

TDK-dolgozat

Készítette:

Bakosi Balázs

Szűcs Ákos

Debreceni Egyetem
Informatikai Kar



**A piaci hatékonyság és egyéb piaci tulajdonságok
vizsgálata**

Bakosi Balázs

Gazdaságinformatikus M.Sc.

I. évfolyam

Szűcs Ákos

Gazdaságinformatikus M.Sc.

I. évfolyam

Témavezető:

Dr. Gáll József

egyetemi docens

DE-KTK

Pénzügy és Kontrolling Tanszék

Debrecen

2012

Tartalomjegyzék

Absztrakt	4
1. Bevezetés	5
2. Elméleti áttekintés.....	8
2.1 Segment Neighbourhood töréspontkereső algoritmus	8
2.2 ADF (Augmented Dickey-Fuller) teszt	9
2.3 Variancia Hányados tesztek	11
3. Adatok és módszertan	16
4. Töréspontok meghatározása	18
5. Autokorrelációra vonatkozó vizsgálatok.....	22
5.1 Autokorrelációs függvény	22
5.2 Ljung-Box tesztek.....	24
6. Egységgyök teszt – Augmented Dickey-Fuller teszt	27
7. Variancia Hányados (VR) tesztek.....	31
7.1 Lo- és MacKinlay-féle Variancia Hányados teszt.....	31
7.2 Wright-féle nem-paraméteres VR teszt	35
7.3 Egy lehetséges magyarázat a Zwack részvény viselkedésére	37
8. Csúsztatott ablakos vizsgálatok	39
9. Összegzés	43
Irodalomjegyzék	48
Saját munka leírása	52
Függelék	53

Absztrakt

A dolgozat célja a piaci hatékonyság gyenge formájának tesztelése az R programozási nyelv segítségével és egy pontos illetve megalapozott informatikai eszközrendszer kialakítása, amely tartalmazza a hatékonyság gyenge formájának vizsgálatára használt főbb statisztikai eszközöket. A vizsgálatok tárgyát magyar és amerikai értékpapírok adják a 2006 januárjától 2010 decemberéig terjedő időszakban. A dolgozat megírásának motivációját az adta, hogy ez a klasszikus probléma újra középpontba került a legutóbbi pénzügyi válság után, és sok tudós, illetve szakértő ismét kritizálta a hatékony piacok elméletének helytállóságát.

Első lépésben 3 különböző jellegű időszakra (2 ún. „nyugodt” a válság előtt és utáni, és 1 „hektikus”) bontottuk az idősort a Segment Neighbourhood algoritmussal. A hangsúlyt a nyugodtnak tekinthető időszakokra helyeztük, ekkor 23 db részvényt vizsgáltunk meg. Továbbá a 2008-as pénzügyi világválsághoz kötődő hektikus időszakban pedig csak a Microsoft és OTP részvényeket elemeztük ki.

A vizsgálatok során a véletlen bolyongás feltételeit teszteltük autokorrelációs függvényvel, Ljung-Box teszttel, Augmented Dickey-Fuller teszttel és Variancia Hányados tesztekkel. Megjegyezzük, hogy néhány klasszikusnak számító tesztet végeztünk el, hogy a kutatásunk a korábbi eredményekkel összehasonlítható legyen. A végső megállapításunk az volt, hogy az idő nagy részében (normál időszakok) a piaci hatékonyság igazolható a tesztek segítségével, bár néhány kivétel előfordul főleg a hektikus időszakban, amikor is elutasíthatjuk a piaci hatékonyság hipotézisét. Ennek bemutatására saját, R-ben írt csúsztatott ablakos módszert alkalmaztunk for ciklusok segítségével. Továbbá egy értékpapír példáján bemutatásra kerül, hogy annak ellenére, hogy e tesztek alapján elutasítjuk a véletlen bolyongást, attól lehet még a piac hatékony. Végül egy táblázatban foglaltuk össze a fő következtetéseinket.

Kulcsszavak: piaci hatékonyság gyenge formája, véletlen bolyongás, R programcsomag, töréspont, autokorreláció, egységgyök teszt (ADF), Variancia Hányados tesztek.

1. Bevezetés

A hatékony piacok elmélete (*Fama, 1970*) a modern pénzügy egyik sarkalatos pontja. Minden befektető számára központi kérdés az árfolyamok előrejelezhetősége, mert ha a múltbeli árváltozások alapján meg tudják jósolni a jövőbeli árváltozásokat, akkor könnyen jelentős profitra tehetnek szert. Fama elmélete szerint ez nem lehetséges, mert amint a befektetők megpróbálnak a múltbeli árakban megbújó információ alapján előnyhöz jutni, az árfolyamok rögtön meg is változnak, egészen addig, ahol már nem lehet a múltbeli áralakulás elemzéséből extraprofithoz jutni. Tehát a múltbeli árakban található összes információ már a mai napi részvényárfolyamban tükröződik, nem csak a holnapiban. Az árak alakulásában nincsenek szabályos alakzatok, az egyik időszak árváltozásai pedig függetlenek a következő időszakbeli árváltozásoktól. Más szóval a részvényárfolyam véletlen bolyongást követ.

A piaci hatékonyságnak három szintjét különböztetjük meg, attól függően, hogy mennyi információ tükröződik a részvények árfolyamaiban. Gyenge formának hívjuk azt, amikor az árfolyamok tartalmazzák a múltbeli árakban lévő összes információt. Ha a piacok gyengén hatékonyak, akkor nem lehet tartósan extraprofitot elérni a múltbeli hozamok tanulmányozása révén (*Brealey-Myers, 2011*). Emellett beszélünk még közepes formáról, melynél azt feltételezzük, hogy az összes nyilvánosan elérhető, illetve erős formáról, melynél az összes nyilvános és bennfentes információt is tükrözik az árfolyamok.

A modern pénzügyi szakirodalomban újra vita alakult ki a piaci hatékonyság helytállóságával kapcsolatban, főként a 2008-as gazdasági világválság kapcsán. Több kritika is érte a gyenge formát. Egyes elemzők az állítják, hogy ez bizonyos piacokon nem teljesül. Fama 2010-ben a *The New Yorker*-nek adott interjújában azonban továbbra is kiállt tézise mellett: „-So you still think that the market is highly efficient at the overall level too? -Yes. And if it isn't, it's going to be impossible to tell.”.

A hatékony piacok gyenge formájának matematikai háttere a véletlen bolyongás. Legfőbb célunk a dolgozatban az volt, hogy megvizsgáljuk ennek feltételeit és összegyűjtsünk, illetve optimalizáljunk egy olyan informatikai eszközrendszert, amellyel a piacok ezen tulajdonsága vizsgálható. Erre a statisztikai célokra általánosan használt, úgynevezett R programcsomagot (*R Core Team, 2012*) használtuk. A főprogramba beépített

metódusokon kívül, további függvényeket és eljárásokat vehetnek igénybe a felhasználók kiegészítő csomagok formájában. A dolgozatban ezeket gyűjtöttük össze és egészítettük ki, hogy egy pontos és megalapozott eszközrendszerrel vizsgálhassuk a piaci hatékonyság gyenge formáját, illetve következtéseket vonjunk le erre vonatkozóan.

A véletlen bolyongás feltételi többek között a *hozamok* normális eloszlása, homoszkedaszticitása, stacionaritása és autokorrelálatlansága. Az első két tulajdonsággal már korábbi munkáinkban foglalkoztunk, így az ott kapott eredményeket felhasználva folytattuk elemzéseinket. A részvényhozamok eloszlásáról *Szűcs Ákos (2011)*, a homoszkedaszticitásról pedig *Bakosi Balázs (2011)* értekezett szakdolgozatában.

A 2008-as világválság óta többen is foglalkoznak a hatékonyság gyenge formájával. *Hamid és társai (2010)* valamint *Patel és társai (2012)* munkájukban az ázsiai régió egyes piacain elvetette a hatékonyság gyenge formáját. *Enowbi és társai (2009)* több afrikai országot tesztelve cáfolta meg a gyenge formát. *Borges (2008)* pedig az európai piacok esetében nem tudott egyértelmű következtetést levonni. Ezen vizsgálatok közös tulajdonsága, hogy hosszú (~10 év) időszakokat vizsgáltak. Az így levont következtetéseket azonban nem tartjuk mindenesetben helyénvalónak, mivel a különböző pénzügyi számítások és becslések során leggyakrabban egy év vagy annál kisebb időszakot szokás vizsgálni.

Kim és társai (2010) a fenti állítás miatt bizonyos tesztek kismintás tulajdonságait javították, és a hosszabb idősorokat csúsztatott ablakos vizsgálatokkal elemezték. Ezt a módszert mi is alkalmaztuk dolgozatunkban.

Fontos megemlítenünk, hogy a szakirodalomban fellelhető vizsgálatok főként részvénytőzsdéi indexekkel dolgoznak. Úgy gondoljuk, hogy így nem lehet pontos következtetéseket levonni, mivel az értéktőzsdén szereplő részvényeknek külön-külön is teljesítenie kell a hatékonyság feltételeit. Így a dolgozatban 8 db a magyar értéktőzsdén jegyzett részvényre végeztük el vizsgálatainkat, mintegy referenciaként pedig 15 db amerikai részvény viselkedését vizsgáltuk meg 2006 januárjától 2010 decemberéig.

Mivel a szakirodalomban arra jutottak, hogy a gazdasági válságok, kormányzati bejelentések, politikai krízisek befolyásolják a hatékonyságot (*Kim et al., 2010*), ezért első

lépésben az árfolyamok struktúrájában lévő töréseket kerestük a Segment Neighbourhood (*Auger et al., 1989*) algoritmussal, hogy az eltérő jellegű időszakokat külön kezelhessük.

Vizsgálataink során mindenegyres részvény esetében az autokorreláció jelenlétét autokorrelációs függvénnyel, pontdiagrammal és Ljung-Box teszttel elemeztük. A stacionerséget az egységgyök tesztek közül az Augmented Dickey-Fuller teszttel figyeltük meg. Ezek mellett felhasználtunk olyan modern hipotézisvizsgálatokat, melyeket kifejezetten a piaci hatékonyság tesztelésére használnak, így a Variancia Hányados (VR) tesztek több fajtáját (Lo és MacKinlay, Wright, Choi) hajtottuk végre és elemeztük ki. Ezeket a vizsgálatokat a fent említett kutatásokban is használták a gyenge forma tesztelésére. A legtöbb esetben azonban egy kutatáson belül csak néhányat alkalmaztak, – lásd pl.: *Kim (2010)* csak a Variancia Hányados teszt eredményeiből vont le következtetéseket – így másik célunk az volt, hogy összegezzük a piaci hatékonyságra vonatkozó statisztikai eszközöket és eredményeiket összehasonlítsuk. Számos szerző a véletlen bolyongás elvetése esetén kijelenti, hogy a piaci hatékonyság gyenge formája nem teljesül. A dolgozatban felhívjuk arra a figyelmet, hogy a tesztek negatív eredményei nem feltétlenül jelentik Fama állításának helytelenségét, melyre *Lo és MacKinlay (2001)* is rávilágított könyvükben. Ezt egy részvény példáján keresztül be is mutatjuk.

Vizsgálataink jelentőségét továbbá az adja, hogy a legtöbb pénzügyi modellcsalád feltételezi az említett tulajdonságok valamelyikét. Így kiderülhet, hogy ezek gyakorlati felhasználása valóban helytálló-e.

Ezúton szeretnénk köszönetet mondani témavezetőnknek, Dr. Gáll József egyetemi docensnek, akinek a segítsége nélkül nem jöhetett volna létre ez a dolgozat.

2. Elméleti áttekintés

Ebben a fejezetben a dolgozatban használt statisztikai eszközök közül a töréspontok keresésére használt Segment Neighbourhood metódust és a hatékonyság gyenge formájának vizsgálatára használt Augmented Dickey-Fuller és Variancia Hányados tesztek elméleti hátterét mutatjuk meg. A további, dolgozatban felhasznált, közismertebb statisztikai eszközök – mint például az Autokorrelációs Függvény – *Hamilton (1994) Time Series Analysis* című könyve segítségével könnyen áttekinthetők.

2.1 Segment Neighbourhood töréspontkereső algoritmus

Killick és társai (2011) szerint a töréspont (change point) analízis, úgy tekinthető, mint azoknak a pontoknak a felismerése, ahol az adatsor valamilyen statisztikai tulajdonsága megváltozik. Tekintsünk egy rendezett adatsort, $y = (y_1, \dots, y_n)$. A modellünk rendelkezik a töréspontok számával, mely legyen m , valamint ezen pontok pozíciójával, melyek $\tau = (\tau_1, \dots, \tau_m)$. Ezek a pontok az adatsort $m + 1$ szegmensre bontják fel, ahol az i -edik szegmens tartalmazza a $y_{(\tau_{i-1}+1):\tau_i}$ -t.

Egy általánosan használt megközelítés a többszörös töréspont azonosításra az alábbi kifejezés minimalizálása:

$$\sum_{i=1}^{m+1} [C(y_{(\tau_{i-1}+1):\tau_i})] + \beta f(m),$$

ahol C egy szegmenshez tartozó költségfüggvény és $\beta f(m)$ büntetés a túlillesztés védelme érdekében. Egy ilyen általánosan használt költségfüggvény a $-2\log(\text{likelihood})$. A túlillesztés büntetésére a későbbiekben az Akaike-féle információs kritériumot (*Akaike, 1974*) használtuk.

A töréspontok felismerésére a szakirodalomban több módszer is megtalálható. Mi egy régebbi, számítás igényes, ám megfelelően pontos módszert használtunk. *Auger és Lawrence (1989)* egy egzakt töréspont keresési metódust javasoltak, nevezetesen a Segment Neighbourhood módszert. Ez a megközelítés az egész szegmentációs térben keres, dinamikus programozást felhasználva. Az algoritmus a szegmentációs tér felső határának – azaz a töréspontok maximális számának – beállításával kezdődik, ezt jelöljük Q -val. Ezután a

metódus az összes lehetséges szegmentáció költségfüggvényének kiszámításával folytatódik. Így minden lehetséges, 0 és Q közötti törésponttal rendelkező szegmentációt megvizsgál. A fenti általános megközelítésnek megfelelően a Segment Neighbourhood metódus magában foglal egy tetszőleges büntetési függvényt, melynek alakja: $\beta f(m)$. A metódus részletes keresést folytat, azonban ennek nagy számítási költségei vannak: $O(Qn^2)$.

2.2 ADF (Augmented Dickey-Fuller) teszt

Az Augmented Dickey-Fuller tesztet *Polgárné Hoschek Mónika (2011)* doktori értekezése alapján tekintettük át.

A Dickey-Fuller teszt (DF teszt) az egyik legismertebb egységgyök teszt. A *Dickey és Fuller (1979)* által kifejlesztett hipotézisvizsgálat teszteli, hogy tartalmaz-e az idősor egységgyököt. A véletlen bolyongás modellje egy elsőrendű autoregressziós folyamatként, $AR(1)$ írható fel:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

ahol ε_t fehérzaj ($\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ és $cov(\varepsilon_{t_1}, \varepsilon_{t_2}) = 0$, ha $t_1 \neq t_2$), azaz a késleltetett eredményváltozó együtthatója (abszolút értékben) 1. A várható érték függ t -től, illetve:

$$Var(y_t) = Var(y_{t-1}) + Var(\varepsilon_t),$$

$$Var(y_t) = t Var(\varepsilon_t), \quad t \in \mathbb{N},$$

vagyis ha t a végtelenhez tart, akkor y_t varianciája is. A véletlen bolyongást átalakítva megkapjuk az egységgyök próbák alapmodelljét:

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

ahol $\rho > 0$.

A próbák során H_0 alaphipotézissel azt ellenőrizzük, hogy a vizsgált folyamat nem stacionárius, egységgyök van az idősorban. A H_1 ellenhipotézis szerint a folyamat stacionárius. A vizsgálat során problémák léphetnek fel, így egy módosított próba elvégzése a javasolt, ahol a modell:

$$\Delta y_t = \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

ahol $\lambda = \rho - 1$. Ebben az esetben a hipotézisek felírása is változik: $H_0: \lambda = 0$, vagyis nem stacionárius a folyamat és $H_1: \lambda < 0$, vagyis stacionárius a folyamat. Ha $\lambda > 0$ akkor is létezik stacionárius megoldás, csak az nem kauzális.

Ezt a tesztet akkor lehet azonban csak alkalmazni, ha az idősorunkban sem trend, sem konstans tag nincs. Amennyiben azok is szerepelnek, akkor más modellt kell vizsgálni.

Konstanst tartalmazó idősornál: $\Delta y_t = c + \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t$.

Konstanst és trendet is tartalmazó idősornál: $\Delta y_t = c + \delta t + \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t$.

A különböző modellekhez tartozó hipotézisvizsgálatok próbastatisztikái ismert határeloszlásúak (*Dickey – Fuller 1979*).

A Dickey-Fuller teszt általánosítása az Augmented Dickey-Fuller teszt (ADF), melyet véletlen bolyongásnál bonyolultabb egységgyök folyamatokra is alkalmazhatunk, ahol a véletlen bolyongáson kívül tetszőleges számú tagból álló stacioner tag is van a modellben. Az ADF esetében is három lehetséges modell közül kell választanunk.

Sem konstans, sem trend nincs az idősorban:

$$\Delta y_t = \lambda y_{t-1} + \theta_1 \Delta y_{t-1} + \theta_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \theta_k \Delta y_{t-k} + \varepsilon_t.$$

Konstanst tartalmazó idősornál:

$$\Delta y_t = c + \lambda y_{t-1} + \theta_1 \Delta y_{t-1} + \theta_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \theta_k \Delta y_{t-k} + \varepsilon_t.$$

Konstanst és trendet is tartalmazó idősornál:

$$\Delta y_t = c + \delta t + \lambda y_{t-1} + \theta_1 \Delta y_{t-1} + \theta_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \theta_k \Delta y_{t-k} + \varepsilon_t,$$

ahol az egyenletekben a k a késleltetések (lag) száma, melyet meg kell választani, és $\Delta y_t := y_t - y_{t-1}$, c konstans, δ a trend együtthatója.

Éppen ez a választási kényszer az ADF problémája, s ezért is szoktak más teszteket is alkalmazni, amelyek megerősítik vagy éppen megcáfolják az eredményeinket.

2.3 Variancia Hányados tesztek

A Variancia Hányados teszteket *Jeng-Hong Chen (2008)* valamint *Kim és társai (2010)* munkája alapján tekintettük át.

Lo- és MacKinlay-féle Variancia Hányados teszt

A véletlen bolyongás jelenlétét a *Lo és MacKinlay (1988)* által kifejlesztett Variancia Hányados teszttel is vizsgálhatjuk. A teszt azon a tulajdonságon alapszik, hogy ha az X_t véletlen bolyongást követ, akkor a q -adik differencia varianciájának $1/q$ szorosa (jelölése: $\sigma^2(q)$) és az első differencia szórásnégyzetének a hányadosa eggyel egyenlő. Ezzel azt a tulajdonságot teszteljük, hogy a q -adik differencia szórásnégyzete lineárisan növekszik a megfigyelt időintervallumban. Ez azt jelenti, hogy az $(X_t - X_{t-q})$ varianciája q szorosa az $(X_t - X_{t-1})$ varianciájának. Így a bolyongást feltételező hipotézis vizsgálható azzal, hogy összehasonlítjuk az $(X_t - X_{t-q})$ varianciájának $\frac{1}{q}$ - szorosát az $(X_t - X_{t-1})$ varianciájával.

A Variancia Hányados értékét a következőképpen számolhatjuk:

$$VR(q) = \frac{\sigma^2(q)}{\sigma^2(1)},$$

ahol a $\sigma^2(q)$ az $(X_t - X_{t-q})$ varianciájának $\frac{1}{q}$ - szorosa és $\sigma^2(1)$ az $(X_t - X_{t-1})$ varianciája.

A VR teszt nullhipotézise, hogy a $VR(q)$ érték egyenlő 1-gyel minden q -ra. A $\sigma^2(1)$ és a $\sigma^2(q)$ becslésére Lo és MacKinlay a következő egyenleteket használta:

$$\sigma^2(1) = \frac{1}{nq - 1} \sum_{t=1}^{nq} (X_t - X_{t-1} - \hat{\mu})^2,$$

ahol: $\hat{\mu} = \frac{1}{nq} \sum_{t=1}^{nq} (X_t - X_{t-1}) = \frac{1}{nq} (X_{nq} - X_0)$.

$$\sigma^2(q) = \frac{1}{m} \sum_{t=q}^{nq} (X_t - X_{t-q} - q/\hat{\mu})^2,$$

ahol: $m = q(nq - q + 1)(1 - \frac{q}{nq})$.

