sqrt{s^2 + (1 + e^2)s + e^2}}{(s + 1)(e^2 - 1)} \right]_0^{\infty} = \frac{e}{e + 1}, \\ L_y &= \frac{e}{2} \int_0^{+\infty} \frac{ds}{(s + e^2)^{\frac{3}{2}}(s + 1)^{\frac{1}{2}}} = \frac{e}{2} \left[\frac{2\sqrt{s^2 + (1 + e^2)s + e^2}}{(s + e^2)(e^2 - 1)} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{e + 1}, \\ L_z &= 0, \end{aligned} \quad (5.11)$$

ahol az $e = \frac{r_b}{r_a} = \frac{r_y}{r_x} < 1$, és a $\sum_i L_i = \frac{e}{e+1} + \frac{1}{e+1} + 0 = 1$ egyaránt fennáll.

Bár a depolarizációs faktorok Descartes bázisban, a köpeny paraméterei pedig polárkoordináta bázisban adottak, a különbség nem okoz gondot, mivel a két dimenzióban ellipszis geometriájú részecske úgy lesz rendezve a köpenyen belül a mátrixba, hogy az ellipszisek nagytengelye (ami a depolarizációs faktor számításánál az x tengely volt) θ irányultságú, a kistengelye (ami a depolarizációs faktor számításánál az y tengely volt) r irányultságú legyen (5.2.-es ábra).



5.2.-es ábra: Az ellipszis alakú részecske orientációja a kompozit köpenyben.

5.5. Keverési törvények

A szakirodalomban számos keverési törvény található kompozitokkal való effektív anyagparaméter előállításra [18], azonban nagyon fontos tisztában lenni, melyiket mikor alkalmazhatjuk. Induljunk ki a Clausius-Mossotti keverési törvényből, ami vákuumban elhelyezkedő gömb alakú részecske anyagok esetére ad effektív relatív permittivitást:

$$\frac{\varepsilon_{eff} - 1}{\varepsilon_{eff} + 2} = \frac{4\pi}{3} \sum_j \alpha_j N_j, \quad (5.12)$$

ahol az ε_{eff} a kompozit anyag effektív relatív permittivitása, az α_j és N_j a j.-dik típusú részecske polarizabilitása és darabszáma. Ha az (5.9)-ben gömböt feltételezünk ($L = \frac{1}{3}$), akkor a gömbre a polarizabilitás:

$$\alpha = \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_h}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_h} r^3, \quad (5.13)$$

ahol r a gömb sugara, ε_i és ε_h rendre a részecske és a mátrix relatív permittivitsai. Ha felhasználjuk a Clausius-Mossoti relációt (de már nem vákuum a mátrix anyag) és a gömbi polarizabilitás képletét, továbbá feltételezzük, hogy egy fajta részecske anyagot helyezünk a mátrixba, akkor levezethető a Maxwell-Garnett keverési törvény:

$$\frac{\varepsilon_{eff} - \varepsilon_h}{\varepsilon_{eff} + 2\varepsilon_h} = \xi \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_h}{\varepsilon_i + 2\varepsilon_h}, \quad (5.14)$$

ahol a $\xi = \frac{N V_i}{V_{egység}} = N V_i$ a kitöltési tényező, vagyis a részecske anyag térfogatának az aránya az egységnyi térfogathoz.

A Maxwell-Garnett törvényt az (5.9)-ben ismertetett anizotróp polarizabilitás tenzor felhasználásával kiterjeszthetjük rendezett ellipszoid geometriájú részecskékre, ekkor kapjuk az anizotróp Maxwell-Garnett keverési törvényt (véletlen orientáció izotropitást okoz [19-20]):

$$\frac{\varepsilon_{eff} - \varepsilon_h}{L(\varepsilon_{eff} - \varepsilon_h) + \varepsilon_h} = \xi \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_h}{L(\varepsilon_i - \varepsilon_h) + \varepsilon_h}. \quad (5.15)$$

Az (5.14) és (5.15) formailag implicit egyenlet ε_{eff} -re nézve. Mivel anizotróp effektív permittivitásra lesz szükségem a köpeny tervezésekor, az (5.15)-öst fejezem ki explicit módon:

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_h + \xi \frac{(\varepsilon_i - \varepsilon_h)\varepsilon_h}{\varepsilon_h + (1 - \xi)L(\varepsilon_i - \varepsilon_h)}. \quad (5.16)$$

Bár kimondatlanul, de kvázistatikus esetet felételeztem az által, hogy csak a statikus dipólusokat vettem figyelembe a polarizabilitás meghatározásakor. A pontosabb modell érdekében magasabb rendű sugárzó dipólusokat is figyelembe véve levezethető a kiterjesztett Maxwell-Garnett törvény, melyhez az elektromos és mágneses polarizabilitást egyaránt a Mie-elmélet szolgáltatja [21] (gömb geometriára). Az

elsőrendű sugárzó dipólusokat figyelembe vett elektromos és mágneses polarizabilitások gömb esetén:

$$\alpha_e = j \frac{3r^3}{2x^3} a_1, \quad \alpha_m = j \frac{3r^3}{2x^3} b_1, \quad (5.17)$$

ahol $j = \sqrt{-1}$ az imaginárius egység, r a gömb sugara, $x = \sqrt{\varepsilon_h \mu_h} \omega r / c_0$ a gömbi részecske „méret paramétere” (size parameter), az a_1 , b_1 pedig az elsőrendű szórási Mie-együtthatók (dipól momentumok: $n = 1$ -re):

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{m \psi_n(mx) \psi_n'(x) - \psi_n(x) \psi_n'(mx)}{m \psi_n(mx) \xi_n'(x) - \xi_n(x) \psi_n'(mx)}, \\ b_n &= \frac{\psi_n(mx) \psi_n'(x) - m \psi_n(x) \psi_n'(mx)}{\psi_n(mx) \xi_n'(x) - m \xi_n(x) \psi_n'(mx)}. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Az (5.18)-ban az $m = n_i / n_h = \sqrt{\varepsilon_i \mu_i} / \sqrt{\varepsilon_h \mu_h}$ a mátrix és az részecske közti relatív törésmutató, a ψ_n és a ξ_n a Riccati-Bessel függvények.

Kiterjeszthetjük a kvázistatikus formulát, ha figyelembe vesszük a sugárzó dipólusokat, ekkor a Maxwell-Garnett keverési törvényből meghatározott effektív relatív anyagparaméterek a következők:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{eff} &= \varepsilon_h \frac{x^3 + 3j\xi a_1}{x^3 - 3/2j\xi a_1}, \\ \mu_{eff} &= \varepsilon_h \frac{x^3 + 3j\xi b_1}{x^3 - 3/2j\xi b_1}. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Látható, hogy a nem statikus dipólusok figyelembe vételével akkor is eltérhet az effektív relatív permeabilitás értéke az egységnytől, ha egyik anyag sem mágneses.

Az (5.19)-hez hasonlóan ellipszoid geometriára is meg lehetne határozni az effektív anyagparamétereket, ahhoz viszont a szórási Mie-együtthatók ismerete szükséges az ellipszoidról való szóródás esetén [22]. A későbbiekben célom az anizotróp Maxwell-Garnett kiterjesztése sugárzó dipólusok esetére is, de ezzel most nem foglalkozom.

A Maxwell-Garnett törvény alkalmazhatóságának két feltétele:

- Az részecske gömböknek vagy ellipszoidoknak különállónak kell lennie, vagyis nem érhetnek össze a mátrixban, így a kitöltési tényező limitált, körülbelül: $\xi \in [0, 0.5]$.
- A keverési törvény akkor alkalmazható, ha a méret paraméter $x \ll 1$.

Az optimalizáció során a kvázistatikus, anizotróp Maxwell-Garnett formulát fogom alkalmazni, mely jó közelítés lesz az effektív anyagparaméterek szempontjából, ha megfelelően választom meg a kompozit anyag paramétereit. Ha a részecske geometriai méretei jóval kisebbek a hullámhossznál, akkor a kvázistatikus formulából adódó effektív anyagparaméterek közel megegyeznek a kiterjesztett formulából meghatározottakéval.

