

SZENT ISTVÁN EGYETEM GÉPÉSZMÉRNÖKI KAR

Mechanika és Műszaki Ábrázolás Tanszék

TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

SILÓÜRÍTÉS DISZKRÉT ELEMES MODELLJE

Készítette: **SAFRANYIK FERENC**
MSc II. évfolyam

Témavezető(k): **DR. OLDAL ISTVÁN**
egyetemi docens



**Gödöllő
2013.**

Tartalomjegyzék

ALKALMAZOTT JELÖLÉSEK	2
1 Bevezetés, célkitűzés	3
2 Szemcsés anyagok modellezése	4
2.1 Diszkrét- vagy kontinuummodellezés?.....	5
2.2 Szemcsés halmazok kontinuum modellezése	5
2.3 Kontinuum modelleknél használatos fizikai, mechanikai jellemzők.....	7
2.3.1 Belső súrlódási szög, természetes rézsűszög, kohézió, tönkremeneteli jellemzők.....	7
2.3.2 Külső súrlódási tényező.....	10
2.3.3 Sűrűség, halmazsűrűség, porozitás	10
2.4 Szemcsés halmazok mikroszerkezeti modellezése	11
2.5 A diszkrét elemes modellezés matematikai alapjai	12
2.6 A diszkrét elemes módszernél alkalmazott mikromechanikai jellemzők	14
2.7 Szemcsés anyagok tárolása silókban	15
2.7.1 Feszültségviszonyok a silóban tárolt szemcsés anyagban	15
2.7.2 Silók ürítése	17
2.7.3 Kifolyási sebesség, tömegáram	19
2.7.4 Silók ürítésekor jelentkező leggyakoribb problémák	21
2.7.5 Üritő berendezések	23
2.7.5.1 Kifolyást segítő berendezések	23
2.7.5.2 Kifolyást szabályzó berendezések	24
3 A kifolyás diszkrét elemes modellezése	26
3.1 Geometriai modell	26
3.2 Szemcsemodell.....	27
3.3 Kapcsolati modell.....	27
3.4 Szimulációs paraméterek.....	28
4 Eredmények.....	30
4.1 Kifolyási mód	30
4.2 A siló tömegváltozása.....	31
4.3 Kifolyási tömegáram	32
4.4 Sebességprofil.....	33
4.5 Modellparaméterek.....	37
5 Összefoglalás.....	38
6 Tovább lépési lehetőségek.....	39
7 Irodalomjegyzék	40
8 Melléklet.....	43

ALKALMAZOTT JELÖLÉSEK

<i>Jel</i>	<i>Megnevezés</i>
$A(x, y, z)$	alakváltozási tenzormező
$\vec{a}(t)$	gyorsulásvektor
C_r	ütközési tényező
$\mathbb{C}(x, y, z, t)$	rugalmas együtthatók tenzora
D	silótest átmérője
d	kifolyónyílás átmérője
d_p	átlagos szemcseméret
E	rugalmassági modulus
$\mathbb{F}(x, y, z)$	feszültségi tenzormező
g	gravitációs gyorsulás
h	a boltozat magassága
K	oldalnyomás-tényező
$\mathbb{M}(t)$	inerciamátrix
$\overline{p_0}$	terhelési peremfeltétel
p_f	függőleges irányú nyomás abszolút értéke
p_v	vízszintes irányú nyomás abszolút értéke
S	töltöttségi fok
$t_{\ddot{u}}$	ürítési idő
$\overline{u_0}$	elmozdulási peremfeltétel
$\vec{u}(t)$	elmozdulásvektor
$\vec{u}(x, y, z)$	elmozdulási vektormező
V	össztérfogat
V_p	halmazban lévő teljes pórustérfogat
$v(x, \varphi)$	sebességeloszlás függvénye
$\vec{v}(t)$	sebességvektor
W	kifolyási tömegáram
δ	a boltozat alaktényezője
ε	porozitás
θ	garat félkúpszöge
μ_0	súrlódási tényező
μ_b	belső súrlódási tényező
μ_k	külső súrlódási tényező
μ_r	gördülési ellenállási tényező
ρ	sűrűség
ρ_h	halmazsűrűség
ρ_p	póruzsűrűség
τ_c	kohézió
τ_{nm}	csúsztatófeszültség az n normálvektorú felületelemen, m irányban
σ_n	n irányú normálfeszültség
ν	Poisson-tényező
φ_{max}	külső súrlódásra jellemző maximális szög
ϕ	belső súrlódási szög
ϕ_r	természetes rézsűszög

1 Bevezetés, célkitűzés

Szemcsés anyagnak nevezzük azokat az anyagokat, amelyek a kiterjedésükhöz képest kisméretű, szilárd részekből – szemcsékből – állnak és a szemcsék között esetlegesen fellépő kohéziós erő lényegesen kisebb, mint a szemcsék belsejében ható összetartó erő. A szemcsés anyagoknak szinte minden iparágban nagy jelentőségük van. Mezőgazdasági termékek, élelmiszerek, műanyagok, vegyszerek, ásványi anyagok szállítása, kezelése, a kapcsolódó berendezések tervezése, kiválasztása során különleges figyelmet kell fordítani speciális tulajdonságaikra. A felmerülő problémák megoldásához és az anyagok valóságos viselkedésének leírásához elengedhetetlen a megfelelő anyagmodell kiválasztása, illetve az modellparaméterek és az anyagjellemzők, mérnöki gyakorlat számára elfogadható pontosságú meghatározása.

Szemcsés anyagok modellezésére két eltérő módszert alkalmazhatunk: a kontinuum- és a diszkrét elemes modellt. A kontinuum modell a szilárd testek és fluidumok modellezéséhez hasonlóan folytonos testként írja le a szemcsés halmazokat. A diszkrét elemes modell az egyes szemcsék mozgásegyenleteivel és a köztük létrejövő kapcsolatok figyelembe vételével próbálja leírni a halmaz valóságos viselkedését. A módszer folyamatosan fejlődik, gyakorlati alkalmazhatóságával kapcsolatos kutatások jelenleg is folynak.

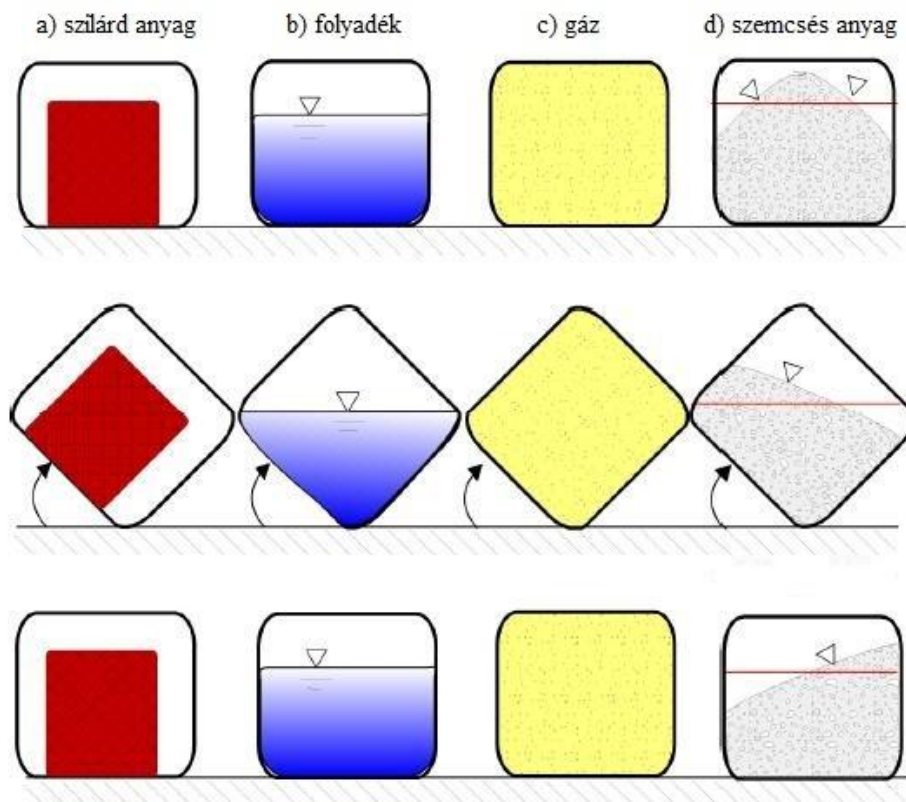
A mérnöki gyakorlatban sokszor előfordulnak a szemcsés anyagok tárolásával kapcsolatos problémák. A tárolók (pl.: silók) megfelelő működésének alapfeltétele, hogy a tárolóból ki is lehessen üríteni a betöltött anyagot. A silók ürítésekor jelentkező problémák (pl.: anyagáram elakadása, a kapcsolódó berendezések tervezése, stb.) megoldása komoly költségeket jelent egy-egy új típus fejlesztésekor, átalakításakor. Ezt jelentősen lecsökkentené egy, a gyakorlatban alkalmazható, elfogadható pontosságú szimulációs módszer, amellyel egy-egy probléma modellezhető.

Munkám célja a silóürítés folyamatának diszkrét elemes modellezése. További célom, modellem mérési eredményekkel történő validálása. Olyan szimulációs módszer szeretnék kidolgozni, amellyel a szemcsés anyag kifolyási jellemzői (kifolyási mód, tömegáram, sebességprofil) elfogadható pontossággal meghatározhatóak.

A téma szakirodalmának ismertetése után bemutatom az általam kidolgozott diszkrét elemes modellt, majd a szimulációs eredményeket mérésekkel hasonlítom össze.

2 Szemcsés anyagok modellezése

A szemcsés anyagok fizikai viselkedése és tulajdonságai olyan minőségi eltérést mutatnak a többi halmazállapothoz képest, hogy azok között önálló kategóriát képeznek. A szemcsés anyagok viselkedését legegyszerűbben az alábbi ábrán látható egyszerű kísérlettel érthetjük meg.



1. ábra: Szilárd anyagok, folyadékok, gázok, szemcsés anyagok tárolása tartályban [Kache: 2009.]

Attól függően, hogy a szemcsés anyag megtölti-e a tároló tartályt, azzal együtt megdől, majd újra visszamozdul, így folyton új anyagfelszín alakul ki. Új anyagfelszín kialakulása más halmazállapotokra nem jellemző [Kache: 2009.].

A szemcsés anyagok bizonyos feltételek mellett szilárdtestként viselkednek, teherviselésre képesek, megőrzik alakjukat. Más körülmények közt ugyanez a halmaz a folyadékokhoz hasonló tulajdonságokat mutat, kitölti a rendelkezésre álló teret. Függőleges tárolókban (silókban) való tárolásukat, ürítésüket folyadékszerű viselkedésük teszi lehetővé, míg vízszintes tárolók esetén ezek a jellemzők hátrányként jelentkeznek [Oldal, 2007.].

A szemcsés anyagokat leggyakrabban szemcseméretük és kohéziós tulajdonságaik alapján csoportosítjuk. Kohézió nélküli szemcsés anyagnak nevezzük, azokat a szemcsés halmazokat, amelyek esetén a szemcsék között ható erő lényegesen kisebb a szemcsék belsejében ható összetartó erőnél (pl.: kukorica, búza). A kohéziós szemcsés anyagok azok, amelyek esetén a szemcsék között ható erők nem elhanyagolható nagyságúak (pl.: finom porok, talaj). Az 1. táblázatban a szemcsés anyagok szemcseméret szerinti osztályozását láthatjuk [Kache: 2009.].

1. táblázat: Szemcsés anyagok osztályozása [Kache: 2009.]

<i>Szemcsenagyság</i>	<i>Szemcsés anyag</i>
$> 3 \text{ mm}$	kavics, sóder, kukorica
$100 \mu\text{m} - 3 \text{ mm}$	granulátum, homok
$10 \mu\text{m} - 100 \mu\text{m}$	finom porok
$0,1 \mu\text{m} - 10 \mu\text{m}$	ultrafinom porok
$< 0,1 \mu\text{m}$	nanoporok

2.1 Diszkrét- vagy kontinuummodellezés?

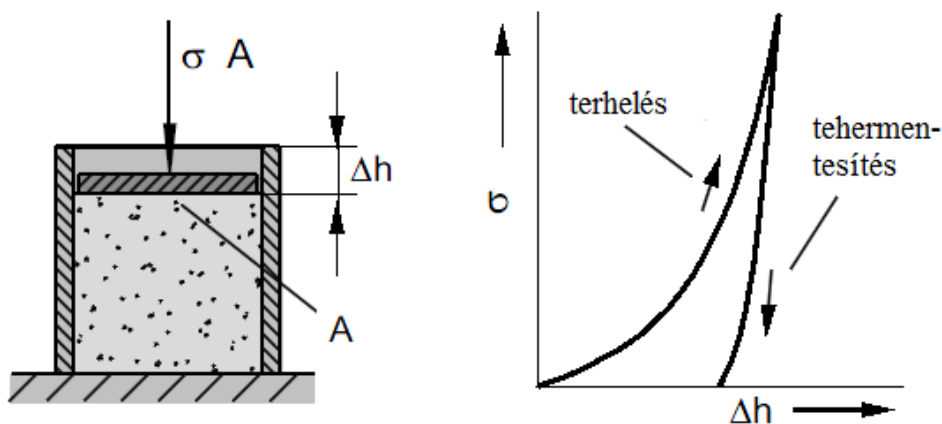
A szemcsés anyagok különálló részecskékből állnak. Viselkedésüket leírhatjuk a különálló szemcsék között ható erők figyelembe vételével. Könnyen belátható, hogy ez egy nagyon nehéz és költséges vállalkozás, mivel általános esetben a szemcsék száma nagyon nagy. Minden részecskének más az alakja, illetve a részecskék között ható erőket nagyon nehezen lehet meghatározni és csupán néhány éve állnak rendelkezésre megfelelő módszerek (diszkrét elemek módszere) és hardver a komplex és nagymennyiségű számítás elvégzésére [Schulze: 2009.]. A másik szemlélet, amikor az ömlesztett anyagot kontinuumként kezeljük. Ebben az esetben hasonlóan az áramlástanhoz és a szilárdságtanhoz nem a szemcsék között ható erőket vesszük figyelembe, hanem a térfogategységek határfelületein ható erőket és az azok következtében létrejövő torzulásokat.

2.2 Szemcsés halmazok kontinuum modellezése

Kontinuum modell alkalmazása esetén a halmaz szerkezetére semmilyen feltevést nem teszünk, annak sajátosságait mérésekkel meghatározott anyagjellemzők segítségével írjuk le. Feltételezzük, hogy a szemcsés halmaz folytonosan tölti ki a rendelkezésre álló térfogatot [Keppler: 2006.]. Ekkor a szemcsék közt ható erőket integrálással kapjuk meg. A vizsgált térfogategységeket a szemcsék méretéhez képest elegendően nagyoknak kell megválasztani, hogy a szemcsék érintkezéséből adódó helyi folyamatokat ne kelljen figyelembe venni. A szilárd testektől való eltéréseket speciális fizikai, szilárdsági és anyagjellemzőkkel vesszük figyelembe [Schulze: 2009.]. A szemcsés halmaz mechanikai jellemzőit folytonos függvényekkel adjuk meg. A halmaz állapotának leírására is folytonos függvényeket használunk, az állapotváltozásokat pedig differenciálegyenletekkel írjuk le [Keppler: 2006.].

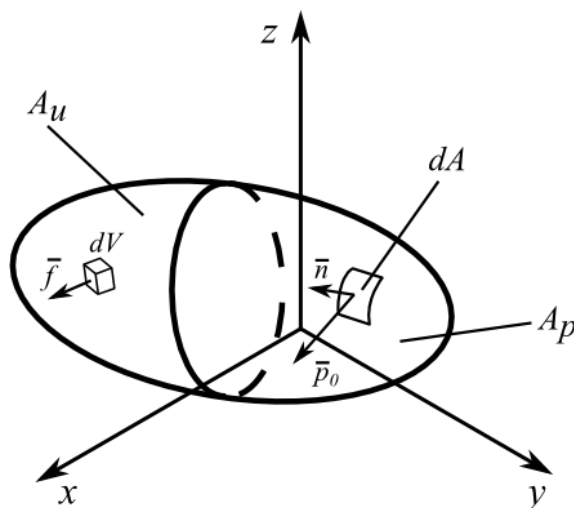
Végelelem-módszer segítségével a kontinuum modellt a diszkrét modellhez hasonlóan alkalmazhatjuk, beépítve a modellbe a szükséges jellemzőket. Pontos modellt használva ez a módszer sem egyszerűbb, mint a mikroszerkezeti, mert ugyan elkerüljük geometriai leírás okozta problémákat, viszont több anyagjellemzőt kell használni. Kontinuum modellt alkalmazva azonban lehetőségünk van egy-egy probléma analitikus megoldására is [Oldal: 2007.].

A szemcsés anyaghalmozok nemlineáris és nem rugalmas anyagok. Tömörödésükkel rugalmassági modulusuk folyamatosan növekszik és a terhelés megszűnése után a halmaz nem nyeri vissza eredeti alakját. (2. ábra)



2. ábra: Szemcsés halmaz tömörítése és tehermentesítése során keletkező feszültség a tömörítési út függvényében [Schulze: 2009.]

Alkalmazhatunk azonban lineárisan rugalmas anyagmodellt, amennyiben a nyomás csak szűk tartományban változik és csak a terhelési szakaszt vizsgáljuk, mivel ekkor nem okoz problémát a visszarugózás részlegessége. A lineárisan rugalmas anyagmodell alkalmazhatóságának korlátaival azonban tisztában kell lennünk [Oldal: 2007.]. Ilyen esetekben a halmaz viselkedését ugyanazokkal a differenciálegyenletekkel írhatjuk le, mint amelyeket szilárd testek esetén alkalmazunk.



3. ábra: Test egy kontinuumelemmel. A kontinuumelemre ható erő, és a dA felületelemre ható erő

Ekkor a szemcsehalmoz állapotát leíró mennyiségek kapcsolatát és a halmaz környezetével való kölcsönhatását (3. ábra) a lenti differenciálegyenletek és peremfeltételeik írják le. Ekkor a szemcsehalmoz állapotát az $F(x,y,z)$ feszültségi tenzormező, az $A(x,y,z)$ alakváltozási tenzormező és az $\bar{u}(x,y,z)$ elmozdulási vektormező írja le. A feszültségi és az alakváltozási tenzormező kapcsolatát a $C(x,y,z,t)$ negyedrendű tenzor írja le [Csizmadia: 1999.]:

$$\mathbb{F} \cdot \bar{\nabla} + \bar{f} = \bar{0}, \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}(\bar{u} \circ \bar{\nabla} + \bar{\nabla} \circ \bar{u}) = \bar{A}, \quad (2)$$

$$\mathbb{C} \cdot \bar{A} = \mathbb{F}, \quad (3)$$

$$\bar{u}|_{A_u} = \bar{u}_0, \quad (4)$$

$$\mathbb{F} \cdot \bar{n}|_{A_p} = \bar{p}_0. \quad (5)$$

Ezen rugalmasságtani differenciálegyenletek analitikus úton történő egzakt megoldása azonban a gyakorlati problémák többségénél lehetetlen [Keppler: 2006.].