Összesen $nq + 1$ megfigyeléssel rendelkezünk. X_{nq} az idősor utolsó megfigyelése és az adatok megfigyelése X_0 -ban kezdődik. A szerzőpáros a $VR(q)$ értékét korrigálva aszimptotikusan standard normális eloszlású tesztet készített, hogy a bolyongás nullhipotézisét tesztelhesük.

Homoszkedaszticitást feltételezve a $Z(q)$ próbastatisztikát a következőképp írhatjuk fel:

$$Z(q) = \frac{(VR(q)-1)}{\sqrt{\theta(q)}} \rightarrow N(0,1),$$

$$\text{ahol: } \theta(q) = \frac{2(2q-1)(q-1)}{3q(nq)}.$$

Heteroszkedaszticitást feltételezve:

$$Z^*(q) = \frac{(VR(q)-1)}{\sqrt{\theta^*(q)}} \rightarrow N(0,1),$$

$$\text{ahol: } \theta^*(q) = \sum_{j=1}^{q-1} \left[\frac{2(q-j)}{q} \right]^2 \check{6}(j) \text{ és } \check{6}(j) = \frac{\sum_{t=j+1}^{nq} (X_t - X_{t-1} - \hat{\mu})^2 (X_{t-j} - X_{t-j-1} - \hat{\mu})^2}{\left[\sum_{t=1}^{nq} (X_t - X_{t-1} - \hat{\mu})^2 \right]^2}.$$

Wright-féle Variancia Hányados teszt

Wright (2000) javaslata szerint a differenciák helyén a differenciák „előjelét” és „rangját” érdemes használni a Lo és MacKinlay által javasolt tesztben. Wright bizonyította, hogy ez a nem-paraméteres Variancia Hányados teszt, ami a rangokon ($R1$ és $R2$) és az előjeleken ($S1$) alapul, a következő esetekben jobb tulajdonsággal rendelkezik, mint a Lo és MacKinlay által javasolt teszt:

- Használata sokkal megfelelőbb akkor, ha a hozamok eloszlása nem normális.
- Az elemzőnek nem kell törődnie a méret torzító hatásával (relatív kis minta esetén), mivel ez a teszt pontos mintaeloszlással rendelkezik, így nem kell aszimptotikus eloszlású közelítést használni.
- Sokkal hatásosabb, mint a hagyományos VR-teszt autokorrelációt mutató modellek esetén.

Rang-alapú Variancia Hányados teszt:

Feltételezzük, hogy Y_t az értékpapír hozamainak idősora, ahol T a megfigyelések száma. Tehát $Y_t = X_t - X_{t-1}$. Legyen továbbá $r(Y_t)$ az Y_t rangja az $Y_1, Y_2, \dots, Y_T$ idősoron.

$$r_{1t} = \frac{r(Y_t) - \frac{T+1}{2}}{\sqrt{\frac{(T-1)(T+1)}{12}}}$$

$$r_{2t} = \Phi^{-1}\left(\frac{r(Y_t)}{T+1}\right),$$

ahol Φ a standard normális eloszlás eloszlásfüggvénye (Φ^{-1} a standard normális eloszlás eloszlásfüggvényének az inverze).

Az r_{1t} sorozat a rangok lineáris transzformációja, úgy hogy a rangokat standardizálja, azaz mintaátlag 0 és mintából számolt varianciája 1. Az r_{2t} – mely van der Waerden ponszámként ismert – sorozat mintaátlag 0 és mintából számolt varianciája megközelítőleg egyenlő 1-gyel. Wrigth a Lo-MacKinlay Variancia Hányados tesztben ($X_t - X_{t-q}$) hozamokat az r_{1t} , r_{2t} értékekre cserélte a $Z(q)$ -t leíró egyenletben. A rang alapú variancia hányados teszt R_1 és R_2 tesztstatisztikáját a következőképp definiáljuk, ahol k a késleltetések száma:

$$R_1(k) = \left(\frac{\frac{1}{Tk} \sum_{t=k}^T (r_{1t} + r_{1t-1} + \dots + r_{1t-k+1})^2}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{1t}^2} - 1 \right) \times \left(\frac{2(2k-1)}{k-1} \right)^{-1/2},$$

$$R_2(k) = \left(\frac{\frac{1}{Tk} \sum_{t=k}^T (r_{2t} + r_{2t-1} + \dots + r_{2t-k+1})^2}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{2t}^2} - 1 \right) \times \left(\frac{2(2k-1)}{k-1} \right)^{-1/2}.$$

Fontos, hogy $\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{1t}^2) = 1$, így ez a kifejezés elhagyható az R_1 -t definiáló egyenletből, ahol $\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{2t}^2) \approx 1$.

Előjel-alapú Variancia Hányados teszt:

Bármely Y_t idősorhoz legyen $u(Y_t, q) = 1(Y_t > q) - 0,5$. Tehát $u(Y_t, 0)$ egyenlő $1/2$ -del, ha Y_t pozitív és $-1/2$ -del egyébként. Legyen $s_t = 2u(Y_t, 0)$. Egyértelmű, hogy s_t egy független és azonos eloszlású sor 0 átlaggal és 1 varianciával. Mindegyik s_t egyenlő 1 -gyel $1/2$ valószínűséggel és egyenlő -1 -gyel $1/2$ valószínűséggel. Az előjel-alapú Variancia Hányados teszt S_1 tesztstatisztikáját a következőképpen határozzuk meg, ahol k a késleltetések száma:

$$S_1 = \left(\frac{\frac{1}{Tk} \sum_{t=k}^T (s_t + s_{t-1} + \dots + s_{t-k+1})^2}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T s_t^2} - 1 \right) \times \left(\frac{2(2k-1)}{k-1} \right)^{-1/2} \frac{1}{3kT}.$$

Wright (2000) rámutatott, hogy az S_2 teszt kevésbé hatékony, ezért ennek bemutatásával nem foglalkozunk.

Míg az R_1 , R_2 és S_1 próbastatisztikák homoszkedasztikus esetben pontos eloszlással rendelkeznek, addig heteroszkedasztikus esetben ez nem teljesül, ugyanakkor a pontos mintaeloszlás Monte Carlo szimulációval jól közelíthető. *Wright (2000)* bebizonyította, hogy ezek a próbastatisztikák szinte mindig hatékonyabbak, mint a hagyományos VR tesztek.

Kim által módosított Choi-féle Automatikus Variancia Hányados Teszt

Choi (1999) egy teljesen adatfüggő becslési módszert javasolt a differenciálások (k) optimális számának $(\hat{k})$ meghatározásához. A Variancia Hányadost felírhatjuk a következőképpen is:

$$VR(k) = 1 + \sum_{j=1}^{k-1} \left(1 - \frac{j}{k}\right) \rho_j,$$

ahol ρ_j a j -edik késleltetéshez tartozó hozamok autokorrelációja.

A VR teszt $VR(k) = 1$ nullhipotézis átírható a $p_j = 0$ (minden k esetén) alakra. Ezen hipotézis fennállása esetén Choi megmutatta, hogy minden j esetén:

$$AVR(\hat{k}) = \sqrt{\frac{T}{\hat{k}}} [VR(\hat{k}) - 1] / \sqrt{2} \xrightarrow{d} N(0,1),$$

azon feltevés mellett, hogy a részvényhozamok független és azonos eloszlásúak. Ha a hozamok feltételes heteroszkedaszticitás tulajdonsággal rendelkeznek, akkor *Kim (2009)* az $AVR(\hat{k})$ statisztika wild bootstrap-pelését javasolta a kismintás tulajdonságok javítása érdekében. Legyen Y_t a részvényhozam a t . időpontban. A wild bootstrap a következő 3 lépéssel végezhető el:

1. Vegyük a T időszak egy bootstrap mintáját, ezt formálisan a következőképpen adhatjuk meg: $Y_t^* = \eta_t Y_t$ ($t = 1, \dots, T$) ahol η_t egy véletlen sorozat $E(\eta_t) = 0$ és $E(\eta_t^2) = 1$;
2. Határozzuk meg $AVR^*(\hat{k}^*)$ értékét, az AVR statisztikát kiszámoljuk a $\{Y_t^*\}_{t=1}^T$ -ra
3. Az első és a második lépést ismételjük B -szer, hogy bootstrap eloszlást kapjunk: $\{AVR^*(\hat{k}^*; j)\}_{j=1}^B$;

A VR -hez tartozó $100 - (1 - 2 * \alpha)$ konfidencia intervallumot a következőképpen kapjuk:

$$\{AVR^*(\alpha), AVR^*(1 - \alpha)\},$$

ahol $AVR^*(\alpha)$ jelenti az $\{AVR^*(\hat{k}^*; j)\}_{j=1}^B$ α -adik percentilisét. Mivel az utóbbi megközelíti az AVR statisztika mintaeloszlását a nullhipotézis mellett, elvetjük a véletlen bolyongás hipotézisét 2α szignifikanciaszint mellett, ha a statisztika kívül esik az intervallumon.

3. Adatok és módszertan

A vizsgálat alapját a **2006.01.01** és **2010.12.31** közötti időszak **napi záró** árfolyamai képezik.

A magyar tőzsdéről 8 ismertebb értékpapírt választottunk. A választott részvények közül az Egis, az Fhb, a MOL, az Mtelekom, az OTP és a Richter értékpapírok jelenleg a BUX indexben szerepelnek, míg a Danubius és Zwack nem képezik ezen értékpiacon index részét. Az amerikai részvényeket a Dow Jones index fő iparági szektoraiból válogattuk. Ezek a következők: Aegon, American Express, Apple, AT&T, Bhp, Cisco, Ebay, GE, Google, JPMorgan, McDonalds, Microsoft, Rio, TEVA és UTX. Így kis illetve nagy piacot is megfigyelhettünk. Az eredményeket a Microsoft és az OTP részvényen mutatjuk be, illetve néhány esetben az eltérő jellegű részvényeket is kiemeljük. A következtetéseket azonban az összes részvény eredményeire alapozva vontuk le.

A napi záró árfolyamokat a Portfolio.hu illetve a Yahoo!Finance oldaláról 2012.09.26-án töltöttük le.

A tanulmány során az R nevű nyílt forráskódú szoftvert (*R Core Team, 2012*) használtuk. A statisztikai elemzésekhez és a grafikai ábrázoláshoz a scripteket az R saját programnyelvén írtuk meg. A programhoz tartozó, különféle csomagokat is felhasználtunk, melyekre minden fejezet elején külön felhívjuk a figyelmet. A kódokat, a programban használt változók nevét, valamint a kapott outputokat a dolgozatban Courier New betűtípussal különítjük el a folyószövegtől.

A hipotézisvizsgálatok során minden esetben **95%-os konfidencia intervallum** mellett hozunk döntést.

Az adatok beolvasása és kezelése előtt előfeldolgozást végeztünk, hogy az adatsorokat egyező formátumra hozzuk. Erre a Portfolio.hu illetve a Yahoo!Finance által használt eltérő forrásformátumok miatt volt szükség.

A kereskedési napokat és a hozzájuk tartozó záróárfolyamokat tartalmazó, egységes formátumú .csv fájlok beolvasása R-ben a következőképpen történt:

```
arfolyam=readSeries("elérési út/árfolyam.csv", header=TRUE,  
                    format="%Y-%m-%d", sep="; ")
```

- `format="%Y-%m-%d"` paraméterrel az adatforrás dátumformátumát („Év-hónap-nap”) állíthatjuk be.
- `sep=" ; "` paraméter az elválasztó karaktert jelöli.

A továbbiakban **loghozamokkal** dolgozunk, melyen a folytonos kamatozás melletti hozamokat értjük:

$$r(t) = \ln\left(\frac{X_t}{X_{t-1}}\right) = \ln(X_t) - \ln(X_{t-1})$$

Mely R-ben a következő módon számoltunk ki:

```
loghozam <- diff(log(arfolyam))
```

4. Töréspontok meghatározása

A hatékonyságra vonatkozó statisztikai vizsgálatokat megelőzően az értékpapírok viselkedésében lévő változásokat kerestük, hogy az eltérő viselkedésű időszakokat külön tudjuk kezelni és ne kapjunk félrevezető képet a későbbi vizsgálatok során az időszakok eltérő jellege miatt. Célunk az volt, hogy az esetleges hektikus időszakokat kiszűrjük, hogy a további vizsgálatok ne vezessenek félrevezető eredményekre.

A loghozamok varianciájában lévő töréspontokat a szakirodalomban fellelhető algoritmusok egyikével, a Segment Neighbourhood metódussal kerestük. A részvényárfolyamok volatilitása időben nem állandó, melyet *Bakosi Balázs (2011)* már szakdolgozatában is igazolt. Léteznek időszakok mikor az ingadozás alacsony, tehát a variancia kicsi, de előfordul mikor ez nagy mértékben megnő. Előzetes sejtésünk szerint a 2008-as válság ideje alatt a loghozamok viselkedésében változás következett be. A sejtésünket a felhasznált algoritmussal kívántuk igazolni, valamint ezen hektikus időszak elejét és végét minél pontosabban meghatározni.

Az R programban az idősorban fellelhető töréspontokat a `changepoint` csomag (*Killick et al., 2012*) segítségével vizsgálhatjuk. A csomagban több ún. `changepoint` algoritmust programoztak le. Ezek közül a dolgozat 2. fejezetében már bemutatott Segment Neighbourhood algoritmust futtattuk le az összes vizsgált értékpapír loghozamainak idősorára:

```
cpt.var(loghozam[1:length(loghozam)],penalty="AIC",Q=5,
method="SegNeigh", dist="CSS")
```

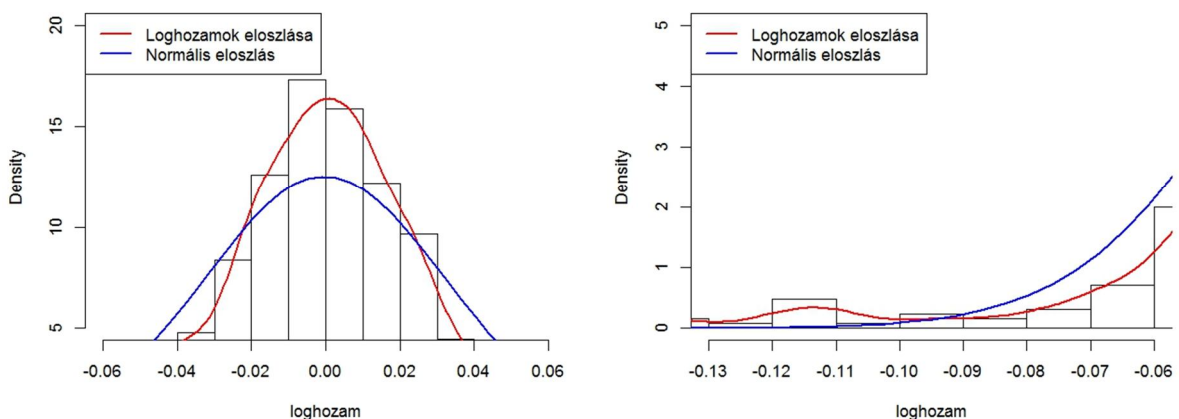
A `cpt.var` függvényt a következőképpen paramétereztük:

- A `penalty` érték megadásával állítottuk be, hogy milyen mutatót használva büntessük a modell túlillesztését. A vizsgálat során erre az Akaike-féle információs kritériumot, (*Akaike, 1974*) az *AIC*-t használtuk. A mutatót a következőképpen számoljuk:

$$AIC(p) = n * \log\left(\frac{RSS}{n-p}\right) + 2 * p.$$

A képletekben az n a minta nagysága, RSS a reziduális négyzetösszeg, p a becsült paraméterek száma. Két modell közül az tekinthető jobbnak, amelyiknél kisebb az AIC érték.

- A Q paraméter a szegmentumok maximálás számát (töréspont+1) adja meg. Ezt 5-re állítottuk, mivel a célunk a 2008-as világválság elkülönítése és az esetleges nagyobb törések megtalálása volt.
- Az alapértelmezett költségfüggvény: $-2\log(\text{likelihood})$.
- A `dist` paraméter segítségével adhatjuk meg az idősor feltételezett eloszlását. Két érték közül választhatunk. Ha normális eloszlást feltételezünk, akkor a `normal` értéket kell megadni, egyébként a kumulált négyzetösszeg tesztstatisztikát (CSS) (*Inclan et al., 1994*) használhatjuk alternatívaként. Megjegyezzük, hogy ekkor a büntetés logaritmizálására kerül, a normálissal történő összehasonlíthatóság érdekében.



4.1. ábra. Metszet az OTP napi loghozamának eloszlásából (2006.01.01.-2010.12.31.).

Az empirikus megfigyelésekből kapott adatok eloszlása szemmel láthatóan a normális eloszlásnál jóval csúcsosabb, és a vastag szélek jelensége is jól megfigyelhető (lásd az OTP részvény esetében a 4.1. ábrán). A loghozamok ezen tulajdonságát már *Szűcs Ákos (2011)* is igazolta szakdolgozatában. A paraméter értékét ezért „ CSS ”-re állítottuk.

A töréspont algoritmussal kapott eredmények a két kiválasztott részvényre:

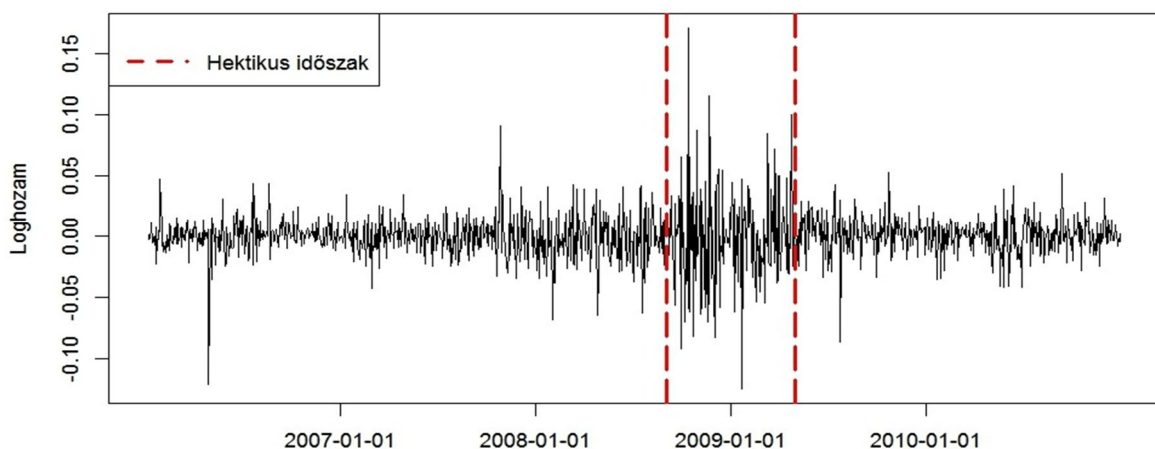
Töréspontok	Microsoft	OTP
1.	2008.09.08	2008.09.03
2.	2009.04.22	2009.05.20
3.	2010.12.29	2010.04.30
4.		2010.06.02
5.		2010.12.30

4.1. táblázat. A Microsoft és OTP részvény loghozamaiban lévő töréspontok.

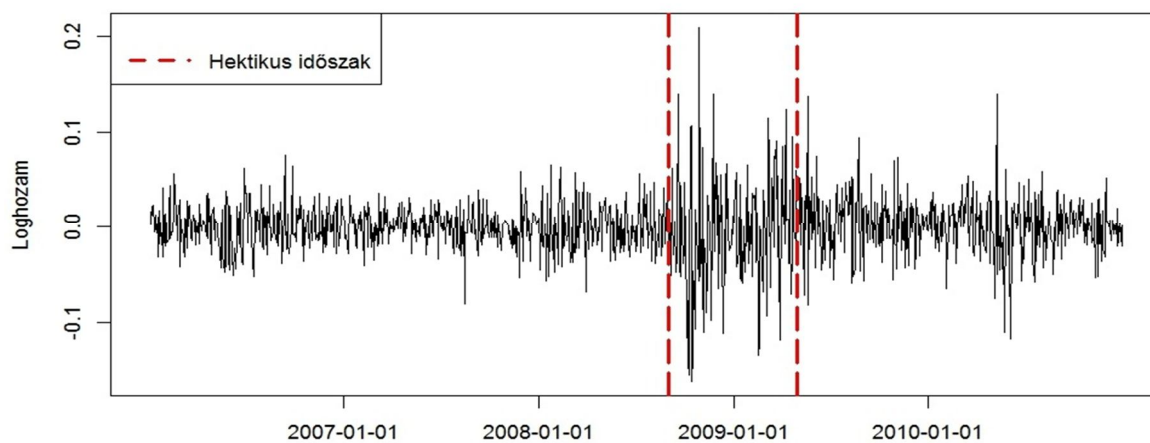
Minthogy a fenti táblázatban is láthatjuk, mindkét papír esetében töréspontokat találtunk a loghozamok varianciájában 2008 szeptemberében és 2009 májusának közelében. Ezen két dátum körüli töréspontot szinte az összes részvény esetében kimutattuk (lásd Függelék 1. táblázat). A kapott eredményekre alapozva egységesen, az összes részvény idősorát 3 időintervallumra bontottuk. Ezek a következők lettek:

1. időszak: 2006.01.01.-2008.08.31. (nyugodt)
2. időszak: 2008.09.01.-2009.04.30. (hektikus)
3. időszak: 2009.05.01.-2010.12.31. (nyugodt)

A 2. időszakban a variancia oly mértékben megnőtt – hektikussá vált az idősor (4.2. és 4.3. ábra) – hogy ezt a további fejezetekben külön kezeljük és a figyelmünket a másik két időszakra helyezzük, ezért a továbbiakban a hektikus időszakban csak az OTP és a Microsoft részvényt vizsgáljuk.