A Maxwell-Garnett egy aszimmetrikus keverési törvény, ami azt jelenti, hogy ha a kompozit két anyagát megcseréljük, az nem azonos effektív paramétereket eredményez, mint eredetileg. A célból, hogy egy szimmetrikus keverési törvény legyen, megalkották a Bruggeman keverést:

$$\xi \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{eff}}{\varepsilon_i + \kappa \varepsilon_{eff}} = (1 - \xi) \frac{\varepsilon_h - \varepsilon_{eff}}{\varepsilon_h + \kappa \varepsilon_{eff}}, \quad (5.20)$$

ahol a $\kappa = \frac{1-L}{L}$ (L : depolarizációs faktor) az úgynevezett „screening factor”, mely gömb geometria esetén skalár, és értéke 2, általános ellipszoid geometria esetén pedig egy tenzor.

A Bruggeman felhasználásával is végzek optimalizációt, ezért az (5.20)-at is kifejezem explicit alakban [23]:

$$\varepsilon_{eff} = \frac{1}{2\kappa} \left\{ \varepsilon' \pm \sqrt{\varepsilon'^2 + 4\kappa \varepsilon_i \varepsilon_h} \right\}, \quad (5.21)$$

ahol $\varepsilon' = [(\kappa + 1)\xi - 1]\varepsilon_i + [\kappa - (\kappa + 1)\xi]\varepsilon_h$. Az előjelet úgy kell választani, hogy a veszteséget tartalmazó képzetes rész negatív legyen az (5.5) szerint: $Im\{\varepsilon_{eff}\} < 0$.

A Bruggeman alkalmazhatóságának feltétele az, hogy a részecske gömböknek vagy ellipszoidoknak össze kell érniük a mátrixban, így a kitöltési tényező limitált, körülbelül: $\xi \in [0.5, 1]$.

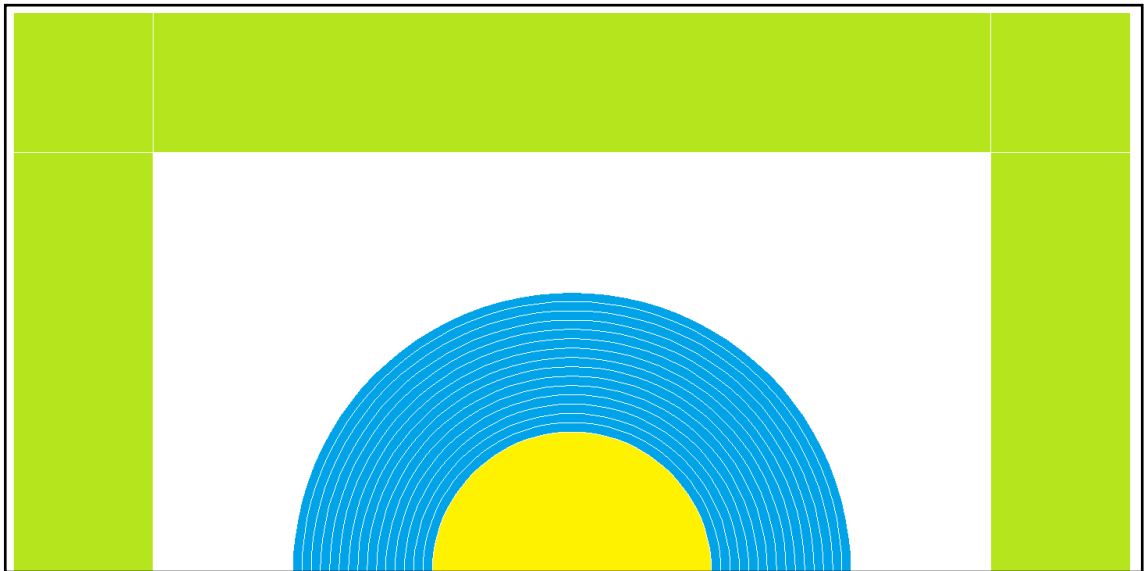
5.6. Optimalizáció

Az optimalizáció során azt szeretném kideríteni, hogy milyen paraméterekkel kell rendelkeznie a kompozitnak, hogy az elrejtés megvalósuljon a közeli infravörös tartományon. A mátrix anyagnak dielektrikumot, a részecske anyagnak nem mágneses fémot választok. Az (5.4)-ben bemutatott redukált anyagparaméterek, a kvázistatikus eset (csak statikus dipólusokat figyelembe vevő, (5.16)-ban explicit módon kifejezett Maxwell-Garnett keverési törvény alkalmazása) feltételezése, illetve a tény, hogy nem mágneses anyagokra optimalizálok, azt eredményezi, hogy az optimalizáció során az egységnyi relatív permeabilitást figyelmen kívül hagyhatom.

Az elrejtő eszközt úgy próbálom megvalósítani, hogy a köpenygyűrűt felosztom $N_{réteg}$ darab rétegre, hasonlóan, ahogyan a negyedik fejezetben, viszont most nem a kialakult elektromágneses térre kell illesztenem az optimalizációs paramétereket, hanem magukra, a szükséges anyagparaméterekre. További kedvező tulajdonsága ennek a modellnek, hogy külön-külön végezhetem el az optimalizációt a rétegekre.

A köpenyt 15 rétegből rakom össze, tehát $N_{réteg} = 15$.

Egy réteg vastagsága: $d = \frac{D}{N_{réteg}} = 66.6 \text{ nm} = 6.6 \cdot 10^{-1} \mu\text{m}$.



5.3.-as ábra: Az ábrán az infratartományra tervezett, 15 darab koncentrikus kompozit körgyűrűből álló elrejtő eszköz szimulációs modellje látható. Zöld terület jelzi a PML-t, kék a köpenyt, sárga az elrejtendő rézhengert és a fehér a levegő / vákuum tartományt. A numerikus számításokhoz alkalmaztam a szimmetriából adódó egyszerűsítést.

Első lépésként a köpeny rétegeihez hozzá kell rendelnem a szükséges anyagparamétereket, amikhez illeszthetők. Ehhez írtam egy MATLAB függvényt, ami diszkrétizálja az (5.4)-ben lévő anyagparamétereket, mint helyfüggő függvényeket a következő képlet szerint:

$$\begin{aligned}\mu_{disc}[i] &= \mu_r \left(a + \frac{d}{2} + (i-1)d \right) \equiv 1, \\ \varepsilon_{disc}^r[i] &= \varepsilon_r^r \left(a + \frac{d}{2} + (i-1)d \right), \\ \varepsilon_{disc}^\theta[i] &= \varepsilon_r^\theta \left(a + \frac{d}{2} + (i-1)d \right) \equiv 4,\end{aligned}\tag{5.22}$$

ahol $i \in \{1, 2, \dots, N_{réteg}\}$, vagyis minden réteg olyan homogén anyagparaméterű, mint amilyen a réteg belső és külső sugarainak számtani közepéhez rendelt anyagparaméter az (5.4) szerint. Ezek a diszkrétizált értékek, mint $N_{réteg} = 15$ elemű vektorok lesznek azok a paraméterek, amikhez illeszték, de mivel rétegenként külön fogom elvégezni az optimalizációt, ezért csak az aktuális i -dik réteghez tartozó 3 értékhez ($\mu_{disc}[i] = 1$, $\varepsilon_{disc}^r[i]$, $\varepsilon_{disc}^\theta[i] = 4$) kell illesztenem. Mivel nincs szükség térszámításra, jelentősen csökkent a futási idő az izotróp esethez képest.

Az optimalizálandó paramétervektor ellipszis részecskét (síkprobléma feltételezés miatt ellipszis, mint az (5.11) levezetésekor) feltételezve i -dik réteg esetén:

$$\mathbf{P}_i = [r_x, r_y, \xi, \varepsilon_i, \varepsilon_h],\tag{5.23}$$

ami rendre az ellipszis nagytengelyének a fele, kistengelyének a fele, a kitöltési tényező, a részecske és a mátrix relatív permittivitása.

A célfüggvény minden esetben a következő költségfüggvény lesz:

$$F_{cost}(\mathbf{P}_i) = |\varepsilon_{eff}^r(\mathbf{P}_i) - \varepsilon_{disc}^r[i]| + |\varepsilon_{eff}^\theta(\mathbf{P}_i) - \varepsilon_{disc}^\theta[i]|,\tag{5.24}$$

ahol $\varepsilon_{eff}^r(\mathbf{P}_i)$ és $\varepsilon_{eff}^\theta(\mathbf{P}_i)$ az i -dik réteg esetén az aktuális egyed paramétereiből az (5.16)-ban felírt explicit anizotróp Maxwell-Garnett alapján számolt kompozit effektív relatív permittivitásának komponensei.