Némely szemcsés anyagok (pl.: egyes kőzetek) más tulajdonságokat mutatnak tönkremenetelük előtt és az után. A Csizmadia-féle megközelítéskor az eredeti és a törés utáni különböző rugalmassági modulusokat két lineáris szakasszal közelítjük. Innen származik a bilineáris elnevezés. Ezt a modellt több szemcsés anyagra alkalmazhatjuk, amennyiben a vizsgálati tartományt megfelelő módon két részre osztjuk és két rugalmassági modulusot használunk [Csizmadia: 1998.].

A szemcsés anyagok terhelésük és tehermentesítésük során mutatott valóságos viselkedését, és az ekkor létrejövő anyagtulajdonság változásokat a hypoplasztikus anyagmodellel kezelhetjük. A modell egy differenciális tenzoregyenlet, amely a feszültségi és alakváltozási állapotot írja le és képes kezelni a tönkremeneteli állapotot valamint a porozitás változását is [Bauer: 1995.].

2.3 Kontinuum modelleknél használatos fizikai, mechanikai jellemzők

2.3.1 Belső súrlódási szög, természetes rézsűszög, kohézió, tönkremeneteli jellemzők

A mérnöki gyakorlatban legtöbbször úgy definiáljuk a tönkremenetel fogalmát, mint a szerkezet valamely méretének egy megengedett értéket meghaladó változását. A szemcsés anyagalmazok tönkremenetele azonban ennél sokkal összetettebb folyamat. A szemcses halmazban akkor következik be nyírási tönkremenetel, ha található benne egy olyan sík, amelyben a nyírófeszültségek túllépik a keletkező normálfeszültség értékének egy meghatározott hányadát, ekkor a szemcsék a sík mentén elcsúsznak egymáson, ez a Mohr-Coulomb-féle tönkremeneteli kritérium. Kohézió nélküli szemcsés anyagok esetén [Sitkei, 1981.]:

$$|\tau_{nm}| \geq \sigma_n \cdot \tan(\phi). \quad (6)$$

Kohéziós szemcsés anyagok esetén a fenti összefüggés a halmazra jellemző kohézió értékével egészül ki:

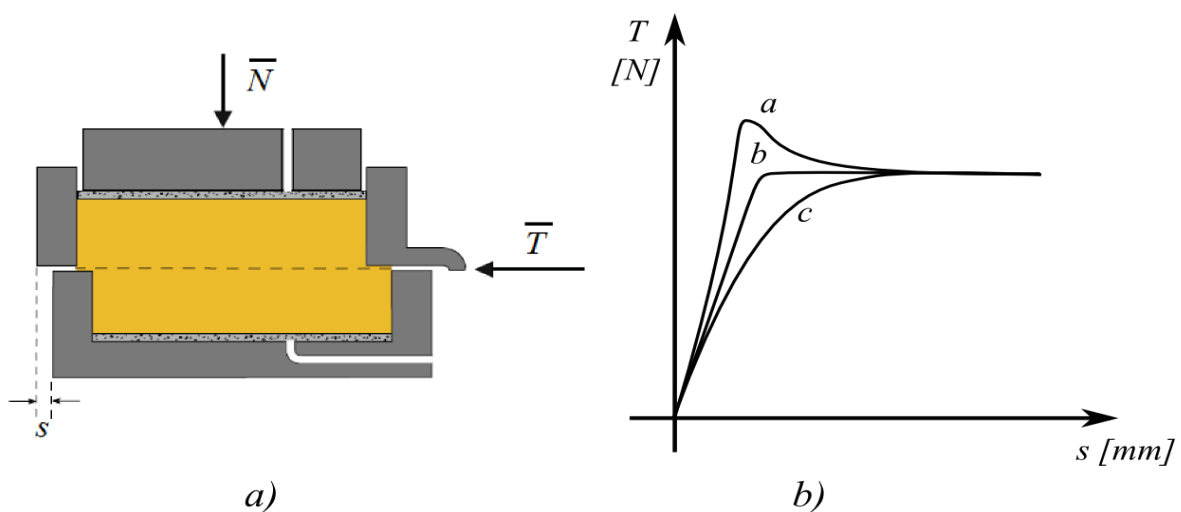
$$|\tau_{nm}| \geq \sigma_n \cdot \tan(\phi) + \tau_c. \quad (7)$$

Az összefüggésekben a ϕ szög a szemcsés halmaz belső súrlódási szöge, τ_c pedig a halmazra jellemző kohézió értéke. A kohézió tehát a zérus normálfeszültséghez tartozó nyírófeszültség. A

halmazt alkotó szemcsék méretének csökkenése a kohézió növekedésével jár. Szintén a kohéziót növeli a szemcsék alakjának eltérése az ideális gömb alaktól. Belső súrlódási szögön a szemcsék között fellépő súrlódási folyamat során fellépő súrlódási szöget értjük. Ennek a szögnek a tangense a szemcsehalmazra jellemző belső súrlódási tényező [Sitkei: 1981.]:

$$\mu_b = \tan(\phi). \quad (8)$$

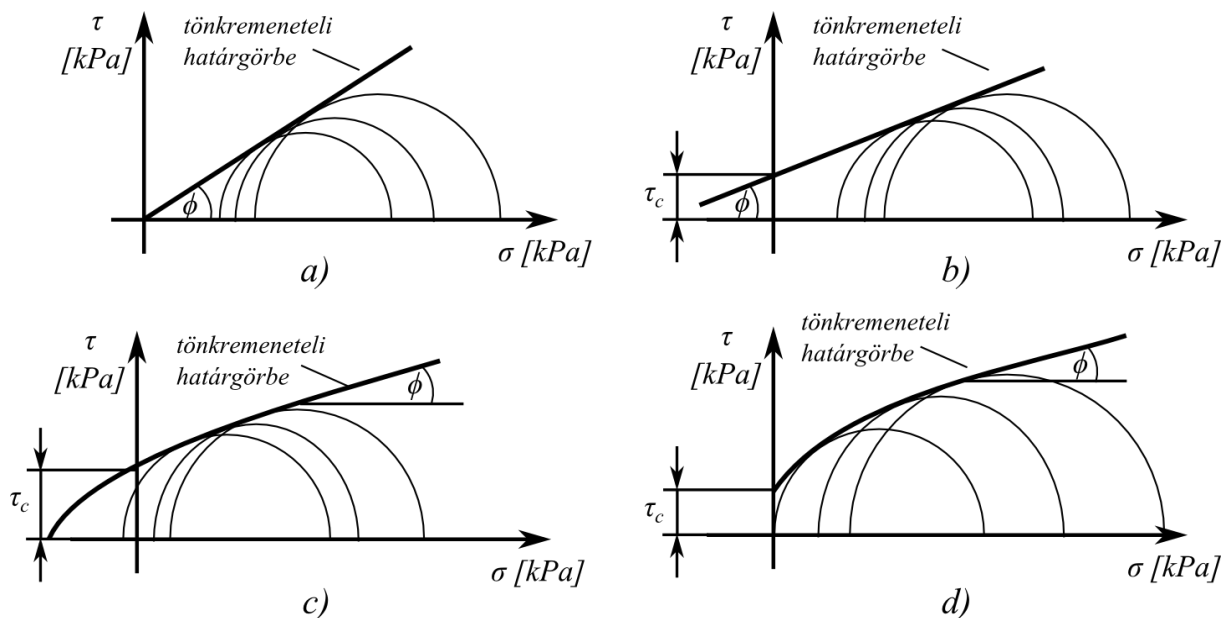
A belső súrlódási szög és a kohézió értékét a szemcsés anyag tönkremeneteli határgörbéjének felhasználásával határozhatjuk meg. Ezeket a halmaz makromechanikai jellemzőinek nevezzük, mivel a teljes halmaz viselkedését írják le. A tönkremeneteli határgörbét két mérésel vehetjük fel: triaxiális vizsgálattal vagy nyírókísérlettel. Triaxiális vizsgálat során a szemcsés anyagból vett mintát függőleges irányú erővel terheljük, miközben a hasáb alakú próbatestet tároló berendezés oldalfalain keletkező erőt mérjük.



4. ábra: a) A nyírókészülék egyszerűsített ábrája [Jenike: 1987.]; b) Különböző nyírási diagramok

Nyírókísérlet során a halmazból vett mintát egy osztott kivitelű dobozba helyezzük és a mintát normális irányú, állandó terheléssel összenyomjuk. Az osztott kivitelű nyíródoboz alsó része rögzített, a felső része pedig vízszintesen elmozdítható. A mérés során a nyírócella felső, elmozdítható része a benne lévő anyaggal együtt vízszintesen elmozdul miközben a nyírási síkban erőmérő cellával mérjük a minta elnyírásához szükséges erőt (4/a ábra) [Jenike: 1987.].

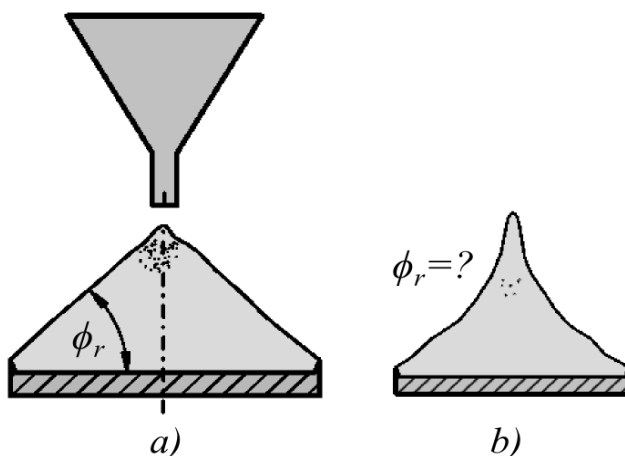
Ha ezt az erőt a nyírási út függvényében ábrázoljuk, megkapjuk a nyírási diagramot (4/b ábra). A nyírási diagram vízszintes szakasza a tönkremeneteli szakasz, ezt a nyíróerőt használjuk a feszültségállapot meghatározásához. A nyírási diagram első szakasza a halmaz előtömörítésétől függően változik.



5. ábra: Különböző tönkremeneteli határgörbék [Sitkei: 1981.]

Mindkét kísérlet során a különböző terhelésekhez tartozó tönkremeneteli Mohr-köröket kell felvennünk a $\tau - \sigma$ síkon és burkológörbét kell rájuk illeszteni, ez lesz a halmaz tönkremeneteli határgörbéje (5. ábra). A tönkremeneteli határgörbe linearitása csupán csak közelítés. A közelítés jóságát mérésekkel kell meghatároznunk.

A szemcsés halmaz ϕ_r természetes rézsűszöge az a szög, amelyet a szabadon felhalmozott anyag a vízszintessel zár be [Jenike: 1987.].



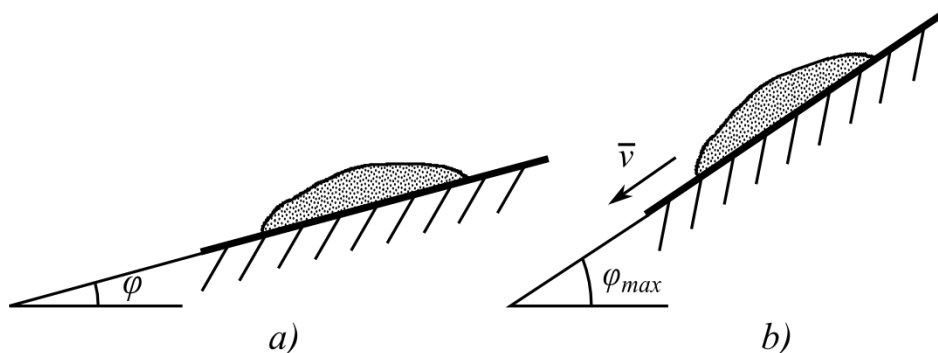
6. ábra: a) Kohézió nélküli szemcsés anyag természetes rézsűszöge b) Kohéziós szemcsés anyag változó természetes rézsűszöge [Jenike: 1987.]

Kohézió nélküli szemcsés anyagok esetén a természetes rézsűszög a 6. ábra alapján meghatározható, azonban a kohéziós szemcsés anyagok esetén korántsem ilyen egyszerű a helyzet,

mivel a természetes rézsűszög változik. A változó természetes rézsűszög dinamikus módszerekkel határozható meg [Schulze: 2009.].

2.3.2 Külső súrlódási tényező

Szemcsés halmazok súrlódása szilárd testeken megegyezik a szilárd testek súrlódási folyamatával, a külső súrlódási tényező értelmezése tehát megegyezik a szilárd testek közti súrlódási tényezővel. A szemcsés halmaz külső súrlódási tényezőjén tehát a halmaz és egy szilárd test közötti súrlódási tényező tényezőt értjük. A külső súrlódási tényezőt megmérhetjük, ha a halmazt egy változtatható hajlásszögű lejtőre helyezzük, majd a lejtő hajlásszögét egyre nagyobbra változtatjuk (7. ábra).



7. ábra: a) Szemcsés halmaz a változtatható hajlásszögű lejtőn; b) Szemcsés halmaz a megcsúszás határhelyzetében

Annak a φ_{max} hajlásszögnek a tangense, amelynél a halmaz megcsúszik a lejtőn, a szemcsés halmaz és az adott szilárd test közötti külső súrlódási tényező, a megcsúszás határhelyzetében [Jenike: 1987.]

$$\mu_k = \tan(\varphi_{max}). \quad (9)$$

2.3.3 Sűrűség, halmazsűrűség, porozitás

Kontinuummechanikai felfogásban a szemcsés anyagot tehát térfogategységek folytonos halmazának tekintjük és tulajdonságait folytonos függvényekkel írjuk le. A kontinuumként kezelt szemcsés anyag minden térfogategysége szilárd részekből és „üres térfogatrészekből”, azaz pórusokból áll. A szemcsés halmaz térfogatának és a teljes pórustérfogatnak arányát porozitásnak nevezzük [Kollmann: 2002.]. Amennyiben a szemcsés anyaghalmaz össztérfogata V , a halmazban lévő teljes pórustérfogat pedig V_p , akkor a porozitás:

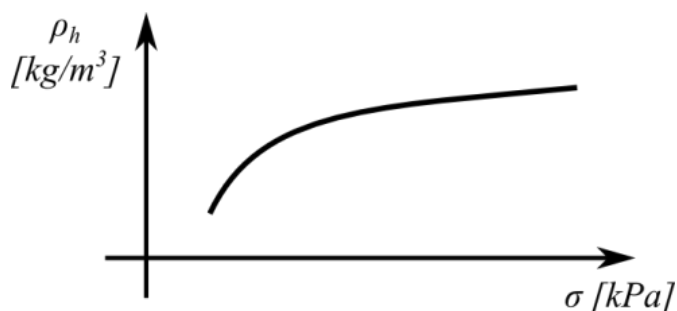
$$\varepsilon = \frac{V_p}{V}. \quad (10)$$

A porozitással erősen összefüggő jellemző a halmazsűrűség (ρ_h). Halmazsűrűségen a térfogategységben elhelyezkedő anyaghalmaz tömegét értjük és nem ugyanaz, mint a szemcsés halmazt alkotó anyag sűrűsége. A halmazsűrűség az anyagsűrűségnél kisebb érték, amit befolyásol az szemcseösszetétel, a tömörödöttség és a nedvességtartalom is. Amennyiben a szemcsés halmaz

pórusait olyan anyag tölti ki (pl.: levegő vagy más gáz), amelynek sűrűsége (ρ_p) sokkal kisebb a halmazt alkotó anyag sűrűségénél (ρ) akkor a porozitás a halmazsűrűséggel a következőképpen fejezhető ki [Sitkei: 1981.]:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_h}{\rho}, \text{ amennyiben } \rho_p \ll \rho. \quad (11)$$

Finomszemcsés anyagok porozitása (és halmazsűrűsége is) nagymértékben függ tömörödöttségtől. (8. ábra) Például egy $\varepsilon = 0,9$ porozitású szemcsés anyag (amelyben a pórustérfogat 90%-a, a teljes térfogatnak) porozitása tablettázás vagy brikettálás után $\varepsilon = 0,1$ – nál is kevesebb lehet [Schulze: 2009.].



8. ábra: A halmazsűrűség változása a tömörítő feszültség függvényében [Schulze: 2009.]

A szemcsés anyagok – porozitásuktól függően – képesek nedvességet felvenni környezetükből. Ekkor a pórusokat nemcsak gáz tölti ki, hanem a felvett nedvesség is. Ilyen esetben a pórusokat kitöltő anyag sűrűségét nem lehet elhanyagolni. Ekkor a halmazsűrűség [Schulze: 2009.]:

$$\rho_h = (1 - \varepsilon) \cdot \rho + \varepsilon \cdot \rho_p. \quad (12)$$

Amennyiben nem a teljes pórustérfogatot tölti ki a nedvesség, értelmezhető a szemcsés halmaz töltöttségi foka (S), amely a halmazban lévő nedvesség térfogatának és a nedvességgel ki nem töltött pórustérfogat arányát adja meg [Schulze: 2009.]:

$$S = \frac{V_{nedvess \text{ ég}}}{V_p}. \quad (13)$$

Ekkor a halmazsűrűség (a pórusokban lévő gáz sűrűségének elhanyagolásával):

$$\rho_h = (1 - \varepsilon) \cdot \rho + S \cdot \varepsilon \cdot \rho_p. \quad (14)$$

2.4 Szemcsés halmazok mikroszerkezeti modellezése

Mikroszerkezeti vagy diszkrét modell használata esetén a valós szemcsés halmazt idealizált szemcsék (diszkrét elemek) együtteseként vizsgáljuk és ezek viselkedését számítógéppel szimuláljuk. Az elemek képesek önállóan elmozdulni, elfordulni, deformálódni. Az egymással érintkező elemek belső erőket adhatnak át egymásnak [Cundall: 1979.]. A mikroszerkezeti modellezés legelterjedtebben használt módszere a diszkrét elemek módszere (DEM).

