

Turbulens áramlások numerikus modellezése nagy örvény szimulációval (LES), hálózási módszerek fejlesztése

Füle Péter
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Gépészeti modellezés MSc
I. évfolyam

Témavezető:
Hernádi Zoltán doktorandusz
Áramlástan Tanszék

2012

A dolgozat bemutatását a TÁMOP - 4.2.2.B-10/1--2010-0009 "Új tehetséggondozó programok és kutatások a Műegyetem tudományos műhelyeiben" című program támogatta.

Nyilatkozat

Alulírott Füle Péter kijelentem, hogy a jelen dolgozatban bemutatásra kerülő tudományos eredmények saját munkám termékei. Ahol mások munkáját használtam fel, azt megfelelő hivatkozásokkal minden alkalommal jelölöm.

Füle Péter

Tartalomjegyzék

Tartalomjegyzék	1
1. Bevezetés.....	3
2. Turbulens áramlások	4
2.1. A turbulens áramlások legfontosabb jellemzői	4
2.2. Turbulens skálák és energia spektrum	5
3. Csatornaáramlások	7
3.1. A geometria.....	7
3.2. Jellemző rétegek csatornaáramlás esetén.....	7
3.3. Jellemző profilok csatornaáramlás esetén.....	8
4. Az áramlástan numerikus módszerei	10
4.1. Miért van szükség modellekre?	10
4.2. A leggyakrabban használt modellek, módszerek.....	12
5. Nagy örvény szimuláció (Large Eddy Simulation - LES).....	14
5.1. Miért a LES?	14
5.2. Időbeli átlagolás helyett térbeli szűrés.....	14
5.3. Subgrid modellek.....	16
5.3.1. Smagorinsky modell.....	16
5.3.2. Dinamikus Smagorinsky modell	16
5.3.3. Skála-hasonlósági modellek.....	17
5.3.4. A Bardina modell	18
5.4. LES és RANS összehasonlítások.....	18
6. Lokálisan sűrített hálók	19
6.1. Szakirodalmi példák	19
7. OpenFOAM.....	24
7.1. Az OpenFOAM-ról általában	24
8. Számítógépes szimuláció	26
8.1. A geometria.....	26
8.2. Perem- és kezdeti feltételek	27
8.3. A használt turbulencia modellek.....	31
8.3.1. One Equation Modell	31
8.3.2. Smagorinsky modell.....	32
8.3.3. A dinamikus Smagorinsky modell	33
8.4. A használt hálók.....	33

8.4.1. Egy lépcsőben sűrített hálók	33
8.4.2. Két lépcsős sűrítés	37
9. Az eredmények kiértékelése	38
9.1. Turbulencia modellek összehasonlítása.....	38
9.2. Hagyományos sűrítés eredményei	41
9.3. Lokális hálósűrítés eredményei	43
9.3.1. Egy lépésben sűrített hálók eredményei.....	44
9.3.2. Két lépésben sűrített hálók eredményei	48
10. Összefoglalás	50
Hivatkozások.....	51
Köszönetnyilvánítás.....	53

1. Bevezetés

Az áramlástan vizsgálatokban a mérések mellett vagy helyett gyakran alkalmaznak számítógépes szimulációkat. A fizikailag jól megalapozott és kísérletileg kellőképpen igazolt számítási módszerek számos előnnyel rendelkeznek, például több vagy részletesebb információt szolgáltatnak az áramlás jellemzőiről, a nehezen hozzáférhető helyeken történő költséges méréseknél gyorsabbak, költséghatékonyabbak, és lehetővé teszik az eszközeink geometriai optimalizálását is – akár anélkül, hogy a bonyolult geometriákat le kellene gyártani.

Az áramlástan szimulációk jelentős része véges térfogat módszerrel történik, amelynek során az áramlási teret véges térfogatokra, cellákra bontják. A cellák határait egy térbeli háló jelöli ki, ezért ezekben a módszerekben alapvető fontosságú, hogy miképpen hálózunk be a vizsgálni kívánt geometriát. A hálózási technika befolyásolja az eredmények minőségét vagy részletességét, illetve a számítási igényt, mely a cellaszám növelésével nagymértékben emelkedik. [1]

A hálófelbontásnak a nagy örvény szimuláció (Large Eddy Simulation - LES) esetén kiemelkedő jelentősége van, mivel ez határozza meg, hogy melyek azok a turbulens örvények, amelyeket a háló még képes felbontani, illetve melyekre szükséges további modelleket alkalmazni. [2]

A dolgozatban bemutatom, hogy milyen hatással van a szimulációs eredményekre, ha célirányosan történik a háló sűrítése: csak ott, ahol erre valóban szükség van. Csatornaáramlás esetén például a fal közelében várható nagy változás az áramlásirányú sebességben, így itt szükséges a sűrűbb háló használata, míg a csatorna középvonalához közeledve egyre kevésbé változik a sebességprofil, tehát abban a tartományban nagyobb cellák is megfelelőek lehetnek.

A szimulációkat az OpenFOAM szoftverrel végeztem, amely tartalmazza a csatornaáramlás nagy örvény szimulációjához (LES) szükséges eszközöket. Ebben a környezetben vizsgáltam, hogy milyen hatással van az eredményekre, ha csak a fal közelében alkalmazunk sűrű hálót és a faltól távol nagyobb cellák alkalmazásával takarékoskodunk a számítógépes erőforrásokkal. A vizsgálatok között bemutatok egy- és kétlépcsős sűrítést is.

Az eredmények kiértékeléséhez egy saját fejlesztésű MATLAB kiértékelő kódot alkalmaztam, és az eredményeket egy megbízható közvetlen numerikus szimulációs (Direct Numerical Simulation - DNS) adatbázis eredményeihez hasonlítottam [3]. Azt állapítottam meg, hogy a vizsgált hálósűrítési módszer jó közelítéssel adja vissza a szakirodalmi eredményeket, a hagyományos hálókhoz képest pedig legalább olyan jól vagy még jobban teljesítenek.

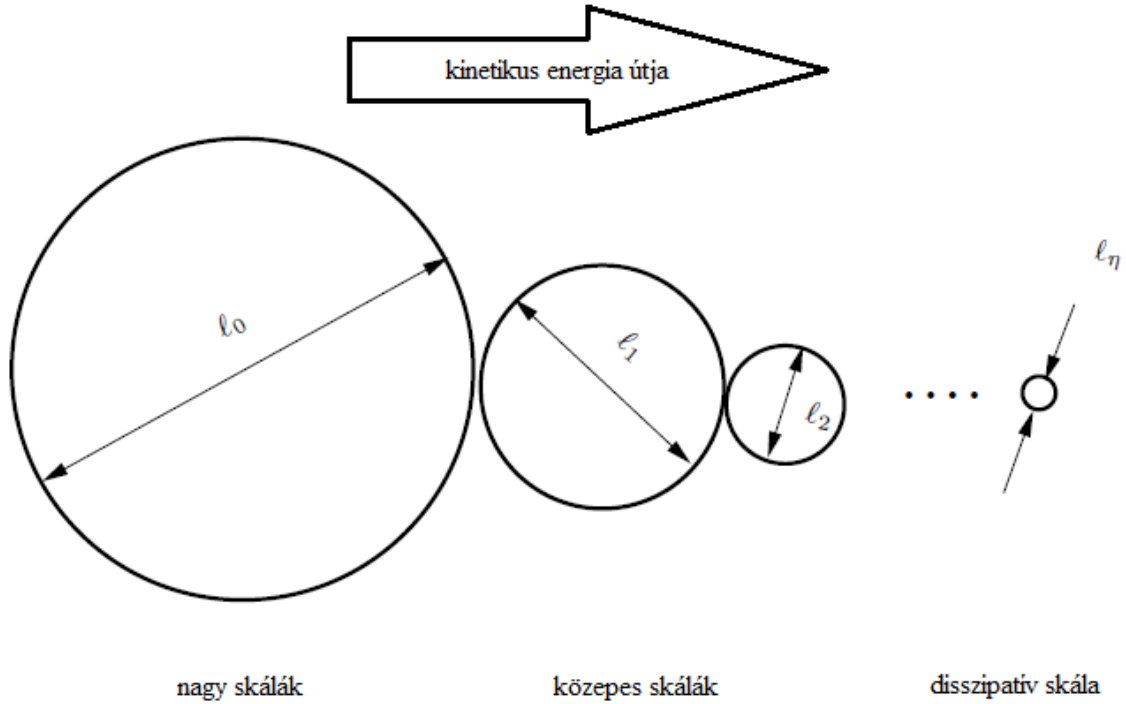
2. Turbulens áramlások

2.1. A turbulens áramlások legfontosabb jellemzői

A gyakorlatban a legtöbb áramlás turbulens áramlás, például testek körüli áramlás, mint autók, repülőgépek vagy éppen épületek körüli áramlások. Ennek megfelelően, mikor áramlásokat számolunk, legtöbbször számításba kell vennünk a turbulenciát is.

A következő felsorolás a turbulens áramlások legfontosabb jellemzőit tartalmazza. [4] és [5]

- **Szabálytalanság:** A turbulens áramlások szabálytalanok és kaotikusak, különböző méretskálák találhatók benne. Az örvények viselkedése a Navier-Stokes egyenletek segítségével jellemezhető.
- **Diffúzitás:** Turbulens áramlások esetén a diffúzitás növekszik, elősegíti például az impulzus transzportot a határrétegben, ezáltal késlelteti a határréteg-leválást, vagy például csatornaáramlások esetén megnöveli a fali súrlódást és a hőátadás mértékét.
- **Nagy Reynolds szám értékek:** A turbulencia magas Reynolds szám mellett jelentkezik, jellemzően például csőáramlás esetén $Re_D = \frac{uD}{\nu} \cong 2300$, ahol u a sebesség, D a csőátmérő, ν pedig a kinematikai viszkozitás, vagy határréteg áramlásnál $Re_x = \frac{ux}{\nu} \cong 500000$, ahol x a belépőéltől mért távolság.
- **3 dimenziós:** A turbulens áramlások mindig 3 dimenziósak.
- **Időfüggő:** A turbulens áramlások mindig időfüggők. A változókat két részre bonthatjuk, egy időben átlagolt és egy fluktuáló részre, például a sebesség esetén: $v_i = \bar{v}_i + v_i'$
- **Disszipáció:** Az áramlás disszipatív, ami azt jelenti, hogy a kinetikus energia, amit a nagy örvények az áramlásból nyernek, a kis örvényeknél hőenergiává alakul.
- **Kaskád folyamat:** A kaskád folyamat modellezi az energia útját a turbulens áramlások esetén, miszerint a legnagyobb örvények az áramlásból nyerik a kinetikus energiát, amely átadódik az egyel kisebb skálák felé és így tovább a legkisebb örvényekig, ahol a kinetikus energia hőenergiává válik. (1. ábra).
- **Kontinuum:** Annak ellenére, hogy kis méretlépték is jelen vannak az áramlásban, ezek még mindig nagyságrendekkel nagyobbak a molekuláris méreteknél, így az áramlást kontinuumként kezelhetjük.



1. ábra: A kaszkád folyamat ábrázolása [4, 41. oldal]

2.2. Turbulens skálák és energia spektrum

A legnagyobb skálák a vizsgált geometria mérettartományába esnek, a méretskála jelölése, ahogy az 1. ábrán látható, l_0 . Hasonlóan jelölhetjük az ehhez a skálához tartozó sebességskálát: v_0 . Ebben a tartományban történik a kinetikus energia átadása a nagy örvények számára, mely aztán az előző szakaszban említett kaszkád folyamat során a legkisebb skálákig jut, ahol a disszipáció történik.

A turbulens disszipációt ε -nal jelöljük, amely az a turbulens kinetikus energiamennyiség, ami egységnyi tömegben egységnyi idő alatt elnyelődik, a mértékegysége $\left[\frac{m^2}{s^3}\right]$. A kaszkád folyamat alapján ami energiát felvesznek a nagy örvények, azok mind disszipálódnak a kis örvényeken. Mivel a kaszkád folyamat egy modell az energia útjának leírására, így nem teljesen pontos, némi energia a köztes skálákon is disszipálódik, ez az irodalom alapján nagyjából 10% [4], mivel azonban ez a mennyiség nem jelentős, így a kaszkád folyamat egy jó modellnek tekinthető.

Az örvények legkisebb skáláját Kolmogorov-skálának nevezzük. Az 1. ábrán disszipatív skála felirattal látható, méret-, sebesség- és időskáláját a következőképpen jelölik: $l_\eta, v_\eta, \tau_\eta$. Ezt a skálát a kinematikai viszkozitás (ν) és a turbulens disszipáció (ε) határozza meg, melyek alapján megadhatóak a skálák képletei.

$$v_\eta \left[\frac{m}{s}\right] = \nu^a \left[\frac{m^2}{s}\right] \cdot \varepsilon^b \left[\frac{m^2}{s^3}\right] \quad (1.1)$$

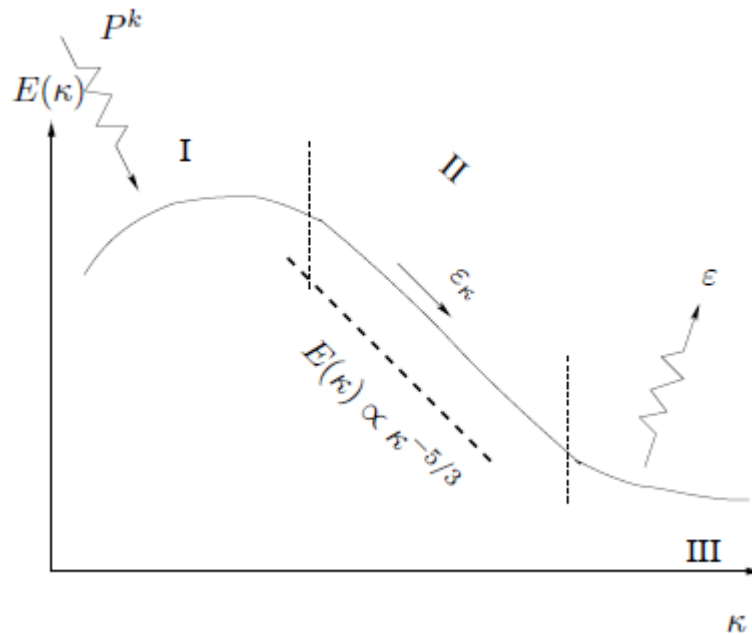
Dimenzióanalízis segítségével kiszámíthatóak az a és b kitevők. Ugyanígy kiszámítható a hossz- és időskála is: (1.2) – (1.4).

$$v_\eta = (\nu \varepsilon)^{\frac{1}{4}} \quad (1.2)$$

$$l_\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (1.3)$$

$$\tau_\eta = \left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.4)$$

A 2. ábrán látható a turbulens áramlások jellemző energia spektruma. Az ábrán a vízszintes tengelyen feltüntetett κ a hullámszám, amely az örvények átmérőjével fordítottan arányos mennyiség, tehát jobbra haladva a tengelyen az egyre kisebb örvények felé jutunk. A függőleges tengelyen a turbulens kinetikus energia ($E_{teljes} = E_{kinetikus} + E_{potenciális}$) van feltüntetve a hullámszám függvényében.



2. ábra: Energia spektrum a hullámszám függvényében [4, 43. oldal]

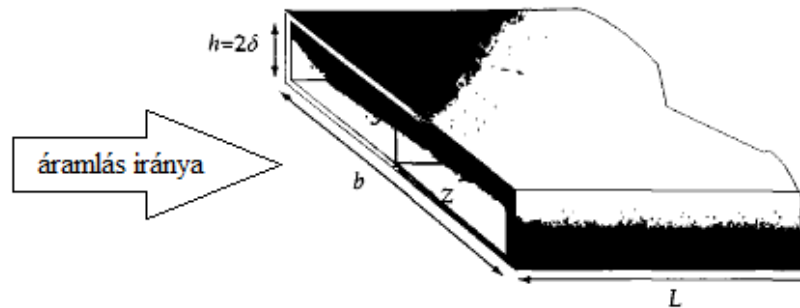
Amint látható, az ábra 3 régióra bontja a spektrumot, melyek a következők:

- I. Ebben a régióban vannak a legnagyobb örvények, melyek az átlag áramképből nyerik az energiát.
- II. Ez az úgynevezett transzport régió, ahol a nagy örvényektől átadódik a kinetikus energia az egyre kisebb örvényeknek. Az ábráról leolvasható, hogy ebben a régióban a kinetikus energia spektruma arányos a hullámszám $-\frac{5}{3}$ -ik hatványával, ez a Kolmogorov spektrum törvény vagy más néven $-\frac{5}{3}$ törvény.
- III. Ez a disszipáció régiója, itt az örvények kicsik és izotropikusak¹, itt alakul át a kinetikus energia hőenergiává. [4] és [5]

¹ Fontos megjegyezni, hogy ez egy modellezési feltevés [1]

3. Csatornaáramlások

3.1. A geometria

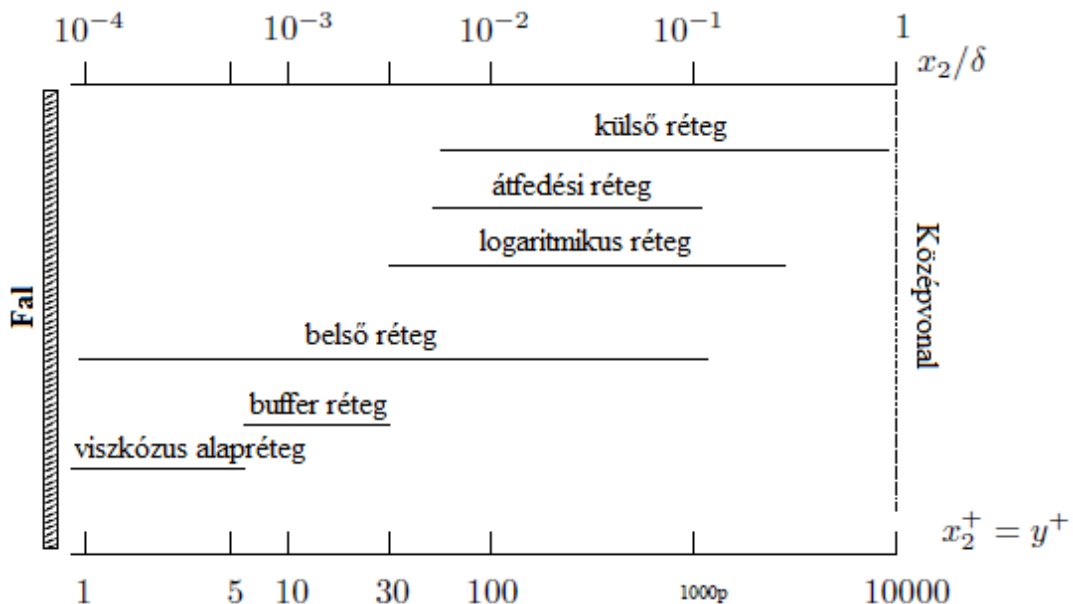


3. ábra: Csatorna geometriája [5, 265. oldal]

A 3. ábrán látható a csatornaáramlások esetén használt geometria vázlata, ahol L a csatornahossz (x irány), b a csatorna szélessége (z irány), h pedig a csatorna magassága (y irány). Jellemző méret még a δ , mely jelen esetben a magasság felét jelenti: $\delta = \frac{h}{2}$. [5]

3.2. Jellemző rétegek csatornaáramlás esetén

Turbulens csatornaáramlás esetén viszonylag jól elkülöníthető rétegek alakulnak ki a csatornán belül a faltól való távolság függvényében, melyeket a következő ábra szemléltet.



4. ábra: A fal rétegek csatornaáramlás esetén, $Re_\tau = \frac{u_\tau \delta}{\nu} = 10000$ [4, 51. oldal]

Az ábra vízszintes tengelyein a faltól való távolság van megadva, felül lineáris léptékkal a félmagasságra normálva, alul pedig logaritmikus léptékkal. Az alsó skála amellet, hogy logaritmikus, dimenziótlán is, $y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}$, ahol u_τ a súrlódó sebesség, mely a fal

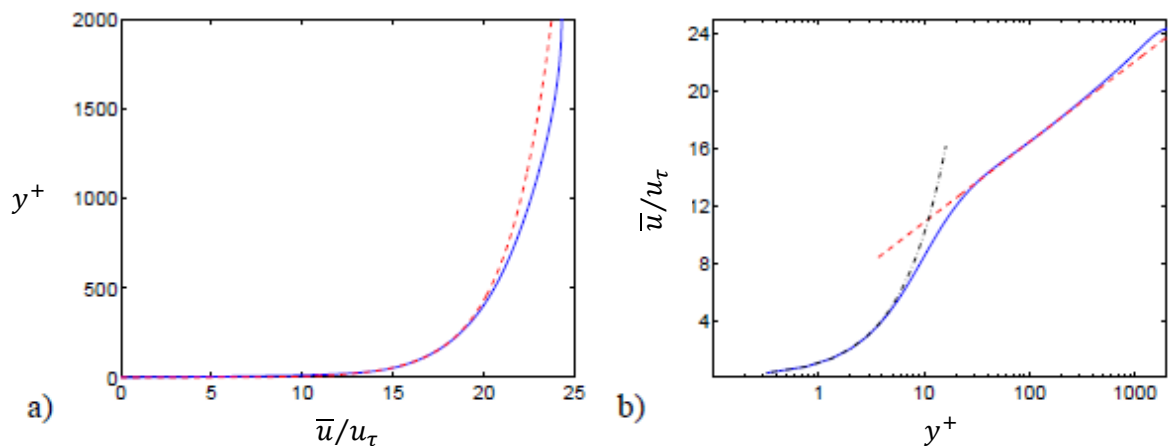
nyírófeszültség és a sűrűség segítségével számolható: $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$. Ezt a mennyiséget használjuk a legtöbb eredmény dimenziótlanításához.

