



TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

Csapos bolygómű tervezése

Parádi Attila

II. éves gépészmérnök hallgató

Konzulens:

Dr. Szenté József

egyetemi docens

Gép- és Terméktervezési Tanszék

Miskolc, 2012

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés.....	3
2. A ciklohajtómű általános áttekintése.....	4
2.1. Történeti áttekintés	4
2.2. A ciklois görbe típusai	5
2.3. A ciklohajtómű felépítése, működése és tulajdonságai	6
3. Szabadalomkutatás	8
3.1. Hajtómű (1928, 1694031) [7]	8
3.2. Eljárás és berendezés szalagköszörüléses lefejtő megmunkálásokra (1989, HU 209 638 B) [8]	10
4. A cikloistárcsa geometriája	13
4.1. A profil származtatása	13
4.2. Az áttétel meghatározása	15
4.3. Az epiciklois profil leképzése.....	18
4.4. A cikloistárcsa profiljának meghatározása	22
5. A ciklohajtómű erőjátékának meghatározása	25
5.1. A számításoknál alkalmazott feltételezések és jelölések.....	25
5.2. Az excenter erőnek a hajtónyomatékot átadó része (P_V) és a külső görgőkről ható normál irányú erők (N_i) meghatározása.....	27
5.3. A belső görgőkről a cikloistárcsára ható erők (K_i) meghatározása	29
5.4. Az excenterről ható eredő erő (P_{EX}) kiszámítása	30
6. Az erők kiszámítása.....	31
6.1. A külső görgőkön ható erők kiszámítása.....	31
6.2. A belső görgőkön ható erők kiszámítása.....	34
6.3. A kapott eredmények.....	36
7. Méretezés érintkezési feszültségre	41
7.1. Az érintkezési feszültség és a görbületi viszonyok	41
7.2. Összefüggések vonalszerű érintkezésre.....	44
7.3. A megengedhető feszültségek	46
7.4. Nyírófeszültségek a felületi rétegben	48
8. Az érintkezési feszültségek kiszámítása ciklohajtómű esetén.....	50
8.1. Az epiciklois és a cikloistárcsa görbületi sugara	50
8.2. A cikloistárcsa és a külső görgő közötti érintkezési feszültség.....	53
8.3. A cikloistárcsa és a belső görgő közötti érintkezési feszültség.....	55
8.4. A cikloistárcsa anyagának és keménységének megválasztása	57
9. Összefoglalás.....	59
10. Felhasznált irodalom	61

1. Bevezetés

A dolgozat célja a Lorenz Braren által szabadalmaztatott ciklohajtómű (csapos bolygómű) főbb elemeinek szilárdsági méretezése. A feladat megoldása során az összefüggések általános formában kerülnek felírásra, majd ezeket alkalmazva, egy létező hajtóműre végzek számításokat.

A főbb szabadalmak és a szakirodalom áttekintésével megismerkedtem a hajtómű működési elvével, a működését befolyásoló elemekkel. Az ipari felhasználásának és tulajdonságainak bemutatása után elhelyeztem a bolygóművek csoportjában és bemutattam az áttétel meghatározását.

Áttekintést adok a cikloisok fajtáiról és azok leképezéséről. A cikloisív számítására vonatkozó általános összefüggés felírása után, egy cikloisív és ebből egy cikloistárcsa geometriája kerül meghatározásra. Az ezekhez szükséges paraméterek számszerű értékeit a hajtómű fő méretei szolgáltatják.

A cikloistárcsára ható erők meghatározására Dr. Ing. Manfred Lehmann publikációját vettem alapul. A cikk az erőhatások számításánál csak a fő összefüggéseket közli, azonban az erők kiszámításához szükség van az összefüggések részletes kifejtésére. Így abban a fejezetben az erők számításához szükséges összefüggések kerülnek részletezésre.

A témában fellelhető kevés szakirodalom a hajtómű fő károsodási formájaként a felszíni kifáradást jelöli meg, amely a görgő-cikloistárcsa kapcsolat során lép fel, ezért megvizsgálom a kialakuló érintkezési feszültségeket. Ezeket a Hertz-elmélet alapján végzem, ehhez szükség van a görbületi viszonyok meghatározására is.

Az erők és az érintkezési feszültségek meghatározását a belső- és külső görgőknek a cikloistárcsával való kapcsolódására végzem el. Az eredményeket leíró függvényeket összevetem a szakirodalomban találhatókval.

A kapott eredmények ismeretében kiválasztható a cikloistárcsához szükséges anyag, a felületi keménység és a hőkezelt réteg vastagsága.

2. A ciklohajtómű általános áttekintése

2.1. Történeti áttekintés

A ciklohajtóművek különböző típusait napjainkban a Sumitomo Drive Technologies japán cég gyártja és forgalmazza. A cégnek a hajtómű gyártásában betöltött szerepét a cég honlapja ismerteti.

A Sumitomo cégcsoport 400 éves múltja tekint vissza. Napjainkban a Sumitomo-nak 267000 alkalmazottja van világszerte, az évenkénti eladásából származó bevétele meghaladja a 400 milliárd amerikai dollárt. A Sumitomo cégcsoport a legnagyobb cégek egyike Japánban és a Földön, aktív a legkülönbözőbb – a vas- és acélipari, gépészmérnöki, bányászati, kerámia, ingatlan, banki és kereskedelmi – területeken [1].

A 16. században Masatomo Sumitomo megalapította gyógyszer- és könyvesboltját. Azóta a vállalat a Sumitomo nevet viseli, ezzel mutatva ki, hogy ragaszkodik az üzleti filozófiához, amit Masatomo alakított ki 400 éve.

A Sumitomo Hajtás Technológiák (Sumitomo Drive Technologies) eredete Európába az 1930-as évekbe nyúlik vissza.

Lorenz Braren találta fel a ciklohajtóművet és alapította meg a CYCLO Getriebebau GmbH-t a németországi München-ben, 1931-ben. A találmányát szabadalmaztatta, ezzel jelentős befolyást gyakorolt a hajtástechnológia fejlődésére a teljesen új hajtás koncepciójával. A ciklohajtómű sajátos fogakkal működik, a nyomatéktovábbító részek nyomásnak vannak kitéve. A ciklohajtómű használóinak ez jelentős előnyt biztosít, mert a túlterhelés miatti hibák megszűntek [1].

A második világháború után Lorenz Braren hozzáfogott a termék fejlesztéséhez és folytatta a ciklohajtómű optimalizálását, egészen 1953-as haláláig.

Az 1930-as évek vége felé a Sumitomo Nehézipari Vállalat az egyik legnagyobb gépészeti vállalat volt Japánban. Licenc alapján gyártották és jelentős sikerrel forgalmazták az első ciklohajtóműveket Japánban. 1974-ben részesedést vásárolt a CYCLO Getriebebau GmbH-ban.

A német cég teljesen a Sumitomo Nehézipari Vállalat része lett 1994-ben. Európában a cégnek jelenleg több mint 300 alkalmazottja van, akik gyártják és értékesítik a fogaskerekes mechanizmusok és hajtóművek teljes körét.

2.2. A ciklois görbe típusai

A ciklois olyan görbe, amelyet egy irányított görbén csúszás nélkül legördülő kör egy meghatározott pontja ír le. A gyakorlatban azoknak a cikloisoknak van jelentősége, melyeknél az irányított görbe egyenes, ill. kör. Ha az álló görbe egyenes, az ezen legördülő kör kerületi pontja származtatja a közönséges vagy csúcsos cikloist.