Összesen 3 különböző esetre végeztem Maxwell-Garnett keverési törvény felhasználásával optimalizációt:

1. 5 optimalizálандó paraméterrel, veszteségmentes esetet tárgyalva ($\varepsilon_i, \varepsilon_h \in \mathbb{R}$)
2. 3 optimalizálандó paraméterrel, $\varepsilon_i = -3, \varepsilon_h = 5$ (veszteségmentes eset)
3. 3 optimalizálандó paraméterrel, $\varepsilon_i = -3.7 - j0.6, \varepsilon_h = 7$ (veszteséges eset)

További optimalizációkat is végeztem a Bruggeman alkalmazásával, de azzal realizálható paraméterhalmazt nem tudtam meghatározni.

Az optimalizálандó paraméterek határait kijelölöm (első, második és harmadik sor rendre az első, második és harmadik esetre vonatkozik):

$$\begin{aligned}
 r_x \in \left] 0.01, \frac{d}{4} \right[, \quad r_y \in \left] 0.01, \frac{d}{4} \right[, \quad \xi \in] 0.01, 0.5[, \quad \varepsilon_i \in] -30, 0[, \quad \varepsilon_h \in] 1, 10[, \\
 r_x \in \left] 0.01, \frac{d}{4} \right[, \quad r_y \in \left] 0.01, \frac{d}{4} \right[, \quad \xi \in] 0.01, 0.5[, \\
 r_x \in \left] 0.01, \frac{d}{2} \right[, \quad r_y \in \left] 0.01, \frac{d}{2} \right[, \quad \xi \in] 0.01, 0.5[.
 \end{aligned}
 \tag{5.25}$$

Hosszegységek dimenziója μm . Látható, hogy az ellipszisek féltengelyeinek alsó határa 10 nm , felső határa 16.6 nm . Az alsó határ a megvalósíthatóság miatt lett választva, a felső pedig azért, hogy a 66.6 nm vastagságú köpenyrétegekben biztosan elérjenek a maximálisan 33.3 nm hosszú ellipszisek anélkül, hogy kilógnának a saját rétegükből (ezen kívül figyelembe kell venni az 5.5.-ös fejezetnél említett kritériumot: size paraméternek (x) egynél jóval kisebbnek kell lennie, ami teljesül a fenti paraméterek esetén). A kitöltési tényezőt az ellipszisek egymással való átfedésének megelőzése céljából korlátoztam 0.5 alá. Az első esetben olyan tipikus értékeket választottam a fém és dielektrikum permittivitásának határainak, melyek a vizsgált frekvenciatartományban szokásosak. A második és harmadik esetben olyan egzakt értékeket kaptak a permittivitások, melyek létező anyagok 300 THz-es ($\lambda = 1 \mu m$) frekvencián mért relatív permittivitásainak nagyságrendjébe esnek. Például az üveg többféle módosulatainak permittivitás értékei kb. 4 és 7 között helyezkednek el e frekvencia környékén. Ami a fémet illeti, a kis negatív valós érték is tipikus, aminek az oka az, hogy több fémnek is az optikai tartomány közelében van a plazma frekvenciája. Ezért azt mondhatom, hogy a paraméterek relatíve jól modellezik a valóságot.

Izotróp esethez hasonló függvények alapján állítottam össze az optimalizációt. Mind a három esetre (esetenként $N_{réteg} = 15$ -ször kell futtatni külön-külön a rétegekre) a következők:

Run függvény: Paraméterezem a problémát (köpeny méretei, rétegek száma), majd az (5.25) szerint behatárolom a paraméterteret. Az inicializálás során meghívom az anyagparaméter diszkretizátor függvényt, aminek az $N_{réteg}$ rétegszám a paramétere. Ez a függvény visszatér az i.-dik réteg három paraméterével az (5.22) alapján, melyből a két tenzorkomponens lesz az a két elem, amihez illeszttem az optimalizálandó paramétereket. Itt állítom be az optimalizációs algoritmus paramétereit is: $NP = 3000$, $I = 500$, ahol NP a populációszám, I pedig a maximális iterációszám. Végül az összes változót, paramétert egy struktúrába helyezve meghívom a DE algoritmust (DeOpt függvény), melynek két paramétert adok át: a célfüggvény nevét (ObjFunc) és az előbb összeállított struktúrát. Az optimalizáció végeztével ide tér vissza a DeOpt függvény, visszatérési értéke az optimalizált paramétervektor, vagyis a legsikeresebb egyed paraméterei.

DeOpt függvény: Ebben semmit sem kellett módosítanom. Ez maga az algoritmus. A Run függvénytől átvéve a célfüggvény nevét képes minden iterációban meghívni az ObjFunc-t.

ObjFunc függvény: A függvény átveszi a struktúrát a DeOpt függvénytől, így rendelkezésre áll minden változó, paraméter. Az elején megvizsgálom, hogy az az egyed, melyre meg lett hívva ez a függvény, kívül esik-e a körülhatárolt paraméterterén, ha igen, $F_{cost}(\mathbf{P}) = 10^{16}$, mellyel jelzem az algoritmus számára, hogy nem jó helyen keres az N dimenziós paraméterterben. Továbbá megvizsgálom, hogy az $r_x > r_y$ feltétel fennáll-e az (5.11) miatt, ha nem, akkor ugyancsak $F_{cost}(\mathbf{P}) = 10^{16}$. Egyéb esetben meghatározom az egyed paraméterei alapján a depolarizációs faktort (5.11) segítségével, és figyelembe véve az 5.2.-es ábra szerinti koordináta-megfeleltetést (5.16) felhasználásával kiszámítom az effektív anyagparamétereket. A számított értékekre meghatározom a hibának az értékét (5.24)-ben látható költségfüggvény szerint. Ezzel az értékkel tér vissza a programrészlet a DeOpt függvényhez.

Összesen $NP * I = 3\,000 * 500 = 1\,500\,000$ alkalommal kell a szoftvernek kiszámítania az anyagparamétereket, ami rövid futási időt eredményez, mivel csak

algebrai műveleteket kell végeznie a programnak. Az eredmények ezen paraméterek esetén adódtak.

A kiszámított paraméterekből előállítható i -dik réteg mátrix anyagába az ellipsziseket úgy kell orientálni, ahogy az 5.2.-es ábra mutatja.

5.7. Eredmények, szimulációk, értékelés

Az optimalizáció során (mind a három eset) mind a 15 köpenyrétegre sikeresen konvergálódott az algoritmus. Minden réteg esetén a hiba 10^{-5} alá csökkent. A szimulációk során TM módust feltételezve a mágneses térerősség z irányú komponensét határoztam meg a számítási tartományon, mely a második fejezetben bemutatott implementációs eljárással teljesen analóg.

A második fejezetben a transzformációs optikával meghatározott egzakt paraméterekre vezettem le a tenzor megfelelő formuláját az implementálhatósághoz. Most egy paraméteres, polárkoordináta bázisban diagonális mátrixra a végső formulát fejezem ki:

$$\varepsilon_r^{polár} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix},$$

$$c = \begin{bmatrix} \frac{\cos^2 \theta}{B} + \frac{\sin^2 \theta}{A} & \frac{\cos \theta \sin \theta}{B} - \frac{\cos \theta \sin \theta}{A} \\ \frac{\cos \theta \sin \theta}{B} - \frac{\cos \theta \sin \theta}{A} & \frac{\sin^2 \theta}{B} + \frac{\cos^2 \theta}{A} \end{bmatrix}, \quad (5.26)$$

ahol A és B paraméterek, c a (2.16)-ban látható MATLAB elliptikus sablon-egyenletének paramétere, θ pedig a polárkoordináta a $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$ megfeleltetéssel. Látható, hogy az $A = \frac{r-a}{r}$, $B = \frac{r}{r-a}$ éppen a második fejezetben számított c mátrixot adja vissza.

A numerikus eredmények értékelésekor észrevettem, hogy az optimalizált paraméterekkel végzett szimuláció esetén, amik egyébként nagyon jól megközelítik a diszkrétizált anyagparamétereket, bizonyos mértékű elektromágneses sugárzás jut be a köpeny belsejébe, mely evanescens módon elhal a rézhengerben. Ez a tény rávilágított arra, hogy az elrejtés szempontjából a legkritikusabb a legkülső és a legbelső réteg. Ennek oka, hogy a legkülső réteg felelős leginkább a köpenyen való nemkívánatos reflexióért, míg a legbelső réteg felelős a legalább annyira nem kívánatos rézhengerről

való szóródásért. Az utóbbi hatás mellett infratartományban már bizonyos szintű elektromágneses térbeszivárgás is fellép réz esetén, mivel a frekvencia növelésével egyre kevésbé tekinthető ideális vezetőnek. Ezt természetesen a relatív permittivitásával vettem figyelembe.