Az ábrán alulról elindulva a rétegek a következők [4] és [5]:

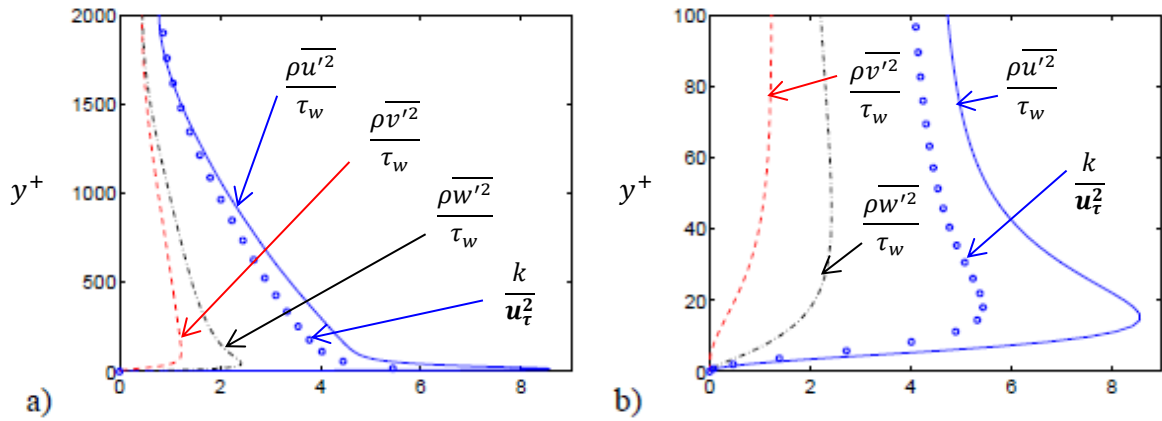
- **viszkózus alaprég:** $y^+ \cong 0 - 5$, lamináris alaprégnek is nevezik
- **belső réteg:** $y^+ \cong 0 - 1000$
- **buffer réteg:** $y^+ \cong 5 - 30$, átmeneti régió a lamináris alaprég és a logaritmikus réteg között
- **logaritmikus réteg:** $y^+ \cong 30 - 3000$, itt a logaritmikus törvény használatos, a sebességprofil logaritmikus függvény szerint alakul
- **átfedési réteg:** $y^+ \cong 50 - 1000$
- **külső réteg:** $y^+ \cong 50 - \text{középvonalig}$

3.3. Jellemző profilok csatornaáramlás esetén

A következő ábrákon néhány profil látható, ami a csatornaáramlásokra jellemző, a saját munkám során is többek között ezeket a mennyiségeket fogom vizsgálni és az irodalmi értékekhez hasonlítani.



5. ábra: Áramlásirányú átlagsebesség profil teljesen kifejlődött áramlás esetén, a) lineáris lépték, b) logaritmikus lépték, **kék:** DNS adatok, **piros:** $\frac{\bar{u}}{u_\tau} = \frac{\ln y^+}{0,41} + 5,2$, **fekete:** $\frac{\bar{u}}{u_\tau} = y^+$ [4, 52. oldal]



6. ábra: Reynolds feszültségkomponensek és a kinetikus energia profiljai, DNS adatok, a) teljes profil a csatorna félmagasságán, b) fal közeli profil, **follytonos kék:** $\frac{\rho \overline{u'^2}}{\tau_w}$, **piros:** $\frac{\rho \overline{v'^2}}{\tau_w}$, **fekete:** $\frac{\rho \overline{w'^2}}{\tau_w}$, **kék körök:** $\frac{k}{u_\tau^2}$, ahol u', v', w' a fluktuáló sebességkomponensek x, y, z irányban, $k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$ a turbulens kinetikus energia [4, 56. oldal]

A 5. és 6. ábrán láthatóak tehát a legfontosabb mennyiségek, mint az áramlásirányú átlagsebesség, a kinetikus energia profilja, illetve a Reynolds feszültségtenzor elemei, melyről a következő fejezetben lesz szó. Ezeket a mennyiségeket gyakran ábrázolják a lineáris mellett logaritmikus fali távolság függvényében (ahogy az ábrákon is látszik). Ezeken kívül pedig célszerű numerikus szimulációk esetén olyan ábrákat is készíteni, amely egy olyan mennyiség alakulását mutatja a szimuláció idejének függvényében, melyből következtethetünk a teljesen turbulens áramlás kialakulására. Ilyen mennyiség például állandó térfogatáramú szimulációk esetén a nyomás gradiense, melyből számolható a súrlódó Reynolds szám is (lásd: 9.1. szakasz). [5]

4. Az áramlástan numerikus módszerei

Az áramlástan szimulációk esetén többféle módszer alkalmazható attól függően, hogy épp milyen kérdésekre keressük a választ. Fontos, hogy egy áramlás lamináris vagy turbulens, az átlagértékek a fontosabbak vagy a fluktuációk, illetve egyéb jellemzők. A következő szakaszokban rövid összegzés olvasható a leggyakrabban használt módszerekről.

4.1. Miért van szükség modellekre?

Az általam bemutatott módszerek mind a Navier-Stokes egyenletből (3.2) és a kontinuitás egyenletéből (3.1) indulnak ki. Előfordul, hogy egyes irodalmak ezt a két egyenletet együtt nevezik Navier-Stokes egyenleteknek. A számítások során azokkal a megközelítésekkel élünk, hogy a közeg összenyomhatatlan és a viszkozitás állandó ($\rho = \text{const}, \mu = \text{const}$), illetve elhanyagoljuk a térerő hatását.

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.1)$$

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial v_i v_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3.2)$$

A változókat felbonthatjuk egy átlag és egy fluktuáló részre.

$$v_i = \bar{v}_i + v'_i \quad (3.3)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (3.4)$$

A (3.3)-as és (3.4)-es egyenletet behelyettesítve a Navier-Stokes egyenletekbe megkapjuk azok időbeli átlagolt alakját. A kontinuitás egyenlet esetén ez a következőképpen néz ki:

$$\overline{\frac{\partial v_i}{\partial x_i}} = \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = \frac{\partial (\bar{v}_i + v'_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.6)$$

Tehát a kontinuitás egyenlet átlagolt alakja a (3.6) egyenlet. A Navier-Stokes egyenlet esetében ugyanezt a módszert alkalmazva kaphatóak meg az átlagolt tagok. Bővebb magyarázatra a nemlineáris tag szorul, ennek levezetése a (3.7) - (3.9) lépésekben látható.

$$\overline{\frac{\partial v_i v_j}{\partial x_i}} = \frac{\partial \overline{v_i v_j}}{\partial x_j} = \frac{\partial (\bar{v}_i + v'_i)(\bar{v}_j + v'_j)}{\partial x_j} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial (\bar{v}_i + v'_i)(\bar{v}_j + v'_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial (\bar{v}_i \bar{v}_j + \bar{v}_i v'_j + v'_i \bar{v}_j + v'_i v'_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial (\bar{v}_i \bar{v}_j + v'_i v'_j)}{\partial x_j} \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial(\overline{v_i v_j} + v'_i v'_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial \overline{v_i v_j}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{v'_i v'_j}}{\partial x_j} \quad (3.9)$$

Az átlagolt Navier-Stokes egyenletet végül úgy kapjuk, hogy a (3.9) egyenlet jobb oldalán lévő második tagot a Navier-Stokes egyenlet jobb oldalára rendezzük. A végleges átlagolt forma a következőképpen néz ki:

$$\rho \frac{\partial \overline{v_i}}{\partial t} + \rho \frac{\partial \overline{v_i v_j}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \overline{v_i}}{\partial x_j \partial x_j} - \rho \frac{\partial \overline{v'_i v'_j}}{\partial x_j} \quad (3.10)$$

Látható, hogy az átlagolás hatására az egyenletben megjelenik egy új tag, amely új ismeretleneket eredményez, ezt a tagot Reynolds feszültségtenzornak nevezzük: $\overline{v'_i v'_j}$. Emiatt szükséges a szimulációk során modellek használata, mivel így nem tudjuk az ismeretlenek száma miatt lezárni az egyenleteket, ezért ezt a problémát lezárási problémának is nevezik. Az egyenletek száma négy (kontinuitás egyenlete és a Navier-Stokes egyenlet három komponense), az ismeretlenek száma pedig tíz, mivel ismeretlen a nyomás, a három sebességkomponens és a Reynolds feszültségtenzor elemei. Ez egy másodrendű szimmetrikus tenzor, így ebben az ismeretlenek száma hat. [4] és [5]

4.2. A leggyakrabban használt modellek, módszerek

Reynolds átlagolt Navier-Stokes (RANS): Ez a módszer az előző szakaszban került bemutatásra, tehát ebben az esetben a Navier-Stokes egyenletet alakítjuk át olyan formára, hogy az időben változó mennyiségeket felbontjuk egy átlag és egy fluktuáló részre (Reynolds felbontás), majd behelyettesítve megkapjuk a Reynolds átlagolt Navier-Stokes egyenleteket (RANS egyenletek). Az ismeretlen feszültségi tenzort modellek segítségével határozzuk meg, ezután tudjuk megoldani a Navier-Stokes egyenleteket. Hátránya ennek a módszernek, hogy mivel Reynolds-átlagolást alkalmaz, így a turbulens struktúrákat elmossa és csak az átlagértékekről kapunk megfelelő eredményeket.

- **$k - \varepsilon$ modell:** Ennél a modellnél két egyenletet használunk, az egyik a turbulens kinetikus energiára (k) vonatkozik, a másik a turbulens disszipációra (ε). A két egyenlet segítségével számítható a turbulens viszkozitás értéke, ennek a skalármennyiségnek a segítségével írjuk le az izotropikus turbulenciát. A modell egyik előnye, hogy emiatt az izotropikus turbulencia modell miatt egyszerű, és a mérnöki gyakorlatban előforduló áramlások közül sok esetre kielégítő eredményt ad. Hátrányai, hogy kevésbé pontosan becsüli meg a normálfeszültségeket, ezért például a görbületi hatásokat nem megfelelően kezeli, illetve leválások, szekunder áramlások kezelésére sem alkalmas. [6]
- **$k - \omega$ modell:** A $k - \varepsilon$ modellhez hasonlóan ez szintén egy két egyenletet használó modell azzal a különbséggel, hogy itt a turbulens disszipációra vonatkozó egyenlet helyett a specifikus disszipációra ($\omega = \frac{\varepsilon}{k C_\mu} \left[\frac{1}{s} \right]$, ahol k a kinetikus energia, $C_\mu = 0,09$ pedig modellkonstans) vonatkozó egyenletet használjuk, majd szintén kifejezhető a turbulens viszkozitás. A modell előnye a $k - \varepsilon$ modellel szemben, hogy a határréteg áramlásokat sokkal jobban kezeli, azonban a lamináris szabadsugar határok kezelésénél kevésbé hatékony [7], így akad példa olyan modellre is, amely a $k - \varepsilon$ és a $k - \omega$ modellek előnyeit egyesíti a jobb eredmény elérése érdekében, például a $k - \omega$ SST (Shear Stress Transport) modell. [8]
- **Reynolds feszültség modell (RSM):** A Reynolds feszültség modellek esetén a transzportegyenleteket a Reynolds feszültségekre és a turbulens disszipációra (vagy egy olyan mennyiségre, amely turbulens hossz- vagy időskálát határoz meg) oldjuk meg, így ezekben az esetekben nincs szükség turbulens viszkozitás számítására. Emiatt például jobban kezeli a görbületi hatásokat, használható leválások és szekunder áramlások esetén, ami a turbulens viszkozitás modellek esetén hibákat generál, viszont komplexebb és nehezebben implementálható, illetve nagyobb a számítási igénye. [9]
- **Algebrai Reynolds feszültségi modell (ASM, EASM):** Ez a modell a Reynolds feszültségi modell és a $k - \varepsilon$ modell egyenleteit felhasználva hoz létre egy algebrai egyenletet a feszültségkomponensek kiszámítására. Az ASM esetében implicit, EASM esetén pedig explicit egyenletekről beszélhetünk. A módszer előnyei, hogy a Navier-Stokes egyenlet produkciós tagját nem kell kiszámítani,

ennek köszönhetően például a görbületi hatásokból vagy a határréteg leválásból adódó feszültségváltozásokat jobban kezeli a $k - \varepsilon$ modellekénél. Hátrányai, hogy elég komplex és nehezen implementálható, numerikusan instabil lehet és számításigényes modell. [4]

- **Spalart – Allmaras modell:** A Spalart – Allmaras modell egy aerodinamikai vizsgálatokra kifejlesztett egy egyenletet használó modell. A megoldás során egy modellezett transzport egyenletet oldunk meg a turbulens kinetikus energiára. A modellt azért fejlesztették, hogy kiküszöbölje az algebrai és a turbulens kinetikus energiára támaszkodó egy egyenletes modellek hiányosságait, eközben mégis egyszerűbb maradjon, mint a két egyenletet használó modellek. Aerodinamikai vizsgálatokra, amire fejlesztették, valóban jól teljesít a modell, ugyanakkor nem megfelelően veszi figyelembe a viszkozitás csökkenését izotropikus turbulencia esetén. [10]

Direkt numerikus szimuláció (DNS): A direkt numerikus módszer a legegyszerűbb megközelítése a szimulációnak, mivel ebben az esetben nem modellezünk semmit, hanem az összes lehetséges skálát felbontjuk és mindent kiszámolunk. Ennek megfelelően ez a módszer a legpontosabb a szimulációs eszköztárban, nem ritka a gyakorlatban, hogy mérések helyett a DNS szimulációk eredményeihez validáljuk az eredményeinket. A legnagyobb hátrányai a módszernek a nagy számítási igény és a korlátos Reynolds szám tartomány. A legkisebb örvények felbontásához igen finom hálóra van szükség, és a cellaszám növekedésével a számítási igény is nagymértékben emelkedik. Ugyanez igaz a Reynolds szám tartományra, a számítási igény a Reynolds szám harmadik hatványával arányosan növekszik. [5]

Nagy örvény szimuláció (LES): A nagy örvény szimuláció a RANS és a DNS között helyezkedik el. A RANS módszerrel ellentétben időbeli átlagolás helyett térbeli szűrést alkalmaz, így megmaradnak az örvénystruktúrák és az időfüggés a szimuláció során, de a szűrés miatt itt is lezárási problémát kell megoldani. Azok az örvények, melyeket a háló még fel tud bontani, kiszámításra kerülnek, az annál kisebbekre pedig modellt használ, ami többféle is lehet, ezekről a 4.3. szakaszban bővebben lehet olvasni. Ez a módszer tehát képes arra, hogy információkat adjon az áramlás turbulens tulajdonságairól, de nem a végletekig, mivel a legkisebb örvényekre már modellt használ. Ezáltal pontatlanabb, mint a DNS, de alacsonyabb az erőforrásigénye.

Természetesen ennél jóval több modell létezik, ezekről a megjelölt irodalmi hivatkozásokban az itt felsoroltakkal együtt bővebben lehet olvasni, de a fentebb említett modellek igen elterjedtek és széleskörűen alkalmazzák őket.

Mivel a kutatásom során a nagy örvény szimulációt (LES) használtam, így a következő fejezetben kicsit bővebben bemutatásra kerül ez a módszer. [2], [4] és [5]

5. Nagy örvény szimuláció (Large Eddy Simulation - LES)

Az előző fejezetben olvasható rövid leírások alapján látható, hogy egyes módszereknek mik az előnyeik és hátrányaik egymáshoz képest, ebben a fejezetben pedig egy összefoglalás található a LES szimulációról, mivel ezt a módszert használtam a kutatás során.

5.1. Miért a LES?

LES szimuláció esetén nagyon fontos kérdés a háló, mivel a számítások során az az örvény, amelyet a szűrő nem tud felbontani, nem is kerül kiszámításra, helyette modellt alkalmazunk. Ez a szűrőméret a hálótól függ, gyakran például a lokális cellaméret. Ha pontos eredményt szeretnénk kapni, akkor értelemszerűen sűrűbb hálót kell alkalmazni, viszont a cellaszám növelésével együtt a számítási idő is nagymértékben növekszik. Ezen okok miatt kézenfekvő vizsgálni egy olyan hálót, amely abba az irányba sűrűsödik, amerre például nagy változást várunk a sebességprofilban. Csatornaáramlás esetén ez a fal közelében várható. Azok a hálók, melyek „y” irányban sűrűsödnek, teljesen szokványosak a gyakorlatban, az irodalom alapján fontos is, hogy ebben a rétegben egy bizonyos cellaméret alatt legyünk, amennyiben nem használunk falfüggvényeket ($y^+ \leq 1$). [4] és [5]

5.2. Időbeli átlagolás helyett térbeli szűrés

Ahogy az az előző fejezetben már említésre került, a különbség a LES és a Reynolds feszültség modellek között, hogy a LES esetében időbeli átlagolás helyett térbeli szűrést alkalmazunk (a szűrő szemléltetése: 7. ábra, 15. oldal). Az időbeli átlagolás a következő egyenlet szerint történik.

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \Phi(t) dt, \quad \Phi = \langle \Phi \rangle + \Phi' \quad (4.1)$$

A fenti esetben a $\langle . \rangle$ jelölés az időbeli átlagolást jelenti. A következő egyenlet a LES esetében is alkalmazott térbeli szűrést írja le.

$$\bar{\Phi}(x, t) = \frac{1}{\Delta x} \int_{x-0.5\Delta x}^{x+0.5\Delta x} \Phi(\xi, t) d\xi, \quad \Phi = \bar{\Phi} + \Phi'' \quad (4.2)$$

Látható, hogy mivel ebben az esetben nincs szó időbeli átlagolásról, így a szűrt változók nem csak a helytől, hanem az időtől is függenek. A következő lépésben alkalmazzuk a térbeli szűrést a Navier-Stokes egyenletekre.

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{v}_i \bar{v}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{v}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.4)$$

A (4.3) - ban látható τ_{ij} jelöli azokat a feszültségeket, melyek azokhoz az örvényekhez tartoznak, amelyeket a szűrő már nem képes felbontani, így ezeket már modellezn

szükséges. Az angol nyelvű irodalomban ezt a tagot „subgrid stresses”-nek nevezik, azaz a háló(felbontás) alatti feszültségnek (SGS).

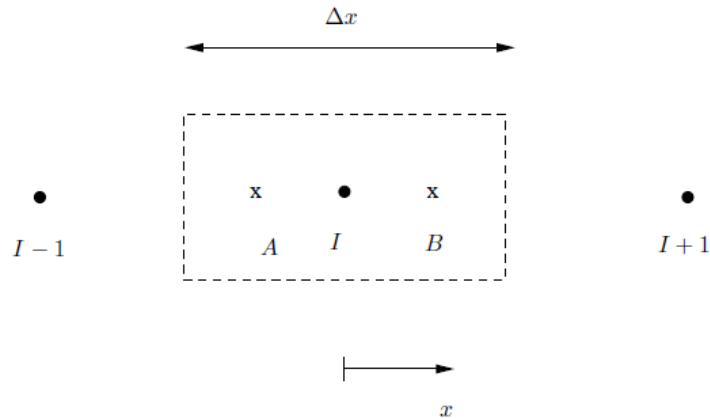
$$\tau_{ij} = \overline{v_i v_j} - \overline{v_i} \overline{v_j} \quad (4.5)$$

Fontos különbség az időbeli átlagolás és a térbeli szűrés között, hogy amennyiben egy időben átlagolt mennyiséget újra átlagolunk, akkor az értéke nem változik (4.6), mivel az egyszer átlagolt mennyiség már nem függ az időtől, de mint azt láttuk, a szűrt mennyiségek időtől és helytől is függőek maradnak, ezért egy szűrt értéket újra szűrve nem kapjuk ugyanazt az eredményt (4.7).

$$\langle\langle\Phi\rangle\rangle = \langle\Phi\rangle \quad (4.6)$$

$$\overline{\overline{\Phi}} \neq \overline{\Phi} \quad (4.7)$$

Összefoglalva tehát a LES szimulációk során az időbeli átlagolás helyett térbeli szűrés történik, mely során a változók időfüggése megmarad. A szűrt Navier-Stokes egyenletben szintén megjelenik egy tag, melyre modellt szükséges alkalmazni, ezek azok a feszültségek, melyek a háló által felbontatlan örvényekből adódnak. A legfontosabb modellekről a következő fejezetekben lesz szó. [4] és [5]



7. ábra: térbeli szűrő szemléltetése [4, 123. oldal]

5.3. Subgrid modellek

A térbeli szűrés során is keletkezik a Navier-Stokes egyenletben egy tag, mely esetében modellre van szükségünk, hogy le tudjuk zárni az egyenleteket, ez a tag a subgrid tenzor, mely azokat a modellezett feszültségeket tartalmazza, amiket a háló már képtelen felbontani. A következőekben bemutatok néhány példát a leggyakrabban használt modellek közül.

5.3.1. Smagorinsky modell

Ez a legegyszerűbb modell, mely a következő egyenletekkel írható le.