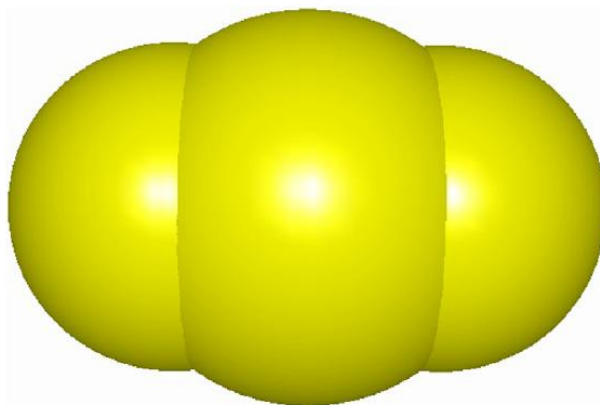
A diszkrét elemek módszere egy numerikus számítási módszer, amellyel szemcsés anyaghalmozatok statikus és dinamikus viselkedését modellezhetjük. A módszert Cundall és Strack

(1979) fejlesztette ki a szemcsés halmazt alkotó diszkrét elemekre vonatkozó kinetikai alaptételek alapján.

Minden diszkrét elemes modell különálló elemekből és az elemek érintkezésével létrejövő kapcsolatokból áll és igazak rá az alábbi feltevések [Bagi: 2007.]:

- A halmaz egymástól egyértelműen elkülönülő (diszkrét) elemekből épül fel,
- az elemek önálló elmozdulási lehetőségekkel rendelkeznek,
- az elemek közötti kapcsolatok megszűnhetnek és új kapcsolatok is létrejöhetnek.

A diszkrét elemes modellezés első lépése az elemek geometriájának és helyének meghatározása. Az elemek alakja lehet poligon, kör, gömb, ellipszis, ellipszoid, illetve körökből vagy gömbökből összeépített alakzat is (9. ábra). A geometriai modellalkotás célja az egymással érintkező elemekből álló halmaz generálása. Legtöbbször véletlenszám-generátor segítségével egymástól távol elhelyezkedő, egymással nem érintkező halmazt generálunk [Bagi: 2007.].



9. ábra: Egy búzaszem három gömbből álló diszkrét elemes modellje [Keppler, et al.: 2011.]

2.5 A diszkrét elemes modellezés matematikai alapjai

Valamennyi diszkrét elemes eljárás elmozdulások meghatározásán alapul, az egyes módszerek abban térhetnek le, hogy pontosan milyen egységek, milyen elmozdulásait tekintik a teljes szemcsés halmazra jellemzőnek [Bagi: 2007.].

A vizsgálatok során a halmazok véges számú elemei nem csak kölcsönhatásba lépnek egymással, hanem az elemek önálló szabad elmozdulásokra is képesek. Elsőként az egyes szemcsékre vonatkozó mozgásegyenleteket kell felírunk, majd ezekből kapjuk meg a teljes rendszerre vonatkozó mozgásegyenletet. A mozgásegyenleteket befolyásolja a szemcsék geometriája is. A szemcséket tekinthetjük végtelenül merevnek, de deformálhatónak is. Deformálható szemcsék esetén a szemcsék résztartományokra – szimplexekre – osztottak és ezekre jellemző egyszerű alakváltozási és feszültségmezőket feltételezünk, amelyek a teljes szemcsére jellemző bonyolult mezőket eredményezik [Bagi: 2007.].

A szimuláció kezdetekor, a kiindulási állapotban ismerjük az elemek pozícióját és a köztük ható erőket és nyomatékokat, illetve a rendszerre kívülről ható erőket és nyomatékokat. A szimuláció során azt keressük, hogy milyen elmozdulásrendszer juttatja a kiindulási állapotból egyensúlyi állapotba a rendszert [Bagi: 2007.].

Az i –edik diszkrét elem elmozdulásvektora az elem vonatkoztatási pontjának (általában a szemcse súlypontja) eltolódásából és a szemcse elfordulásának komponenseiből áll [Bagi: 2007.]:

$$\bar{u}^i(t) = \begin{bmatrix} u_x^i(t) \\ u_y^i(t) \\ u_z^i(t) \\ \varphi_x^i(t) \\ \varphi_y^i(t) \\ \varphi_z^i(t) \end{bmatrix}.$$

Amennyiben valamennyi szemcse elmozdulásvektorát egy hipervektorba gyűjtjük, akkor az n elemből álló teljes rendszer elmozdulásvektorát kapjuk [Bagi: 2007.]:

$$\bar{u}(t) = \begin{bmatrix} \bar{u}^1(t) \\ \bar{u}^2(t) \\ \bar{u}^3(t) \\ \vdots \\ \bar{u}^n(t) \end{bmatrix}.$$

Ha ezeket az elmozdulásokat egy-egy iteráción belül megfelelően kicsinynek feltételezzük, akkor a teljes rendszer elmozdulásait ezek sorozataként kapjuk [Bagi: 2007.].

A rendszer sebesség- és gyorsulásvektorai:

$$\bar{v}(t) = \frac{d\bar{u}(t)}{dt}; \quad \bar{a}(t) = \frac{d\bar{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\bar{u}(t)}{dt^2}. \quad (15)$$

A fenti két vektor i –edik diszkrét elemre vonatkozóan, koordinátaival:

$$\bar{v}^i(t) = \begin{bmatrix} v_x^i(t) \\ v_y^i(t) \\ v_z^i(t) \\ \omega_x^i(t) \\ \omega_y^i(t) \\ \omega_z^i(t) \end{bmatrix}; \quad \bar{a}^i(t) = \begin{bmatrix} a_x^i(t) \\ a_y^i(t) \\ a_z^i(t) \\ \varepsilon_x^i(t) \\ \varepsilon_y^i(t) \\ \varepsilon_z^i(t) \end{bmatrix}.$$

A következő lépésben valamennyi szemcsére fel kell írunk a lendület- és a perdület-tételt, amely elemenként 6-6 egyenletet jelent. A lendület- és a perdület-tételben szereplő erőket és nyomatékokat a szemcsére ható külső erőrendszernek a szemcse referenciapontjába redukálásával kapjuk. A redukálandó erők időben változhatnak és függhetnek az elemek pozíciójától, illetve sebességétől is.

Az i –edik elem mozgásegyenlete a fentiek alapján:

$$\mathbb{M}^i(t) \cdot \bar{a}^i(t) = \bar{f}^i(t, \bar{u}^i(t), \bar{v}^i(t)). \quad (16)$$

A fenti mozgásegyenletben az $\bar{f}^i$ vektor nem csak az eltelt időtől és az i –edik elem elmozdulásától és sebességétől függ, hanem a vele érintkező többi szemcse jellemzőitől. Az $\mathbb{M}^i(t)$ mátrix az i –edik elem tömegét és tehetetlenségi nyomatékát tartalmazza és függ az időtől, mivel az elem elfordulása megváltoztatja a tehetetlenségi nyomatékot.

A fenti egyenletet mindegyik elemre felírva megkapjuk a teljes rendszer mozgásegyenletét:

$$\mathbb{M}(t) \cdot \bar{a}(t) = \bar{f}(t, \bar{u}(t), \bar{v}(t)). \quad (17)$$

A teljes rendszer mozgásegyenletében $\mathbb{M}(t)$, az egyes elemek tömegét és tehetetlenségi nyomatékát tartalmazó mátrixokból összeállított blokkdiagonál-mátrix, az ún. inerciamátrix.

Akármilyen típusú elemeket alkalmazunk is, a mozgásegyenlet alakja mindig azonos. A diszkrét elemes modellek két alapvető fajtája a kvázistatikus és az időléptékes modellek. Az időléptékes modell lényege az, hogy egy ismert kezdeti állapotból kiindulva, kicsiny időlépések sorozatán keresztül követjük a rendszer mozgását úgy, hogy minden egyes vizsgált t_i időpillanatban minél pontosabban teljesüljön a fenti mozgásegyenlet. A kvázistatikus modellek lényege, hogy a rendszer sebessége és gyorsulása zérus, a rendszer a külső erők megváltozása esetén tehát „zérus sebességgel” jut el a kezdeti egyensúlyi állapotból az új egyensúlyi állapotba [Bagi: 2007.]. Vizsgálataim során időléptékes diszkrét elemes modelleket használtam.

2.6 A diszkrét elemes módszernél alkalmazott mikromechanikai jellemzők

A részecskék viselkedése részben a geometriai jellemzőktől, részben pedig a diszkrét elemek és azok kapcsolatának mechanikai jellemzőitől függ. Ezeket a szemcsehalmoz mikromechanikai jellemzőinek nevezzük. A diszkrét elemes modellekben használt leggyakoribb mikromechanikai jellemzők a következők:

- E , a halmazt alkotó szemcsék rugalmassági modulusa.
- ν , a szemcsék anyagának Poisson-tényezője.
- ρ , a szemcsék sűrűsége.
- μ_0 , a súrlódási tényező.
- C_r , az ütközési tényező.
- μ_r , a gördülési ellenállás tényezője.

A súrlódási, az ütközési, illetve a gördülési ellenállási tényezőt értelmezhetjük a szemcsék közötti, illetve a szemcsék és a határoló falak közötti kapcsolatokra is.

A fenti mikromechanikai jellemzőkön kívül kohéziós anyagok vizsgálatakor a szemcsék közti kapcsolatra jellemző adatokat is meg kell adnunk. Diszkrét elemes modellezés során a fent bemutatott mikromechanikai jellemzők meghatározása a legnehezebb feladat. Néhány jellemző méréssel történő meghatározása bizonyos esetekben (pl.: porok vagy kohéziós szemcsés anyagok

esetén) nem lehetséges, és az sem biztos, hogy méréssel jó modellparamétereket határozzuk meg. Ilyen esetben például paraméter identifikációs technikákat alkalmazhatunk [González, et. al.: 2011.].

A diszkrét elemes szimulációknál nagyon fontos feladat a szimulációs modell, illetve a modell paramétereinek (azaz a mikromechanikai jellemzőknek) a validálása. Validálás során a szimulációs eredményeket mérésekkel kell összehasonlítani, és mérési eredményekkel kell igazolni a szimulációs modell és a paraméterek helyességét [González, et. al.: 2011.].

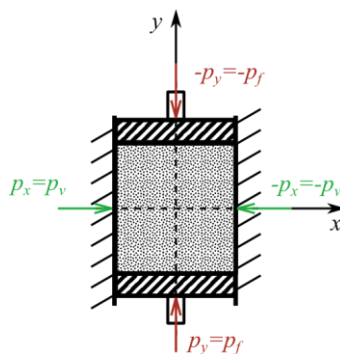
2.7 Szemcsés anyagok tárolása silókban

A szemcsés anyagok előző fejezetben bemutatott, a többi halmazállapothoz képest eltérő tulajdonságaik teszik lehetővé, hogy vízszintes, horizontális tárolókban és függőleges tárolókban, ún. silókban is tárolhatjuk őket. A leggyakoribb és egyik legkorszerűbb megoldás a kör keresztmetszetű tartályok, silók alkalmazása, amelyekben jó minőségű tárolás, illetve gépesített ki- és betárolás biztosítható [Sitkei: 1981.].

Silók tervezésekor elsődleges szempont, hogy a lehető legkisebb kivitelezési költség mellett a siló biztonságos, valamint kiüríthető legyen és ismerjük az anyag ürítésekor a kifolyási tömegáramot, amely a kapcsolódó berendezések tervezhetősége, kiválaszthatósága szempontjából jelentős. A tárolók tervezésekor elsősorban nem a szerkezet méretezése jelent problémát, hanem a szemcsés anyagból adódó terhelések pontos meghatározása [Oldal: 2007.].

2.7.1 Feszültségviszonyok a silóban tárolt szemcsés anyagban

A függőleges tárolóban tárolt szemcsés anyagban különböző irányokban, különböző feszültségek hatnak. A nyugalomban lévő szemcsés halmaz a silótestben függőleges nyomást fejt ki a fenékre és oldalnyomást a silótest falaira. A silótest falait a falsúrlódás miatt függőleges erők is terhelik [Janssen: 1895.]. A 10. ábrán egy egyszerűsített kísérletet láthatunk. A szemcsés anyagot egy tökéletesen merev, súrlódásmentes belső felületű hengerbe helyezzük, majd függőleges irányban terheljük [Schulze: 2009.].



10. ábra: Függőleges irányban terhelt anyagminta feszültségviszonyai

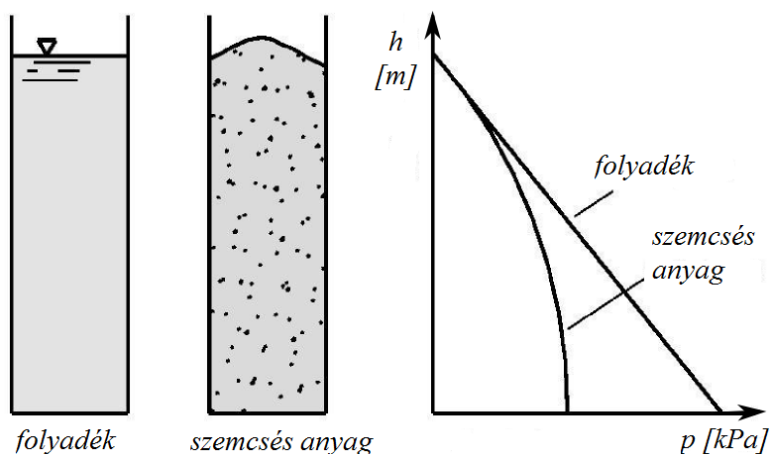
A $p_y = p_f$ függőleges irányú nyomás hatására és a henger fala miatt $p_x = p_v$ vízszintes irányú nyomás keletkezik a szemcsés halmazban [Schulze: 2009.].

A kettő arányát oldalnyomás-tényezőnek nevezzük:

$$K = \frac{p_v}{p_f}. \quad (18)$$

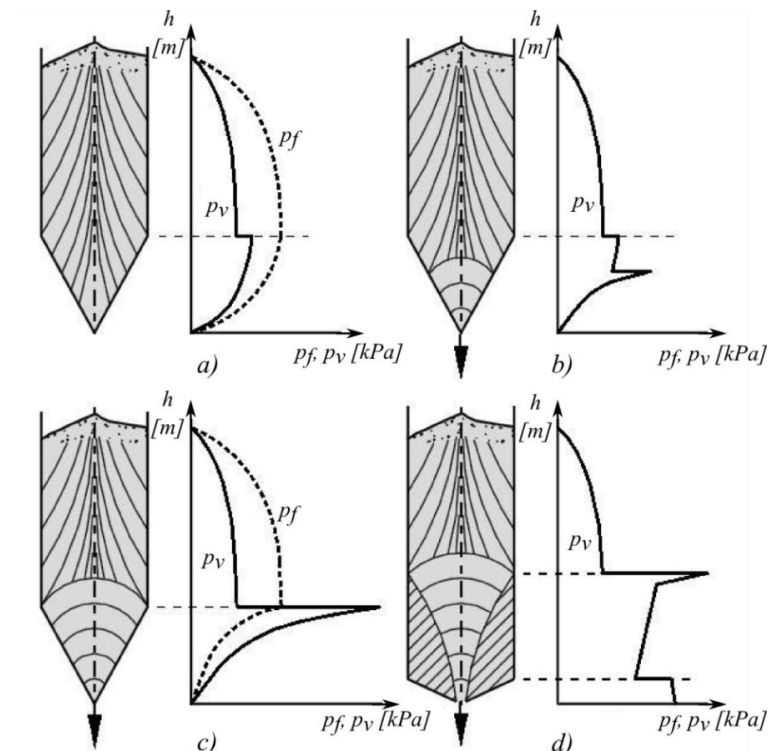
A silótestben a szemcsés anyag súlya miatt az összetömörödik, a silótestre merőleges síkban a halmaz kitágulását azonban a silófal megakadályozza, tehát ebben a síkban a silófalra merőleges irányú nyomás keletkezik a halmazban. Az oldalnyomás-tényezőt e két különböző irányú nyomás kapcsolatának leírására használjuk. Az oldalnyomás-tényező értéke függ a szemcsés anyag fajtájától. Nyugalomban lévő szemcsés anyaghalmozok esetén értéke általában 0,3 – 0,6 közötti [Janssen: 1895.].

A síkfenekű tartályban tárolt szemcsés anyagban a függőleges irányú nyomásváltozás az anyagoszlop magasságának függvényében nem lineáris, mint folyadékok esetén. A szemcsés anyag súrlódik a tároló falán, amelynek következtében csúsztatófeszültségek keletkeznek a halmazban, amelyek csökkentik a halmaz súlyából adódó nyomást (11. ábra) [Schulze: 2009.].



11. ábra: Folyadék és szemcsés anyag nyomásváltozása az anyagoszlop magasságának függvényében [Schulze: 2009.]

A függőleges tároló berendezések egy függőleges, henger alakú testből (silótest) és egy csonka kúp alakú garatból állnak. A garatban a feszültségviszonyok meghatározása összetettebb feladat. Amikor a halmaz nyugalomban van a p_f függőleges nyomás és a p_v vízszintes nyomás a silótestben felülről lefelé haladva növekszik, a silótest és a garat csatlakozásánál pedig eléri legnagyobb értékét, ezután tovább haladva a siló tengelye mentén a garat irányába a nyomás nullára csökken a képzeletbeli garatcsúcsnál. A halmaznak azt az állapotát, amikor nyugalomban van és teherviselésre képes (pl.: betöltés után) passzív állapotnak nevezzük (12/a ábra) [Schulze: 2009.].



12. ábra: Feszültségeloszlás a silóban: a) passzív állapot; b) az ürítés megkezdésének pillanata; c) térfogati kifolyás; d) tölcséres kifolyás [Schulze: 2009.]

Azt az állapotot, amikor a halmaz minden pontjában megcsúszási határállapot van, aktív állapotnak nevezzük (ilyen állapotban van a halmaz térfogati kifolyás esetén, amikor az egész halmaz mozog).

