

Réz István

Speciális algoritmusok fejlesztése színes moire képek feldolgozására

2012

Szerző: Réz István

Budapesti Műszaki- és Gazdaságtudományi Egyetem

Mechatronika, Optika és Gépészeti Informatika Tanszék

Mechatronikai mérnöki szak ezen belül Optomechatronikai szakirány

IV évf.

Témavezető: dr. Antal Ákos adjunktus

Tartalomjegyzék:	1
1. Bevezetés	4
2. Célkitűzés	5
3. Elméleti áttekintés	6
3.1 Soft Computing (lágyszámítástudomány)	6
3.2 Fuzzy elmélet	6
3.3 A moiré jelenség	7
3.3.1 A moiré szó eredete	8
3.3.2 A moiré technológia fejlődése	8
3.3.3 A moiré jelenség létrejöttének osztályozása	8
3.4 A projekciós moiré berendezés felépítése	9
3.5 Az árnyék moiré berendezés felépítése	9
3.6 A színes moiré	11
4. Fuzzy alapfogalmak	16
4.1 Fuzzy relációk	24
4.2 Fuzzy szám	29
4.3 Nyelvi-, lingvisztikai változók	30
4.4 A fuzzy függvények	31
4.5 Következtetés, implikáció	32

5. Algoritmusom ismertetése és elvi megfontolásai	34
5.1 Egy moirécíki gerincének meghatározása és kiértékelése	34
5.1.1 A moirékép beolvasása, kódolása és a vágási művelet	34
5.1.2 Egy moirésáv gerincének egy pontjának megtalálása	36
5.1.3 Egy moirésáv gerincének a lekövetése és leírása	37
5.1.4 A teljes moirékép feldolgozása	42
5.1.4 A digitális 3D generálás	43
5.2 Folyamatábra	44
5.3. Gyakorlati megvalósítás	46
5.3.1 A teljes mintavételezés és képhelyes mátrix létrehozása	47
5.3.2. A vágás és az automatikus RGB arány keresés	52
5.3.3. A moirécíki keresés és a köztes mátrix létrehozása	56
5.3.4. A moirécíkok gerincének-, és a felületi merőlegesek definiálása	58
6. Megállapítások	61
7. A továbblépés lehetőségei	62
8. Köszönetnyilvánítás	63
9. Irodalomjegyzék	64
10. Függelék	68

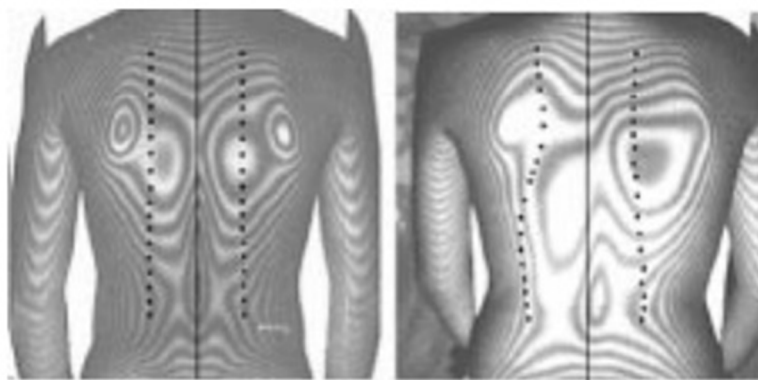
1. Bevezetés:

A **dolgozatom témája**, hogy színes moiré képeket új típusú, fuzzy logikát felhasználó algoritmusokkal dolgozzak fel. Igény van a moiré képek feldolgozására és kiértékelésére, főleg az érintés mentes felület vizsgálatban, ezalatt mind az ipari mind az orvosi vonatkozásokra is gondolok. Egy jól képzett széles látókörű ortopéd orvos képes helyes diagnózist felállítani egy olyan betegről, akiről csak egy moiré technikával készített képe van, és személyesen sosem találkoztak. Több algoritmus és működő szoftver létezik már, melyek ezeket a képeket feldolgozzák, és képesek adott céloknak megfelelő döntéseket, méréseket végezni.

Tapasztalattal igazolható, hogy bizonyos esetben hagyományos képfeldolgozási módszerekkel az alaprácsok által generált alapjeltől az információt hordozó moirécsík nem különböztethető meg, viszont vizuálisan igen. Ez alapján feltételezhető, hogy az emberi észlelésre és agyi szintű képfeldolgozásra alapozott algoritmus ilyen esetekben is hatékony lehet. Szintén komoly probléma és megoldásra váró feladat a nem zárt és a besűrűsödő moirégörbék azonosítása, követése, azok képen belüli rendjének megállapítása.

Arra teszek kísérletet, hogy kifejlesszek egy fuzzy logikát követő moiré képfeldolgozó algoritmust.

Azért választottam ezt a témát, mivel ez egy olyan aktuális kutatási terület, amely megtetszett és érdekel. Remélem, sikerül lépéseket tennem a kutatásaim során ezen a területen.



1. ábra *Egy egészséges és egy gerincferdült hátról készített moiré kép, bár már mi is észrevesszük a különbséget a két hát között, de egy szakorvos pontos diagnózist tud felállítani ezekből*

2. Célkitűzés:

Dolgozatom célja, hogy egy egyszerű, gyors moiré képfeldolgozó algoritmust hozzak létre. A szakirodalom nem tesz említést a moiré képek új típusú (lágyszámítású) feldolgozásáról. Idetartozik a fuzzy elmélet, amely az emberi logikát hivatott modellezni.

Módszerem alapja, hogy a csíklokalizálás, színfelismerés és színsorrend azonosítás fuzzy döntési eljárásokon alapszik. Ezt felhasználva szeretném a felületet leírni.

3. Elméleti áttekintés

3.1 Soft Computing (lágy számítástudomány)

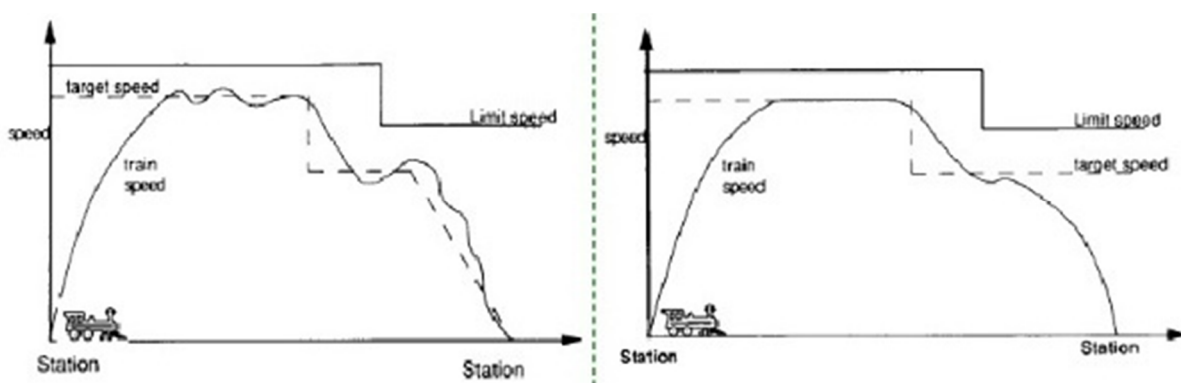
A szubszimbolikus módszerek gyűjtőfogalma, beletartozik a fuzzy logika, a neurális hálózatok és a genetikusan algoritmusok. [13]

3.2 Fuzzy elmélet

A téma egyik szülő atyjaként tekinthetünk **Lotfali A. Zadeh-re**, aki az 1965-ös Fuzzy sets című cikkében fektette le az alapokat. [1] Már előtte is utalt rendszerelméleti munkáiban a fuzzy-ságban rejlő potenciálra, de egyértelmű halmazelméleti definíciókat csak majd '65-ben publikált. A tudományos közösség szkeptikusan fogadta az új elméletet, sokan magkérdőjelezték létjogosultságát, és mind a mai napig ismeretlen sokak számára. E. H. Mamdani londoni professzor Zadeh kompozíciós követési szabályára alapozva építette meg az első fuzzy irányítású gőzgépes berendezést 1974-ben. [2] Az első ipari alkalmazása Dániában egy cementégetőben valósult meg. Japánban (Sendai) 1987-ben a Hitachi fejlesztésében 3 km-en át fuzzy irányítású metró vonal indult, ami napjainkra 15 km-re bővült. [12] 1984-ben alakult meg Tokióban a Nemzetközi Fuzzy Rendszer Szövetség (IFSA), majd Európában elindult az Észak-Rajna-Westfáliai Fuzzy Iniciatíva és a Dortmundi Fuzzy Demonstrációs Center. A fuzzy vezérlésre a legáltalánosabb példa a légkondicionáló rendszerek, hisz lehetetlen, hogy az egész szobában pont a megadott hőmérséklet legyen, adni kell neki egy „tűrést”. Szinte minden háztartási gépben, szórakoztató elektronikai és számítástechnikai készülékben benne vannak a fuzzy logikát használó energiatakarékos, intelligens chippek. Az USA-ban kezdetben főleg az űrkutatás és a hadiipar foglalkozott vele. Az Irak elleni „Sivatagi Vihar hadműveletben” a Patriot-rakéták célpont azonosítója egy zárt visszacsatolású fuzzy rendszer, amit a Missouri Egyetemen fejlesztettek J. Keller professzor vezetésével. [14] A fuzzy algoritmusok elterjedtek a pénzügyi előrejelzések, biztosítási kockázatok, kommunikáló robotok, vezető nélküli helikopterek... világában is. A számunkra izgalmas képfeldolgozásban csak az elmúlt évtizedben jelent meg, hisz a képfeldolgozó hardver, memória mostanra érte el azt a

szintet, hogy könnyedén képes ezeket kezelni. A 3D-t generáló programokban is jelen van az fuzzy logika. És nagyon jelentős eredmények vannak a mintafelismerés és a klaszterező fuzzy eljárások területén is. [13],[2], [20]

A fuzzy logika az egzakt és túldefiniált világból vezet vissza a valóságba. Az emberi gondolkozást veszi alapul, és önti matematikai formába. Az emberi gondolkozás nem precíz, de mégis megbízhatóan és gyorsan működik. Napjainkban is folynak a kutatások a gépjárművek automatizálására. Az ember a pontatlanságokkal, bizonytalanságokkal szemben toleráns, és képes döntéseket hozni, ezt modellezve jobb lesz a kapcsolat a valósággal, olcsóbb szerkezetekhez jutunk, és egyszerűbbé válik az irányítás, mégis pontosabban követi az alapjelet nagy túllendülések nélkül.



2. ábra, Hagyományos- és fuzzy irányítású rendszer összehasonlítása [21]

A fuzzy halmazokat elmosódott halmazoknak is szokás nevezni, mivel itt nincsenek merev határok. Egy informatikai feladatban nem csak 0 és 1 létezik, hanem a köztes értékek is, melyek tagsági függvények.

3.3 A moiré jelenség

Eltérő térfrekvenciájú periodikus struktúrák egymásra hatásának eredménye ez a jelenség, kvázi interferometrikus. Először Lord Rayleigh írta le 1874-ben ezt a jelenséget. A moiré jelenség az alapsíkkozatok egymásra hatásának eredményeként megjelenő moirécsíkokat jelenti, az alapsíkkozatok közül az egyik a vizsgálandó objektum egy adott állapotával van kapcsolatban, míg a másik egy ettől eltérő állapottal, egy referenciával. Az eredő csíkkozatokból következtethetünk a két állapot közötti eltérésre. Méréstechnikai felhasználása igen széles körű. Először Foucault

alkalmazta lencsék és optikai rendszerek vizsgálatára, amiben rácsokat használt fel. Righi tanulmányozta a két rácszat egymásra hatásából eredő fényeloszlást. Ronchi volt az első, aki a mai méréstechnikában használt elvek szerint a pontforrás és a vizsgált felület közé optikai rácsot helyezett. A felületen keletkező csíkozathból tudott következtetni az optika hibáira. Raman írta le matematikai formába öntve a jelenséget. Ezen elmélet az elmozdulásmérés és a mechanikai feszültségmérés irányába fejlődött tovább Theocaris és Patorski keze nyomán. [6]

Ezen technika napjainkban újra egyre jelentősebb kutatások tárgyává vált, mivel mostanra érték el a feldolgozórendszerek azt a teljesítményt, hogy érdemleges munkát tudjunk végezni. A méréstechnikai előnye abban rejlik, hogy érintésmentes és felületet károsító hatások nélkül tudjuk kivitelezni a mérést.

A moiré jelenséget felhasználhatják az elektron mikroszkópos vizsgálatok során is. [9] A gépi látás, felületmodellezés, automatikus gyártás, és egyéb ipari alkalmazásokban elengedhetetlen a háromdimenziós objektumok felületének mérése. [29]

3.3.1 A moiré szó eredete:

francia nyelvben keresendő, habos és láng mintát jelent, de az angora kecske gyapjút is a moaré szóval illetik, ami angolul mohair. [8]

3.3.2 A moiré technológia fejlődése:

A moiré topográfia a nagy múlttal rendelkezik. Az első lépés egy árnyék típusú volt 1970-ben Meadows [31] keze nyomán. A kontúr jobb meghatározása a projekciós eljárással vált lehetővé. [32] A reflexiós típus akkor alkalmazható, ha a vizsgált felület spektrálisan tükröző. [33] Mindegy, hogy melyik típust alkalmazzuk fontos, hogy legyen egy hatékony analízáló eszközünk, ami képes kinyerni a 3D információkat a moirérácsokból. Az 1980-as években a Fourier-transzformációt használták a moirésávok megtalálására. [34], [35] Az utóbbi időben a fázistolásos moiré eljárás vált elterjedté, mivel lehetővé tette az összetett csíkok mérési felbontásának növelését. [36], [37], [38], [39], [40], [41]

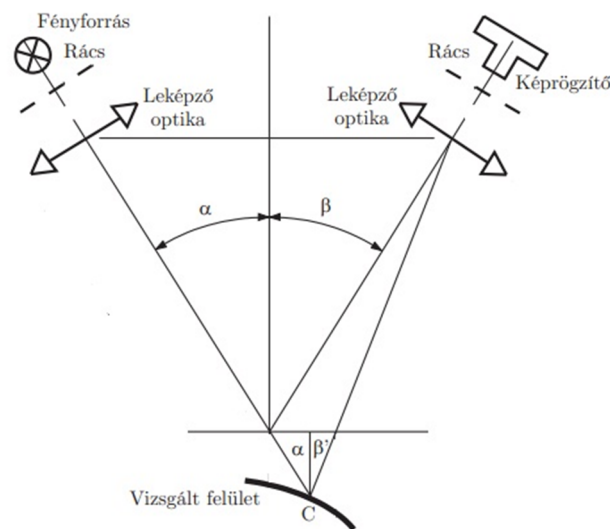
3.3.3 A moiré jelenség létrejöttének osztályozása:

G. Windisbauer 1981-es gráci Optics in Biomedical Sciences nemzetközi konferencián négy csoportba sorolta a moiré képet generáló eljárásokat.

1. Az első az árnyék moiré módszer,
2. a második a projekciós módszer,
3. a harmadik azon módszer, amikor az referencia rács a feldolgozó-/felvevőegységben kerül a képre, és
4. a negyedik, mikor a referencia rács szoftveresen a számítógép memóriájában adódik a képhez.

3.4 A projekciós moiré berendezés felépítése:

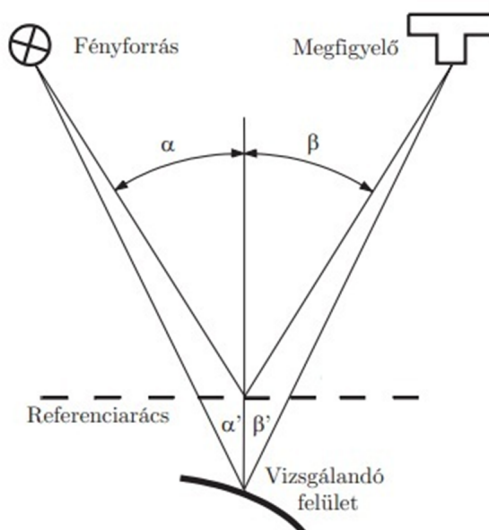
Egy pontszerű fényforrás elé egy optikai rácsot teszünk, ez lesz a vetítő- vagy alaprács. A vizsgált felületen megjelenik az alaprács mintázata, de a vizsgált felület egyenetlenségei deformálják azt. A képrögzítő analízator elé is elhelyezünk egy optikai rácsot, amelyet referencia- vagy vizsgálórácsnak nevezünk. A képrögzítő analízator leggyakrabban egy hagyományos CCD vagy CMOS rendszerű kamera. Az analízatoron egyszerre két csíkozat jeleneik meg, egyik az vetítórács másik a tárgy felületet borító alaprácszat képe. A két rácszat egymásra hatása hozza létre a moiré jelenséget. [20], [27], [28]



3. ábra, A projekciós módszer elrendezése [20]

3.5 Az árnyék moiré berendezés felépítése:

A pontszerű fényforrás és a vizsgált felület közé egy optikai rácsot teszünk. A felületre a rács mintázata árnyékot vet, és egy a felületet jellemző mintázat alakul ki. Egy megfigyelő vagy analízator számára a moiré jelenség úgy jön létre, hogy a felületre a rácson át tekint, és ennek következtében a felületről az árnyék minta és a rács hozza létre a jelenséget. A rács ebben az elrendezésben egyszerre a vetítő és a vizsgáló rács is. [20], [25], [26]



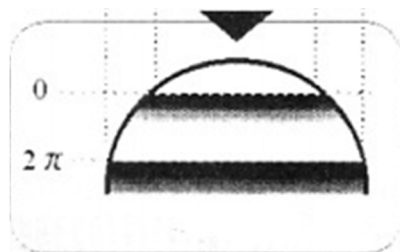
4. ábra, Az árnyék módszer elrendezése [20]

Az árnyék moiré módszer előnyös tulajdonságai abban rejlenek, hogy nagy a pontossága, és egyszerű elrendezésű, mivel a vetítő- és a feldolgozó rács ugyanaz az objektum. Hátránya, hogy korlátozott a mintadarab mérete, és a domborulat és homorulat megkülönböztetése nehézkes.

A projekciós elrendezésnél a tárgy mérete nagyobb lehet, az érzékenység beállítása rugalmasabb, de merev szabályok kötik a referencia rács elhelyezkedését.

Ha a referencia rács utólag kerül a képre, akkor a rács fázisa és elhelyezkedése, sokkal szabadabb. Hátrányuk a digitális opto-elektronikai egységek korlátaiból adódhatnak, bár napjainkra ez a hátrány szinte megszűnt. [8]

A „fekete-fehér” moiré módszerrel történő 3D feldolgozás is lehetséges. Naganuma és társai több árnyékos vetítéses moiré képből generálták le 3D-be a felületet. Árnyékosan vetített moiré képen a főcsíkok szélein megjelenő világosabb részt, árnyékot értem. [11]

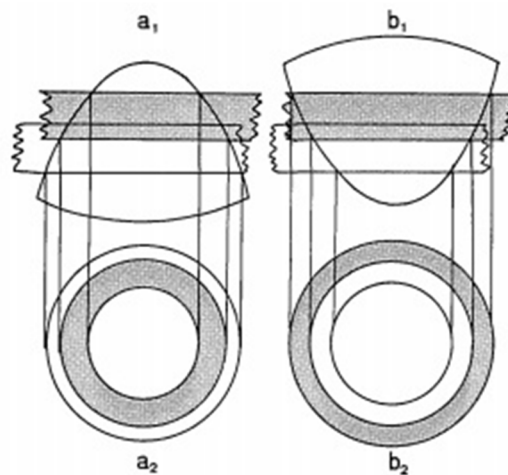


5. ábra, Az árnyékosan vetített moiré kép szemléltetése egy oldalnézeti képen [11]

Fontos megjegyezni, hogy a vizsgált felületnek Lambert felületnek vagy jó reflexiós tulajdonságúnak kell lennie. [10]

3.6 A színes moiré

A fekete-fehér moiré módszer esetleges hátránya abból ered, hogy a rendek sorrendje nem azonosítható be, amíg ez a színek alkalmazásával megoldhatóvá válik, ha a színekbe kódolt többlet információt helyesen dolgozzuk fel.



6. ábra, *Konvex, domború felület (a) és konkáv, homorú felület szemléltetése [45]*

A gyors 3D feldolgozó algoritmusok fázistolásos elvre épülnek. [41], [42], [43] Az alap elképzelés, hogy összehangoljuk az piros, kék, zöld –RGB rácsok széleit úgy, hogy a három elkülönített moirécsíknál $\pi/3$ -nyi legyen a fáziskülönbség. A színes moiré technika lehetővé teszi, hogy egyetlen képen jelenjen meg a három, fázisban eltolt moirécsík. Fontos, hogy jól elkülöníthető színeket használjuk, különben a mérési pontosság lecsökken.

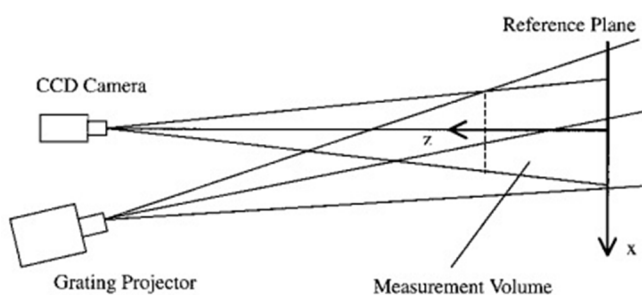
A színes moiré jelenséggel már mindannyian találkozhatunk, vagy találkoztunk is, amikor egy filmben a finom mintázatú ruhákat a monitor zavarosan tudja csak megjeleníteni, vagy amikor egy nyomtató rosszul illesztett feje moiré képet hoz létre. A video moiré jelenség a legnagyobb frekvenciájú jelek esetén jelenhet meg, ha eléri a Nyquist frekvenciát. Ennek a szűrésére több

eljárás is létezik, Hentscel egy adaptív Nyquist frekvenciás szűrőt ismertet CRT monitorok szűrésére. [4] A zavaró hatások elnyomására már a video camerában is van lehetőség. [5]

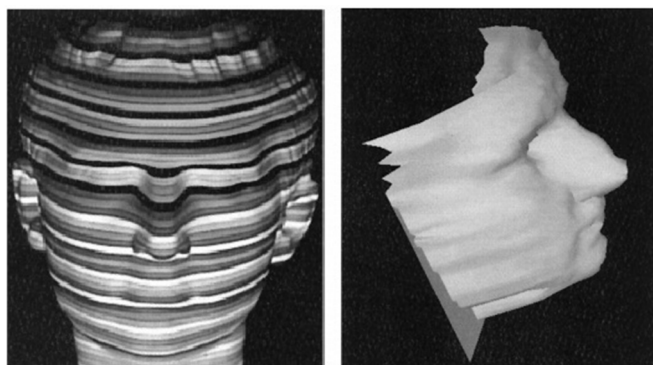
Felvázolnék egy fázistolásos elvre épült. A vetítő egység oldalán egy vörös, zöld és kék csíkokból álló alaprács, míg az analizátor oldalán egy hagyományos fekete-fehér referenciarács található. RGB azonos fázisértékkel lépésenként vannak eltolva egymáshoz képest. A mérés során a színes rácsokat úgy mozgatják, hogy három különböző fázishelyzet jelenjen meg ugyanott. [10] A három kép feldolgozásával előállítható egy 3D felületi modell. Nem sokkal később Jeong is ajánl egy hasonló eljárást. [15] [17]

Létezik olyan eljárás is, ahol az RGB szín információkat a felületről úgy nyerjük ki, hogy az analizáló oldal elé színszűrőket helyezünk (pirosat, kéket, zöldet), és ezeken át egy fekete-fehér CCD kamerával fotózunk. Három különböző képet kapunk, amelyeken az adott színhez tartozó intenzitás eloszlás látható, ezeket, ha megtöltjük színnel és fedésbe hozzuk egymással, azaz szuperponáljuk, akkor megjeleníthetővé válik a felület színes képeként is. A moiré jelenség úgy állítható elő, ha ez első szűrt képből le kell vonni a másodikat, ezzel a művelettel kialakul a moiré jelenség a képen. Tudjuk, hogy a fázis különbségekből megállapítható a térbeliség, ezért van szükség a harmadik képre. Hu [30] ezt a technológiát egy árnyék moirés képen alkalmazta

Liu [29] a vetítő oldalon nyolc színt különböző kombinációkban tartalmazó párhuzamos rácsozatot - ~4mm vastag - alkalmaz és egy színes CCD kamerát. A vetítés nem merőleges a felületre, ezért a felületre érve a felülettől függően deformálódik. Minden színhez egy logikai állapotot rendel, a térbeliség meghatározása innen már a szoftver dolga.