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -\nu_{SGS} \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) = -2\nu_{SGS} \bar{s}_{ij} \quad (4.8)$$

$$\nu_{SGS} = (C_S \Delta)^2 \sqrt{2 \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij}} \equiv (C_S \Delta)^2 |\bar{s}| \quad (4.9)$$

A subgrid viszkozitás egyenletében (4.9) Δ a lokális cellaméret ($\Delta = \sqrt[3]{\Delta V_{IJK}}$), C_S pedig a Smagorinsky konstans. A modell egyik hátránya, hogy a „konstans” C_S nem állandó minden esetre, hanem a szimuláció során a felhasználó által szabadon választott érték. Természetesen az irodalomban vannak ajánlások, hogy adott áramlások esetén mekkorára érdemes választani ezt az értéket, tipikusan a problémától függően 0,065 és 0,25 között alakul. A másik probléma, hogy a falon a ν_{SGS} értéke nem lesz nulla, ahogy ezt a tapadási törvény alapján várnánk. Ezt a két problémát oldja meg a következő szakaszban ismertetett dinamikus Smagorinsky modell. [4] és [11]

5.3.2. Dinamikus Smagorinsky modell

Ennek a modellnek a lényege, hogy a Smagorinsky modell konstansát nem szabadon választjuk meg, hanem kiszámítjuk annak értékét. Az alapja ennek a számításnak, hogy két szűrőt alkalmazunk. Az egyik szűrő az alap Smagorinsky modellnél már megismert lokális cellaméretű, a másik pedig egy durvább felbontású (8. ábra, 17. oldal), például $\hat{\Delta} = 2\Delta$ (a görbe felülvonás a fejezeten belül a durvább szűrőt jelenti). Először a finomabb, majd a durvább szűrőt alkalmazzuk az egyenleteken, így a durvább szinten a következő kifejezést kapjuk a subgrid feszültségre.

$$T_{ij} = \widehat{\bar{v}_i \bar{v}_j} - \hat{\bar{v}}_i \hat{\bar{v}}_j \quad (4.10)$$

Átalakítás után a következő egyenletet kapjuk.

$$T_{ij} = \widehat{\bar{v}_i \bar{v}_j} - \hat{\bar{v}}_i \hat{\bar{v}}_j + \hat{\tau}_{ij} \quad (4.11)$$

Ebből kifejezhetőek a köztes, úgynevezett Leonard feszültségek.

$$\mathcal{L}_{ij} = T_{ij} - \hat{\tau}_{ij} = \widehat{\bar{v}_i \bar{v}_j} - \hat{\bar{v}}_i \hat{\bar{v}}_j \quad (4.12)$$

A következő kifejezés szintén szükséges, a (4.14) egyenletben megtalálható.

$$M_{ij} = \hat{\Delta}^2 |\hat{s}| \hat{s}_{ij} - \Delta^2 |\bar{s}| \bar{s}_{ij} \quad (4.13)$$

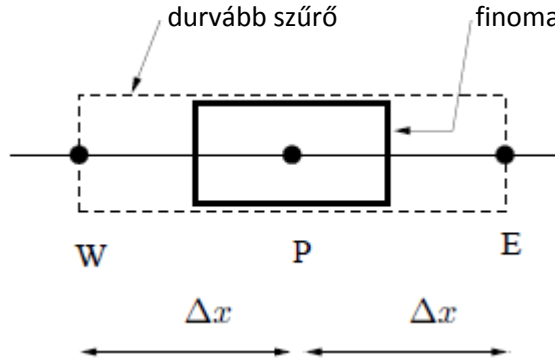
A (4.13) egyenletben definiált M_{ij} tenzor a következő egyenletben jelenik meg, ami a legkisebb négyzetek módszere alapján definiál egy hiba tagot (4.14), majd ezt a kifejezést C szerint deriválva és 0-val egyenlővé téve kiszámítható, hogy hol lesz a hiba minimuma.

$$Q = \left(\mathcal{L}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \mathcal{L}_{kk} + 2C M_{ij} \right)^2 \quad (4.14)$$

Most már tehát kifejezhetjük a dinamikus modell esetén használt konstans, mely már nem önkényesen választott, hanem a legkisebb négyzetek módszere alapján számított optimális érték.

$$C = - \frac{\mathcal{L}_{ij} M_{ij}}{2 M_{ij} M_{ij}} \quad (4.15)$$

A gyakorlat azt mutatja, hogy ez a számított konstans nagymértékben fluktuál időben és térben is, ezért szükséges az átlagolása, hogy használható értéket kapjunk. [4], [12] és [13]



8. ábra: A két szűrő szemléltetése [4, 129. oldal]

5.3.3. Skála-hasonlósági modellek

Ezeknél a modelleknél a subgrid feszültségek a következőképpen kerülnek felbontásra.

$$\tau_{ij} = L_{ij} + C_{ij} + R_{ij} \quad (4.16)$$

A tagok a következők: L_{ij} – Leonard feszültségek, C_{ij} – kereszt tagok, R_{ij} – Reynolds subgrid feszültségek.

$$L_{ij} = \overline{\bar{v}_i \bar{v}_j} - \bar{v}_i \bar{v}_j \quad (4.17)$$

$$C_{ij} = \overline{\bar{v}_i v_j''} + \overline{\bar{v}_j v_i''} \quad (4.18)$$

$$R_{ij} = \overline{v_i'' v_j''} \quad (4.19)$$

A skála-hasonlósági modellek alapja, hogy azok az örvényskálák, amelyek éppen a szűrő felbontása felett vannak, hasonlóak azokhoz a skálákhoz, amelyek éppen alatta, az interakcióért pedig a kereszt tag a felelős. A következő modell ez alapján működik. [4]

5.3.4. A Bardina modell

Ennél a modellnél a Leonard feszültségeket explicit módon számíthatjuk, a kereszt tagok és a Reynolds feszültségek esetén pedig modellt alkalmazunk.

$$C_{ij}^m = c_r(\bar{v}_i \bar{v}_j - \bar{\bar{v}}_i \bar{\bar{v}}_j) \quad (4.20)$$

$$R_{ij}^m = 0 \quad (4.21)$$

A gyakorlat alapján azonban ez a modell nem volt elég disszipatív, így a későbbiekben a Reynolds feszültség tagot a Smagorinsky modell segítségével definiálták. [4]

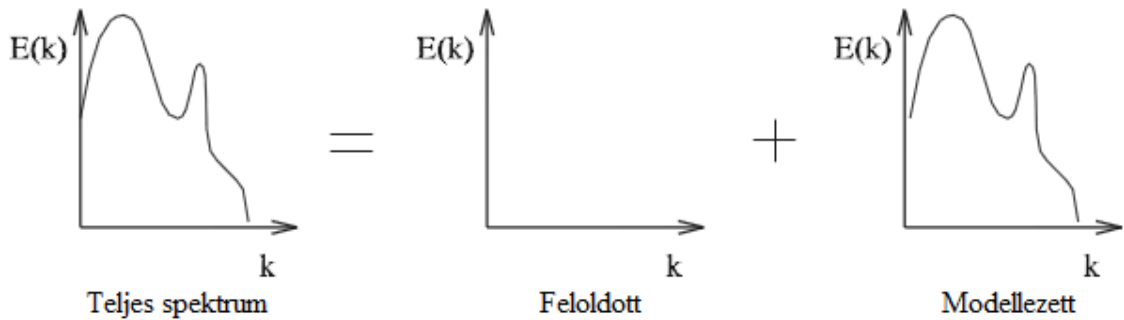
$$R_{ij}^m = -2C_S^2 \Delta^2 |\bar{S}| \bar{S}_{ij} \quad (4.22)$$

5.4. LES és RANS összehasonlítások

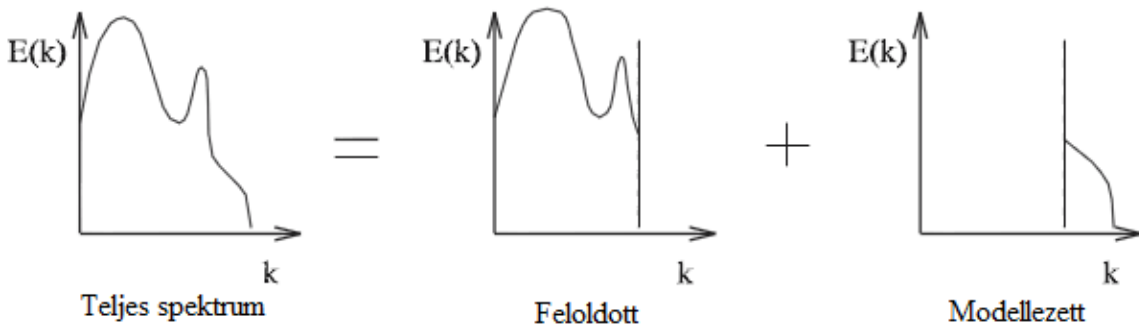
Mivel a LES szimuláció során a nagy örvényeket kiszámoljuk a modellezés helyett, ezért ezzel a módszerrel másféle megközelítésből vizsgálhatjuk az áramlásokat, mint a RANS módszerekkel, több és pontosabb információt kapunk a LES szimulációk esetén az áramlás turbulens tulajdonságairól.

RANS esetén az összes turbulens skála modellezve van, míg LES esetén csak a kis skálák, melyeket a háló nem képes felbontani, de ugyanakkor azt is számításba kell venni, hogy a LES szimuláció sokkal költségesebb a RANS-nál. [2] és [4]

A 9. és 10. ábra nagyon jól szemlélteti a két megközelítés közötti különbséget.



9. ábra: Az energiaspektrum RANS szimuláció esetén [8, 5. oldal]



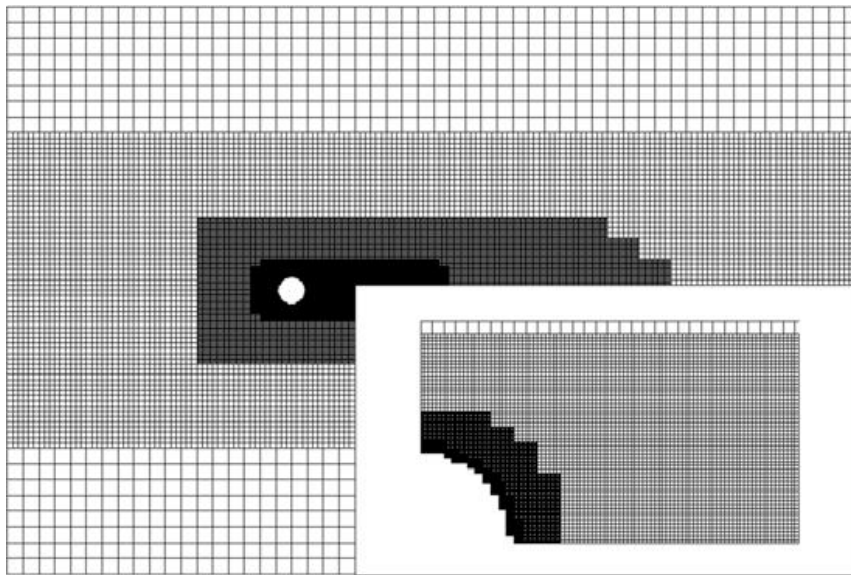
10. ábra: Az energiaspektrum LES szimuláció esetén [2, 7. oldal]

6. Lokálisan sűrített hálók

Mivel a dolgozat témája lokális hálósűrítés alkalmazása LES szimuláció és turbulens csatornaáramlás esetén, ezért effajta hálók esetén is végeztem irodalomkutatóást, hogy látható legyen, más esetekben mennyire hatásos ez a fajta hálósűrítési módszer.

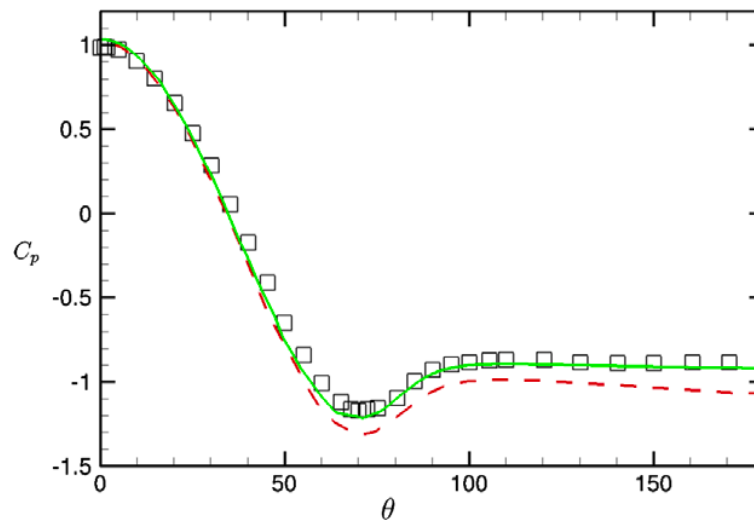
6.1. Szakirodalmi példák

Az első példában [14] egy henger körüli áramlás látható, mely során a henger felületéhez közelítve és a henger nyomában alkalmaztak egyre sűrűbb felbontást. Ez egybevág a korábban már leírt tényekkel, hogy a LES szimuláció jól alkalmazható testek körüli áramlások vizsgálatára. A 11. ábrán látható a vizsgált hálószerkezet.



11. ábra: a vizsgálat során használt háló [14, 371. oldal]

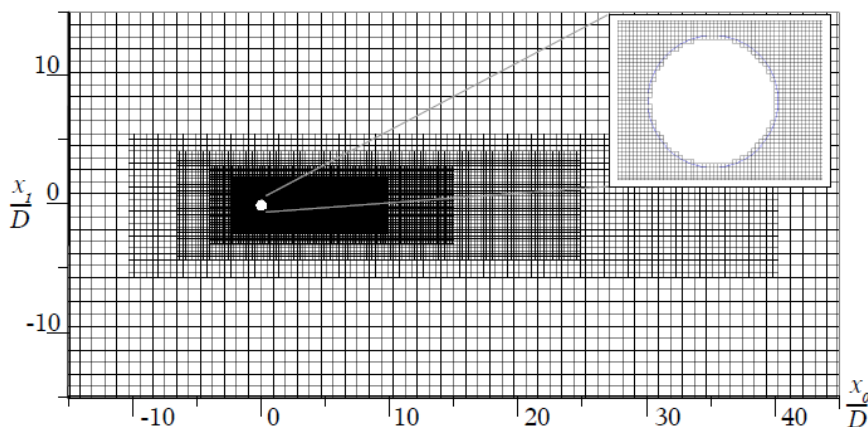
A vizsgált áramlás esetén a henger átmérőjével számolt Reynolds szám $Re_D = 3900$ volt. A 12. ábrán látható, hogy az eredmények jó egyezést mutatnak a kísérleti adatokkal.



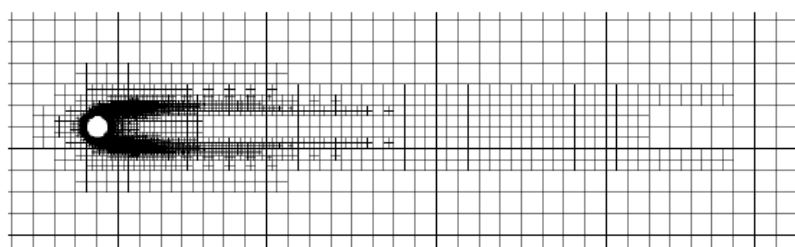
12. ábra: a nyomástényező c_p eloszlása a henger felületén, $Re = 3900$ ($\square$: Norberg kísérleti adatai $Re = 4020$ mellett [15], zöld: görbe vonalú lineáris háló eredményei, piros: anizotróp módon sűrített háló eredményei) [14, 372. oldal]

Mivel a cikk eredményei biztatóak voltak, ezért további kutatások eredményeit is megvizsgáltam.

A következő cikk [16] szintén henger körüli áramlás vizsgálatáról szól, illetve az előző példához hasonló hálón túl a szerzők megvizsgálták még egy szintén lokálisan sűrített, de a már ismert sebességtérhez igazodó adaptív háló eredményeit is.

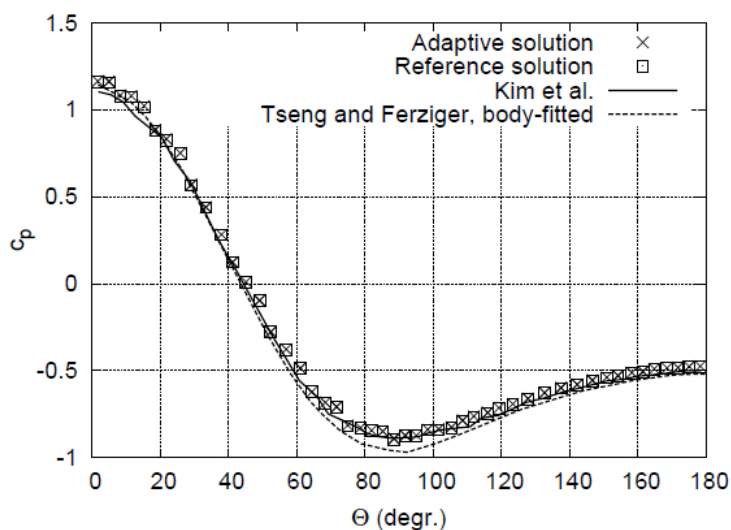


13. ábra: az alapháló [16, 44. oldal]



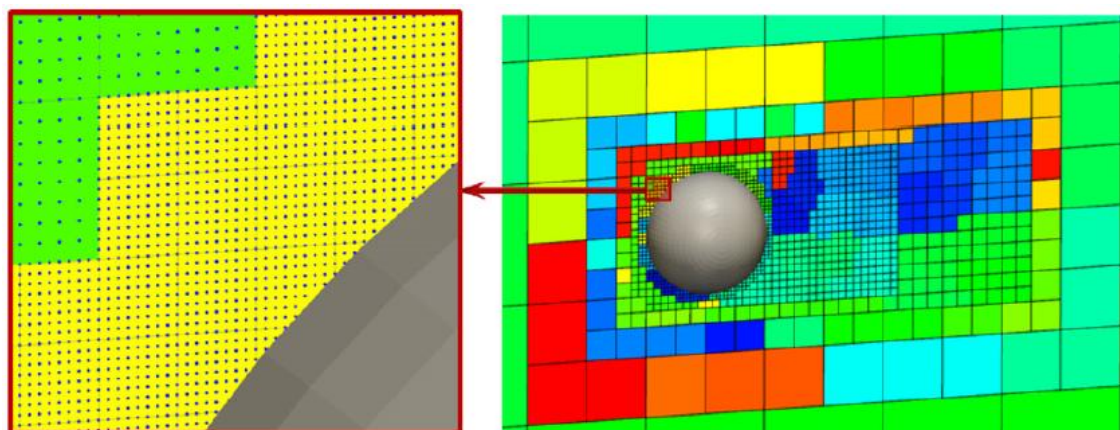
14. ábra: az adaptív sűrítés eredménye [16, 45. oldal]

A 15. ábrán látható a nyomástényező eloszlása, melyből látható, hogy mindkét háló jó eredményeket adott. Érdekes még megnézni, hogy az adaptív háló ugyanolyan jó eredményeket ad, mint az alapháló, viszont kevesebb cellával, ami szintén biztató a kutatás szempontjából. [16]

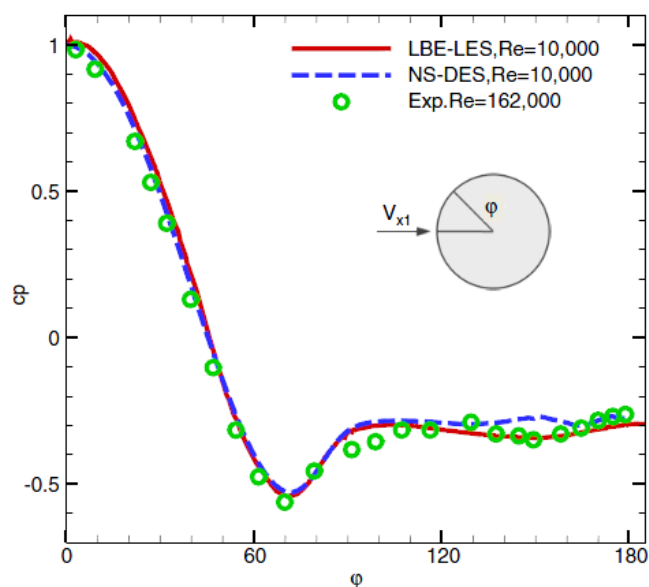


15. ábra: a nyomástényező c_p eloszlása (x: adaptív háló eredményei, $\square$: referencia háló eredményei, -: Kim et al. [17], --: Tseng és Fertziger [18]) [16, 46. oldal]

A következő cikk [19] témája gömb körüli áramlás vizsgálata volt. A háló ebben az esetben is lokálisan volt sűrítve, ez látható a 16. ábrán.