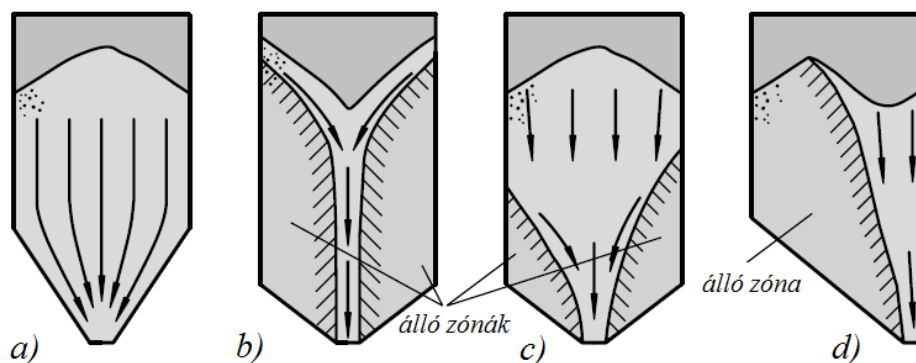
A kifolyás megindulásának pillanatában, amikor a teljes anyaghalmoz mozgásba jön (térfogati kifolyás), akkor a függőleges irányban összetömörödött anyaghalmoz hirtelen tehermentesül és megindul a kifolyás (12/b ábra). Ekkor a garat alsó részében lévő anyag aktív állapotba kerül (ez az ún. fellazulási zóna), míg a felső részben lévő anyag még passzív állapotban van. Az aktív-passzív állapot átmenetének helyén a vízszintes feszültség értéke ugrásszerűen megnő, ez az ürítési nyomásugrás. A 12/c ábrán az állandósult kifolyás egy pillanatát láthatjuk, ekkor a garatban lévő összes anyag aktív állapotba kerül és az aktív-passzív állapot közti átmenet a garat és a silótest csatlakozásánál alakul ki, tehát kifolyás közben itt jelentkezik az ürítési nyomásugrás. A garatban kifolyáskor uralkodó feszültségállapotot „radiális feszültségmezőnek” nevezi a szakirodalom [Schulze: 2009.]. A kifolyónyílás közelében passzív állapotba kerül a kifolyó anyag, a garatban lévő anyagrészre ható függőleges irányú nyomástól függetlenül. Ez alapján tehát a garatban uralkodó vízszintes nyomás értéke független a silótest magasságától. A 12/d ábrán tölcséres kifolyás esetén (ekkor csupán a kifolyónyílás felett mozog a halmaz) láthatjuk a vízszintes nyomás alakulását.

2.7.2 Silók ürítése

A függőleges tárolók tervezésekor a tároló használhatóságának egyik alapfeltétele, hogy a betöltött anyag kitárolható legyen a silóból. A nem megfelelő silókialakítás üzemzavarokhoz, a

tárolt anyag minőségének romlásához, illetve a kapcsolódó berendezések elégtelen működéséhez vezethet. A silók geometriáját minden esetben a tárolt szemcsés anyag tulajdonságainak figyelembevételével kell kialakítani.

A szemcsés anyagok ürítésekor megkülönböztetünk tölcséres, térfogati és aszimmetrikus kifolyást (13. ábra) [Sitkei: 1981.].



13. ábra: Kifolyási módok [Sitkei: 1981.]

Térfogati áramláskor (13/a ábra) a silóban lévő teljes anyagmennyiség mozgásban van. E kifolyási módnál a fellazulási zóna egy növekvő nagyságú ellipszoid, amely hamarabb érinti a silófalat, mint ahogy a csúcsa eléri az anyagfelszínt [Oldal: 2007.]. Térfogati áramlás csak akkor alakul ki, ha a garat félkúpszöge megfelelően nagy, illetve a garat belső felülete és a tárolt szemcsés anyag közti súrlódás megfelelően kicsi [Schulze: 2009.].

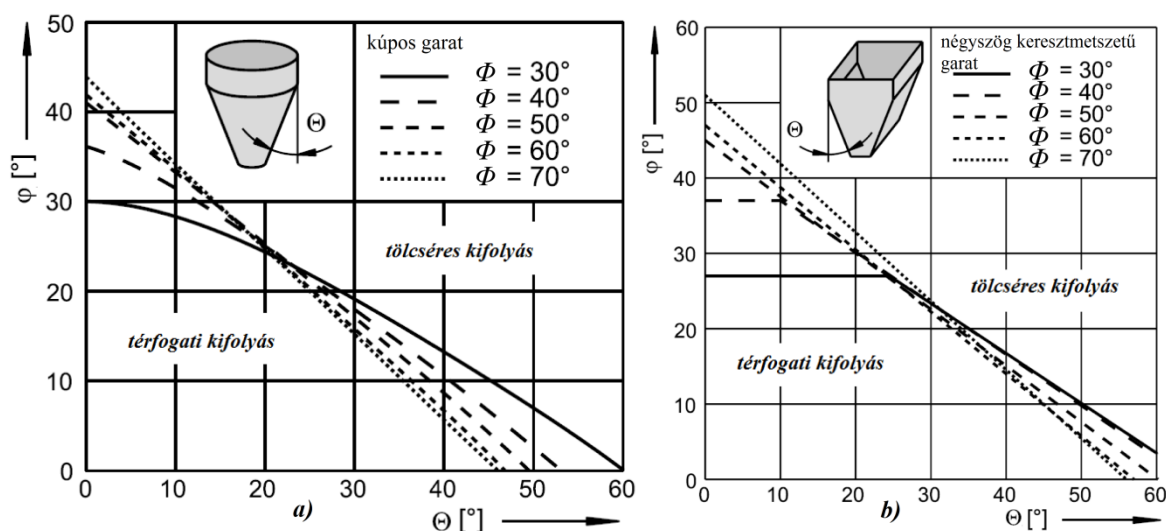
Ha a fellazulási zóna a kifolyónyílástól a tárolt anyag felszínén kialakuló, a halmaz természetes rézsűszögének megfelelő tölcserig futó vékony henger, akkor tölcseres kifolyásról beszélünk (13/b,c ábra) [Oldal: 2007.]. Tölcséres kifolyáskor a garat és a silótest falán álló zónák alakulnak ki és az anyag csak a kifolyónyílás feletti zónában mozog. Az álló zónák akár egészen a silótest felső részein, a szabad anyagfelszínig (13/b ábra) vagy csak a garat körüli részeken is kialakulhatnak (13/c ábra). Álló zóna asszimmetrikusan is kialakulhat, amennyiben a kifolyónyílás excentrikus a silótesthez képest. Ekkor aszimmetrikus kifolyásról beszélünk (13/d ábra) [Schulze: 2009.]. A fellazulási zónától, vagyis a kifolyási módtól függően a silónyomás változik. Amennyiben a fellazulási zóna eléri a silófalat, akkor az ürítési nyomásugrás akár két-háromszorosa is lehet a függőleges nyomásnak [Oldal: 2007.]. A tervezéskor tehát el kell döntenünk, hogy milyen kifolyási módot szeretnénk és az adott kifolyási mód következtében kialakuló nyomásviszonyokat figyelembe kell venni a tervezés során.

Tölcséres kifolyási mód esetén kisebb falsúrlódási erő lép fel, a siló kisebb önsúlyú és alacsonyabbak a siló építési költségei, mint térfogati kifolyási módú siló esetén. A tölcseres kifolyás egyik hátránya, hogy a be- és a kitárolás sorrendje felcserélődik, ami a termék minőségromlásához vezethet, mivel a siló alján tárolt anyagrészek több időt töltenek a silóban. További hátrányos

tulajdonság, hogy a silót nem lehet teljesen gravitációsan kiüríteni, az anyag inhomogénné válhat és a betöltéskor összetömörödött anyagalmaz nem lazul fel [Oldal: 2007.].

A térfogati kifolyási mód előnye, hogy a be- és kitárolás sorrendje azonos, gravitációs úton a siló teljesen kiüríthető, az anyagalmaz pedig homogén marad a tárolás során, mivel a teljes halmaz mozog az ürítés során. A térfogati kifolyás hátránya, hogy a siló kialakítása drágább, illetve a nagyobb terhelések érik a silófalat [Oldal: 2007.]. Tervezéskor mérlegelni kell a fent felsorolt előnyöket, hátrányokat és ez alapján kell a megfelelő kifolyási módot kiválasztani.

A kialakuló folyási mód elsősorban a garat θ hajlásszögétől és a halmaz φ külső súrlódási szögétől (azaz a falsúrlódási szögtől) valamint a halmaz ϕ belső súrlódási szögétől függ. A kifolyási módot a gyakorlatban táblázatok segítségével határozzák meg (14. ábra) [Jenike: 1987; Schulze:2009.]:



14. ábra: Kifolyási módok kúpos és négyszög keresztmetszetű garat esetén [Schulze: 2009.]

A nagyméretű silókat a költségek csökkentése érdekében általában tölcséres kifolyással tervezik. Térfogati kifolyású silókat csak akkor terveznek, ha elsődleges szempont a tárolt anyag minőségének biztosítása [Oldal: 2007.].

2.7.3 Kifolyási sebesség, tömegáram

Korábban számos tapasztalati összefüggést alkottak a kifolyási tömegáram számítására:

– Kohéziós szemcsés anyagokra vonatkozó összefüggések:

- Hagen-módszer [Schulze: 2009.],
- Beverloo-módszer [Martens, 1998.],
- Brit szabvány [Woodcok, 1987.],
- Crewdson-módszer [Martens, 1998.],
- Williams-módszer [Woodcok, 1987.],

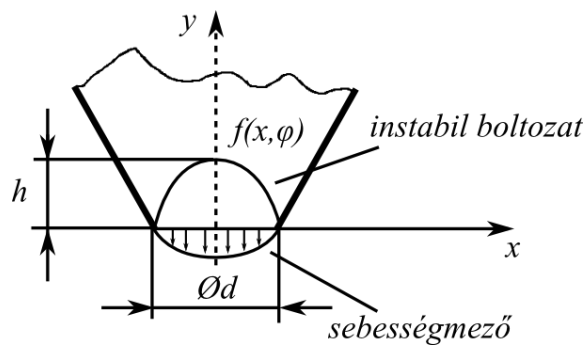
- Zanker-módszer [Woodcok, 1987.],
- Gjacev-Keller módszer [Scheibe: 1997.].
- Nem kohéziós anyagokra vonatkozó összefüggések:
 - Janssen-módszer [Woodcok, 1987.],
 - Johanson-módszer [Scheibe: 1997.],
 - Tomas-módszer [Scheibe: 1997.],
 - Carleton-módszer [Woodcok, 1987.].

A fenti módszerek közös jellemzője, hogy csupán bizonyos esetekben használhatóak, de a silóürítéskor tapasztalható jelenségeket (pl.: a tömegáram állandósága) nem magyarázzák, vagy nem is írják le (sebességeloszlás).

Oldal (2007) munkájában rávilágított, hogy a kifolyónyílása keresztmetszetén a kifolyási sebesség nem egyenletes eloszlású. Tölcséres kifolyás esetén a kifolyónyílásnál az anyaghalmaz sebességét a boltozat felületétől szabadeséssel megtett útból számította, a sebességeloszlást a boltozat alakjából (másodfokú parabola) határozta meg (15. ábra):

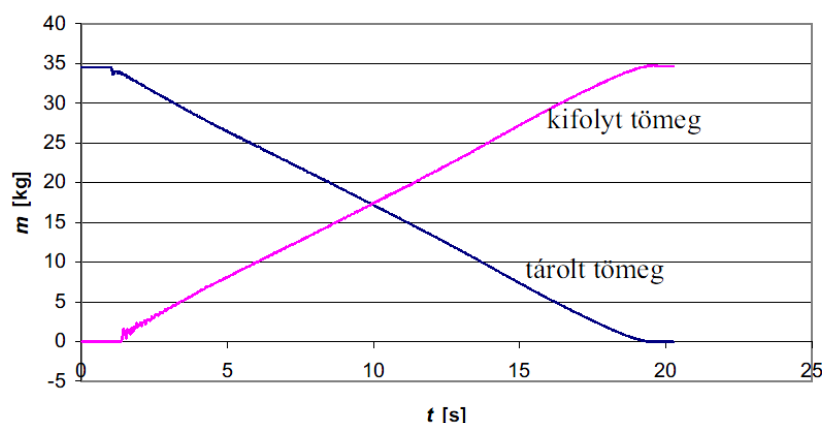
$$v(x, \varphi) = \sqrt{2g\delta d} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2x}{d}\right)^2}. \quad (19)$$

Az összefüggésben $\delta = h/d$ a boltozat alaktényezője (magasságának és szélességének aránya). δ anyagjellemző, magában foglalja a halmaz sűrűségváltozását is, értékét a szerző mérésekkel határozta meg.



15. ábra: A kifolyónyílás és környezet [Oldal: 2007.]

Oldal (2007) elméletileg igazolta, hogy szemcsés anyagok silóból való kifolyásakor a kifolyási tömegárama független az anyagoszlop magasságától. Valamennyi korábbi modell is így kezeli a kifolyási tömegáramot, azonban ezek nem adnak magyarázatot rá. A kifolyási tömegáram állandóságát az instabil boltozatokkal magyarázza. A kifolyási tömegáram állandóságát mérésekkel is igazolta, a siló tömegváltozását az idő függvényében leíró függvény állandó meredekségű, meredeksége pedig a kifolyási tömegáram (16. ábra).



16. ábra: A siló tömegváltozása és a kifolyt tömeg az idő függvényében [Oldal: 2007.]

A fent bemutatott sebességeloszlásnak a kifolyónyílás felületén vett integrálásával számította ki a kifolyási térfogatáramot, majd ebből határozta meg a kifolyási tömegáramot:

$$W = \frac{\pi\sqrt{2g}}{6} \cdot \sqrt{\delta} \cdot \rho_h \cdot (d - d_p)^{\frac{5}{2}}. \quad (20)$$

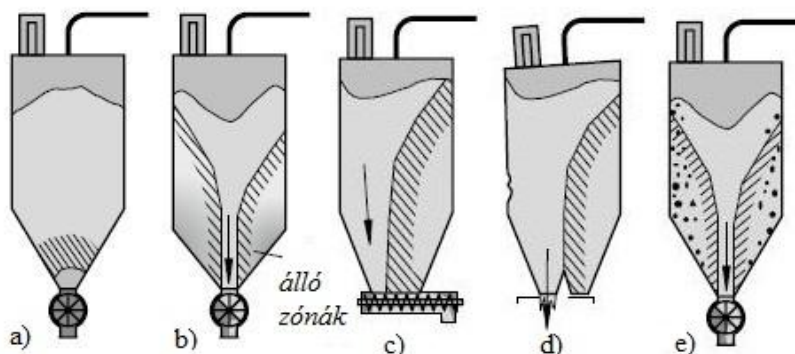
A modell érvényességi határai:

$$7d_p < d < 0,6D. \quad (21)$$

Az összefüggésben d_p a szemcsék átlagos átmérője, ρ_h pedig a halmazsűrűség. A modell tölcséres áramlás esetén elméleti, térfogati kifolyás esetén pedig félempirikus módon írja le a kifolyást.

2.7.4 Silók ürítéskor jelentkező leggyakoribb problémák

A silók tervezésénél gyakran nem megfelelően veszik figyelembe a tárolt anyag jellemzőit, ez negatívan befolyásolhatja az igénybevétel elviselését, valamint a tárolt termék minőségét. A függőleges tárolók használhatóságának két alapvető feltétele van. Az egyik, hogy a betöltött anyag kiüríthető legyen a tárolóból, tehát el kell kerülni stabil boltozatok kialakulását. A másik alapvető feltétel a kifolyási tömegáram ismerete, amely a silóhoz kapcsolódó berendezések tervezése, kiválasztása szempontjából fontos.



17. ábra: A silóban előforduló leggyakoribb problémák; a) stabil boltozat; b) magáramlás; c) szállító berendezés miatt kialakuló aszimmetrikus kifolyás; d) több kifolyónyílás miatt kialakuló egyoldalú kifolyás; e) szegregáció a silóban [Schulze: 2009.]

Tömegáramú silóknál az egyik legnagyobb probléma a boltozatképződés (17/a ábra). Boltozódásnak nevezi a szakirodalom azt a folyamatot, amely során a szemcsés halmazban a terhelések hatására létrejön egy anyagréteg, amely képes a felette lévő anyagoszlop súlyából adódó terhelés elviselésére [Keppler, 2006.]. Ha stabil boltozat alakul ki a garatban, az az anyagáram elakadásához vezet, ami meggátolja a siló kiürítését, így az használhatatlanná válik, tehát a boltozatképződés silók esetén kimondottan káros jelenség. A tervezés során előre tudnunk kell, hogy tárolás során várható-e boltozatképződés. Amennyiben a siló funkcióját boltozatképződés miatt nem képes ellátni, akkor utólagosan boltozódásgátló berendezéseket kell beépíteni. A boltozatok kialakulását megfelelően nagy kifolyónyílással akadályozhatjuk meg. Az anyagáram elakadásának másik lehetséges oka a tárolt anyag szemcséinek méretéhez képest túlságosan kicsi kifolyónyílás. Ez a probléma főként durvaszemcsés anyagoknál jelentkezhet. A probléma elkerülése érdekében a kifolyónyílásnak 6 – 10-szer nagyobbnak kell lennie a tárolt anyag átlagos szemcseméreténél.

Finom porok, kohéziós szemcsés anyagok tárolásakor az anyag részecskéi között ható erők miatt összetapadhat az anyag, ekkor ez lesz az oka az anyagáram elakadásának.

További probléma lehet a magáramlás kialakulása. Magáramlás akkor jöhet létre, amikor a garatfal nem elég meredek vagy túlságosan érdes. Ilyen esetben az anyag a töltött silóban nem közvetlenül a garat falán csúszik le, hanem a siló középvonalában létrejövő aknában mozog. Így a bevezetett termék szinte azonnal távozik a silóból, emiatt a garatfalon „álló zónák” alakulnak ki (17/b ábra). Ekkor a siló, mint puffer működik, hosszú ideig marad az anyag az „álló zónákban” és ez idő alatt tulajdonságai megváltozhatnak (élelmiszeripari, mezőgazdasági termékeknél jelenthet problémát). Ezen kívül az „álló zónákban” annyira összetömörödhet az anyag, hogy külső hatás nélkül nem tud távozni a silóból, szinte „beleköt” abba [Schulze: 2009.].

Az ürítő-berendezések kedvezőtlen kialakítása aszimmetrikus kifolyáshoz (17/c,d ábra) vagy magáramláshoz vezet (17/b ábra). Aszimmetrikus ürítés például szállítócsigás anyagelvezetésnél alakulhat ki, amikor a szállítócsiga megtelik anyaggal, és az csak a garat egyik oldalán áramolhat ki a silóból. Aszimmetrikus kifolyás (17/d ábra) más okok miatt is kialakulhat például, amikor több kifolyónyílás esetén csak az egyiket használják. Ez a kifolyási mód kedvezőtlen, aszimmetrikus terhelést jelent a silószerkezetre, így növelve a vékonyfalú fém silók oldalfalának kihajlási veszélyét [Schulze: 2009.].