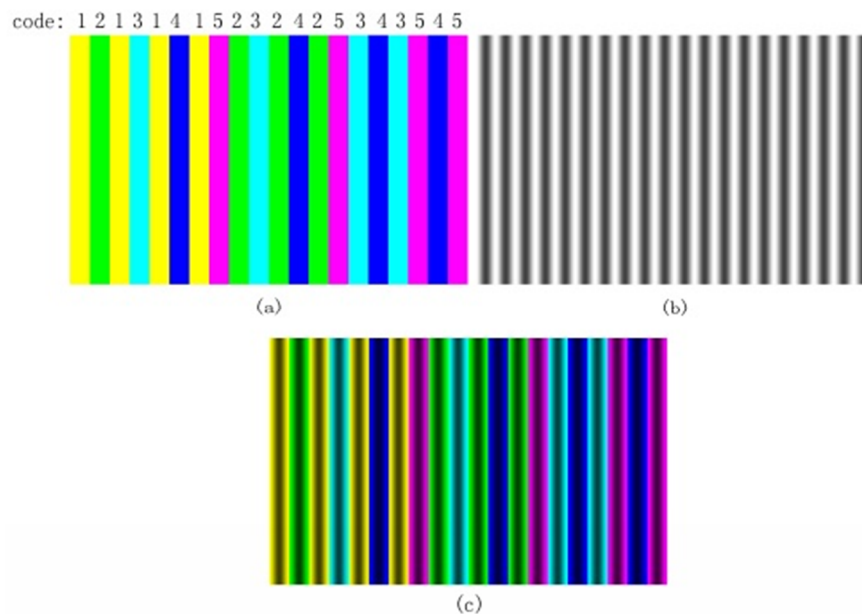
7. ábra, A vetítés sematikus ábrája



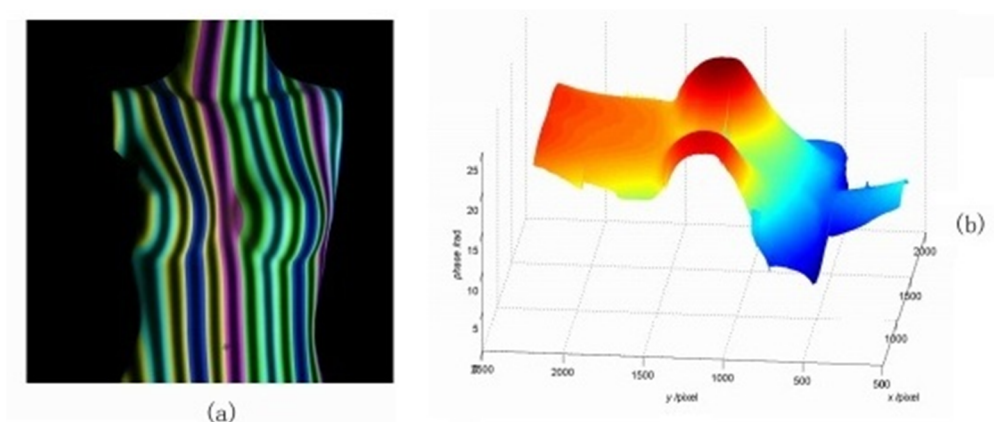
8. ábra, A deformált csíkozat egy arcon és az ebből generált 3D modell

Jeong 2002-es cikkében a csíkok rögzítésére egy időintegráló moiré vetítéses módszerrel állt elő, amely a feldolgozási oldalról egy fázistolásos módszer. Ezzel a módszerrel kapott minták a vetítőrács forgatásával nagyban javítják azt. [41]

A „domborzat” feltérképezésére, azaz a térbeliség meghatározására Chen és társai egy hibrid eljárást javasolnak, ami alapjaiban egy vetítéses eljárás, aminek lényege, hogy a vetítőrács párhuzamosan egymással érintkező színszűrőkből épül fel. A referenciarácson párhuzamosan elhelyezett fekete-fehér szinuszos intenzitás eloszlás van felfestve. . A keletkező színes moirécsíkokban lévő színsorrendből következtetnek a vizsgált felület alakjára. [16]



9. ábra, a vetítő rács mintázat (a.), a referencia rács mintázata (b.) a kettőnek az eredménye a színes moiré jelenség (c.)[16]

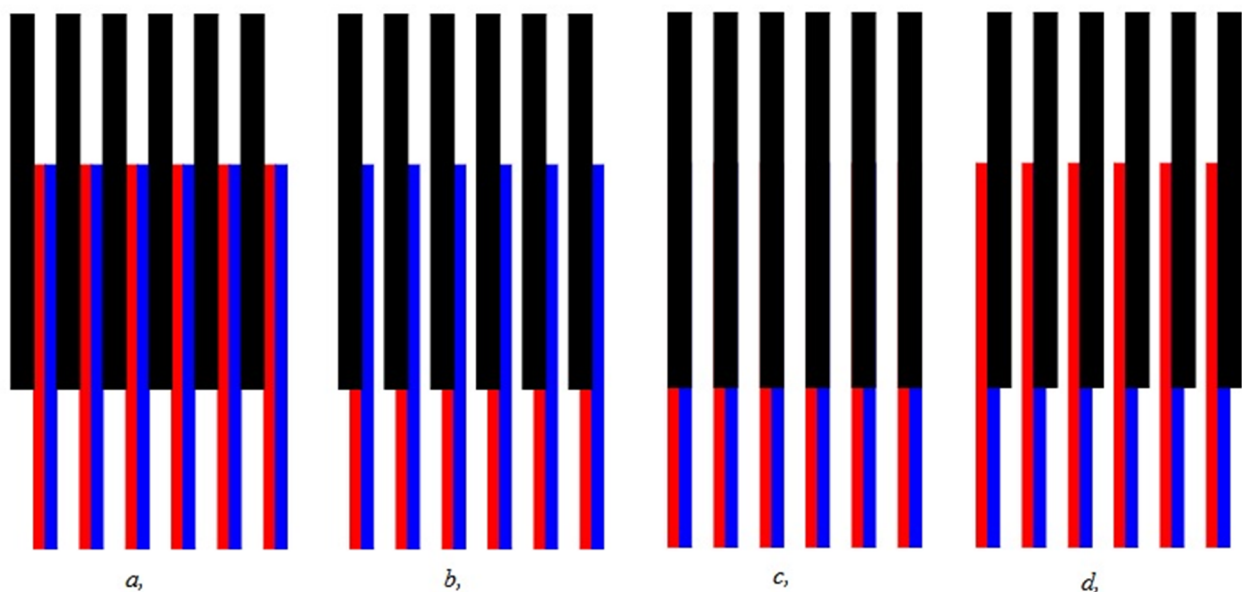


10. ábra, Egy nőről készített moiré kép (a), feldolgozás után 3D-s modell[16]

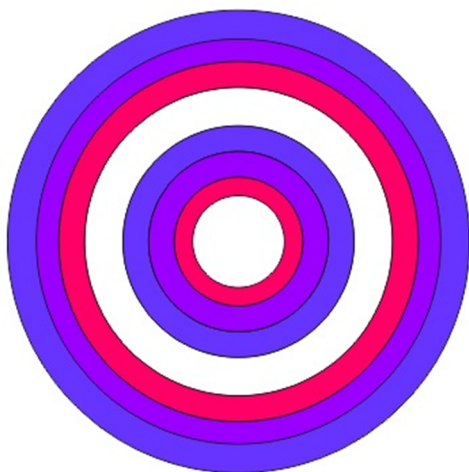
A színes moiré kép létrehozása történhet más vetítéses módszerrel, [7] például a moiré kép feldolgozása történhet RGB, vagy CMYK alapokon is. [8] A 3D elemzésben és feldolgozásban egy reflexiós módszer matematikai megfontolásait ismerteti Inagaki. [10]

Léteznek, olyan moiré módszerek, amelyek két eltérő színű fényforrást javasolnak [29] és olyan is, ahol két színű moiré leképezést. [45]

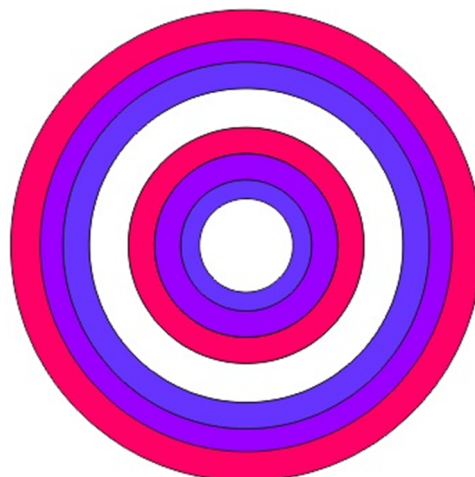
Wenzel alapgondolatán elindulva Antal és Paveleva megalkottak egy színes moiré alkalmazást, ami a vetítő oldalon egy kétszínű színes rácsot alkalmaznak egy perióduson belül aszimmetrikus elrendezésben (egy sáv vastagság $k - 1$. k részen piros, 2. k részen kék, 3.- és 4. k részeken átlátszó – 4 db k épít fel egy periódust), és ezt vetítik a vizsgálandó felületre. Az analizáló oldalon fekete-fehér szűrők, illetve a színes vetítő rácsokkal való kapcsolat hozza létre a moiré jelenséget. A keletkező színes moirécsíkokban lévő színsorrendből következtetnek a vizsgált felület alakjára. A színekből kiolvasható a felület identifikációja. [24], [20]



11. ábra, színes moiré vetítőrácscok fekete-fehér vizsgálórácscsal [24], [18], ha (a) eset áll fenn, akkor sötét lila színt látunk, ha (b), akkor szürkés-kék, ha (c), akkor szürkés színeket, ha viszont (d), akkor rózsaszínt

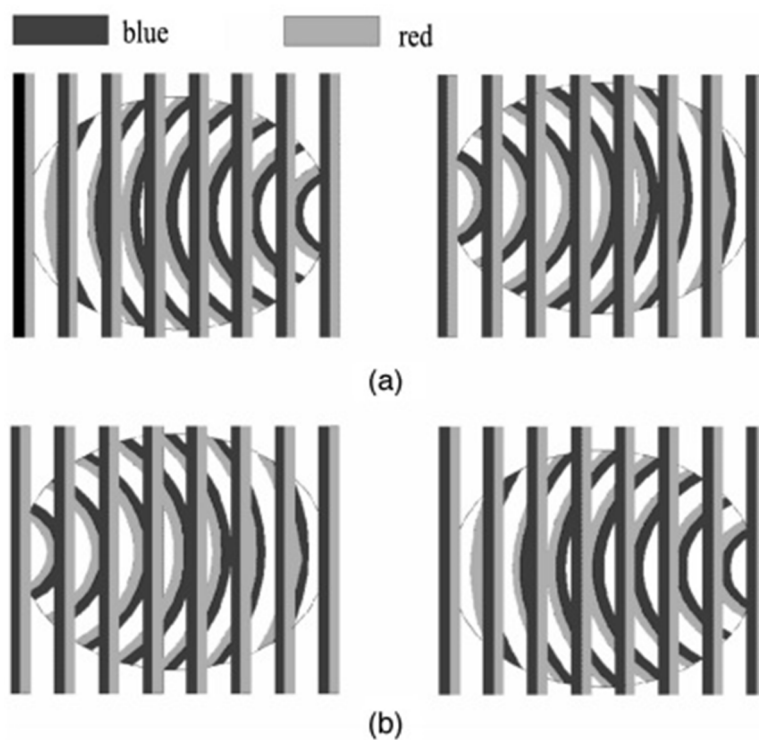


12. ábra, *Konkáv felület színes moiré
leképezése [24] – szürkéskék, lila,
rózsaszín - kombináció*



13. ábra, *Konvex felület színes moiré
leképezése [24]*

A színsorrend és az analizátorban megjelenő mintázat is nagyban függ a vetítés irányától. A vetítő egység jobbra és balra is lehet az optikai tengelyhez képest, a különbséget a 14. ábra mutatja be.



14. ábra, *(a) részben egy konvex és egy konkáv felület látszik
baloldali vetítéssel készítve, a (b) pedig jobb oldali elrendezéssel
készült [24]*

4. Fuzzy alapfogalmak

Úgy hiszem ezeket célszerű kellően részletesen ismertetnem, mivel a fuzzy logika egy olyan téma, amely kívül esik a hétköznapi ismeretbázison. Sokan nem is hallottak még róla, másoknak sejtései vagy téves információi vannak. Sőt a szakirodalomban sok esetben eltérő elnevezéseket, definíciókat kapcsolnak ugyanazon dologhoz. Én Retter Gyula [2], Kóczy T. László [20] műveit és a lentebb leírt szakirodalmi forrásokat [23], [1], [13] veszettem alapul a dolgozatomhoz. Az itt leírtakat használom fel majd a továbbiakban a korábban megadott jelölésekkel.

A hagyományos halmazelmélet kiterjesztéseként tekinthetünk a **fuzzy halmazelméletre**, mivel itt a halmaz elemeinek részleges hozzátartozás is meg van engedve, amelyet a **tagsági függvény** - $\mu_A(x)$ – **karakterisztikus függvény** - mutat meg. Azaz klasszikus esetben az **alaphalmaz** egy eleme vagy hozzátartozik, vagy sem a halmazhoz, a karakterisztikus függvény csak két értéket - 0, 1 – vehet fel. A fuzzy halmazok életlenek, az elemek hozzátartozása változó mértékű. A tagsági függvény értékkészlete 0 és 1 és a köztük lévő valós számok. A halmaz minden x elemének van egy saját tagsági értéke, ennek leírása **rendezett párral** történik: $(x, \mu_A(x))$, más néven szingletonokkal, ahol az x elem van elől, és azt követi az A -ban lévő - $\mu_A(x)$ – tagsági függvénye.

Definíció: Legyen X az x elemek egy alaphalmaza, $\mu_A(x)$ pedig legyen az A alaphalmaznak egy a $[0,1]$ egységinterválumban értelmezett függvénye a valós tengely mentén.

$$\mu_A(x); X \rightarrow [0,1]$$

Ekkor az $(x, \mu_A(x))$ párok alábbi összességét

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X, \mu_A(x) \in \mathbb{R}\}$$

egy **Fuzzy halmaznak** nevezzük X -en.

Jelölési módok:

A fuzzy halmaz klasszikus írásmódja az elemek felsorolásával:

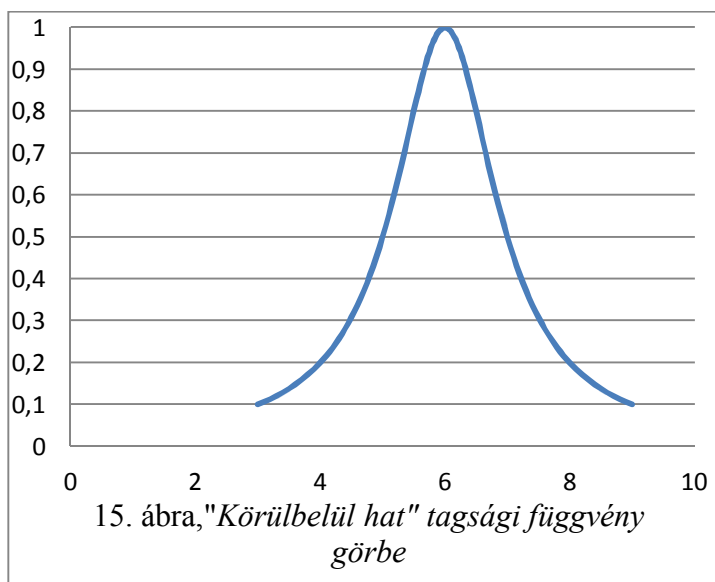
$$A = \{(x_1, \mu_A(x_1)), (x_2, \mu_A(x_2)), \dots, (x_n, \mu_A(x_n))\}$$

Véges fuzzy halmazok vektor jelöléssel: (pl.: majdnem tíz)

$\mu_A(x)$	0	0,3	0,7	1	0,7	0,3	0
x	7	8	9	10	11	12	13

Leírás és ábrázolás μ_A tagsági függvénnyel pl.: majdnem 6, $A \approx 6$, aminek a kiterjesztése lehet

$$A = \frac{1}{1 + (x - 6)^3}$$



Zadeh jelölése szerint,[23] ha x folytonos, akkor A -t rendszerint az alábbi alakban írjuk:

$$A = \int_x \frac{\mu_A(x)}{x}$$

Ahol az integrál jel a szingletonok összességét, unióját jelöli a $\mu_A(x)$ velük asszociált tagsági függvényértékekkel. A tört jel pedig az összetartozást jelenti.

Zadeh nyomán, [23] ha X diszkrét:

$$A = \sum_{x \in X} \frac{\mu_A(x)}{x}$$

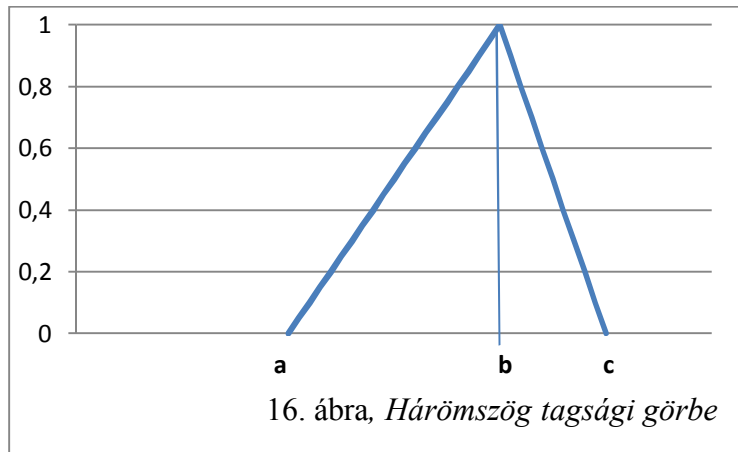
Ahol a summa jel a szingletonok unióját jelöli.

Gyakori tagsági függvény típusok:

A gyakorlatban legtöbbször egyszerű alakú tagsági függvénygörbéket használunk. Sok alkalmazásán megfelel az egyenes szakaszokból alkotott „sarkos” $\mu_A(x)$ függvénygörbe.

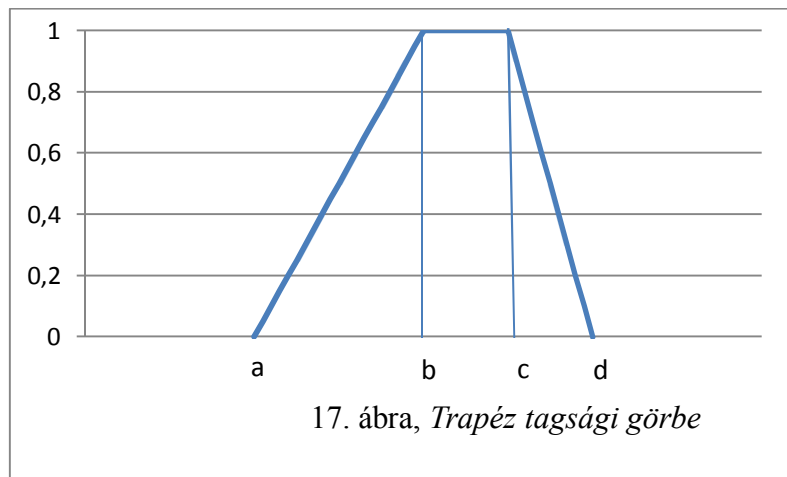
A **háromszög** tagsági görbe három paraméterrel $\{a, b, c\}$ meghatározva:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{ha } a \leq x \leq b \\ \frac{b-x}{c-b}, & \text{ha } b \leq x \leq c \\ 0, & \text{ha } c \leq x \end{cases}$$



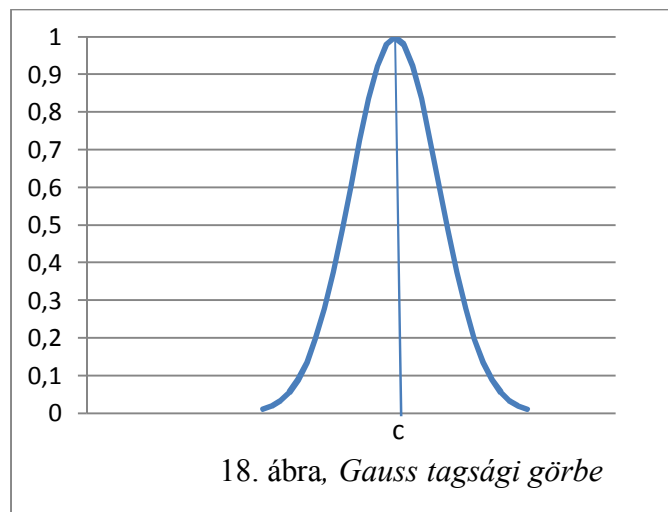
Egy **trapéz** tagsági görbét a „tető” szélességét megadó új paraméterrel $\{a, b, c, d\}$ lehet definiálni.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{ha } a \leq x \leq b \\ 1, & \text{ha } b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & \text{ha } c \leq x \leq d \\ 0, & \text{ha } c \leq x \end{cases}$$



A **Gauss** tagsági függvényt két paraméter – a görbe középpontja c , és a szélességet megadó szórás σ - határozza meg:

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2}$$

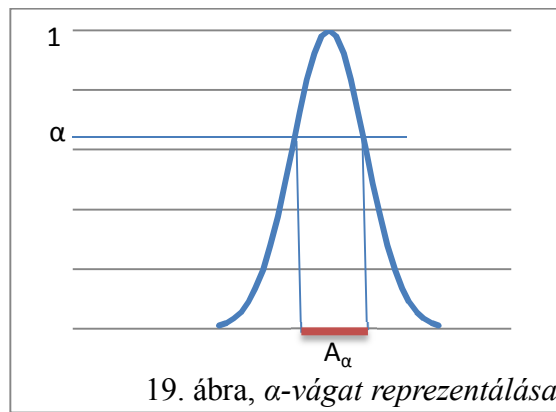


A **harang** tagsági függvény:

$$\mu_A(x)_h = \frac{1}{1 + \left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}}$$

α -vágat: definíció: Egy A fuzzy halmaz α -vágata egy olyan A_α éles halmaz, amely X mindazon elemeit tartalmazza, amelyekhez A -nak α -nál nagyobb, vagy azzal egyenlő tagsági függvényértékei tartoznak, azaz

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$$



Minden fuzzy halmaz előállítható α -vágataiból, ez a **dekompozíciós tétel**.