4.2. ábra. A Microsoft részvény loghozamaiban lévő töréspontok (2006.01.01.-2010.12.31.).



4.3. ábra. Az OTP részvény loghozamaiban lévő töréspontok (2006.01.01.-2010.12.31.).

5. Autokorrelációra vonatkozó vizsgálatok

Az autokorreláció megfigyelésére olyan hagyományos statisztikai eszközöket használtunk fel (*Hamilton, 1994*), mint az autokorrelációs függvény és a Ljung-Box teszt. Ezeket az eszközöket több tudományos munkában (*Enowbi et al., 2009*), (*Hamid et al., 2010*), (*Islam, S.M.N., 2007*) felhasználták a hatékony piacok gyenge formájának tesztelésére.

A fejezetben található vizsgálatokat az R `stats` csomagjában (*R Core Team, 2012*) található eszközök segítségével végeztük el.

5.1 Autokorrelációs függvény

Az autokorreláció jelenlétét korrelogramokon mutatjuk be. A korrelogram az autokorrelációs függvény (ACF) ábrázolására szolgál, ami a $\text{corr}(Y_t, Y_{t-k})$ értékét fejezi ki a k függvényében.

A korrelogramokat az `acf` függvény segítségével rajzoltattuk ki:

```
acf(loghozam, plot=TRUE)
```

Az ábrákban kék szaggatott vonallal jelöltük a 95%-os konfidencia intervallum határait. Az alsó és felső kritikus értékeket az alábbi módon számoljuk:

```
qnorm(c(0.025, 0.975)) / sqrt(n)
```

Az autokorrelációs vizsgálat során meg kell határoznunk, hogy melyik legyen az a legnagyobb késleltetésszám (lag), amire elvégezzük a vizsgálatokat. A maximális késleltetésszámot az R program `stats` csomagjában található függvény a minta elemszám alapján számolja ki a következőképpen:

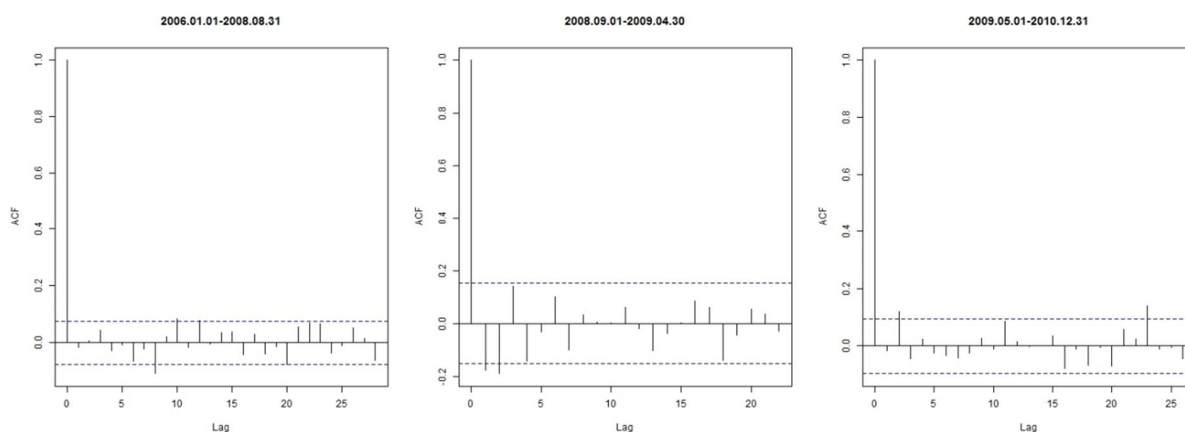
$$\text{lag.max} = 10 \times \log_{10}(n), \text{ ahol } n \text{ a megfigyelések száma.}$$

A 3 időszakban a következő késleltetésekkel dolgoztunk:

Időszak	$10 \times \log_{10}(n)$	Késleltetés
2006. január-2008. szeptember	28,2672	28
2008. szeptember-2009. május	22,2010	22
2009. május-2010. december	26,2118	26

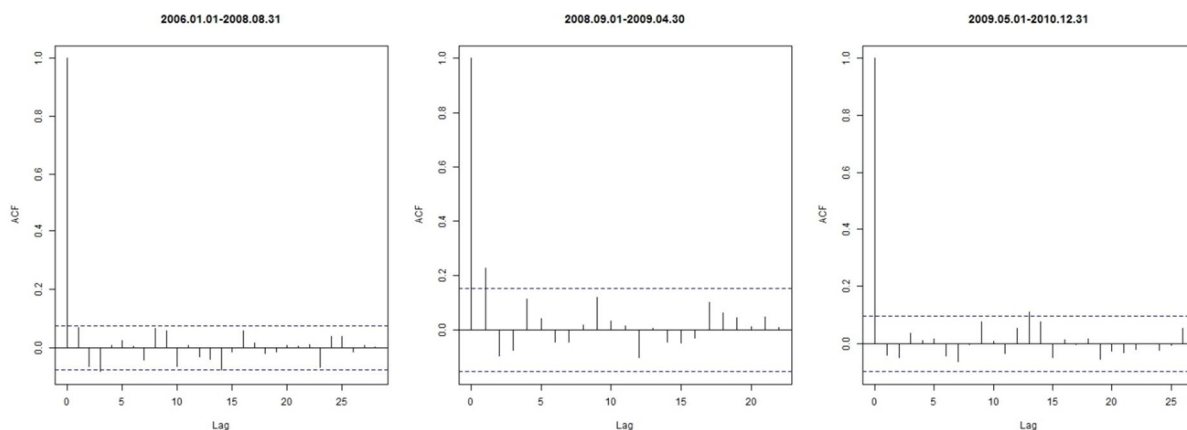
5.1. táblázat. ACF késleltetések meghatározása a különböző időszakokban.

A korrelogramokból (5.1. és 5.2. ábra) látható, hogy 5%-os szignifikanciaszint mellett a Microsoft és az OTP részvények esetén **az első időszakban** nem találtunk szignifikáns autokorrelációt. **A második, hektikus időszakban** a Microsoft részvélynél első és másodrendű negatív, az OTP értékpapír loghozamaiban elsőrendű pozitív autokorreláció van jelen. **A 2009. május elsejétől 2010. december végéig tartó időszakban** az első pár késleltetés esetén ez újra nem jelentős, de megfigyelhető némi pozitív másodrendű autokorreláció. Azonban a Microsoft esetében a 23 lépéses, az OTP-nél a 13 lépéses autokorreláció szignifikánsnak bizonyult. A legtöbb részvény esetében **összességében** (mindegyik időszakban) nem volt jellemző az autokorreláció jelenléte. Ez alól kivételt képez az American Express, Danubius, JP Morgan és Zwack, ahol első rendű negatív autokorrelációt tapasztaltunk. Ennek egy lehetséges okát a Zwack esetében még részletesebben megvizsgáljuk a dolgozat későbbi fejezetében.



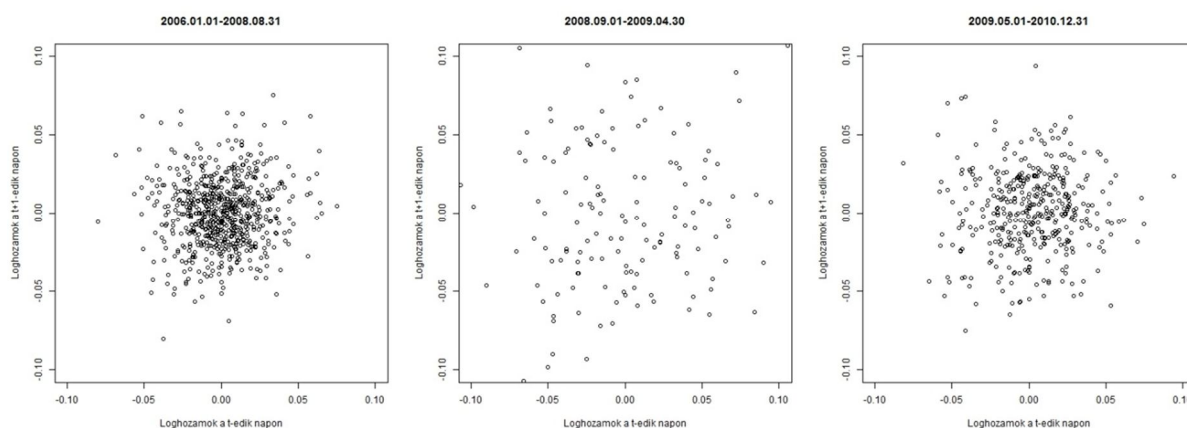
5.1. ábra. A Microsoft részvény korrelogramjai a három időszakra. A kritikus értékek 5%-os szignifikanciaszint mellett lettek ábrázolva¹.

¹ A korrelogramokon a 0-ad rendű autokorreláció is szerepel, ami értelemszerűen 1.



5.2. ábra. Az OTP részvény korrelogramjai a három időszakra. A kritikus értékek 5%-os szignifikanciaszint mellett lettek ábrázolva².

Az elsőrendű autokorrelációt pontdiagramon (5.3. ábra) is megvizsgáltuk. Ha függetlenek az árfolyamváltozások, akkor semmilyen jellegzetességet nem lehet felfedezni az ábrában, továbbá a pontok erős szóródása azt jelzi, hogy nincsen korreláció az egymást követő napok loghozamai között. Az OTP loghozamainak pontdiagramján ezek a tulajdonságok jól leolvashatóak, melyek egyaránt jellemzőek az összes megfigyelt részvényre.



5.3. ábra. Az OTP loghozamainak elsőrendű autokorrelációja pontdiagramon a három időszakban.

5.2 Ljung-Box tesztek

Az autokorrelációt számszerűen is vizsgáltuk a Ljung-Box teszt (*Hamilton, 1994 áttekintése alapján*) segítségével. A Ljung-Box teszt próbastatisztikája:

$$Q = n'(n' + 2) \sum_{k=1}^K \frac{r_k^2}{n' - k},$$

² A korrelogramokon a 0-ad rendű autokorreláció is szerepel, ami értelemszerűen 1.

,ahol K a számított autokorrelációs együtthatók száma, r_k az $\hat{\varepsilon}_t$ maradékok k -ad rendű autokorrelációs együtthatója és $n' = n - d$, vagyis a minta elemszáma mínusz a differenciálások száma.

A tesztstatisztika értékét a K szabadságfokú χ^2 eloszlás kritikus értékével hasonlítjuk össze. A próba során jobb oldali kritikus tartománnyal dolgozunk, ahol a nullhipotézis az, hogy a reziduumok fehér zajok. Így amennyiben a számított Q érték nagyobb a megfelelő szignifikanciaszint mellett számolt kritikus értéknél, akkor elvetjük a nullhipotézist.

R-ben a teszt a következő paranccsal hajtható végre, mely a `FitAR` csomagban (McLeod et al., 2011) található:

```
LjungBoxTest(loghozam, lag.max=7, StartLag=1)
```

A `lag.max` paraméter segítségével állítható be a maximális késleltetésszám. Ennek az értéknek a minta nagyságától nagyságrendileg kisebbnek kell lennie (Burns, 2002). Pontos értékének megadására a szakirodalomban több javaslat is létezik. A dolgozatban ennek a paraméternek az értékét a mintanagyság természetes logaritmusára ($\ln(n)$) állítottuk be:

2006.01.01. - 2008.08.31.: $\ln(671) = 6.50808 \approx 7$,

2008.09.01. - 2009.04.30.: $\ln(166) = 5.112 \approx 5$,

2009.05.01. - 2010.12.31.: $\ln(419) = 6.0379 \approx 6$.

A két kiválasztott részvény esetében a megfelelő késleltetésekre kiszámolt Ljung-Box teszt eredményeket az alábbi két táblázatban foglaltuk össze:

Késleltetés (K)	Q (2006. 01. 01.-2008. 08.31.)	Q (2008. 09.01.- 2009.04.30.)	Q (2009. 05.01.- 2010.12.31.)	Kritikus érték $\chi^2_{0.95}(K)$
1	0.18	5.12*	0.12	3.84
2	0.20	11.16*	6.31*	5.99
3	1.43	14.6*	7.09	7.81
4	1.94	17.99*	7.32	9.49
5	1.99	18.15*	7.60	11.1
6	4.90		8.07	12.6
7	5.20			14.1

5.2. táblázat. Microsoft Ljung-Box teszt eredmények a három időszakban. A kritikus értékek 5%-os szignifikanciaszint mellett vannak meghatározva, „*”: H_0 elvetése

<i>Késleltetés (K)</i>	<i>Q (2006. 01. 01.-2008. 08.31.)</i>	<i>Q (2008. 09.01.- 2009.04.30.)</i>	<i>Q (2009. 05.01.- 2010.12.31.)</i>	<i>Kritikus érték $\chi^2_{0.95}(K)$</i>
1	3.16	8.80*	0.62	3.84
2	6.07*	10.36*	1.52	5.99
3	10.64*	11.33*	2.12	7.81
4	10.69*	13.55*	2.17	9.49
5	11.06	13.84*	2.29	11.1
6	11.08		3.16	12.6
7	12.33			14.1

5.3. táblázat. OTP Ljung-Box teszt eredmények a három időszakban. A kritikus értékek 5%-os szignifikanciaszint mellett vannak meghatározva, „*”: H_0 elvetése

A hektikus időszakban mindkét kiválasztott részvény esetén autokorrelációt jelez a teszt az összes késleltetés esetén, ami már bizonyos késleltetések esetén a korrelogramokon is jól látszott. Az első időszakban a korrelogramokon az OTP részvélynél nem tapasztaltunk autokorrelációt, azonban a Ljung-Box teszt próbastatisztikája néhány helyen nagyobb volt a kritikus értékeknél. A többi részvény esetében sincs jelentős eltérés a Ljung-Box teszt és az autokorrelációs függvény eredményei között.

Hamid és társai (2010) az ázsiai régió részvénytőzsi indexein folytatott vizsgálataik során eltérő eredményre jutottak és minden egyes esetben szignifikáns autokorrelációt találtak az első késleltetésre nézve. Erre hivatkozva megállapították, hogy ezen piacokra nem érvényes a hatékonyság gyenge formája. Ezzel szemben a vizsgálataink tárgyát képező részvények esetén nem tapasztaltunk szignifikáns autokorrelációt 2006.01.01.-2008.08.31. és 2009.05.01.-2010.12.31. között. Így ezekben az időszakokban elfogadhatjuk a hatékonyság gyenge formáját. A hektikus időszakban, 2008.09.01. és 2009.04.30. között a Microsoft és az OTP részvényt vizsgálva autokorrelációt találtunk. Ebből az eredményből azonban nem vonhatunk le általános következtetést, mivel a többi értékpapírt nem vizsgáltuk meg ebben az időszakban.

6. Egységgyök teszt – Augmented Dickey-Fuller teszt

Az árfolyamok véletlen bolyongásának egy másik feltétele, hogy a hozamok idősora stacionárius legyen, azaz ne tartalmazzon egységgyököt. A következő vizsgálatok a hozamok ezen tulajdonságára vonatkoznak, melyet az egységgyök tesztek közül az Augmented Dickey-Fuller teszttel vizsgáltunk meg, amelyet *Hamilton (1994)* munkája alapján tekintettünk át. A szakirodalomban többen is (*Kiss G. D. et al., 2012*), (*Enowbi et al., 2009*) felhasználták az ADF tesztet a hatékonyság gyenge formájának vizsgálatára, mivel annak nullhipotézise, hogy az idősor egységgyököt tartalmaz, azaz időfüggő várható érték és autokovariancia jellemzi, így nem stacionárius, míg alternatív hipotézise, hogy az stacionárius. Fontos megjegyezni, hogy az ADF egy baloldali próba. A teszteléshez használt t -statisztika a nullhipotézis fennállása esetén nem lesz Student-féle t -eloszlású, zárt képlettel nem határozható meg, ezért kritikus értékei is csak szimulációval határozhatóak meg.

Krekó és Vonnák (2003) rámutatott, hogy amennyiben az idősorok strukturális törést tartalmaznak, az egységgyök-tesztek félrevezető képet adhatnak az idősorok integráltsági fokáról, például *Bakshi és Yates (1998)* az angol inflációt illetően arra a következtetésre jutott, hogy a különböző egységgyök-tesztek és a különböző mintaperiódusok vizsgálata ellentétes eredményekre vezetnek. Többek között ezért is volt szükség a töréspontok meghatározására és az így meghatározott időszakok külön vizsgálatára.

Az ADF teszt implementációját több R csomagban is megtalálhatjuk. A dolgozatban található vizsgálatokat R-ben az *urca* (*Pfaff, B., 2008*) csomagban lévő változattal hajtottuk végre, annak pontosabb paraméterezhetősége miatt:

```
ur.df(loghozam, type="drift", lags=19, selectlags="AIC")
```

- a `type` paraméter az ADF teszt típusát jelenti. Azaz azt, hogy milyen legyen a becsült regressziós egyenlet. Az egyenleteket a 2.2 fejezetben már részletesen bemutattunk. A `drift` érték jelöli azt a modellt, amely trendet nem, de konstans tagot tartalmaz. Ezt a tesztegyenletet használjuk, ha az idősor lapos (nincs benne trend) és egy konstans érték körül bolyong. Ilyen tulajdonságokkal rendelkezik a

loghozamok idősora. A dolgozat bevezetésében említett kutatások is ezt az egyenletet használták az ADF vizsgálatok során.

- a `lags` a maximális késletetesszámot jelenti az említett egyenletben. Ennek értékét iterációkkal egy modellszelekciós kritérium által meghatározott értékig csökkentjük. A maximális értéket *Schwert (1989)* javaslata alapján a következőképpen állítottuk be:

$$p_{max} = \left\lceil 12 * \left(\frac{n}{100}\right)^{1/4} \right\rceil, \text{ ahol } n \text{ a minta elemszáma és a } [x] \text{ kifejezés jelöli } x \text{ egész részét. Ezek az értékek az időszakokban rendre 19, 13, 17.}$$

- a `selectlags` a fentebb említett modellszelekciós kritérium beállítására szolgál, ahol az Akaike-féle információs kritériumot (*Akaike, 1974*) használtuk.

A vizsgálatokat lefuttattuk az összes részvény idősorára, ahol a hektikus időszakot ismét kivontuk a vizsgálat alól (6.1. táblázat). A véletlen bolyongás hipotézise szerint, míg az árfolyamok logaritmusa egységgyököt tartalmazhat, addig a loghozamok idősorának stacionáriusnak kell lennie. Első lépésben tehát a logaritmizált árfolyamon hajtottuk végre az ADF tesztet, ahol a nullhipotézis teljesülését vártuk (ezt a 6.1. táblázatban „*”-gal jelöltük). A 6.1. táblázatból leolvasható, hogy ez a sejtésünk szinte minden részvény esetében beigazolódott 5%-os szignifikanciaszint mellett, ugyanis az ADF t -statisztika értéke nagyobb, mint a mintaelemszámnak megfelelő kritikus érték (-2,86 illetve -2,87). A szignifikanciaszinthez tartozó kritikus értékek *Dickey-Fuller (1981)* Monte Carlo szimulációjából származnak, melyet *Hamilton (1994)* könyvében megtalálhatunk. Második lépésben a logárfolyam differenciáját vettük és újra lefuttattuk a próbát. Az 6.1. táblázatból jól látható, hogy minden esetben elvetjük H_0 -t, mert a próbastatisztikák értéke mindenhol kisebb, mint a kalkulált kritikus értékek. Kimondhatjuk, hogy a 2006.01.01.-2008.08.31. és 2009.05.01.-2010.12.31. közötti időszakban a vizsgált loghozamok stacionerek, nem tartalmaznak egységgyököt.