Magáramlás kialakulásakor inhomogén szemcseméret eloszlású anyag tárolásakor romlik a silóból ürített termék minősége, mivel a magáramlás miatt szegregáció (szétválasztódás) jön létre a silóban (17/e ábra). Egy siló megtöltésekor állandóan számolni kell azzal, hogy a termék a siló keresztmetszetében szegregálódik. Centrikus töltés esetén a kisebb részecskék a siló tengelyének közelében találhatóak, míg a nagyobb részecskék a peremen. Amikor a silóban magáramlás

uralkodik, akkor a siló közepéről finom terméket, míg a peremről durvább szemcséjű terméket kapunk. Ezért jön létre kifolyáskor szétválasztódott anyagáram, ami nem csak a betöltött anyag minőségromlását eredményezi, hanem a folyamatos ürítést is megakadályozhatja [Schulze: 2009.].

2.7.5 Ürítő berendezések

Szemcsés anyagok silókban való tárolását folyadékszerű viselkedésük teszi lehetővé, mivel a jól megtervezett tárolóból a szemcsés anyag mindenféle külső hatás nélkül kifolyik. Az ilyen típust gravitációs ürítésű silónak nevezzük. Amennyiben az előzőekben bemutatott problémák valamilyen ürítő berendezés alkalmazását követelik meg, a hozzáfolyás akkor is gravitációs [Oldal: 2007.].

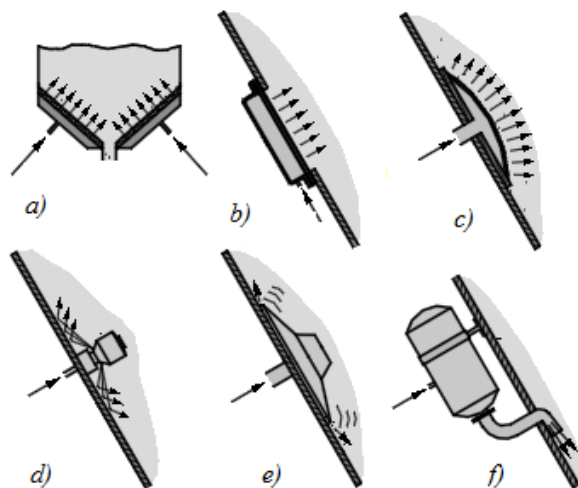
Az ürítő berendezések olyan eszközök, amelyek lehetővé teszik vagy javítják a szemcsés anyagok kiürítését a tárolókból. Fontos megkülönböztetni a kifolyást segítő - amelyek fő feladata a folyamatos áramlás biztosítása, az anyagáram szabályozása azonban ezekkel nem lehetséges - és a kifolyást szabályzó berendezéseket, amelyek alkalmazásával a szükséges tömegáramot üzembiztosan létre tudjuk hozni, illetve a kapcsolódó berendezésekhez igazíthatjuk [Kache: 2009.]. Az ürítő berendezések tehát olyan speciális eszközök, amelyek képesek a silóban anyagáramlás létrehozására (pl.: megakadályozzák stabil boltozatok kialakulását) és javítják a szemcsés anyag áramlását (pl.: a kívánt kifolyási módot biztosíthatjuk alkalmazásukkal). A kifolyást segítő és a kifolyást szabályzó berendezések közötti alapvető különbség tehát funkciójuk [Schulze: 2009.].

2.7.5.1 Kifolyást segítő berendezések

A kifolyást segítő berendezések alapvetően két csoportba sorolhatóak [Schulze: 2009.]:

- pneumatikus kifolyást segítő berendezések,
- mechanikus kifolyást segítő berendezések.

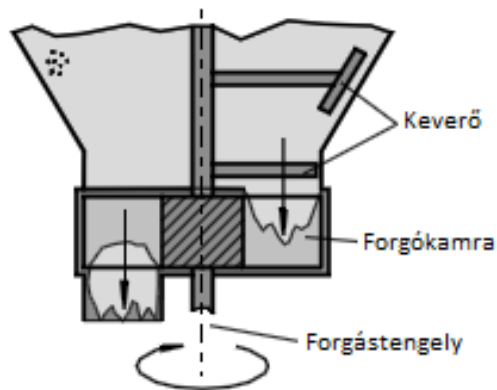
A pneumatikus kifolyást segítő berendezések sűrített levegő segítségével hozzák mozgásba a silóban lévő anyaghalmazt (18. ábra).



18. ábra: Pneumatikus kifolyást segítő berendezések [Schulze: 2009.]

A silóba áramoltatott sűrített levegő túlnyomást okoz benne, majd ez a túlnyomás a legkisebb ellenállás irányába terjed tovább. Amennyiben az anyagoszlop elég magas és a sűrített levegőt a garat környezetében juttattuk a silóba, akkor a túlnyomás a kifolyónyílás irányába terjed. Amennyiben a túlnyomás elegendően nagy, hogy legyőzze a falsúrlódást, akkor kifolyásra készíti az anyagot [Schulze: 2009.]

Mechanikus kifolyást segítő berendezés például a forgózsilip (19. ábra), amelyet a garat alján rögzítenek, majd a megrekedt anyagot keverve egy forgócellás adagolón keresztül üríti ki.



19. ábra: Forgózsilip [Schulze: 2009.]

A mechanikus kifolyást segítő berendezések hatása nagymértékben függ a szerkezet lengéstani viszonyaitól és a tárolt anyag jellemzőitől, ezért mindenekelőtt vastag falú fém silók ürítésére használják őket [Schulze: 2009.]

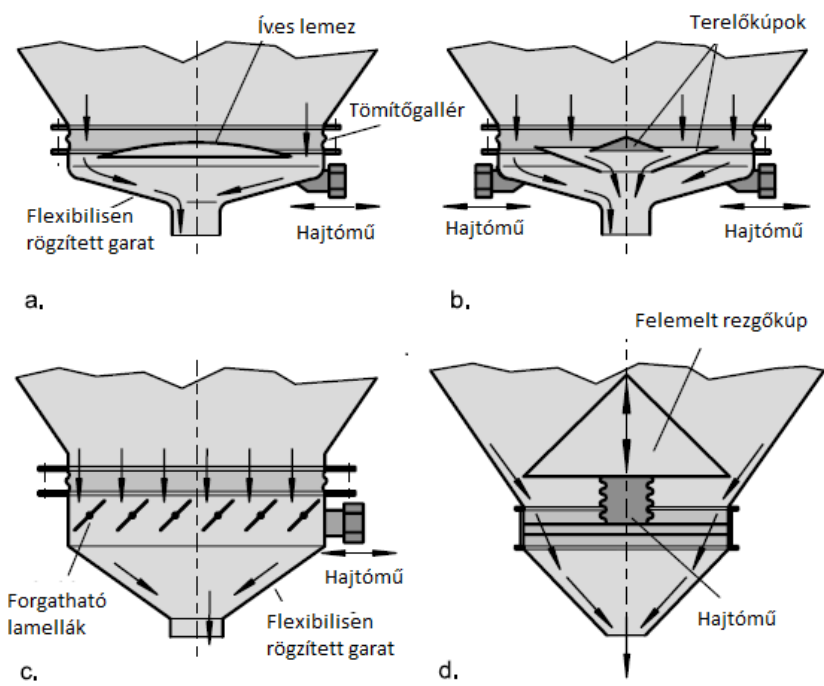
2.7.5.2 Kifolyást szabályzó berendezések

A kifolyást szabályzó berendezések kialakításának legfontosabb szempontjai:

- Ne legyen a berendezésben olyan sík felület, amelyen az anyaghalmoz megállhat (azaz ne alakuljanak ki álló zónák a berendezés kialakítása miatt).
- A kifolyónyílás teljes keresztmetszetében eltávolítsák a kifolyt anyagot (azaz ne okozzák a siló aszimmetrikus terhelését).

Tipikus kifolyást szabályzó berendezések: a szállítószalagok, a szállítócsigák, a rezgővályúk, a rezgőgaratok és a forgócellás adagolók [Kache: 2009.].

A leggyakrabban és leghatékonyabban alkalmazott berendezések a rezgőgaratok. A berendezéseket a garathoz kell csatlakoztatni, amely rezgésbe jön és ennek hatására a folyik ki az anyag a silóból. A vibrációs frekvencia változtatása hatással van a kifolyási tömegáramra. A rezgőgaratok alapvetően kétféle kialakításúak: Vannak a garaton belül (általában rezgőkúp) és a garaton kívül (általában excenter motor) elhelyezett vibrátorral ellátott berendezések (20. ábra) [Schulze: 2009.]. A garaton kívül elhelyezett vibrátorral ellátott berendezések (20. ábra) szerelési és karbantartási szempontból kedvezőbbek.



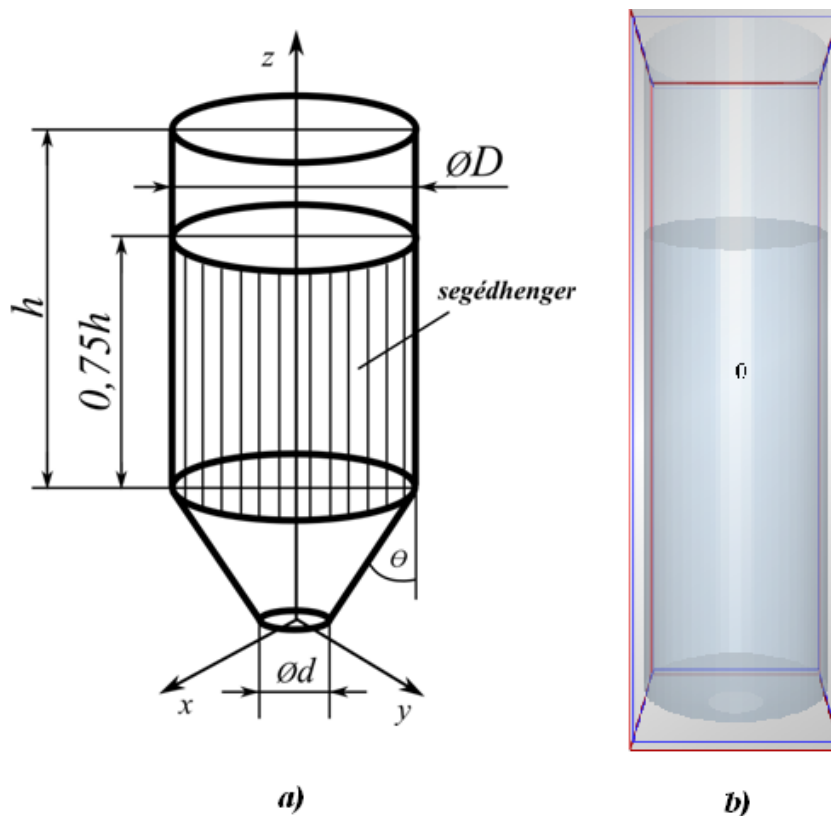
20. ábra: Különböző rezgőgarat kialakítások [Schulze: 2009.]

3 A kifolyás diszkrét elemes modellezése

Diszkrét elemes módszerrel (továbbiakban DEM) végzett vizsgálatok elsődleges célja a szemcsés halmazok valóságos viselkedésének modellezése. A vizsgált halmazok valós viselkedésének szimulációjához a módszer kapcsolati modelleket használ. A szakirodalomban számos kapcsolati modell (pl.: lineáris [Masson; Martinez: 2000.], nemlineáris [Raji, Favier: 2004.], stb.) létezik. A különböző kapcsolati modellek más-más paramétereket használnak a halmaz valóságos viselkedésének leírására. A használt kapcsolati modellt és paramétereinek helyességét ellenőrizni, mérési eredményekkel hitelesíteni (validálni) kell. A vizsgálat során búza fémsilóból történő kifolyását modelleztem DEM-mel. Minden szimulációt az *EDEM Academic 2.1* (2008) diszkrét elemes modellező szoftverrel végeztem.

3.1 Geometriai modell

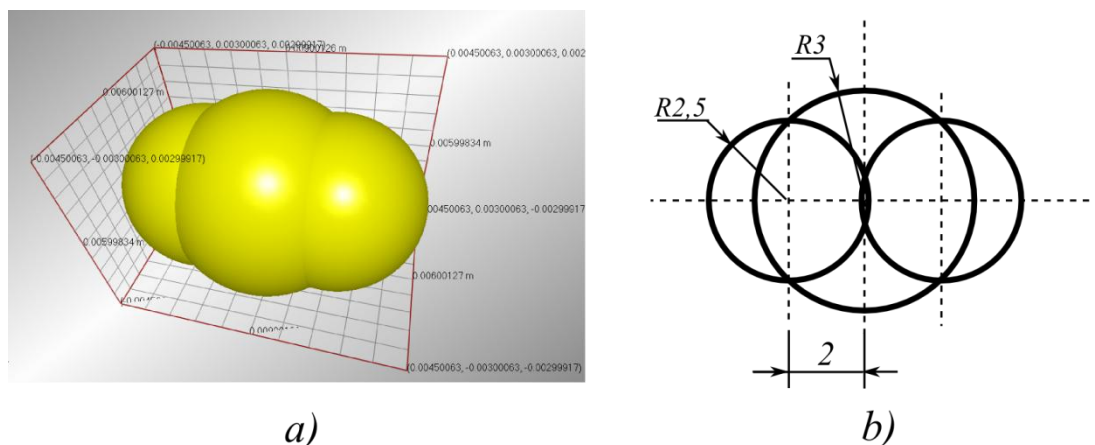
Első lépésként a siló geometriai modelljét hoztam létre. A silótest hengeres kialakítású $h = 0,7\text{ m}$ magasságú és $D = 200\text{ mm}$ átmérőjű. A szimulációkat két különböző félkúpszögű garattal végeztem el: $\theta_1 = 30^\circ$; $\theta_2 = 60^\circ$. Mindkét garat esetén a kifolyónyílás átmérője $d = 60\text{ mm}$ (21. ábra).



21. ábra: a) A geometriai modell; b) A geometriai modell EDEM-ben

3.2 Szemcsemodell

A búzaszemek modellje a szakirodalomban megtalálható [Keppler, et. al.: 2011.], a geometriai modellt ez alapján hoztam létre. A vizsgálatok során végtelenül merev, gömbökből álló összetett elemeket alkalmaztam. A búzaszemek geometriai modellje három gömbből álló összetett elem (22. ábra). A szemcse középpontjában lévő gömb 3 mm , a két szélső gömb pedig $2,5\text{ mm}$ sugarú. A szélső gömbök középvonalának távolsága a szemcse szimmetriatengelyétől $2 - 2\text{ mm}$ (22. ábra).



22. ábra: a) A búzaszem geometriai modellje; b) A búzaszem méretei [Keppler, et al.: 2011.]

Egy szemcse legnagyobb mérete $d_p = 9\text{ mm}$, tömege $m_r = 2,381 \cdot 10^{-4}\text{ kg}$, térfogata $V_r = 1,631 \cdot 10^{-7}\text{ m}^3$ tehetetlenségi nyomatékai $J_x = 8,026 \cdot 10^{-10}\text{ kgm}^2$ és $J_y = J_z = 1,429 \cdot 10^{-9}\text{ kgm}^2$. Egy kifolyási szimuláció átlagos számításigénye kb. 25 óra volt (szemcseszám: $\sim 25\,000\text{ db}$).

3.3 Kapcsolati modell

A szimulációk során a szemcsék, illetve a szemcsék és a falak közti kapcsolatok leírására a Hertz-Mindlin-féle „no slip” kapcsolati modellt használtam, amely a szemcsék közti kapcsolatot rugalmas, csillapított kapcsolódásként modellezi [Tsuji, et al; 1992.]. Az anyagi és kapcsolati paraméterek befolyásolják az érintkezésben lévő elemek közt ható normál- és tangenciális irányú erők és nyomatékok nagyságát, tehát a rendszer mozgásegyenletét is [Keppler, et. al.: 2011.].

A Hertz-Mindlin-féle „no slip” kapcsolati modell által használt mikromechanikai jellemzők a szakirodalomban megtalálhatóak [Keppler, et. al.: 2011.]. A modellhez szükséges mikromechanikai jellemzőket a 2. táblázat tartalmazza:

2. táblázat: A búzaszemek és a siló anyagának mikromechanikai jellemzői [Keppler, et. al.: 2011.]

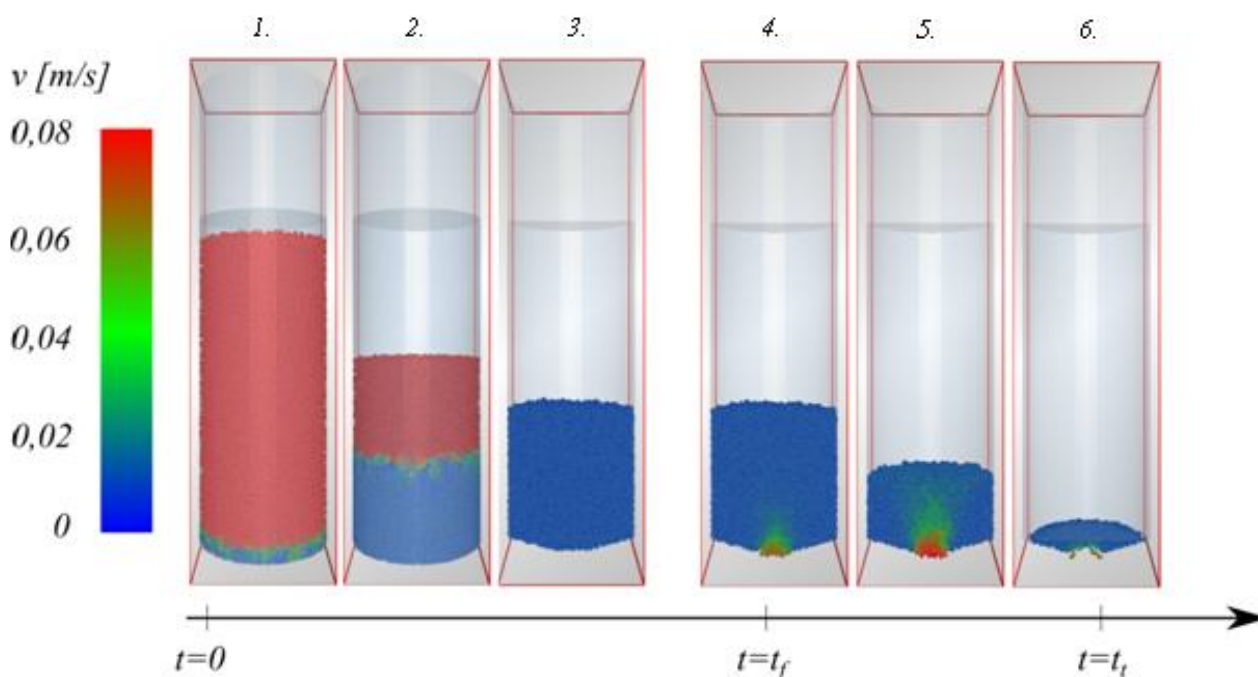
<i>Mikromechanikai jellemző</i>	<i>Búza</i>	<i>Acél</i>
v [-]	0,4	0,3
G [Pa]	$3,58 \cdot 10^8$	$8 \cdot 10^{10}$
ρ [kg/m^3]	1460	7500
C_r [-]	Búzára v.: 0,5	-
	Acélra v.: 0,6	Búzára v.: 0,5
μ_0 [-]	Búzára v.: 0,3	-
	Acélra v.: 0,25	Búzára v.: 0,25
μ_r [m]	Búzára v.: 0,01	-
	Acélra v.: 0,01	Búzára v.: 0,01

Keppler és szerzőtársai (2011) a búzaszemek geometriai modelljét és a mikromechanikai jellemzőket kevert áramú terményszárítóra optimalizálták és a szárítón végzett mérésekkel validálták. A későbbiekben megvizsgálom, hogy e jellemzők a kifolyás modellezéséhez is alkalmasak-e, azaz, hogy anyagjellemzőként más modellekhez is használhatóak-e.