A nyújtott ciklois esetén a pont, melynek nyoma a görbe lesz, nem a generáló kör kerületén, hanem a kör területén belül helyezkedik el. A hurkolt ciklois generáló pontja a kör területén kívül van [2]. Paraméteres egyenletük:

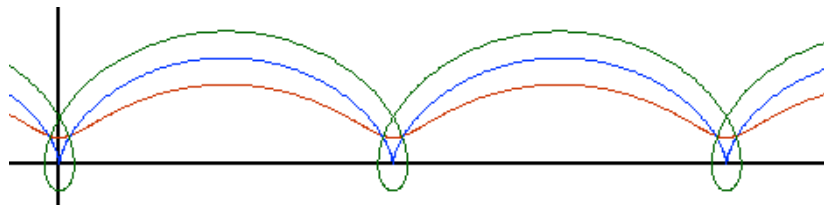
$$\begin{aligned}x &= a \cdot t - e \cdot \sin t, \\y &= a - e \cdot \cos t.\end{aligned}\tag{2.1}$$

A nyújtott cikloisnál:

$$\frac{e}{a} = \lambda \leq 1.\tag{2.2}$$

A hurkolt cikloisnál:

$$\frac{e}{a} = \lambda \geq 1.\tag{2.3}$$



2.1. ábra

A cikloisok szemléltetése [2]

Az 2.1. ábrán kék színnel a csúcsos ciklois, piros színnel a nyújtott ciklois és zöld színnel a hurkolt ciklois látható. A csúcsos, nyújtott és hurkolt cikloist együttesen trochoidnak nevezik.

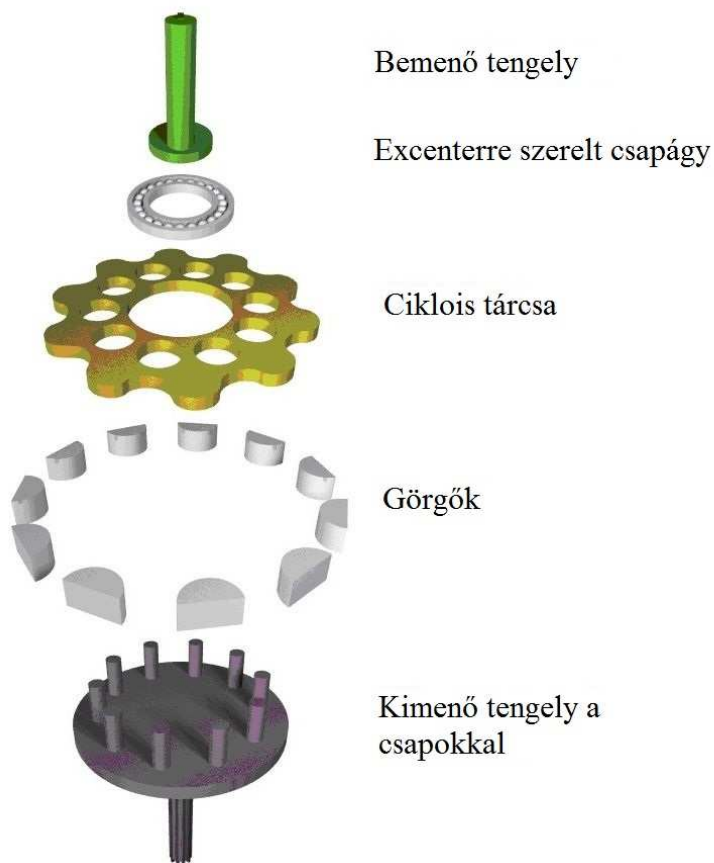
Ha a görbe, melyen a generáló kör legördül, nem egyenes, hanem szintén kör, amely a kör kerületén kívül gördül le, akkor epitrochoidról beszélünk. Ha a generáló kör az álló körön belül gördül le, akkor hipotrochoidról van szó.

Ezek egy-egy speciális fajtája az epiciklois, illetve a hipociklois, melyek csúcsos cikloisok. A nyújtott, illetve hurkolt epicikloisnak és hipocikloisnak nincs külön elnevezése.

A cikloistárcsa profilja kör körön való legördítésével származtatható, tehát epiciklois vagy hipociklois profilú.

2.3. A ciklohajtómű felépítése, működése és tulajdonságai

A ciklohajtómű fő részei: a bemenő tengely az excenterrel, az excenterre szerelt csapágó, ciklois tárcsák, a görgők és a kimenő tengely a csapokkal (2.2. ábra).



2.2. ábra

A ciklohajtómű részei [3]

A ciklohajtómű működése a b típusú bolygóműéhez hasonló, azzal a különbséggel, hogy külső-belső fogaskerékpár kapcsolat helyett cikloistárcsa-görgő kapcsolat viszi át a teljesítményt. A bemenő tengelyre szerelt excenter meghajtja a cikloistárcsát, melynek epiciklois alakú fogai a külső görgősoron gördülnek le. A tárcsán kialakított furatokba kapcsolódnak a csapok és ezek révén a kimenő tengely. A görgők kapcsolódása a furatokkal és a kimenő tengellyel gyakorlatilag egy tengelykapcsoló. Ha a külső görgők száma eggyel több, mint a cikloistárcsa fogszáma, akkor a hajtómű áttétele a cikloistárcsa fogszámával egyenlő. A bemenő- és kimenő tengely forgásiránya ellentétes.

Működési elvét tekintve speciális (elemi b típusú) bolygómű, amelybe nyújtott ciklois fogazatú bolygókerekeket építenek be. Emiatt profil kapcsolószáma lényegesen nagyobb

lehet, mint az evolvens fogaskerékpároké (ha a gyűrűkerék és a bolygókerék fogszám különbsége egy, egyidejűleg a bolygókerek fogainak akár fele is részt vehet a teljesítmény átvitelében). A különleges fogalak és a nagy kapcsolószám miatt a ciklohajtómű teherbírása igen nagy, teljesítmény sűrűsége (egységnyi tömegére vonatkoztatott átvitt teljesítménye) valamennyi hajtás közül a legnagyobb. Miután egy időben nagyon sok fog van kapcsolatban, a hajtómű statikus teherbírása igen nagy (rövid ideig a névleges teherbírásának ötszörösét is elviseli). Folyamatos működés esetén a teherbírást a görgő-fog kapcsolat felszíni kifáradási szilárdsága korlátozza [4].

Az excentrikusan felszerelt cikloistárca rezgést okoz a hajtásban, amely átadódik a behajtó tengelyről a kihajtó tengelyre. Ez erősíti a cikloistárca fogainak a kopását, valamint a kimenő csapokkal való egymásra hatásnak köszönhetően kicsi relatív elmozdulást okoz a rezgés. Egy második cikloistárca fél fordulattal az elsőhöz képest való felszerelésével egyensúlyozni lehet a bemenő tengelyt és csökkenteni a rezgést [3].

Előnyei [5]:

- Nagy pontosság (<1' előfeszítést alkalmazva).
- Nagy teherbírás (statikusan ötszörösen túlterhelhető).
- Nagy merevség.
- Nagy áttétel valósítható meg.
- Jó kapcsolódási viszonyok, nagy kapcsolószám.
- Jó hatásfok.

Hátrányai [3], [6]:

- A behajtási és kihajtási oldal nem cserélhető fel egymással.
- Az excentrikus elrendezés miatt rezgés alakulhat ki.
- Magas előállítási és fenntartási költségek.
- 50:1-hez áttétel alatt nem hatékony a használata.

Alkalmazás [4]:

- Szerszámgépek.
- Ipari robotok.
- Nyomdaipar.
- Konvektorok.
- Acélművek.
- Szennyvíz telepek.
- Fűrésztelepek.

Általában ott, ahol nagy pontosságot és nagy nyomatékot kell megvalósítani kis helyen.