Definíció: Konvex: Egy A fuzzy halmazt konvexnek nevezünk akkor, és csak akkor, ha annak A_α α -vágatai bármely α -ra a $[0,1]$ intervallumban konvexek. Az A_α α -vágat konvex, ha magát az x tengelyre egy összefüggő intervallumként képezi le, más esetben A_α (és ezáltal A is) nem konvex.

Műveletek fuzzy halmazokkal:

Két halmaz egyenlő, ha mindkettő ugyanazokat az elemeket tartalmazza, a **fuzzy halmazok egyenlősége** annyiban mutat túl ezen, hogy a elemek tagsági függvényeinek is meg kell egyezniük.

$$A \equiv B \text{ ha } \mu_A(x) = \mu_B(x) \text{ minden } x \in X \text{ - re}$$

Részhalmaz: B tartalmazza A -t, $A \subseteq B$, akkor és csak akkor, ha

$$A \subseteq B \text{ ha } \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \text{ minden } x \in X \text{ - re}$$

Valódi részhalmaz jele $\subset$ és ilyenkor $\mu_A(x) < \mu_B(x)$.

Definíciók: Az A halmaz **sztenderd komplementuma** egy $\bar{A}$ fuzzy halmaz X -ben, melynek tagsági függvénye:

$$\bar{A}: \mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

A és B **sztenderd uniója** – jelölése: $A \cup B$ – egy fuzzy halmaz X -ben – közös alaphalmazban – amelynek tagsági függvénye:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

A és B **sztenderd metszete** – jelölése: $A \cap B$ – egy fuzzy halmaz X -ben – közös alaphalmazban – amelynek tagsági függvénye:

$$C = A \cap B = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

Megemlítem, hogy az a C halmaz, mely tartalmazza A és B maximumát/minimumát, akkor az a sztenderd unióját/metszetét is tartalmazza. A és B maximuma/minimuma a legkisebb/legnagyobb olyan fuzzy, amely tartalmazza/metszetét képi A -nak és B -nek.

Az unió és metszet műveletekre igaz, hogy kommutatívak, asszociatív... $A \cap A = A$... és a többi hagyományos halmaz elméleti szabály kivéve ezt a kettőt:

$$A \cap \bar{A} = 0 \quad \text{és} \quad A \cup \bar{A} = X$$

A **t és s normák** nem meghatározott konkrét műveletek, mindazon kapcsolódásoknak a feltételrendszereként értendők, amelyek a t és s normák által megkövetelt tulajdonságokkal bírnak.

Fuzzy komplementum: Legyen $c: [0,1] \rightarrow [0,1]$ egy leképezés, amely az A fuzzy halmaz tagsági függvényét A komplementumává transzformálja:

$$c[\mu_A(x)] = \mu_{\bar{A}}(x)$$

Ennek a leképezésnek két követelménye van:

Axioma1: Határfeltételek: $c(0)=1$ és $c(1)=0$

Axioma2: Monotonitási feltétel: Minden $\mu_A(x), \mu_B(x) \in [0,1]$ -re, ha $\mu_A(x) < \mu_B(x)$, akkor $c[\mu_A(x)] \geq c[\mu_B(x)]$

A Yager osztály elemei kielégítik a fent leírtakat ($w \in R^+$ tetszőlegesen választható paraméter):

$$c_w = (1 - \mu_A(x)^w)^{\frac{1}{w}}$$

A fuzzy unió, más néven s-normák: Legyen $c: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ – ahol x a Descartes-szorzat régi nevén a karteziánus szorzat jele - egy olyan leképezés, amely A és B fuzzy halmazok tagsági függvényeit A és B uniójának tagsági függvényeivé transzformálja:

$$s[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_{A \cup B}(x)$$

A leképezés követelményei:

Axioma1: Határfeltételek: $s(1,1)=1$ és $s(0, \mu_A(x))=s(\mu_A(x),0)=\mu_A(x)$

Axioma2: Kommutativitás: $s(\mu_A(x), \mu_B(x))=s(\mu_B(x), \mu_A(x))$

Axioma3: Monotonitási: $\mu_A(x) \leq \mu_A(x)'$ és $\mu_B(x) \leq \mu_B(x)'$ akkor $s[\mu_A(x), \mu_B(x)] \leq s[\mu_A(x)', \mu_B(x)']$

Axioma4: Asszociativitás: $s[s[\mu_A(x), \mu_B(x)], \mu_C(x)] = s[\mu_A(x), s[\mu_B(x), \mu_C(x)]]$

A Yager s-norma kielégíti a fent leírtakat ($w \in \mathbb{R}^+$ tetszőlegesen választható paraméter):

$$s_w(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \min \left[1, (\mu_A(x)^w + \mu_B(x)^w)^{\frac{1}{w}} \right]$$

Dombi-féle s-norma: $\lambda \in (0, \infty)$

$$s_\lambda(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \frac{1}{1 + \left[\left(\frac{1}{\mu_A(x)} - 1 \right)^{-\lambda} + \left(\frac{1}{\mu_B(x)} - 1 \right)^{-\lambda} \right]^{\frac{1}{\lambda}}}$$

A fuzzy metszet, más néven t-normák: Legyen $c: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ egy olyan leképezés, amely A és B fuzzy halmazok tagsági függvényeit A és B metszetévé transzformálja:

$$t[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_{A \cap B}(x)$$

Axioma1: Határfeltételek: $t(0,0)=0$ és $t(1, \mu_A(x))=t(\mu_A(x),1)=\mu_A(x)$

Axioma2: Kommutativitás: $t(\mu_A(x), \mu_B(x))=t(\mu_B(x), \mu_A(x))$

Axioma3: Monotonitási: $\mu_A(x) \leq \mu_A(x)'$ és $\mu_B(x) \leq \mu_B(x)'$ akkor $t[\mu_A(x), \mu_B(x)] \leq t[\mu_A(x)', \mu_B(x)']$

Axioma4: Asszociativitás: $t[t[\mu_A(x), \mu_B(x)], \mu_C(x)] = t[\mu_A(x), t[\mu_B(x), \mu_C(x)]]$

A Yager s-norma kielégíti a fent leírtakat ($w \in \mathbb{R}^+$ tetszőlegesen választható paraméter):

$$t_w(\mu_A(x), \mu_B(x)) = 1 - \min \left[1, ((1 - \mu_A(x))^w + (1 - \mu_B(x))^w)^{\frac{1}{w}} \right]$$

Dombi-féle t-norma: $\lambda \in (0, \infty)$

$$t_\lambda(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \frac{1}{1 + \left[\left(\frac{1}{\mu_A(x)} - 1 \right)^\lambda + \left(\frac{1}{\mu_B(x)} - 1 \right)^\lambda \right]^{\frac{1}{\lambda}}}$$

Tagsági függvénymódosítások: Koncentráció: Definíció: Legyen A egy fuzzy halmaz X alaphalmazon, ekkor a con_n koncentrációs – erősítő, intenzifikáló – operátorral hatványozás révén előálló fuzzy halmazt A koncentrációjának nevezzük.

$$con_n A \{ (x; [\mu_A(x)]^n) \mid x \in X \}$$

Az A fuzzy halmazból a **dilatáció**s (gyengítő) operátorral, gyökvonással előállított fuzzy halmazt A dilatációjának nevezzük.

$$dil_n A \{ (x; \sqrt[n]{\mu_A(x)}) \mid x \in X \}$$

A koncentrációtól a fuzzy tagsági függvény a nagy tagsági értékek körül erőteljesen lesz jelen. A dilatáció a koncentráció „inverz” művelete, a hatás ellentétes, amit gyökvonással érünk el.

Kontraszterősítés: Itt a 0,5-nél kisebb tagsági értékeket csökkentjük, míg a felette levőket erősítjük a fentebb bemutatott operátorok segítségével. Jelölése: $Int_n A$

Fuzzysítás: E művelet „inverze” az előzőnek, a 0,5-nél kisebb tagsági értékeket növeljük, míg a felette levőket csökkentjük. Jelölése: $Fuzz_n A$

Algebrai szorzat és algebrai összeg:

$$alg_{t, szorzat}[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$$

$$alg_{s, összeg}[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$$

Algebrai t- és s hányados:

$$quo_t[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \frac{\mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}{\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}$$

$$quo_s[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \frac{\mu_A(x) + \mu_B(x) - 2 \cdot \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}{1 - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}$$

4.1 Fuzzy relációk

A fuzzy algoritmusok alapvetően Ha-Akkor szabályokból és azok összességéből állnak. Mivel a szabályok és a következmény részei eltérő alaphalmazokon vannak definiálva, a szabályok matematikai formában relációkat alkotnak. Hogy eltérő alaphalmazon definiált halmazokat össze lehessen kötni, a Descartes-szorzatra van szükségünk.

Descartes-, karteziánus- vagy direkt szorzat: Két tetszőleges x, y rendezett párt alkot, ha egyértelműen meg van határozva, melyik az első, és melyik a második. Ennek analógiája rendezett hármas, rendezett négyes, ... rendezett n -es. Ha:

$$(x, y) \neq (y, x), \text{ ha } x \neq y$$

$$(x, y) = (a, b), \text{ ha } x = a \wedge y = b$$

Definíció: az $A_1, \dots, A_n$ éles halmazok Descartes-szorzata $A_1 \times \dots \times A_n$

$$A_1 \times \dots \times A_n = \{(x_1, \dots, x_n) \mid x_i \in A_i\}$$

$A_1, \dots, A_n$ halmazok elemeinek valamennyi kombinációjából összeállított rendezett n -eseket kell képezni. Ha az $A_1, \dots, A_n$ halmazokat az $X_1, \dots, X_n$ alaphalmazok részhalmazainak tekintjük a $\mu_1(x_1), \dots, \mu_n(x_n)$ karakterisztikus függvényekkel, akkor a Descartes-szorzat $\mu_k(x_1, \dots, x_n)$ karakterisztikus függvényét a következő módon lehet megadni:

$$\mu_k(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{ha } \mu_1(x_1) = \dots = \mu_n(x_n) \\ 0, & \text{minden más esetben} \end{cases}$$

A Descartes-szorzat nem kommutatív, nem asszociatív, de az unió műveletre disztributív.

A klasszikus relációkat a Descartes-szorzat részhalmazaként értelmeztük, ezt a megfogalmazást közvetlenül átvihetjük a fuzzy relációkra, azaz a fuzzy relációk fuzzy halmazok Descartes szorzatokon – magasabb dimenziójú alaphalmazon – definiálva.

Fuzzy reláció éles halmazok között: $X_1, \dots, X_n$ legyenek alaphalmazok az $X_1 \times \dots \times X_n$ Descartes szorzattal. ekkor a $\mu_R: X_1 \times \dots \times X_n \rightarrow [0,1]$ leképezés szerint R egy n -tagú fuzzy reláció az $x_1, \dots, x_n$ éles értékek között.

$$R = \{(x_1, \dots, x_n), \mu_R(x_1, \dots, x_n) \mid x_i \in X_i\} (= \mu_R)$$

Binér, kéttagú eset: $R = \{(x, y), \mu_R(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$

Tulajdonságai:

Reflexivitás: $\mu_R(x, x) = 1$ (Irreflexivitás: $\mu_R(x, x) = 0$)

Szimmetria: $\mu_R(x, y) = \mu_R(y, x)$

Tranzitivitás: $\mu_R(x, y) \wedge \mu_R(y, z) \leq \mu_R(x, z)$

Írás alakok:

- Zadeh változata véges fuzzy relációkra:

$$R = \sum_{A \times B} \frac{\mu_R(x, y)}{(x, y)}$$

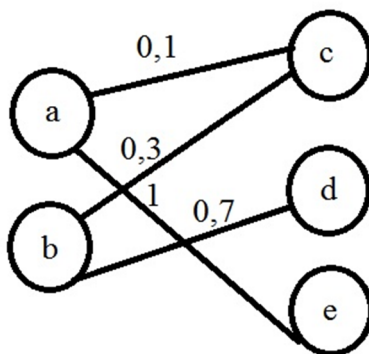
- Zadeh változata végtelen fuzzy relációkra:

$$R = \int_{A \times B} \frac{\mu_R(x, y)}{(x, y)}$$

Mátrix alak véges relációkra: Az $x_i \in A$ –ket felülről lefelé, $y_i \in B$ -ket balról jobbra elrendezve az x_i sor és y_i oszlopok metszéspontjában áll az x_i, y_i pár $\mu_R(x_i, y_i)$ tagsági értéke. pl.:

	c	d	e
a	0,1	0	1
b	0,3	0,7	0

Gráffal, nyíldiagrammal történő véges fuzzy relációmegjelenítés: egy $x_i \in A$ -ból $y_i \in B$ -hez vezető nyílra az x_i, y_i pár $\mu_R(x_i, y_i)$ tagsági értékét írjuk, a zérus értékű párokat nem kötjük össze. pl.:



20. ábra, Az előző példa gráfja

Fuzzy reláció egytagú műveletei:

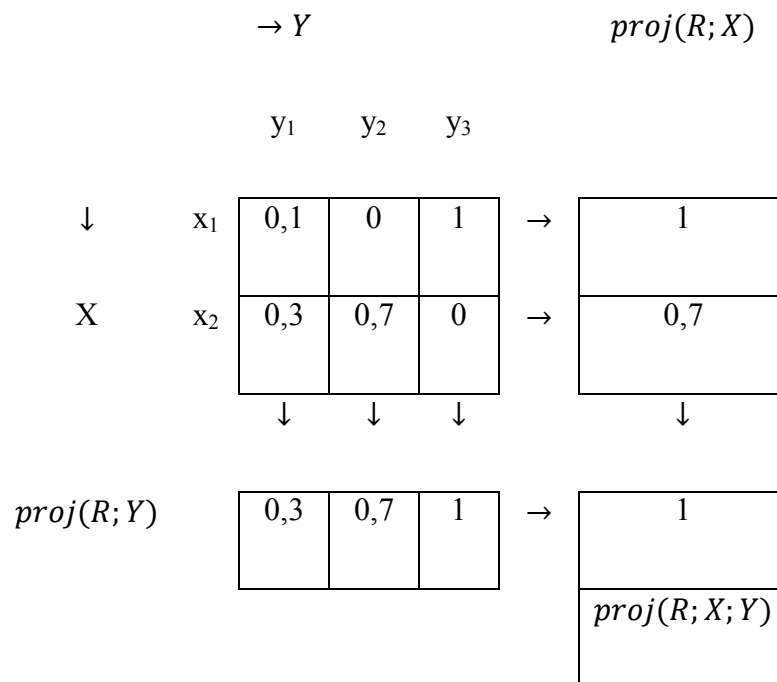
Komplementum: $\bar{R}: \mu_{\bar{R}}(x_1, \dots, x_n) = 1 - \mu_R(x_1, \dots, x_n)$

Inverzió: $(x, y) \in R \leftrightarrow (y, x) \in R^{-1}$, és $\mu_R(x, y) = \mu_{R^{-1}}(y, x)$

Vetítés (projekció): Ha egy alacsonyabb dimenziójú alaphalmazba szeretnénk átmenni, akkor a vetítést alkalmazzuk. A továbbiakban elegendő a kétváltozós (kétdimenziós) relációkkal foglalkoznunk. Az oldalakkal párhuzamosan az egyik irányba vetítve az egy dimenziós alaphalmazra térünk át, a másik irányú dimenziót elimináljuk. Az $R(X, Y)$ relációnak a vetítését az X alaphalmazra, amelyik az Y halmazt eliminálja, így szokás jelölni:

$$proj(R; X)$$

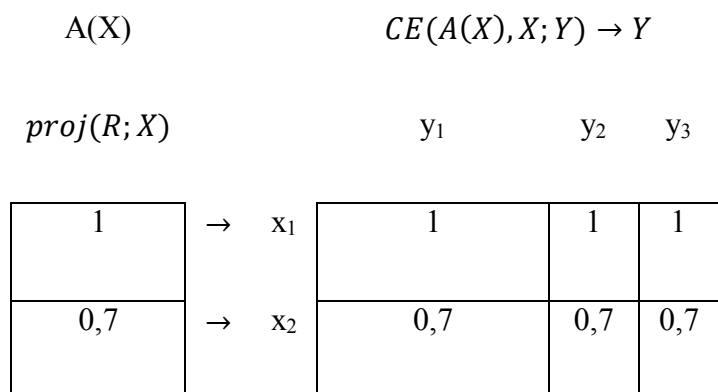
A vetület tagsági értékeiül a maximális tagsági értékeket - itt az x sorok legnagyobb tagsági értékeit - választjuk, azaz: $proj(R, X) = \max_{y \in Y} (x, y)$. A max művelet helyettesíthető bármely s-normával.



1. táblázat, Példa a vetítésre

A teljes vetítéssel zérusdimenziójú egyetlen elemre vezet.

Hengeres kiterjesztés: A vetítés inverz művelete, egy alacsonyabb térben definiált fuzzy relációból képez egy magasabb dimenziójút. Példa: a kiindulási állapot $A(X)$ az előző példa x irányú vetítésével nyert halmaz: $A(X) = proj(R; X) = \frac{1}{y_1} + \frac{0,7}{y_2}$



2. táblázat, Példa a hengeres kiterjesztésre

Relációk kompozíciója, láncolása: Legyen $R \subseteq A \times B$ és $S \subseteq B \times C$ két reláció az $x \in A$, $y \in B$ és $z \in C$ elemek között. Az R és S kompozíciójából nyert $R \circ S$ fuzzy reláció azoknak az (x, z) elem pároknak a halmaza, melyek azonos y értékekkel bírnak, azaz $(x, y) \in R$ és $(y, z) \in S$.

A **max-min kompozíció** így állítható elő:

$$\mu_{R \circ S}(x, z) = \max[\min[\mu_R(x, y), \mu_S(y, z)]]$$

A **max-szorzat kompozíció** így állítható elő:

$$\mu_{R \circ S}(x, z) = \max[\mu_R(x, y) \cdot \mu_S(y, z)]$$

A szorzat és a min művelet is t-norma típusú. Belátható, hogy bármely t-norma művelettel helyettesíthetők is.

Példa a max-min kompozíció kiszámítására:

$$R(x, y) = \begin{bmatrix} \mu_R(x_1, y_1) & \mu_R(x_1, y_2) \\ \mu_R(x_2, y_1) & \mu_R(x_2, y_2) \\ \mu_R(x_3, y_1) & \mu_R(x_3, y_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,9 \\ 1 & 0 \\ 0,95 & 0,1 \end{bmatrix}$$

$$S(y, z) = \begin{bmatrix} \mu_S(y_1, z_1) & \mu_S(y_1, z_2) \\ \mu_S(y_2, z_1) & \mu_S(y_2, z_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,95 & 0,1 \\ 0,1 & 0,9 \end{bmatrix}$$

$$R \circ S = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,9 \\ 1 & 0 \\ 0,95 & 0,1 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 0,95 & 0,1 \\ 0,1 & 0,9 \end{bmatrix}$$

Először az R mátrix első sorának és az S mátrix első oszlopának szorzását végezzük el, a szorzásokat minimumokkal és az összeadásokat maximumokkal helyettesítjük:

$$[0,3 \quad 0,9] \circ \begin{bmatrix} 0,95 \\ 0,1 \end{bmatrix} = \max[\min(0,3; 0,95) \quad \min(0,9; 0,1)] = \max[0,3 \quad 0,1] = 0,3$$

$$R \circ S_{\max-\min} = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,9 \\ 0,95 & 0,1 \\ 0,95 & 0,1 \end{bmatrix}$$

Kiterjesztési elv: A klasszikus halmazelmélet egységes módon történő kibontásáról szól, azaz, hogyan lehet általánosítani a fuzzy halmaz elméletre.

A teljesség kedvéért úgyhiszem szükséges volt megemlítenem, hisz egy fontos alapelvről van szó, de az elméleti kibontást itt nem végzem el, mivel felhasználása magától értetődően már megtörtént.

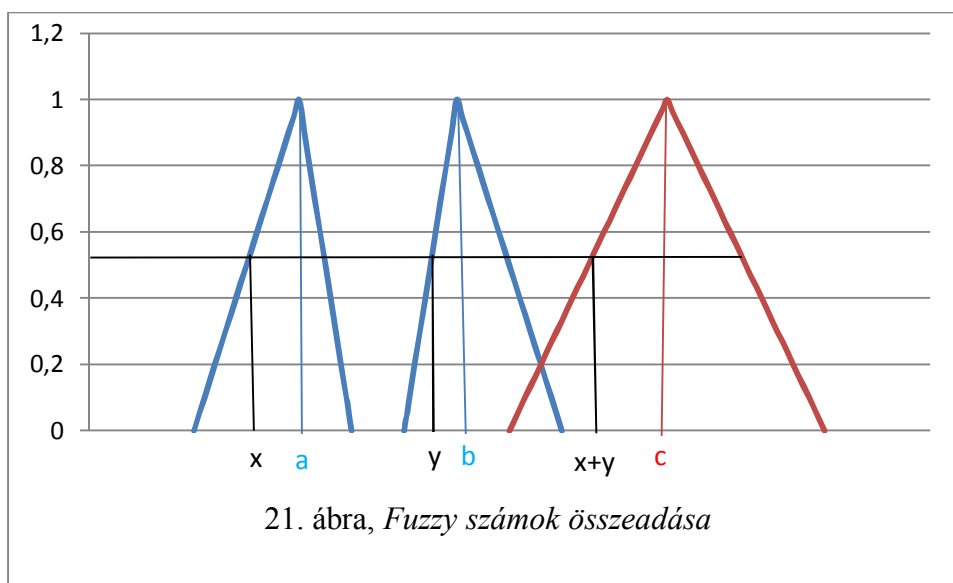
4.2 Fuzzy szám

Fuzzy szám a fuzzy Ha-Akkor szabályokban a számok nem precíz megfogalmazású, pl. „közel 3” vagy „majdnem 8”.