3.4 Szimulációs paraméterek

A szimuláció első lépése a siló feltöltése. Ekkor a szoftver létrehozza az anyaghalmazt egy előre kiválasztott térfogatban. A diszkrét elemek (a búzaszemek) pozícióját, a kiválasztott térfogaton belül véletlenszerűen generálja szoftver. A számításigény csökkentése érdekében nem a teljes silót töltöttem fel búzával, csupán a silótest háromnegyedét. Ennek érdekében létrehoztam egy virtuális segédhengert is (21. ábra), amelynek átmérője megegyezik a silótest átmérőjével, magassága viszont csak háromnegyed része a silótest magasságának. Az anyaghalmazt e segédhengerbe hozta létre a szoftver. A létrehozott halmazt alkotó diszkrét elemek (búzaszemek) száma $\theta_1 = 30^\circ$ -os garatszög esetén $N_{30} = 25\,657\,db$, $\theta_2 = 60^\circ$ -os garatszög esetén $N_{60} = 24\,843\,db$.

Miután a szoftver létrehozta a halmazt, a szemcsék a gravitáció hatására lehullnak a zárt silóba, így feltöltik azt. A feltöltési szakasz addig a $t_f = 1,3\,s$ időpillanatig tart, amíg a halmaz nyugalmi állapotba nem kerül, azaz amíg a rendszer teljes mozgási energiája elhanyagolhatóan kicsiny nem lesz ($E_r \approx 0$) (23. ábra, 3. fázis). Egészen eddig zárt a kifolyónyílás. Nyugalmi állapotban az anyagoszlop magassága $\theta_1 = 30^\circ$ -os garatszög esetén: $h_a \approx 0,2h = 0,14\,m$; $\theta_2 = 60^\circ$ -os garatszög esetén $h_a \approx 0,25h = 0,175\,m$. A szimuláció következő fázisa az ürítés. Miután nyugalomba került az anyaghalmaz, a kifolyónyílás kinyílik, és az összes anyag kifolyik a silóból ($t = t_t$). Az ürítés időtartama $\theta_1 = 30^\circ$ -os félkúpszögű garat esetén: $t_{\bar{u}} = t_t - t_f = 8,15\,s$, $\theta_1 = 60^\circ$ -os félkúpszögű garat esetén: $t_{\bar{u}} = t_t - t_f = 10\,s$.



23. ábra: A siló feltöltése és kiürítése

Valamennyi szimulációnál időléptékes diszkrét elemes modellt alkalmaztam. Az időlépték ($\Delta t = 4,21 \cdot 10^{-5} \text{ s}$) valamennyi esetben állandó, a Rayleigh-féle ($\Delta t_r = 0,000168 \text{ s}$) időlépték 25%-a volt. A Rayleigh-féle időlépték, azaz az időintervallum, amely alatt a halmazban lezajló ütközések következtében létrejövő lökeshullám egy szemcsén keresztülhalad [Li, et. al.: 2005.].

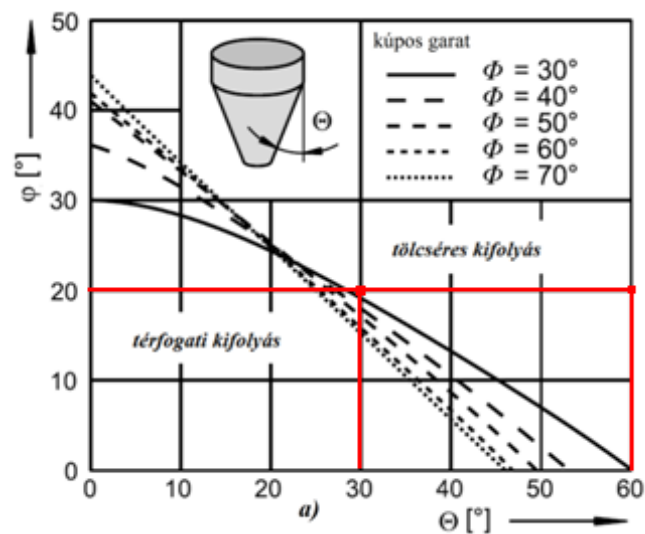
Végül a szemcsék közti kapcsolatok érzékeléséért felelős háló beállításait adtam meg. A háló sűrűsége határozza meg azt, hogy a szimuláció egyes lépéseiben egy szemcse körül milyen távolságban vizsgálja meg a szoftver, hogy hol található a szemcsével kapcsolatba kerülő elem. Amennyiben túlságosan nagyra választjuk a rácsméretet, akkor feleslegesen vizsgál meg olyan térrészeket a szoftver, amelyekben nem lehet az adott szemcsével kapcsolatban lévő másik elem, tehát feleslegesen növeljük a számításigényt [Rong, et. al.: 1995.]. Amennyiben túlságosan kicsinek választjuk a rácsméretet, akkor az számítási hibát okoz, az érintkezési pontok figyelmen kívül hagyása miatt. A rácsméret a szemcsék sugarának meghatározott értéke, a szimuláció során: $z_{racs} = 1,5R_{sz} = 0,00375 \text{ m}$ volt.

4 Eredmények

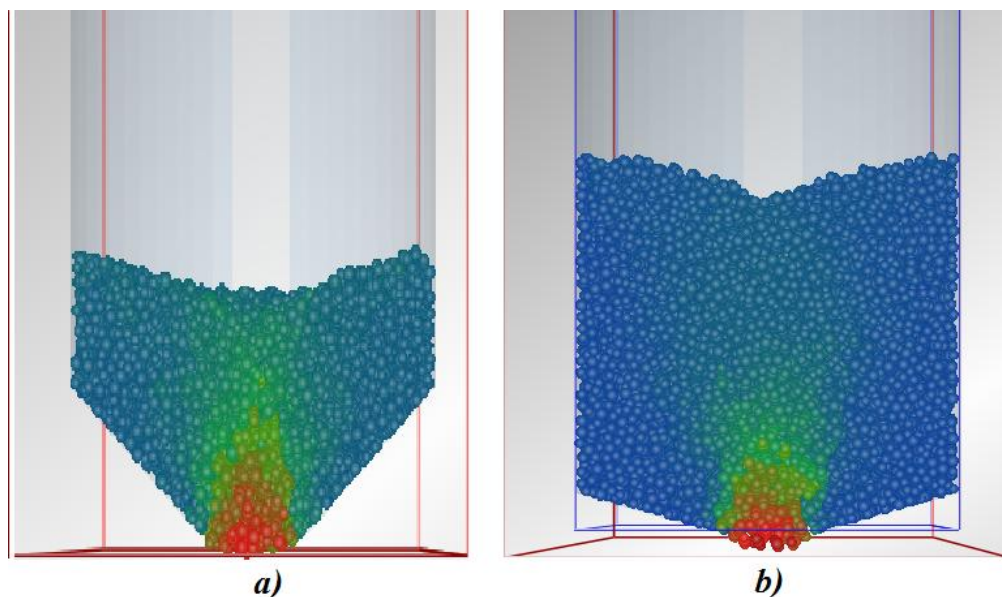
A szimulációs eredményeket Oldal (2007) matematikai modelljeivel hasonlítottam össze. Az a modell a kifolyást nagy pontossággal írja le, validált, így a mérésekkel bizonyítottan egyező eredményt ad. Ezek a modellek tehát alkalmasak a szimulációs modellem és paramétereinek validálására is.

4.1 Kifolyási mód

A DEM szimulációkat két különböző félkúpszögű garattal végeztem el: $\theta_1 = 30^\circ$; $\theta_2 = 60^\circ$. Mindkét garat esetén tölcséres kifolyás alakult ki a silóban (25. ábra). Ez a kifolyási mód megfelel a 2.7.2 fejezetben bemutatott, szakirodalomban leírt tapasztalatoknak (24. ábra).



24. ábra: Kifolyási mód a szakirodalom szerint



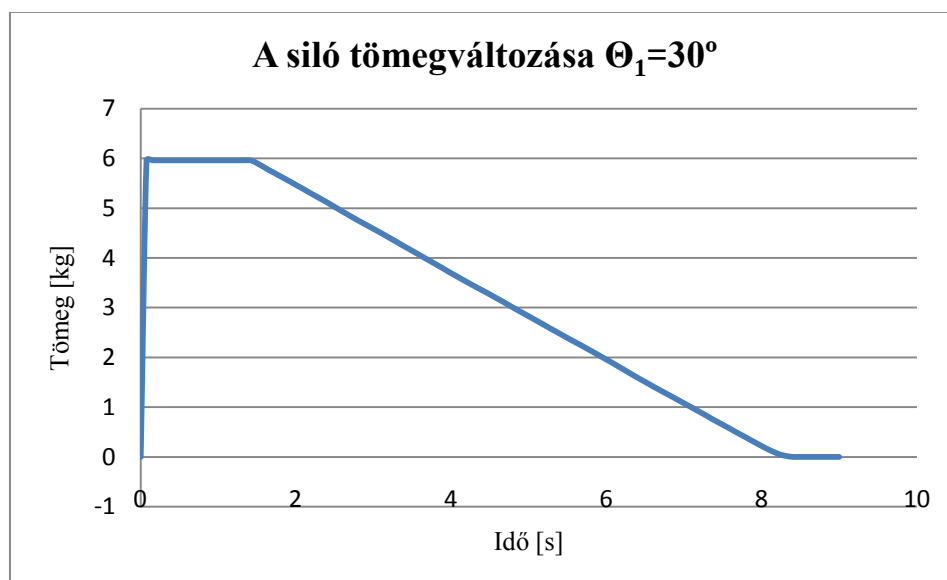
25. ábra: a) Tölcséres kifolyás $\theta=30^\circ$; b) Tölcséres kifolyás $\theta=60^\circ$

A 25. ábrán függőleges irányú sebességük alapján színeztem meg a szemcséket. A kék színű szemcsék függőleges irányú sebessége a legkisebb (közel nulla). A piros színű szemcsék függőleges irányú sebessége pedig a legnagyobb ($\sim 0,8 \text{ m/s}$).

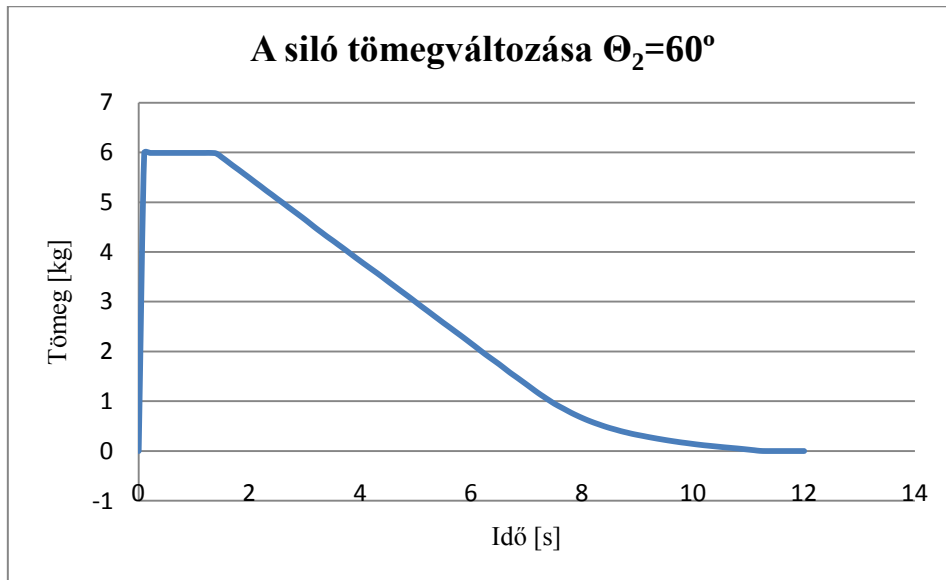
A fenti ábrán jól látható, hogy mindkét garat esetén csak a kifolyónyílás feletti anyagrészek mozognak és ennek következtében a halmaz tetején kialakul a szemcsés anyag természetes rézsúszögének megfelelő kúpos felszín, azaz tölcsér. A kifolyási mód meghatározásához tehát alkalmas a diszkrét elemes modellem.

4.2 A siló tömegváltozása

A DEM-es szimuláció eredményei alapján meghatároztam a siló tömegváltozását az idő függvényében (26. ábra, 27. ábra). Mindkét garat esetén lineárisan csökken a silóban tárolt anyag tömege az idő függvényében. A 27. ábrán az ürítési folyamat végén megszűnik a linearitás, de ez a várakozásoknak megfelelő. A jelenség oka, hogy a $\theta_2 = 60^\circ$ -os garatszög esetén a kifolyási folyamat végén már szinte nincs anyag a kifolyó anyagrészek felett. A függvények linearitása tulajdonképpen azt jelenti, hogy a silóban lévő anyagoszlop magasságának csökkenése ellenére állandó mennyiségű anyag folyik ki időegység alatt a silóból, azaz a kifolyási tömegáram független az anyagoszlop magasságától. Az általam megalkotott DEM modell tehát Oldal (2007) méréseivel (16. ábra) egyező eredményt ad.



26. ábra: A siló tömegváltozása $\theta_1=30^\circ$



27. ábra: A siló tömegváltozása $\Theta_2=60^\circ$

4.3 Kifolyási tömegáram

Mivel a siló tömegváltozása független az anyagoszlop magasságától, a kifolyási tömegáram állandó az ürítési folyamat során, tehát egyszerű osztással számítható:

$$W_{DEM} = \frac{m_{siló}}{t_{\ddot{u}}}$$

A DEM szoftver véletlenszerűen hozza létre az anyaghalmazt és az ürítési folyamat során a szemcsék pozíciója, sebessége, gyorsulása változik, ezért szinte nulla annak az esélye, hogy ugyanolyan beállítási paraméterekkel futtatva a szimulációt pontosan ugyanazt az eredményt kapjuk, tehát a szimulációs eredmények szórást mutatnak. Emiatt mindkét garat esetén háromszoros ismétléssel készítettem kifolyási szimulációt.

Az Oldal (2007) által meghatározott kifolyási sebességprofil alapján számított térfogatáramok (3.3. fejezet):

$$W_{030} = \frac{\pi\sqrt{2g}}{6} \cdot \sqrt{\delta} \cdot \rho_h \cdot (d - d_p)^{\frac{5}{2}} = 0,712 \frac{kg}{s},$$

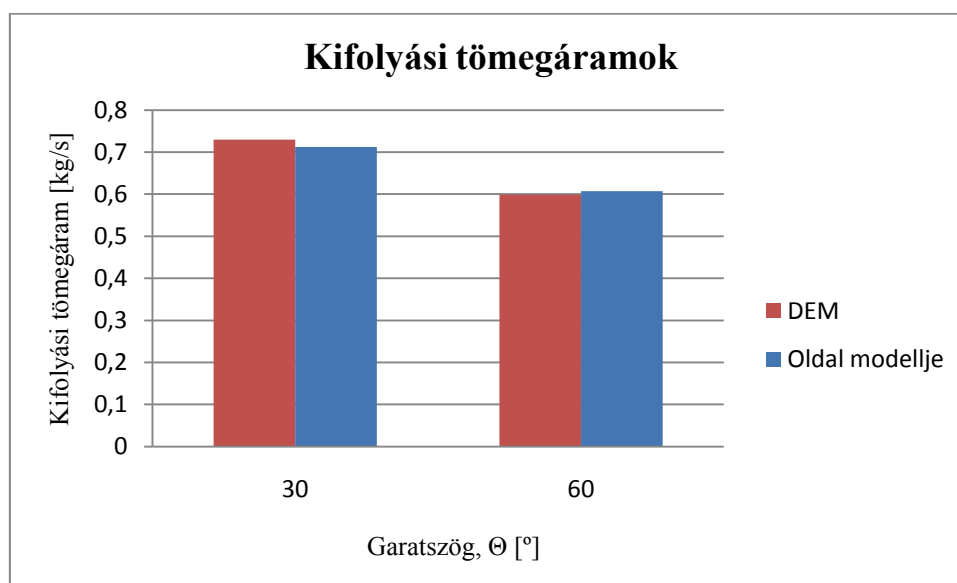
$$W_{060} = \frac{\pi\sqrt{2g}}{6} \cdot \sqrt{\delta} \cdot \rho_h \cdot (d - d_p)^{\frac{5}{2}} = 0,607 \frac{kg}{s}.$$

Az összefüggésekben szereplő $d_p = 9 \text{ mm}$ a búzaszemek átmérője, $\rho_h = 705 \text{ kg/m}^3$ a búzára jellemző halmazsűrűség, δ pedig az Oldal (2007) által mérésekkel meghatározott boltozati alaktényező. $\theta_1 = 30^\circ$ -os félkúpszögű garat esetén: $\delta = 0,55$, $\theta_2 = 60^\circ$ -os félkúpszögű garat esetén: $\delta = 0,4$.

3. táblázat: Kifolyási tömegáram értékek

Garatszög θ_i [°]	Kifolyási tömegáram (DEM) W_{DEM_i} [kg/s]	Átlagos kifolyási tömegáram (DEM) $\overline{W_{DEM}}$ [kg/s]	Számított kifolyási tömegáram W_o [kg/s]	Eltérés [%]
30	0,676	0,729	0,712	2,3
	0,724			
	0,787			
60	0,586	0,599	0,607	1,3
	0,598			
	0,613			

A matematikai modell paramétereinek helyességét Oldal (2007) mérésekkel igazolta.