3. Szabadalomkutatás

A fejezetcímekben a szabadalom neve, majd ezt követően zárójelben a szabadalomba vétel időpontja (éve) és a szabadalom lajstromszáma van feltüntetve.

3.1. Hajtómű (1928, 1694031) [7]

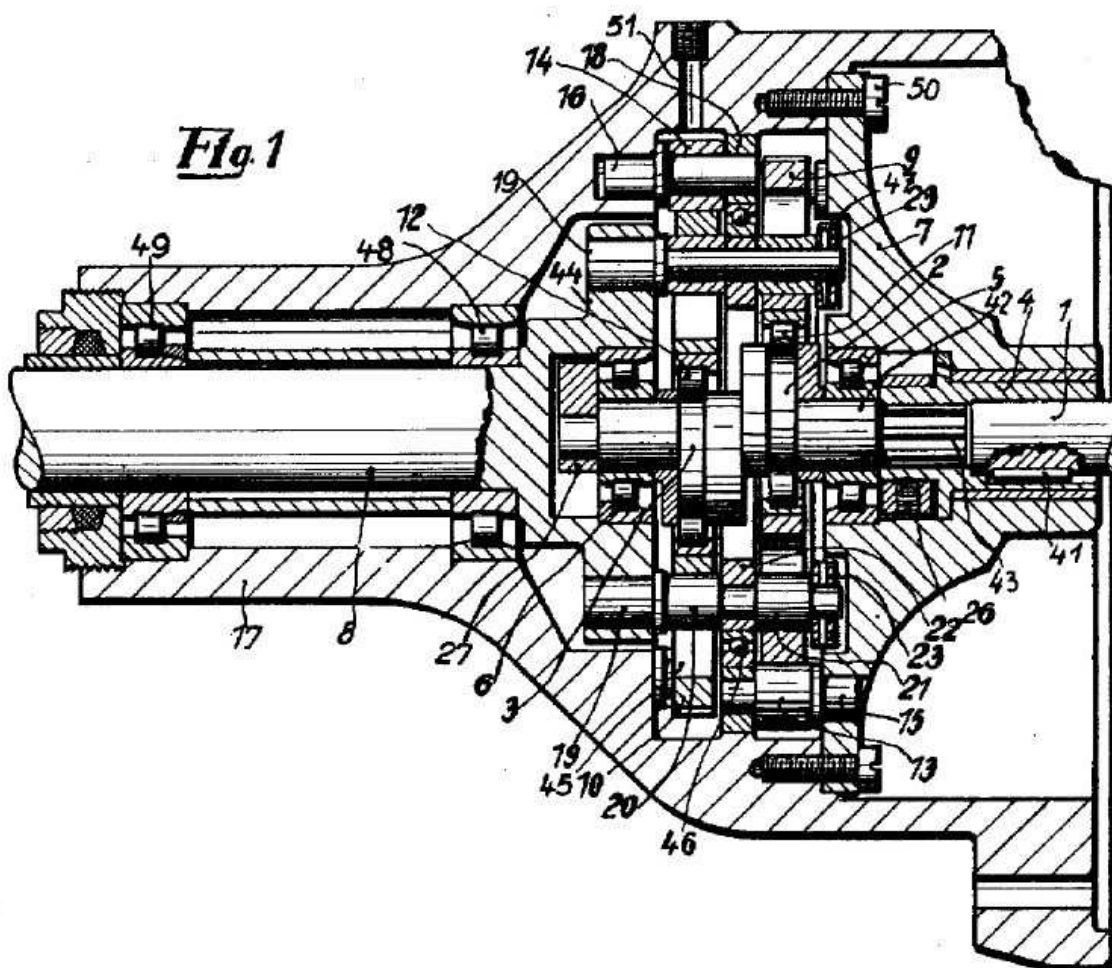
Lorenz Konrad Braren 1928. december 4-én kapott szabadalmat az Egyesült Államokban a ciklohajtóműre. A szabadalmi leírásban egyszerűen a Hajtómű (Gear Transmission) kifejezés szerepel megnevezésként. A szabadalom benyújtásának időpontja az Egyesült Államokban 1926. november 30-a és Németországban 1925. december 5-e volt.

A találmány a sebességváltókhoz hasonló, mert egy állandó áttételt valósít meg. Ez, az egy vagy több közvetítő tárcsának a gyors és lassú forgású tengelyek közötti elrendezésével érhető el. A tárcsa excentrikusan van felszerelve a gyors forgású tengelyre, így a kerületén lévő fogak kapcsolódnak a görgőkhöz. A fogak formája a kerület mentén ciklois profilú görbe vagy egyenlő osztásonként ismétlődő görbe. A ciklois görbéhez tartozik a trochoid, az epiciklois, az epitrochoid, a hipociklois és a hipotrochoid. A nyújtott típusú görbéknek az az előnyük, hogy nincs töréspontjuk és ezért kedvezőbbek a gyorsulási viszonyok [7].

Az 3.1. ábrán a gyorsan forgó tengely (1), amely például elektromotorhoz kapcsolódik egy retesszel (41) van rögzítve a hüvelyhez (4), amely a fedél (7) furatába illeszkedik. A forgattyús tengely (42) a hüvelyhez van erősítve bordáskötéssel (43) a két excenter (2) és (3) 180° fokra van elfordítva egymáshoz képest. A bemenő tengely két görgőscsapágyban forog (5) és (6), amelyek közül az első a fedélben van megtámasztva, az utóbbi a lassan forgó tengelyben (8) van beépítve. Két közvetítő tárcsa (9) és (10) szabadon elforog az excentereken [10]. A tárcsák kerületére munkált fogaknak különleges alakjuk van. A fogak kapcsolatban állnak a görgőkkel (13) és (14), amelyek forgathatóan vannak felszerelve a csapokra (15). A csapok a fedélbe vannak rögzítve, míg a másik tárcsa azonos számú csapja (16) a házhoz (17) van erősítve.

A görgők száma a kapcsolódásban eggyel különbözik az egyes tárcsák fogainak számától. A görbe alakja és a forgás iránya az előbbi kapcsolat által meghatározott. A tárcsa fogprofilja epiciklois vagy epitrochoid, mikor a görgők száma (14) eggyel meghaladja a fogak számát. Ebben az esetben a forgattyús tengely és a lassan forgó tengely (8) ellentétes irányban forognak. Amikor viszont a görgők száma eggyel kevesebb a fogak számától, akkor hipociklois vagy hipotrochoid fogprofilú a tárcsa. Ilyenkor mindkét tengely azonos irányba forog [7].

A nyomaték a tárcsákról a pálcákon (20) átadódik a lassan forgó tengelyre (8). A tárcsán lévő furatok (45) száma értelemszerűen megegyezik a pálcák számával. A furatok számát célszerű azonosra választani a fogak számával, így a furatokat szinte a fogakban lehet elhelyezni. Ezáltal a pálcák elhelyezésének sugara a középvonaltól növekszik és a terhelés a pálcákon ennek megfelelően csökken. Ahol a méret nem nagy jelentőségű a tárcsa készülhet nagyobb átmérővel és a fogaktól különböző számú furattal



3.1. ábra

A ciklohajtómű hosszmetsete

Az ellensúlyok (26) és (27) a hüvelyen (4) és a forgattyús tengelyen vannak elhelyezve, ezek kompenzálják a tárcsák mozgása okozta erőpárt. A lassan forgó tengely (8) radiálisan és axiálisan két görgőscsapággal (48) és (49) van megtámasztva a házban (17).