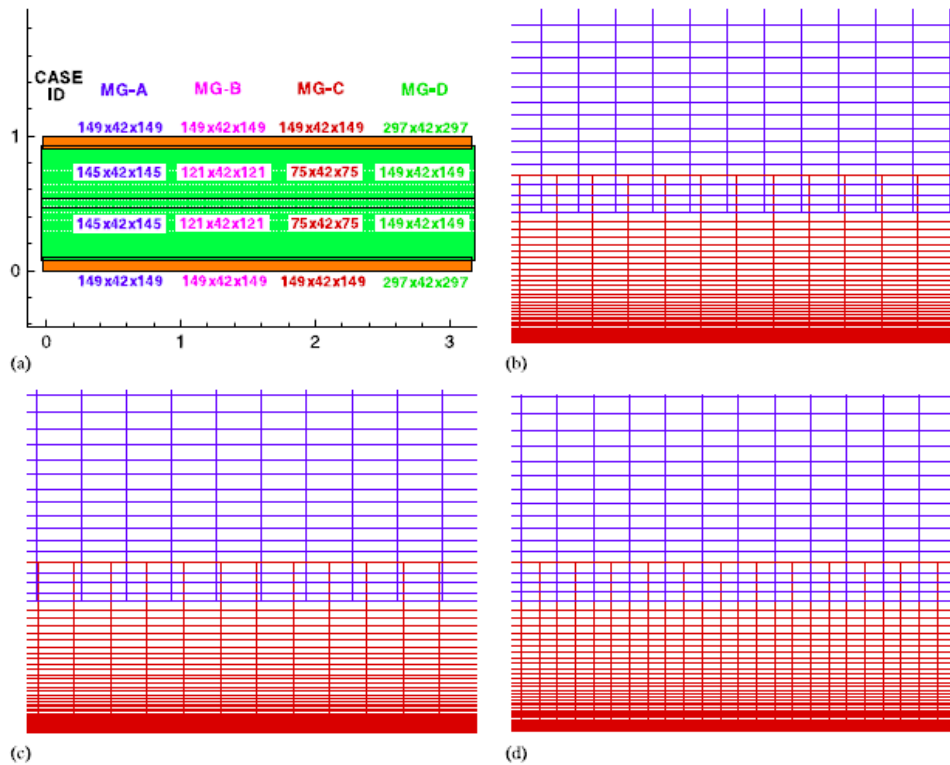
16. ábra: a kutatás során használt háló [19, 3479. oldal]



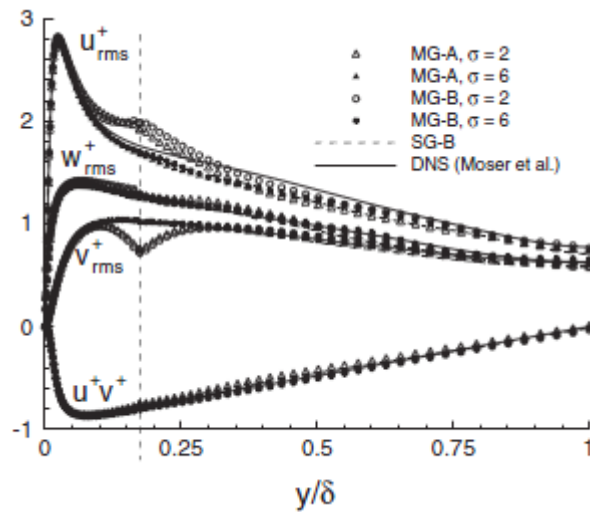
17. ábra: a nyomástényező c_p eloszlása, -: vizsgált háló, --: DES szimuláció, $\circ$: kísérleti eredmény, $Re = 162000$ [19, 3482. oldal]

A 17. ábrán látható eredmények is az eddigi feltevéseket erősítik, miszerint jó eredmények érhetőek el a lokálisan sűrített hálókkal. [19]

Az alábbi cikk egymást átfedő hálók kombinálásával éri el a lokálisan sűrített struktúrát csatornaáramlást vizsgálva, ami hasonló az általam vizsgált esetek hálószerkezetéhez, így ennek az eredményeit is érdemesnek tartom bemutatni. [20]



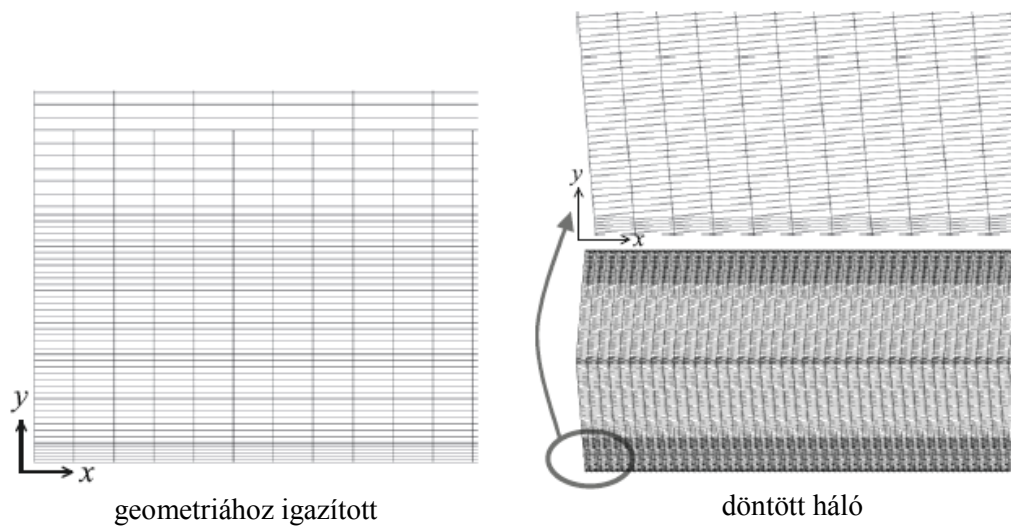
18. ábra: csatornaáramlás háló, a) cellaszámok, b) MG-A részlete, c) MG-B részlete, d) MG-C és MG-D részlete [20, 464. oldal]



19. ábra: RMS profilok [20, 465. oldal]

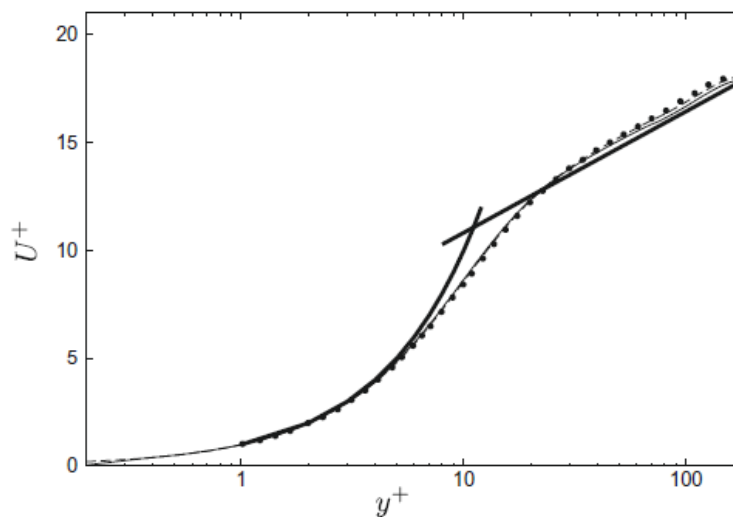
A 19. ábra alapján az eredmények nagyon közel vannak egy megbízható DNS adatbázis eredményeihez.

A 20. ábra egy újabb cikk [21] által használt hálókat mutat, mely csatornaáramlás mellett használ kétféle hálót. Az első nagyon hasonló az általam is vizsgált struktúrához, a második pedig egy a falhoz képest döntött háló.



20. ábra: a vizsgált hálók [21, 6764. oldal]

A 21. ábrán látható eredmények ebben az esetben is kielégítőek, közel vannak a DNS szimuláció eredményeihez.



21. ábra: dimenziótlan átlagsebesség-profil, • Kim et al [22], - : döntött háló, --: geometriához igazított háló [21, 6765. oldal]

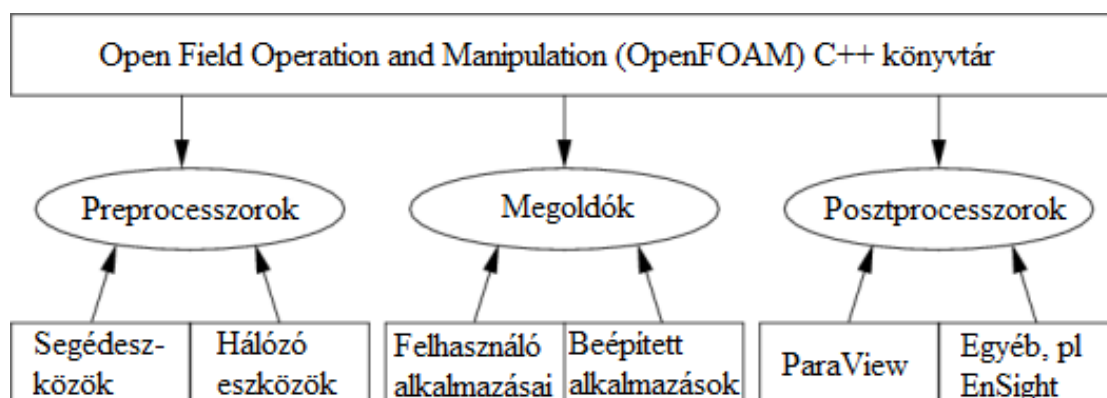
Az irodalomban található példák mind arra utalnak, hogy érdemes a háló lokális sűrítésével foglalkozni, mivel a mérési és DNS eredményekhez képest nagyon jók lettek a vizsgált eredmények, sok esetben alig tapasztalható eltérés.

7. OpenFOAM

Ez a fejezet egy rövid bemutatást tartalmaz az OpenFOAM nevű szoftverről, amelyet a dolgozat során a hálók elkészítéséhez és a szimulációk futtatásához használtam.

7.1. Az OpenFOAM-ról általában

Az OpenFOAM (Open Field Operation and Manipulation) egy ingyenes és nyílt forráskódú C++ programnyelvet használó szimulációs eszköztár. Az OpenFOAM honlapja szerint a program elsősorban egy C++ könyvtár, amely segítségével alkalmazások fejleszthetők. Ezek az alkalmazások lehetnek megoldó algoritmusok, illetve egyéb segédeszközök, melyek az adatok feldolgozását segítik. [<http://www.openfoam.com/features>]



22. ábra: Az OpenFOAM felépítésének vázlata [<http://www.openfoam.org/docs/user/>]

A 22. ábrán láthatóak a főbb elemei a C++ könyvtárnak:

- **Preprocesszorok:** ide tartoznak például a hálózó eszközök, kezdeti feltételek beállítását segítő eszközök.
- **Megoldók:** ide tartoznak a megoldó algoritmusok, melyek a számos problémára alkalmazhatóak, mint például csatornaáramlás, kémiai reakciók, szilárd anyagok deformációja.
- **Posztprocesszorok:** ide a kiértékelő programok tartoznak, illetve azok a segédprogramok, melyek segítségével átalakíthatók az eredmények más feldolgozószoftverek számára.

Az OpenFOAM számos előnnyel rendelkezik a kereskedelmi szimulációs szoftverekkel szemben.

- A megoldó algoritmusok forráskódja hozzáférhető, így a felhasználó tisztában lehet vele pontosan, hogy a program milyen egyenletek alapján számol, mennyire pontos módszert alkalmaz. A kereskedelmi szoftverek esetén a forráskód egyáltalán nem hozzáférhető, az pedig a fejlesztőkön múlik, hogy a felhasználói kézikönyvben ezt mennyire részletesen dokumentálják.
- A fejlesztők nagyon sokféle problémára implementáltak megoldó algoritmusokat, mint például áramlástan és hőátadási szimulációk, kémiai reakciók, mechanikai deformációk vagy akár pénzügyi szimulációk esetére.

- A forráskód szabadon változtatható, fejleszthető, így olyan problémák is megoldhatóak, amelyekre nincs beépített algoritmus, mivel egy meglévő megoldó változtatásával vagy egy teljesen új implementálásával kezelhetővé válik. Ez egy kereskedelmi szoftver esetén nem működik, mivel addig nem képes kezelni a program egy problémát, ameddig a fejlesztő cég be nem építi a megfelelő megoldó algoritmust a programba.

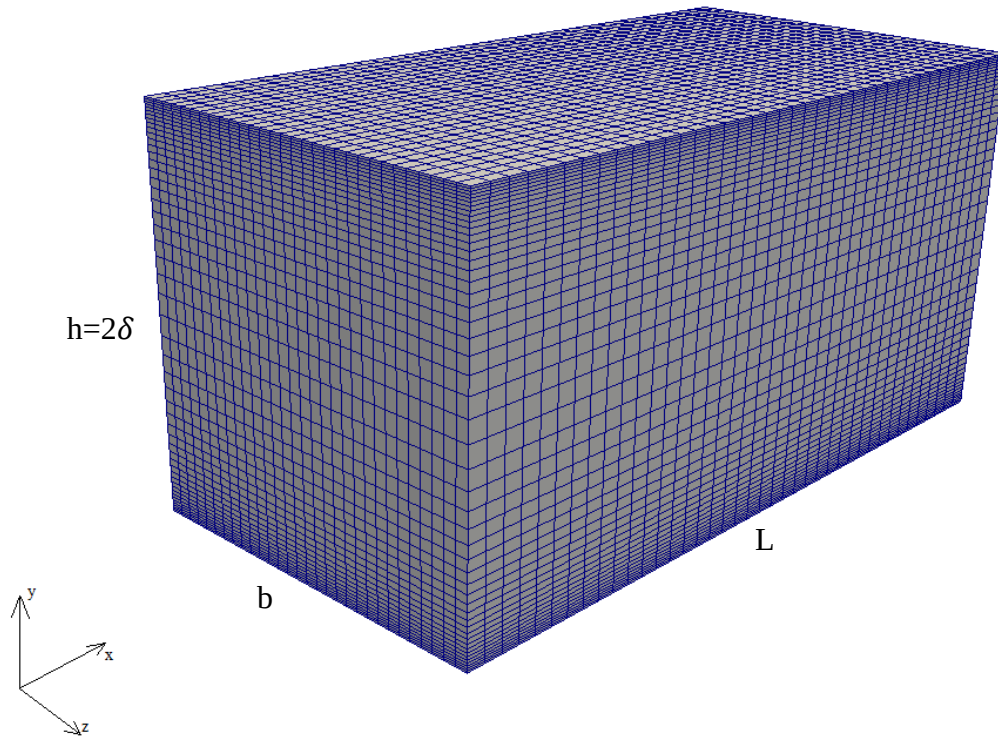
A programcsomagnak természetesen hátrányai is vannak:

- Mivel a program nem rendelkezik grafikus felhasználói felülettel (GUI), ezért egyes műveletek, mint például bonyolultabb hálók elkészítése, szimulációs paraméterek megadása körülményesebb és több időt igényel, mint egy GUI-val rendelkező kereskedelmi szoftver esetében. (Lehetőség azonban van egyéb szoftverek által elkészített hálók importálására.)
- Mivel nagyon sokféle problémára használható, univerzális szoftvernek készült az OpenFOAM, ezért egyes problémákra létezhetnek specifikus szoftverek, melyek hatékonyabban oldják meg a problémát.
- Jelenleg csak Linux operációs rendszer alatt használható teljes értékűen a szoftver.

8. Számítógépes szimuláció

8.1. A geometria

A kutatás során az OpenFOAM beépített csatornaáramlás példáját vettem alapul, melynek geometriája és az alapháló felépítése a 23. ábrán látható.



23. ábra: az alapeset geometriája és hálója

Az ábrán található jelölések magyarázata és értékei:

- $L = 4 [m]$, a csatorna hosszát jelöli
- $b = 2 [m]$, a csatorna szélességét jelöli
- $h = 2 [m]$, a csatorna magasságát jelöli, δ pedig a magasság fele, amely a súrlódó Reynolds szám meghatározásánál használt jellemző méret ($Re_\tau = \frac{u_\tau \delta}{\nu}$).

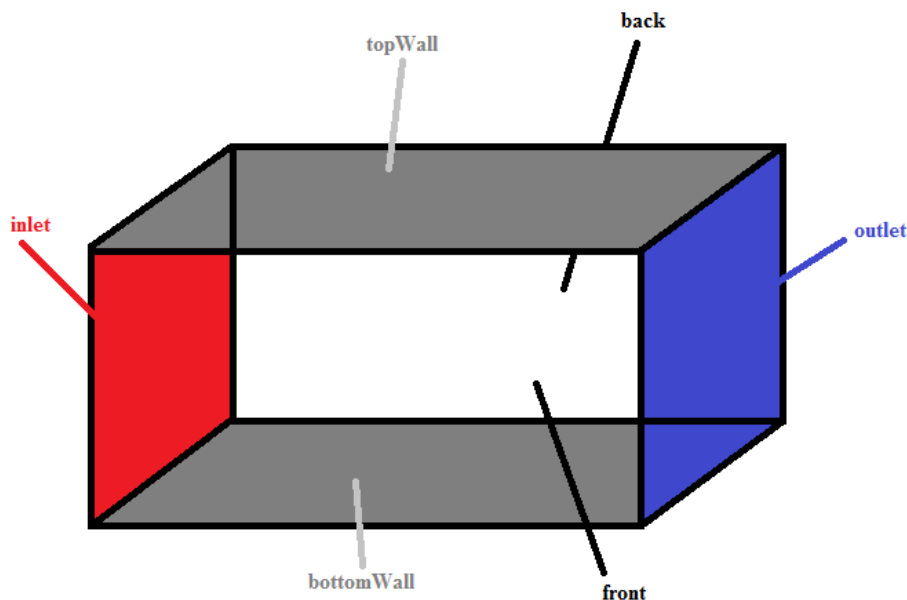
A geometria mellett látható még a háló alapbeállítása, mely a következő számú cellákat tartalmazza az adott irányokban:

- x irány: 40 cella
- y irány: 50 cella
- z irány: 30 cella

A cellaszámok alapján tehát kiszámítható, hogy a teljes vizsgált térfogat mennyi cellából áll: $N = n_x \cdot n_y \cdot n_z = 40 \cdot 50 \cdot 30 = 60000$.

8.2. Perem- és kezdeti feltételek

A szimuláció során peremfeltételekre van szükség, melyek segítségével a számítási tartomány peremein írhatjuk elő a számításhoz szükséges mennyiségek értékét, mint például a sebesség vagy a nyomás. Ahhoz, hogy definiáljuk ezeket az értékeket, szükség van a peremek definiálására. Ezt az OpenFOAM eset *system* könyvtárában található *blockMeshDict* fájl segítségével tehetjük meg. A 24. ábra szemlélteti ezeket a felületeket.



24. ábra: a geometria felületei, az inlet-outlet és front-back párok ciklikus felületek

A peremfeltételek mellett kezdeti feltételekre is szükség van, melyek a számításhoz szükséges mennyiségek értékét határozzák meg a $t = 0$ időpontban. Mind a peremfeltételek, mind a kezdeti feltételek az OpenFOAM eset 0 könyvtárában található fájlok segítségével adhatóak meg. A csatornaáramlás esetén a következő mennyiségekre szükséges definiálni a feltételeket:

- k : turbulens kinetikus energia
- ν_{SGS} : a modellezett turbulens viszkozitás
- p : nyomástér
- U : sebességtér

Fontos mennyiség minden fájl esetén a *dimensions* sorban lévő vektor, mivel ez mutatja az adott mennyiség dimenzióját, a nyomás esetén például:

dimensions $[0\ 2\ -2\ 0\ 0\ 0]$

A vektor minden eleme egy mértékegységre vonatkozik, az értékek pedig arra, hogy az adott mértékegység hányadik hatványon szerepel. A vektorkomponensek sorban a következő mértékegységeket jelentik:

- tömeg: [kg]
- hossz: [m]

- idő: [s]
- hőmérséklet: [K]
- anyagmennyiség: [kg·mol]
- áramerősség: [A]
- fényerősség: [cd]

Ez alapján tehát a nyomás mértékegysége: $m^2 \cdot s^{-2} = \frac{m^2}{s^2}$. Ez a nem szokványos mértékegysége a nyomásnak úgy kapható meg, ha a Pascalban megadott nyomást elosztjuk a közeg sűrűségével.

$$\frac{[Pa]}{\frac{[kg]}{[m^3]}} = \frac{\frac{[N]}{[m^2]}}{\frac{[Ns^2]}{[m^4]}} = \left[\frac{m^2}{s^2} \right] \quad (7.1)$$

Ennek előnye, ha elosztjuk a Navier-Stokes egyenletet a sűrűséggel, akkor csak egyetlen anyagi paraméter marad, ami a kinematikai viszkozitás (ν). Ezt láthatjuk a (7.2)-(7.3) egyenleteken, ahol a (7.3) egyenletben szereplő p nyomás már a módosított mértékegységgel szerepel.

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial v_i v_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (7.2)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial v_i v_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (7.3)$$

A kezdeti feltételeket minden mennyiség esetében az *internalField* sorban tudjuk megadni, ezzel a $t = 0$ időpontban írjuk elő a belső cellaközéppontokban az értékeket. A peremfeltételeket a *boundaryField* sor után adhatjuk meg a korábban definiált felületekre (24. ábra) egyenként.

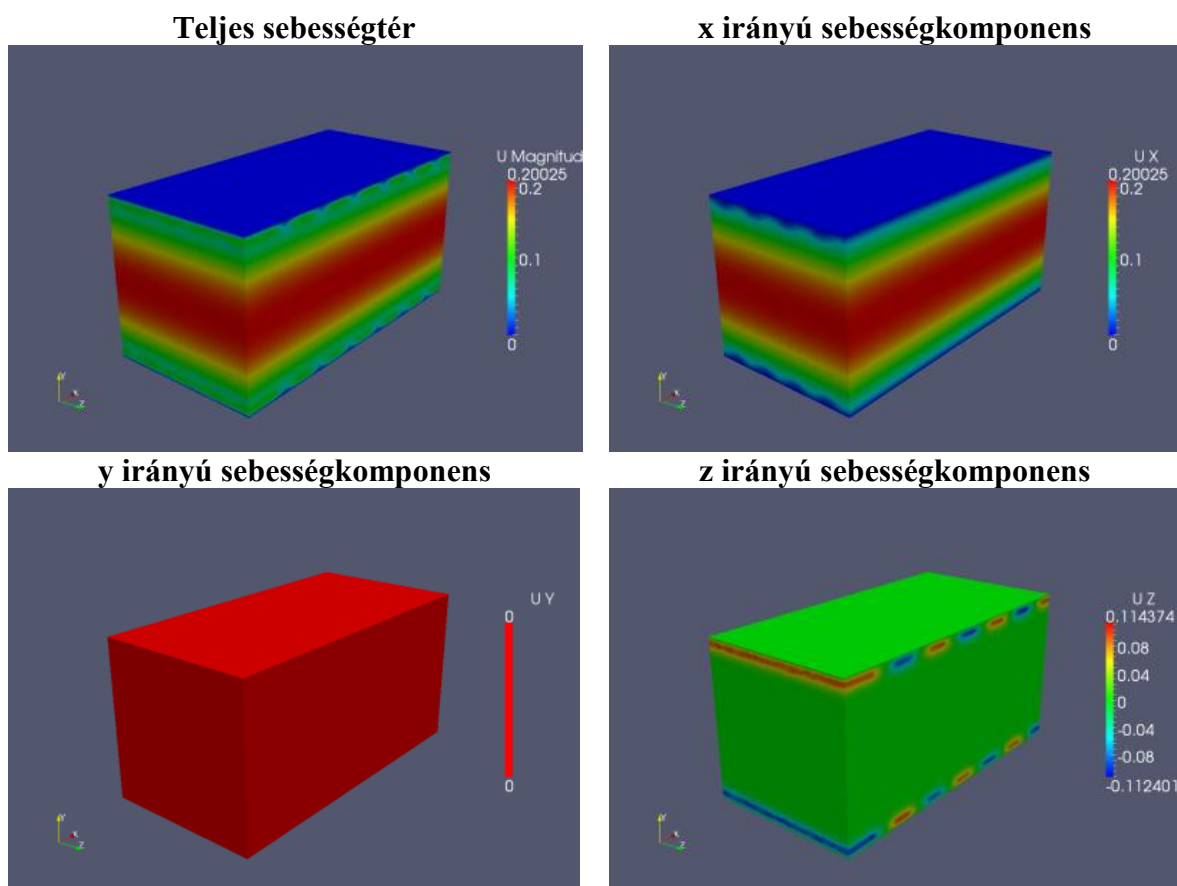
A saját esetemben ugyanazokat a peremfeltételeket használtam, ami az alapbeállítás volt. Ezek között kettő fordult elő, a *zeroGradient* és a *cyclic*. Az első azt jelenti, hogy a peremen a nyomás felületre vett normál irányú deriváltja 0. A behálózott geometria esetén ez a feltétel azt jelenti, hogy az adott felületrészekben a nyomás értéke annyi, amennyi a mellette levő cellában.