Az előbbi problémát figyelembe véve az első és utolsó rétegre újraoptimalizálom a kompozit paramétereket úgy, hogy most nem az (5.22)-es szerinti diszkrétizált értékekhez illeszttem őket, hanem a köpeny széléhez rendelhető, a redukált paraméterekből számított értékekhez (csak a térben változó, tehát inhomogén tenzorkomponens a releváns ebben az esetben):

$$\begin{aligned}\varepsilon_{disc}^r[1] &= \varepsilon_r^r(a) = 0, \\ \varepsilon_{disc}^r[i] &= \varepsilon_r^r\left(a + \frac{d}{2} + (i-1)d\right), \\ \varepsilon_{disc}^r[N_{réteg} = 15] &= \varepsilon_r^r(b) = 1,\end{aligned}\tag{5.27}$$

ahol a és b a köpeny belső és külső sugarai, d pedig a rétegek vastagsága.

Az optimalizált paraméterek meghatározzák a kompozit polárkoordináta bázisban diagonális effektív relatív permittivitás tenzorát, aminek a főátlójának két értéke A és B paraméterek (5.26) jelölésével. Az i -dik rétegre eredményként adódott kompozit paramétereket és az azokból meghatározott anyagparamétereket ($\varepsilon_{eff}^r[i] = A$ és $\varepsilon_{eff}^\theta[i] = B$) az 5.1-4.-es táblázatokban tüntettem fel.

1.eset	r_x	r_y	ξ	ε_i	ε_h
1.réteg	1.6337060e-002	1.0124095e-002	2.4738103e-001	-3.8756959e+000	9.5931987e+000
módosítás	1.6381204e-002	1.0435997e-002	2.3630565e-001	-4.0523117e+000	9.5829346e+000
2.réteg	1.4908347e-002	1.0229361e-002	2.1726675e-001	-4.6261412e+000	9.9333413e+000
3.réteg	1.5680972e-002	1.0146151e-002	2.1247558e-001	-3.9843932e+000	8.9775943e+000
4.réteg	1.4856079e-002	1.1691928e-002	1.5449348e-001	-5.8744735e+000	9.9978842e+000
5.réteg	1.5581834e-002	1.0383192e-002	2.3499836e-001	-4.2739789e+000	9.9369023e+000
6.réteg	1.6647215e-002	1.0000624e-002	2.7600540e-001	-3.5198495e+000	9.8442585e+000
7.réteg	1.6630284e-002	1.1717331e-002	1.7058176e-001	-4.2886220e+000	8.5065670e+000
8.réteg	1.5147462e-002	1.0928482e-002	1.3546458e-001	-4.1948636e+000	7.6555672e+000
9.réteg	1.6427942e-002	1.0014037e-002	1.6660169e-001	-3.0742758e+000	7.0935071e+000
10.réteg	1.6620799e-002	1.0430819e-002	1.8691123e-001	-3.2653805e+000	7.7034720e+000
11.réteg	1.5344793e-002	1.1584625e-002	1.9031603e-001	-5.0250533e+000	9.9988817e+000
12.réteg	1.5623481e-002	1.0886942e-002	1.5169919e-001	-3.7755955e+000	7.6069841e+000
13.réteg	1.6664859e-002	1.0489251e-002	1.8023603e-001	-3.1055660e+000	7.4508920e+000
14.réteg	1.5248694e-002	1.0140633e-002	2.4939454e-001	-3.6459693e+000	9.6492767e+000
15.réteg	1.6050906e-002	1.0003041e-002	2.6383034e-001	-3.1069175e+000	9.2317324e+000
módosítás	1.5282456e-002	1.2832974e-002	1.0247850e-001	-5.5443366e+000	8.4590459e+000

5.1.-es táblázat: 5 optimalizálandó paraméter, veszteségmentesség esetén (1. eset) az oszlopok az optimalizált kompozit paramétereket tartalmazzák mind a 15 rétegre. A hossz mértékegysége a μm . A pirossal kiemelt mezők az (5.27) alapján módosítandóak a reflexió és a szóródás minimalizálása érdekében.

1.eset	$\varepsilon_{disc}^r[i]$	$\varepsilon_{eff}^r[i]$	$ \Delta^r $	$\varepsilon_{disc}^\theta[i]$	$\varepsilon_{eff}^\theta[i]$	$ \Delta^\theta $	$\varepsilon_{eff}^z[i]$
1.réteg	7.8124999e-003	7.8288021e-003	1,63e-05	4	3.9999753e+000	2,47e-05	6.2612496e+000
módosítás	0	5.8107365e-006	5,81e-06	4	4.0000104e+000	1,04e-05	6.3608488e+000
2.réteg	3.5494160e-002	3.5495480e-002	1,32e-06	4	4.0000127e+000	1,27e-05	6.7700498e+000
3.réteg	8.3237216e-002	8.3190727e-002	4,65e-05	4	4.0001336e+000	1,34e-04	6.2234884e+000
4.réteg	1.4419821e-001	1.4413292e-001	6,53e-05	4	4.0000086e+000	8,60e-06	7.5457084e+000
5.réteg	2.1364265e-001	2.1365033e-001	7,68e-06	4	3.9999914e+000	8,60e-06	6.5973685e+000
6.réteg	2.8826530e-001	2.8826504e-001	2,60e-07	4	4.0000000e+000	0,00e+00	6.1556925e+000
7.réteg	3.6574464e-001	3.6561383e-001	1,31e-04	4	4.0000128e+000	1,28e-05	6.3239411e+000
8.réteg	4.444531e-001	4.4421418e-001	2,31e-04	4	3.9999295e+000	7,05e-05	6.0502535e+000
9.réteg	5.2321597e-001	5.2324314e-001	2,72e-05	4	4.0000014e+000	1,40e-06	5.3995372e+000
10.réteg	6.0125000e-001	6.0123147e-001	1,85e-05	4	3.9999792e+000	2,08e-05	5.6532702e+000
11.réteg	6.7798816e-001	6.7801268e-001	2,45e-05	4	3.9999889e+000	1,11e-05	7.1395860e+000
12.réteg	7.5304989e-001	7.5312621e-001	7,63e-05	4	4.0000491e+000	4,91e-05	5.8802559e+000
13.réteg	8.2618417e-001	8.2615934e-001	2,48e-05	4	3.9999912e+000	8,80e-06	5.5482379e+000
14.réteg	8.9723422e-001	8.9715694e-001	7,73e-05	4	3.9999132e+000	8,68e-05	6.3335149e+000
15.réteg	9.6611177e-001	9.6613494e-001	2,32e-05	4	4.0000974e+000	9,74e-05	5.9764222e+000
módosítás	1	9.9977307e-001	2,27e-03	4	4.0000185e+000	1,85e-05	7.0240002e+000

5.2-es táblázat: 5 optimalizálandó paraméter, veszteségmentesség esetén (1. eset) az oszlopok a diszkretizált anyagparaméter komponenseit (ehhez illesztettem), az optimalizált kompozit effektív anyagparaméterének komponenseit és az ezek között mért abszolút hibákat tartalmazza mind a 15 rétegre. A pirossal kiemelt mezők az (5.27) alapján módosítandók a reflexió és a szóródás minimalizálása érdekében.