3.2. Eljárás és berendezés szalagköszörüléssel lefejtő megmunkálásokra (1989, HU 209 638 B) [8]

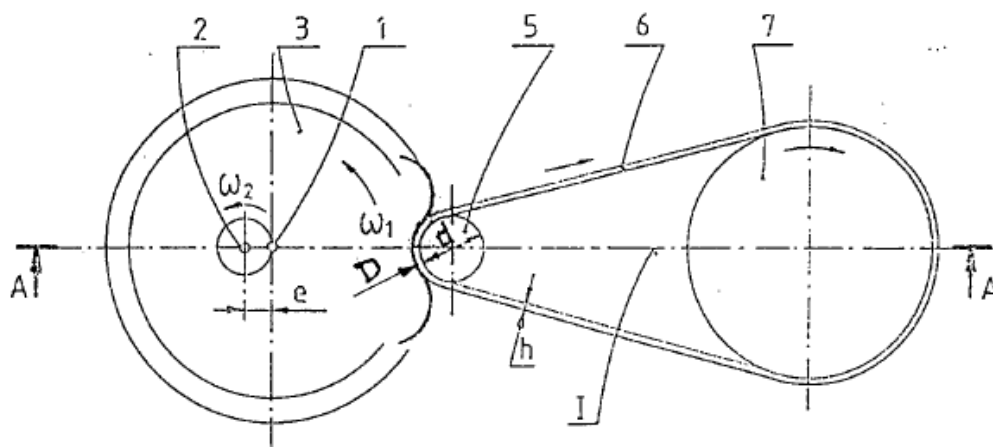
A szabadalom feltalálói: dr. Jakab Endre és dr. Tajnafői József, a szabadalom tulajdonosa: Miskolci Egyetem.

A szabadalom kidolgozásának oka, a bonyolult felületű alkatrészek (ciklois hajtóművek tárcsáinak fogazatai, vezértárcsák és vezérharangok vezérpályái) megmunkálásának pontosabbá tétele. Az általánosan ismert megmunkálási technológia az, hogy a gyártás során a görgőt hengeres szerszámmal (maróval, csapos köszörűvel) helyettesítik. Megmunkáláskor a hengeres szerszámok – különösen a csapos köszörű – gyorsan kopnak, átmérőjük változik, ami a lefejtett felületnél profilhibát okoz, amelynek korrigálásáról állandóan gondoskodni kell.

A találmány célkitűzése olyan eljárás és az azt foganatosító berendezés létrehozása, mely különböző típusú alakos munkadarabok megmunkálásánál a közvetlen lefejtéssel eljárást valósítja meg az előírt méret- és alakpontossággal, nagy termelékenységgel.

A találmány eljárás munkadarabok megmunkálására, különösen olyan, különféle mechanizmusokba beépített alakos munkadarabok köszörülésére vonatkozik, amelyek D átmérőjű görgőkkel vagy csapokkal kapcsolódnak. A megmunkálást a görgőkkel vagy csapokkal kapcsolódó felületek – epi- és hipocikloisokkal egyenközű fogazatok, tengely és agy nyomtérképvívő kötések, vagy vezértárcsa, vezérharang alakú munkadarabok – esetén egy kontaktgörgőn és hajtótárcsán felfutó köszörűszalaggal biztosítjuk. Miközben a munkadarab és a szerszám közötti lefejtő mozgást mechanizmussal, vagy NC vezérléssel biztosítjuk [8].

A találmány (3.2. ábra), melynek a végtelenített köszörűszalagból (6), a köszörűszalagot hajtó tárcsából (7), a köszörűszalagot a munkadarabhoz (3) nyomó - D átmérőjű görgő ill. csap átmérőjénél a köszörűszalag kétszeres vastagságával csökkentett d átmérőjű - kontaktgörgőből (5) álló egy vagy több köszörűegysége (I), valamint a munkadarab és a köszörűszalag közötti lefejtő mozgást megvalósító egysége van [8].



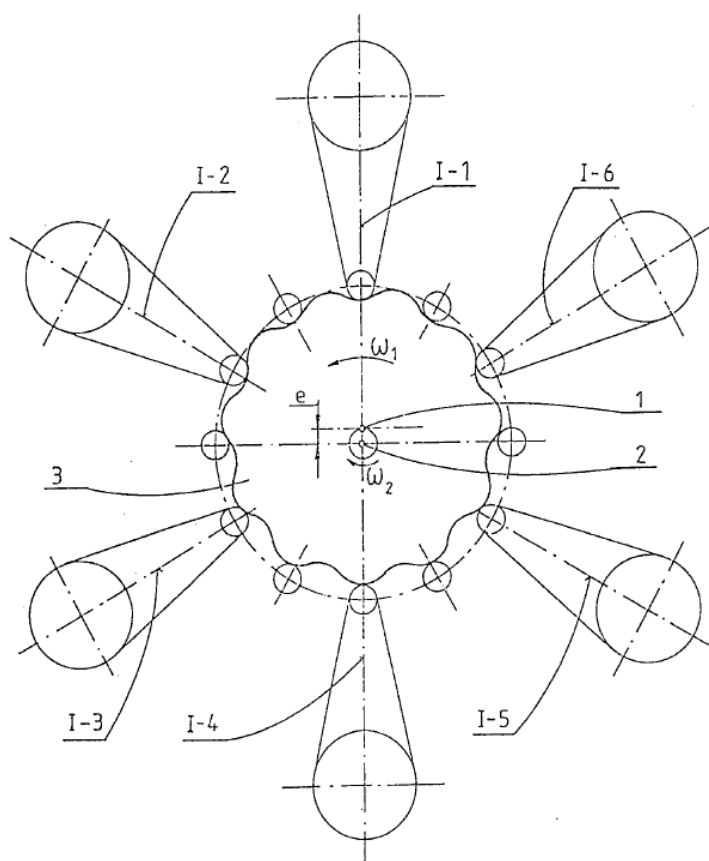
3.2. ábra

Epi- és hipociklois fogazatok megmunkálása köszörűszalagos szerszámmal

A 3.2. ábrán a szalagköszöröléses megmunkálás elvi vázlata látható. A D átmérőjű hengeres szerszámot a d átmérőjű (5) hengeres csapon futó h vastagságú, a gyártandó fogazatnál szélesebb, végetlenített köszörűszalag (6) helyettesíti, amelyet a tárcsa (7) hajt meg. Az így kialakított I köszörűegységnek a geometriailag helyes leképzéshez az alábbi összefüggésnek kell teljesülnie:

$$d = D - 2h$$

A 3.3. ábrán a több köszörűegységes megmunkálás elvi vázlata látható, amely a termelékenységet hivatott elősegíteni.