Definíció: Egy konvex, normalizált - legalább egy x -re teljesíti, hogy $\mu_A(x) = 1$, azaz van „magja”-A fuzzy halmazt az $\mathbb{R}$ valós számok halmazán fuzzy számnak nevezzük, ha

1. legalább egy x valós szám létezik $\mu_A(x) = 1$ -gyel és
2. $\mu_A(x)$ legalább szakaszosan folytonos

Aritmetikai műveletek fuzzy számokkal: Szemléletesen így fogalmazhatjuk meg két fuzzy szám összeadását: Az $x+y=z$ összefüggés azokban a pontokban igaz, ahol $\mu_A(x_i) = \mu_B(y_i) = a$, akkor az $x+y$ értékeknek a tagsági függvény is $\mu_{A+B}(x_i + y_i) = a$.



Ez a módszer analóg módon alkalmazható a kivonásra és a szorzásra. A mélyebb megértésre az α -vágatok adnak módot. Vizsgálunk olyan α -vágat intervallumokat, amelyeket tetszőleges $\mu(x)$ -nél vágunk ki, hoztunk létre, a műveletek felfoghatók úgy, mint ezen intervallumok közötti művelet. Úgy nyerhetjük ki az intervallum határait, ha elvégezzük a műveleteket a két „jobb”oldali és a két „bal” oldali értékekre külön külön. Az osztásnál viszont:

$$C = \frac{A}{B} = \frac{[\mu_{A1}(x_i)^\alpha, \mu_{A2}(x_i)^\alpha]}{[\mu_{B1}(x_i)^\alpha, \mu_{B2}(x_i)^\alpha]} = \left[\frac{\mu_{A1}(x_i)^\alpha}{\mu_{B2}(x_i)^\alpha}, \frac{\mu_{A2}(x_i)^\alpha}{\mu_{B1}(x_i)^\alpha} \right]$$

4.3 Nyelvi-, lingvisztikai változók

A nyelvi változók a rendszerek modellezésére a konvencionális analitikus megközelítés mellett, szemben egy alternatív módot, nyelvet szolgáltat. Ez a formális leírás a fuzzy Ha- Akkor szabályok gyűjteményével történik.

A nyelvi változók használatának okai:

- információ tömörítés: nagy számú numerikus adat egyetlen fuzzy halmazban egyesíthető.
- közelítő jellemzés: a rosszul definiált vagy túlbonyolított jelenségeket egyszerűsíti
- szimbolikus alakból numerikus alakká transzformál

Definíció: Ha egy változó értékeként szavakat vesz fel, akkor nyelvi-, lingvisztikai változónak nevezzük, ahol a szavak fuzzy halmazok a változó által definiált alaphalmazon. Egy lingvisztikai változót az $\{LV, T, X, G, M\}$ jellemez, ahol:

- LV a nyelvi változó neve, pl.: a szoba hőmérséklete,
- G olyan nyelvi halmaz, amely az LV értékeit, terminusait, azok számát és tulajdonságait határozza meg,
- $T(LV)$ LV-nek G által meghatározott lingvisztikai értékeit, címkéit, terminusait tartalmazza, pl.: „lassú”, „meleg”, „hideg”...
- M olyan nyelvi szabályok halmaza, amelyek minden T értékhez egy tagsági függvény $M(L)$ értéket rendelnek: $M(L) = T(LV) \rightarrow F(X)$
- X alaphalmaz, amelyen az $M(L)$ leképezést értelmezzük.

A nyelvi változónak duális természetük van: laikus szemlélőként először szimbolikus lingvisztikai alakokat látunk, de ha mélyebbre nézünk, akkor megtaláljuk a jól definiált kvantitatív analitikus alakokat. Ezért van, hogy mind szimbolikus (kvalitatív) és mind numerikus (kvantitatív) számításokat is meg tudunk oldani velük.

4.4 A fuzzy függvények

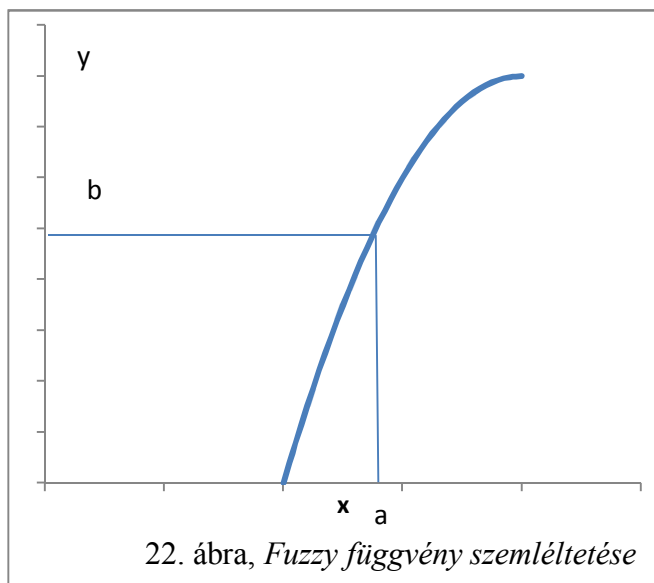
A fuzzy függvények a relációk alfajai, egy és csakis egy $y=f(x)$ értéket engednek minden x -hez. Ezt sok az egyhez leképezésnek is szokás nevezni. Egy (a_i, b_i) pont egy „Ha x a_i - Akkor y b_i ” éles kompozícióval írható le. Legyen adott egy $y=f(x)$ függvény és x egy egyedi értéke $x=a$, ekkor $y=f(x)$ és $x=a$ alapján számítani tudjuk $y=f(a)=b$ -t.

Ez a **modus ponens alak** szerint:

$x=a$	előzmény
$y=f(x)$	szabály
$y=b$	következmény

A művelet végrehajtásának lépései:

- Az $x=a$ pontokból indulva CE (a) hengeres kiterjesztést végzünk függőlegesen,
- a kiterjesztésnek és az $f(x)$ függvény F görbéjével az M „metszete” szolgáltatja az $f(x)$ értékeket,
- az M vízszintes irányba történő vetítésével nyerjük az $y=b$ értékeket.



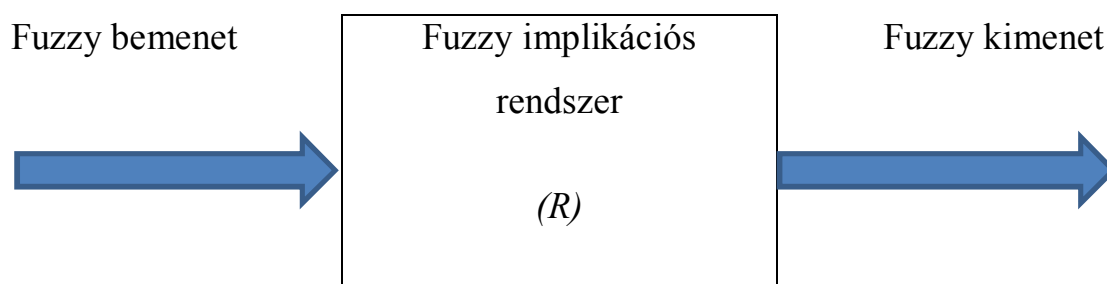
A teljes $y=f(x)$ függvény több fuzzy szabály együttesével közelíthető, amelyek együtt egy **fuzzy algoritmust** képeznek.

4.5 Következtetés, implikáció

Implikáció: Legyen A fuzzy halmaz olyan, hogy abból következik B fuzzy halmaz, akkor létezik olyan R relációs következtető mátrix, amely produkálni tudja a $B = A \circ R$ következtetést, és a tagsági függvénye a következő:

$$\mu_R(x, y) = \{ \min[\mu_A(x), \mu_B(y)] \mid x_i \in X_i, y_i \in Y_i \}$$

Fuzzy következtetés: A nyelvi változók közötti összefüggések kiértékelésének a folyamatának két része van. Az egyik az aggregáció, amely az egyszerű fuzzy operátorokat és relációkat felhasználva meghatározza, hogy milyen mértékben teljesül az adott feltétel. A másik a kompozíció, az a folyamat, amely során az előzőekben meghatározott operátorokat és relációkat egyetlen relációs mátrixszá alakítjuk (R).



23. ábra, Fuzzy következtetés folyamatábrája

A fuzzy bemenet legtöbbször fuzzyfikálással és a kimenet defuzzyfikálással jár.

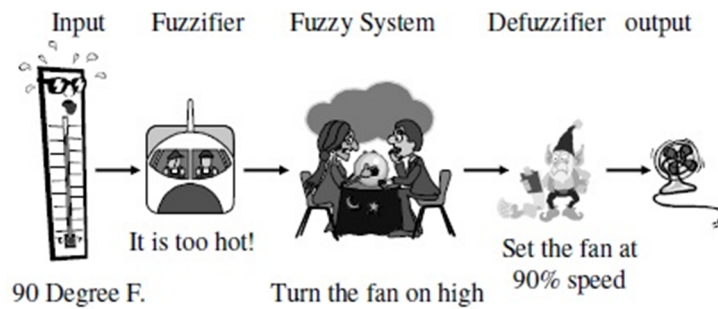
Fuzzyfikálás: A környezetünk, a bemenetek vagy/és a mért értékek lefordítása nyelvi változókra, melyeket a fuzzy halmazok reprezentálnak.

Defuzzyfikálás: A fuzzyfikálással ellentétes művelet, amely a fuzzy következtetés eredményét fordítja vissza nyelvi kifejezésekről pontos valós értékekre, amik egy szabályozóba is bemehetnek már ilyen formában. Ennek a folyamatnak a három legelterjedtebb változatai a COM (Center Of Maximum), a CAO (Center Of Area) és a MOM (Mean Of Maximum):

- COM módszer: esetén a tagsági függvények maximumhelyének súlyozott átlagaként határozza meg a kimeneti értékeket.

- COA módszer: numerikusintegrálást használ a tagsági függvények által a terület kiszámítására, az így kapott területek súlypontjából adja meg a kimenetet. Ez a legelterjedtebb módszer.
- MOM módszer: a legnagyobb tagsági függvényértékkel rendelkező kifejezés maximumából számolja ki a kimenetet.

Fuzzy Systems (Cont.)



24. ábra, *A fuzzy irányítás szemléltetése*[21]

5. Algoritmusom ismertetése és elvi megfontolásai

5.1 Moirécsík gerincének meghatározása és kiértékelése

5.1.1 A moirékép beolvasása, kódolása és a vágási művelet

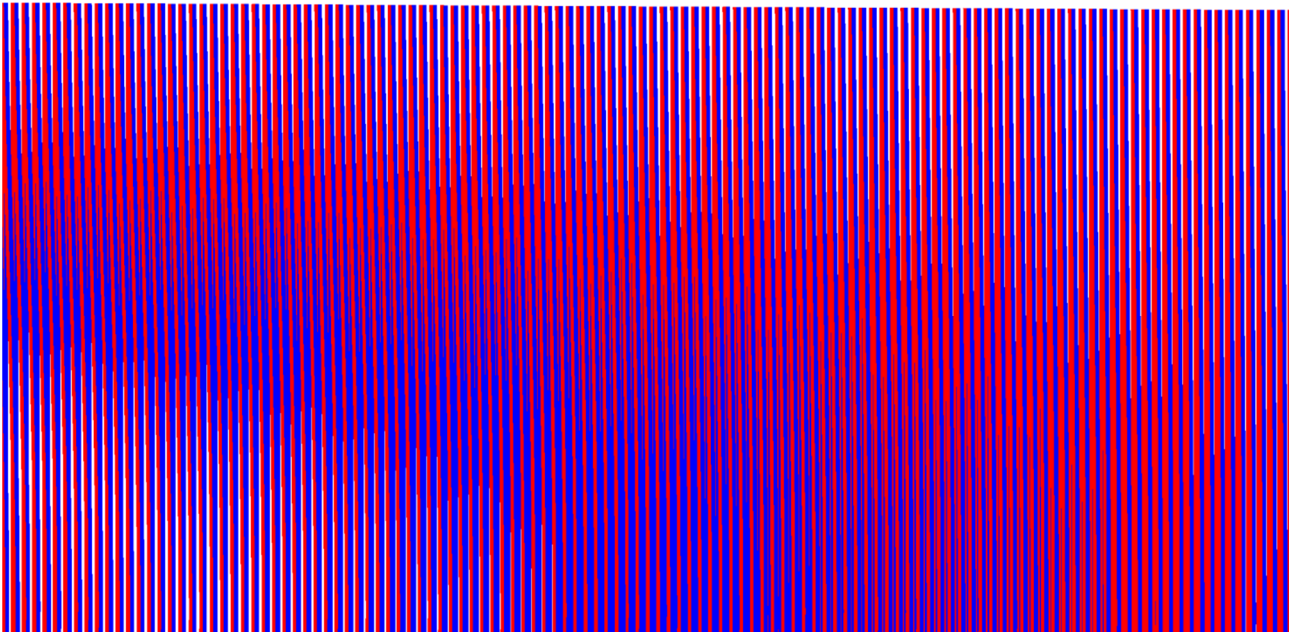
Az első lépésként a vizsgált képet beolvassuk, figyelni kell, hogy a program képes legyen az általánosságban használt képtípusok beolvasására. Ha ez nem megoldható, előzetesen át kell konvertálni a vizsgálandó képeket olyan formátumúvá, amelyet fel tudunk dolgozni. Mindenképpen javaslom a raszteres, más néven bitképek használatát, hisz a pixelenkénti információ kiolvasása sokkal könnyebben és gyorsabban megy. Ilyen a .BMP, a .TIFF, a .GIF ...stb.

Ezután további számításaink érdekében meg kell határoznunk a kép x illetve y irányú méreteit (n és m -et) aszerint, hogy hány pixel van az adott irányban.

A program sebessége attól függ, hogy mennyi műveletet kell végrehajtania. A feladat megoldásának alapvetően két módját találtam ki. Az első, amikor a számításokhoz szükséges pontokat akkor mintavételezem, azaz határozom meg a pont RGB-, szín értékét, amikor már kiderült, hogy mely pontok kellenek. A második, mikor rögtön az elején mintavételezem az összes pontot, és az információt a pixeleknek megfelelően elhelyezem egy $m \times n$ -es mátrixban, ahonnan a számításkor már csak a megfelelő színkódot kell kiolvasnom. Egy digitális képen RGB-k szerint 8-8-8 bitben vannak tárolva a szín információk. Összesen $16'777'216$ különböző színárnyalatot tartalmazhat egy kép. Egy fuzzy döntési algoritmussal átalakíthatók ezek a pixel értékek olyan színkódokká, amelyek úgy épülnek fel, hogy a piros és a pirosas színek egy új, például 1 értéket vesznek fel, a kék és kékes színek 2-et, a zöld 3-t, a fekete 4-at és fehér pedig 5-et. Ezek az új kódok fogják alkotni a fent említett $m \times n$ -es mátrixot.

Látható, hogy a moiréképen a hagyományos értelemben vett egyszínű jól megkülönböztethető, kontúros sávok nincsenek, mégis mi, emberek képesek vagyunk meglátni ezen a képen is a színes sávok határait. Ha már mintavételeztük a képet, egy fuzzy döntési eljárással átalakíthatjuk a képet olyanná, hogy a sávok egyszínűek, jól elkülöníthetőek legyenek. Ennek lehetséges megoldása, amikor a kép minden pontjának a környezetétől függő új színt adok. Minden pixel egy foltnyi (kör vagy négyzet alakú) környezetét megvizsgálva eldönthető, hogy többségben milyen szín dominál,

és akkor a vizsgált pixel színkódját átírjuk a domináns színnek megfelelő kódra. Ezt a műveletet a szakirodalom vágásnak nevezi.



25. ábra, színes *moirésávok szemléltetése*

Látható, hogy a fehér részek kisebb arányban vannak jelen a képen még ott is, ahol elvileg egy fehér sávot kellene vizsgálnunk. Ezt a problémát úgy oldhatjuk fel, ha a színek súlyozását megoldhatóvá tesszük. Ez azt jelenti, hogy a fuzzy döntési algoritmusunk nem csak egyszerű minimumokkal és maximumokkal lesz megoldva. Egy lehetséges döntési módot később a program működésénél ismertetnek.

5.1.2 Egy moirésáv gerincének egy pontjának megtalálása

A kép bal szélétől elindulunk, és függőlegesen egy elméleti mintavételező egyenes mentén mintavételezünk s^1 db egyenközű pontban. Megvizsgáljuk, hogy az egymást követő képpontok, milyen színűek. Ha azt tapasztaljuk, hogy az egymást követő mintavételezett pixelek azonos színűek, akkor egy moiré sávot találtunk.

A matematika nyelvére lefordítva: az újragenerált mátrix oszlopait vizsgáljuk aszerint, hogy az oszlopok egymást követő elemei eltérőek-e vagy azonosak.

Egy képen és az ebből képzet mátrixban több egymást követő ilyen csík található - ideális esetben ezek építik fel az egész képet. Céлом, ezeknek a moirécsíkoknak a megkeresése, ami úgy zajlik, hogy elindulok a kép/mátrix bal oldalától/első oszlopától, és haladok jobbra a kép/mátrix másik oldaláig/utolsó soráig, közben folyamatosan vizsgálódok, és keresem az újabbnál újabb moiré csíkokat.

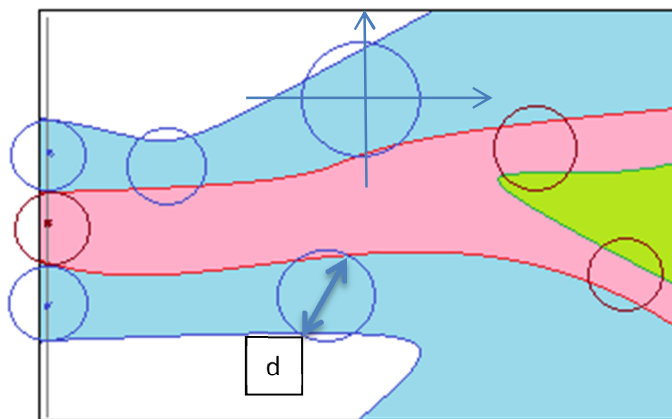
¹ Az s a mintavételezés érzékenysége. Az s értékét úgy kell megválasztani, hogy minél kisebb legyen, hogy a számítógép kevesebb műveletet végezzen, de helyes felületidentifikációt kapjunk. Ügyelni kell, hogy a digitalizált kép mintavételezéséhez egészre kell kerekíteni az (x, y) koordinátákat.

5.1.3 Egy moirésáv gerincének a lekövetése és leírása

A megtalált moirésáv középpontját veszem rögzített fő középpontnak (O). E körűl az O pont körül d hosszúságú elvi egyenes szakaszokat fektetünk, melyek mentén s db mintavételezéseket fogunk végezni. Ennek a d meghatározásának egy általánosabb lehetősége az, ha úgy választjuk meg az értékét, hogy d a vizsgált egyszínű szakasz hosszával egyenlő. Az egybefüggő, vizsgált sávok szélessége a teljes mintavételező szakasz hosszához képest adja majd a tagsági függvény $\mu(\varphi_i)$ értékeit.

Ahol ezeknek a $\mu(\varphi_i)$ értéke minimumot vesz fel, ott találjuk a felületi merőleget. A φ_i vizsgált színű szakasz valós középpontja O' . Ezt nevezzük a moirésíkot jellemző gerincközéppontnak. φ_i megadja a vizsgált felület O' pontjában a felületi merőlegesre fektetett egyenest, az iránya pedig eldönthető a szomszédos csíkok színekből és azok sorrendjéből. A felületi merőleges vektor hossza pedig a sáv szélesség felével egyenlő.

Az említett felületi merőleges alatt, a moirékép síkjában egy vektort értek. A továbbiakban is eszerint fogom, használni ezt a kifejezést. De, ha meg tudjuk határozni a többi gerincvonalat is, és a gerincvonalak térbelisége, azaz a sávok mélységkülönbsége is adott, akkor moiré jelenséggel vizsgált felület adott gerincpontjainak a térbeli felületi merőlegese is megadhatóvá válik, ami egy térbeli vektor.



26. ábra, A mintavételező szakaszok d hosszának meghatározását szemléltető ábra

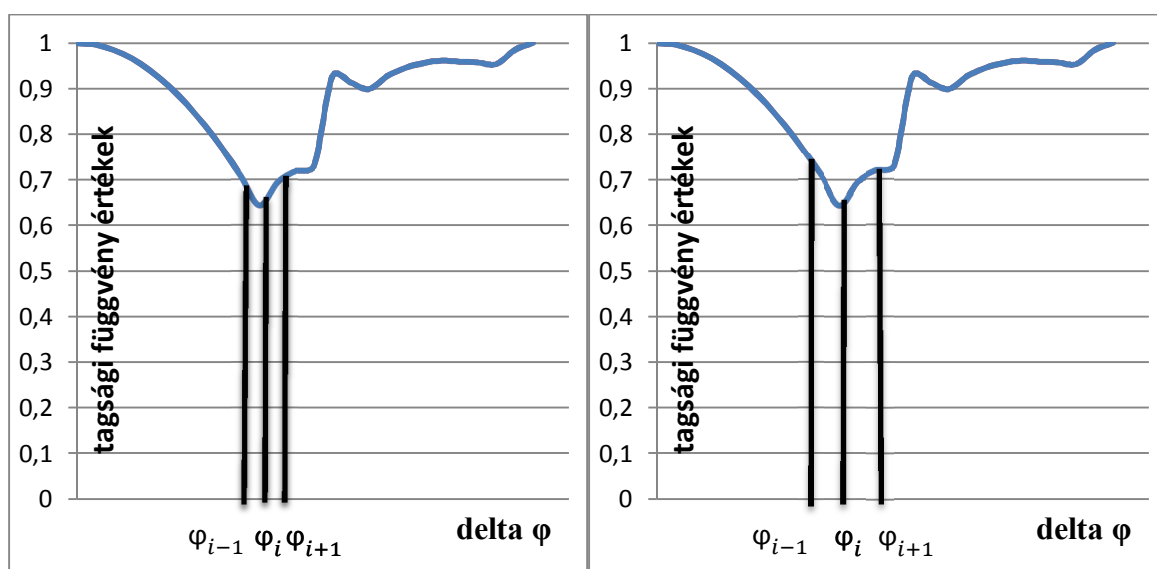
A mintavételező szakaszok elhelyezkedése nem véletlenszerű. A O pont körül a függőlegeshez képest az óramutató járásával ellentétes irányba helyezzük el őket. Amíg a $\mu(\varphi_i)$ értékei csökkennek, addig egyenlő lépésközzel / fordulásszöggel fordulunk. Majd ha $\mu(\varphi_i)$ értéke nőni

kezd, akkor visszafordulunk, és az eddigi $\Delta\varphi$ fordulásszög felével újra mintavételezünk, és meghatározzuk a $\mu(\varphi_{i+1})$ értékét. És attól függően, hogy melyik tagsági függvény (φ_i vagy φ_{i-1}) érték van hozzá közelebb, abba az irányba újabb mintavételezést végzünk a $\Delta\varphi$ fordulásszög felének a felével. Ezt a műveletet ismételve, iterálva elvégezzük, és elérünk egy olyan φ_{i+x} értékhez, amely jó közelítéssel a keresett fordulási szöggel egyenlő.