A *cyclic* feltétel esetén felületpárokat kell kijelölni, ezt a *blockMeshDict* fájlban tehetjük meg a geometria definiálásánál. Ezután ezeken a felületeken adható meg *cyclic* peremfeltétel, amely azt jelenti például a nyomás esetén, hogy a felületpár egyik felületén kilépő folyadék rész megjelenik a másik felületen ugyanakkora nyomással (és egyéb jellemzőkkel).

A sebességtér kezdeti értéke nagyon fontos, mivel ha ez nem megfelelő az adott belépő sebességprofil mellett, akkor előfordulhat, hogy az áramlás nagyon lassan vagy egyáltalán nem válik turbulenssé. Erre dolgozott ki Eugene de Villiers egy segédeszközt az OpenFOAM számára, amely csatornaáramláshoz használható és a sebességtér inicializálását végzi el [23]. Ennek az eszköznek a neve *perturbU*. Ahhoz, hogy megfelelő

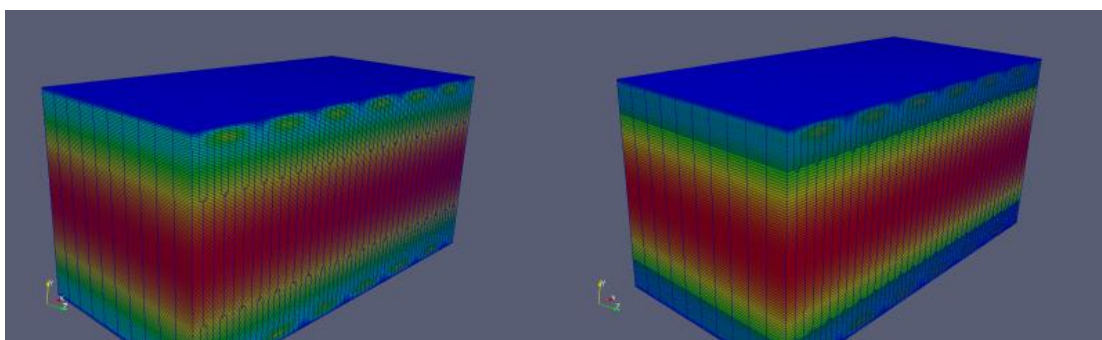
kezdeti sebességteret kapjunk, meg kell adnunk az eszköz számára az átlagsebesség vektorát, a kinematikai viszkozitás értékét és nagyságrendileg helyesen a sűrűlő Reynolds szám értékét.

A kutatásom során a sűrűlő Reynolds szám várható értéke a DNS adatok alapján 395 volt [3], a kinematikai viszkozitás értéke $0,00002 \left[\frac{m^2}{s} \right]$, az átlagsebesség vektora pedig $\bar{U}^T = [0.1335 \ 0 \ 0] \left[\frac{m}{s} \right]$. A 25. ábrán látható a fenti értékekkel inicializált sebességtér.



25. ábra: perturbU által készített sebességtér

Az x irányú komponens esetén a faltól nagyjából $\frac{1}{2}\delta$ távolságra látható egy vékony átmeneti réteg két sebességréteg között. Ez a réteg feltűnően egybeesett a lokális sűrítés határával, így megvizsgáltam, hogy ez csak véletlen egybeesés volt-e vagy a *perturbU* eredményei függenek-e a használt hálótól.



26. ábra: perturbU hálófüggetlensége

Amint az a 26. ábrán látható, a *perturbU* eredménye hálófüggetlen, ami összhangban van az elvárásokkal, hogy az inicializált sebességtér csak a geometriától és az áramlás paramétereitől függ.

8.3. A használt turbulencia modellek

Ebben a szakaszban az OpenFOAM néhány turbulencia modelljét mutatom be, amelyeket a kutatás során használtam.

8.3.1. One Equation Modell

Az első modell a forráskód leírása alapján egy összenyomhatatlan közeg esetén alkalmazható egy egyenletet használó turbulencia modell, amely a következő transzportegyenletet használja a turbulens kinetikus energiára. [23] és [24]

$$\frac{dk}{dt} + \text{div}(Uk) - \text{div}\left(v_{eff} \cdot \text{grad}(k)\right) = -B \cdot L - c_e \frac{k^{3/2}}{\Delta} \quad (7.4)$$

Az egyenletben található mennyiségek:

- k : turbulens kinetikus energia
- U : sebességvektor
- $-B \cdot L$: a turbulencia skálákon keresztüli csökkenését modellező tag
- c_e : konstans, alapértéke $c_e = 1,048$
- Δ : szűrőméret

B a modellezett Reynolds feszültségtenzor:

$$B = \frac{2}{3} kI - 2v_{sgs} \text{dev}(D) \quad (7.5)$$

$$B_{eff} = \frac{2}{3} kI - 2v_{eff} \text{dev}(D) \quad (7.6)$$

Ahol:

$$D = \text{symm}(\text{grad}(U)) \quad (7.7)$$

$$v_{sgs} = c_k \sqrt{k} \Delta \quad (7.8)$$

$$v_{eff} = v_{sgs} + \nu \quad (7.9)$$

Az egyenletekben a következő mennyiségek jelennek meg:

- I : másodrendű egységtenzor
- v_{sgs} : subgrid modellezett viszkozitás
- v_{eff} : teljes viszkozitás
- ν : feloldott viszkozitás
- c_k : konstans, alapértéke $c_k = 0,094$
- D : a sebességvektor gradiensének szimmetrikus része
- $\text{dev}(D)$: a D tenzor deviátoros része

8.3.2. Smagorinsky modell

A második modell, amit használtam szimulációk esetén a Smagorinsky modell volt, melynek elméleti működését az 5.3.1. szakaszban már ismertettem. Az eredeti meghatározás szerint a modell a következő egyenletet használja.

$$\nu_{SGS} = (C_S \Delta)^2 \sqrt{2 \bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij}} \equiv (C_S \Delta)^2 |\bar{s}| \quad (7.9)$$

Látható, hogy ebben az esetben egy konstans használ a modell (C_S), ezzel szemben az OpenFOAM-ba másképp implementálták a modellt, mivel ebben az esetben két konstansra van szükség.

$$D = \text{symm}(\text{grad}(U)) \quad (7.10)$$

$$k = \frac{2c_k}{c_e} \Delta^2 \|D\|^2 \quad (7.11)$$

$$\nu_{sgs} = c_k \sqrt{k} \Delta \quad (7.12)$$

$$\nu_{eff} = \nu_{sgs} + \nu \quad (7.13)$$

A (7.9) és (7.12) egyenletek és a kinetikus energia alapján (7.11) levezethető az eredeti definíció szerint keletkezett C_S konstans és az OpenFOAM által használt konstansok közötti összefüggés.

$$\nu_{sgs} = c_k \sqrt{2} \sqrt{\frac{c_k}{c_e}} \Delta \|D\| \Delta \quad (7.14)$$

$$\nu_{sgs} = c_k \sqrt{2} \sqrt{\frac{c_k}{c_e}} \Delta^2 \|D\| \quad (7.15)$$

$$s_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) = D_{ij} \quad (7.16)$$

$$|D_{ij}| = \frac{|s_{ij}|}{\sqrt{2}} \quad (7.17)$$

Felhasználva a (7.16) és (7.17) összefüggéseket és visszahelyettesítve (7.15)-be:

$$\nu_{sgs} = \sqrt{\frac{c_k^3}{c_e}} \Delta^2 \sqrt{2} \frac{|s_{ij}|}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{c_k^3}{c_e}} \Delta^2 |s_{ij}| \quad (7.18)$$

A (7.9) egyenletet összehasonlítva a (7.18) egyenlettel felírható az összefüggés a konstansok között.

$$C_S = \sqrt[4]{\frac{c_k^3}{c_e}} \quad (7.19)$$

Az OpenFOAM c_e és c_k konstansainak alapértékeivel ($c_e = 1,048$, $c_k = 0,094$) kiszámolva a Smagorinsky együttható alapértékét $C_S = 0,167$ -et kapunk, ami egybevág a szakirodalmi ajánlásokkal [5].

8.3.3. A dinamikus Smagorinsky modell

A dinamikus Smagorinsky modell előnye a Smagorinskyvel szemben, hogy az együttthatót, amely a turbulens viszkozitás képletében szerepel, nem önkényesen adjuk meg, hanem kiszámoljuk. A modell elméleti háttéréről az 5.3.2. szakaszban lehet olvasni.

Az említett szakaszban olvasható, hogy a számított együtttható időben erősen fluktuáló mennyiség, így azt valamilyen módon átlagolni szükséges. Az OpenFOAM-ba alapesetben implementált dinamikus modell az egész tartományra átlagolja az együttthatót, azonban ez egy egyszerűsített modell, az eredeti modell Germano alapján [12] és Lily továbbfejlesztésében [13] azonban lokális átlagolást tartalmaz. Ez alapján módosította és implementálta Alberto Passalacqua² a dinamikus modellt, mely a következő egyenletek alapján számol összenyomhatatlan áramlások esetén.

$$B = \frac{2}{3}kI - 2v_{sgs}dev(D) \quad (7.20)$$

$$B_{eff} = \frac{2}{3}kI - 2v_{eff}dev(D) \quad (7.21)$$

$$k = c_I \Delta^2 \|D\|^2 \quad (7.22)$$

$$v_{sgs} = c_D \Delta^2 \|D\| \quad (7.23)$$

8.4. A használt hálók

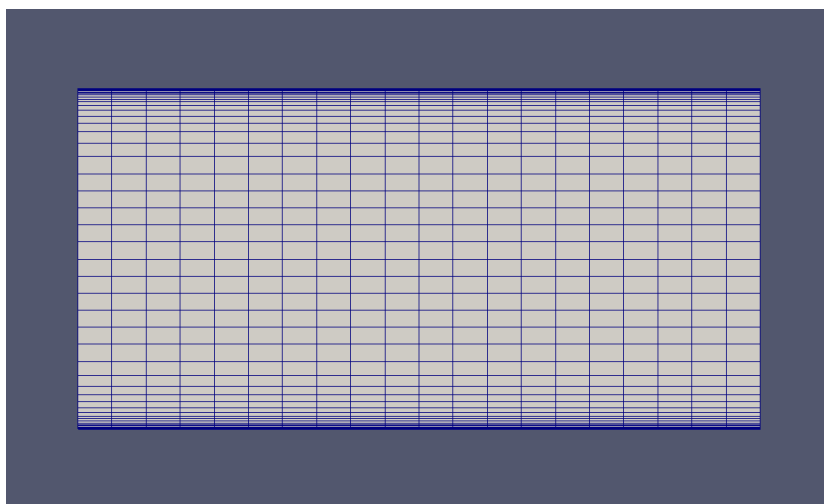
A kutatás során használtam az OpenFOAM csatornaáramlás esetének alaphálóját, hogy megismerjem a különböző modellek alapképességeit, ez a háló látható a 8.1. szakaszban a 23. ábrán, ezen a hálón vizsgáltam a 8.3.1-8.3.3 szakaszokban bemutatott modellek alaptulajdonságait. Ezek az eredmények a 9.1. szakaszban tekinthetők meg.

A második lépésben hagyományos módon sűrített hálókat vizsgáltam, hogy látható legyen, egy adott irányba való sűrítés milyen hatással van az eredményekre, így esetleg fejlesztve azt az alaphálót, amelyből a lokális esetben el lehet indulni. Az eredmények a 9.2. szakaszban láthatóak.

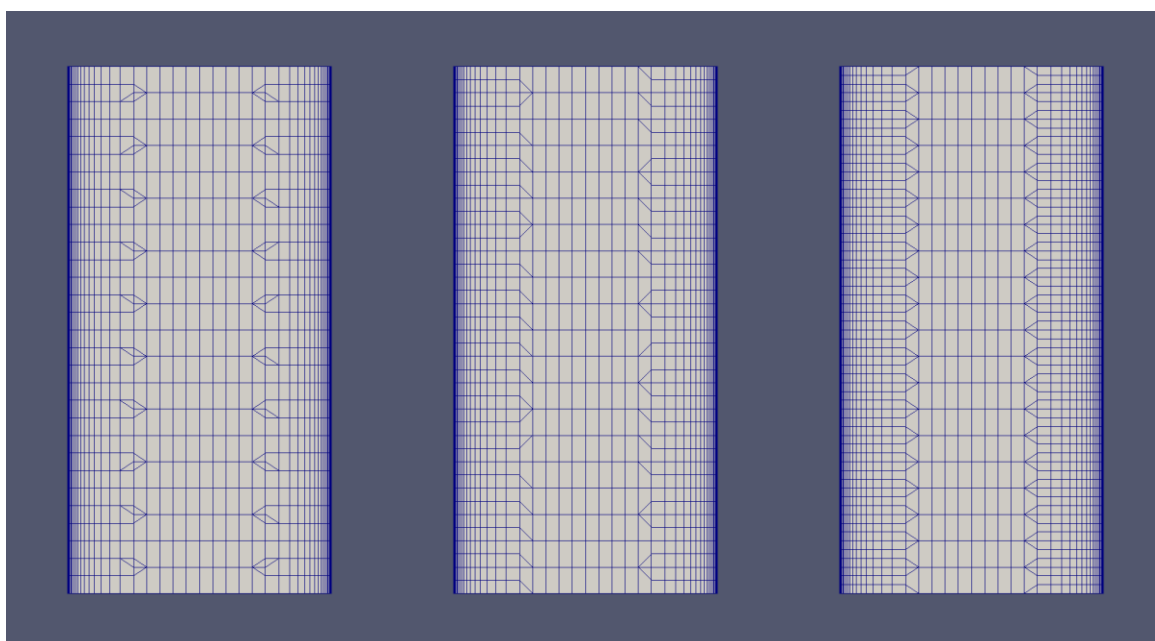
8.4.1. Egy lépcsőben sűrített hálók

A kutatás szempontjából legfontosabb hálók a lokálisan sűrített hálók voltak, így ezeket kicsit részletesebben mutatom be. Ebben a szakaszban azokról a hálókról lesz szó, amelyek egy sűrítési lépcsőt tartalmaznak. Az alapháló, amelyből kiindultam a következő dimenziókkal rendelkezett az egyes irányokban: $n_x = 20, n_y = 50, n_z = 90$, tehát a teljes cellaszám $N = 20 \cdot 50 \cdot 90 = 90000$ cella. Ez a háló látható oldalról a 27. ábrán.

² http://albertopassalacqua.com/?page_id=1145

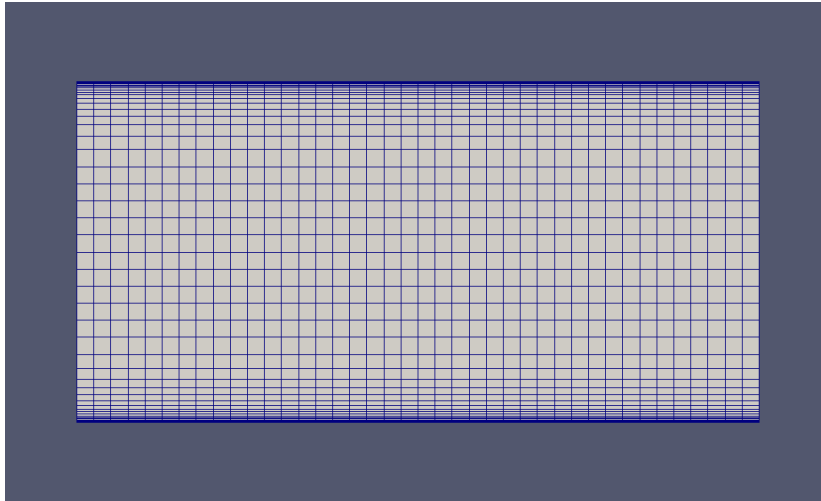


27. ábra: kiindulási háló a lokális sűrítés esetén

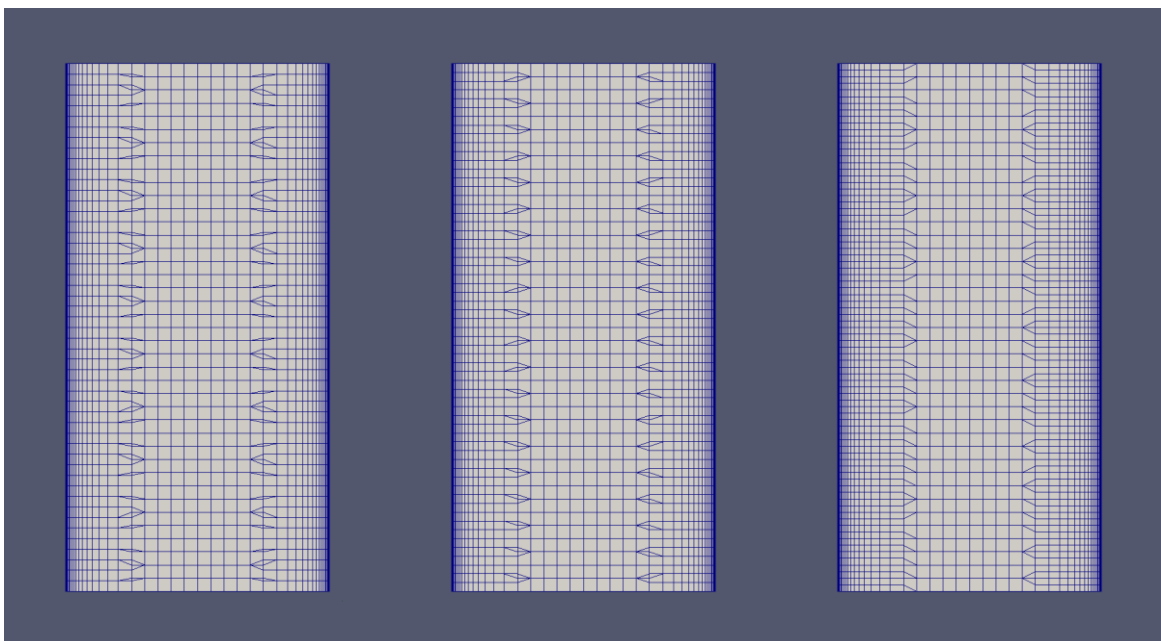


28. ábra: lokálisan sűrített hálók

A 28. ábrán látható a lokális sűrítés eredménye, amely a fal közelében sűrűbb x irányú felbontást jelent, sorrendben 30, 40 és 60 cellára sűrítve az eredeti és a középvonal közelében látható cellaszámot. A 29. ábrán látható egy újabb hagyományos háló, mely a 28. ábra középső hálójához tartozik, vagyis x irányba 40 cellát tartalmaz. Ebből a hálóból kiindulva is készítettem három lokálisan sűrített hálót, hogy jobban lehessen vizsgálni az eredmények sűrítéshez való viszonyát. Ezek a hálók láthatóak a 30. ábrán, melyek sorra 50, 60 és 80 cellát tartalmaznak x irányban a falhoz közeli rétegben.



29. ábra: második kiindulási háló



30. ábra: lokálisan sűrített hálók

Mindegyik hálón látható, hogy y irányban is történik sűrítés a fal felé közeledve, ezt az OpenFOAM esetén a *grading* segítségével lehet beállítani a *blockMeshDict* fájlban belül. Az y irányú sűrítés csak a fal közelében levő rétegben kezdődik, a középvonal közelében levő rétegben látható, hogy a cellák egyforma nagyságúak. Hálózásakor oda kell figyelni, hogy a szomszédos cellák között ne legyen túl nagy a méretbeli változás, mivel ez numerikus problémákhoz vezet. Ahhoz, hogy az y irányú sűrítés kezdeti cellája ugyanakkora legyen a sűrítés irányába, mint a még sűrítetlen réteg cellái, megfelelő *grading*-et és cellaszámot kell használni. Az OpenFOAM-ban használt *simpleGrading* esetén az utolsó és első cella mérete közötti hányadost adhatjuk meg, ezen kívül pedig tudjuk, hogy az egymás melletti cellák egy mértani sor tagjait alkotják. A következő mennyiségek segítségével felírhatóak azok az összefüggések, melyek segítségével számolható a megfelelő *grading*.