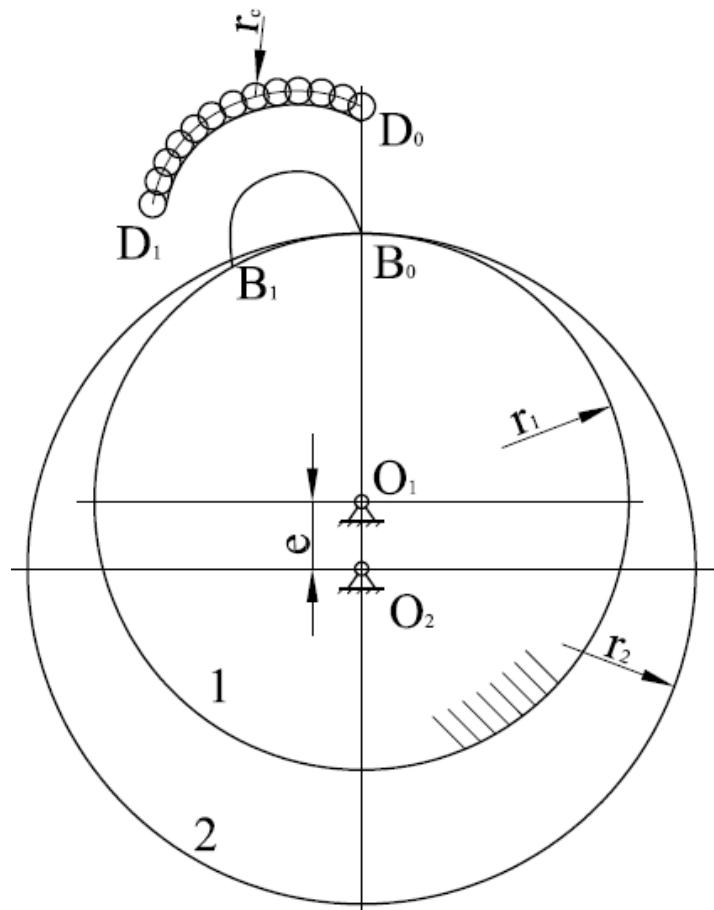
3.3. ábra

A több köszörűegységes megmunkálás elvi vázlata

4. A cikloistárcsa geometriája

4.1. A profil származtatása

A 4.1. ábrán a profil származtatása látható. Legyenek r_1 és r_2 a kerekek gördülőkör sugarai. Az excentricitás: $\overline{O_1O_2} = e$. Az r_2 sugarú körnek az r_1 sugarú körön való legördítésekor az r_2 sugarú körhöz rögzített B_0 pont a B_0B_1 közösleges epicikloist írja le. A 2 kerékhez rögzített r_2 sugártól nagyobb sugarú körön lévő D_0 pont legördülésekor, egy D_0D_1 hurkolt epiciklois adódik. A fogazat gyakorlati kialakítására az elméleti profilokkal egyenközü profilokat kell megválasztani. Az 1 keréken a hurkolt epicikloissal egyenközü görbét, a 2 keréken egy adott r_c sugarú kört [9].



4.1. ábra

A leképzett elméleti fogprofil

A vizsgált fogazatban fogprofilként a hurkolt epiciklois teljes ágát felhasználjuk. A teljes 1 keréken egész számú ilyen ágnek kell lennie, amit az r_1 és r_2 gördülőkör sugarak között meghatározott viszony betartásával érhetünk el [9].

A fogosztás:

$$t = 2\pi(r_2 - r_1) = 2\pi \cdot e. \quad (4.1)$$

Másrészt:

$$t = \frac{2\pi \cdot r_1}{z_1}, \quad (4.2)$$

Ahol:

z_1 - az 1 kerék gördülőkörén elhelyezkedő teljes ágak egész száma.

A (4.1) és (4.2) egyenletet egyenlővé téve

$$\frac{2\pi \cdot r_1}{z_1} = 2\pi \cdot e, \quad (4.3)$$

2π -vel egyszerűsítve és átrendezve:

$$r_1 = e \cdot z_1. \quad (4.4)$$

A 2 kör sugara:

$$r_2 = r_1 + e = e \cdot z_1 + e = e(z_1 + 1). \quad (4.5)$$

Az előző két egyenletet felhasználva:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{e \cdot z_1}{e(z_1 + 1)} = \frac{z_1}{z_1 + 1}. \quad (4.6)$$

Így:

$$z_2 = z_1 + 1. \quad (4.7)$$

A 2 keréken elhelyezett pálcák számának eggyel nagyobbak kell lennie az 1 keréken lévő epiciklois ágak számától, valamint a sugarak viszonyának ki kell elégíteni a következő feltételt [9]:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{z_1}{z_1 + 1}. \quad (4.8)$$

Ha az r_1 sugarú kör az r_2 sugarú gördülőkörön gördül le, és a B_0 pont az előbbihez van rögzítve, akkor a B_0 pont a B_0B_1 közöséges hipocikloist hozza létre. Hipociklois fogazat esetén az 1 kereket látják el pálcákkal, a 2 kereket pedig a hurkolt hipocikloissal egyenközű profilokkal [9].

Hasonló levezetést alkalmazva megkapjuk, hogy:

$$z_2 = z_1 + 1, \quad (4.9)$$

valamint:

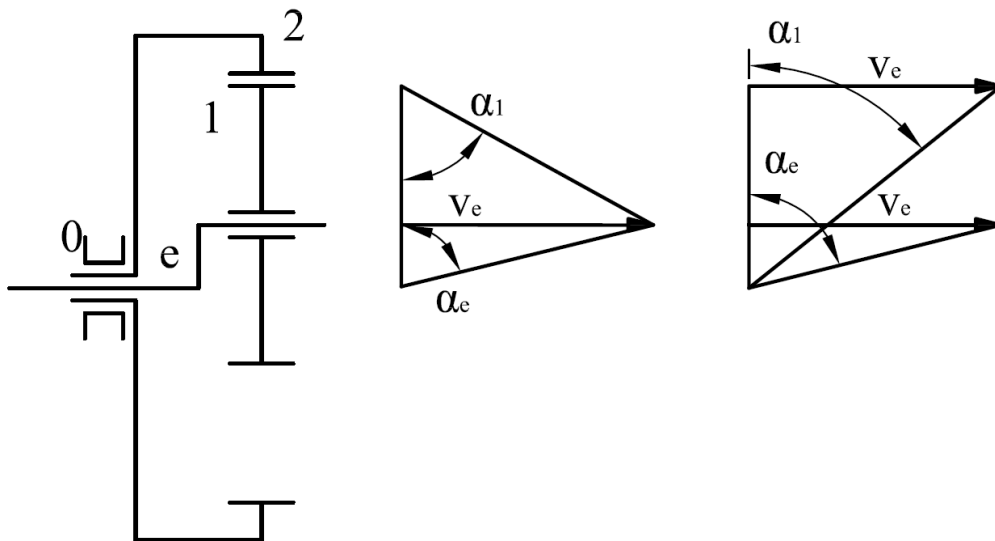
$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{z_1}{z_1 + 1}. \quad (4.10)$$

4.2. Az áttétel meghatározása

Az elnevezés szerinti osztályozás alapján a legjellemzőbb fogaskerék-bolygómű típusokat a Fogaskerék-bolygóművek című könyv [10] tárgyalja részletesen, itt a főbb típusokat kiemelve, majd ebben a rendszerben elhelyezve van bemutatva a ciklohajtómű áttétele.

Az elemi fogaskerék-bolygóművek a legkevesebb tagból állnak, amelyen belül egyszerűbb a k külső fogazatú, és kissé bonyolultabb a b belső kapcsolódású. Az egyszerű fogaskerék-bolygóművekben egyszerű külső fogazatú bolygókerék közvetíti a mozgást egyidőben (kb) külső és belső fogazatú kapcsolódással. A kettős bolygókerékes fogaskerék-bolygóművekben a kettős bolygókerék nap- és gyűrűkerékkel való kapcsolata ad három változatot $k+k$, $b+b$, $kb+b$. A segédbolygókerékes fogaskerék-bolygóművek az egyszerű fogaskerék-bolygómű áttételi határát növelik (pl. $k+k+b$) [10].

A ciklohajtómű áttétele a b típusú bolygómű áttételéből és sebesség ábráiból származtatható.