2.eset	r_x	r_y	ξ	ε_i	ε_h
módosítás	1.6350880e-002	1.0663618e-002	5.0000000e-002	-3	5
2.réteg	1.5817609e-002	1.0330783e-002	4.9928606e-002	-3	5
3.réteg	1.5898484e-002	1.0404113e-002	4.9831279e-002	-3	5
4.réteg	1.6221052e-002	1.0642442e-002	4.9704793e-002	-3	5
5.réteg	1.5416080e-002	1.0144492e-002	4.9557592e-002	-3	5
6.réteg	1.6299692e-002	1.0761147e-002	4.9395593e-002	-3	5
7.réteg	1.6319474e-002	1.0811829e-002	4.9223044e-002	-3	5
8.réteg	1.6617647e-002	1.1049431e-002	4.9043060e-002	-3	5
9.réteg	1.5087316e-002	1.0069380e-002	4.8857963e-002	-3	5
10.réteg	1.6235419e-002	1.0876824e-002	4.8669507e-002	-3	5
11.réteg	1.6596230e-002	1.1161220e-002	4.8479032e-002	-3	5
12.réteg	1.6181378e-002	1.0924159e-002	4.8287573e-002	-3	5
13.réteg	1.4968787e-002	1.0144463e-002	4.8095934e-002	-3	5
14.réteg	1.5791870e-002	1.0743360e-002	4.7904742e-002	-3	5
módosítás	1.6494459e-002	1.1285682e-002	4.7619048e-002	-3	5

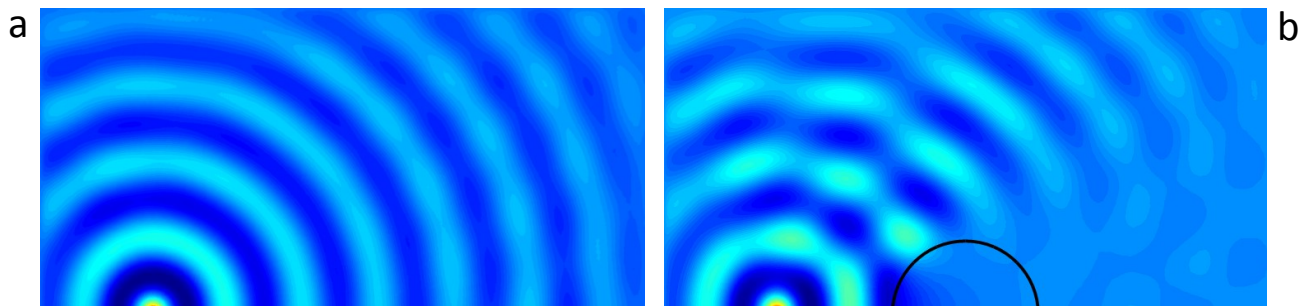
5.3-as táblázat: 3 optimalizálandó paraméter, veszteségmentesség esetén (2. eset) az oszlopok az optimalizált kompozit paramétereket tartalmazzák mind a 15 rétegre (kékkel a rögzített paraméterek). A hossz mértékegysége a μm . Zölddel a módosított értékek vannak jelölve a legbelső és a legkülső réteg esetén.

2.eset	$\varepsilon_{disc}^r[i]$	$\varepsilon_{eff}^r[i]$	$ \Delta^r $	$\varepsilon_{disc}^\theta[i]$	$\varepsilon_{eff}^\theta[i]$	$ \Delta^\theta $	$\varepsilon_{eff}^z[i]$
módosítás	0	-1.070041e-010	1,07e-10	4	3.9999999e+000	1,00e-07	4.5999999e+000
2.réteg	3.5494160e-002	3.5495083e-002	9,23e-07	4	3.9999999e+000	1,00e-07	4.6005711e+000
3.réteg	8.3237216e-002	8.3236495e-002	7,21e-07	4	4.0000000e+000	0,00e+00	4.6013497e+000
4.réteg	1.4419821e-001	1.4419774e-001	4,70e-07	4	4.0000000e+000	0,00e+00	4.6023616e+000
5.réteg	2.1364265e-001	2.1364224e-001	4,10e-07	4	4.0000000e+000	0,00e+00	4.6035392e+000
6.réteg	2.8826530e-001	2.8826625e-001	9,50e-07	4	3.9999999e+000	1,00e-07	4.6048352e+000
7.réteg	3.6574464e-001	3.6574491e-001	2,70e-07	4	3.9999999e+000	1,00e-07	4.6062156e+000
8.réteg	4.4444531e-001	4.4444592e-001	6,10e-07	4	3.9999999e+000	1,00e-07	4.6076555e+000
9.réteg	5.2321597e-001	5.2321667e-001	7,00e-07	4	3.9999999e+000	1,00e-07	4.6091362e+000
10.réteg	6.0125000e-001	6.0124970e-001	3,00e-07	4	4.0000000e+000	0,00e+00	4.6106439e+000
11.réteg	6.7798816e-001	6.7798853e-001	3,70e-07	4	3.9999999e+000	1,00e-07	4.6121677e+000
12.réteg	7.5304989e-001	7.5305068e-001	7,90e-07	4	3.9999999e+000	1,00e-07	4.6136994e+000
13.réteg	8.2618417e-001	8.2618540e-001	1,23e-06	4	3.9999999e+000	1,00e-07	4.6152325e+000
14.réteg	8.9723422e-001	8.9723430e-001	-8,00e-08	4	3.9999999e+000	1,00e-07	4.6167620e+000
módosítás	1	9.9999999e-001	1,00e-10	4	3.9999999e+000	1,00e-07	4.6190476e+000

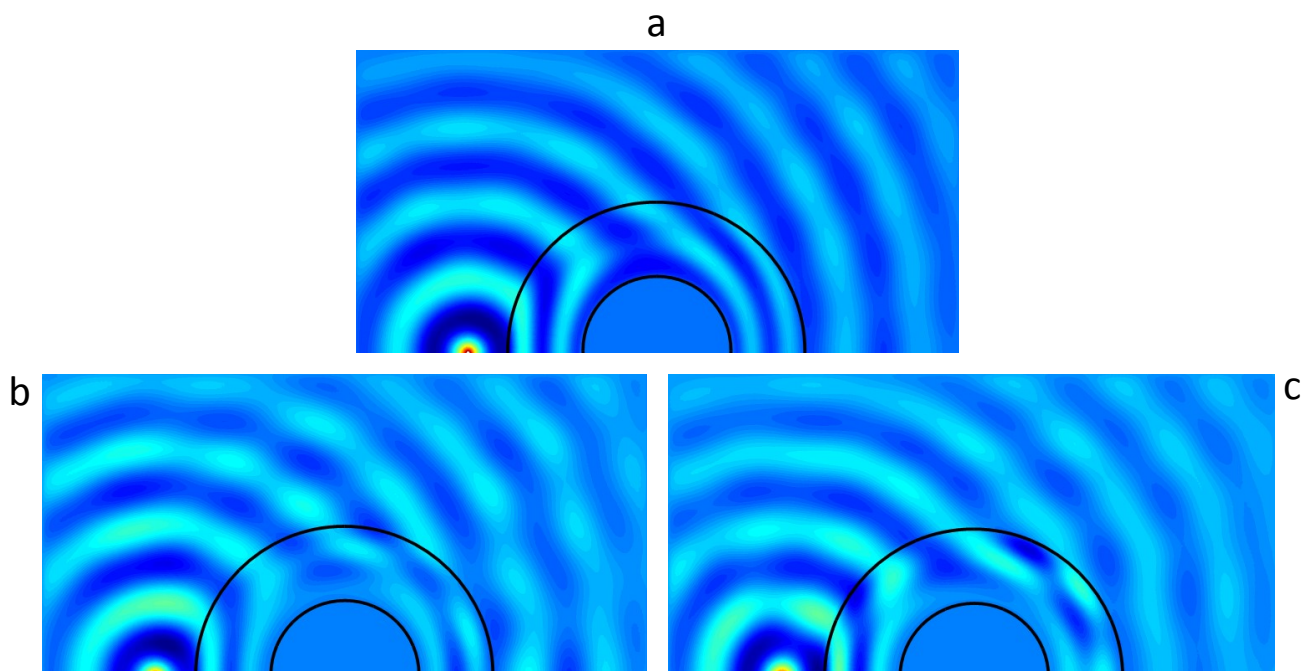
5.4-es táblázat: 3 optimalizálandó paraméter, veszteségmentesség esetén (2. eset) az oszlopok a diskretizált anyagparaméter komponenseit (ehhez illeszttem), az optimalizált kompozit effektív anyagparaméterének komponenseit és az ezek között mért abszolút hibákat tartalmazza mind a 15 rétegre. Zölddel a módosított értékek vannak jelölve a legbelső és a legkülső réteg esetén.

A 3. esetre hasonlóan fel lehet írni táblázatot, de akkor a képzetes rész megjelenése miatt még nehezkesebb a táblázatos ábrázolás, ezért a 3. esetet csak szimulációs ábrákkal reprezentálom (5.8.-as ábra).