ADF egységgyök teszt												
	Magyar papírok 2006.01.01.-2008.08.31.						Magyar papírok 2009.05.01.-2010.12.31.					
Részvény neve	ADF	p-érték		ADF 1.diff	p-érték		ADF	p-érték		ADF 1.diff	p-érték	
Danubius	-1.0178	0.309	*	-12.7107	≈0.0000	x	-1.0907	0.276	*	-16.4103	≈0.0000	x
Egis	-0.2252	0.8219	*	-8.0557	≈0.0000	x	-3.3085	0.0010	x	-13.5785	≈0.0000	x
FHB	-0.5494	0.5829	*	-18.6577	≈0.0000	x	-2.1198	0.0347	*	-15.523	≈0.0000	x
MOL	-1.3961	0.1632	*	-17.6656	≈0.0000	x	-1.6063	0.109	*	-14.4795	≈0.0000	x
Mtelekom	-2.2076	0.0276	*	-19.3576	≈0.0000	x	-0.7206	0.472	*	-12.8118	≈0.0000	x
OTP	-1.6339	0.1028	*	-16.1743	≈0.0000	x	-2.3558	0.0190	*	-15.0524	≈0.0000	x
Richter	-1.5564	0.1201	*	-18.6406	≈0.0000	x	-3.0286	0.0026	x	-7.1876	≈0.0000	x
Zwack	-1.4321	0.1526	*	-8.203	≈0.0000	x	0.7404	0.4597	*	-3.4211	0.0007	x
	Amerikai papírok 2006.01.01.-2008.08.31.						Amerikai papírok 2009.05.01.-2010.12.31					
Aegon	-0.9474	0.3437	*	-8.143	≈0.0000	x	-2.52	0.0121	*	-12.603	≈0.0000	x
American Express	-0.3752	0.7077	*	-11.3464	≈0.0000	x	-2.3691	0.0183	*	-13.3895	≈0.0000	x
Apple	-0.6529	0.514	*	-8.7086	≈0.0000	x	-1.2914	0.197	*	-9.3366	≈0.0000	x
AT&T	-1.8436	0.0657	*	-8.5997	≈0.0000	x	-0.9789	0.328	*	-14.5666	≈0.0000	x
BHP	-1.3041	0.193	*	-17.8541	≈0.0000	x	-1.453	0.147	*	-14.3008	≈0.0000	x
Cisco	-2.1021	0.0359	*	-18.821	≈0.0000	x	-2.3813	0.0177	*	-13.3834	≈0.0000	x
Ebay	-2.2364	0.0257	*	-19.6954	≈0.0000	x	1.7816	0.0756	*	-13.4297	≈0.0000	x
GE	-0.7052	0.4809	*	-7.4291	≈0.0000	x	-1.8915	0.0592	*	-12.5203	≈0.0000	x
Google	-1.7923	0.0736	*	-12.0977	≈0.0000	x	-1.769	0.0777	*	-13.6786	≈0.0000	x
JPMorgan	-2.5321	0.0116	*	-9.1601	≈0.0000	x	-2.3413	0.0197	*	-14.7416	≈0.0000	x
McDonalds	-0.7119	0.4768	*	-19.305	≈0.0000	x	-0.551	0.582	*	-14.8763	≈0.0000	x
Microsoft	-1.8622	0.0630	*	-8.22	≈0.0000	x	-2.5783	0.0103	*	-12.7536	≈0.0000	x
RIO	-1.2332	0.218	*	-17.9277	≈0.0000	x	-1.2864	0.198	*	-13.7147	≈0.0000	x
Teva	-1.2711	0.204	*	-18.5315	≈0.0000	x	-2.3197	0.0209	*	-14.9797	≈0.0000	x
UTX	-2.3131	0.0210	*	-18.6985	≈0.0000	x	-1.7222	0.0858	*	-13.7762	≈0.0000	x

6.1. táblázat. A vizsgált részvények ADF teszt eredményei az 1. és 3. időszakban.

„*” - H_0 elfogadása, „x” - H_0 elvetése

Kritikus értékek: 1. időszak: -2.86(5%), 3. időszak: -2.87(5%)

A Dickey-Fuller egységgyök tesztet lefuttattuk a töréspont algoritmus segítségével elkülönített hektikus időszakban is a két kiválasztott részvényre. A kapott eredményeket a 6.2. táblázatban foglaltuk össze. Az OTP és a Microsoft értékpapírokra kapott eredményekből ugyan általános következtetést nem vonhatunk le a stacionaritást illetően, de amit az előző esetben kifejtettünk, az itt is teljesül.

ADF egységgyök teszt a hektikus időszakban (2008.09.01.-2009.04.30.)						
Részvény neve	ADF	p-érték		ADF 1.diff	p-érték	
OTP	-1.899	0.0578	*	-8.6793	≈0.0000	x
Microsoft	-2.8146	0.0049	*	-7.6664	≈0.0000	x

6.2. táblázat. ADF teszt eredményei a hektikus időszakban.

„*” - H_0 elfogadása, „x” - H_0 elvetése
Kritikus érték: -2.88(5%)

Annak érdekében, hogy fényt derítsünk arra, hogy a 2008-as világválság valóban nem befolyásolta az árfolyamok idősorának stacionaritását, a vizsgálatba be kellene vonni az összes részvényt. Az egységgyök tesztelésére az ADF-n kívül léteznek más alternatívák is. Ezeket szokás alkalmazni az ADF során kapott eredmények megerősítésére vagy épp megcáfolására. Ilyen például a Kwiatkowski és szerzőtársai által kifejlesztett KPSS teszt (Kwiatkowski et al., 1992). A teszt nullhipotézise éppen ellentettje az ADF-nek. Egy másik alternatíva a Phillips-Perron teszt, melynek részletes leírása – sok, a dolgozatban használt statisztikai eszközhöz hasonlóan – szintén megtalálható Hamilton (1994) könyvében. Ezek a tesztek kiküszöbölik az ADF azon problémáját, hogy az elemzőnek kell kiválasztania a késleltetések számát. Ezek a vizsgálatok egy esetleges későbbi dolgozat tárgyát képezhetik.

7. Variancia Hányados (VR) tesztek

A piaci hatékonyságra vonatkozó tesztek közül az egyik legmegbízhatóbb és legpontosabb tesztnek a Variancia Hányadosnak nevezett tesztet tekint a pénzügyi szakirodalom. Az empirikus vizsgálatokat a 2.3-as fejezetben bemutatott három, többek között *Jae H. Kim (2011)* által is összefoglalt VR teszt segítségével végeztük el: A Lo és MacKinlay által készített hagyományos VR tesztet, a Wright-féle nem-paraméteres tesztet és Choi-féle Automatikus Variancia Hányados tesztet hajtottuk végre. A VR tesztek valamely fajtáját használta fel a hatékony piacok gyenge formájának vizsgálata során *Enowbi és társai (2009)*, *Kashif Hamid és társai (2010)*, *Jae H. Kim (2011)*, *Nikunj R. Patel és társai (2012)* is.

A Variancia Hányados tesztek azon a statisztikai tulajdonságon alapulnak, hogy ha a részvény árfolyamok véletlen bolyongást követnek, akkor a hozamok k hosszúságú időszakra számított szórásnégyzete megegyezik a hozamok egységnyi időszakra számolt varianciájának k -szorosával. Például egy adott értékpapír esetében egy 10 napos időszak varianciájának egyenlőnek kell lennie ugyanezen értékpapíron vett egy nap hosszúságú időszak varianciájának 10-szeresével.

A teszt nullhipotézise, hogy az idősor VR hányados értéke minden késletetés esetén egyenlő 1-gyel, míg ellenhipotézise, hogy nem egyenlő 1-gyel. A VR teszt alkalmazásának feltétele, hogy a megfigyelések független, azonos eloszlásúak legyenek. A loghozamokat tekinthetjük FAE mintának. Ezt az 5. fejezetben pontdiagrammal is szemléltettük az 5.3-as ábrán. A VR tesztek mindegyike kétoldali ellenhipotézissel dolgozik. A próbastatisztika a Lo- és MacKinlay-féle tesztnél aszimptotikusan standard normális eloszlású, míg a Wright-féle és az AutoVR tesztek esetében a szignifikanciaszinteknek megfelelő kritikus értékeket szimulációval kell meghatározni.

A fejezet vizsgálatait R-ben a `vrtest` csomag (*Kim, 2010*) felhasználásával végeztük el.

7.1 Lo- és MacKinlay-féle Variancia Hányados teszt

Első lépésben az összes részvényre lefuttattuk a Lo- és MacKinlay-féle hagyományos Variancia Hányados tesztet:

Lo.Mac(loghozam, kvec=c(2,5,10,20))

- A *kvec* paraméter segítségével egy vektorban adhatjuk meg a vizsgálni kívánt késleltetésszámokat. A napi hozamok vizsgálata esetén a szakirodalomban a legnépszerűbb választás a 2, 5, 10, 20 értékek megadása. A 2 jelöli a napi, 5 a heti, 10 a kétheti, 20 a havi hozamokat. Bár azt fontos megjegyezni, hogy ez a választás önkényes és statisztikailag nem megfelelően megalapozott (*Lim et al., 2008*).

Ha a hatékony piacok elméletének gyenge formáját szeretnénk igazolni, akkor azt várjuk, hogy az összes részvény esetében a VR hányados értéke szignifikánsan nem különbözik egytől. Ekkor nem tudjuk elvetni a próba nullhipotézisét, a véletlen bolyongást.

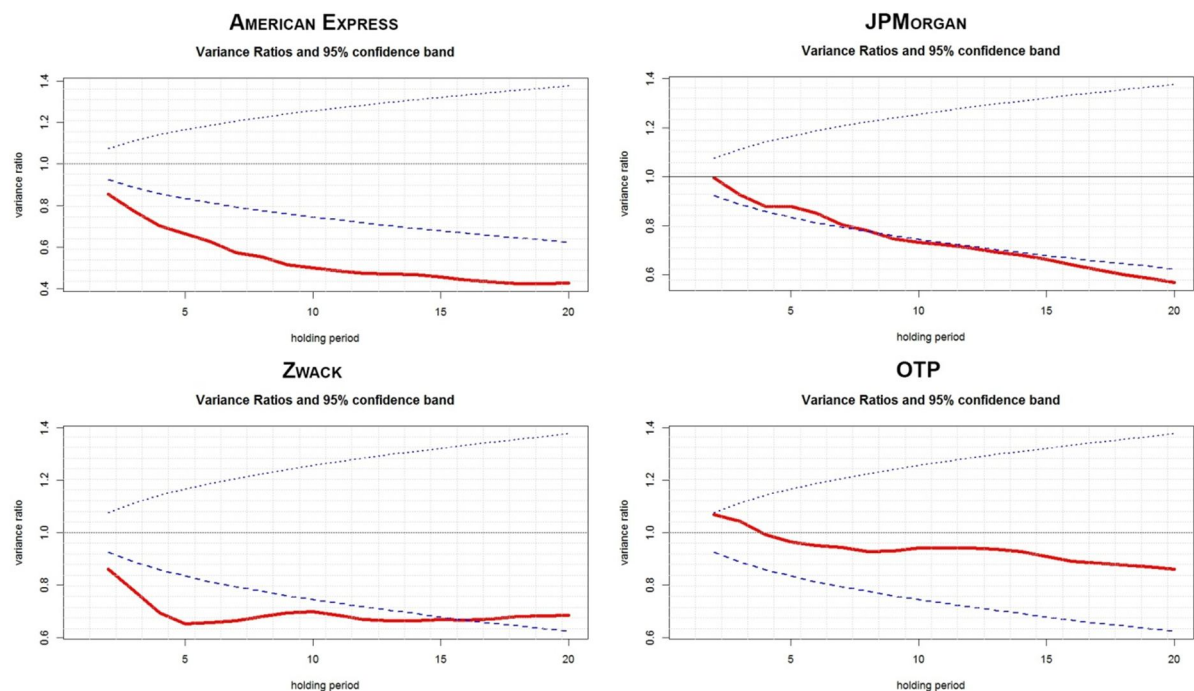
Részvények Lo- és MacKinlay VR teszt értékei								
2006.01.01.-2008.08.31.					2009.05.01.-2010.12.31.			
Késleltetés	2	5	10	20	2	5	10	20
American Express								
<i>VR(q)</i>	0.8545692	0.6654285	0.5005880	0.4259996	0.8574405	0.8595965	0.7913615	0.6597083
<i>Z(q)</i>	-3.767191 *	-3.95575 *	-3.83149 *	-2.991748 *	-2.91812 *	-1.311790	-1.264879	-1.401554
<i>Z*(q)</i>	-3.080836 *	-3.04270 *	-2.82817 *	-2.185840 *	-2.25299 *	-1.060814	-1.049379	-1.197216
Apple								
<i>VR(q)</i>	0.995831	1.022939	1.077478	1.134291	1.0474690	1.0375131	0.8786961	0.7117935
<i>Z(q)</i>	-0.1079927	0.2712139	0.5944125	0.6999407	0.9716659	0.3504854	-0.7354097	-1.1870317
<i>Z*(q)</i>	-0.09094964	0.23721801	0.53266638	0.64646915	0.8045719	0.3041124	-0.6507920	-1.0693277
Danubius								
<i>VR(q)</i>	0.8287815	0.7254111	0.6870664	0.7011836	0.7724679	0.6293340	0.5524763	0.4701498
<i>Z(q)</i>	-4.435186 *	-3.24656 *	-2.40082 *	-1.557461	-4.37075 *	-3.24994 *	-2.54610 *	-2.04794 *
<i>Z*(q)</i>	-3.333427 *	-2.56330 *	-1.908506	-1.291327	-3.75768 *	-2.96394 *	-2.40049 *	-1.99505 *
JPMorgan								
<i>VR(q)</i>	0.9949189	0.8781150	0.7316620	0.5674152	0.7395994	0.6605628	0.6068242	0.5435867
<i>Z(q)</i>	-0.131618	-1.441090	-2.05869 *	-2.254675 *	-5.33026 *	-3.17136 *	-2.38364 *	-1.879822
<i>Z*(q)</i>	-0.06610217	-0.8180492	-1.2289831	-1.41156818	-3.66450 *	-2.30968 *	-1.859749	-1.560750
Microsoft								
<i>VR(q)</i>	0.9821649	0.9958585	0.8826799	0.8990557	0.983343	1.089047	1.045715	1.049557
<i>Z(q)</i>	-0.46199576	-0.0489667	-0.9000804	-0.52613171	-0.3409609	0.8319646	0.2771474	0.2041087
<i>Z*(q)</i>	-0.4376762	-0.0431162	-0.7891008	-0.4724750	-0.2969003	0.7747096	0.2597086	0.1887683
OTP								
<i>VR(q)</i>	1.0680594	0.9638992	0.9425423	0.8615749	0.9603291	0.9098993	0.8331139	0.9120482
<i>Z(q)</i>	1.7629886	-0.4268330	-0.4408157	-0.7214854	-0.8071833	-0.8367727	-1.0056988	-0.3600780
<i>Z*(q)</i>	1.5274457	-0.3781344	-0.3971357	-0.6614858	-0.5892068	-0.6614361	-0.8497770	-0.3149080
Richter								
<i>VR(q)</i>	1.0762621	0.9937708	0.8438572	0.7233067	0.8956880	0.7154698	0.4899502	0.3349193
<i>Z(q)</i>	1.9754680 *	1.975468 *	-1.1979286	-1.4421534	-2.11987 *	-2.63926 *	-3.06997 *	-2.71957 *
<i>Z*(q)</i>	1.98341700 *	-0.0686168	-1.0916773	-1.32840843	-1.563897	-2.19252 *	-2.74777 *	-2.50294 *
Zwack								
<i>VR(q)</i>	0.8600101	0.6522755	0.6990062	0.6843314	0.8589472	0.8265707	0.9867148	1.2317983
<i>Z(q)</i>	-3.626251 *	-4.11126 *	-2.30922 *	-1.645296	-2.43903 *	-1.3687921	-0.0680381	0.80648697
<i>Z*(q)</i>	-1.5625726	-1.8981729	-1.1785901	-0.9444914	-2.24248 *	-1.1952206	-0.0587420	0.72519649

7.1. táblázat. A Lo- és MacKinlay VR értékek és próbastatisztikák.

„*”: H_0 elvetése 5%-os szignifikanciaszinten (Kritikus értékek: -1,96 és 1,96)

A kapott eredményeket a 7.1. táblázatban foglaltuk össze. Részvényenként szerepelnek benne a standardizálatlan variancia hányadosok ($VR(q)$), valamint ezek próbastatisztikaiként használt standardizált értékei ($Z(q)$: homoszkedasztikus eset, $Z^*(q)$: heteroszkedasztikus eset), melyek ahogy említettük, aszimptotikusan standard normális eloszlásúak.

A táblázat egyaránt magában foglal olyan részvényeket, ahol nem lehet egyértelműen elfogadni a véletlen bolyongás hipotézisét, illetve olyanokat is ahol elmondható, hogy teljesül a hatékonyság gyenge formája. A megvizsgált 23 db (magyar és amerikai egyaránt) részvényből az első időszakban 11, míg a harmadik időszakban 9 esetben fordult elő, hogy valamilyen k érték mellett nem tudtuk elfogadni a nullhipotézist. Többek között találtunk olyan értékpapírokat, mint az American Express, Danubius és Richter, amelyeknél mindegyik, általunk vizsgált késleltetésnél a variancia hányados értéke szignifikánsan különbözik 1-től. Más részvényeknél csak bizonyos késleltetések esetén lép ki a 95%-os konfidencia intervallumból, ilyen például a JPMorgan (1. időszak), amelynél a Lo- és MacKinlay VR hányados 2 és 5 késleltetésnél még elfogadható, de 10-re és 20-ra már nem. A Zwack (1. időszak) esetében a kis késleltetésekre elvetjük, míg nagy késleltetésekre elfogadjuk a vizsgálat nullhipotézisét. Ezeket a típusokat külön szemléltetjük a 7.1. ábrán.



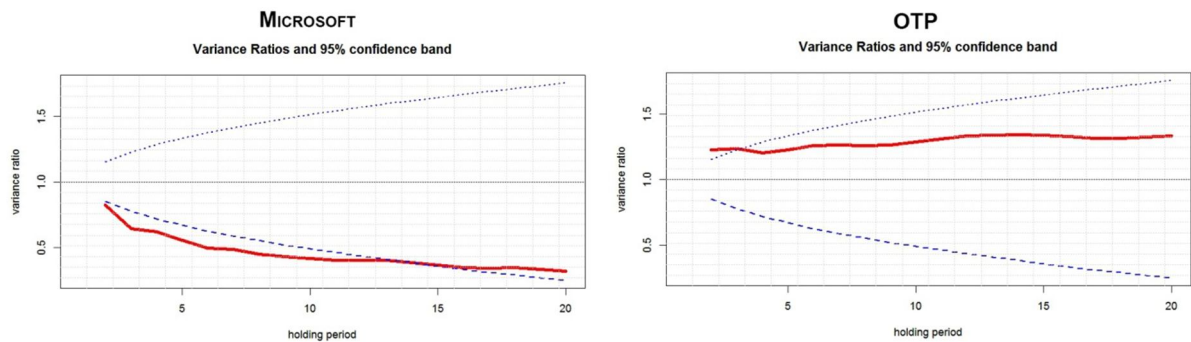
7.2. ábra. Néhány részvény Lo- és MacKinlay VR hányados értéke 95%-os konfidencia intervallum mellett (2006.01.01.-2008.08.31.)

Az ötödik fejezetben, az autokorrelációs függvénnyel folytatott vizsgálatokat alátámasztják a Lo- és MacKinlay VR tesztek is (lásd pl.: JP Morgan). Abban az esetben, ha negatív irányban lép ki a variancia hányados a konfidencia intervallumból, akkor az negatív autokorreláció jelenlétét mutatja. Ez a jelenség a pénzügyi viselkedéstan szakirodalmában jól ismert, melyet a hatások felnagyításával, a befektetők hírekre történő túlzott reakciójával magyaráznak (Komáromi, 2006).

A szakirodalom eddigi vizsgálatai alapján a hatékonyság megváltozhat az aktuális piaci feltételektől függően. Esetünkben is láthattuk, hogy egyes részvényeknél – mint például a Richter esetében – a két nyugodtnak tekinthető időszak között is jelentős különbségek lehetnek. Egyes kutatások azt igazolták, hogy magas a hozamok megjósolhatósága a politikai vagy gazdasági krízisek ideje alatt (Kim et al., 2009), ezért a Microsoft és az OTP részvényekre elvégeztük a vizsgálatokat a töréspont algoritmussal behatárolt és elkülönített időszakra majd ezek eredményeit a 7.2. táblázatban foglaltuk össze és a 7.2. ábrán szemléltettük. Láthatjuk, hogy mindkét részvény esetében a 2008 szeptemberétől 2009 májusáig tartó időszakban megváltozik a folyamat jellege, mivel míg a normál időszakban véletlen bolyongásról beszélhetünk, addig ez a hektikus időszakban már nem mondható el egyértelműen a részvényekről. Mivel ezt az összehasonlítást csak két részvényre végeztük el, nem vonunk le általános következtetést a magyar és az amerikai részvénytőzsdén a hektikus időszakra nézve. A dolgozat további részében azonban megvizsgáljuk a hatékonyság időbeli stabilitását minden részvényre.