- δ_{start} : kezdő cella mérete
- δ_{end} : utolsó cella mérete
- L : a hossz, amelyen a sűrítést végezzük
- γ : grading értéke
- q : mértani sor kvóciense
- n : cellaszám

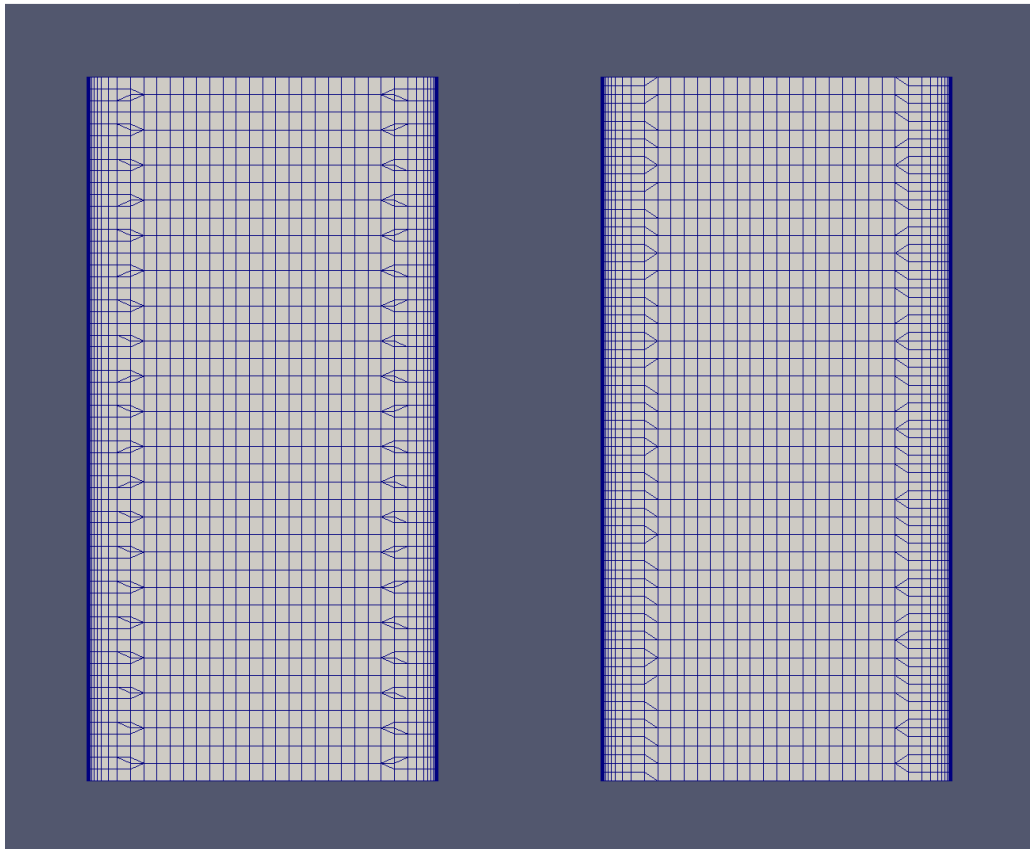
A mennyiségek közötti összefüggések:

$$L = \sum_{i=0}^{n-1} \delta_{start} \cdot q^i \quad (7.24)$$

$$\gamma = q^{n-1} = \frac{\delta_{end}}{\delta_{start}} \quad (7.25)$$

Tehát három értéket ismerve a hatból, számolható a többi három. A dolgozat során használt hálók közül a 29. és 30. ábrán láthatóak esetén az első cella mérete 1,5 [mm] volt y irányban, hogy tartható legyen az $y^+ < 1$ feltétel, a kvóciens 1,24 volt, a grading értéke pedig 65,47. A 31. ábrán látható hálók esetén az első cella mérete 0,52 [mm] volt, a kvóciens 1,42, a grading pedig 191.

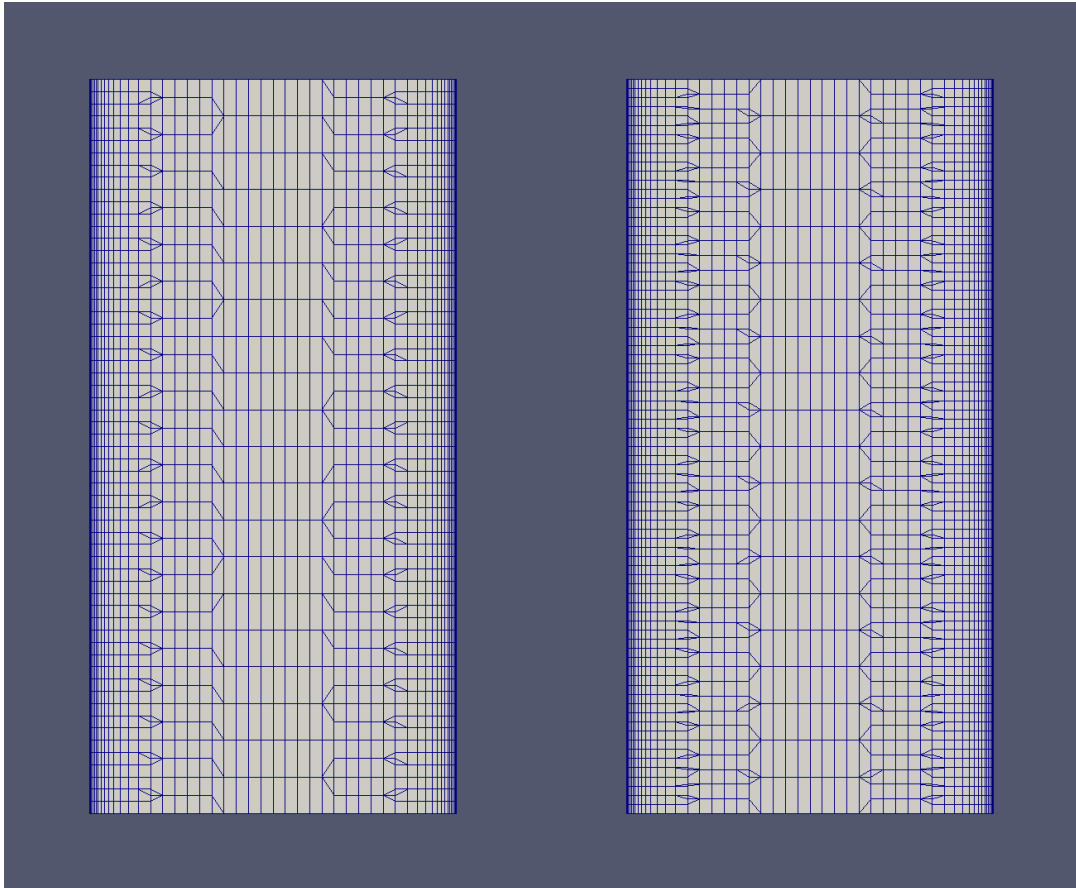
Az eddigi hálók esetén a sűrítési lépcső $\frac{\delta}{2}$ értéknél található. Végeztem vizsgálatokat két további hálóval, ahol a sűrítési lépcső $\frac{\delta}{4}$ távolságra került a faltól, a kezdeti cellaszám 40 volt x irányban, a sűrítések pedig 60 és 80 cellára történtek. A 31. ábrán ezek a hálók láthatóak.



31. ábra: sűrítési lépcső 0.25 δ pozícióban

8.4.2. Két lépcsős sűrítés

Érdekesnek tűnt az ötlet, hogy vizsgáljunk meg néhány eredményt két lépcsős sűrítéssel is, így készítettem két hálót erre a célra, amelyek két lépcsője $\frac{\delta}{3}$ és $\frac{2\delta}{3}$ pozícióban voltak. Ezek a hálók láthatóak a 32. ábrán.



32. ábra: két lépcsős hálók

9. Az eredmények kiértékelése

Ebben a fejezetben a bemutatott hálókön végzett futtatások eredményei találhatóak meg rendszerezve.

9.1. Turbulencia modellek összehasonlítása

Először a 8.3. szakaszban bemutatott turbulencia modellek eredményeit vizsgáltam meg az OpenFOAM csatornaáramlásának alaphálójával. Az első eredmény, amely a következő oldalon a 33. ábrán látható, a Re_τ értékét mutatja a szimuláció futása során. Ez a mennyiség definíció szerint a következőképpen számolható.

$$Re_\tau = \frac{u_\tau \delta}{\nu} \quad (8.1)$$

Azonban az OpenFOAM számításai során nem kapunk információt az u_τ mennyiségről közvetlenül, viszont minden időlépés során megkapjuk a nyomásgradiens értékét, amely segítségével számolható a súrlódó Reynolds szám értéke.

A nyomásgradiens által létrehozott erő és a fali nyírófeszültség által létrehozott erő egyensúlya.

$$A_i \cdot grad(p) \cdot L = \frac{\tau_w}{\rho} \cdot 2A_w \quad (8.2)$$

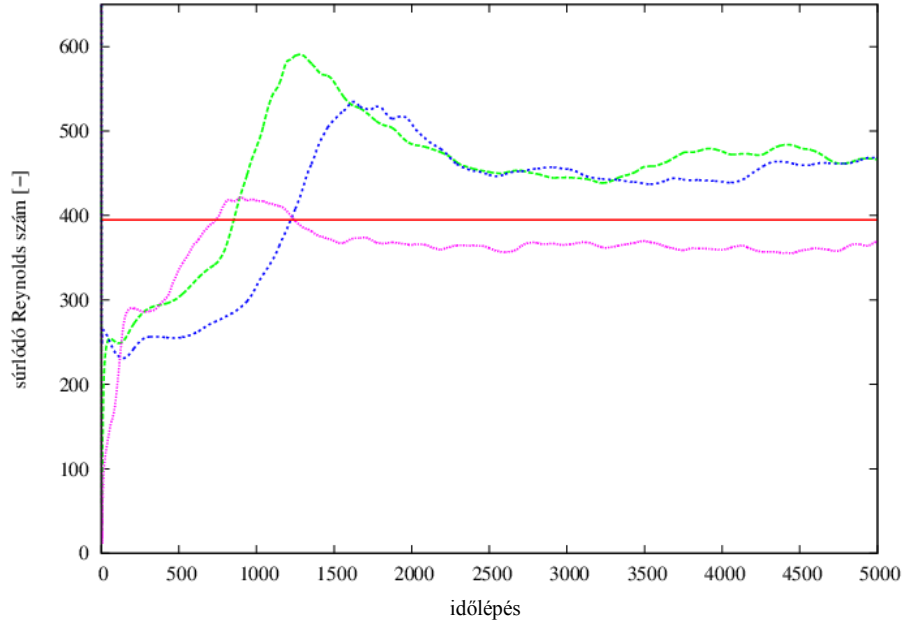
Az egyenlet tagjai:

- A_i : inlet felület területe
- $grad(p)$: nyomás gradiense
- L : csatorna hossza
- τ_w : fali nyírófeszültség
- ρ : közeg sűrűsége
- A_w : a csatorna falának területe

A fali súrlódó sebesség definíció szerint: $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$. A súrlódó Reynolds szám egyenlete feljebb látható (8.1). Ha a (8.2) egyenletből kifejezzük a súrlódó sebességet és azt behelyettesítjük a súrlódó Reynolds szám egyenletébe, akkor megkapjuk a Re_τ és $grad(p)$ közötti összefüggést.

$$Re_\tau = \sqrt{\frac{grad(p)A_iL}{2A_w}} \cdot \frac{\delta}{\nu} \quad (8.3)$$

Tehát mivel a megoldás során minden időlépéskor megtudhatjuk az éppen aktuális nyomásgradiens értéket, a többi paraméter pedig ismert, így elkészíthető a Re_τ időbeli alakulásának grafikonja a számítás során.



33. ábra: piros: az elérni kívánt Reynolds szám, zöld: One Equation modell, kék: Smagorinsky modell, lila: dinamikus Smagorinsky modell

Látható, hogy a dinamikus Smagorinsky modell eredményei tűnnek a legjobbnak, ez a modell közelítette meg leginkább az előzetesen várt 395-ös célt és szintén ez a modell konvergál be a leghamarabb az átlagértékéhez. A konvergencia ebben az esetben az átlagra vonatkozik, ugyanis kis mértékű fluktuációk láthatóan maradnak a grafikonon, de ez normális turbulens áramlások vizsgálatakor.

A következő ábrákon a dimenziótlan átlagsebesség profil és a Reynolds feszültségekhez kapcsolódó dimenziótlan RMS értékek láthatóak. Az átlagsebesség és az RMS értékek dimenziótlanítására az u_τ mennyiséget használhatjuk a következőképpen.

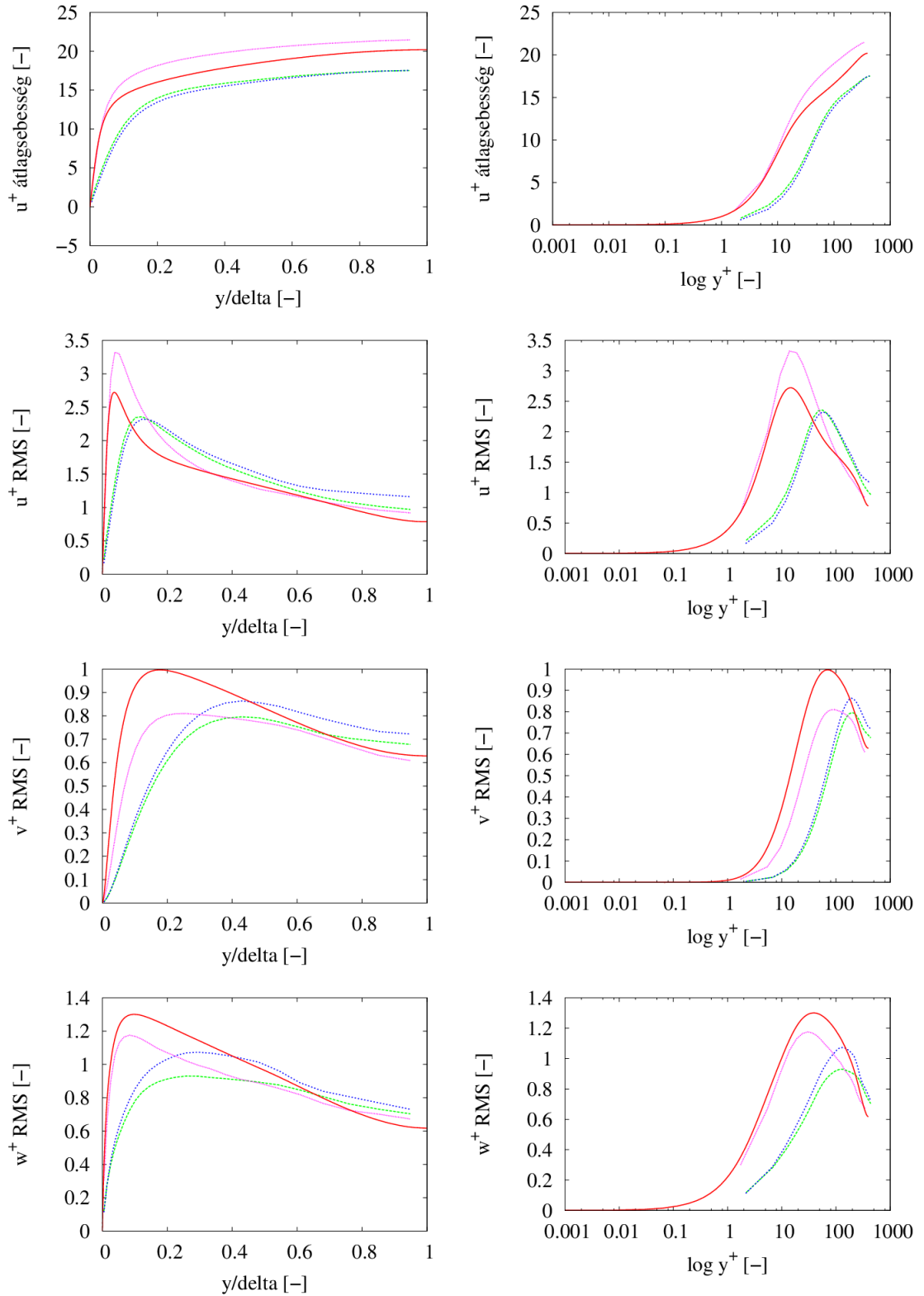
$$\bar{u}^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} \quad (8.4)$$

$$u_{RMS} = \sqrt{\overline{u'^2}} \quad (8.5)$$

$$u_{RMS}^+ = \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{u_\tau} \quad (8.6)$$

A grafikonok kétféleképpen kerültek ábrázolásra, az egyik esetén az y tengelyen lineáris egységekben látható a faltól való távolság a félmagasságra (δ) normálva, a másik esetben pedig logaritmusos léptékben lett feltüntetve a dimenziótlan faltól való távolság (y^+).

$$y^+ = \frac{y \cdot u_\tau}{\nu} \quad (8.7)$$



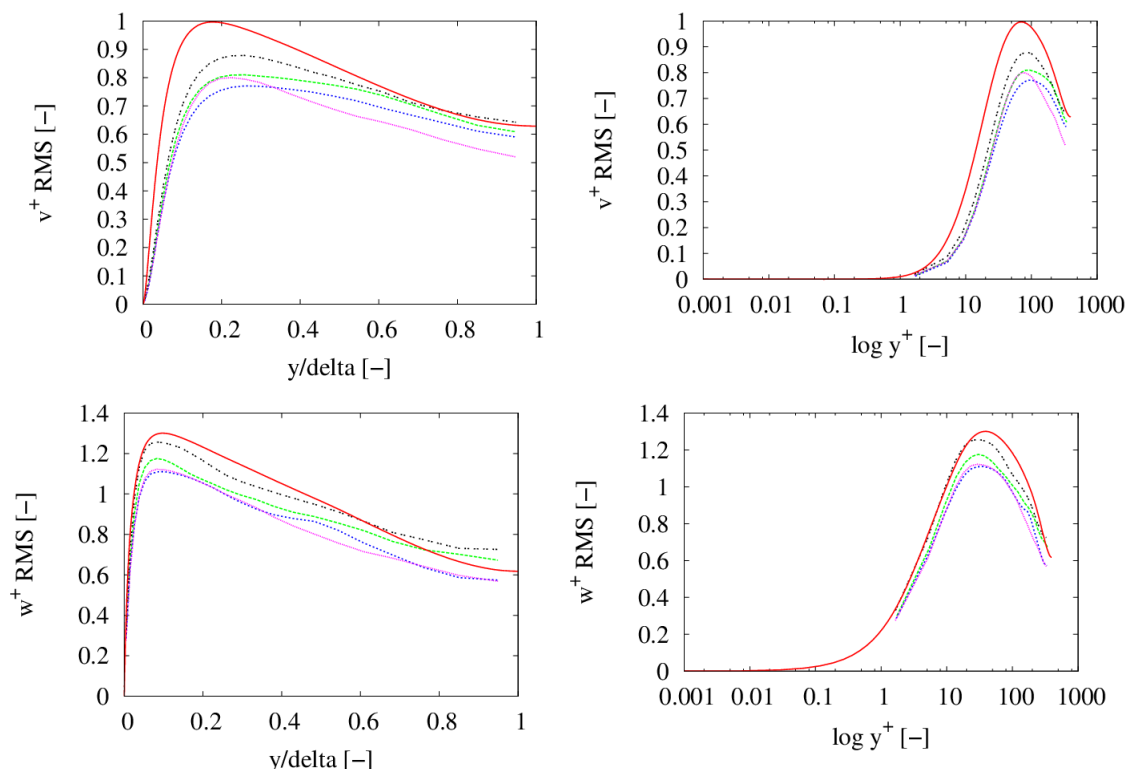
34. ábra: piros: DNS adatbázis [3], zöld: One Equation modell, kék: Smagorinsky modell, lila: dinamikus Smagorinsky modell

Látható az ábrák alapján, hogy egyértelműen a dinamikus Smagorinsky modell adja a legjobb eredményeket minden mennyiség esetén, különösen igaz ez a falhoz közel. Ennek ellenére az alaphálón így is elmaradnak az eredmények a DNS adatbázishoz képest. Megfigyelhető például, hogy a logaritmikus léptékben ábrázolt grafikonokon a szimulációk eredményei $y^+ = 1$ felett kezdődnek, ami ebben az esetben nem elfogadható, mivel nem

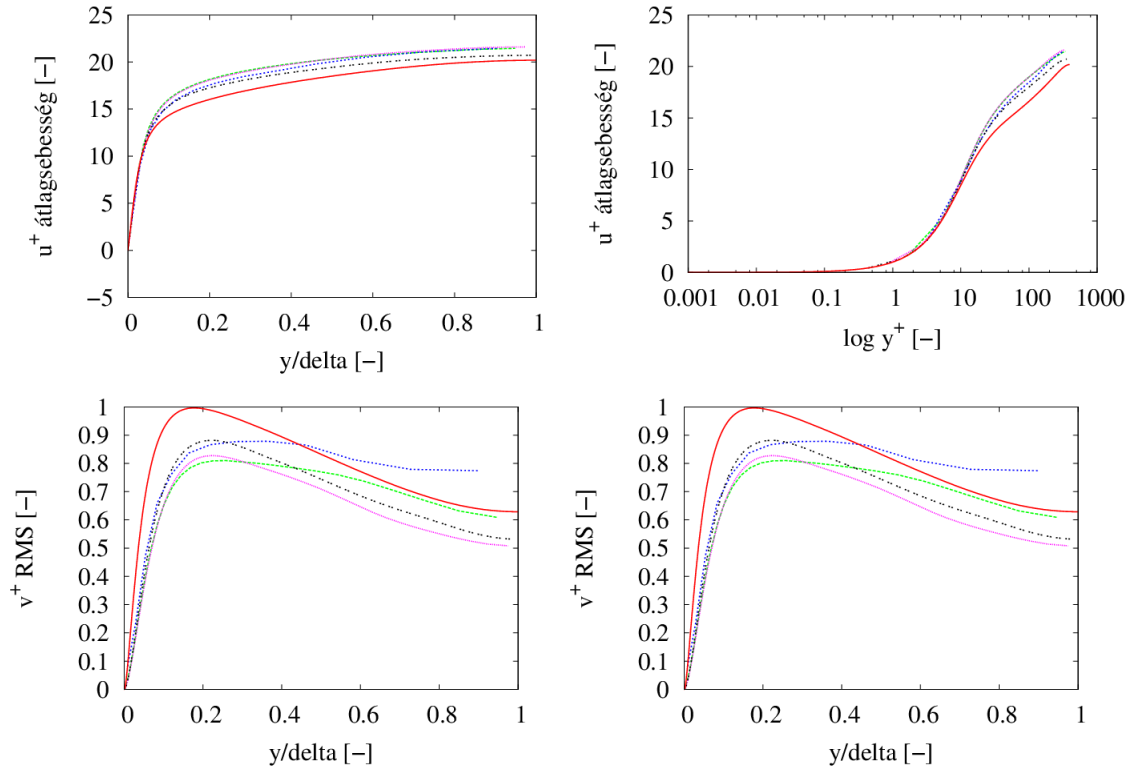
használnunk falfüggvényeket. Ahhoz, hogy felbonthassuk a fal melletti örvényeket, az első cella középpontjának $y^+ = 1$ alatt kell lennie.