4.2. ábra

A b típusú bolygómű vázlata és sebesség ábrái

Epicyclois profilú cikloistárcsa esetén az excenter, kar forgásának hatására forog a tárcsa. A 4.2. ábra első sebességábrájának jelölései alapján a cikloistárcsa (1), az excenter (e), illetve a pálcákkal ellátott álló tárcsa (2). A bolygóművekhez hasonló jelölésekkel: $e \rightarrow 1$ az excenter (e) hajtja a tárcsát (1) és $\omega_2 = 0$. A szögsebességek felírhatóak a szögek tangenseivel:

$$\operatorname{tg} \alpha_e = \omega_e, \quad (4.11)$$

és

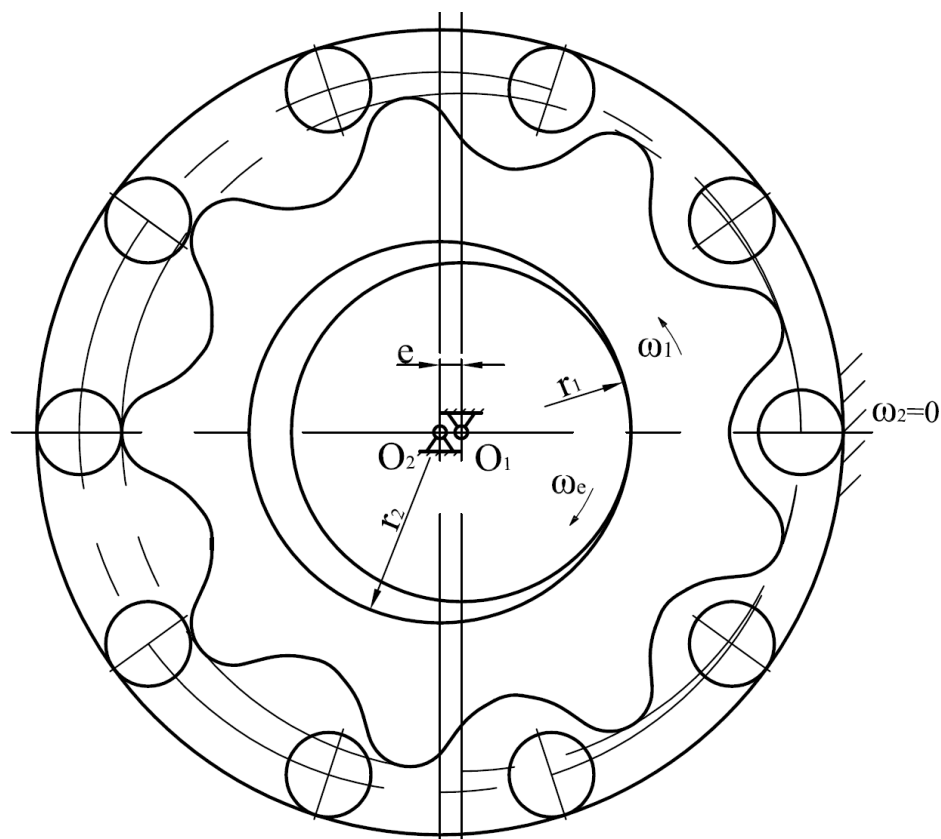
$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \omega_1. \quad (4.12)$$

Az áttétel pedig:

$$i_{e1} = \frac{\omega_e}{\omega_1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_e}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{\frac{v_e}{r_2 - r_1}}{-\frac{v_k}{r_1}} = -\frac{1}{r_2 - r_1} \cdot \frac{r_1}{1} = -\frac{z_1}{z_2 - z_1} = -z_1, \quad (4.13)$$

a $z_2 - z_1 = 1$ feltételt felhasználva.

A negatív előjelből következik, hogy az excenter és a tárcsa forgásiránya ellentétes lesz. Az áttétel pedig a cikloistárcsa fogszámaival egyenlő. Ilyen kapcsolódást szemléltet a 4.3. ábra.



4.3. ábra

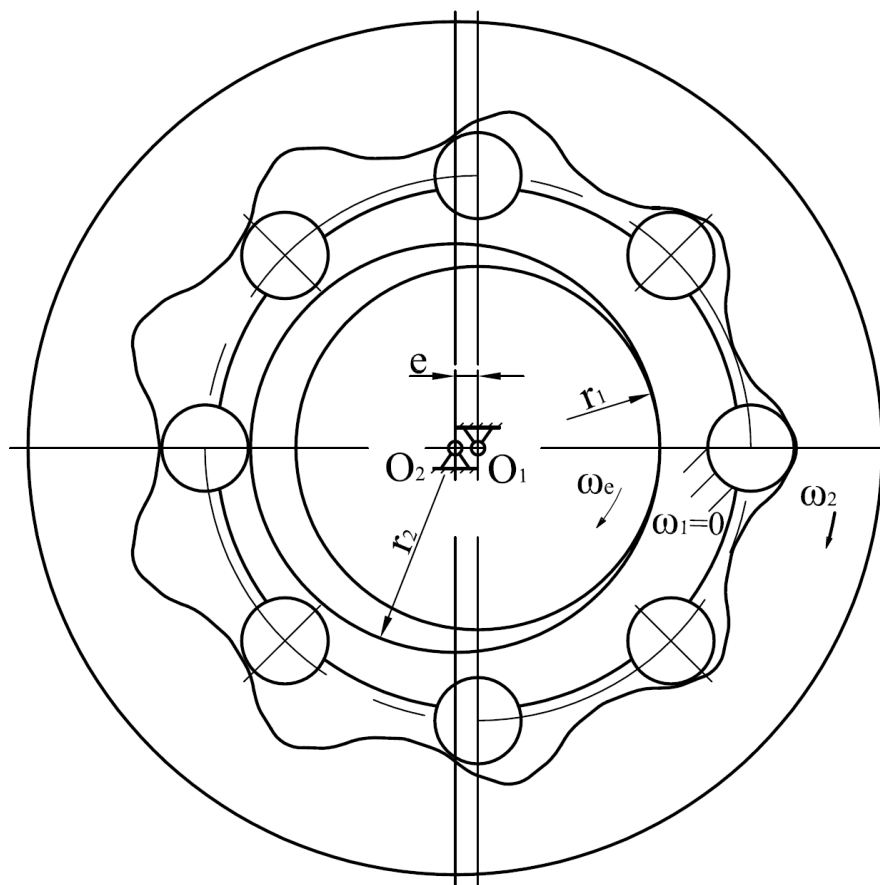
Ciklohajtómű epiciklois profilú tárcsával

Hipociklois profil esetén nem a tárcsa, hanem a 2 álló rész van ellátva az egyenközű profillal. Ekkor az excenter (e) hajtja a hipociklois tárcsát (2), $e \rightarrow 2$. A 4.2. ábra második sebességábrája szerinti jelölésekkel, az előzőhöz hasonló levezetésből adódó áttétel:

$$i_{e2} = \frac{\omega_e}{\omega_2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_e}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\frac{v_e}{r_2 - r_1}}{\frac{v_k}{r_2}} = \frac{1}{r_2 - r_1} \cdot \frac{r_2}{1} = \frac{z_2}{z_2 - z_1} = z_2, \quad (4.14)$$

a $z_2 - z_1 = 1$ feltételt felhasználva.

A kar és a tárcsa forgásiránya ebben az esetben azonos, ezt szemlélteti a 4.4. ábra.