A két kiválasztott részvény Lo- és MacKinlay VR teszt értékei a hektikus időszakban (2008.09.01.-2009.04.30.)				
Késleltetés	2	5	10	20
Microsoft hektikus időszak				
$VR(q)$	0.8246512	0.5522578	0.4137742	0.3163618
$Z(q)$	-2.266006 *	-2.640983 *	-2.243731 *	-1.777608
$Z^*(q)$	-2.048991 *	-2.462653 *	-2.101527 *	-1.670712
OTP hektikus időszak				
$VR(q)$	1.223768	1.226835	1.286448	1.331304
$Z(q)$	2.891715 *	1.337972	1.096354	0.861463
$Z^*(q)$	2.2515086 *	1.1134278	0.934473	0.7472345

7.2. táblázat. A két kiválasztott részvény Lo- és MacKinlay VR értékei és próbastatisztikái a hektikus időszakban. „*”: H_0 elvetése 5%-os szignifikanciaszinten (Kritikus értékek: -1,96 és 1,96)



7.2. ábra. A Microsoft és az OTP részvény Lo- és MacKinlay VR hányados értéke 95%-os konfidencia intervallum mellett (2008.09.01.-2009.04.30.).

7.2 Wright-féle nem-paraméteres VR teszt

Annak érdekében, hogy teszteljük a Lo- és MacKinlay VR teszt robusztusságát, a *Wright (2000)* által kifejlesztett Variancia Hányados tesztet is elvégeztük. Amint azt az elméleti részben kifejtettük, a teszt sokkal hatásosabb a hagyományos VR tesztnél, ha a loghozamok eloszlása nem normális és nem kell törődni a méret torzító hatásával sem.

R-ben a `Wright` parancs kiadásával végezhető el a teszt. A függvény paraméterezését az előző VR teszthez hasonlóan végeztük el:

```
Wright(loghozam, kvec=c(2, 5, 10, 20))
```

Mivel ez a teszt pontos mintaeloszlással rendelkezik, a kritikus értékeket az adott mintanagyságoknak és késleltetésnek megfelelően a Wright által javasolt szimulációs módszerrel (*Wright, 2000*) számolhatjuk ki. A dolgozatban a szimulációt 10000 iteráció mellett hajtottuk végre:

2006.01.01. és 2008.08.31. közötti időszakra 671 megfigyelésünk van:

```
Wright.crit(n=671, k=c(2, 5, 10, 20), nit=10000)
```

2008.09.01. és 2009.04.30. közötti időszakra 166 adattal rendelkezünk:

```
Wright.crit(n=166, k=c(2, 5, 10, 20), nit=10000)
```

2009.05.01. és 2010.12.31. közötti időszakra 418 adatunk van:

```
Wright.crit(n=418, k=c(2, 5, 10, 20), nit=10000)
```

A Wright-féle teszt 2.3-as fejezetben már bemutatott rangokon ($R1$ és $R2$) és előjeleken ($S1$) alapuló próbastatisztikáinak értékét a 7.3. táblázatban foglaltuk össze. Az összehasonlíthatóság érdekében ugyanazokra az értékpapírokra, mint a Lo- és MacKinlay VR teszt esetén, mivel a Wright teszt null- és alternatív hipotézise megegyezik az előzőével. Azok

a típusok (American Express, JPMorgan, Zwack, OTP) itt is ugyanúgy beazonosíthatóak. Így a két teszt eredményeire támaszkodva néhány részvény esetében beigazolódott, hogy nem beszélhetünk véletlen bolyongásról, de a piac egészére nem mondható ki, hogy az nem lenne hatékony. Az is elmondható, hogy a piac méretétől függetlenül található ilyen értékpapír. A vizsgált első időszakban a magyar tőzsdén jegyzett értékpapírok közül 8-ból 6, míg az amerikai tőzsdéről 15-ből 6 esetén, a második időszakban 4, illetve 5 esetben utasítottuk el a nullhipotézist valamilyen késleltetés mellett.

Részvények Wright VR teszt próbastatisztikái								
2006.01.01.-2008.08.31.					2009.05.01.-2010.12.31.			
Késleltetés	2	5	10	20	2	5	10	20
American Express								
<i>R1</i>	-3.897803 *	-4.220772*	-3.671531*	-2.63869*	-2.844635*	-1.342854	-1.076153	-1.376581
<i>R2</i>	-4.028996*	-4.308561*	-3.882810*	-2.88947*	-2.885479*	-1.382210	-1.267088	-1.504384
<i>S1</i>	-3.281389*	-3.298557*	-3.061941*	-2.17960*	-2.6869258*	-1.1416746	-0.6742586	-0.8846817
Apple								
<i>R1</i>	-1.0805453	-0.2165383	0.4411265	0.6869872	1.47155646	1.10142358	-0.07249062	-0.84766421
<i>R2</i>	-0.4452730	0.1320258	0.5066860	0.5884564	1.2221296	0.7107418	-0.4429616	-0.9760919
<i>S1</i>	-1.6599966	-0.8175910	0.3315769	0.9041557	1.612155	1.997931*	1.831784	1.238554
Danubius								
<i>R1</i>	-3.412389*	-2.475187*	-1.948123	-1.245015	-5.274359*	-4.100179*	-3.230756*	-2.542813*
<i>R2</i>	-3.849896*	-2.760764*	-2.086951*	-1.306051	-4.848677*	-3.716396*	-2.910947*	-2.280652*
<i>S1</i>	-1.11953258	-0.64843424	-0.71574883	0.08855134	-3.383765*	-2.699259*	-2.032122*	-1.189917
JPMorgan								
<i>R1</i>	-2.194623*	-2.065034*	-2.065034*	-2.19259*	-4.165693*	-2.200346*	-1.638283	-1.343615
<i>R2</i>	-1.906809	-2.217389*	-2.621066*	-2.38134*	-4.677336*	-2.667464*	-2.026750*	-1.625402
<i>S1</i>	-3.126970*	-2.340002*	-2.503978*	-2.32874*	-4.054815*	-2.996896*	-2.150104*	-1.967925*
Microsoft								
<i>R1</i>	-1.0757198	-1.0536086	-1.2505489	-0.6713301	-0.7792182	0.7791328	1.0051633	0.7547618
<i>R2</i>	-0.8558080	-0.6936643	-1.2488571	-0.7229706	-0.3787586	1.0335141	0.7973141	0.5843766
<i>S1</i>	-0.34744115	-0.25373514	-0.02972759	0.18953093	-1.6121555	0.2140640	0.7205596	0.4148174
OTP								
<i>R1</i>	1.1834810	-0.8192571	-0.8174663	-1.0428726	0.59065396	0.42321699	-0.09219306	0.17335719
<i>R2</i>	1.6098357	-0.4702306	-0.4252017	-0.6380760	-0.05626020	-0.22852308	-0.55158692	-0.09044284
<i>S1</i>	0.5790686	-0.9867478	-1.6030030	-1.3205024	0.5897678	0.6998965	0.2387213	0.1859128
Richter								
<i>R1</i>	2.3273201*	0.3886803	-1.1920002	-1.5097308	-1.280596	-2.038980*	-2.240691*	-2.236857*
<i>R2</i>	2.1631451*	0.1979201	-1.1353999	-1.4228085	-1.613355	-2.402295*	-2.774025*	-2.623562*
<i>S1</i>	2.5092972*	1.5787964	0.3818852	-0.4769344	-0.9349289	-0.7187111	-0.8423651	-0.9663319
Zwack								
<i>R1</i>	-4.1948337*	-3.4334793*	-1.9270312	-0.9609115	-2.6303772*	-2.3084324*	-0.8633207	0.3719527
<i>R2</i>	-4.172004*	-3.901276*	-2.177808*	-1.241224	-2.6438883*	-2.0197330*	-0.5095733	0.6338237
<i>S1</i>	-2.2776697*	-1.4096397	-0.1943727	0.8746386	-0.9831354	0.0000000	1.5175594	2.7019552*

7.3. táblázat. Néhány részvény Wright VR teszt értékei az első és a harmadik időszakban.

„*”: H_0 elvetése. Kritikus értékek 5%-os szignifikanciaszinten a következők:

k:	2006.01.01.-2008.08.31.	2009.05.01.-2010.12.31.
2	R1: -2.02; 1.92 R2: -2.02; 1.92 S1: -1.96; 1.89	R1: -2.04; 1.86 R2: -2.04; 1.86 S1: -1.96; 1.96
5	R1: -2.00; 1.94 R2: -2.02; 1.92 S1: -1.94; 1.97	R1: -2.02; 1.86 R2: -2.00; 1.84 S1: -1.95; 1.95
10	R1: -1.97; 1.93 R2: -2.00; 1.91 S1: -1.89; 1.98	R1: -1.99; 1.79 R2: -1.98; 1.78 S1: -1.87; 1.99
20	R1: -1.96; 1.83 R2: -1.96; 1.83 S1: -1.87; 1.97	R1: -1.92; 1.70 R2: -1.92; 1.68 S1: -1.81; 1.96

Az eltérések háttérében az adott részvény viselkedését befolyásoló tényezők állhatnak, melyek feltételezhetően nem a piac egészére hatnak. Ezek meghatározásához és konkretizálásához további vizsgálatok szükségesek, melyek nem képezik a dolgozat tárgyát, de a Zwack részvény esetében megpróbáltunk egy lehetséges magyarázatot keresni a 7.3 fejezetben.

A Microsoft-ra és az OTP-re végzett hektikus időszakbeli Wright VR teszt eredményekből (lásd 7.4-es táblázat) ugyanaz a következtetés vonható le, mint a Lo- és MacKinlay-féle VR teszt esetén. Azaz, ha figyelmen kívül hagyjuk a hektikus időszakot a loghozamok idősorában, akkor a kiválasztott késleltetések mindegyikén elfogadhatjuk a véletlen bolyongás hipotézisét 95%-os konfidencia intervallum mellett. A hektikus időszak loghozamait tartalmazó mintán futtatott teszt során azonban találunk olyan késleltetéseket, amelyek mellett nem tudjuk azt mondani, hogy egy mintából vett $(X_t - X_{t-q})$ időszak varianciájának $\frac{1}{q}$ -szorosa megegyezik az $(X_t - X_{t-1})$ időszak varianciájával.

Részvények Wright VR teszt próbastatisztikái (2008.09.01.- 2009.04.30.)				
Késleltetés	2	5	10	20
Microsoft				
<i>RI</i>	-1.994043	-2.125704 *	-1.508516	-1.287887
<i>R2</i>	-2.166761 *	-2.439917 *	-1.859100	-1.450558
<i>SI</i>	-1.1607348	-1.4693135	-1.0130050	-0.6726312
OTP				
<i>RI</i>	2.0489860 *	0.9784848	1.3364164	1.5600484 *
<i>R2</i>	2.634746 *	1.344680	1.463095	1.430769
<i>SI</i>	0.6964409	0.1130241	0.5454643	0.8221049

7.4. táblázat. A Microsoft és OTP részvény Wright VR teszt értékei a hektikus időszakban.

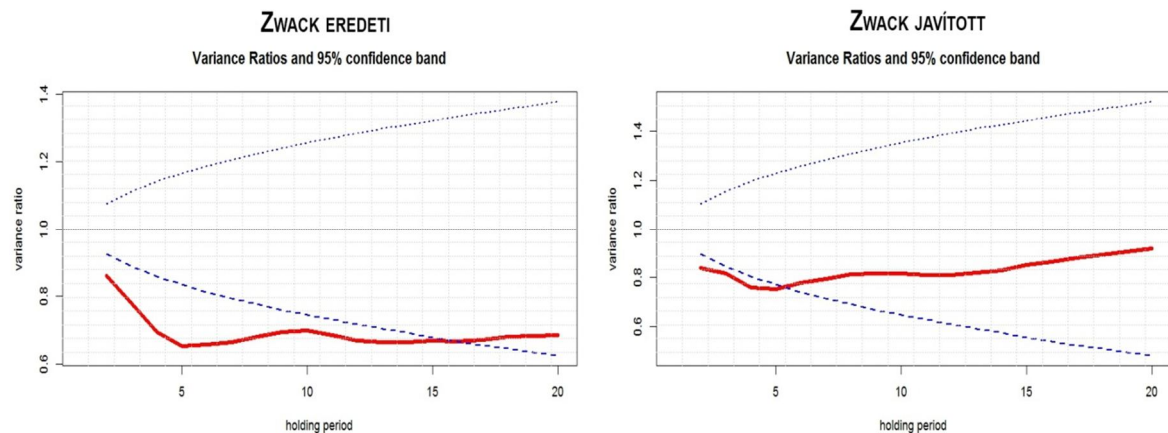
„*”: H_0 elvetése. Kritikus értékek 5%-os szignifikanciaszinten a következők:

k=2 R1: -2,16;1,83 R2: -2,15;1,81 S1: -2,02;1,86
k=5 R1: -2,02;1,81 R2: -1,99;1,80 S1: -1,89;1,95
k=10 R1: -1,92;1,73 R2: -1,91;1,71 S1: -1,81;1,90
k=20 R1: -1,77;1,50 R2: -1,77;1,50 S1: -1,67;1,98

7.3 Egy lehetséges magyarázat a Zwack részvény viselkedésére

A martingál hipotézis elvetése nem jelenti egyértelműen a hatékonyság hiányát. Ezt röviden a Zwack részvény példáján szeretnénk bemutatni. A részvényt az első időszakban, 2006.01.01.-2008.04.30. között vizsgáltuk. Ennél a részvélynél a magas autokorreláció háttérében az állhat, hogy bizonyos napokon a részvény forgalma annyira alacsony volt (kevesebb, mint 50 db kötés), hogy érdemben nem befolyásolta a részvény árfolyamának

alakulását. Ezeket a napokat kiszűrve az idősorból nagymértékben javultak a Lo- és MacKinlay-féle és a Wright-féle VR teszt értékei (7.3. ábra és 7.5. táblázat).



7.3. ábra. A Zwack részvény Lo- és MacKinlay VR hányados értéke az eredeti és javított idősoron 95%-os konfidencia intervallum mellett (2006.01.01.-2008.08.31.).

Zwack részvény Wright VR teszt próbastatisztikái (2006.01.01.- 2008.08.31.)				
Késleltetés	2	5	10	20
Zwack				
<i>R1</i>	-4.1948337 *	-3.4334793 *	-1.9270312	-0.9609115
<i>R2</i>	-4.172004 *	-3.901276 *	-2.177808*	-1.241224
<i>S1</i>	-2.2776697 *	-1.4096397	-0.1943727	0.8746386
Zwack javított				
<i>R1</i>	-3.0634156 *	-1.9687187	-0.7690533	-0.3506949
<i>R2</i>	-3.1823922 *	-2.1323009 *	-0.8734665	-0.2963340
<i>S1</i>	-1.7056057	-1.2261358	-0.7766786	-0.6370399

7.5. táblázat. A Zwack részvény Wright VR teszt értékei (2006.01.01.-2008.08.31.).

„*”: H_0 elvetése. Zwack kritikus értékek 5%-os szignifikanciaszinten a következők:

k=2 R1: -2,16; 1,83 R2: -2,15; 1,81 S1: -2,02; 1,86
k=5 R1: -2,02; 1,81 R2: -1,99; 1,80 S1: -1,89; 1,95
k=10 R1: -1,92; 1,73 R2: -1,91; 1,71 S1: -1,81; 1,90
k=20 R1: -1,77; 1,50 R2: -1,77; 1,50 S1: -1,67; 1,98

Zwack javított kritikus értékek 5%-os szignifikanciaszinten a következők:

k=2 R1: -2,05; 1,93 R2: -2,05; 1,91 S1: -1,97; 1,88
k=5 R1: -1,99; 1,81 R2: -2,06; 1,86 S1: -2,08; 2,01
k=10 R1: -1,95; 1,85 R2: -1,96; 1,84 S1: -1,88; 2,00
k=20 R1: -1,91; 1,79 R2: -1,90; 1,74 S1: -1,82; 2,02

8. Csúsztatott ablakos vizsgálatok

A csúsztatott ablakos vizsgálatok elvégzését több tényező is indokolta. Egyrészt fontos megemlíteni, hogy a pénzügyi modellezés során egy év vagy annál kisebb időszakot szokás vizsgálni. Az opcióárazás vagy a Value at Risk érték számításánál is általában ilyen hosszúságú idősorokkal dolgoznak az elemzők. Másrészt az előző fejezetben megállapítottuk, hogy még a normálisnak számító időszakok között is jelentős különbségek lehetnek a hatékonyság fokát illetően, ezért nem zárható ki, hogy további töréspontokat tartalmazhatnak. Sokan hosszú, közel tízéves periódusok napi árfolyamával dolgoztak és voltak lekövetkeztetések (*Patel et al., 2012*), (*Enowbi et al., 2009*), melyet a fent említett okok miatt nem tartunk helyesnek.

Az utolsó vizsgálataink során tehát csúsztatott ablakos módszert használtunk, – a teljes 2006 januárjától 2010. december végéig terjedő időszakban – hogy megvizsgáljuk az előző tesztek során kapott eredmények időbeli stabilitását. A véletlen bolyongás hipotézisét ebben az esetben a Kim által módosított Choi-féle AutoVR teszt (*Kim et al., 2010*) segítségével vizsgáltuk. Mint azt az előző fejezetben láthattuk, a Lo- és MacKinlay valamint a Wright-féle Variancia Hányados teszt során magunknak kellett kiválasztani a késleltetésszámot, addig ez jelen esetben automatikusan történik. A Choi-féle teszt ugyanis egy teljesen adatfüggő becslési módszerrel határozza meg az optimális késleltetésszámot. Így a vizsgálat mindig az optimális k érték mellett történik, az eredmények pedig jobban összehasonlíthatóak. A Kim által javasolt bootstrap pedig a teszt kismintás tulajdonságait javítja. A csúsztatásokat két különböző hosszúságú ablakméret mellett végeztük el. Az első esetben az ablak méretét egy évben határoztuk meg, melyet féléves léptékekkel csúsztattuk.

Az R programban ezt `for` ciklus segítségével oldottuk meg, ahol egyaránt elvégeztük a próbastatisztika, az alsó és felső kritikus értékek kiszámítását is.

```
for(i in 1:9){  
  
  auto_vr_t[i]<-AutoBoot.test(loghozam[(1+(i-  
  1)*125):( (i+1)*125)],nboot=500,wild="Normal",prob=c(0.025,  
  0.975))$test.stat          #próbastatisztika értékek
```

```

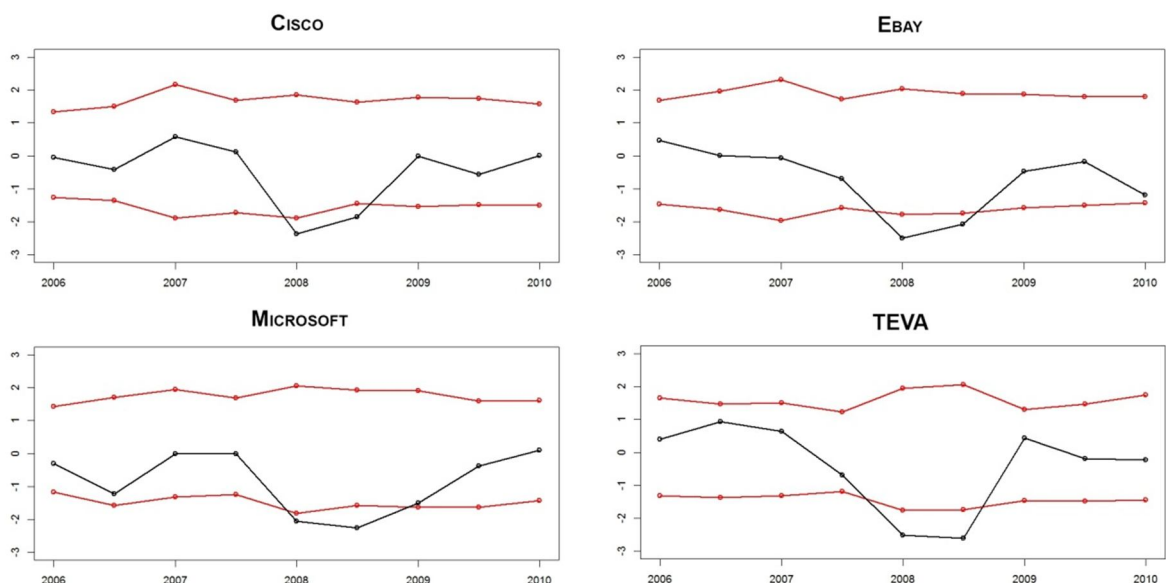
auto_vr_CI1[i]<-AutoBoot.test(loghozam[(1+(i-
1)*125):(i+1)*125]),nboot=500,wild="Normal",prob=c(0.025,
0.975))$CI[1] #alsó kritikus értékek

auto_vr_CI2[i]<-AutoBoot.test(loghozam[(1+(i-
1)*125):(i+1)*125]),nboot=500,wild="Normal",prob=c(0.025,
0.975))$CI[2] } #felső kritikus értékek

```

- Egy félév átlagosan 125 kereskedési napot tartalmaz, ezért a loghozamok idősorából az ablakot (250 nap) minden iterációban (összesen 9) 125-tel csúsztatjuk.
- Az `AutoBoot.test` függvényen belül az `nboot` paraméterrel állítottuk be a bootstrap iterációk számát. Értékét 500-ban határoztuk meg.
- A `wild` paramétert „Normal”-ra állítottuk, így a bootstrap eljárásban standard normális eloszlást használunk.
- A `prob` értéke adja a konfidencia intervallum nagyságát 5 %-os szignifikanciaszint és kétoldali hipotézisvizsgálat mellett.