Ha az iterálhatások végén visszajutunk a φ_{i-1} -hez, hogy itt van a minimum, azaz $\mu(\varphi_{i+x}) = \mu(\varphi_{i-1})$, akkor éljünk a gyanúval, hogy $\mu(\varphi_{i-1})$ -nél kisebb értékek is találhatók, ha a fentebb bemutatott iteráló műveletsort elvégezzük φ_{i-1} és φ_{i-2} között.

Ha már rögtön az elején a tagsági függvény értékei növekednek $\mu(\varphi_1) > \mu(\varphi_2)$, akkor induljunk a másik irányba, az óramutató járásával megegyezően. A folytatás az előzőek analógiája. Összesen π -nyi, azaz 180° -nyi szögelfordulást kell megvalósítanunk az iterálás során és vizsgálnunk.

Programozás közben felismertem, hogy a minimum megtalálásának ilyen módja igen bonyolult mintavételezés, döntés, újabb mintavételezés sokszori ismételéséből áll. Egy járható út lehet, ha egyenlő $\Delta\varphi$ lépésekként forgatjuk el a d szakaszunkat, mintavételezünk s érzékenységgel a szakaszok mentén addig, amíg el nem érjük a 180° -os/ π elfordulást. Már csak meg kell keresnünk a szakaszok tagsági függvényeinek a minimumát, és megtaláltuk az O' pontot és a felületi merőlegesének irányára illeszthető egyenest, amit φ_i ír le. A színsorrend pedig megadja az irányt, ezt úgy lehet megoldani, hogy megvizsgáljuk φ_i -nél mindkét irányban, hogy a moirécsíkon túl milyen színek vannak.

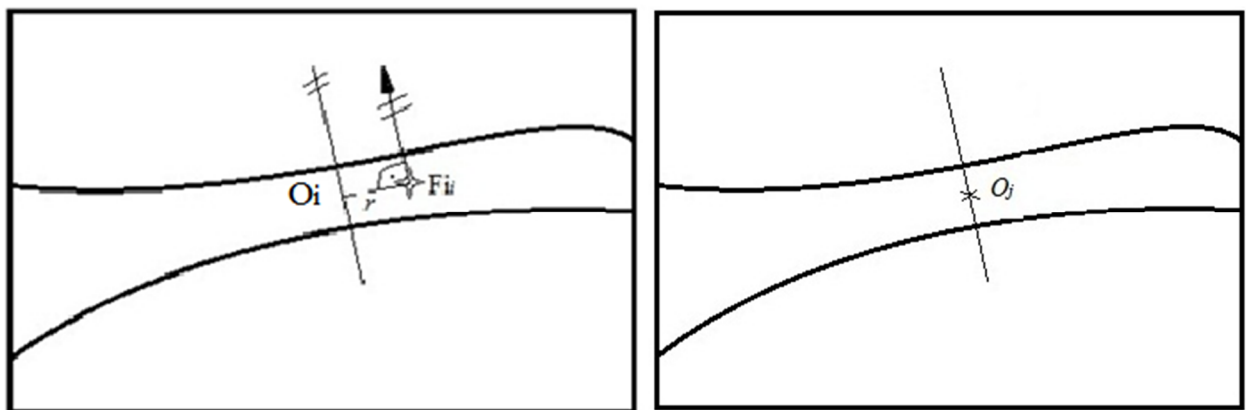


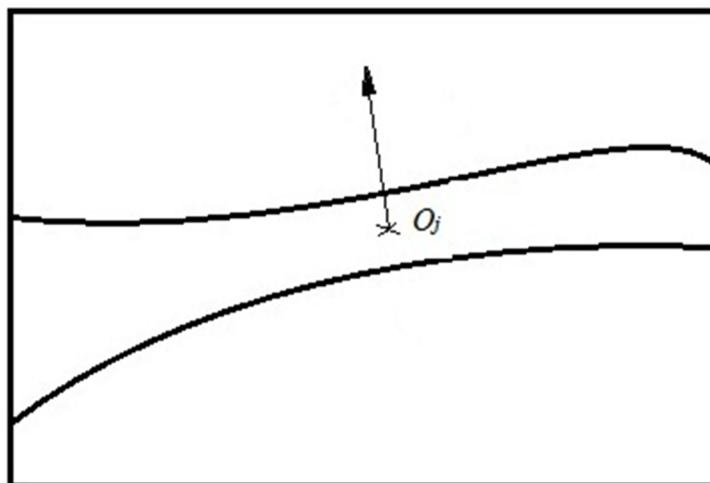
27. ábra, φ_i megtalálásának szemléltetése

Mivel a mintavételezés állandó $\Delta\varphi$ értékkel történt, ezért nem lehetünk biztosak, hogy megkaptuk a minimumot, csak annak egy jó közelítését. A pontosabb eredmény érdekében újabb helyeket érdemes megvizsgálnunk φ_{i-1} és φ_{i+1} között. A fenti 27. ábrából jól látszik, hogy nem elég csak a φ_i és a hozzá közelebbi φ_{i-1} vagy φ_{i+1} között mintavételezni, hisz elképzelhető olyan eset, amikor az hamis eredményre vezetne.

Eddig meghatároztuk egy O' pont felületi merőlegesét. Ahhoz, hogy a teljes moirécsík lokalizálása megtörténjen O -tól kiindulva, újabb O_j pontok megtalálása az első lépés. Akár elindulhatnánk az x tengely mentén, de akkor idejekorán kijutunk a moirécsíkból.

Javaslom, hogy a φ_i felületi merőleges irányára merőleges irányba, a felületi merőlegetől jobbra Δr lépéstávolságra rakjunk le egy mintavételező egyenest, ami mentén mintavételezve beazonosíthatjuk a vizsgált moirécsík következő pontját. A mintavételező egyenes és a moirécsík két metszéspontja között félúton találjuk $O_j(x_j, y_j)$ -t. $O_j(x_j, y_j)$ -re a már bemutatott módon elvégezhető a felületi merőleges keresése, így megkapjuk φ_{ji} -t és $O_j'(x_j, y_j)$. Az eredeti O' -tól jobbra elindulva megadhatjuk a vizsgált moirécsík leírását, azaz a csík gerincét és pontonként a hozzá tartozó felületi merőlegeseket, ha a leírt módszer szerint iterálgatva haladunk a kép széle felé. Persze, ha a képen kívülre érünk, akkor a mintavételezésnek le kell állnia. Ha a kép x irányban a szélességű és y irányba pedig b , akkor vizsgálnunk kell, hogy az $x_j < 0$ vagy $x_j > n$ vagy $y_j < 0$ vagy $y_j > m$ relációk teljesülnek-e, ha igen, akkor kiértünk a képből, befejezhetjük az iterálgatást.

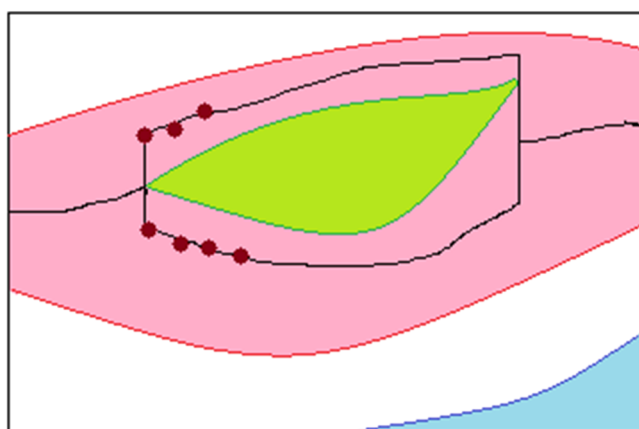




28.ábra, A felületi merőleges keresésének kiterjesztése, azaz az O_j meghatározása

Találkozhatunk kettéváló moirécsíkokkal is, ilyenkor φ_{ji} -re merőleges eltolás során kettő különböző, de mégis azonos színű moiré csík található. Ezek a csíkok leggyakrabban újra összeérnek és egyé válnak egy idő után, de az is elképzelhető, hogy egymástól függetlenül véget érnek, vagy kifutnak a kép határain túlra. Ezért javaslom, hogy az iterálgatás sorozatát úgy végezzük, hogy először az egyik, majd a másik csík mentén lépünk egyet, majd újra az elsőn és újra a másodikon. Ha több kettéválás is jelentkezik, akkor a kettéválások helyétől párhuzamosan az összes kvázi párhuzamos csíkon haladjunk és vizsgálódjunk egyszerre, hogy az összeolvadásokat biztosan megtaláljuk.

A kettévált és újra összeérő moirésávokat vizsgálhatjuk a szerint hogy a kettévált sávok szélső szélei között található-e egy közbülső sáv. Ha igen, akkor a szélső oldalaktól befelé kell a vizsgálódásunkat végeznünk, azaz a gerincpont keresést és a felületi merőleges meghatározását.



29.ábra, A kettéváló csíkok lokalizálásának szemléltetése

Az O_i -hez tartozó felületi merőleges színsorrendjének konkrét megkeresését úgy képzeltem, hogy a φ_{ji} „győztes” mintavételezési egyenesen vizsgáljuk meg a moirésáv mindkét oldalán, hogy milyen színek vannak jelen, azaz, hogy a szomszédos csíkok milyen színűek.

Így definiálunk egy moirécsíkot, természetesen egy valós képet több ilyen épít fel.

5.1.4 A teljes moirékép feldolgozása

A fentebb bemutatott módon adhatjuk meg egy csík leírását. A csík gerincének pontjait úgy tároljuk, hogy (x_j, y_j) -nek megfelelően egy „eredmény”-mátrixba beírjuk a φ_{ji} -ket. Ha φ_{ji} a színsorrend miatt a mintavételezés irányába mutat, akkor marad φ_{ji} , ha viszont ezzel ellentétes irányú, akkor a mátrix adott pontjába $\varphi_{ji} + 180^\circ$ vagy másként $\varphi_{ji} + \pi$ kerül eltárolásra. A φ_{ji} alatt a mintavételező egyenes és a derékszögű koordinátarendszer x tengely által bezárt szöget értjük.

Az első moirécsík leírása után a következő megatalált csíkon is végighaladunk a fent bemutatott lépések szerint. Közben az újabbnál újabb φ_{ji} -ket a középpontjuknak megfelelően belepakoljuk az „eredmény”-mátrixba.

Egy moirécsík definiálása és mátrixba írása után a vizsgált színes csíkot töröljük a képről, és egy a csíkkeresés szempontjából semleges színkóddal helyettesítjük azt. Ez a színkód nem lehet fehér, hiszen a fehér egy számunkra fontos, információt hordozó színkód, ezért javaslom egy semleges kód, a 0 behozatalát. A csíkkeresést addig folytatjuk, amíg a teljes kép csak 0 kódú, egy színű kép, „köztes” mátrix nem lesz.

A színsorrend miatt az eredeti képre is szükségünk van. A felületi merőleges irányának meghatározása O_j ’-nek és φ_{ji} -nek megfelelően az eredeti képen történik.

Összefoglalva három $m \times n$ mátrixra van szükségünk:

- az első az eredeti képnek megfelelő digitalizált, újrakódolt és vágott képinformációt tartalmazza.
- a második a csíkok keresésének egyszerűsítése miatt újra és újra 5-ökkel átírt „köztes” mátrix, amely végül csak 0 színkódokat fog tartalmazni.
- a harmadik pedig a folyamatosan bővülő, a sávok középpontjainak megfelelően elhelyezett φ_{ji} felületi merőlegesek tartalmazza, ez az úgynevezett „eredmény”-mátrix.

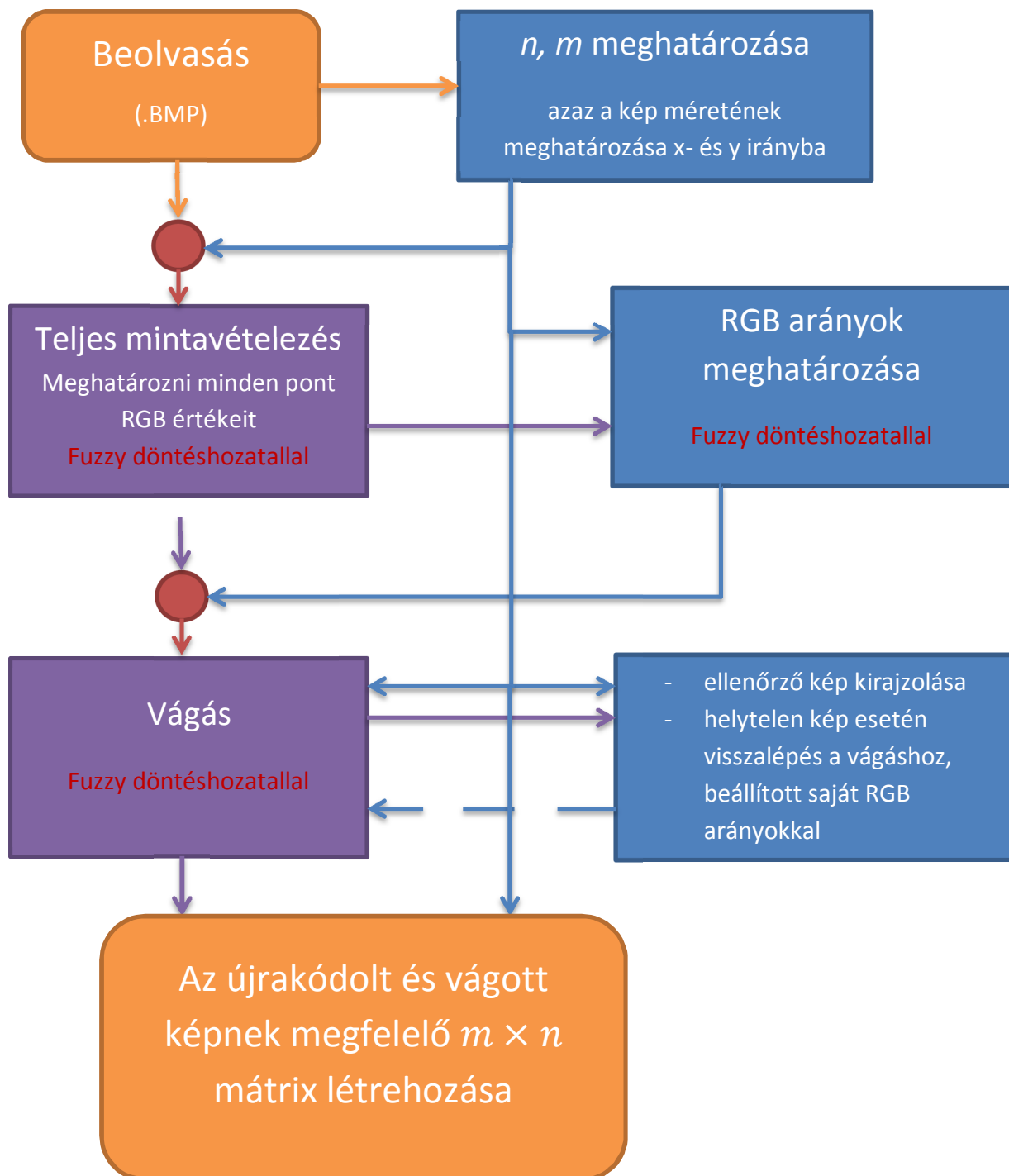
5.1.4 A digitális 3D generálás

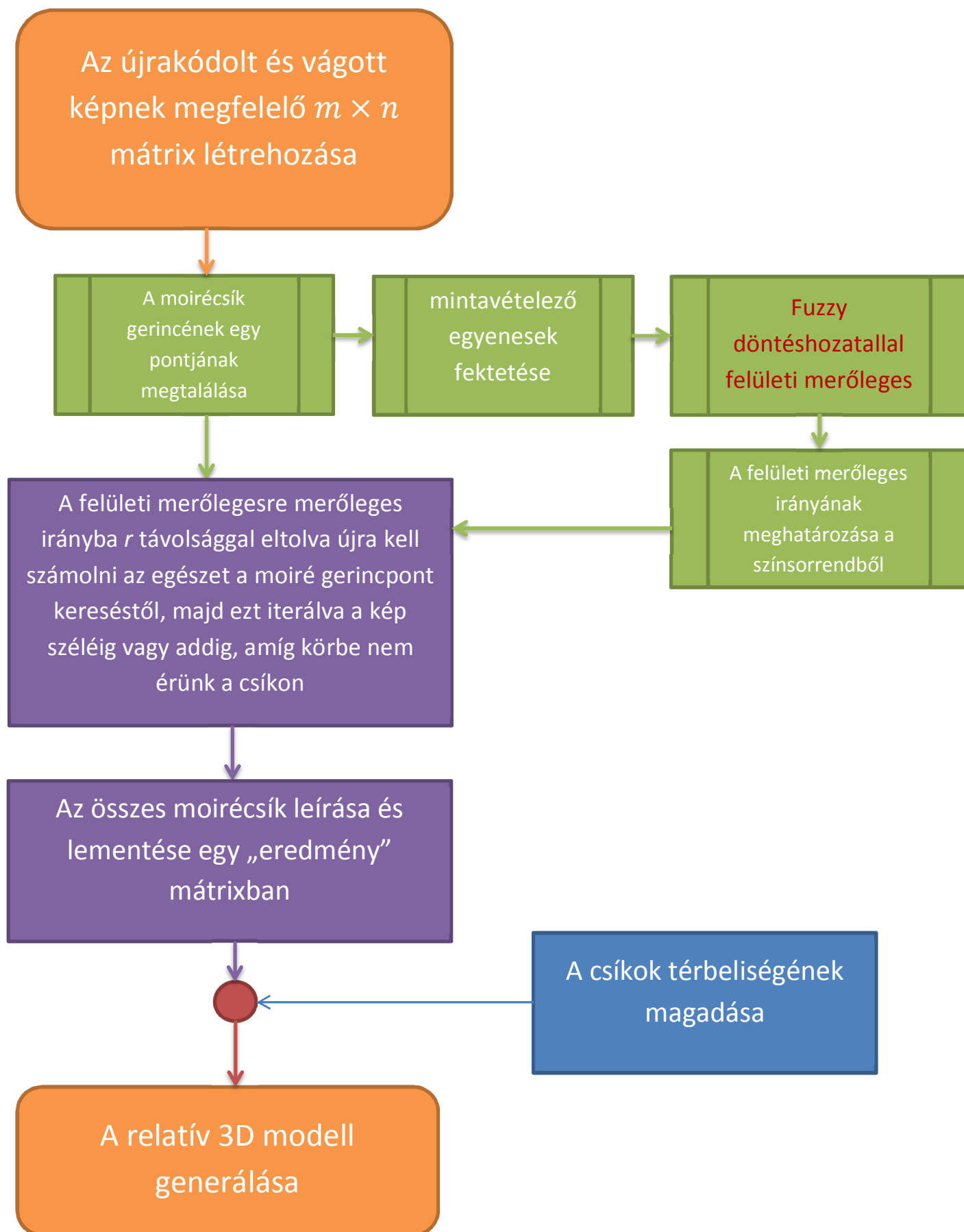
A moiréképet létrehozó technológiának vannak paraméterei, amelyekből megállapítható, hogy a szomszédos csíkok középvonalai milyen mélységkülönbségeket jelentenek. Ilyenek a berendezés és a vizsgált tárgy egymáshoz képesti térbeli elhelyezkedései, távolságai, másik fontos ilyen paraméter a vetítő- és analízáló rács periódusa.

Ha megvan az „eredmény”-mátrixunk, ami tartalmazza a moiré csíkok középpontjait és az ottani síkbeli felületi merőlegeseket és a térbeliség mértékét, akkor a síkbeli felületi merőlegeseket a termélységnek megfelelően a felületi merőleges irányába kiemeljük a síkból, és térbeli felületi merőlegeseket kapunk.

Minden pontot az előző és a következő pontoktól függően elhelyezhetünk a térben, létrehozva egy relatív 3D modellt.

5.2 Folyamatábra





5.3. Gyakorlati megvalósítás

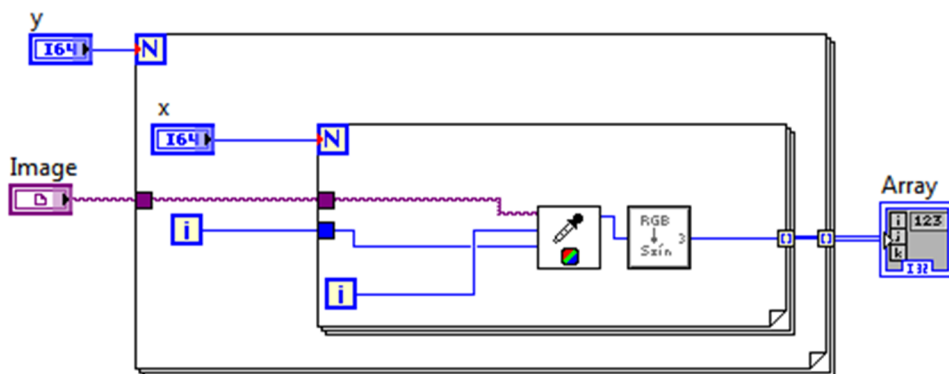
Algoritmusomat a gyakorlatba implementálva létrehoztam egy LabVIEW programot. A LabVIEW egy virtuális programozási felület, amely adatfolyamprogramozást valósít meg, és a végeredmény megjelenésében és működésében a fizikai műszereket utánozza. A LabVIEW programokat **virtuális műszereknek**, **virtual instruments**, **VI** - oknak nevezzük. A LabVIEW igen széles eszközkészlettel rendelkezik az adatgyűjtés, - elemzés, - feldolgozás, - tárolás, - megjelenítés... területén.

A programozás kezdetekor rá kellett döbbernem, hogy a program szinte kizárólag csak a BMP típusú raszteres fájlokat tudja megnyitni, persze a legnépszerűbb JPEG-et is be tudja olvasni és megjeleníteni, de bitinformációt nem tud belőle kiolvasni. A vizsgálandó képünkek BMP-ben, vagy előzetesen BMP-be átkonvertálás állapotban kell lennie.

A LabVIEW-ban lehetőség van bizonyos programrészeket egy külön subVI-ba megírni, amit utána beolvasunk, és megadjuk a kezdeti értékeit, ez lefuttatja magában a számításokat, és csak az eredményeket adja meg a kimenetein. Így sokkal áttekinthetőbbé válik a programunk, és a későbbiekben, ha szükségünk van még egy ilyen típusú számításra, akkor bármikor betölthetjük újra a subVI-t. Én is ilyen subVI-okból építettem fel a programomat, mind egy-egy fontos része az egésznek.