28. ábra: Kifolyási tömegáram értékek

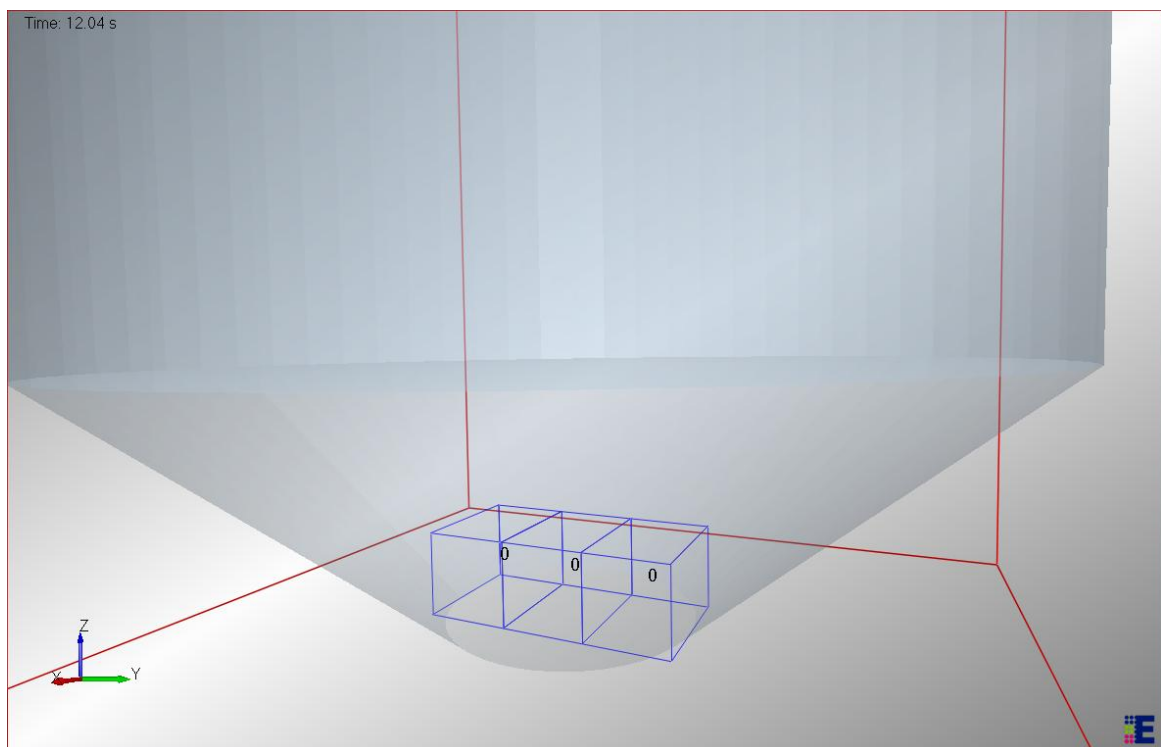
A szimulációval meghatározott átlagos kifolyási tömegáram értékek egyeznek az Oldal (2007) modelljével számítottakkal. Tehát DEM-es modellem alkalmas a kifolyási tömegáram meghatározására. A szimulációs modell alkalmazhatósági határainak meghatározása viszont további vizsgálatokat igényel.

4.4 Sebességprofil

A szimuláció segítségével meghatároztam a kifolyónyílásnál a sebességprofil. A siló szimmetriasíkjában a kifolyónyílás 3 különböző pontjában ($x_1 = -20 \text{ mm}$; $x_2 = 0 \text{ mm}$; $x_3 = 20 \text{ mm}$) tudtam mérni a kifolyási sebességet. Az EDEM Academic 2.1 (2008) szoftver Binning funkciójával lehet a kifolyási sebességet meghatározni. A módszer lényege, hogy a szimuláció lefuttatása után azon a helyen, ahol a kifolyási sebességet meg akarjuk határozni kis méretű téglatesteket kell létrehozni. A szoftver a téglatesteken belül képes a szemcsék sebességének meghatározására. Az eredmények helyességét azonban a téglatestek és a szemcsék méretének

aránya nagyban befolyásolja. A téglatesteknek a szemcsénél jóval nagyobb méretűnek kell lenniük, máskülönben egy szemcse sebességét egyszerre két téglatestben is méri a szoftver, amely helytelen eredményhez vezet. Oldal (2007) sebességprofilja a siló kifolyónyílásának mentén adja meg a szemcsék sebességét, az összehasonlíthatóság érdekében tehát a téglatesteket úgy kell elhelyeznem, hogy azok alsó lapjai a kifolyónyílás felületével egy síkban legyenek. Ekkor a téglatestekben mért maximális sebesség adja a kifolyónyílás mentén a szemcsék sebességét.

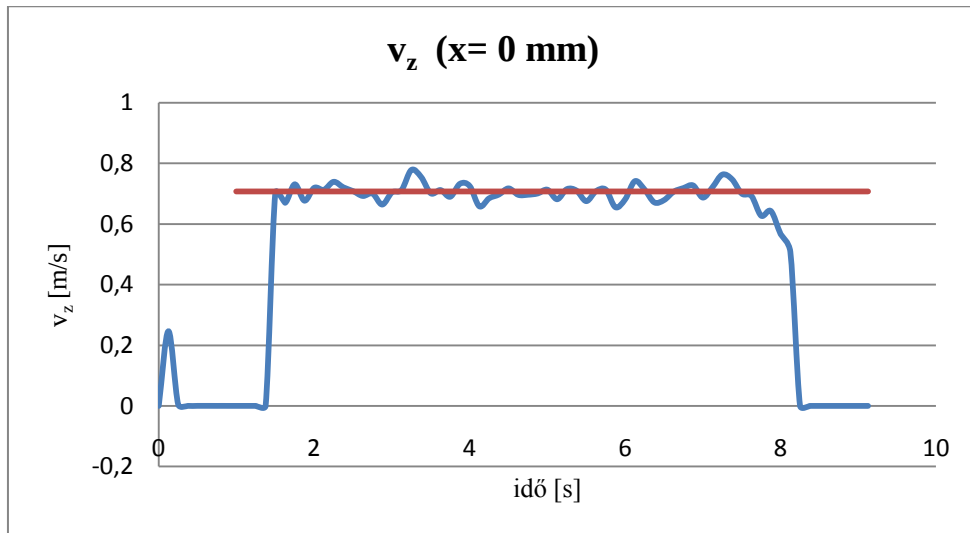
A fenti hibák elkerülése érdekében 3 db $20 \times 30 \times 20 \text{ mm}$ méretű téglatestet helyeztem el a kifolyónyílásban, a siló szimmetriasíkjára szimmetrikusan (29. ábra).



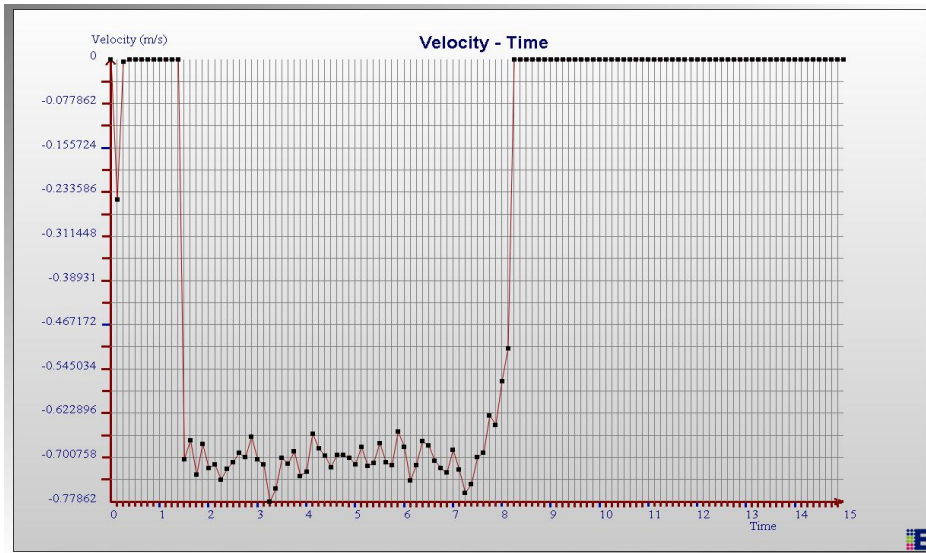
29. ábra: A sebességprofil meghatározásához szükséges téglatestek

A szimulációval tehát a kifolyónyílás három pontjában (a téglatestek szimmetriasíkjának helyén: $x_1 = -20 \text{ mm}$; $x_2 = 0 \text{ mm}$; $x_3 = 20 \text{ mm}$) tudtam meghatározni a szemcsék sebességét az idő függvényében (31. ábra). A kifolyás során a kifolyónyílás egy pontjában közel állandó a kifolyási sebesség (az eredmények szórása minden esetben kevesebb 5%-nál.). Ezért a szimulációval kapott adatokból meghatároztam az egyes pontokban az állandósult kifolyásra jellemző sebességet (30. ábra).

A későbbiekben szeretném nagyobb átmérőjű silón is lefuttatni a szimulációt. A nagyobb átmérőjű siló kifolyónyílása is nagyobb átmérőjű, tehát több téglatestben tudom mérni a szemcsék sebességét, így több pontot vehetek fel a sebességeloszlás meghatározásakor, eredményeim tehát pontosabbak lesznek.



30. ábra: Kifolyási sebesség ($x_1=0$ mm; $\theta_1=30^\circ$)



31. ábra: Az EDEM Academic 2.1 szoftverből exportált kifolyási sebességsdiagram az idő függvényében ($x_1=0$ mm; $\theta_1=30^\circ$)

A szoftverben kapott sebességek (31. ábra) negatív értékűek, mivel a szoftver koordináta-rendszerében a siló tengelyével párhuzamos tengely pozitív értelmével ellentétesen hullnak ki a szemcsék a silóból.

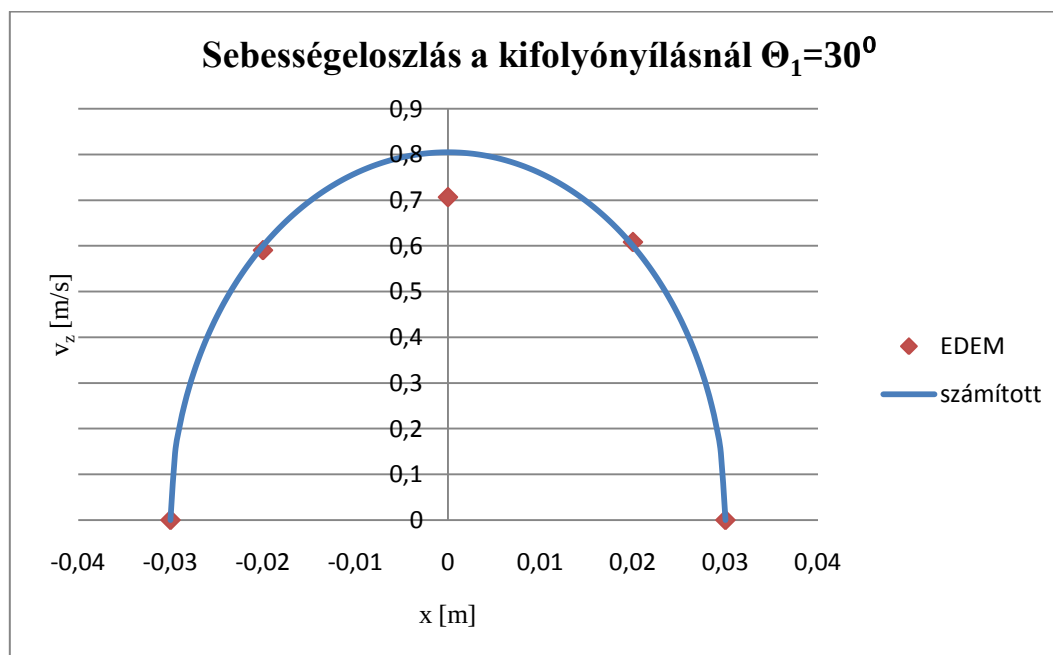
A háromszoros ismétléssel készített szimuláció eredményeiből a kifolyónyílás három különböző pontjaiban mért kifolyási sebességeket átlagoltam. A 3.3 fejezetben bemutatott Oldal-féle számítási módszer (2007) szerint a sebességeloszlás a kifolyónyílás mentén:

$$v(x, \varphi) = \sqrt{2g\delta d} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2x}{d}\right)^2}.$$

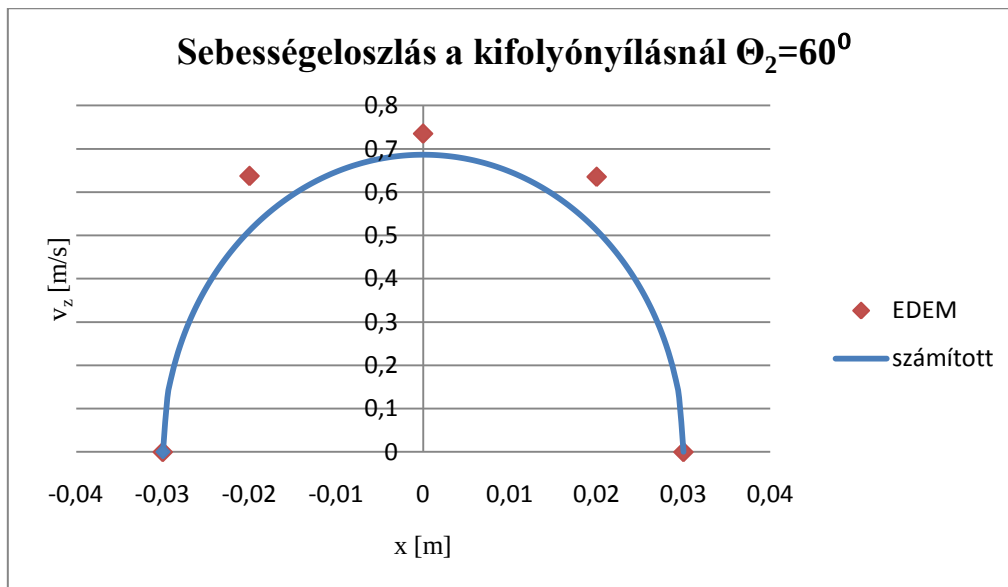
4. táblázat: A szimulációval meghatározott kifolyási sebességek

Garatszög θ [°]	x [m]	Kifolyási sebesség v_{iDEM} [m/s]	Átlagos kifolyási sebesség $\overline{v}_{DEM}$ [m/s]	Számított kifolyási sebesség v_o [m/s]	Eltérés a számított képest [%]
30	-20	0,571	0,591	0,599	-1,3
		0,590			
		0,612			
	0	0,692	0,707	0,805	-12,1
		0,704			
		0,725			
	20	0,598	0,609	0,599	1,6
		0,606			
		0,623			
60	-20	0,615	0,637	0,515	19,4
		0,638			
		0,658			
	0	0,703	0,735	0,686	6,6
		0,744			
		0,758			
	20	0,602	0,635	0,515	19,4
		0,618			
		0,685			

A sebességeket a kifolyónyílás méretének függvényében ábrázoltam és összehasonlítottam az Oldal-féle (2007) matematikai modell eredményeivel. A szimulációs és a számított sebességeket közös diagramban ábrázoltam:



32. ábra: Sebességeloszlás a kifolyónyílás mentén $\theta_1=30^\circ$



33. ábra: Sebességeloszlás a kifolyónyílás mentén $\theta_2=60^\circ$

4.5 Modellparaméterek

A szakirodalomban megtalálhatóak [Keppler, et. al.: 2011.] a búzaszemek kevert áramú terményszárítóra optimalizált és validált geometriai és mikromechanikai jellemzői. Mivel a szimulációs kifolyási mód, kifolyási tömegáram és sebességprofil is egyezik Oldal (2007) méréseivel, ezért a paraméterek alkalmasak kifolyás modellezésére is, tehát a modellezés során anyagjellemzőként használhatóak.

5 Összefoglalás

A diszkrét elemes modellemmel kapott kifolyási mód egyezik a szakirodalomban publikált eredményekkel. 30° és 60° -os garatszög esetén is a várakozásnak megfelelő tölcséres kifolyás alakul ki. Csak a kifolyónyílás feletti anyagrészek mozognak és ennek következtében a halmaz tetején kialakul a szemcsés anyag természetes rézsűszögének megfelelő kúpos felszín, azaz tölcsér. A kifolyási mód meghatározásához tehát alkalmas a diszkrét elemes modellem.

Mindkét garat esetén lineárisan csökken a silóban tárolt anyag tömege az idő függvényében. Ez azt jelenti, hogy a silóban lévő anyagoszlop magasságának csökkenése ellenére állandó mennyiségű anyag folyik ki időegység alatt a silóból, azaz a kifolyási tömegáram független az anyagoszlop magasságától, tehát időben állandó. A kifolyónyílás egyes pontjaiban közel állandó a kifolyási sebesség, tehát a kifolyási sebesség is független az anyagoszlop magasságától. Az általam megalkotott DEM modell tehát a tömegáramra és a kifolyási sebességre is a korábbi tapasztalatoknak megfelelő eredményt ad. A szimuláció még az ürítési folyamat utolsó szakaszában, üres garat esetén is jól leírja az ürítési folyamatot, amire a töltött garatra érvényes analitikus modell nem képes.

A szimulációval meghatározott átlagos kifolyási tömegáram értékek 5%-nál kisebb eltérést mutatnak az Oldal (2007) modelljével számítottakkal. Tehát DEM-es modellem alkalmas búza kifolyási tömegáramának meghatározására. A szimulációs modell alkalmazhatósági határainak meghatározása azonban további vizsgálatokat igényel.

$\theta_1 = 30^\circ$ -os garatszög esetén a szimulációs eredmények a maximális kifolyási sebességben 15%-nál kisebb eltérést mutatnak a számítottéhoz képest, az $x_1 = -20 \text{ mm}$ és $x_2 = 20 \text{ mm}$ helyen viszont 2%-nál kisebb az eltérés.

$\theta_2 = 60^\circ$ -os garatszög esetén a szimulációs eredmények a maximális kifolyási sebességben 7%-nál kisebb, az $x_1 = -20 \text{ mm}$ és $x_2 = 20 \text{ mm}$ helyen viszont 20%-nál kisebb eltérést mutatnak. A kifolyási sebességben adódó különbségek a szimuláció kiértékeléséből adódnak. A 4.4 fejezetben bemutatott *Binning* módszerben kell keresni a hiba okát: Amennyiben a szemcsék méretéhez képest jóval nagyobb téglalapokat alkalmazunk a kiértékeléskor, akkor ez a hiba valószínűleg csökkenthető. A téglatestek méretének növelésében a kifolyónyílás mérete jelent korlátot (a búzaszemek mérete adott). Nagyobb méretű siló esetén a kifolyónyílás is nagyobb, így tehát nagyobb téglatesteket lehet elhelyezni a kifolyónyílásnál (és többet is), ami pontosabb sebességeloszlást eredményez, mivel egy szemcse sebességét nagy valószínűséggel csak egyszer számolja a szoftver.