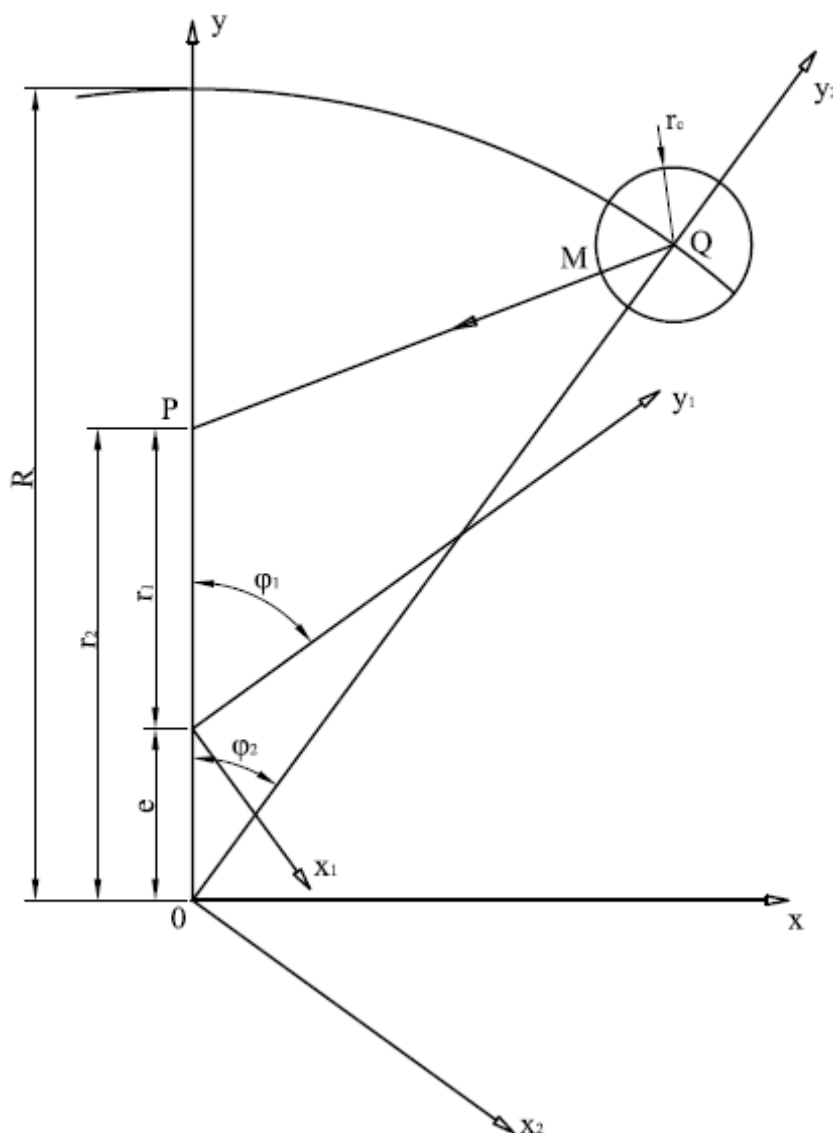
4.4. ábra

Ciklohajtómű hipociklois profilú tárcsával

4.3. Az epiciklois profil leképzése

A gyakorlatban alkalmazott ciklohajtóművek epiciklois profilú tárcsával készülnek, ezért a továbbiakban az epiciklois profil leképzése kerül bemutatásra.

A geometria leírása az x, y síkban történik. A felvett három koordináta-rendszer: x, y az álló, x_1, y_1 és x_2, y_2 forgó koordináta-rendszerek. Az x és y tengelyekkel jelölt álló koordináta-rendszer és az x_2 és y_2 tengelyekkel jelölt forgó koordináta-rendszer közös O origóval rendelkeznek. A görgő a forgó koordináta-rendszerhez van rögzítve és az y_2 koordinátatengely φ_2 szöggel van elforgatva az álló koordináta-rendszerhez képest.



4.5. ábra

Az epiciklois profil leképzése

Az álló koordinátarendszerben a P ponthoz húzott $\vec{r}_P$ vektor:

$$\vec{r}_P = [0; r_2]. \quad (4.15)$$

A Q pontot leíró $\vec{r}_Q$ vektor:

$$\vec{r}_Q = [R \cdot \sin \varphi_2; R \cdot \cos \varphi_2]. \quad (4.16)$$

A Q pontból a P pontba mutató vektor:

$$\vec{r}_{QP} = \vec{r}_P - \vec{r}_Q = \vec{n}. \quad (4.17)$$

Epiciklois profil keletkezésekor az r_2 sugarú kör gördül le az r_1 sugarú körön. Azonban most a mozgást az álló koordinátarendszerben vizsgáljuk. Jelen esetben a görgőnek a O pont körüli körbefordulása során az M pontja írja le az epiciklois profilt. Ezért az $\vec{r}_{QP}$ vektor az epiciklois görbe $\vec{n}$ normálisát fogja adni.

Egységvektort képezve:

$$\vec{n}_0 = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}. \quad (4.18)$$

Az $\vec{r}_{QP}$ vektort a (4.15)-ös és (4.16)-os egyenletek alapján kifejtve:

$$\vec{r}_{QP} = [-R \cdot \sin \varphi_2; r_2 - R \cdot \cos \varphi_2]. \quad (4.19)$$

A vektor hossza:

$$|\vec{r}_{QP}| = \sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}. \quad (4.20)$$

Az $\vec{r}_M$ vektor értelmezése:

$$\vec{r}_M = \vec{r}_Q + r_c \cdot \vec{n}_0 = \vec{r}_Q + \frac{\vec{r}_{PQ}}{|\vec{r}_{PQ}|} \cdot r_c. \quad (4.21)$$

A (4.21)-be (4.19)-t és (4.20)-t beírva:

$$\vec{r}_M = \begin{bmatrix} R \cdot \sin \varphi_2 - r_c \frac{R \cdot \sin \varphi_2}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} \\ R \cdot \cos \varphi_2 + r_c \frac{r_2 - R \cdot \cos \varphi_2}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Az 1-es koordinátarendszerre áttérve és ebből vizsgálva az M pontot, az M pont helyzetét leíró összefüggés:

$$\vec{r}_{1M} = \underline{\underline{H}}_{1M} \vec{r}_M, \quad (4.23)$$

ahol:

$\vec{r}_{1M}$ - az M pont az 1-es koordinátarendszerben,

$\underline{\underline{H}}_{1M}$ - az M pont és az 1-es koordinátarendszer közötti transzformációs mátrix a homogén koordinátákkal (a mátrix utolsó sora),
 $\vec{r}_M$ - az M pont helyzete az álló koordinátarendszerben.

A $\underline{\underline{H}}_{1M}$ mátrix első oszlopába az $\vec{e}_{x_0}$, a második oszlopába az $\vec{e}_{y_0}$ egységvektorokat, míg a harmadik oszlopba az eltolás koordinátáit írva, melyek rendre az 1-es koordinátarendszerben vannak értelmezve. Ezt az $\vec{r}_M$ vektorral megszorozva adódik az M pont helyzete a 1-es koordinátarendszerből nézve:

$$\vec{r}_{1M} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & e \cdot \sin \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & -e \cdot \cos \varphi_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_M \\ y_M \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

Ebből a skalár alakot képezve:

$$x_{1M} = x_M \cdot \cos \varphi_1 + (e - y_M) \sin \varphi_1 \quad (4.25)$$

$$y_{1M} = x_M \cdot \sin \varphi_1 + (y_M - e) \cos \varphi_1 \quad (4.26)$$

Majd (4.22)-es egyenletet a (4.25)-ös és (4.26)-os egyenletekbe behelyettesítve:

$$\begin{aligned} x_{1M} &= R \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1 - r_c \frac{R \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} + e \cdot \sin \varphi_1 - \\ &- R \cdot \cos \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 - r_c \frac{r_2 \cdot \sin \varphi_1 - R \cdot \cos \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} = \\ &- R \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - r_c \frac{r_2 \cdot \sin \varphi_1}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} + \\ &+ e \cdot \sin \varphi_1 + \frac{r_c}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} R \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2) = \\ &= R \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \left(\frac{r_c}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} - 1 \right) - \\ &- \frac{r_c \cdot r_2 \cdot \sin \varphi_1}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} + e \cdot \sin \varphi_1 \end{aligned}, \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned}
y_{1M} &= R \cdot \sin \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 - r_c \frac{R \cdot \sin \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} - e \cdot \cos \varphi_1 + \\
&+ R \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1 + r_c \frac{r_2 \cdot \cos \varphi_1 - R \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} = \\
&R \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + r_c \frac{r_2 \cdot \cos \varphi_1}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} - \\
&- \frac{r_c \cdot R \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} - e \cdot \cos \varphi_1 = \\
&= R \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \left(1 - \frac{r_c}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} \right) - \\
&- \frac{r_c \cdot r_2 \cdot \cos \varphi_1}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} - e \cdot \cos \varphi_1
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Végeredménynek a következő egyenletrendszer adódik (4.29) ill. (4.30):

$$\begin{aligned}
x_{1M} &= R \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \left(\frac{r_c}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} - 1 \right) - \frac{r_c \cdot r_2 \cdot \sin \varphi_1}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} + e \cdot \sin \varphi_1 \\
y_{1M} &= R \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \left(1 - \frac{r_c}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} \right) - \frac{r_c \cdot r_2 \cdot \cos \varphi_1}{\sqrt{R^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R \cdot \cos \varphi_2}} - e \cdot \cos \varphi_1
\end{aligned}$$