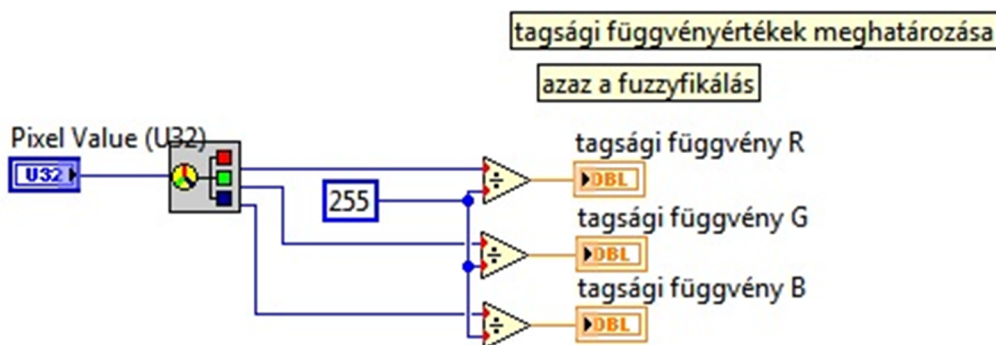
5.3.1 A teljes mintavételezés és képhelyes mátrix létrehozása

Első körben beolvasom a feldolgozni kívánt képet bárhonnan a számítógépből. Ez megjelenik a Front panelen, és egy „teljes mintavételezés.vi” nevű subVI-ban, a képnek minden pixelét mintavételezi.



30. ábra, „teljes mintavételezés.vi”

A mintavételezés a pixelekből egy decimális kódot, a „pixel értéke” típusú adatot adja ki. Ezt egy általam megírt „szín fuzzy döntés.vi” dolgozza fel, aminek a feladata a pixel R-G-B értékeinek a meghatározása, fuzzyfikálása, és az általam megalkotott fuzzy szabálybázis alapján eldönteni, hogy milyen színű a beolvasott pixel. 4 a fekete, 5 a fehér, 1 a piros, 2 a kék és 3 a zöld szín kódja. A subVI-omnak a színkódja lesz a kimenete, amely a „teljes mintavételezés.vi” mátrixában a pixel helyének megfelelő helyét fogja elfoglalni. A teljes mintavételezést két egymásba ágyazott ciklussal oldottam meg.



31. ábra, fuzzyfikálás

A szabálybázisom hagyományos Ha-Akkor típusú szabályokból épül fel:

- Ha μ_R nagy, és μ_B és μ_G kicsi, akkor piros, ez lefordítva a matematika nyelvére

$$\min[\mu_R, 1 - \max(\mu_B, \mu_G)]$$

- Ha μ_B nagy, és μ_R és μ_G kicsi, akkor piros
- Ha μ_G nagy, és μ_B és μ_R kicsi, akkor piros
- Ha μ_R, μ_G és μ_B is kicsi, akkor fekete

$$1 - \max(\mu_R, \mu_G, \mu_B)$$

- Ha μ_R, μ_G és μ_B is nagy, akkor fehér

$$\min(\mu_R, \mu_G, \mu_B)$$

Az „és” és „vagy” lefordítva a fuzzy nyelvre a „t- és s-normákat” jelentik, a számítási igény csökkentése érdekében a normák speciális alakjait, a „min” és „max” műveleteket használtam.

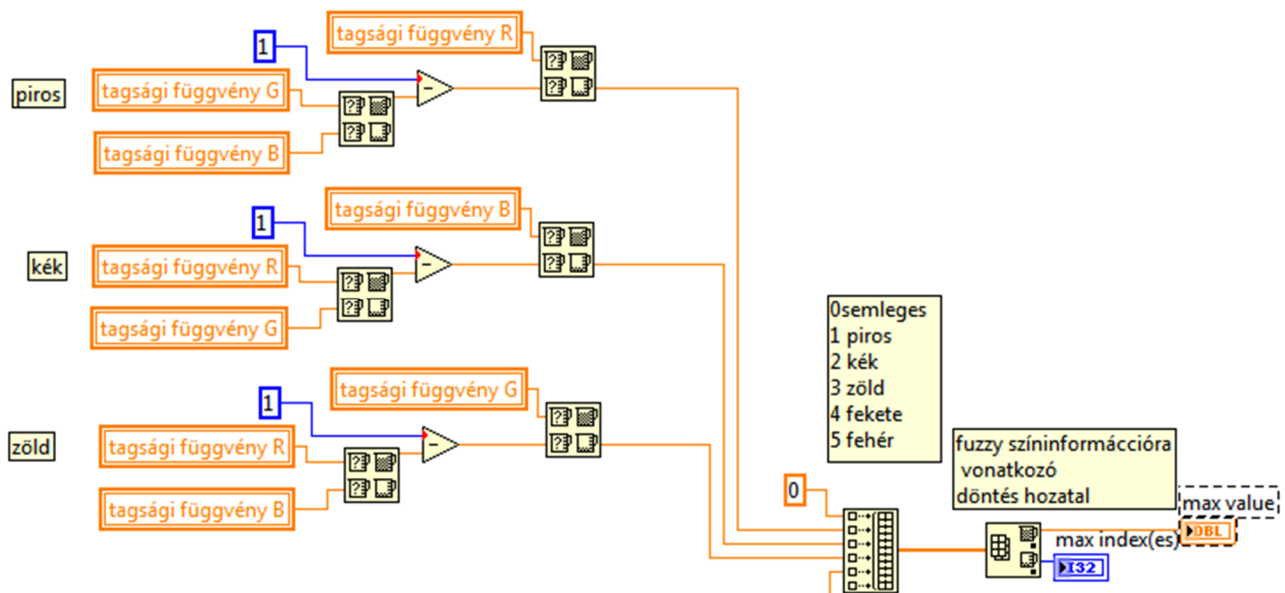
Észrevehetjük, hogy a fekete és fehér csak egy-egy esetben áll elő, amikor 0-0-0 és 1-1-1 a tagsági függvény értéke. A valóságban a kis fényerejű sötét színek az emberi szem számára még feketék, és a fehér is túlmutat az ideális eseten. Írtam egy „RGB teszter programot”, amivel sikerült megállapítanom, hogy:

- Ha kb. 20% a fényesség, akkor még feketének számít az adott szín.

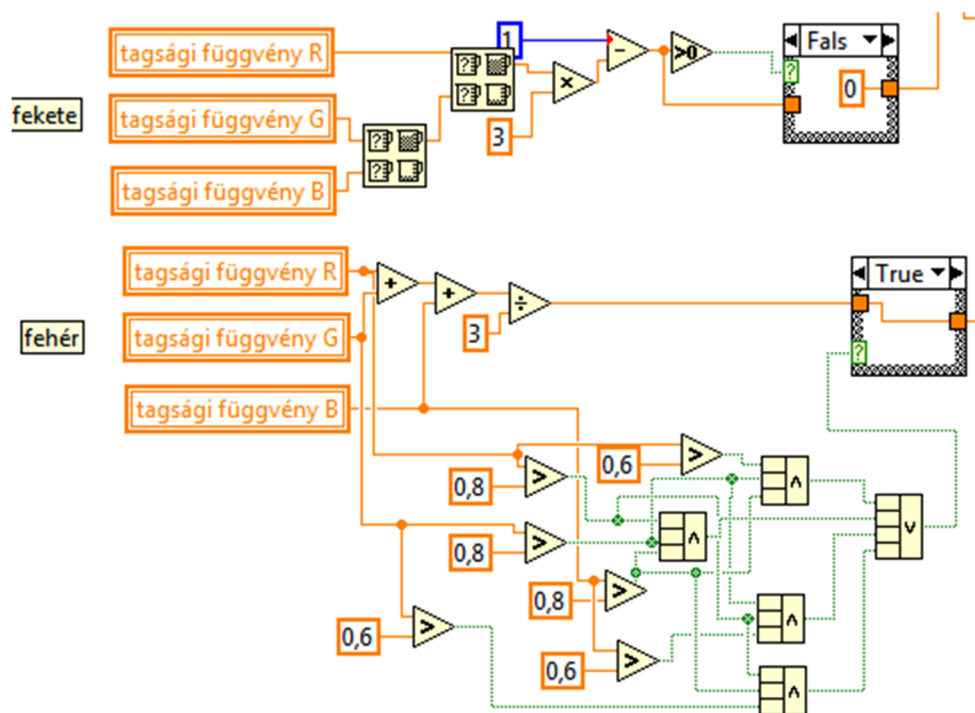
$$1 - 3 * \max(\mu_R, \mu_G, \mu_B)$$

Természetesen ez a fuzzy kiterjesztésünk szerinti lehetetlen értékeket is képes lenne felvenni, ezeket ki kell szűrni.

- Ha az összes szín 80% fényerővel van jelen egy pixelben, akkor az fehér
- ha bármely két szín 80% és a harmadik pedig csak 60%, még akkor is fehérnek látjuk a pixelt.



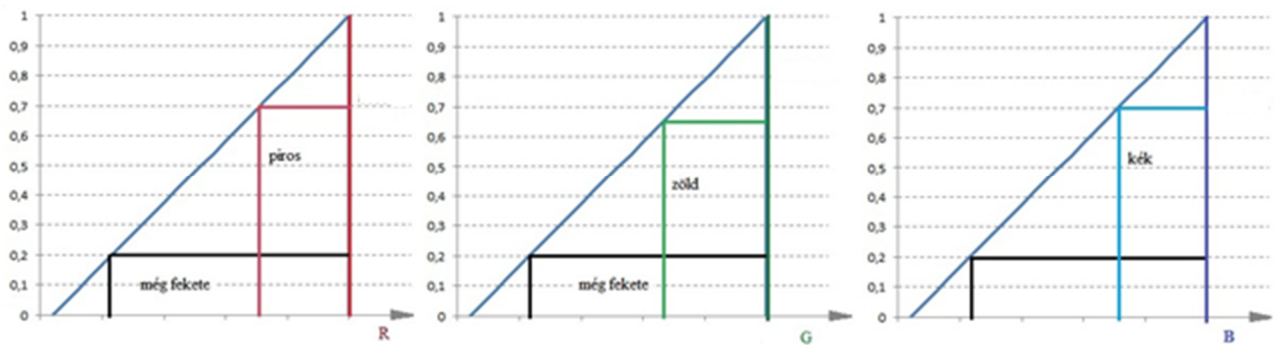
32. ábra, R-G-B döntés és defuzzyfikálás



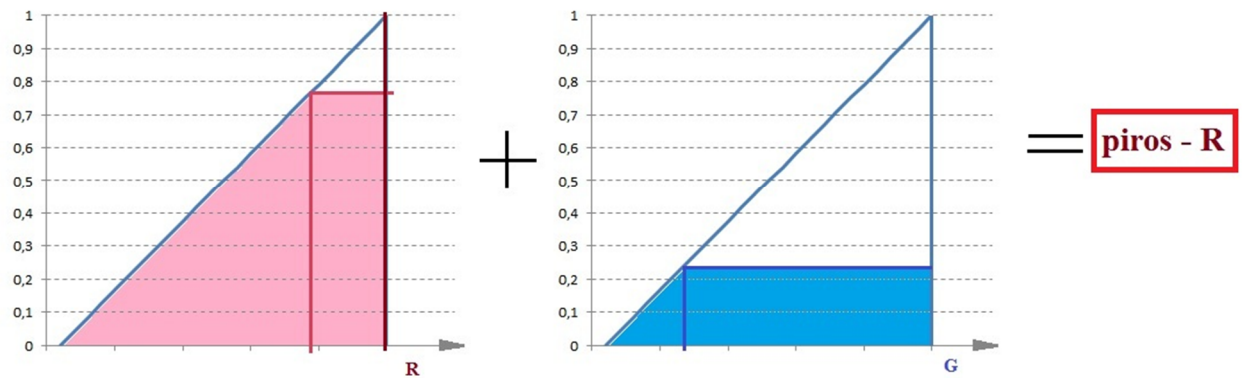
33. ábra, fekete-fehér döntés

Azért határoztam meg minden pont színét, és helyezem el a képpel azonos felépítésű 2 dimenziós mátrixban, mivel a program további részeiben nagymennyiségű mintavételezést kell megvalósítani, és összességében így lesz a program a leggyorsabb, mivel a mintavételezésnél már csak a vektor

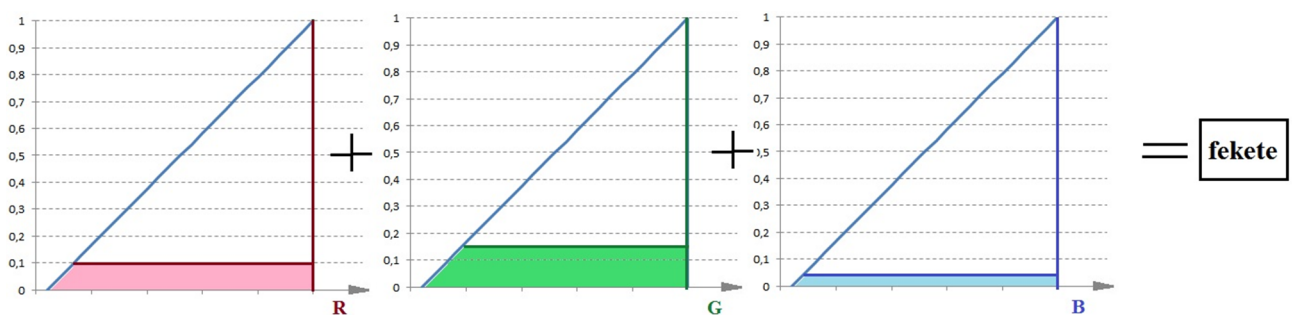
elemeit kell kiolvasni, és nem kell a színmeghatározással bajlódni minden mintavételezendő pixelnél.



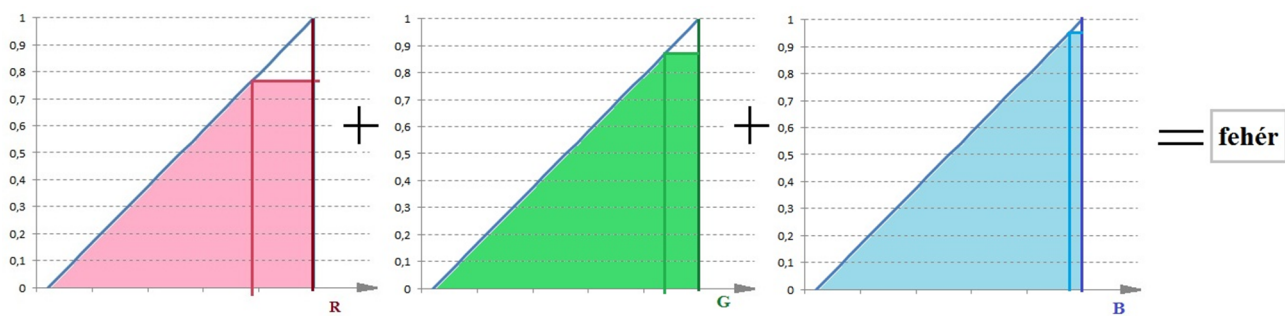
34. ábra, R - G - B tagsági függvényeinek értékei ilyen módon adják meg a szín kódját, ha csak egy csatorna aktív: R vagy G vagy B .



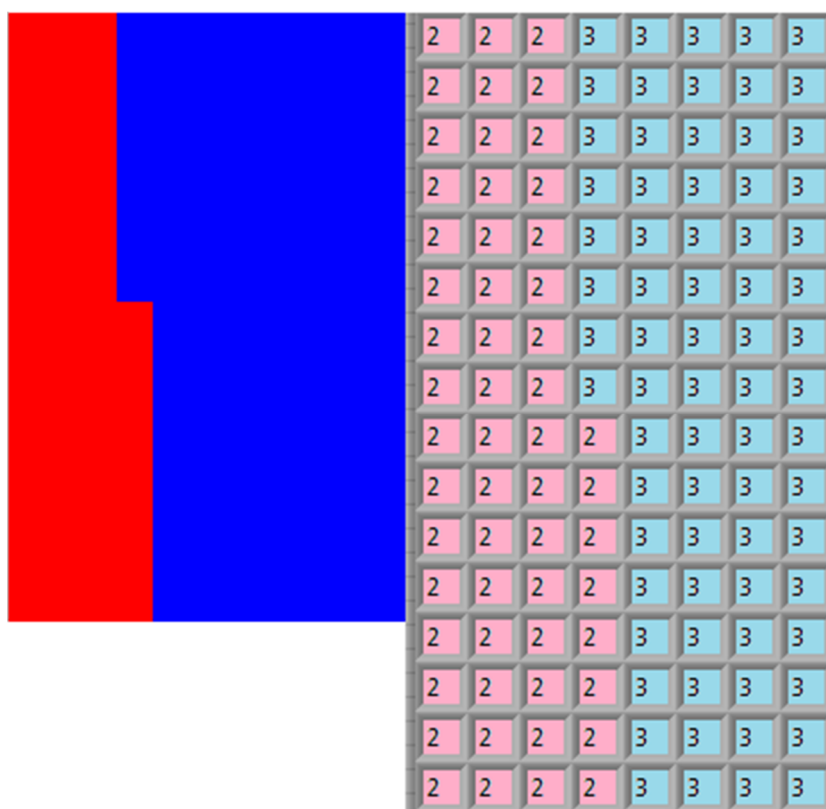
35. ábra, A szín döntés szemléltetése



36. ábra, A mintavételezett fekete meghatározása



37. ábra, *A mintavételezett fehér meghatározása*



38. ábra, *A beolvasott és színkódolt mátrix*

5.3.2. A vágás és az automatikus RGB arány keresés

A vágás művelete során az összerosódott sávokból karakterisztikus, jól elkülöníthető szélű moirécsíkokat csinálunk. Ez úgy lehetséges, ha minden pixel egy foltnyi (kör vagy négyzet alakú) környezetét megvizsgáljuk, és így eldönthetjük, hogy ebben a környezetben melyik szín dominál, és akkor a vizsgált pixel megkapja domináns szín kódját.

Van, hogy bizonyos színek kisebb arányban vannak jelen a képen még ott is, ahol elvileg azt kellene vizsgálnunk. Mi emberek látjuk, de a program nem. Ezt a problémát úgy oldhatjuk fel, ha a színek súlyozását megoldhatóvá tesszük. Ez azt jelenti, hogy a fuzzy döntési algoritmusunkban beállítható lesz a színek aránya, ha az R szín többségben van, akkor egynél kisebb pozitív szorzót kap, ha viszont kisebbségben, akkor pedig egy és kettő közötti szorzót.

Ezeknek a szorzóknak a beállítása történhet manuálisan vagy automatikusan aszerint, hogy a teljes képen milyen az adott szín gyakorisága, ami nem mindig vezet helyes végeredményre, ezért kell egy ellenőrző rész a főprogramba, ami megmutatja a végeredményt, és ha az nem a keresett, kontúros képet mutatja, akkor viszont manuálisan kell beavatkozni, beállítani az RGB értékeket és újra számoltatni az egészet.

Az automatikus RGB keresés alapja a színek képen való fellelhetőségének az aránya, azaz tagsági függvényeinek az értéke. Erre egy külön SubVi-t írtam.



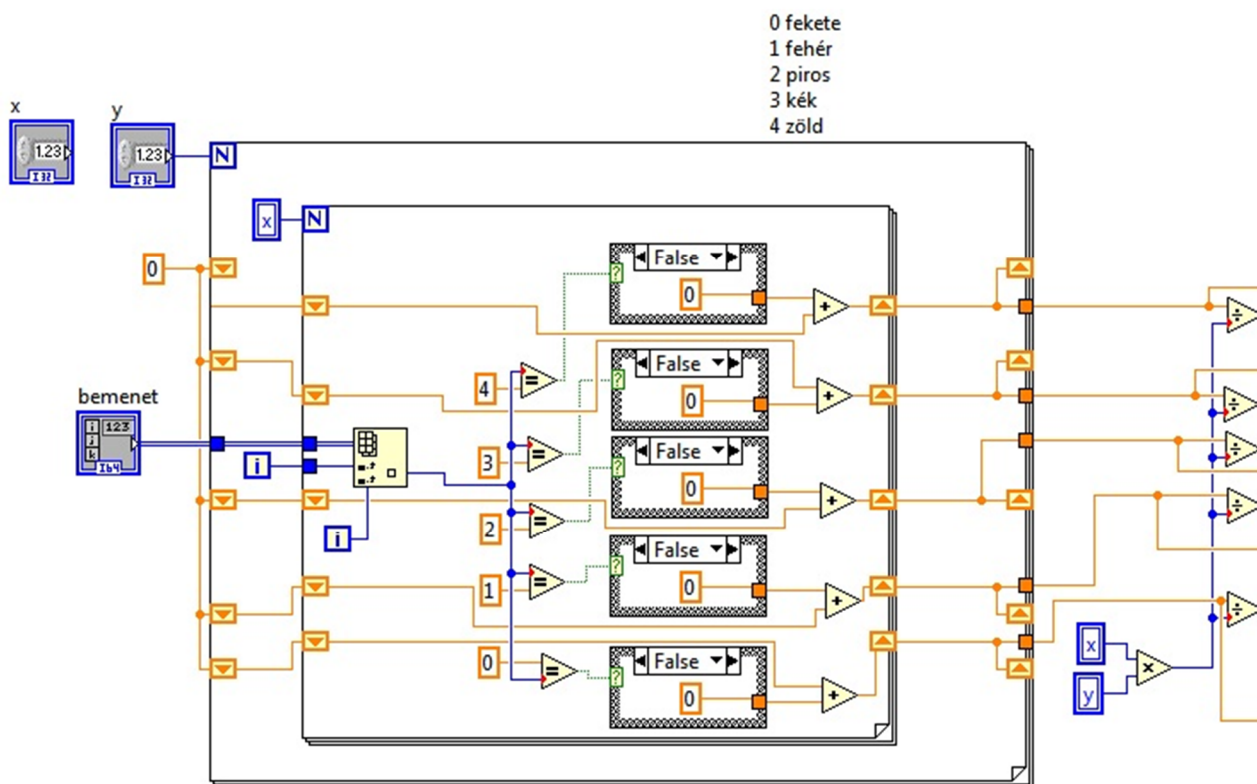
39. ábra, A tagsági függvények átalakítása szín arányszorzóvá

A defuzzifikálás három szakaszra osztható,

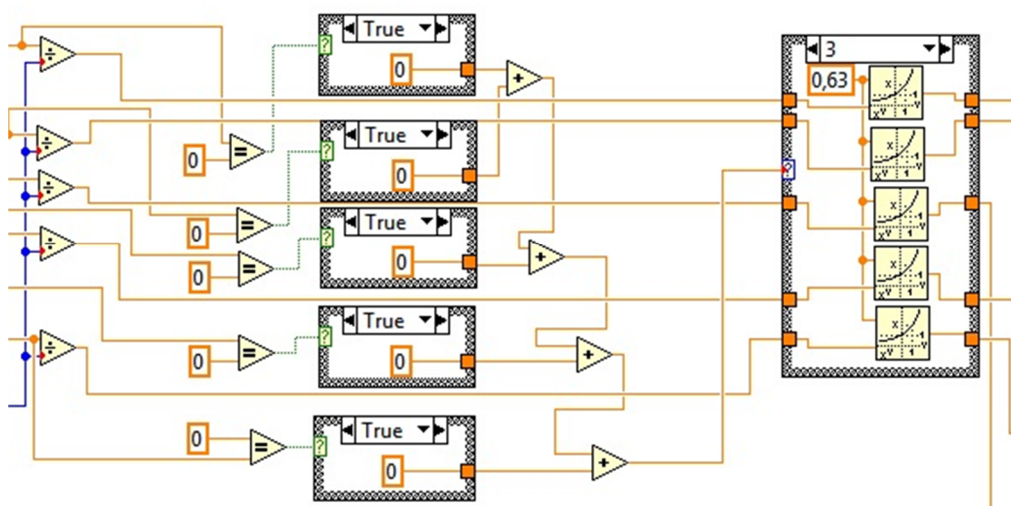
$$f(\mu(x)_i') = \begin{cases} 5 - 10 \cdot \mu(x)_i', & \text{ha } 0 \leq \mu(x)_i' < 0,4 \\ 1, & \text{ha } 0,4 \leq \mu(x)_i' \leq 0,6 \\ 1,75 - 1,25 \cdot \mu(x)_i', & \text{ha } 0,6 < \mu(x)_i' \leq 1 \end{cases}$$

Belátható, hogy nem mindegy, hogy egy képen mind az öt vagy csak három szín jelenik meg, mivel az ugyanazon tagsági érték (pl.: 0,45) teljesen más fog jelenteni. Ezért ahhoz az esethez igazítjuk a többi, amikor 2 szín van, és ha egyenletes a kép színeloszlása, akkor ~0,5 a két tagsági értéke.