9.2. Hagyományos sűrítés eredményei

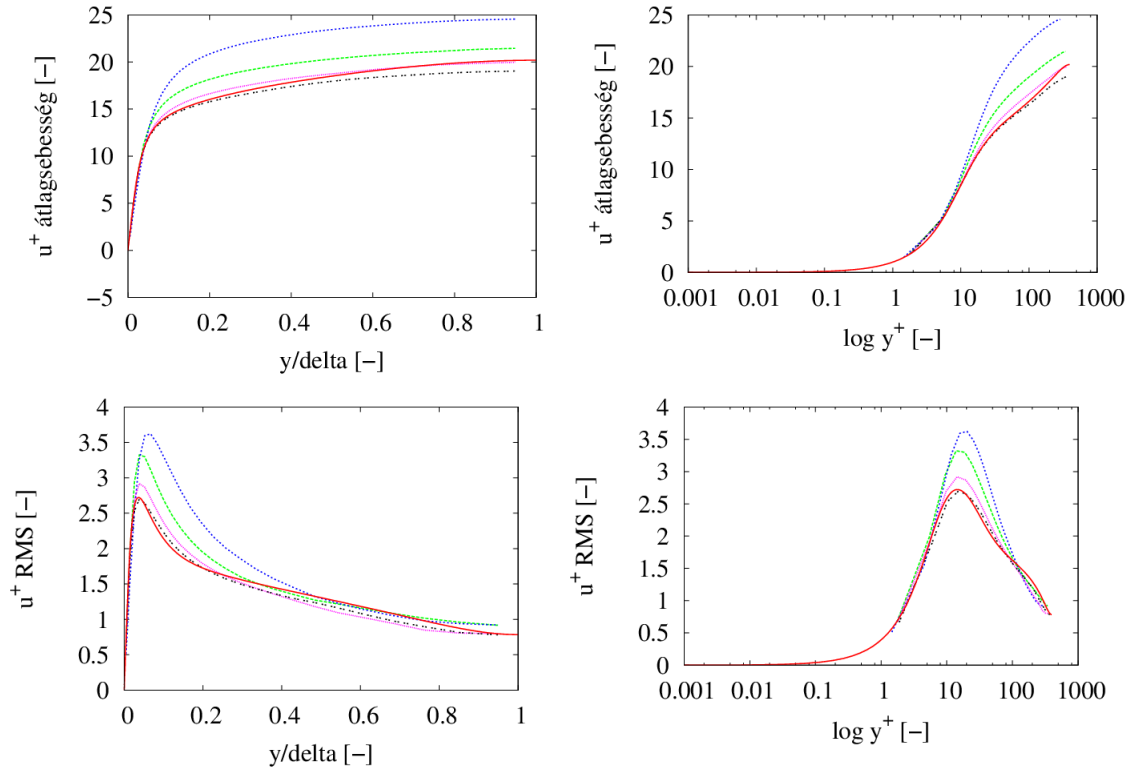
Ebben a szakaszban azok az eredmények találhatók, amelyek a háló hagyományos sűrítése során keletkeztek. Külön vizsgáltam minden irány esetén, hogy az milyen hatással van az eredményekre. Minden irány esetén az OpenFOAM alaphálójából kiindulva alkalmaztam 0,5-szörös ritkítást, 2-szeres sűrítést és 4-szeres sűrítést. Az alábbi ábrákon láthatóak a legfontosabb eredmények.



35. ábra: x irányú sűrítés eredményei, piros: DNS adatbázis [3], zöld: alapháló, kék: 0,5-szörös ritkítás, lila: 2-szeres sűrítés, fekete: 4-szeres sűrítés



36. ábra: y irányú sűrítés eredményei, piros: DNS adatbázis [3], zöld: alapháló, kék: 0,5-szörös ritkítás, lila: 2-szeres sűrítés, fekete: 4-szeres sűrítés



37. ábra: z irányú sűrítés eredményei, piros: DNS adatbázis [3], zöld: alapháló, kék: 0,5-szörös ritkítás, lila: 2-szeres sűrítés, fekete: 4-szeres sűrítés

Az eredmények közül a legérdekesebbeket gyűjtöttem egy ábrára, amelyek a legtöbb mutatják az adott irányba való sűrítés hatásáról. A kimaradt mennyiségekre az adott irányba való sűrítés nem eredményezett szignifikáns különbséget.

Az x irányba történő sűrítés esetén az látható, hogy a fluktuáló sebességkomponensek közül az y és z irányúakra volt jó hatással a négyszeres mennyiségű sűrítés, azonban az áramlásirányú fluktuáló és átlagértékekre nem volt jelentős hatása.

A 36. ábrán az látható, hogy az y irányú sűrítés esetén is a négyszeres cellamennyiség hozott jobb eredményeket az alaphálózhoz képest, de ez a javulás sem nevezhető igazán jelentősnek.

A z irányú sűrítés eredményei már nagyobb változást eredményeztek, a grafikonok alapján azt mondhatjuk, hogy az OpenFOAM alaphálója erre az irányra nézve a legrosszabb, mivel már a kétszeres sűrítés is sokkal jobb eredményeket adott, a négyszeres sűrítés esetén pedig, az összes hagyományos hálót vizsgálva, a legjobb eredmények születtek.

A fenti megállapítások alapján így a lokális sűrítéshez használt első alapháló esetén a z irányú cellaszámot a háromszorosára növeltem. Az x irányú cellaszámot felére csökkentettem, mivel az eredmények alapján ez nem változtatott jelentős mértékben a pontosságon, ellenben takarékoskodhatunk az erőforrásokkal. Az y irányú cellaszámot nem változtattam meg, a fal felé való sűrítést pedig úgy állítottam be, hogy az első cellaközéppont $y^+ = 1$ alá essen.

9.3. Lokális hálósűrítés eredményei

Ebben a szakaszban a lokálisan sűrített hálók eredményeit mutatom be. A következő táblázatban a vizsgált hálók eredményei és egyéb paraméterei láthatóak, melyekre a következő szakaszokban hivatkozni fogok. A színek a 38. és 39. ábra (44 – 45. oldal) görbéire utalnak.

1. táblázat: Hálók és tulajdonságaik

Sorszám	Típus	$n_x \times n_y \times n_z$	n_{cella}	Re_τ	ΔRe_τ	Hit rate
1	hagyományos hálók	20x50x90	90000	368,2	6,8%	4%
2		30x50x90	135000	379,9	3,8%	8%
3		40x50x90	180000	373,2	5,5%	12%
4		50x50x90	225000	376,3	4,7%	100%
5		60x50x90	270000	365,9	7,4%	80%
6		80x50x90	360000	360,2	8,8%	48%
7	lokálisan sűrített hálók	20 → 30x50x90	126000	376,1	4,8%	8%
8		20 → 40x50x90	162000	378,1	4,3%	12%
9		20 → 60x50x90	234000	372,9	5,6%	88%
10		40 → 50x50x90	216000	371,6	5,9%	100%
11		40 → 60x50x90	252000	371	6,1%	100%
12		40 → 80x50x90	324000	366,1	7,3%	84%
13	lépcső a falhoz közelebb tolva	40 → 60x50x90	252000	360	8,9%	76%
14		40 → 80x50x90	324000	357,7	9,4%	64%
15	két lépcsős sűrítés	20→40→60x50x90	216000	372,1	5,8%	76%
16		20→50→80x50x90	279000	365	7,6%	60%

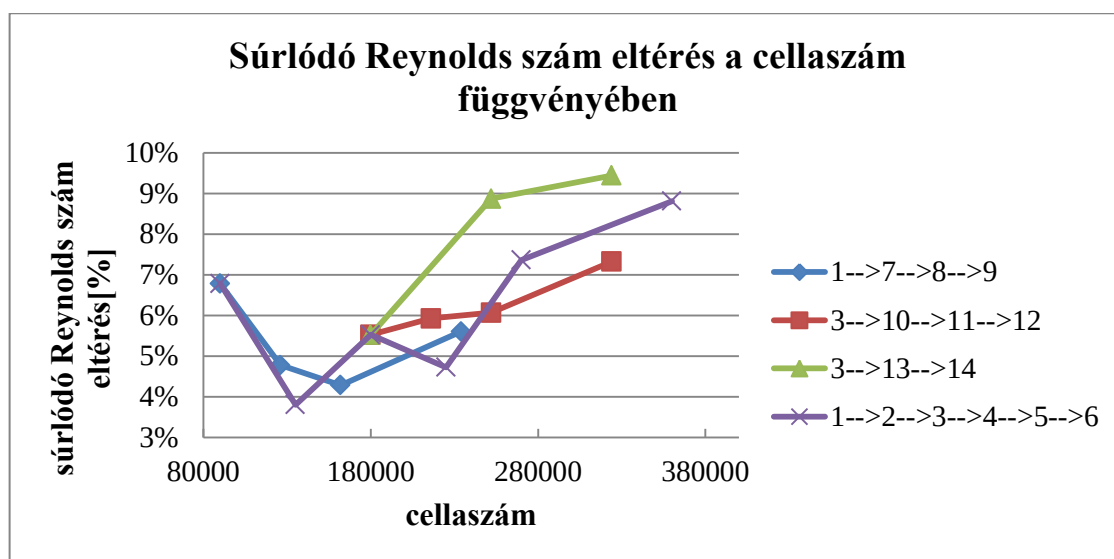
9.3.1. Egy lépésben sűrített hálók eredményei

Először az egy lépésben sűrített hálók eredményeit összegzem. A hálók jóságának meghatározására két tényezőt vezettem be. Az első a súrlódó Reynolds szám szimuláció során elért átlagértékének relatív eltérése az elérni kívánt 395-ös értéktől. A második tényező az irodalomban is előforduló ún. hit rate, mely a sebességprofil esetén használatos leggyakrabban.

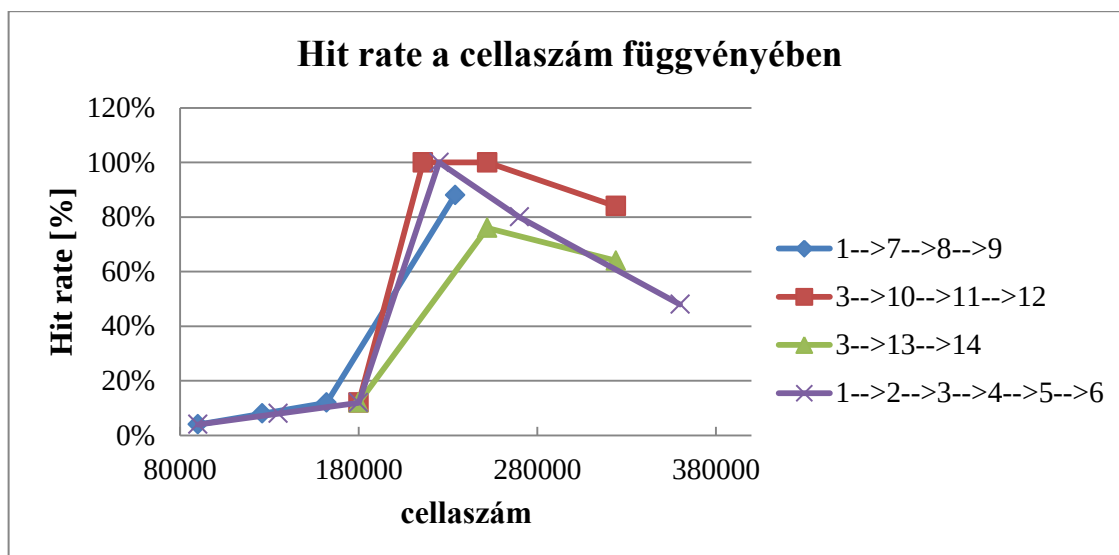
A hit rate számítása során definiálnunk kell egy abszolút és egy relatív hibahatárt, majd a szimulációs pontokban megvizsgálhatjuk, hogy a DNS vagy mérési adatokhoz képest a relatív vagy az abszolút hibán belül vagyunk-e. Amennyiben igen, az egy találatnak számít, az összes pontot megvizsgálva pedig százalékosan kifejezhető a találati arány. A vagy kapcsolat fontos a két hibahatár között, mivel alacsony értékek esetén abszolút kis eltérések is nagy relatív hibát okozhatnak. [25]

A saját vizsgálataim során a relatív hibát 3%-ban határoztam meg, az abszolút hibát pedig $0,002 \left[\frac{m}{s} \right]$ -ban. Ezekkel az értékekkel a hálók megfelelően kitöltötték a 0 – 100% intervallumot.

A következő két ábrán a két jóságtényező van ábrázolva a cellaszám függvényében.

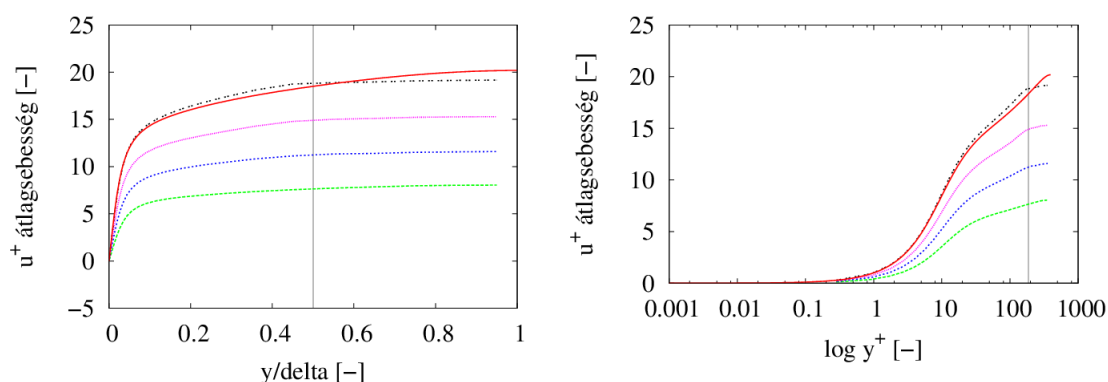


38. ábra: súrlódó Reynolds szám eltérés grafikonjai (kisebb érték a jobb)

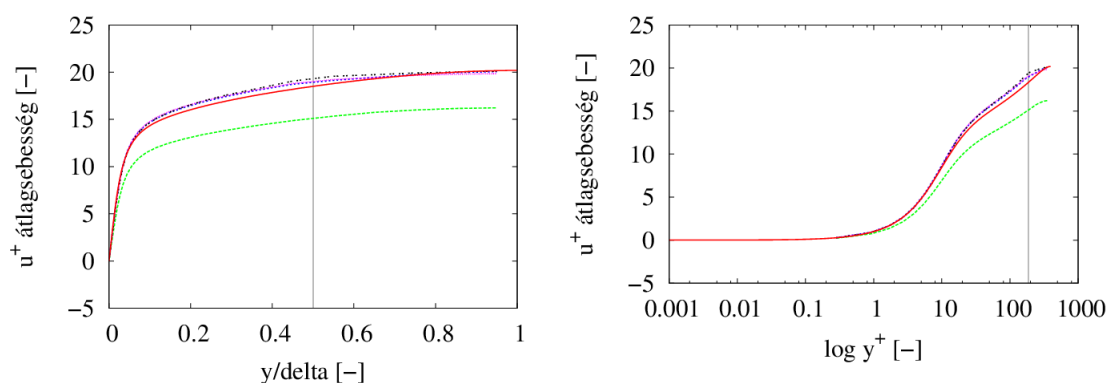


39. ábra: hit rate grafikonjai (nagyobb érték a jobb)

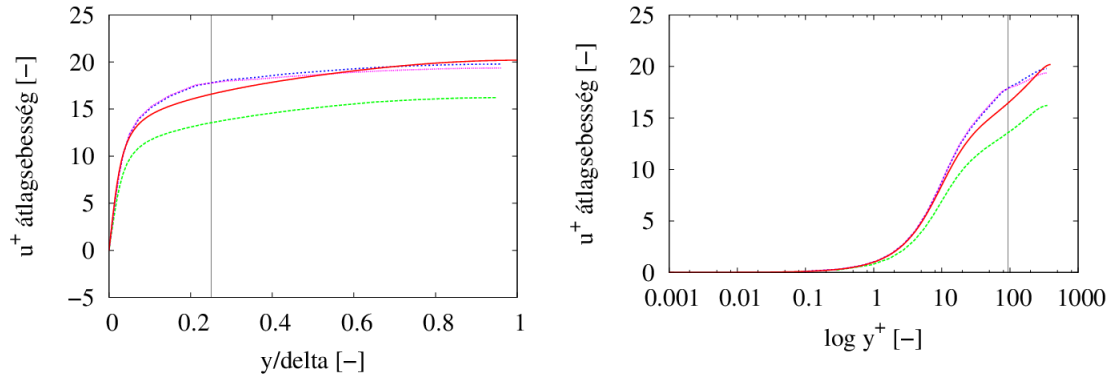
Az ábrák magyarázatán a számok az 1. táblázat szerinti sorszámot jelentik. A két ábrán hasonló tendencia látható, miszerint egy bizonyos cellaszámig javulnak az eredmények, majd ezt a cellaszámot túllépve romlás tapasztalható. A Reynolds szám eltérést mutató grafikon esetén ez a 162000 cellát tartalmazó 8-as hálót jelenti, a következő lépésben már romlik az eredmény, a sebességprofilra vonatkozó hit rate esetén viszont ez a határ később tapasztalható, a 252000 cellát tartalmazó két háló (11 és 13) után. Az is jól látszik, hogy a hit rate esetén nagyon sokat javulnak az eredmények a sűrítés esetén, ez látható az átlagsebességek grafikonjain is a következő ábrákon. A grafikonok esetén a vertikális vonalak a sűrítési lépcső helyét jelölik.



40. ábra: piros: DNS adatbázis [3], zöld: 1-es háló, kék: 7-es háló, lila: 8-as háló, fekete: 9-es háló

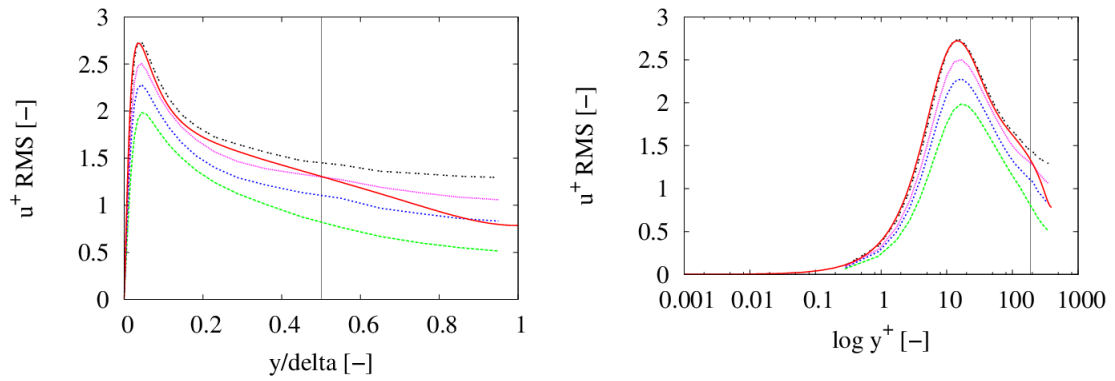


41. ábra: piros: DNS adatbázis [3], zöld: 3-as háló, kék: 10-es háló, lila: 11-es háló, fekete: 12-es háló

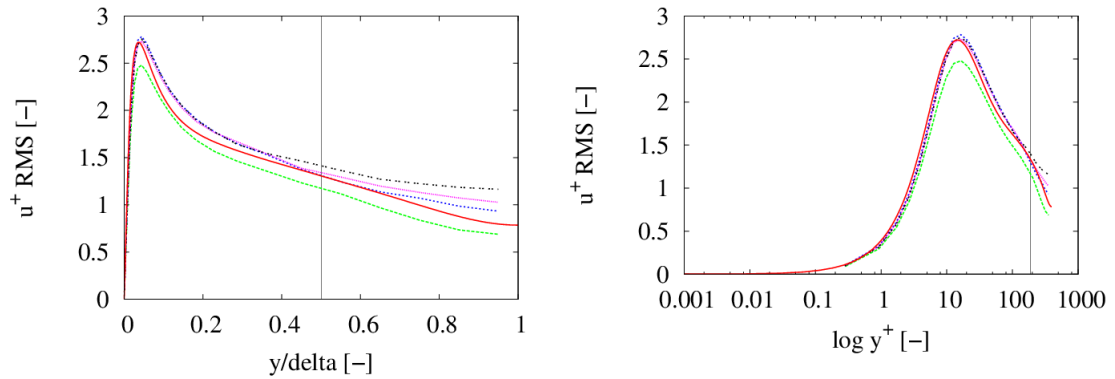


42. ábra: piros: DNS adatbázis [3], zöld: 3-as háló, kék: 13-as háló, lila: 14-es háló

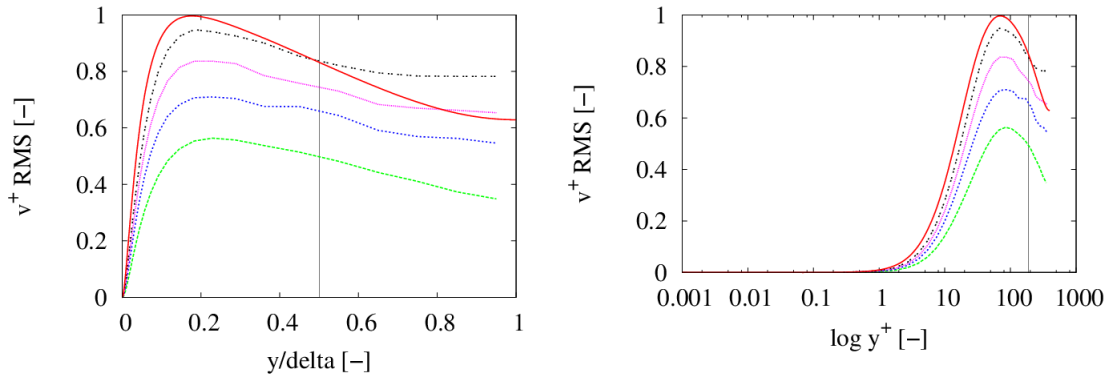
A következő ábrákon az is jól látható, hogy a túlzottan sűrű hálók rosszabb eredményt adnak, mint a náluk egy lépéssel ritkébbak.