Több részvény esetében azt tapasztaltuk, hogy azon egy év hosszúságú ablakokra, amelyek tartalmazzák a 2008-as világválság legkritikusabb hónapjait, az AutoVR értékek kiléptek a 95%-os konfidencia intervallumból. Ilyen volt például a Cisco, az Ebay, a Microsoft és a Teva részvény (8.1-es ábra).



8.1. ábra. Cisco, Ebay, Microsoft és TEVA részvények csúsztatott AutoVR értéke egy év hosszúságú ablak esetén, 95%-os konfidencia intervallum mellett.

Ezekben az esetekben elvetjük a nullhipotézist, azaz megállapíthatjuk, hogy negatív autokorreláció áll fent a loghozamokban. Ezt az állítást Ljung-Box és automatikus portmanteau teszt (Lobato, 2009) időbeli csúsztatásával is vizsgáltuk (8.1. táblázat és 8.2. ábra). A portmanteau teszt szintén a `vrtest` (Jae H. Kim, 2010) csomag részét képezi, melyet az `Auto.Q()` metódus hívásával végezhetünk el:

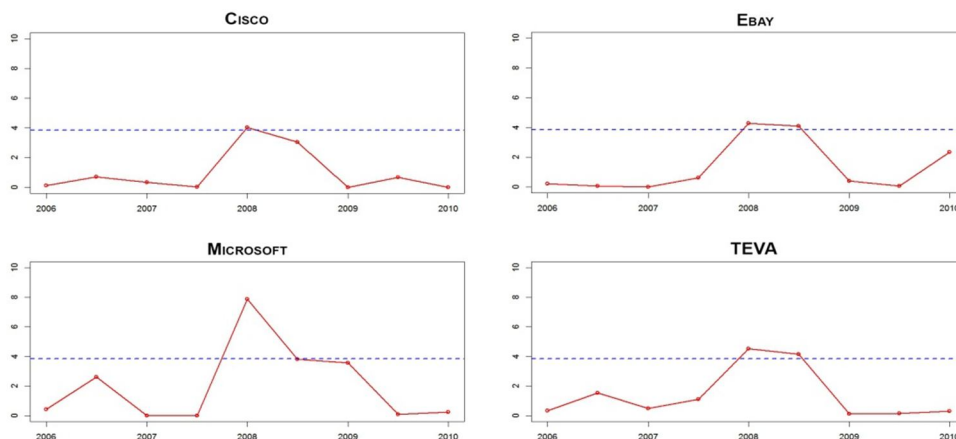
```
for(i in 1:9){
  auto_portmanteau_t[i]<-Auto.Q(loghozam[(1+(i-
1)*125):(i+1)*125]))$Stat

  auto_portmanteau_p[i]<-Auto.Q(loghozam[(1+(i-
1)*125):(i+1)*125]))$Pvalue }
```

Részvény	Cisco	Ebay	Microsoft	Teva
2007/2. félév	0.770	0.326	0.943	0.311
2008/1. félév	0.014 *	0.002 *	0.0325 *	0.004 *
2008/2. félév	0.052 *	0.010 *	0.015 *	0.004 *
2009/1. félév	0.855	0.467	0.021 *	0.716
2009/2. félév	0.345	0.743	0.708	0.629

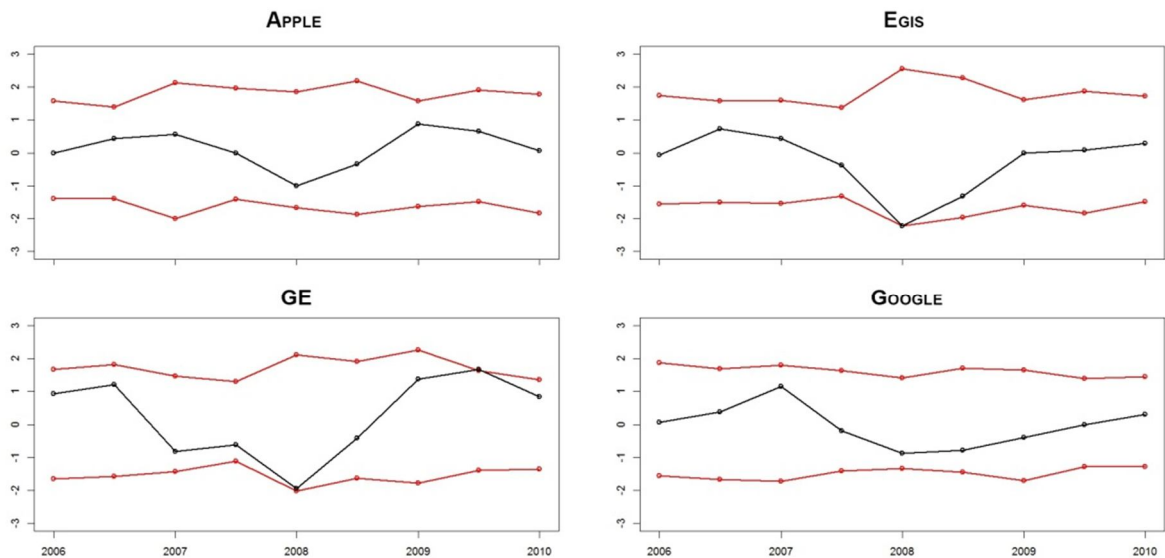
8.1. táblázat Cisco, Ebay, Microsoft, Teva csúsztatott Ljung-Box teszt p-értékei lag=1 mellett. „*”: elvetjük H_0 -t 5%-os szignifikanciaszint mellett.

Azon késleltetésekre, ahol a Choi-féle variancia hányados értéke kilépett a konfidencia intervallumból, ott mindkét vizsgálat igazolta az autokorreláció jelenlétét (A Ljung-Box teszt és a portmanteau teszt esetében is elvetettük a nullhipotézist 5%-os szignifikanciaszint mellett.)



8.2. ábra. Cisco, Ebay, Microsoft és TEVA részvények portmanteau teszt próbastatisztikája egy év hosszúságú ablak esetén. Kritikus érték egy szabadsági fok mellett: $\chi^2_{0.05} = 3.841$

Azonban az összesen vizsgált 23 db értékpapírból 11-nél, azaz közel 50%-nál azt tapasztaltuk, hogy egyetlen csúsztatásra sem lépett ki a próbastatisztika értéke a konfidencia intervallumból, de a legtöbb esetben hasonló viselkedést mutattak, mint amit az 8.1. ábrán láthatunk és megközelítették az alsó kritikus értéket (8.3-as ábra). Az Egis és a GE részvények esetében egyes értékeknél kisebb szignifikanciaszint mellett a nullhipotézist is elvethettük volna.



8.3. ábra. Apple, Egis, GE és Google részvények csúsztatott AutoVR értéke egy év hosszúságú ablak esetén, 95%-os konfidencia intervallum mellett.

Azt a következtetést egyértelműen levonhatjuk az első csúsztatott vizsgálat után, hogy a hatékonyság mértéke az idővel változik. Az esetek többségében a válság idején a VR próbastatisztika az alsó kritikus értékhez közelít, ami – ahogy korábban is említettük – a negatív autokorreláció jelenlétét vetítheti elő. Ezt sem tekinthetjük azonban általános jelenségnek, mivel mind a magyar, mind pedig az amerikai tőzsdén jegyzett értékpapírok körében voltak olyanok, amelyeknél a Variancia Hányados kevésbé ingadozott (pl. OTP és Rio).

A csúsztatott vizsgálatokat elvégeztük féléves nagyságú ablakmérettel és 2 hónapos csúsztatásokkal is:

```
for(i in 1:27){

  auto_vr_t[i]<-AutoBoot.test(loghozam[(1+(i-1)*42):(125+(i-1)*42)],nboot=500,wild="Normal",prob=c(0.025,0.975))$test.stat
```

```

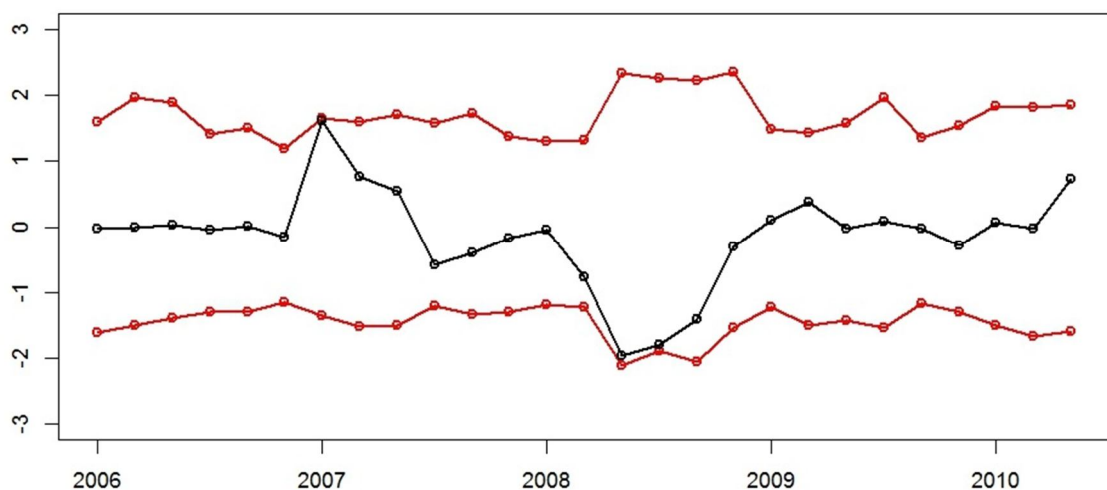
auto_vr_CI1[i]<-AutoBoot.test(loghozam[(1+(i-
1)*42):(125+(i-
1)*42)],nboot=500,wild="Normal",prob=c(0.025,0.975))$CI[1]

auto_vr_CI2[i]<-AutoBoot.test(loghozam[(1+(i-
1)*42):(125+(i-
1)*42)],nboot=500,wild="Normal",prob=c(0.025,0.975))$CI[2]
}

```

Egy hónapra levetítve átlagosan 21 megfigyeléssel rendelkezünk, ezért minden lépésben 42 elemmel csúsztatjuk el a ciklus magjában a `loghozam` vektort.

A kapott eredményekből ugyanazokat szűrhetjük le, mint az előző csúsztatott vizsgálatban. Féléves időintervallumokat vizsgálva is hasonló viselkedést tapasztaltunk, mint az előző esetben. A folyamat jellege nem, csupán a paraméterek változtak (8.4-es ábra).



8.4. ábra. Az Egis részvény AutoVR teszt értékei féléves ablak esetén, 95%-os konfidencia intervallum mellett.

9. Összegzés

Dolgozatunkban a piaci hatékonyság matematika hátterét, a véletlen bolyongást vizsgáltuk magyar és amerikai részvényeken. A tanulmány során az R nevű nyílt forráskódú szoftvert (*R Core Team, 2012*) használtuk, a vizsgálatokhoz már meglévő eljárásokat futtattunk, illetve egészítettünk ki, melyek összefoglalását a 9.1. táblázatban láthatjuk. A 8. fejezetben, a csúsztatott ablakos vizsgálatokra pedig saját `for` ciklusokat írtunk.

A kialakított eszközrendszer		
Csomag	Metódus	Megjegyzés
timeSeries	readSeries()	adatok beolvasása, kezelése
Changepoint	cpt.var()	töréspont keresése a varianciában
Stats	acf()	autokorrelációs függvény
FitAR	LjungBoxTest()	Ljung-Box teszt
urca	ur.df()	ADF teszt
vrtest	Lo.Mac()	Lo- és MacKinlay-féle Variancia Hányados teszt
	Wright()	Wright-féle VR teszt
	AutoBoot.test()	Kim által módosított AutoVR teszt
	Auto.Q()	Portmanteau teszt

9.1. táblázat. Az R programban felhasznált fontosabb metódusok.

Az első vizsgálatok során a részvényárfolyamok struktúrájában található töréseket kerestük. Szinte az összes értékpapír esetében töréspontokat találtunk a loghozamok varianciájában 2008 szeptemberében és 2009 májusában, így az idősort három különböző részre bontottuk, és a további vizsgálatokat ezen időszakokon külön-külön végeztük el. A hangsúlyt a két nyugodt időszakra helyeztük.

A következő lépésben az autokorreláció jelenlétét kutattuk. A legtöbb részvény esetében összességében (mindegyik időszakban) nem volt jellemző az autokorreláció. Ez alól kivételt képzett az American Express, Danubius, JP Morgan és Zwack, ahol elsőrendű negatív autokorrelációt tapasztaltunk. A második, hektikus időszakban a Microsoft részvélynél első és másodrendű negatív, az OTP értékpapír loghozamaiban elsőrendű pozitív autokorreláció volt jelen. A korrelogramokon megfigyelteket a Ljung-Box tesztek is alátámasztották. A hektikus időszakban mindkét kiválasztott részvény esetén autokorrelációt jelzett a teszt az

összes késleltetés esetén. Az elsőrendű autokorrelációt pontdiagramon is megvizsgáltuk, itt a függetlenséget alátámasztó eredményt, a pontok erős szóródását tapasztaltuk.

A következő lépésben egy egységgyök tesztet, az Augmented Dickey-Fuller tesztet használtuk fel, hogy megvizsgáljuk a loghozamok stacionaritását. A nyugodt időszakokban minden esetben elvetettük H_0 -t. Kimondhattuk, hogy a vizsgált loghozamok stacionerek, nem tartalmaznak egységgyököt. A Dickey-Fuller egységgyök tesztet lefuttattuk a töréspont algoritmus segítségével elkülönített hektikus időszakban is az OTP és a Microsoft értékpapírokra és ebben az esetben szintén azt kaptuk, hogy a loghozamok stacionerek.

A Variancia Hányados teszt során egyaránt találtunk olyan részvényeket, ahol nem lehet egyértelműen elfogadni a véletlen bolyongás hipotézisét, illetve olyanokat is ahol elmondható, hogy teljesül a hatékonyság gyenge formája. A megvizsgált 23 db (magyar és amerikai egyaránt) részvényből az első időszakban 11, míg a harmadik időszakban 9 esetben fordult elő, hogy valamilyen k érték mellett nem tudtuk elfogadni a nullhipotézist. Többek között találtunk olyan értékpapírokat, mint az American Express, Danubius és Richter, amelyeknél mindegyik, általunk vizsgált késleltetésnél a variancia hányados szignifikánsan különbözött 1-től. Más részvényeknél csak bizonyos késleltetések esetén lépett ki a 95%-os konfidencia intervallumból, ilyen például a JPMorgan (1. időszak), amelynél a Lo- és MacKinlay-féle VR teszténél 2 és 5 késleltetésnél még elfogadható H_0 , de 10-re és 20-ra már nem. A Zwack (1. időszak) esetében a kis késleltetésekre elvetjük, míg nagy késleltetésekre elfogadjuk a vizsgálat nullhipotézisét. A Lo- és MacKinlay VR tesztek is alátámasztják az autokorrelációs függvényvel folytatott vizsgálatok eredményeit. Láthattuk, hogy a Microsoft és OTP részvény esetében a 2008 szeptemberétől 2009 májusáig tartó időszakban megváltozik a folyamat jellege, mivel a nyugodt időszakokban véletlen bolyongásról beszélhettünk, addig ez a hektikus időszakban már nem mondható el egyértelműen a részvényekről. A Wright teszt egyértelműen alátámasztotta a Lo- és MacKinlay VR teszt eredményeit.

A martingál hipotézis elvetése nem jelenti egyértelműen a hatékonyság hiányát. Ezt röviden a Zwack részvény példáján mutattuk be. A részvényt az első időszakban, 2006.01.01.-2008.04.30. között vizsgáltuk. Ennél a részvélynél a magas autokorrelációt azzal magyaráztuk, hogy bizonyos napokon a részvény forgalma annyira alacsony volt (kevesebb

mint 50 db kötés), hogy érdemben nem befolyásolta a részvény árfolyamának alakulását. Ezeket a napokat kiszűrve az idősorból nagymértékben javultak a Lo- és MacKinlay-féle, valamint a Wright-féle VR teszt értékei.

Az utolsó vizsgálatok során a csúsztatott ablakos módszert alkalmaztuk, ahol egy egy év hosszú ablakot csúsztattunk el félévente, és minden egyes csúsztatás során végrehajtottuk a Kim által módosított Choi-féle AutoVR tesztet. Több részvény esetében azt tapasztaltuk, hogy azon egy év hosszúságú ablakokra, amelyek tartalmazzák a 2008-as világválság legkritikusabb hónapjait, az AutoVR értékek kiléptek a 95%-os konfidencia intervallumból. Ilyen volt például a Cisco, az Ebay, a Microsoft és a Teva. Az összesen vizsgált 23 db értékpapírból 11-nél, azaz közel 50%-nál azonban azt tapasztaltuk, hogy a próbastatisztika értéke egyetlen csúsztatásra sem lépett ki a konfidencia intervallumból, azonban a legtöbb esetben hasonló viselkedést mutattak és a hektikus időszakban megközelítették az alsó kritikus értéket. Ezt sem tekinthetjük azonban általános jelenségnek, mivel mind a magyar, mind pedig az amerikai tőzsdén jegyzett értékpapírok körében voltak olyanok, amelyeknél a variancia hányados kevésbé ingadozott (pl. OTP és Rio).

A Microsoft és OTP eredményeit egy táblázatban foglaltuk össze, melyben megmutatjuk, hogy mely esetben nem teljesül a piaci hatékonyság gyenge formája.

Teljesül a hatékonyság gyenge formája?									
	2006.01.01.-2008.08.31.			2008.09.01.-2009.04.30.			2009.05.01.-2010.12.31.		
	<i>Ljung-Box</i>	<i>ADF</i>	<i>VR</i>	<i>Ljung-Box</i>	<i>ADF</i>	<i>VR</i>	<i>Ljung-Box</i>	<i>ADF</i>	<i>VR</i>
Microsoft	Igen	Igen	Igen	Nem	Igen	Nem	Igen	Igen	Igen
OTP	Igen	Igen	Igen	Nem	Igen	Nem	Igen	Igen	Igen

9.2. táblázat. A Microsoft és az OTP részvény hozamainak előrejelezhetősége a 3 időszakban.

A Ljung-Box esetén lag=1 esetén hoztunk döntést, a VR teszt alatt a Lo- és MacKinlay-féle VR tesztet értjük lag=2 mellett, az összes vizsgálatot 5%-os szignifikanciaszinten értékeltük ki.

Összességében elmondhatjuk, hogy vizsgálataink alapján a magyar és amerikai részvényt piacon a 2006. januártól 2008 májusáig és a 2009 májusától 2010. december végéig terjedő időszakban teljesül a piaci hatékonyság gyenge formája. A hektikus időszakban a két vizsgált részvény esetében jelentős különbségeket tapasztaltunk és a 9.2-es táblázatban láthatjuk, hogy a felhasznált tesztek is ellentmondanak egymásnak (az ADF teszt mindkét esetben eltérő következtetéshez vezet).

Egy későbbi dolgozat tárgyát képezheti a hektikus időszakbeli vizsgálatok kiterjesztése az összes részvényre, alternatív egységgyök teszt keresése az ADF helyett valamint az eltérő viselkedés további okainak felkutatása.