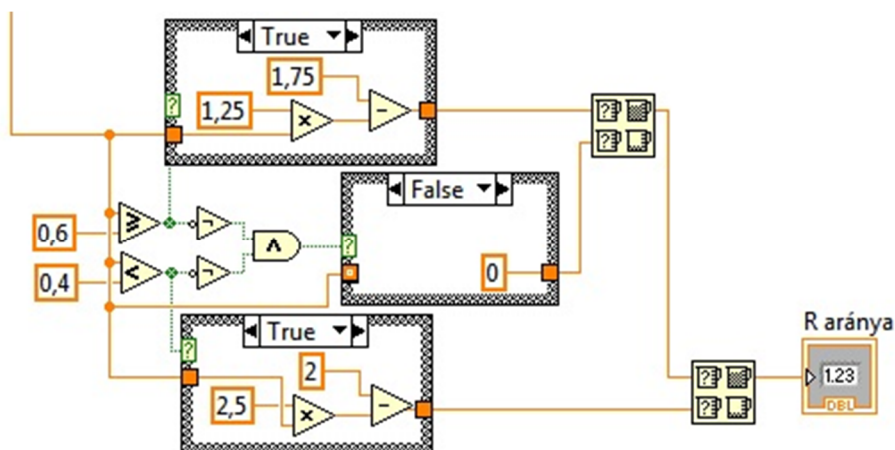
- Ha már három szín van jelen, akkor $f(\mu(x)_i) = \mu(x)_i^{0,63}$
- ha négy, akkor $f(\mu(x)_i) = \mu(x)_i^{0,5}$
- és ha mind az öt, akkor $f(\mu(x)_i) = \mu(x)_i^{0,43}$ képletek szerint számíthatjuk át a tagsági függvényeinket úgy, hogy azok azonos mértékben legyenek megítélve.



40. ábra, A kép egyes színeinek arányának meghatározása

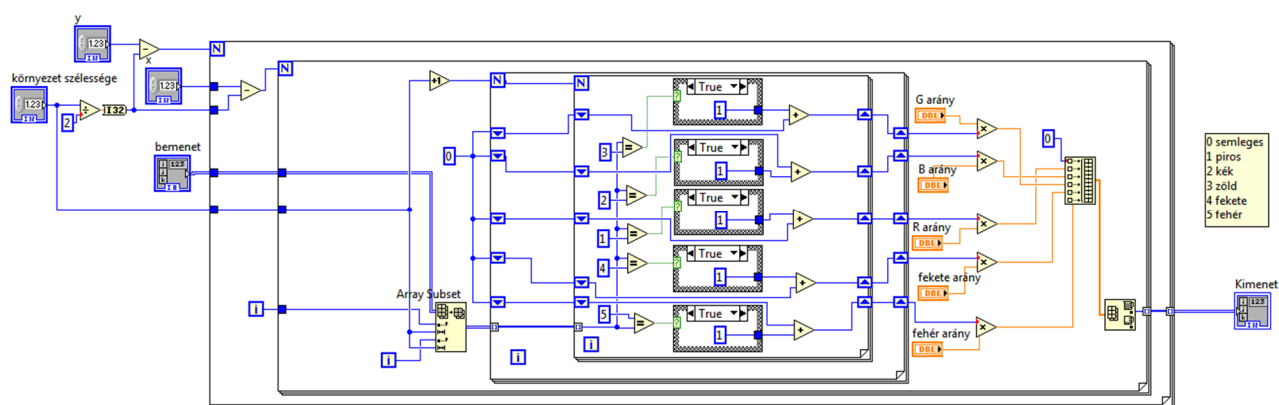


41. ábra, Meghatározzuk, hogy hány szín van jelen a képen, és ebből meg tudjuk határozni a tagsági függvényértékeket.



42. ábra, Az piros szín arányának meghatározása attól függően, hogy mekkora a tagsági függvényérték. Ez a művelet analóg módon átvihető a többi színre is.

Programom egyszerűsítése érdekében y és x tengely mentén is csak minden második pixelt vizsgálom, ezáltal a vágott kép negyedakkorává válik, és negyed annyi műveletet kell végrehajtania. Természetesen a pontosabb eredmények vagy a gyorsabb futás érdekében ez állítható. A vizsgált pixel négyzet alakú környezetét mintavételezem, a színek előfordulásuk gyakoriságának függvényeként kapnak tagsági értékeket μ_R . A fuzzy döntést a fentebb bemutatott RGB döntés analógiájaként valósítottam meg, bár a döntési fázis előtt a szín tagsági függvényeket megszoroztam az arányossági számmal is.



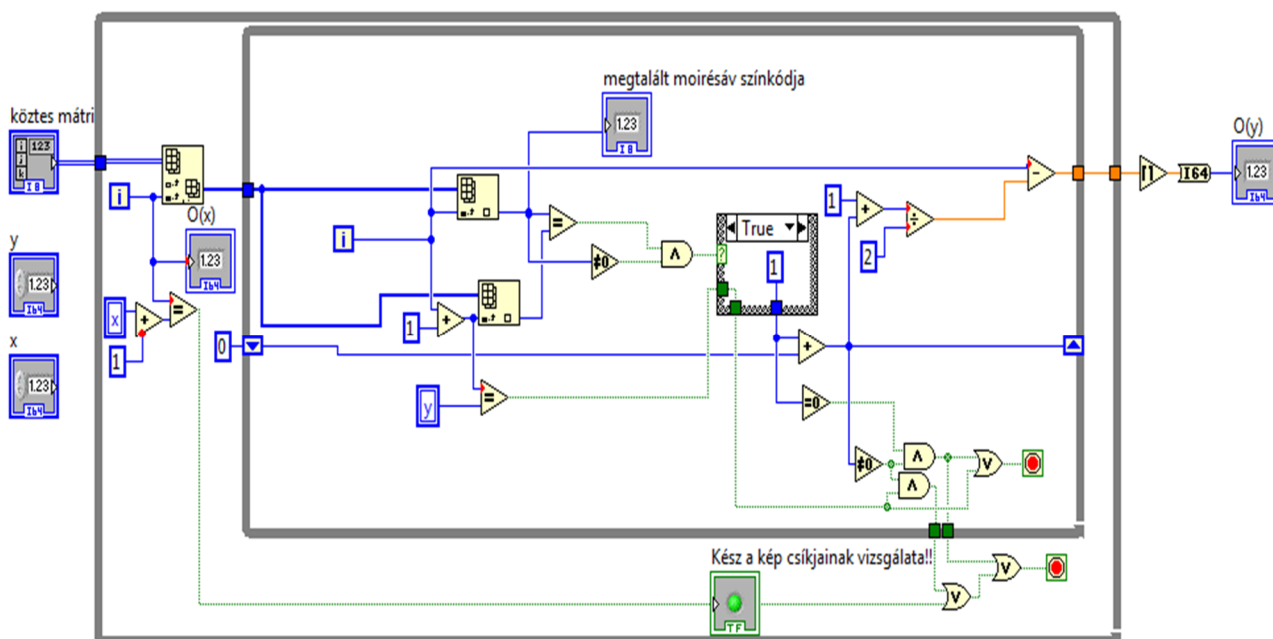
43. ábra, *A vágás műveletének gyakorlati megvalósítása*

5.3.3. A moirécsík keresés és a köztes mátrix létrehozása

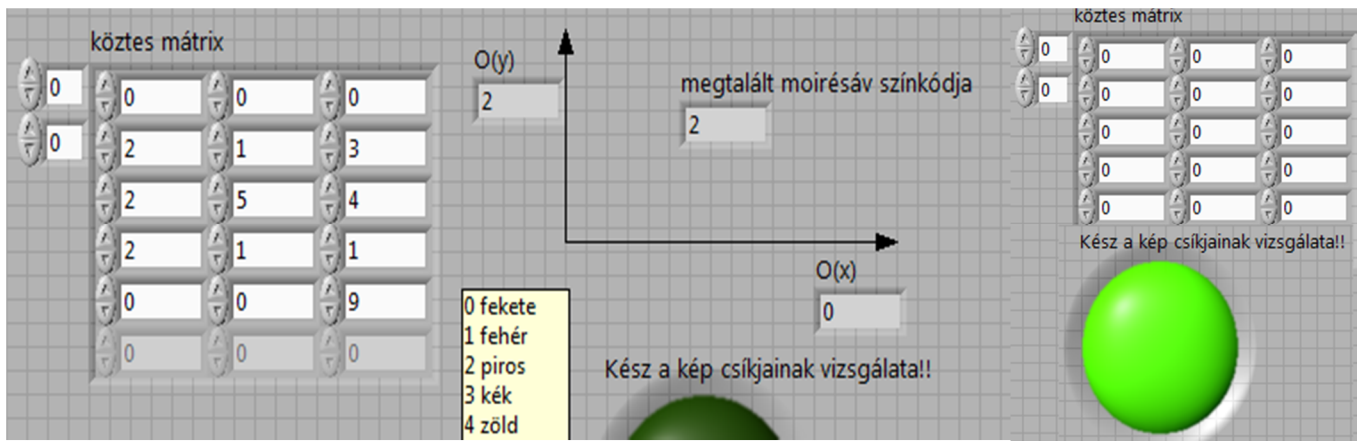
A „köztes” mátrix első oszlopától elindulok, és fentről lefelé megvizsgálom minden pixel színét és az utána következő pixelét is, és ha ezek azonosak, akkor egy moiré csíkot találtam. Ha ez mégsem, akkor tovább lép a program, és így iterálgatva keres tovább. Ha az első oszlopban nem találta meg a moirésávot, akkor tovább lép a másodikra, és ha ott sem így halad tovább. Fontos megjegyezni, hogy a fentebb említett 0-s kódú semleges színre nem reagál a program találatként.

Ha megtalált a program egy moirésávot, akkor még megkeresi a sáv középpontját így megadja az első $O(x,y)$, ahonnan majd kiindulhat a moiré csík definiálásának a menete. Kimenatként a moirécsík színét is lekérdezhethetjük.

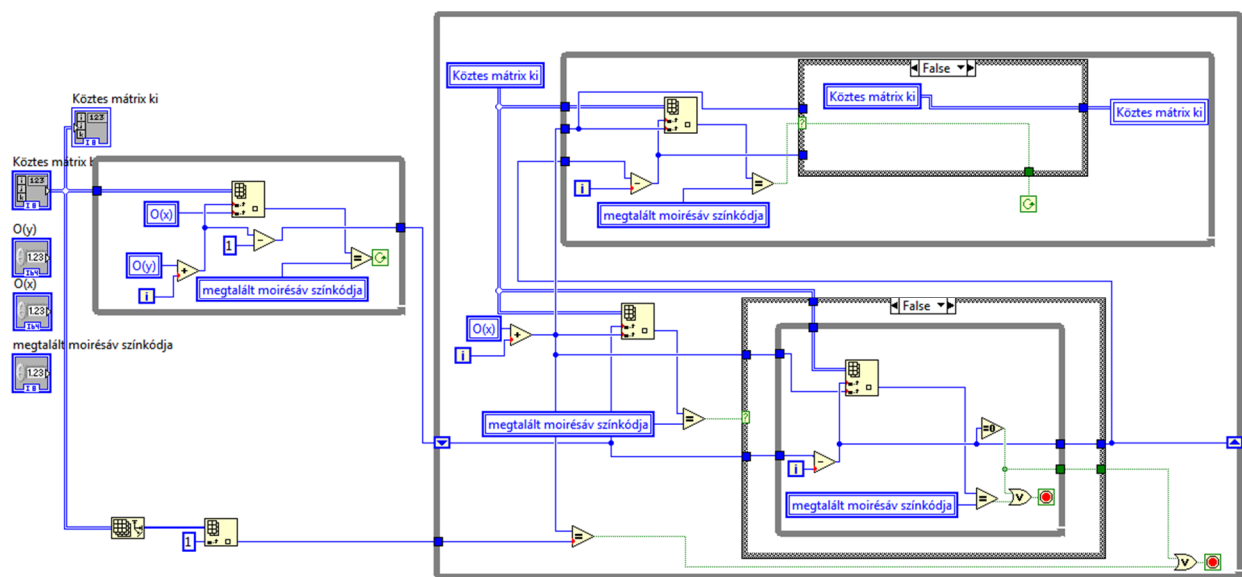
Ezután a köztes_mátrix VI a megtalált moirécsíkot kitörli a „köztes” mátrixból, azaz átírja a sáv pixeleit a semleges kódúra. Majd az új „köztes” mátrixon újra futatjuk a csík keresést, majd újra a törlés. Ezeket a műveleteket addig folytatjuk, amíg meg nem találjuk az összes moirésávot, azaz a „köztes” mátrix át nem alakul egy csak 0-kat tartalmazó mátrixá.



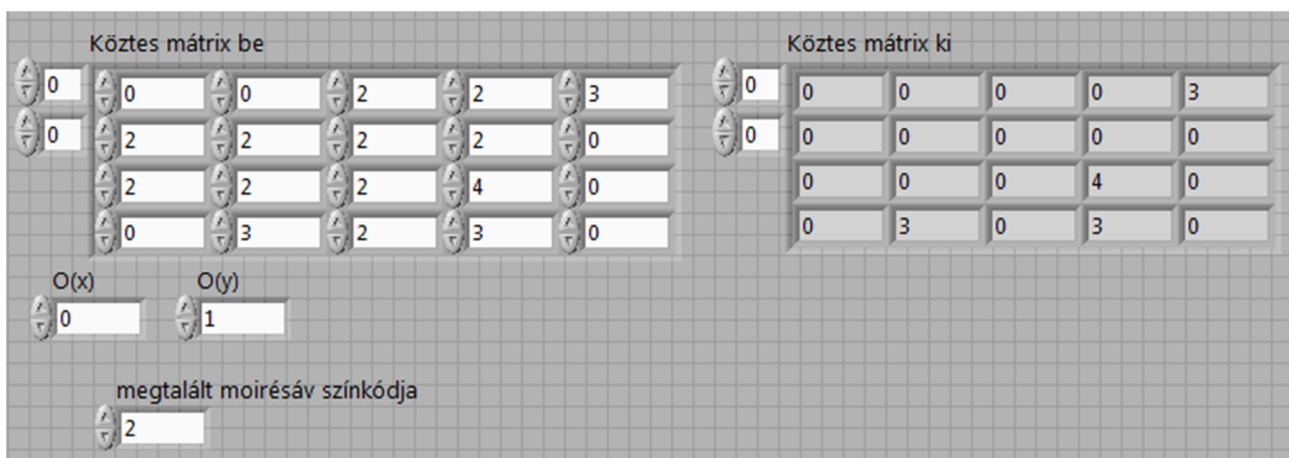
44. ábra, A moirécsík megtalálásának módja



45. ábra, A moirésávot kereső VI működésének szemléltetése



46. ábra, A „köztes” mátrix meghatározásának módja



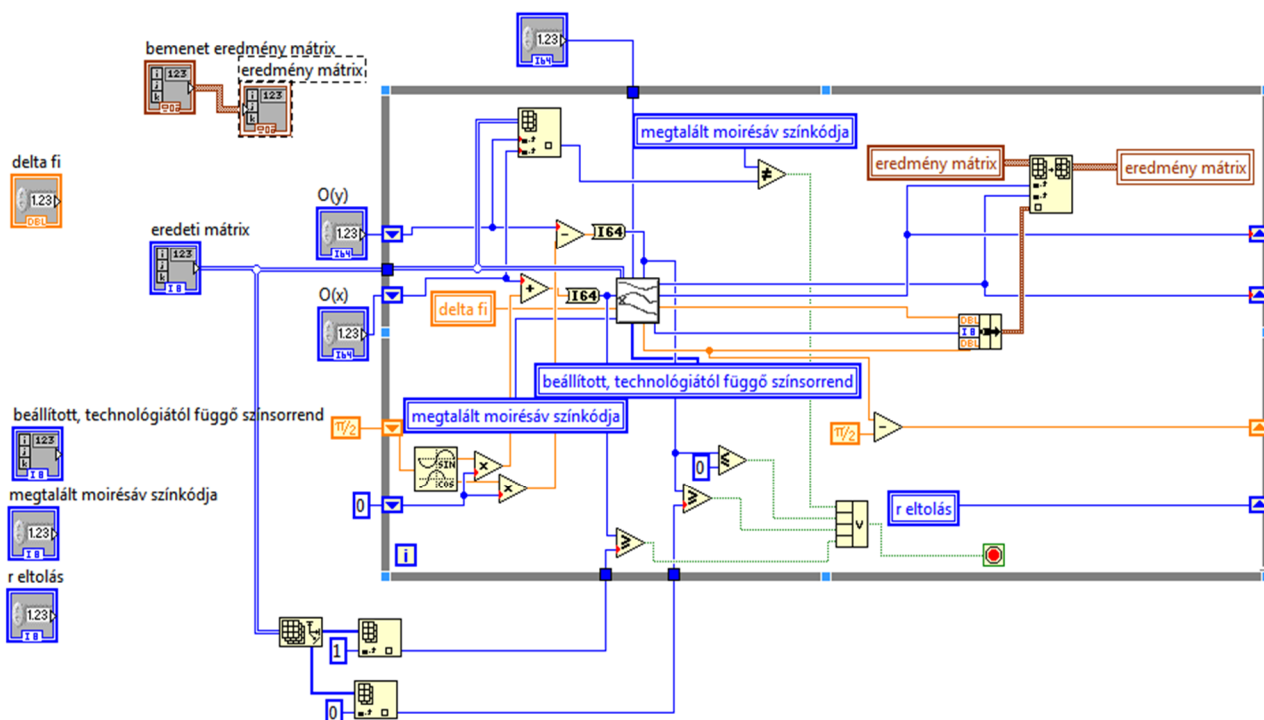
47. ábra, A köztes_mátrix.vi működésének szemléltetése

5.3.4. A moirécsíkok gerincének-, és a felületi merőlegesek definiálása

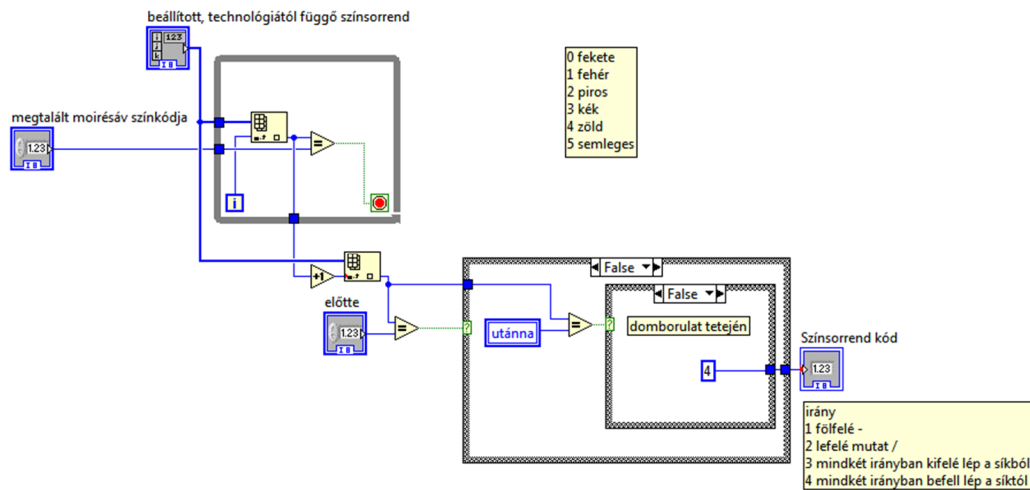
A moiré_gerinc.vi nevű SubVI-ban a moirécső első $O(x,y)$ -től elindulva megkeressük az O pontra jellemző φ_i felületi merőlegesre illesztett egyenest. Megkeresem a φ_i -nél a moiré sáv O' tényleges középpontját.

A színsorrendből megállapítjuk, hogy az O' ponthoz tartozó felületi merőleges a síkból kifelé, vagy síkba befelé, vagy a síkban van mivel itt egy domborulat tetején vagy egy mélyedés alján vagyunk. Ezeket a lehetőségeket a későbbi relatív 3D elkészítése céljából kódoltan az O' -nak megfelelően eltároljuk φ_i -vel és a sáv szélességgel együtt.