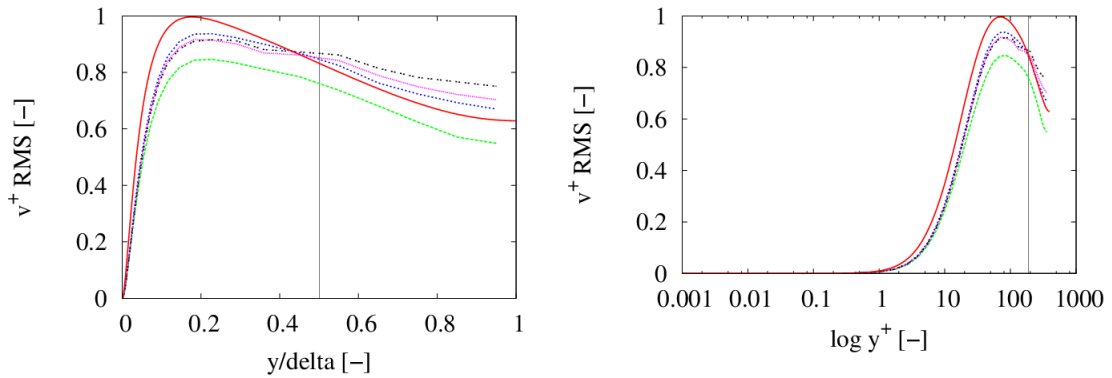
43. ábra: piros: DNS adatbázis [3], zöld: 1-es háló, kék: 7-es háló, lila: 8-as háló, fekete: 9-es háló



44. ábra: piros: DNS adatbázis [3], zöld: 3-as háló, kék: 10-es háló, lila: 11-es háló, fekete: 12-es háló



45. ábra: piros: DNS adatbázis [3], zöld: 1-es háló, kék: 7-es háló, lila: 8-as háló, fekete: 9-es háló



46. ábra: piros: DNS adatbázis [3], zöld: 3-as háló, kék: 10-es háló, lila: 11-es háló, fekete: 12-es háló

A tendencia a 38. és 39. ábrán nem csak a lokálisan sűrített hálók esetén igaz, hanem a hagyományos hálók esetén is látható, hogy a 4-es számú hálóig javulnak az eredmények, majd elkezdnek leromlani.

Összefoglalva az eddigi eredményeket, a lokális sűrítés jó hatással van a szimulációs eredményekre, de csak egy bizonyos cellaszámig, ezt a határt átlépve viszont az eredmények romlani kezdenek. A hit rate mutatót figyelembe véve jelentős mértékű javulás érhető el, 3%-os hibahatárt megengedve is sikerült olyan hálót készíteni, amely 100%-os találati arányt ért el egy alapesetben 12%-os arányú hálóból kiindulva. Fontos kérdés, hogy hogyan teljesítenek a hálók egy hasonlóan sűrű hagyományos hálóhoz képest. Ezek az eredmények láthatóak a 2. táblázatban.

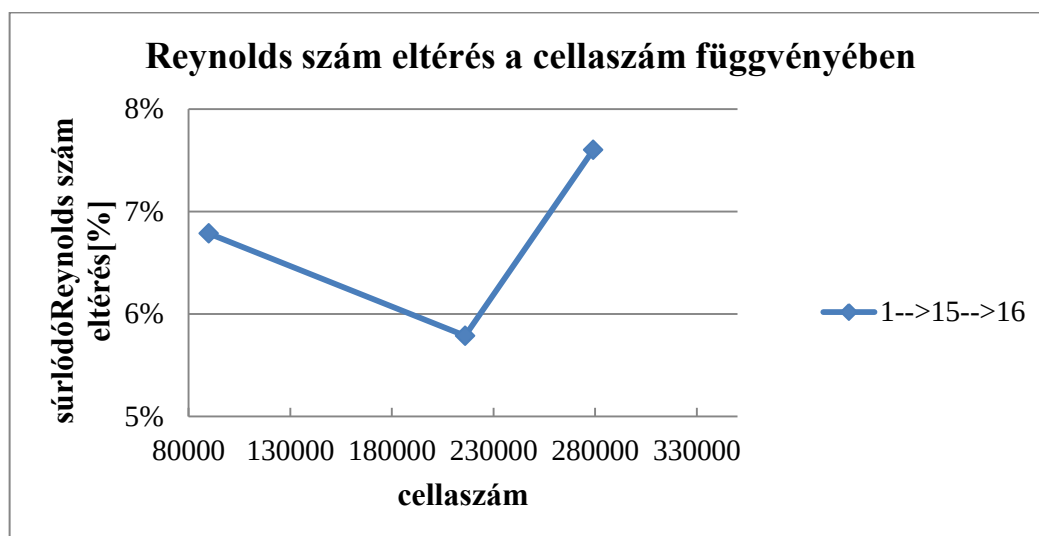
2. táblázat: hagyományos és lokális hálók összehasonlítása

Sorszám	$n_x \times n_y \times n_z$	n_{cella}	Re_τ	ΔRe_τ	hit rate	Re_τ eredmények összahas.	hit rate összahas.
7	20→30x50x90	126000	376,1	4,8%	8%	Rosszabb	Nincs kül.
2	30x50x90	135000	380	3,8%	8%		
8	20→40x50x90	162000	378,1	4,3%	12%	Jobb	Nincs kül.
3	40x50x90	180000	373,2	5,5%	12%		
9	20→60x50x90	234000	372,9	5,6%	88%	Jobb	Jobb
5	60x50x90	270000	365,9	7,4%	80%		
10	40→50x50x90	216000	371,6	5,9%	100%	Rosszabb	Nincs kül.
4	50x50x90	225000	376,3	4,7%	100%		
11	40→60x50x90	252000	371	6,1%	100%	Jobb	Jobb
5	60x50x90	270000	365,9	7,4%	80%		
12	40→80x50x90	324000	366,1	7,3%	84%	Jobb	Jobb
6	80x50x90	360000	360,2	8,8%	48%		

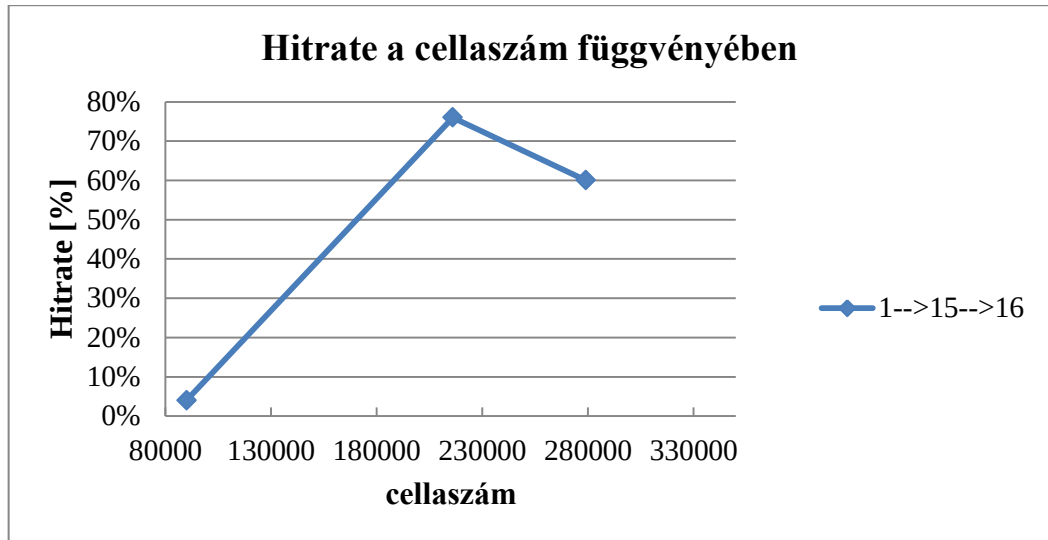
A táblázatban egymás alá gyűjtöttem az egyes lokálisan sűrített hálókat és a hozzájuk tartozó hagyományos hálókat. Az utolsó két oszlopban összehasonlítottam a Reynolds szám eltérése szerinti és a hit rate szerinti eredményeket. A súrlódó Reynolds szám szempontjából az látható, hogy több, mint az esetek felében a lokális hálók jobb eredményt értek el, mint a hagyományos hálók. A hit rate tekintetében szintén jók az eredmények, érdemes például megnézni a 12-es és 6-os háló egymáshoz képesti eredményeit, ahol a hit rate 48%-ról 84%-ra javult, ami közel kétszeres javulást jelent, emellett a súrlódó Reynolds szám tekintetében is jobb eredményt ért el, miközben a lokális sűrítésű háló 36000 cellával kevesebbet tartalmaz, mint a hagyományos. Hit rate tekintetében a többi lokális háló is jól teljesített, látható, hogy e tekintetben romlás nem tapasztalható egyik esetben sem.

9.3.2. Két lépésben sűrített hálók eredményei

A két lépésben sűrített hálók esetén is megvizsgáltam a súrlódó Reynolds szám és a hit rate eredményeit, ez látható a következő ábrákon.

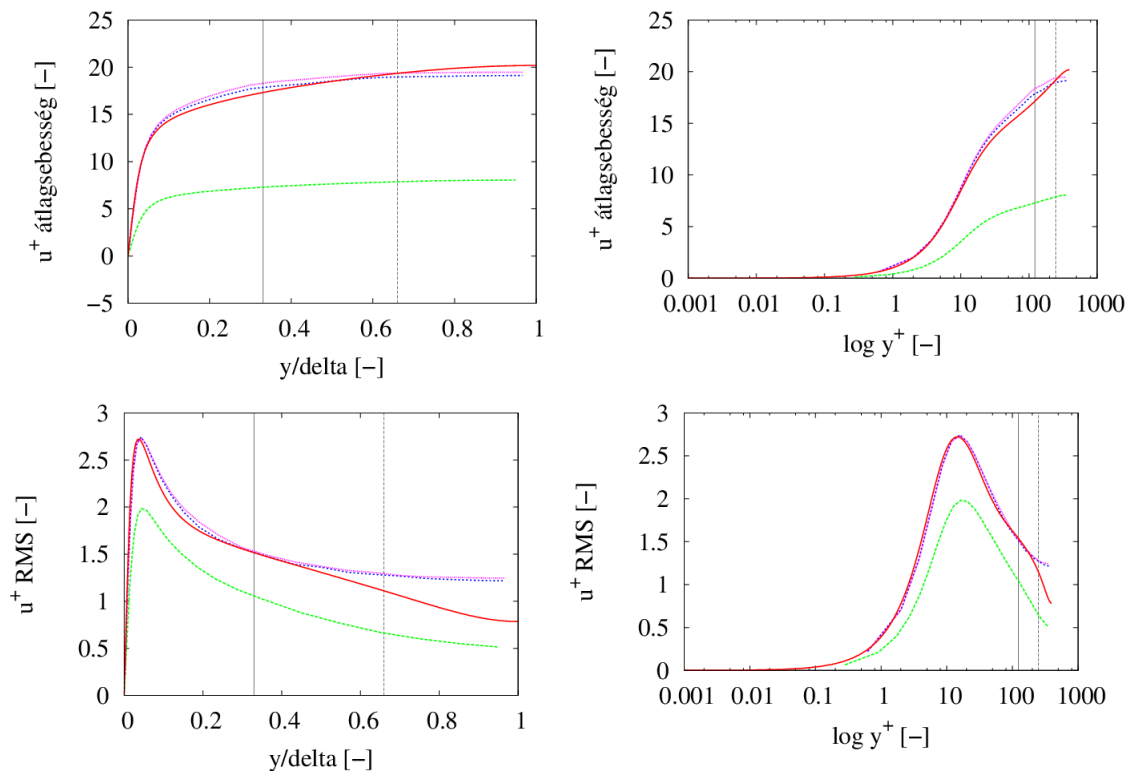


47. ábra: két lépésben sűrített hálók Reynolds szám eltérés szerinti eredményei (kisebb érték a jobb)



48. ábra: két lépcsős hálók hit rate szerinti eredményei (nagyobb érték a jobb)

A két lépcsőben sűrített hálók esetén ugyanaz a tendencia látható, mint az előző szakaszban vizsgált hálók esetén, tehát az alapháló sűrítésével nagy mértékben javulnak az eredmények, de tovább növelve a cellaszámot mindkét jellemző esetén romlást figyelhetünk meg. Ezt támasztják alá a következő ábrák is.



49. ábra: átlagsebesség és u_{RMS}^+ grafikonok, piros: DNS eredmény [3], zöld: 1-es háló, kék: 15-ös háló, lila: 16-os háló, a vertikális vonalak a sűrítési lépcsők helyét jelölik

A két lépcsős hálók eredményei is alátámasztják az eddigi megállapításokat, miszerint van egy bizonyos cellaszám, amely felett nem érdemes tovább sűríteni, mivel az eredmények nem javulnak tovább, illetve az is előfordulhat, hogy a ritkább hálózathoz képest romlanak.

10. Összefoglalás

A következő pontokban összefoglalom az elvégzett feladatokat és fontosabb eredményeket.

- Megismertem a turbulencia modellezés alapjait, a különböző modelleket, kiemelt figyelmet fordítva a dolgozat során használt nagy örvény szimulációra, és az OpenFOAM nyílt forráskódú C++ eszköztár használatának alapjait, a különböző beállítások használatát.
- Irodalomkutatót végeztem lokálisan sűrített hálók használatáról, eredményességéről. A kiválasztott cikkek alapján azt a következtetést vonhattam le, hogy érdemes efféle hálókkal foglalkozni.
- Megismerkedtem a különböző turbulencia modellek OpenFOAM implementációjával és a csatornaáramlás beépített alappéldáját felhasználva összehasonlítást készítettem, hogy melyik modellel érdemes folytatni a vizsgálatokat. Ezek során a dinamikus Smagorinsky bizonyult a legalkalmasabbnak.
- Megismertem részletesen az OpenFOAM hálózási módszerét, majd hagyományos sűrítést használva készítettem összehasonlítást az egyes koordináta irányokba való sűrítések hatásairól, ez alapján finomítva az alaphálót, amelyből kiindultam a lokális sűrítés során.
- Kiválasztva az alaphálókat, azokból kiindulva elkészítettem a vizsgálni kívánt lokálisan sűrített hálókat.
- A hálókön futtatott szimulációk kiértékeléséhez saját MATLAB kódot készítettem, mivel a beépített kiértékelő program nem képes kezelni a lokálisan sűrített hálókat.
- Az eredményeket két módon értékeltem. Az első során egy ritka alapháló eredményeire való hatását vizsgáltam a lokális sűrítésnek kétféle alaphálóból kiindulva. Az eredmények alapján kijelenthető, hogy egy bizonyos cellaszámig azok javulnak, majd tovább sűrítve a hálót elkezdenek romlani.
- A második szempont során a lokális hálót összehasonlítottam hasonlóan sűrű hagyományos hálókkal, mely során egyértelműen kijelenthető, hogy az eredmények legalább olyan jók a lokálisan sűrített hálókön, mint a hagyományosakon, de több esetben még javultak is azokhoz képest, miközben kevesebb cellát tartalmaznak, így alacsonyabb az erőforrásigényük.

Hivatkozások

- [1] Ferziger, J.H., Computational methods for fluid dynamics, 3. kiadás, Springer, Berlin, 2002
- [2] Sagaut, P., Large Eddy Simulation for Incompressible Flows, 3. kiadás, Springer, Németország, 2006
- [3] Iwamoto, K., Database of Fully Developed Channel Flow, University of Tokyo, Tokyo, Japán, 2002. június, <http://www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp/DNS/ILR-0201.pdf>
- [4] Davidson, L., Fluid mechanics, turbulent flow and turbulence modeling, Chalmers University of Technology, Göteborg, Svédország, 2012. március 12., http://www.tfd.chalmers.se/~lada/postscript_files/solids-and-fluids_turbulent-flow_turbulence-modelling.pdf
- [5] Pope, S. B., Turbulent Flows, Cambridge University Press, Nagy-Britannia, 2000
- [6] Jones, W. P., Launder, B. E., The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence, International Journal of Heat and Mass Transfer, 15. kiadás, 301-314. oldal, 1972. február, <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0017931072900762>
- [7] Wilcox, D.C., Re-assessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models, AIAA Journal, 26. kötet, 11. kiadás, 1299-1310. oldal, 1988
- [8] Menter, F. R., Zonal Two Equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flows, AIAA Paper 93, 2906. cikkszám, 1993
- [9] Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi, W., Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulent Closure, Journal of Fluid Mechanics, 68. kiadás, 3. szám, 537-566. oldal, 1975, <http://ziggrid.com/bala/Misc/Reynolds-stress-closure-Launder-Reece-Rodi.pdf>
- [10] Spalart, P. R., Allmaras, S. R., A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows, AIAA Paper 92, 0439. cikkszám, 1992
- [11] Smagorinsky, J., General Circulation Experiments with the Primitive Equations, Monthly Weather Review 91 (3), 99 – 164. oldal, 1963., http://champs.cecs.ucf.edu/Library/Journal_Articles/pdfs/General%20circulation%20experiments%20with%20the%20primitive%20equations,%20I.%20The%20basic%20experiment.pdf
- [12] Germano, M., Piomelli U., Moin, P., Cabot, W. H., A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, Physics of Fluids A 3 (7), 1760-1765. oldal, 1991
- [13] Lilly, D. K., A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method, Physics of Fluids A 4 (3), 633–636. oldal, 1992, http://agarbaruk.professorjournal.ru/c/document_library/get_file?p_l_id=209298&folderId=252755&name=DLFE-7074.pdf
- [14] Meyer, M., Hickel, S., Adams, N., Assessment of Implicit Large-Eddy Simulation with a Conservative Immersed Interface Method for turbulent cylinder flow, International Journal of Heat and Fluid Flow 31, 368–377 oldal, 2010, <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0142727X10000597>

- [15] Kravchenko, A., Moin, P., Numerical studies of flow over a circular cylinder at $Re_D = 3900$, *Physics of Fluids* 12, 403 – 417. oldal, 2000.,
<http://www.csc.kth.se/~jhoffman/archive/papers/KravchenkoLESCC2000.pdf>
- [16] Hartmann, D., Meinke, M., Schröder, W., An adaptive multilevel multigrid formulation for Cartesian hierarchical grid methods, *Computers & Fluids*, 1–51. oldal, 2008,
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045793007002010>
- [17] Kim, J., Kim, D., Choi, H., An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries, *Journal of Computational Physics* 171, 132 – 150. oldal, 2001,
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999101967786>
- [18] Tseng, Y.-H., Ferziger, J., A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry, *Journal of Computational Physics* 192, 593-623. oldal, 2003,
<http://efdl.as.ntu.edu.tw/research/papers/JCP03GCIBM.pdf>
- [19] Stiebler, M., Krafczyk, M., Freudiger, S., Geier, M., Lattice Boltzmann large eddy simulation of subcritical flows around a sphere on non-uniform grids, *Computers & Mathematics with Applications* 61, 3475–3484 oldal, 2011,
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0898122111002264>
- [20] Sherer, S. E., Visbal M. R., Multi-resolution implicit large eddy simulation using a high-order overset-grid approach, *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 55, 455-482. oldal, 2007
- [21] Kang, S., Iaccarino, G., Ham, F., Moin, P., Prediction of wall-pressure fluctuation in turbulent flows with an immersed boundary method, *Journal of Computational Physics* 228, 6753–6772 oldal, 2009,
http://www.stanford.edu/group/uq/pdfs/journals/jcp_ib09.pdf
- [22] Kim, J., Moin, P., Moser, R. D., Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number, *Journal of Fluid Mech.* 177, 133–166. oldal, 1987,
<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.147.3090&rep=rep1&type=pdf>
- [23] de Villiers, E., The Potential of Large Eddy Simulation for the Modeling of Wall Bounded Flows, Imperial College of Science, Technology and Medicine, 2006
- [24] Penttinen, O., A pimpleFoam tutorial for channel flow, with respect to different LES models, Chalmers University of Technology, 2011. november 4.,
http://www.tfd.chalmers.se/~hani/kurser/OS_CFD_2011/OlofPenttinen/projectReport.pdf
- [25] Olesen, H. R., Computing Hit Rate, Aarhus University, Dánia, 2007. február,
<http://www.harmo.org/kit/Download/HitRateGuide.pdf>

Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani konzulensemnek, Hernádi Zoltánnak a szakmai segítségért, ötletekért és kitartásért, továbbá köszönettel tartozom az Áramlástan Tanszéknek, hogy a tanszéki számítógép-cluster segítségével lefuttathattam a szimulációimat.