A fenti eredmények azt jelentik, hogy DEM modellem alkalmas búza fémsilóból történő kifolyásának elfogadható pontosságú modellezésére, illetve a kevert áramú terményszárítóra

optimalizált és validált geometriai és mikormechanikai jellemzők [Keppler, et. al.: 2011.] alkalmasak a kifolyás diszkrét elemes modellezésére is.

6 Tovább lépési lehetőségek

A továbbiakban a következőket szeretném vizsgálni:

- Szimulációs modellem érvényességi határait (ehhez számos különböző geometriájú silóval el kell végezni a szimulációt).
- A jelenleginél nagyobb méretű silón elvégezni a szimulációt (a sebességprofil jobb illeszkedésének reményében).
- Hosszútávú célom a vibrációs ürítés DEM-es modellezése, amelyhez elengedhetetlen volt ez a vizsgálat.

7 Irodalomjegyzék

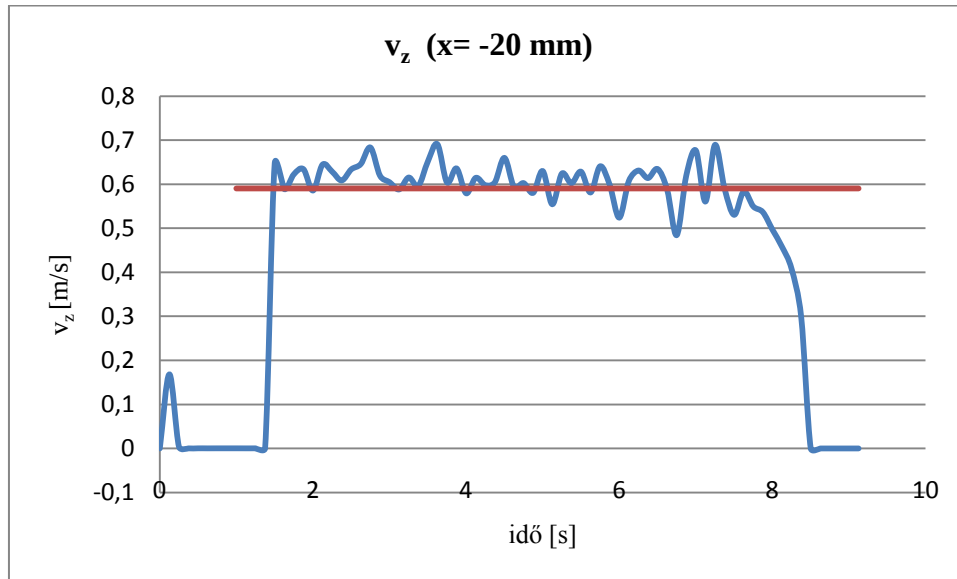
1. Bagi K.: *A diszkrét elemek módszere*, BME Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék, 2007.
2. Bauer, E; Wu; W.: *A hypoplastic constitutive model for cohesive powders*, Powder Technology 85, 1995.
3. Benkő J.: *Anyagmozgató gépek és eszközök*, Szent István Egyetemi Kiadó, Gödöllő, 2011.
4. Böhrsen, J.: *Dynamisches Verhalten von Schüttgütern beim Entleeren aus Silos*, Technische Universität Braunschweig, 2002.
5. C. González-Montenallo, Á. Ramírez, E. Gallego, F. Ayuga: *Validation and experimental calibration of 3D discrete element models for the simulation of the discharge flow in silos*, BIPREE Research Group, Universal Politécnica de Madrid, Spain, 2011.
6. Cezary, S., Maciej, N., Jacek, T.: *Application of particle image velocimetry (PIV) for deformation measurement during granular silo flow*, ScienceDirect, 2006.
7. Cundall, P; Strack, O: *A discrete numerical model for granular assemblies*, Geotechnique, 1979.
8. Csizmadia B; Nándori E.: *Mechanika mérnököknek, Szilárdságtan*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.
9. Csizmadia B.: *Einige Bemerkungen über die natürlichen Gewölbebildung in Konstrukturierten Haufen*, előadás a Metode experimentale si numerice in rezistenta materialor konferencián, 1988.
10. Drescher A; Walters A. J; Rhoades C. A.: *Arching in hoppers I-II*; Powder Technology 84, 1995.
11. Enstand G.: *On the theory of arching in mass flow hoppers*, Chem. Eng. Sci; 1975
12. Feras Y. Fraige, Paul A. Langston, Andrew J. Matchett, John Dodds: *Vibration induced flow in hoppers: DEM 2D polygon model*, ScienceDirect, 2008.
13. Janssen H. A.: *Getreidedruck in Silozellen*, Z. Ver. Dt. Ing. 39:1045-1049, 1895.
14. Jenike, A. W.: *A theory of flow of particulate solids in converging and diverging channels based on a conical yield function*, Powder Technology 50(3), 1987.
15. Kache G.: *Verbesserung des Schwerkraftflusse kohäsiver Pulver durch Schwingungseintrag*, Dissertation, Neindorf, 2009.

16. Kadau, D.: *Porosität in kohäsiven granularen Pulver und Nano-Pulver*, Dissertation, Duisburg-Essen, 2004.
17. Keppler I; Kocsis L; Oldal I; Farkas I; Csátár A.: *Grain velocity distribution in a mixed flow dryer*, The Society of Powder Technology Japan. Published by Elsevier B. V. and The Society of Powder Technology Japan, 2011.
18. Keppler I.: *Szemcsés anyagok természetes boltozódása*, GÉP 2006/I.
19. Kollmann, T. and Tomas J.: *Effect of Applied Vibration on Silo Hopper Design, Mechanical Process Engineering, Department of Process Engineering*, The Otto-von-Guericke University of Magdeburg, Magdeburg, Germany, 2007.
20. Kollmann T.: *Schwingungsinduzierte Fließen feinstkörniger, kohäsiver Pulver*, Dissertation, Magdeburg, 2002.
21. Kolymbas, D.: *Geotechnik*, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 2011.
22. Li, Y; Xu, Y; Thornton, C.: *A comparison of discrete element simulations and experiments for sandpiles composed of spherical particles*, Granular Matter, 2005.
23. Masson, S; Martinez, J.: *Effect of particle mechanical properties on silo flow and stresses from distinct element simulations*, Powder Technology 109, 2000.
24. Martens, M.: *Silo-Handbuch*, Ernst & Sohn, Berlin, 1998.
25. Mester L.: *Szemcsés anyagok új fizikai-mechanikai elmélete*, www.granularmaterials.com/downloads/szemcses_hu.pdf, 2009.
26. Oldal I; Keppler I; Csizmadia B; Fenyvesi L.: *Outflow properties of silos: The effect of arching*, The Society of Powder Technology Japan. Published by Elsevier B. V. and The Society of Powder Technology Japan, 2011.
27. Oldal I.: *Szemcsés anyagok kifolyási és boltozódási tulajdonságai*, Doktori értekezés, Gödöllő, 2007.
28. Raji, A. O; Favier, J. F.: *Model for deformation in agricultural and food particular materials under bulk compressive loading using discrete element method, Theory, model development and validation*, Journal of Agricultural Engineering Research, 2004.
29. Reimbert M; Reimert A.: *Silos: Theory and practice*, Trans Tech Publications, 1987.
30. Rong, G. H; Negi, S. C; Jofriet, J. C.: *Simulation of flow behaviour of bulk solids in bins. Part 1: Model development and validation*, Journal Agricultural Engineering Research, 1995.

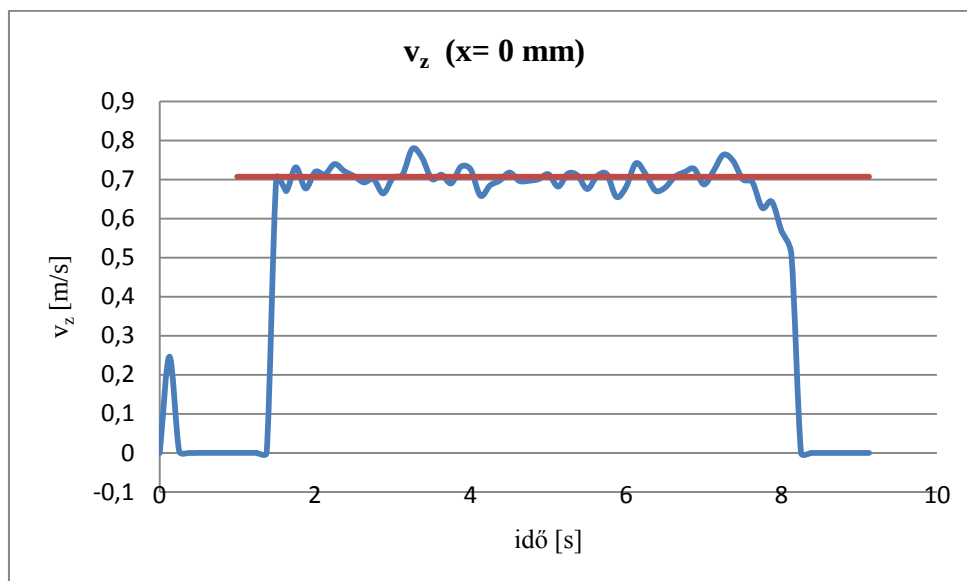
31. Rong, G. H; Negi, S. C; Jofriet, J. C.: *Simulation of flow behaviour of bulk solids in bins. Part 2: Shear bands, flow corrective inserts and velocity profiles*, Journal Agricultural Engineering Research, 1995.
32. Scheibe, M.: *Die Fördercharakteristik einer Zellenradschleuse unter Berücksichtigung der Wechselwirkung von Silo Austragsorgan*, Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Technischen Universität Bergakademie, Freiberg, 1997.
33. Schulze D.: *Pulver und Schüttgüter – Fließeigenschaften und Handhabung*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009.
34. Schulze D.: *Untersuchungen zur gegenseitigen Beeinflussung von Silo und Austragorgan*, Dissertation, Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 1991.
35. Sitkei Gy.: *A mezőgazdasági anyagok mechanikája*, Akadémia Kiadó, Budapest, 1981.
36. Sykut, J; Molenda, M; Horabik J.: *DEM simulation of the packing structure and wall load in a 2-dimensional silo*, Granular Matter (2008) 10:273–278
37. Tsuji, Y; Tanaka, T; Ishida, T.: *Lagrangian numerical simulation of plug flow of cohesionless particles in a horizontal pipe*, Powder Technology, 1992.
38. Weathers, R. C., Hunt, M. L., Brennen, C. E., Lee, A. T., Wassgren, C. R.: *Effects of Horizontal Vibration on Hopper Flows of Granular Material, Mechanics of deformation and flow of particulate materials*: Proceedings of a symposium, Evanston, Illinois, 1997.
39. Woodcock, C. R; Mason, J. S.: *Bulk solids handling*, Leonard Hill, Glasgow and London, 1987.

8 Melléklet

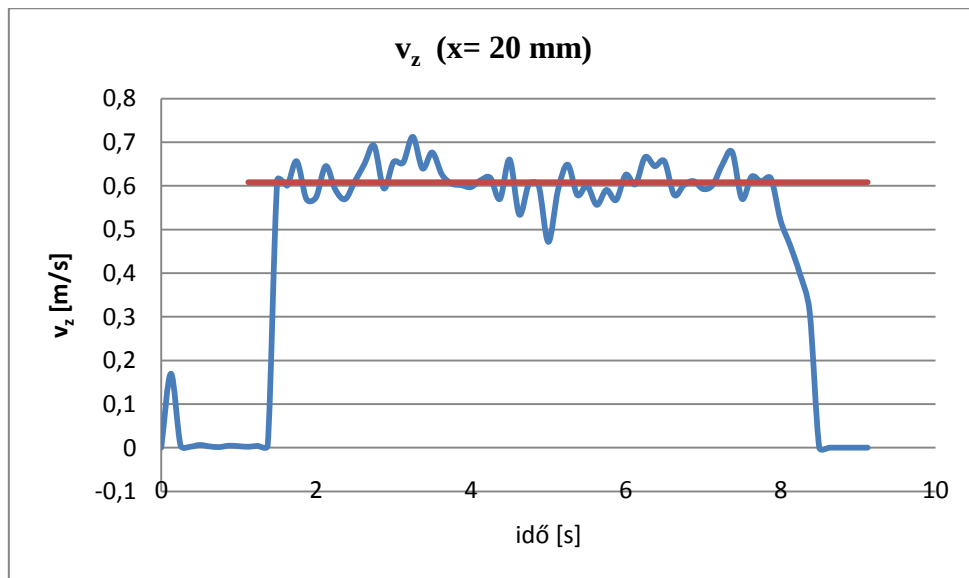
Kifolyási sebességek $\theta_1 = 30^\circ$ esetén:



1. melléklet: Kifolyási sebesség x=-20 mm

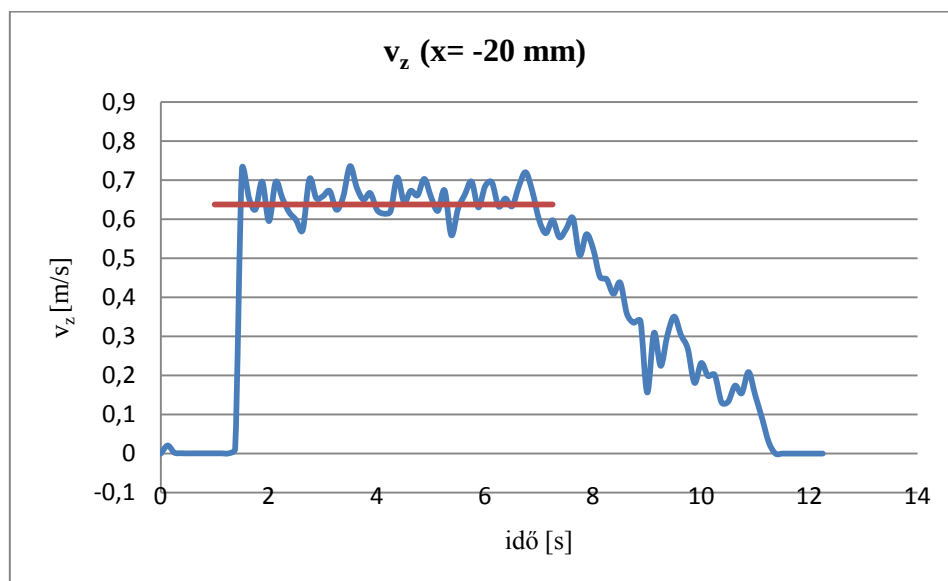


2. melléklet: Kifolyási sebesség x=0 mm

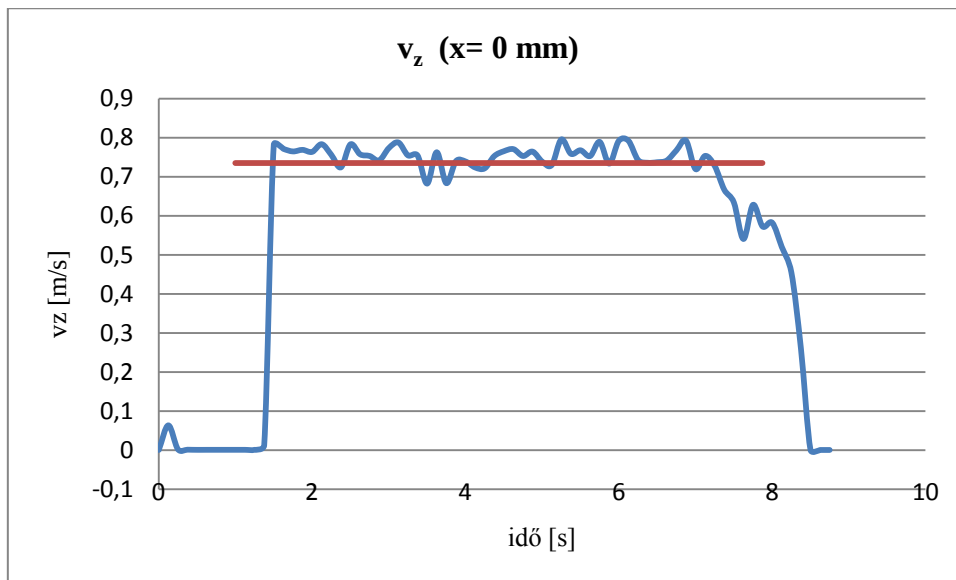


3. melléklet: Kifolyási sebesség $x=20 \text{ mm}$

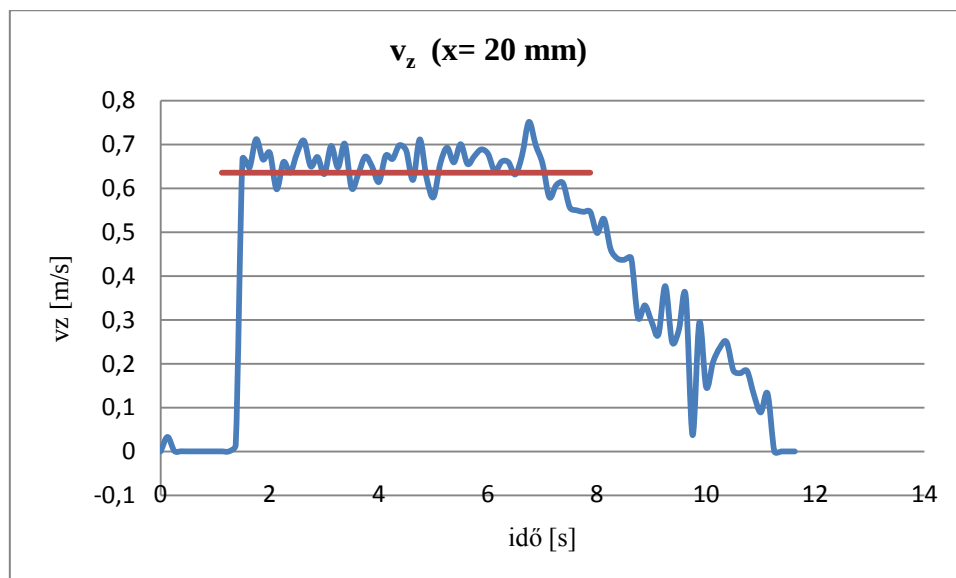
Kifolyási sebességek $\theta_2 = 60^\circ$ esetén:



4. melléklet: Kifolyási sebesség $x=-20 \text{ mm}$



5. melléklet: Kifolyási sebesség $x=0$ mm



6. melléklet: Kifolyási sebesség $x=20$ mm