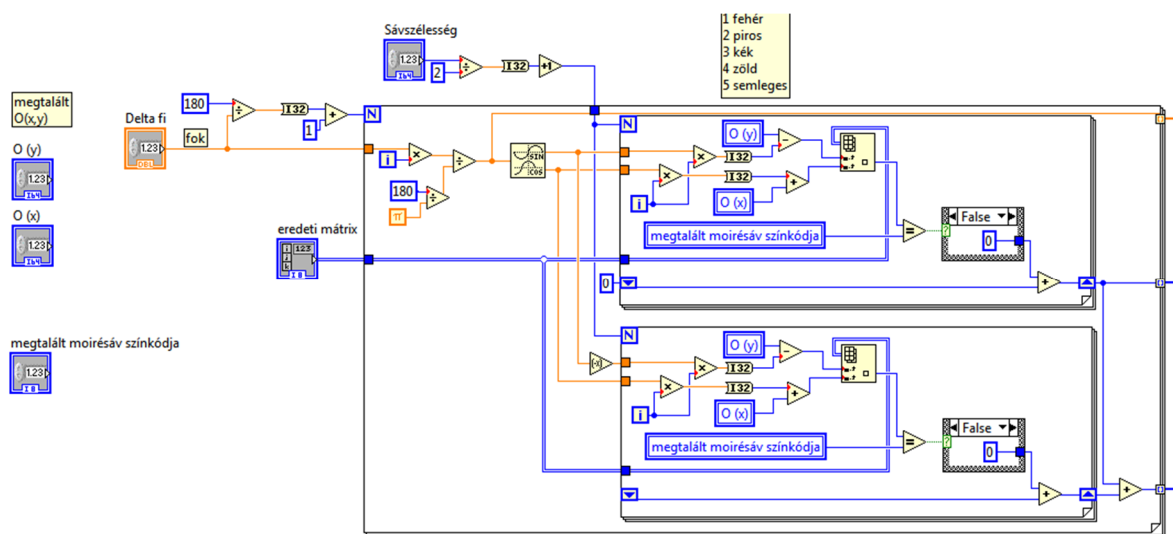
A csíkra jellemző összes $O_j'(x_j, y_j)$ megkeressük úgy, hogy a leírt műveletsort végig futatjuk a moiré csíkon. O_{j+1} meghatározás O_j -ből egy a φ_{ij} -re merőleges r nagyságú eltolással történik.



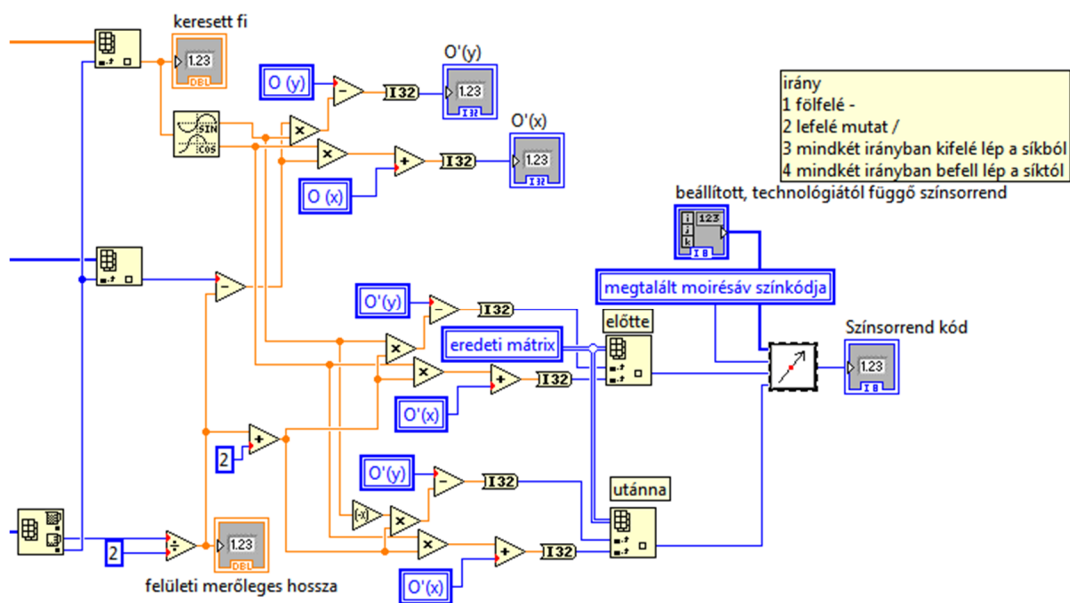
48. ábra, A moirécső gerincének és a felületi merőlegesek definiálásának módja



49. ábra, $A O_j$ helyen a Színsorrend meghatározásának a módja

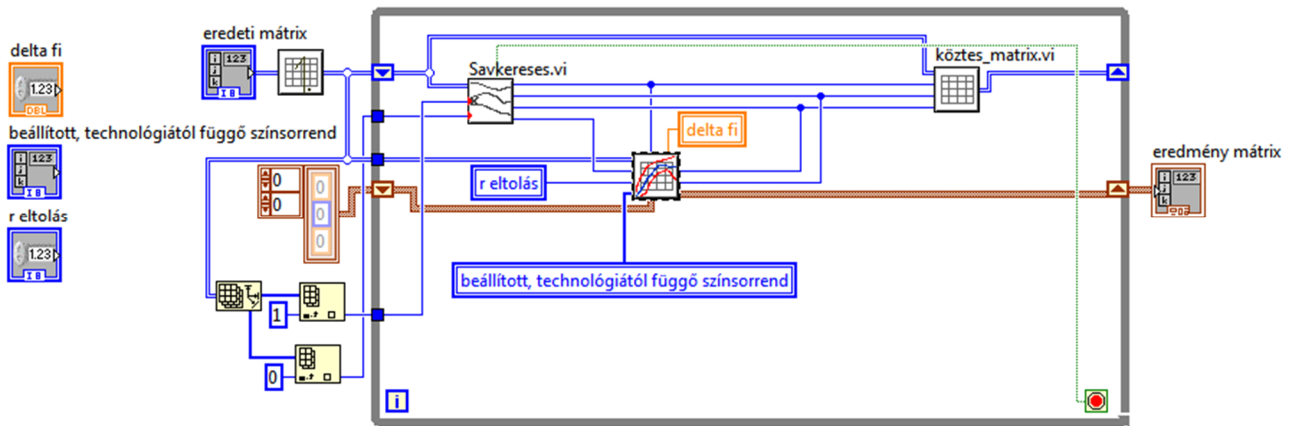


50. ábra, A felületei merőleges kereséshez a $\mu(\varphi_i)$ -k meghatározása, azaz a fuzzyfikálás lépés



51. ábra, $\mu(\varphi_i)$ -k közül kiválasztjuk a legkisebbet és a hozzá tartozó irányt

Az összes moirécsík gerincének definiálása úgy történik, hogy a megtalált összes moirécsíkon végig futatjuk a gerincet definiáló rész programot. A végeredményünk egy olyan mátrix ami a gerincpontoknak megfelelő helyen tárolja a felületi merőleges φ_{ij} -ket, a színsorrend kódokat és a felületi merőleges hosszakat.



52. ábra, Az összes moirésáv leírásának módja

Az algoritmust megvalósító program még fejlesztés alatt áll, az itt leírt SubVI-ok fogják alkotni.

6. Megállapítások

6.1. Első megállapítás: Elméleti és kísérleti úton bebizonyítottam, hogy a mintavételezett pixelek színkódolása megoldható fuzzy döntési algoritmussal. (*Fuzzyfikálás* → *Fuzzy következtetés* → *Defuzzyfikálás*)

6.2. Második megállapítás: Elméleti és kísérleti úton bebizonyítottam, hogy a képvágás művelete egy fuzzy döntési algoritmus eredményként állítható elő. Az életlen moirécsíkok, amik hagyományosan nehezen feldolgozhatók, a fuzzy logikával egy karakterisztikus csíkrendszer formájában -- a felületet leíró képességük csorbulása nélkül -- újragenerálhatók.

6.3. Harmadik megállapítás: Elméleti és kísérleti úton bebizonyítottam, hogy a moirécsík gerince meghatározható több fuzzy döntés és számítás útján úgy, hogy megkapjuk a gerincet építő pontok felületi merőlegesét, valamint a csíkok színsorrendjéből megállapítható az iránya is.

7. A továbblépés lehetőségei

Az algoritmusomat általánosabb esetekre is ki lehetne terjeszteni. Például, ha az RGB és fekete-fehér színeken kívül felismerjük a CMY, azaz türkiz, magenta és sárga színeket is, ezekhez persze új fuzzy döntési algoritmusokra lesz szükség. Komoly probléma és megoldására váró feladat nem zárt és a besűrűsödő moiré görbék azonosítása. Ilyen irányba is ki lehetne terjeszteni az elméletemet.

Az összetettebb képek elemzési és döntés hozatali rendszerének megalkotása is egy tovább lépési irány lehet. A zavaró háttér felismerése és eltávolítása.

Hiszem, hogy a fuzzy alapokon nyugvó színfelismerő SubVI-om valós, nem ideális esetekben is hasznos információval, feldolgozható felismerhető moirécsíkokkal szolgálna. Ezeknek a kísérleti megvalósítása célja lehet további kutatásoknak.

A kiterjesztéseket és az új algoritmusokat software-esen meg lehetne valósítani. Sőt az egész programozást egy objektum orientált nyílt forráskódú elterjedt programozási nyelven újra lehetne kezdeni.

A programot egyszerűsíteni kellene, mivel túl sok számítást kell végezni, ezért hosszú a futás ideje, és nagy a kapacitása, leterheli a számítógépet. Természetesen mindegyiknek van haszna, de elhanyagolásokat lehetne alkalmazni a programban.

8. Köszönetnyilvánítás:

Szeretném megköszönni konzulensemnek, Dr. Antal Ákosnak a segítséget és útmutatását. Bátran fordulhattam kérdéseimmel hozzá, értékes gondolatai mindig előrébb lendítettek munkám során. Nélküle ez a dolgozat nem jöhetett volna létre.

9. Irodalomjegyzék:

- [1] L. A. Zadeh. Fuzzy sets. Information and Controls, 8:338-353, 1965.
- [2] Retter Gyula (2002). Fuzzy rendszerek. Budapest: INVEST-MARKETING Bt.. p1-195.
- [3] Jeong M. S., Kim S. W.. (2002). Color grating projection moiré with time-integral fringe capturing for high-speed 3-D imaging. Optical Engineering. 41 (8), p1912-1917.
- [4] Hentschel C.: Video moire cancellation filter for high-resolution CRTs, IEEE Transactions on Consumer Electronics, Vol. 41., No. 1., 2001, pp. 16-24.
- [5] Ozawa, N and Takahashi, K. (1991). A Correlative Coefficient Multiplying (CCM) Method for Chrominance Moire Reduction in Single-Chip Color Video Cameras. IEEE Transactions on Electron Devices. 38 (5), p1217- 1225.
- [6] Antal, Á. and Fekete R. T.. (2008). Jármű-karosszériaelemek kvázi-interferometrikus alakvizsgálata. Járműipari innováció - EJIT. 3-4 (1), p44-47.
- [7] Kittler, J., Petrou, M. and Nixon, M. S.. (2004). Simultaneous Determination of Object Shape and Color by Moire Analysis ´ Using a Reflection Model. In: IEEE Computer Society Proceedings of the 17th International Conference on Pattern Recognition. Cambridge UK: Naganuma, S; Tagawa, N; Minagawa, A; and Moriya, T. p1051-1055.
- [8] Youngmee, H; Jongmin, K and Minhwan, K. (2002). A new moire smoothing method for color inverse halftoning. IEEE ICIP. 02 (01), p820-823.
- [9] Ru, Q.. (1992). Highly sensitive Moire technique for direct and real-time observation of electron microscopic phase objects. Applied Physics Letters. 60 (23), p2840- 2842.
- [10] A. Inagaki, N. Tagawa, A. Minagawa, and T. Moriya. Computation of shape and reflectance of 3-d object using moir´e phase and reflection model. In Proc. of IEEE Internat. Conf. of Image Proc., volume 2, pages 177–180, October 2001
- [11] Naganuma, S. ; Tagawa, N.; Minagawa, A. and Moriya, T.. Estimation of 3d shape and reflectance using multiple moir´e images and shading model. In Proc. of 2003 ACM Symposium on Appl. Computing, pages 943–950, March 2003

- [12] 仙台市交通局. (2011). Sendai subway. Available: <http://www.subways.net/japan/sendai.htm>. Last accessed 07th Oct 2012.
- [13] Kalman, R. (2005). Fuzzy Logic Applications. Available: <http://www.calvin.edu/~pribeiro/othrlnks/Fuzzy/apps.htm>. Last accessed 07th Oct 2012.
- [14] Huthoefer, L. (2010). Patriot Technologies. Available: <http://www.usm.edu/cet/Opportunities/Jobs/Patriot.html>. Last accessed 07th Oct 2012.
- [15] Jeong M. S., Kim S. W. Color grating projection moiré with time–integral fringe capturing for high–speed 3–D imaging, Optical Engineering, Vol. 41., Issue 8., 2002, pp. 1912-1917.
- [16] Chen, H. J.; Zhang, J., Lv, D. J. and Fang J . (2007). 3-D shape measurement by composite pattern projection and hybrid processing.OPTICS EXPRESS. 15 (19), p.12318-12330.
- [17] Antal, A (2009). Optikai úton generált moiréfelületek hiba analízise és identifikálása mérés technikai alkalmazásokkal - Doktori (PhD) disszertáció - kézirat. Budapest: BME. p11-108.
- [18] Pavalyeva, D. (2009). Coour moiré phenomem and its application for topographical measurements - PhD dissertation. Budapest: BME. p1-84.
- [19] Kóczy, T. L. and Tikk, D (2000). Fuzzy rendszerek. Budapest: Typotex. p10-200.
- [20] Antal Á. (2009). Felületazonosítás moirémódszerrel. Budapest: BME. p1-5.
- [21] Sazonov, E. (2005). Example of a Mamdani/Larsen fuzzy controller - Defuzzyfication. Available: <http://www.intelligent-systems.info/classes/ee509/9.PDF>. p1-6 Last accessed 18 th Oct 2012.
- [22] Dubois, D and Prade, H (1980). Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications. Georgia: ACADEMIC PRESS, INC - William F. Ames. p1-358.
- [23] Zadeh, L. A. (1973). Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes. IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS. 3 (1), p28-44.

- [24] Antal A., Paveleva D.: Projection method of resolving ambiguities by determining the order of colors in moiré fringes, *Applied Optics*, Vol. 44., 2005, pp. 7709-7713.
- [25] Takasaki H.: Moiré Topgraphy, *Applied Optics*, June 1973., Vol. 12., No. 4., pp. 845-850.
- [26] Meadows D. M., Johnson W. O., Allen J. B.: Generation of surfaces Contours by Moiré Patterns, *Applied Optics*, April 1970., Vol. 9., No. 4., pp. 942-947.
- [27] Idesawa, M., Yatagai, T., Soma, T.: Scanning moiré method and automatic measurement of 3-D shape, *Applied Optics*, Vol. 16., No. 8., 1977, pp. 2152-2162.
- [28] Hovanesian J., Hung Y. Y.: Moiré contour-sum, contour-difference, and vibration analysis of arbitrary objects, *Applied Optics*, Vol. 10., No. 12., 1971. pp. 2734-2738.
- [29] Yuk, K. C.; Jo, J. H. and Chang, S. . (1994). Determination of the absolute order of shadow moiré fringes by using two differently colored light sources," . *Appl. Opt.*. 33 (01), p130-132.
- [30] Hu C. H., Qin Y. W.: Digital color encoding and its application to the moire technique, *Applied Optics*, Vol. 36., No. 16., 1997, pp. 3682-3685.
- [31] Meadows, D. M.; Johnson, W. O. and Allen, J. B.. (1970). Generation of surface contours by moiré patterns. ''*Appl. Opt.* 9 (4), p942-947.
- [32] Doty, J. L.. (1983). Projection moire' for remote contour analysis. *J. Opt. Soc. Am.* 73 (3), p366-372.
- [33] Gasvik, K. J. (1995). *Optical Metrology*. New York: Wiley. p174 –175.
- [34] Yatagai, T.; Idesawa, M. and Yamaashi Y.. (1982). 'Interactive fringe analysis: application to moiré contourgram and interferogram. *Opt. Eng.*. 21 (5), p901-905.
- [35] Bone, D. J. ; Bachor, H.-A. and Sandeman R. J.. (1986). Fringe pattern analy-sis using 2-D Fourier transform. *Appl. Opt.* 25 (10), p1653-1660.
- [36] Kujawinska, M. (1987). Use of phase-stepping automatic fringe analysis in moiré interferometry. *Appl. Opt.* 26 (22), p4712– 4714.

- [37] Idesawa, M.; Yatagai, T. and Soma, T. (1977). Scanning moiré method and automatic measurement of 3-D shapes. *Appl. Opt.* 16 (8), p2152–2162.
- [38] Choi, Y.-B. and Kim, S.-W.. (1998). Phase-shifting grating projection moiré' topography. *Appl. Opt.* 37 (3), p1005–1010.
- [39] Choi, Y.-B.; Kim, S.-W. and Oh, J.-T. . (1996). Three-dimensional profile measurement of fine object by phase shifting moiré interferogram. *Proc. SPIE*. 29 (9), 28–36.
- [40] Kim, S.-W.; Oh, J.-T.; Jeong, M.-S.; and Cho, Y.-B. . (1998). Two frequency phase-shifting projection moiré' topography. *Proc. SPIE*. 35 (20), p36–42.
- [41] Jeong, M.-S. and Kim, W.-s.. (2002). Color grating projection moiré with time-integral fringe capturing for high-speed 3-D imaging. *Opt. Eng.* 41 (8), p1912-1917.
- [42] Hausler, G. and Ritter, D.. (1993). Parallel three-dimensional sensing by color-coded triangulation. *Appl. Opt.* 32. (35), p7164 –7168.
- [43] Schubert, E. and Klicker, H. R. J.. (1994). Fast 3D object recognition using a combination of color-coded phase-shift principle and color coded triangulation. *Proc. SPIE*. 22 (47), p202–213.
- [44] Wenzel K.: Colour Moiré patterns, Sound and Image Technology, Vol. 38., 1992, p52-53.
- [45] A. Livnat, O. Kafri, and G. Erez. (1980). Hills and valleys analysis in optical mapping and its application to moiré contouring. *Appl. Opt.* 19 (19), p3396-3400.

Függelék:

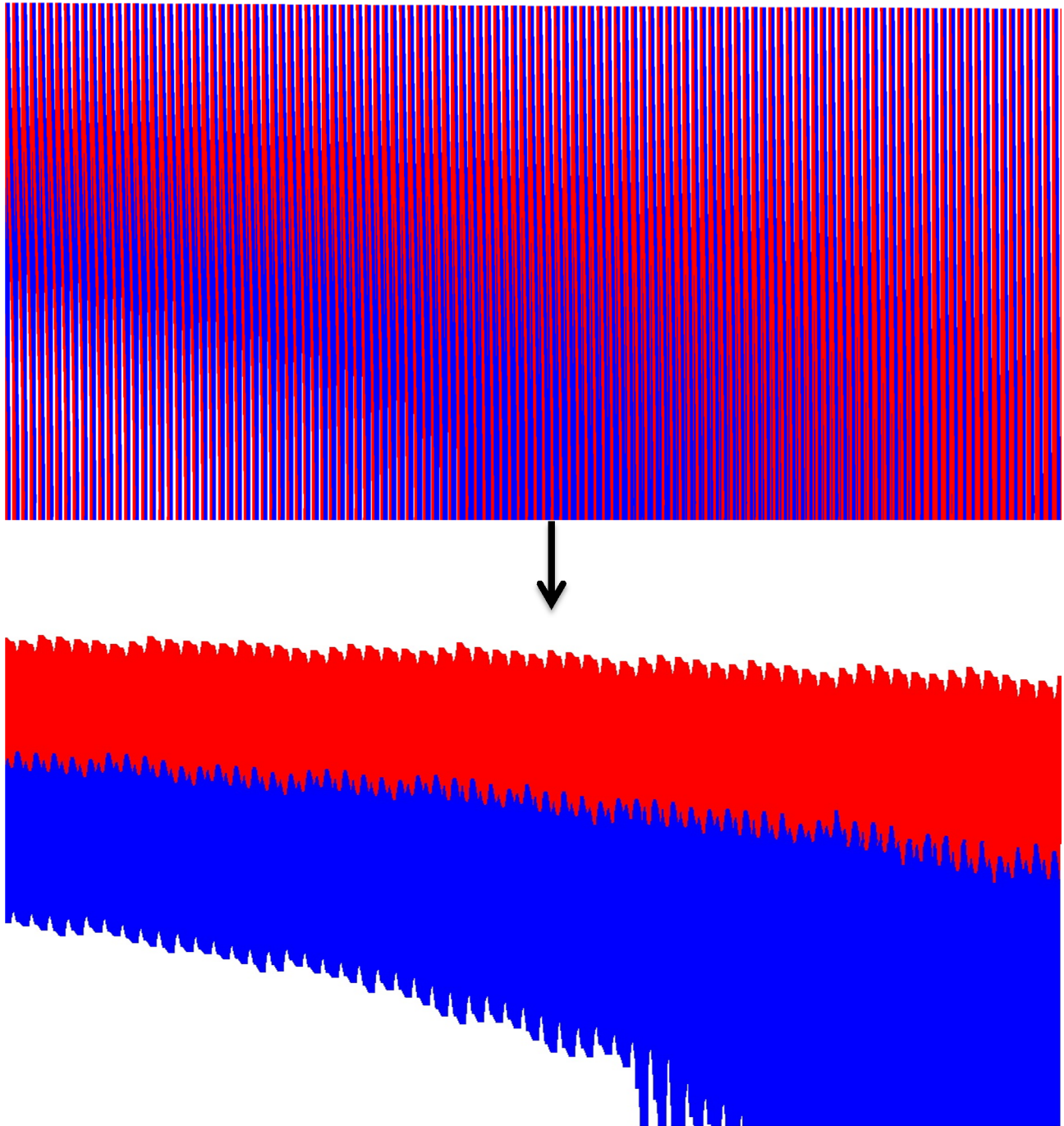
Jelölések:

x, y, z, a, b, c	változók
X, Y	fuzzy alaphalmazok
A, B, C	halmazok (mind a hagyományos mind a fuzzy)
$\mu_i(x)$	a tagsági- vagy karakterisztikus függvény jele
$\wedge$	és művelet jele
$\vee$	vagy
$\cap$	metszet
$\cup$	unió
s	mintavételezett pontok jelölése
x, y	a síkbeli derékszögű koordináta rendszer tengelyei
x, y, z	a térbeli derékszögű koordináta rendszer tengelyei
O	középpontok jelölése
O'	korrigált középpontok jelölése
φ	a szögelfordulás jele
min	a minimum választásának művelete
max	a maximum választásának művelete
i, j	a változók indexei
w	a Yager norma beállító változója
$\circ$	a kompozíció jele
$\times$	a Descartes-szorzat jele
$\sum_{A \times B}$	a véges fuzzy relációk jele
$\int_{A \times B}$	a végtelen fuzzy relációk jele
$proj()$	a vetítés művelete
$CE()$	a hengeres kiterjesztés művelete
r	az eltolás vektor
d	a mintavételező szakasz hossza
n, m	a vizsgált kép x-, y irányú méretei

k	a moiré vetítőrács mintázatának szélessége
-----	--

Többször is előfordul, hogy ugyanazt a jelölés használok különböző kifejezésekre, de a dolgozatom folyamán a szövegkörnyezetből egyértelműen ki fog derülni minden esetben, hogy mit mivel jelölök.

Futási eredmények:



53. ábra, A színkódolás majd a vágás műveletének az eredménye