Irodalomjegyzék

- Akaike, H. (1974), A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6):716–723.
- Auger, I. E., Lawrence, C. E. (1989), Algorithms for the optimal identification of segment neighborhoods. *Bulletin of Mathematical Biology*, 51(1):39–54.
- Bakosi Balázs, Részvényárfolyam és volatilitás vizsgálat R-ben, B.Sc. Szakdolgozat, Debreceni Egyetem Informatikai Kar, Debrecen, 2011
- Bakshi, H., Yates, A. (1998), Are UK inflation expectations rational? *Bank of England Working Paper*, No. 81
- Borges, M. R. (2008), Efficient Market Hypothesis in European Stock Markets. Instituto Superior de Economia e Gestão - DE Working papers n° 20-2008/DE/CIEF
- Box, G. E. P., Pierce, D. A. (1970), Distribution of residual correlations in autoregressive-integrated moving average time series models. *Journal of the American Statistical Association*, 65, 1509–1526.
- Brealy, R. A. - Myers, S. C. (2011), Modern Vállalati Pénzügyek. Panem Könyvkiadó, Budapest, pp 363-391
- Burns, Patrick J. (2002), Robustness of the Ljung-Box Test and its Rank Equivalent . Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=443560> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.443560> [Letöltve: 2012.október]
- Chen, J. (2008), Variance Ratio Tests of Random Walk Hypothesis of the Euro Exchange Rate. *International Business & Economics Research Journal*, 7(12): 97- 106
- Choi, I. (1999), Testing the random walk hypothesis for real exchange rates. *Journal of Applied Econometrics* 14, 293–308.
- Dickey D. A., Fuller, W. A. (1979), Distribution of the Estimators For Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Journal of the American Statistical Association*, 75, 427-431.
- Dickey D. A., Fuller, W. A. (1981), Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Econometrica* 49, 1057-1072
- Enowbi, M. B., Guidi, F., Mlambo, K. (2009), Testing the weak-form market efficiency and the day of the week effects of some African Countries, *African Finance Journal Conference*, Cape Town (South Africa). Cape Town (South Africa). Jul. 2009.

Fama, E.F., (1970), Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *Journal of Finance* 25, 383–417.

Hamid, K., Suleman, M. T., Shah, A., Zulfikar, S., Akkash, I., Shahid, R. (2010), Testing the Weak Form of Efficient Market Hypothesis: Empirical Evidence from Asia-Pacific Markets (December 1, 2010). *International Research Journal of Finance and Economics*, No. 58, p. 121, 2010.

Hamilton (1994), *Time Series Analysis*, Princeton University Press.

Inclan, C., Tiao, G. C. (1994), Use of cumulative sums of squares for retrospective detection of changes of variance. *Journal of the American Statistical Association*, 89(427):913–923.

Islam, S. M. N., Watanapalachaikul, S., Clark C. (2007), Some Tests of the Efficiency of the Emerging Financial Markets: An Analysis of the Thai Stock Market, *Journal of Emerging Market Finance*, (December 2007) 6: 291-302,

Killick, R., Eckley, I. A. (2012). changepoint: An R package for changepoint analysis. R package version 0.7. <http://CRAN.R-project.org/package=changepoint> [Letöltve: 2012 szeptember]

Killick, R., Fearnhead, P., Eckley, I.A. (2012), Optimal detection of changepoints with a linear eprint arXiv:1101.1438 <http://arxiv.org/abs/1101.1438> [Letöltve: 2012. szeptember]

Kim, Jae H. (2010). vrtest: Variance Ratio tests and other tests for Martingale Difference Hypothesis. R package version 0.95. <http://CRAN.R-project.org/package=vrtest> [Letöltve: 2012. október]

Kim, Jae H., Lim, Kian-Ping, Shamsuddin, Abul, (2010), Stock Return Predictability and the Adaptive Markets Hypothesis: Evidence from Century Long U.S. Data (January 24, 2010). *Finance and Corporate Governance Conference 2010 Paper*. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1541639> [Letöltve: 2012. október]

Kiss G. D., Kosztópulosz A. (2012), A pénz- és tőkepiaci válság hatása a monetáris politika mozgásterére Kelet-Közép-Európában, *Pénzügyi Szemle* 2012/1 (p. 27-51.)

Komáromi Gy. (2006), Anatomy of Stock Market Bubbles, *The ICFAI University Press*, Hyderabad, India. ISBN 81-314-0408-0.

Krekó J., Vonnák B. (2003): Makroelemzők inflációs várakozásai Magyarországon, *MNB Háttér tanulmányok* (2003. január)

Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P., Shin, Y. (1992), Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root. *Journal of Econometrics* 54, 159–178.

Lim, Kian-Ping, Kim, Jae H. (2008), Trade Openness and the Weak-Form Efficiency of Emerging Stock Markets (September 17, 2008). Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1269312> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1269312> [Letöltve: 2012. október]

Ljung, G. M., Box, G. E. P. (1978), On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika* 65, 297–303.

Lo, A. W., MacKinlay, A. C. (2001), A Non-Random Walk Down Wall Street. Princeton University Press

Lobato, I. N., Escanciano, J. C. (2009), An automatic Portmanteau test for serial correlation. *Journal of Econometrics* 151(2): 140-149.

McLoad, A.I., Zhang, Y. (2008), Improved Subset Autoregression: With R Package. *Journal of Statistical Software* 28(2). <http://www.jstatsoft.org/v28/i02/>. [Letöltve: 2012.szeptember]

Patel, N. R., Radadia N., Dhawan J. (2012), An Empirical Study on Weak-Form of Market Efficiency of Selected Asian Stock Markets, *Journal of Applied Finance & Banking*, vol.2, no.2, 2012, 99-148

Pfaff, B. (2008), Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R. Second Edition. *Springer*, New York. ISBN 0-387-27960-1

Polgárné Hoschek Mónika, Statisztikai Idősorelemzés a tőzsdén, Doktori (Phd) értekezés Nyugat-magyarországi Egyetem, Sopron, 2011.

R Core Team (2012). R: A language and environment for statistical computing. *R Foundation for Statistical Computing*, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>. [Letöltve: 2012.augusztus]

Ryan, J. A., Ulrich, J. M. (2012). xts: eXtensible Time Series. R package version 0.8-6. <http://CRAN.R-project.org/package=xts> [Letöltve: 2012.szeptember]

Schwert, G. William (1989), Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation, *Journal of Business & Economic Statistics*, April 1989, Vol. 7, No. 2

Szűcs Ákos, Néhány részvényárfolyam-modell és vizsgálatuk R-ben, B.Sc. Szakdolgozat, Debreceni Egyetem Informatikai Kar, Debrecen, 2011

Trapletti, A., Hornik, K. (2012), tseries: Time Series Analysis and Computational Finance. R package version 0.10-29. <http://CRAN.R-project.org/package=tseries> [Letöltve: 2012. szeptember]

Wright, J.H., (2000), Alternative Variance-Ratio Tests Using Ranks and Signs, *Journal of Business & Economic Statistics*, 18, 1-9.

Wuertz, D. and Chalabi Y. (2012). timeSeries: R metrics - Financial Time Series Objects. R package version 2160.95. <http://CRAN.R-project.org/package=timeSeries> [Letöltve: 2012 szeptember]

Magyar árfolyamok:

Net Média ZRT. : *Portfolio.hu*. Adatletöltés rovat, Részvényárfolyamok, <http://www.portfolio.hu/history/adatletoltes.tdp>, [Letöltve: 2012. szeptember]

Amerikai árfolyamok:

Yahoo! Inc.: *Yahoo!Finance* Investing rovat, Stocks, Historical quotes, <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=GE>, [Letöltve: 2012. szeptember]

Saját munka leírása

1. Egy informatikai eszközrendszer kialakítása a hatékonyság gyenge formájának tesztelésére az R programcsomagban.
2. Segment Neighbourhood töréspontkereső algoritmus futtatása az R programmal a vizsgálat tárgyát képező magyar és amerikai részvények napi loghozamaira.
3. A Microsoft és az OTP részvény esetében az eredmények bemutatása, majd a kapott töréspontok alapján az idősorok egységes felosztása.
4. A piaci hatékonyság gyenge formájának vizsgálata R program segítségével a következő statisztikai eszközök segítségével:
 - a. Autokorrelációs Függvény,
 - b. Ljung-Box teszt,
 - c. Augmented Dickey-Fuller Teszt,
 - d. Lo- és MacKinlay-féle Variancia Hányados teszt,
 - e. Wright-féle Variancia Hányados teszt,
5. A vizsgálatok eredményeinek ábrázolása, összegzése majd következtetések levonása.
6. Az eltérő jellegű viselkedés egy lehetséges okának vizsgálata a Zwack részvény esetében. Az adatok szűrése majd a tesztek újbóli futtatása, végül az eredmények szemléltetése.
7. A hatékonyság időbeli stabilitásának vizsgálata a Kim által módosított Choi-féle Variancia Hányados teszt segítségével. Két csúsztatott ablakos teszt futtatása R-ben, majd a kapott eredmények megerősítése az OTP részvény esetében Ljung-Box és Portmanteau teszt időbeli csúsztatásának segítségével. Az ablakok mozgatására saját `for` ciklusokat írtunk.
8. Következtetések levonása a vizsgált időszakra a magyar és amerikai piac hatékonyságára vonatkozóan.

Függelék

Töréspontok

Amerikai részvények 2006.01.01-2010.12.31.					
Részvény neve	Töréspontok				
Aegon	2008.09.10	2009.05.14	2010.04.29	2010.06.11	2010.12.29
American Express	2007.07.05	2008.09.10	2009.05.07	2010.10.01	2010.12.29
Apple	2006.07.27	2007.07.19	2008.09.10	2009.01.20	2010.12.29
AT&T	2007.07.17	2008.09.24	2008.12.08	2009.11.05	2010.12.29
BHP	2008.08.27	2009.03.06	2010.04.27	2010.06.08	2010.12.29
Cisco	2008.08.29	2009.04.07	2010.04.27	2010.11.09	2010.12.29
Ebay	2007.01.24	2007.10.12	2008.09.24	2009.04.21	2010.12.29
GE	2007.07.05	2008.09.09	2009.04.16	2010.07.22	2010.12.29
Google	2006.05.10	2007.10.31	2008.09.24	2009.03.19	2010.12.29
JPMorgan	2007.10.29	2008.09.16	2009.05.07	2010.12.29	
McDonalds	2007.09.05	2008.09.24	2008.12.08	2009.09.23	2010.12.29
Microsoft	2008.09.08	2009.04.22	2010.12.29		
RIO	2008.08.27	2009.03.06	2010.04.27	2010.04.28	2010.12.29
TEVA	2006.05.05	2006.08.07	2008.06.02	2008.12.18	2010.12.29
UTX	2008.06.20	2009.04.22	2010.04.16	2010.07.21	2010.12.29
Magyar részvények					
Részvény neve	Töréspontok				
Danubius	2006.08.07	2007.11.19	2008.09.23	2008.11.14	2010.12.29
Egis	2006.11.14	2008.09.09	2008.11.13	2009.08.25	2010.12.30
FHB	2006.06.08	2006.07.03	2007.11.09	2008.12.17	2010.12.30
Mol	2006.07.26	2007.06.20	2008.10.02	2009.01.08	2010.12.30
Mtelekom	2006.05.12	2006.06.23	2008.09.11	2009.06.03	2010.12.30
OTP	2008.09.03	2009.05.20	2010.04.30	2010.06.02	2010.12.30
Richter	2006.05.02	2006.06.30	2008.09.03	2009.07.14	2010.12.30
Zwack	2007.02.07	2007.08.27	2008.10.06	2009.03.10	2010.12.30

F.3. táblázat. A talált töréspontok az összes részvény esetében.

Lo- és MacKinlay VR teszt

Részvények VR(q) teszt értékei								
2006.01.01.-2008.08.31.					2009.05.01.-2010.12.31.			
Holding period	2	5	10	20	2	5	10	20
Aegon								
VR(q)	0.9008605	0.8672973	0.6948245	0.6831083	0.9075604	0.8020494	0.6695724	0.5764126
Z(q)	-2.568077 *	-1.568991	-2.341307 *	-1.651671	-1.892192	-1.849453	-2.003230 *	-1.744623
Z*(q)	-1.815392	-1.168670	-1.842945	-1.333333	-1.398572	-1.310562	-1.457091	-1.386091
American Express								
VR(q)	0.8545692	0.6654285	0.5005880	0.4259996	0.8574405	0.8595965	0.7913615	0.6597083
Z(q)	-3.767191 *	-3.95575 *	-3.83149 *	-2.991748 *	-2.91812 *	-1.311790	-1.264879	-1.401554
Z*(q)	-3.080836 *	-3.04270 *	-2.82817 *	-2.185840 *	-2.25299 *	-1.060814	-1.049379	-1.197216
Apple								
VR(q)	0.995831	1.022939	1.077478	1.134291	1.0474690	1.0375131	0.8786961	0.7117935
Z(q)	-0.1079927	0.2712139	0.5944125	0.6999407	0.9716659	0.3504854	-0.7354097	-1.1870317
Z*(q)	-0.09094964	0.23721801	0.53266638	0.64646915	0.8045719	0.3041124	-0.6507920	-1.0693277
AT&T								
VR(q)	0.9742250	0.8997579	0.8571818	0.8652229	0.9717589	0.9030602	0.8727022	0.7110127
Z(q)	-0.6676669	-1.1851976	-1.0957021	-0.7024715	-0.5780812	-0.9057083	-0.7717480	-1.1902474
Z*(q)	-0.5563849	-1.0387057	-0.9742956	-0.6253113	-0.6158667	-0.8944629	-0.7513315	-1.1475979
BHP								
VR(q)	0.9773010	0.9456577	0.9618402	0.9565168	0.9392040	0.9482914	0.8957934	0.7594549
Z(q)	-0.5879885	-0.6425084	-0.2927625	-0.2266390	-1.2444640	-0.4831137	-0.6317568	-0.9907294
Z*(q)	-0.5273532	-0.5766455	-0.2671174	-0.2098980	-1.2280924	-0.4525860	-0.5816786	-0.9073119
Cisco								
VR(q)	0.9802754	0.8793552	0.7980598	0.8510039	1.0166043	1.0697136	1.0107600	0.9377788
Z(q)	-0.5109390	-1.4264266	-1.5492859	-0.7765826	0.33988235	0.65133436	0.06523303	-0.25626948
Z*(q)	-0.4489595	-1.3225263	-1.4742962	-0.7586447	0.36832740	0.67251033	0.06603211	-0.26527404
Danubius								
VR(q)	0.8287815	0.7254111	0.6870664	0.7011836	0.7724679	0.6293340	0.5524763	0.4701498
Z(q)	-4.435186 *	-3.24656 *	-2.40082 *	-1.557461	-4.37075 *	-3.24994 *	-2.54610 *	-2.04794 *
Z*(q)	-3.333427 *	-2.56330 *	-1.908506	-1.291327	-3.75768 *	-2.96394 *	-2.40049 *	-1.99505 *
Ebay								
VR(q)	0.9566282	0.8316454	0.7753578	0.8171414	0.9626021	1.0334399	1.1249951	1.1643986
Z(q)	-1.1234886	-1.9905153	-1.7234562	-0.9530774	-0.7655167	0.3124290	0.7577876	0.6771061
Z*(q)	-0.9169646	-1.7706014	-1.5991675	-0.8995971	-0.6941164	0.2988981	0.7336077	0.6682147
Egis								
VR(q)	0.9896695	0.9544882	1.0497170	0.9772620	1.0354289	0.8468431	0.7627926	0.7593916
Z(q)	-0.2675972	-0.5381025	0.3814290	-0.1185126	0.7208720	-1.4223817	-1.4294733	-0.9850596

$Z^*(q)$	-0.2185695	-0.4413856	0.3188792	-0.1024004	0.5863992	-1.1942973	-1.2384134	-0.8737637
FHB								
$VR(q)$	0.8816610	0.8752218	0.9295879	0.9129280	0.9936902	0.8630713	0.7763102	0.9641828
$Z(q)$	-3.0654147 *	-1.4752964	-0.5402021	-0.4538278	-0.1282309	-1.2701321	-1.3463834	-0.1464598
$Z^*(q)$	-1.4805225	-0.8696523	-0.3723771	-0.3541749	-0.1162773	-1.1364284	-1.2336617	-0.1347230
GE								
$VR(q)$	0.9268075	0.8577921	0.8269125	0.7300970	1.125673	1.187796	1.149548	1.110470
$Z(q)$	-1.895955	-1.681375	-1.327928	-1.406761	2.5724530 *	1.7545747	0.9066424	0.4549920
$Z^*(q)$	-1.726292	-1.503347	-1.163101	-1.195986	2.4044066 *	1.5622368	0.8080139	0.4112272
Google								
$VR(q)$	0.9882176	1.0048631	1.0114643	1.1137781	1.057683	1.104641	1.103808	1.128326
$Z(q)$	-0.30520800	0.05749811	0.08795404	0.59302274	1.1807368	0.9776596	0.6293397	0.5285345
$Z^*(q)$	-0.26307624	0.05012646	0.07923478	0.53352450	1.2094484	0.9989427	0.6456228	0.5418604
JPMorgan								
$VR(q)$	0.9949189	0.8781150	0.7316620	0.5674152	0.7395994	0.6605628	0.6068242	0.5435867
$Z(q)$	-0.131618	-1.441090	-2.05869 *	-2.254675 *	-5.33026 *	-3.17136 *	-2.38364 *	-1.879822
$Z^*(q)$	-0.06610217	-0.8180492	-1.2289831	-1.41156818	-3.66450 *	-2.30968 *	-1.859749	-1.560750
McDonalds								
$VR(q)$	0.9885809	0.8653535	0.7618805	0.7192317	0.9065795	0.8374748	0.7942841	0.5214747
$Z(q)$	-0.2957955	-1.5919732	-1.8268535	-1.4633926	-1.912270	-1.518473	-1.247161	-1.970895 *
$Z^*(q)$	-0.3018527	-1.4645557	-1.6801877	-1.3424113	-1.844654	-1.425157	-1.169277	-1.864103
Microsoft								
$VR(q)$	0.9821649	0.9958585	0.8826799	0.8990557	0.983343	1.089047	1.045715	1.049557
$Z(q)$	-0.46199576	-0.0489667	-0.9000804	-0.52613171	-0.3409609	0.8319646	0.2771474	0.2041087
$Z^*(q)$	-0.4376762	-0.0431162	-0.7891008	-0.4724750	-0.2969003	0.7747096	0.2597086	0.1887683
MOL								
$VR(q)$	1.0889787	1.0976387	1.0573448	0.9761401	0.9169137	0.8307654	0.6516131	0.5671362
$Z(q)$	2.3048736 *	1.1544173	0.4399496	-0.1243600	-1.688513	-1.569798	-2.096933 *	-1.770018
$Z^*(q)$	1.6979424	0.9133458	0.3695310	-0.1097608	-1.279452	-1.339477	-1.914985	-1.650397
Mtelekom								
$VR(q)$	0.9163057	0.8109511	0.7895270	0.6280308	1.003454	1.099391	1.120245	1.220930
$Z(q)$	-2.167990 *	-2.235191 *	-1.614749	-1.938741	0.07028784	0.92305609	0.72462782	0.90449632
$Z^*(q)$	-1.951810	-2.043035 *	-1.483006	-1.792608	0.05915759	0.82123948	0.62632406	0.77741771
OTP								
$VR(q)$	1.0680594	0.9638992	0.9425423	0.8615749	0.9603291	0.9098993	0.8331139	0.9120482
$Z(q)$	1.7629886	-0.4268330	-0.4408157	-0.7214854	-0.8071833	-0.8367727	-1.0056988	-0.3600780
$Z^*(q)$	1.5274457	-0.3781344	-0.3971357	-0.6614858	-0.5892068	-0.6614361	-0.8497770	-0.3149080
Richter								
$VR(q)$	1.0762621	0.9937708	0.8438572	0.7233067	0.8956880	0.7154698	0.4899502	0.3349193
$Z(q)$	1.9754680 *	1.975468 *	-1.1979286	-1.4421534	-2.11987 *	-2.63926 *	-3.06997 *	-2.71957 *
$Z^*(q)$	1.98341700 *	-0.0686168	-1.0916773	-1.32840843	-1.563897	-2.19252 *	-2.74777 *	-2.50294 *
RIO								
$VR(q)$	0.9569307	0.9057741	0.7943450	0.7632682	1.043684	1.119548	1.105880	1.166842

$Z(q)$	-1.115654	-1.114066	-1.577786	-1.233870	0.8941870	1.1169346	0.6419006	0.6871701
$Z^*(q)$	-0.7710272	-0.7858100	-1.2111031	-1.0183144	1.253080	1.806672	1.017659	1.138957
Teva								
$VR(q)$	0.9810993	0.9366088	0.7963033	0.6086192	0.9901668	0.8938233	0.7753285	0.7090910
$Z(q)$	-0.4895966	-0.7494968	-1.5627623	-2.0399163 *	-0.2012809	-0.9920090	-1.3620799	-1.1981622
$Z^*(q)$	-0.4268120	-0.6826939	-1.3854736	-1.7879493	-0.1759826	-0.8918464	-1.1985337	-1.0809405
UTX								
$VR(q)$	0.9601207	0.8842963	0.7769563	0.6720318	0.9494872	0.9692023	0.8685009	0.7638150
$Z(q)$	-1.033020	-1.368005	-1.711192	-1.709403	-1.0339722	-0.2877434	-0.7972185	-0.9727717
$Z^*(q)$	-0.8606104	-1.2144263	-1.5617536	-1.5811656	-1.0176938	-0.2661778	-0.7162939	-0.8726406
Zwack								
$VR(q)$	0.8600101	0.6522755	0.6990062	0.6843314	0.8589472	0.8265707	0.9867148	1.2317983
$Z(q)$	-3.626251 *	-4.11126 *	-2.30922 *	-1.645296	-2.43903 *	-1.3687921	-0.0680381	0.80648697
$Z^*(q)$	-1.5625726	-1.8981729	-1.1785901	-0.9444914	-2.24248 *	-1.1952206	-0.0587420	0.72519649

F.4. táblázat. A Lo- és MacKinlay VR értékek és próbastatisztikák.