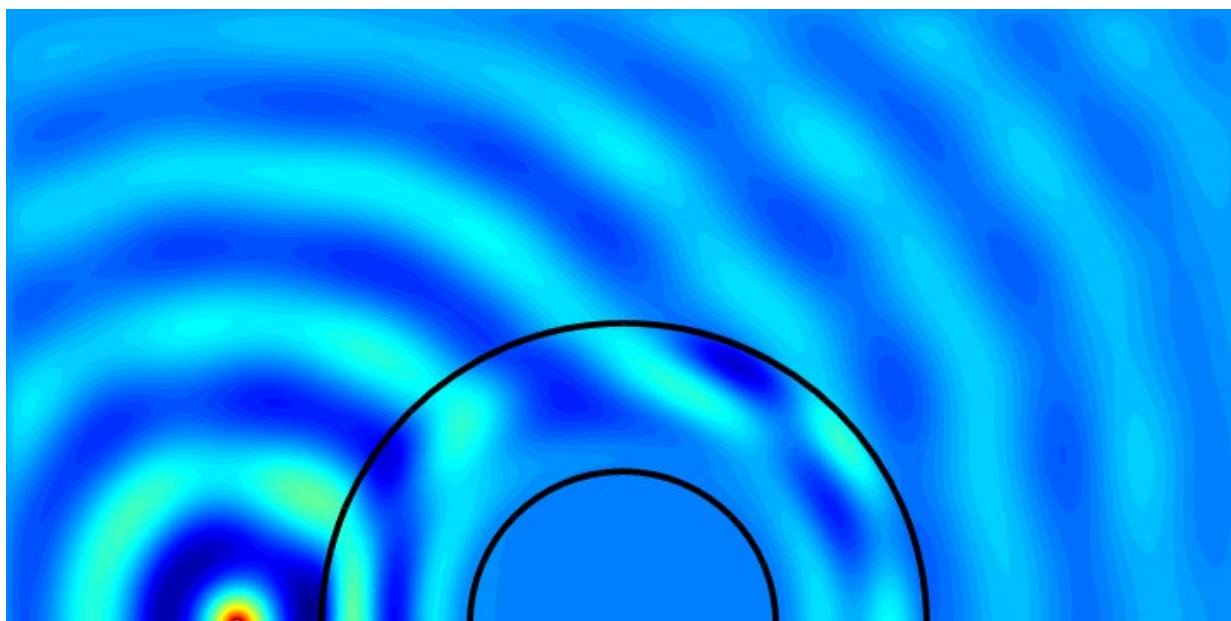
Az optimalizáció eredményeként adódó kompozit paraméterekből Maxwell-Garnett keverési törvény alapján meghatározott effektív anyagparaméter felhasználásával készített szimulációk a következő oldalon láthatóak (5.6. és 5.7. ábrák). Az 1. és a 2. esetben szinte azonos eredmény adódott, ezért csak az 1. eset szimulációs eredményeit mutatom be. Az optimalizációval tervezett elrejtő eszköz szimulációja előtt referenciaként néhány téreloszlást bemutató ábra következik:



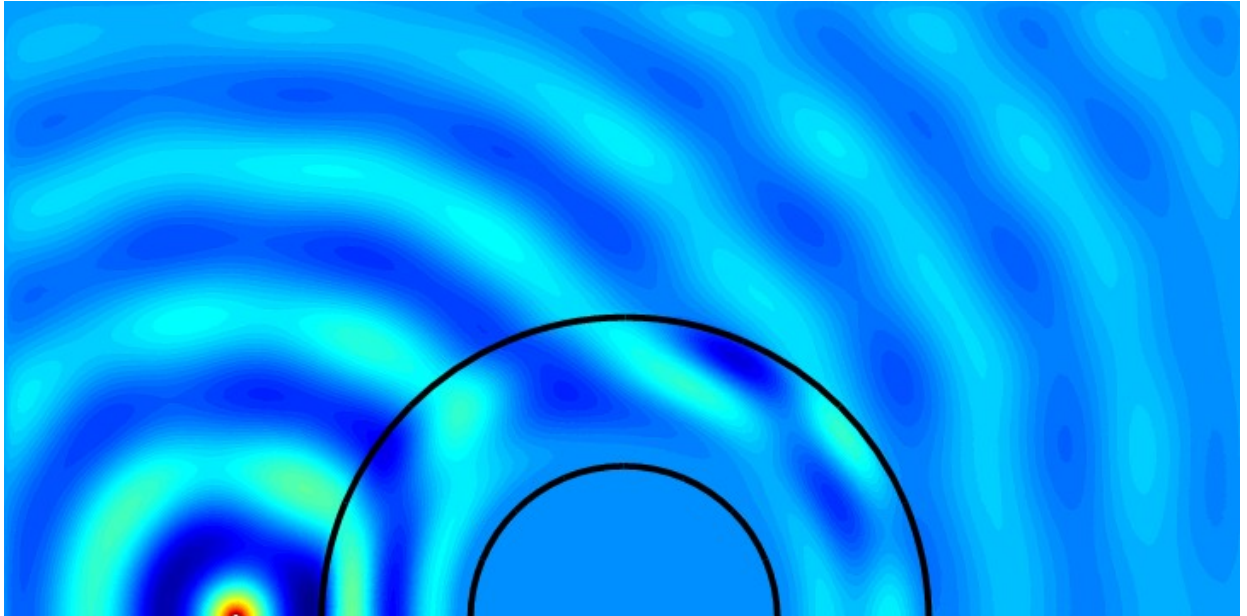
5.4-es ábra: A fent látható szimulációs eredmények referenciaként szolgálnak. Az (a) kép a levegőben való hullámterjedést, a (b) pedig a csupasz rézhengerről való szóródást ábrázolja. Megfigyelhető a (b) képen egy kis elektromágneses térbehatolás a rézhengernél, melynek oka, hogy a fém már nem tekinthető ideálisnak ezen az optikai frekvencián, így evanescens hullámok formájában behatol a tér. Ábrázolt mennyiség: H_z .



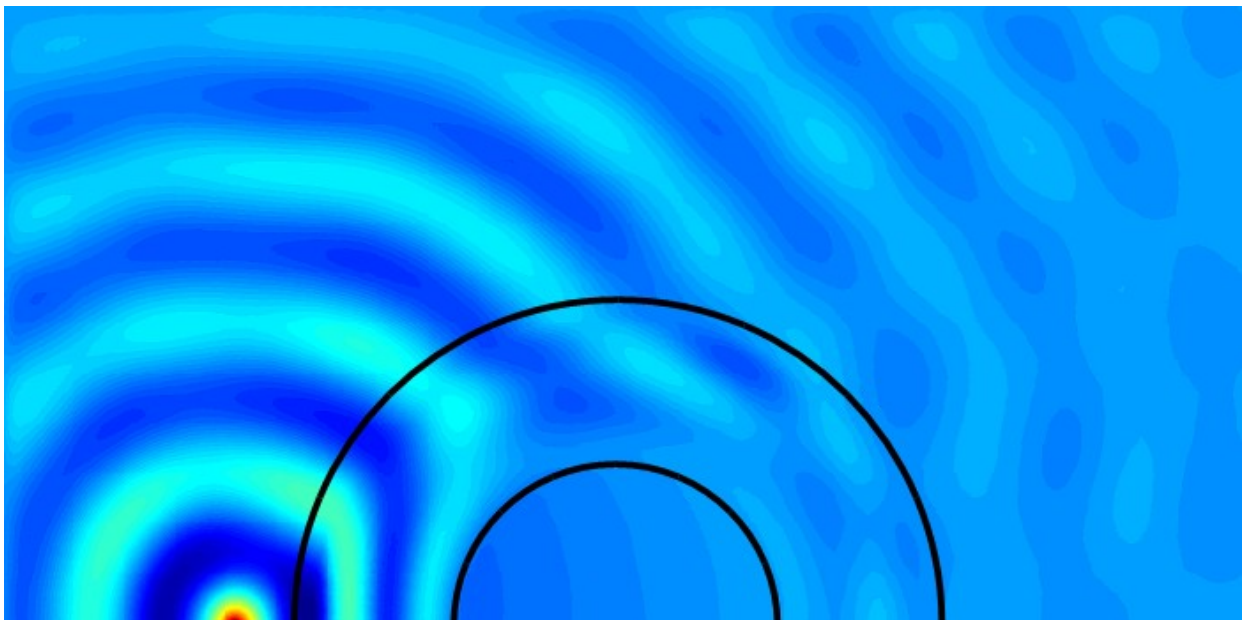
5.5.-ös ábra: A fent látható szimulációs eredmények referenciaként szolgálnak. Az (a) kép a transzformációs optikával meghatározott egzakt anyagparaméterekkel való elektromágneses elrejtését mutatja be. A (b) ábra a Pendry által alkalmazott, míg a (c) ábra az általam alkalmazott redukált anyagparaméterekkel való elektromágneses elrejtést prezentálja. Ábrázolt mennyiség: H_z .



5.6.-os ábra: A 15 darab fém-dielektrikum kétfázisú kompozit réteggel végrehajtott elektromágneses elrejtés szimulációs eredménye. A köpenyen belül csekély térbehatolás figyelhető meg, mely további optimalizációt igényel. Ábrázolt mennyiség: H_z .

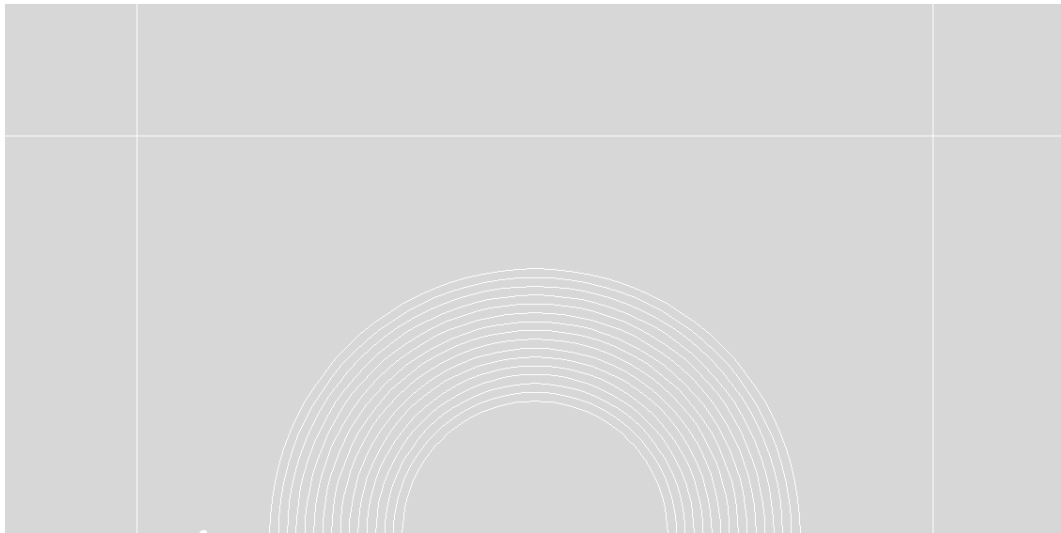


5.7.-es ábra: A legbelső és legkülső réteg újraoptimalizálásával és megfelelő módosításával a reflexiók és a tér behatolása mérsékelhető. A megtervezett elrejtő eszköz az elvárt teljesítménnyel működik a közeli infravörös tartományon. Ábrázolt mennyiség: H_z .

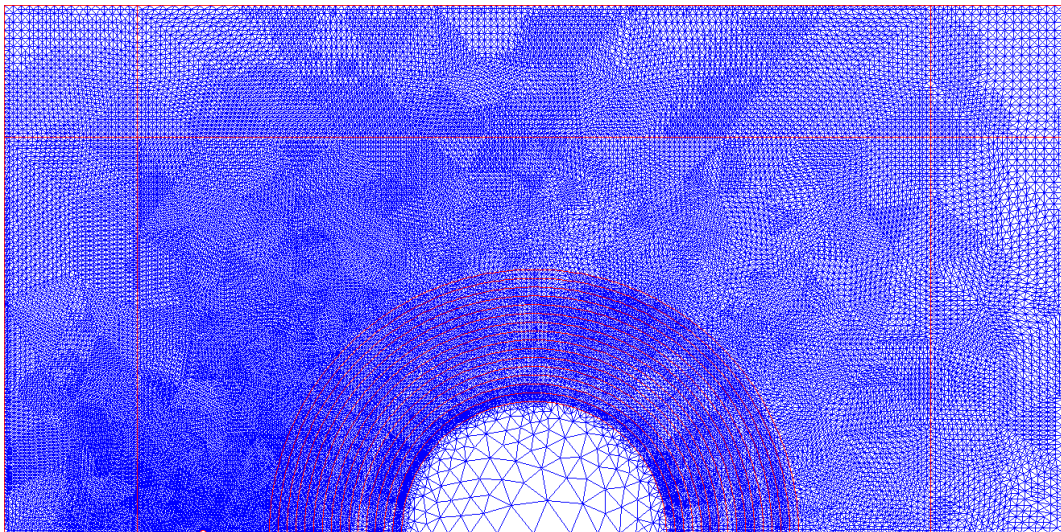


5.8.-as ábra: 3. eset (veszteséggel). A szimulációs ábrán jól látható a veszteség hatása, melyet a komplex permittivitás alkalmazásával lehet figyelembe venni. Ábrázolt mennyiség: H_z .

A szimulációk során alkalmazott modell (5.9.-es ábra) és az adaptívan generált háló (5.10.-es ábra):



5.9.-es ábra: A számítási tartomány méretarányai láthatóak az ábrán. Mivel a köpeny 15 rétegének környékén gyorsan változik a tér, ezért a levegő tartományának csökkentésével a háromszögháló sűrűbb használatát teszem lehetővé a szükséges helyeken.



5.10.-es ábra: Az adaptívan generált háromszögháló. Megfigyelhető, hogy a háló a pontgerjesztés környékén illetve a köpeny rétegei között a legsűrűbb, hiszen ott a leggyorsabb az intenzitásváltozás.

A fejezetben bemutatott optimalizációs eljárás segítségével illeszteni tudtam a szükséges anyagparaméterekhez olyan kompozit paramétereket, melyek realizálhatóak a mai technológiával. Ezzel beláttam, hogy anizotróp kétfázisú fém-dielektrikum kompozitok alkalmazásával elérhető az elrejtés effektusa az infratartományban is.

6 Összegzés, konklúzió

Az OTDK dolgozat megírása során megismerkedtem az elektromágneses elrejtéssel, a transzformációs optikával, a metaanyagok alkalmazásaival. A dolgozat elején összehasonlítottam az irodalomban és a közelmúltban elért kutatási eredményekből származó különböző elrejtési módszereket. A dolgozatban részletesen ismertettem az elektromágneses elrejtés numerikus szimulációjának implementációs lépéseit, és vizsgáltam különféle anyagparaméter halmazok elrejtő hatását. A szimulációk segítségével beláttam, hogy az alkalmazott elrejtő köpeny nem csak síkhullámok terében funkcionál megfelelően, de véges pont- és vonalgerjesztések esetén is. A numerikus térszámító eljárást felhasználva optimalizációk segítségével vizsgáltam az elrejtő eszköz izotróp anyagokkal való realizálhatóságát, de elrejtésre alkalmas paramétereket nem sikerült optimalizálni (teljes elrejtés biztosan nem valósítható meg csak izotróp anyagokkal). Izotróp eset után anizotróp anyaggal való realizálhatósággal foglalkoztam. Kétfázisú fém-dielektrikum kompozitok alkalmazásával olyan effektív anyagparamétereket sikerült optimalizálni (keverési törvények felhasználásával), melyek nagyon jól illeszkednek az elrejtéshez szükséges paraméterekhez, és emellett mai technológiával elméletileg realizálhatóak. Ezzel egy közeli infratartományban működő elektromágneses elrejtő eszköz modelljét alkottam meg kompozitok segítségével, mely tartalmazza a dolgozat elején bemutatott két elrejtési módszer előnyeit. Szimulációk segítségével vizsgáltam a megtervezett elrejtő eszköz hatékonyságát, mely az irodalomban talált eredményekkel összehasonlítva jónak bizonyult.

Bár nagyon sokat fejlődött ez a tudományág az elmúlt években, a dolgozat során látható volt, hogy nagyon sok egyszerűsítéssel és megkötésekkel kellett élnem. Az elektromágneses elrejtés effektusát ma már több módszerrel próbálják megközelíteni, mellyel többek közt a szélesebb sávú elrejtés, a könnyebben realizálható anyagparaméterek és az elrejthető anyagok méretének növelése a cél. Valójában ez egy fiatal, még rengeteg kutatást igénylő tudományág, mellyel minden bizonnyal érdemes foglalkozni.

Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani a tanulmányaim során és a dolgozat elkészítésében nyújtott segítségéért konzulensemnek, Dr. Szabó Zsoltnak, valamint családomnak, hogy támogatják egyetemi tanulmányaimat.