„*”: H_0 elvetése 5%-os szignifikanciaszinten (Kritikus értékek: -1,96 és 1,96)

Részvények Wright VR teszt próbastatisztikái								
2006.01.01.-2008.08.31.					2009.05.01.-2010.12.31.			
Holding period	2	5	10	20	2	5	10	20
Aegon								
$R1$	-1.969004	-0.743950	-2.042316 *	-1.705201	-0.5478275	0.1137766	-0.2898316	-0.5782990
$R2$	-2.1169468 *	-0.9469395	-2.0526888 *	-1.6107542	-1.0131809	-0.6235186	-0.9557866	-1.0571835
SI	-1.814415	-0.817591	-1.767648	-1.351573	-0.5373852	0.6421920	0.1938855	-0.2437789
American Express								
$R1$	-3.897803 *	-4.220772*	-3.671531*	-2.63869*	-2.844635*	-1.342854	-1.076153	-1.376581
$R2$	-4.028996*	-4.308561*	-3.882810*	-2.88947*	-2.885479*	-1.382210	-1.267088	-1.504384
SI	-3.281389*	-3.298557*	-3.061941*	-2.17960*	-2.6869258*	-1.1416746	-0.6742586	-0.8846817
Apple								
$R1$	-1.0805453	-0.2165383	0.4411265	0.6869872	1.47155646	1.10142358	-0.07249062	-0.84766421
$R2$	-0.445273	0.1320258	0.506686	0.5884564	1.2221296	0.7107418	-0.4429616	-0.9760919
SI	-1.6599966	-0.817591	0.3315769	0.9041557	1.612155	1.997931*	1.831784	1.238554
AT&T								
$R1$	-0.6680254	-1.2814541	-1.3717685	-0.7613021	-0.5648678	-0.5651861	-0.2835658	-0.5364737
$R2$	-0.7822163	-1.3208451	-1.2791536	-0.7725393	-0.5302347	-0.7134448	-0.5864247	-0.9743040
SI	0.2702320	-0.1127712	-0.1989462	0.6649118	0.0488532	0.7492239	1.4034996	1.8499676
BHP								
$R1$	-0.6865695	-0.7904008	-0.6635910	-0.4285177	-1.6845457	-0.8529298	-0.9276598	-1.1419155
$R2$	-0.8779587	-0.9330756	-0.5460867	-0.3835424	-1.4699508	-0.6828792	-0.8332894	-1.1399039
SI	1.11953258	0.19734955	-0.09375624	0.26410047	-2.1006875 *	-1.4984479	-1.1777821	-0.8886136
Cisco								

<i>R1</i>	-0.9382694	-1.9101249	-2.1260512 *	-1.5199050	-0.90530519	-0.01382659	-0.32750243	-0.93949309
<i>R2</i>	-0.9009052	-1.8323007	-1.9842622	-1.2335240	-0.42431651	0.25233568	-0.09711086	-0.67290112
<i>SI</i>	-0.5018594	-1.5787964	-1.5526947	-1.0672766	-0.3419724	0.5708373	0.2922752	0.2005278
Danubius								
<i>R1</i>	-3.412389*	-2.475187*	-1.948123	-1.245015	-5.274359*	-4.100179*	-3.230756*	-2.542813*
<i>R2</i>	-3.849896*	-2.760764*	-2.086951*	-1.306051	-4.848677*	-3.716396*	-2.910947*	-2.280652*
<i>SI</i>	-1.11953258	-0.64843424	-0.71574883	0.08855134	-3.383765*	-2.699259*	-2.032122*	-1.189917
Ebay								
<i>R1</i>	-1.709257	-2.716074 *	-2.160167 *	-1.228722	-0.3344090	0.5521287	0.6713138	0.3979786
<i>R2</i>	-1.2164087	-2.2657942 *	-1.7802604	-0.8256635	-0.4865449	0.4391043	0.7048772	0.6106881
<i>SI</i>	-1.582787	-2.593737 *	-2.110659 *	-1.340698	0.2442660	0.5351600	0.2459742	-0.4187493
Egis								
<i>R1</i>	-1.2427045	-1.4041491	-0.3176057	-0.3269479	0.04998177	-1.84478486	-1.46516550	-1.00442788
<i>R2</i>	-0.66788981	-0.95887893	0.07491522	-0.20477240	0.2970086	-1.7569664	-1.5526928	-1.0350776
<i>SI</i>	-1.8144149	-2.0580739 *	-0.9718634	-0.4210072	0.5897678	-0.8075729	-0.3027685	-0.1068009
FHB								
<i>R1</i>	-3.9897040 *	-2.0620013 *	-1.1983007	-0.6609058	-0.1314474	-0.9609273	-1.0575654	0.1576709
<i>R2</i>	-3.7777664 *	-1.9435578	-0.8924967	-0.3212808	-0.12903839	-1.18994089	-1.37245256	-0.05531336
<i>SI</i>	-2.740925 *	-1.832532	-1.735634	-1.398179	-0.4428610	-0.2874844	-0.9706145	-0.2475235
GE								
<i>R1</i>	-2.087777 *	-2.221994 *	-2.190733 *	-2.062895 *	2.1453979 *	1.4902410	0.9943259	0.4606760
<i>R2</i>	-2.232115 *	-2.262747 *	-2.022264	-1.859065	2.3916331 *	1.6578697	0.9456114	0.4820598
<i>SI</i>	-1.505578	-1.381447	-1.465799	-1.485177	0.0488532	0.2497413	0.3327886	-0.1572767
Google								
<i>R1</i>	-0.378716817	-0.176556521	-0.258225106	0.003996753	1.8024743	2.4396442	1.7455352	0.4734206
<i>R2</i>	-0.25641912	-0.06342267	-0.12685488	0.16958429	1.5506963	1.9253523	1.4011885	0.5617743
<i>SI</i>	-1.4283692	-1.4660252	-1.3743292	-0.8777457	1.3190363	2.6757998 *	2.1095901 *	0.4305451
JPMorgan								
<i>R1</i>	-2.194623*	-2.065034*	-2.065034*	-2.19259*	-4.165693*	-2.200346*	-1.638283	-1.343615
<i>R2</i>	-1.906809	-2.217389*	-2.621066*	-2.38134*	-4.677336*	-2.667464*	-2.026750*	-1.625402
<i>SI</i>	-3.126970*	-2.340002*	-2.503978*	-2.32874*	-4.054815*	-2.996896*	-2.150104*	-1.967925*
McDonalds								
<i>R1</i>	-0.218760	-1.834011	-2.252782 *	-1.904723	-1.833330	-1.526699	-1.600393	-2.228627*
<i>R2</i>	-0.2118287	-1.6402575	-2.0628012 *	-1.7197475	-1.955216	-1.587383	-1.429850	-2.094121 *
<i>SI</i>	-0.1930229	-1.7479532	-1.8453971	-1.4820697	-0.6350916	0.1427093	-0.2112484	-0.5544005
Microsoft								
<i>R1</i>	-1.0757198	-1.0536086	-1.2505489	-0.6713301	-0.7792182	0.7791328	1.0051633	0.7547618
<i>R2</i>	-0.8558080	-0.6936643	-1.2488571	-0.7229706	-0.3787586	1.0335141	0.7973141	0.5843766
<i>SI</i>	-0.34744115	-0.25373514	-0.02972759	0.18953093	-1.6121555	0.2140640	0.7205596	0.4148174
MOL								
<i>R1</i>	2.3709862*	1.1931204	0.1780540	-0.6376103	-1.1327052	-1.0351063	-1.1831056	-0.8364988
<i>R2</i>	2.2934129 *	1.1981977	0.3551035	-0.2998800	-1.290238	-1.070473	-1.485561	-1.201701
<i>SI</i>	1.8144149	1.2968685	0.5465303	-0.4536314	-1.2301696	-1.0780666	-0.6208435	-0.2554443

Mtelekom								
<i>R1</i>	-2.589354 *	-2.649341 *	-1.859153	-1.972428 *	-0.3196903	0.8001046	0.3444819	0.3945745
<i>R2</i>	-2.504717*	-2.791375 *	-1.997993	-2.162036*	0.01918419	0.85394454	0.38887411	0.56555292
<i>SI</i>	-2.6637155 *	-1.6915676	-0.5007955	-0.2407975	-1.376125	0.843465	1.088802	1.605970
OTP								
<i>R1</i>	1.1834810	-0.8192571	-0.8174663	-1.0428726	0.59065396	0.42321699	-0.09219306	0.17335719
<i>R2</i>	1.6098357	-0.4702306	-0.4252017	-0.6380760	-0.05626020	-0.22852308	-0.55158692	-0.09044284
<i>SI</i>	0.5790686	-0.9867478	-1.6030030	-1.3205024	0.5897678	0.6998965	0.2387213	0.1859128
Richter								
<i>R1</i>	2.3273201*	0.3886803	-1.1920002	-1.5097308	-1.280596	-2.038980*	-2.240691*	-2.236857*
<i>R2</i>	2.1631451*	0.1979201	-1.1353999	-1.4228085	-1.613355	-2.402295*	-2.774025*	-2.623562*
<i>SI</i>	2.5092972*	1.5787964	0.3818852	-0.4769344	-0.9349289	-0.7187111	-0.8423651	-0.9663319
RIO								
<i>R1</i>	-0.8605650	-0.9071347	-1.4392332	-1.0846818	0.2198611	0.2780890	-0.7635116	-1.2684778
<i>R2</i>	-1.234652	-1.025867	-1.467955	-1.136175	0.4511488	0.5831063	-0.6815029	-1.1607599
<i>SI</i>	0.03860457	-0.42289190	-1.21883108	-1.00358180	0.0488532	-0.5351600	-0.7205596	-1.3112948
Teva								
<i>R1</i>	-0.4344036	-1.0829302	-2.0525883*	-2.0692028 *	-0.8960773	-1.6704806	-1.9435738	-1.5218633
<i>R2</i>	-0.5292628	-0.9093879	-1.8365858	-2.0421605*	-0.520440	-1.497148	-1.641295	-1.149930
<i>SI</i>	-1.042323	-2.029881 *	-2.412508 *	-2.154749*	-0.3419724	-1.1773519	-1.7507572	-1.5983249
UTX								
<i>R1</i>	-2.625103 *	-2.651439 *	-2.521858 *	-2.315499*	-0.79820612	0.04392333	-0.24009208	-0.61837904
<i>R2</i>	-1.899052	-2.022611 *	-2.138566 *	-1.976638 *	-0.93837111	-0.09378637	-0.48642992	-0.76711467
<i>SI</i>	-2.895343 *	-2.424580 *	-1.996322 *	-1.904630 *	-1.0259171	-0.8205786	-1.2645966	-1.4666056
Zwack								
<i>R1</i>	-4.1948337*	-3.4334793*	-1.9270312	-0.9609115	-2.6303772*	-2.3084324*	-0.8633207	0.3719527
<i>R2</i>	-4.172004*	-3.901276*	-2.177808*	-1.241224	-2.6438883*	-2.0197330*	-0.5095733	0.6338237
<i>SI</i>	-2.2776697*	-1.4096397	-0.1943727	0.8746386	-0.9831354	0.0000000	1.5175594	2.7019552*

F.3. táblázat. Néhány részvény Wright teszt értékei az első és a harmadik időszakban.

„*”: H_0 elvetése. Kritikus értékek 5%-os szignifikanciaszinten a következők:

k: 2006.01.01.-2008.08.31.

2 $R1=-2.02; 1.92$ $R2=-2.02; 1.92$ $S1=-1.96; 1.89$

5 $R1=-2.00; 1.94$ $R2=-2.02; 1.92$ $S1=-1.94; 1.97$

10 $R1=-1.97; 1.93$ $R2=-2.00; 1.91$ $S1=-1.89; 1.98$

20 $R1=-1.96; 1.83$ $R2=-1.96; 1.83$ $S1=-1.87; 1.97$

2009.05.01.-2010.12.31.

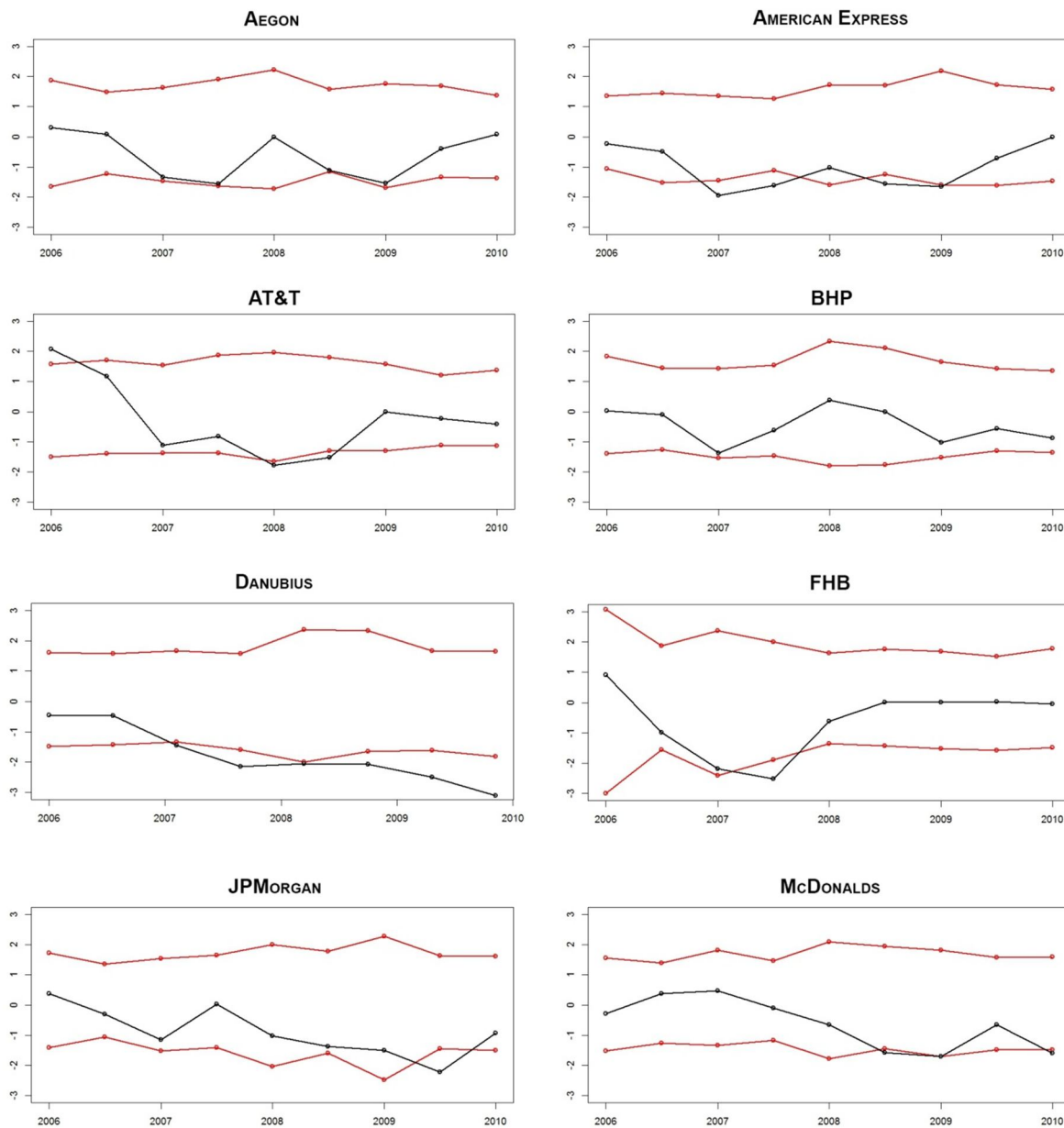
$R1=-2.04; 1.86$ $R2=-2.04; 1.86$ $S1=-1.96; 1.96$

$R1=-2.02; 1.86$ $R2=-2.00; 1.84$ $S1=-1.95; 1.95$

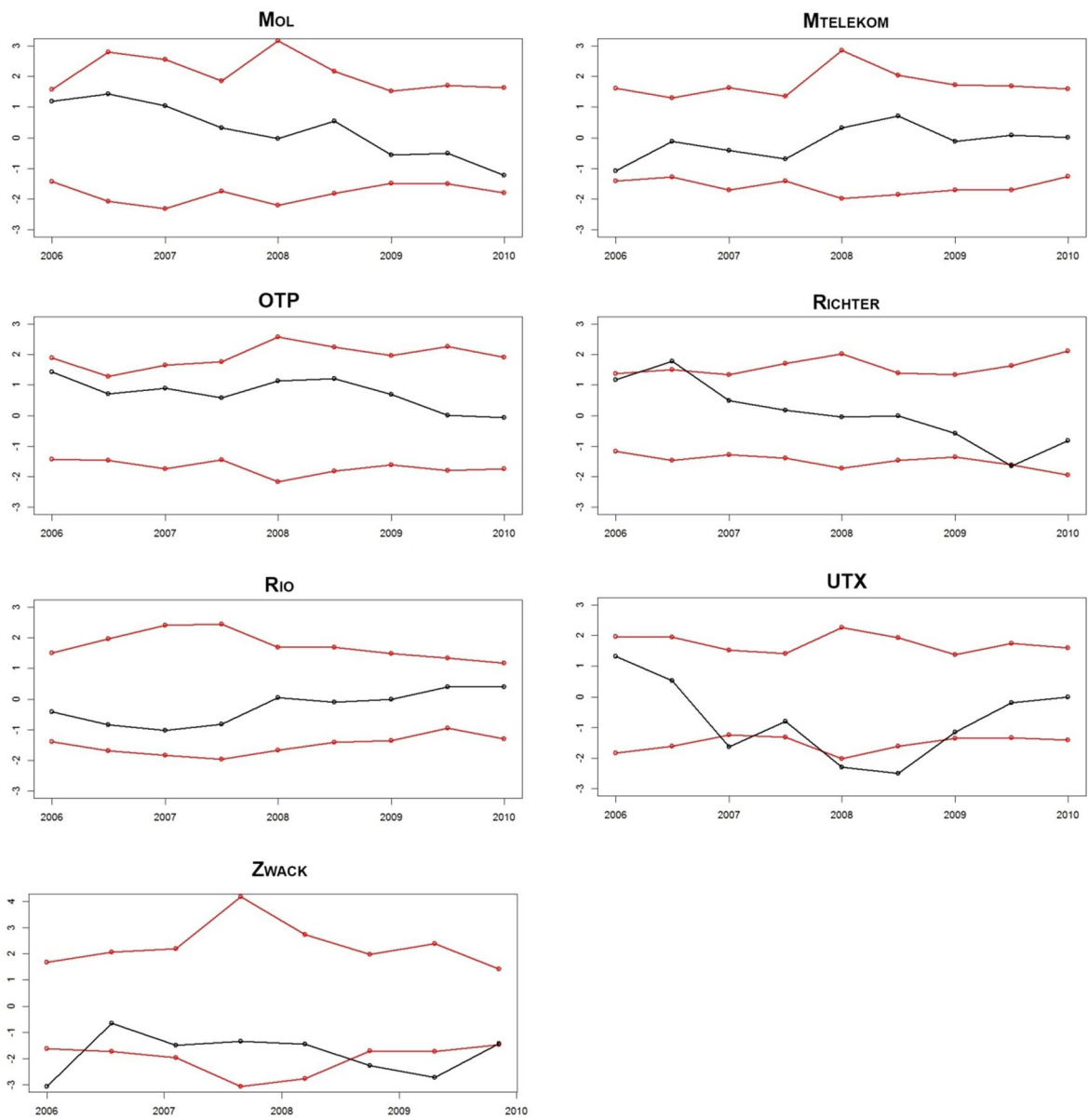
$R1=-1.99; 1.79$ $R2=-1.98; 1.78$ $S1=-1.87; 1.99$

$R1=-1.92; 1.70$ $R2=-1.92; 1.68$ $S1=-1.81; 1.96$

Csúsztatott ablakos vizsgálatok



F.1. ábra. Csúsztatott AutoVR értéke egy év hosszúságú ablak esetén, 95%-os konfidencia intervallum mellett.



F.2. ábra. Csúsztatott AutoVR értéke egy év hosszúságú ablak esetén, 95%-os konfidencia intervallum mellett.