Irodalomjegyzék

- [1] L. Solymár and E. Shamonina – *Waves in Metamaterials* – Oxford University Press, 2009.
- [2] B. A. Munk – *Metamaterials: A Critique and Alternatives* – Wiley, 2009.
- [3] U. Leonhardt – *Optical Conformal Mapping* – Science, vol. 312, pp. 1777-1780, 2006.
- [4] J. B. Pendry, D. Schurig and D. R. Smith – *Controlling Electromagnetic Fields* – Science, vol. 312, pp. 1780-1782, 2006.
- [5] P. Zhang – *Theory of transformation optics and invisibility cloak design* – KTH Electrical Engineering, Stockholm, 2011.
- [6] W. Yan – *Manipulation of Light with Transformation Optics* – KTH Electrical Engineering, Stockholm, 2010.
- [7] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr and D. R. Smith – *Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies* – Science, vol. 314, pp. 977-980, 2006.
- [8] J. Valentine, J. Li, T. Zentgraf, G. Bartal and X. Zhang – *An Optical Cloak Made of Dielectrics* – Nature Materials, vol. 8, pp. 568-571, 2009.
- [9] P. Alitalo and S. A. Tretyakov – *Broadband Electromagnetic Cloaking Realized with Transmission-Line and Waveguiding Structures* – Proceedings of the IEEE, vol. 99, no. 10, pp. 1646-1659, 2011.
- [10] F. Zhou, Y. Bao, W. Cao, C. T. Stuart, J. Gu, W. Zhang and C. Sun – *Hiding a Realistic Object Using a Broadband Terahertz Invisibility Cloak* – Nature Scientific Reports, 1, 78, 2011.
- [11] Koppány Körmöczi, Zsolt Szabó – *Simulation of transformation optics designed metamaterial for electromagnetic cloaking* – Periodica Polytechnica, Budapest, 2012 [Publikálásra elfogadva, megjelenés alatt].
- [12] Koppány Körmöczi, Zsolt Szabó – *Electromagnetic concealment of cylindrical objects exposed to point sources* – Symposium on Applied Electromagnetics, Sopron, 2012.
- [13] W. J. R. Hoefer, P. Gi-Ho and E.-P. Li – *Time Domain Study of Electromagnetic Cloaks for Wideband Invisibility under Transient Illumination* – Microwave Symposium Digest (MTT), 2010 IEEE MTT-S International, Anaheim, Canada, pp. 89-92, 2010.
- [14] Kenneth V. Price, Rainer M. Storn and Jouni A. Lampinen – *Differential Evolution, A Practical Approach to Global Optimization* – Springer, Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- [15] L. Sándor – *Differenciális Evolúciós algoritmus alkalmazása geodéziai hálózatok kiegyenlítésére* – Geomatikai Közlemények XII., 2009.

- [16] A. Trügler – *Optical properties of metallic nanoparticles* – Institut für Physik, Fachbereich Theoretische Physik Karl–Franzens–Universität Graz, Graz, 2011.
- [17] S. Giordano – *Effective medium theory for dispersions of dielectric ellipsoids* – Journal of Electrostatics, vol. 58, pp. 59-76, 2003.
- [18] R. Ruppin – *Evaluation of extended Maxwell-Garnett theories* – Optics Communications, vol. 182, pp. 273-279, 2000
- [19] B. Salski – *The extension of the Maxwell Garnett mixing rule for dielectric composites with nonuniform orientation of ellipsoidal inclusions* – Progress In Electromagnetics Research Letters, vol. 30, pp. 173-184, 2012.
- [20] M. Y. Koledintseva, R. E. DuBroff, and R. W. Schwartz – *Maxwell Garnett rule for dielectric mixtures with statistically distributed orientations of inclusions* – Progress In Electromagnetics Research, PIER 99, pp. 131-148, 2009.
- [21] C. F. Bohren and D. R. Huffman – *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* – WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2004.
- [22] K. A. Popov and T. P. Kurzweg – *Light Scattering by ellipsoidal particles and Fourier analysis in the frequency domain* – Proc. of SPIE, Vol. 7187, 718719-2, 2009.
- [23] W. Cai, U. K. Chettiar, A. V. Kildishev and V. M. Shalaev – *Optical Cloaking with Non-Magnetic Metamaterials* – School of Electrical and Computer Engineering and Birck Nanotechnology Center, Purdue University, West Lafayette, Indiana 47907, USA.

Könyvek

L. Solymár and E. Shamonina – *Waves in Metamaterials* – Oxford University Press, 2009.

C. F. Bohren and D. R. Huffman – *Absorption and Scattering of Light by Small Particles* – WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2004.

B. A. Munk – *Metamaterials: A Critique and Alternatives* – Wiley, 2009.

Kenneth V. Price, Rainer M. Storn and Jouni A. Lampinen – *Differential Evolution, A Practical Approach to Global Optimization* – Springer, Verlag Berlin Heidelberg, 2005.

Cikkek, folyóiratok, konferencia-kiadványok

Koppány Körmöczi, Zsolt Szabó – *Simulation of transformation optics designed metamaterial for electromagnetic cloaking* – Periodica Polytechnica, Budapest, 2012 [Publikálásra elfogadva, megjelenés alatt].

Koppány Körmöczi, Zsolt Szabó – *Electromagnetic concealment of cylindrical objects exposed to point sources* – Symposium on Applied Electromagnetics, Sopron, 2012.

R. Ruppín – *Evaluation of extended Maxwell-Garnett theories* – Optics Communications, vol. 182, pp. 273-279, 2000

S. Giordano – *Effective medium theory for dispersions of dielectric ellipsoids* – Journal of Electrostatics, vol. 58, pp. 59-76, 2003.

B. Salski – *The extension of the Maxwell Garnett mixing rule for dielectric composites with nonuniform orientation of ellipsoidal inclusions* – Progress In Electromagnetics Research Letters, vol. 30, pp. 173-184, 2012.

M. Y. Koledintseva, R. E. DuBroff, and R. W. Schwartz – *Maxwell Garnett rule for dielectric mixtures with statistically distributed orientations of inclusions* – Progress In Electromagnetics Research, PIER 99, pp. 131-148, 2009.

K. A. Popov and T. P. Kurzweg – *Light Scattering by ellipsoidal particles and Fourier analysis in the frequency domain* – Proc. of SPIE, Vol. 7187, 718719-2, 2009.

W. Cai, U. K. Chettiar, A. V. Kildishev and V. M. Shalaev – *Optical Cloaking with Non-Magnetic Metamaterials* – School of Electrical and Computer Engineering and Birk Nanotechnology Center, Purdue University, West Lafayette, Indiana 47907, USA.

U. Leonhardt – *Optical Conformal Mapping* – Science, vol. 312, pp. 1777-1780, 2006.

J. B. Pendry, D. Schurig and D. R. Smith – *Controlling Electromagnetic Fields* – Science, vol. 312, pp. 1780-1782, 2006.

D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr and D. R. Smith – *Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies* – Science, vol. 314, pp. 977-980, 2006.

P. Alitalo and S. A. Tretyakov – *Broadband Electromagnetic Cloaking Realized with Transmission-Line and Waveguiding Structures* – Proceedings of the IEEE, vol. 99, no. 10, pp. 1646-1659, 2011.

F. Zhou, Y. Bao, W. Cao, C. T. Stuart, J. Gu, W. Zhang and C. Sun – *Hiding a Realistic Object Using a Broadband Terahertz Invisibility Cloak* – Nature Scientific Reports, 1, 78, 2011.

J. Valentine, J. Li, T. Zentgraf, G. Bartal and X. Zhang – *An Optical Cloak Made of Dielectrics* – Nature Materials, vol. 8, pp. 568-571, 2009.

W. J. R. Hoefer, P. Gi-Ho and E.-P. Li – *Time Domain Study of Electromagnetic Cloaks for Wideband Invisibility under Transient Illumination* – Microwave Symposium Digest (MTT), 2010 IEEE MTT-S International, Anaheim, Canada, pp. 89-92, 2010.

L. Sándor – *Differenciális Evolúciós algoritmus alkalmazása geodéziai hálózatok kiegyenlítésére* – Geomatikai Közlemények XII., 2009.

Disszertációk

A. Trügler – *Optical properties of metallic nanoparticles* – Institut für Physik, Fachbereich Theoretische Physik Karl–Franzens–Universität Graz, Graz, 2011.

P. Zhang – *Theory of transformation optics and invisibility cloak design* – KTH Electrical Engineering, Stockholm, 2011.

W. Yan – *Manipulation of Light with Transformation Optics* – KTH Electrical Engineering, Stockholm, 2010.

Ábrák

Bevezetőben található ábra	[4]-es referencia.
1.1.-es ábra:	[6]-os referencia.
1.2.-es és 1.3.-as ábrák:	[7]-es referencia.
1.4.-es és 1.5.-ös ábrák:	[8]-as referencia.
3.1.-es ábra:	[15]-ös referencia.
3.2.-es ábra:	[14]-es referencia.