4.4. A cikloistárcsa profiljának meghatározása

A számítás során használt adatokat egy létező hajtóműről vettem, mely a Miskolci Egyetem Robert Bosch Mechatronikai Tanszékén található.

Ismert paraméterek:

A görgők száma: $z_2=26$,

A ciklois ívek száma: $z_1=25$,

A görgők sugara: $q=6,5$ mm,

A görgők osztókör sugara: $R_C=75$ mm,

Az excentricitás: $e=2$ mm,

A rögzített kör sugara: $r_1=50$ mm,

A legördülő kör sugara: $r_2=52$ mm.

Ezekből a paraméterekből meghatározható egy ciklois ív geometriája, melyet azután a számuknak megfelelően kiosztva a kör kerülete mentén adódik maga a cikloistárcsa.

A ciklois ív geometriájának kiszámítása Excelben történt a (4.29)-es és a (4.30)-as összefüggések alapján. Ehhez a φ_2 szöget 10° -os osztásonként felvettem, majd ebből a φ_1 szög számítható:

$$\varphi_1 = \frac{z_2}{z_1} \varphi_2. \quad (4.31)$$

Ezek után 36-36 darab x_{1M} és y_{1M} koordináta adódott. Ezeket a pont párokat Solid Edge programba importálva, majd a kör kerülete mentén 25-ször kiosztva adódik a cikloistárcsa profilja.

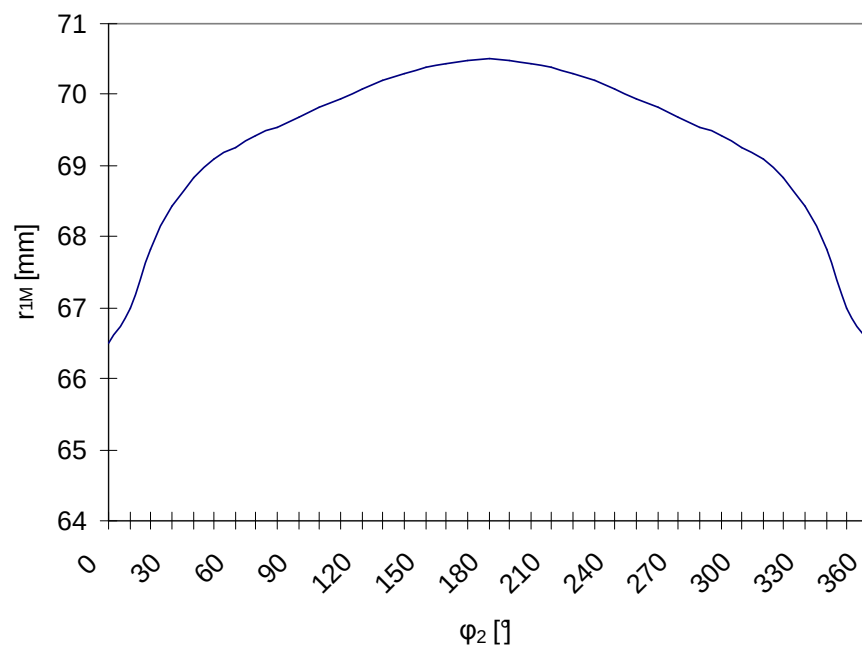
4.1. táblázat Egy ciklois ív geometriai adatai

$\varphi_2 [^\circ]$	$\varphi_1 [^\circ]$	$x_{1M} [mm]$	$y_{1M} [mm]$	$r_{1M} [mm]$
0	0	0	66,5	66,5
10	10,4	-2,42665	66,93809	66,98206
20	20,8	-3,91835	67,69869	67,81199
30	31,2	-4,69062	68,27505	68,43599
40	41,6	-5,11108	68,64064	68,83067
50	52	-5,37179	68,87551	69,08467
60	62,4	-5,5624	69,04181	69,26552
70	72,8	-5,72799	69,176	69,41275
80	83,2	-5,8936	69,2972	69,54737
90	93,6	-6,07409	69,41389	69,67914
100	104	-6,27834	69,52822	69,81111
110	114,4	-6,5112	69,63854	69,94228
120	124,8	-6,77448	69,7411	70,06935
130	135,2	-7,06752	69,83116	70,18789
140	145,6	-7,38767	69,9038	70,2931
150	156	-7,73062	69,95452	70,38038
160	166,4	-8,09077	69,97962	70,44578
170	176,8	-8,46159	69,97655	70,48628
180	187,2	-8,83599	69,94409	70,5
190	197,6	-9,20671	69,88242	70,48628
200	208	-9,56665	69,79317	70,44578
210	218,4	-9,90923	69,6793	70,38038
220	228,8	-10,2288	69,54489	70,2931
230	239,2	-10,5208	69,3949	70,18789
240	249,6	-10,7823	69,2348	70,06935
250	260	-11,0118	69,06999	69,94228
260	270,4	-11,2099	68,90523	69,81111
270	280,8	-11,3793	68,74369	69,67914
280	291,2	-11,5251	68,58578	69,54737
290	301,6	-11,6553	68,42721	69,41275
300	312	-11,7824	68,25605	69,26552
310	322,4	-11,9256	68,04757	69,08467
320	332,8	-12,1197	67,75524	68,83067
330	343,2	-12,4361	67,29658	68,43599
340	353,6	-13,0407	66,54626	67,81199
350	364	-14,2964	65,43859	66,98206

A középponttól való távolság az x_{1M} és y_{1M} koordináták négyzetösszegéből vont négyzetgyökkel egyenlő:

$$r_{1M} = \sqrt{x_{1M}^2 + y_{1M}^2} . \quad (4.32)$$

Ezeknek a pontoknak a függvényében ábrázolva a φ_2 szöget, adódik egy ciklois ív.



4.6. ábra

Egy ciklois ív ábrázolása

A cikloistárcsa Solid Edge-beli modellje a 4.7. ábrán látható.



4.7. ábra

A cikloistárcsa 3D modellje

5. A ciklohajtómű erőjátékának meghatározása

5.1. A számításoknál alkalmazott feltételezések és jelölések

Az erőjátékot tárgyaló fejezet Dr. Ing. Manfred Lehmann munkája [11] alapján kerül bemutatásra.

A számítások során alkalmazott egyszerűsítő feltételezések:

- Az egymáshoz képest 180° -ra elhelyezett cikloistárcsák között a bemenő nyomaték fele-fele arányban oszlik meg.
- A járulékos erőket (pl. a tehetetlenségi erőt) és a gyártási pontatlanságot elhanyagoljuk.
- A kapcsolódás hézagmentes a cikloistárcsa és a görgők között.
- A számítás a rugalmasan alakváltozó külső és belső görgökhöz képest a cikloistárcsát merevnek feltételezi.

A jelölések:

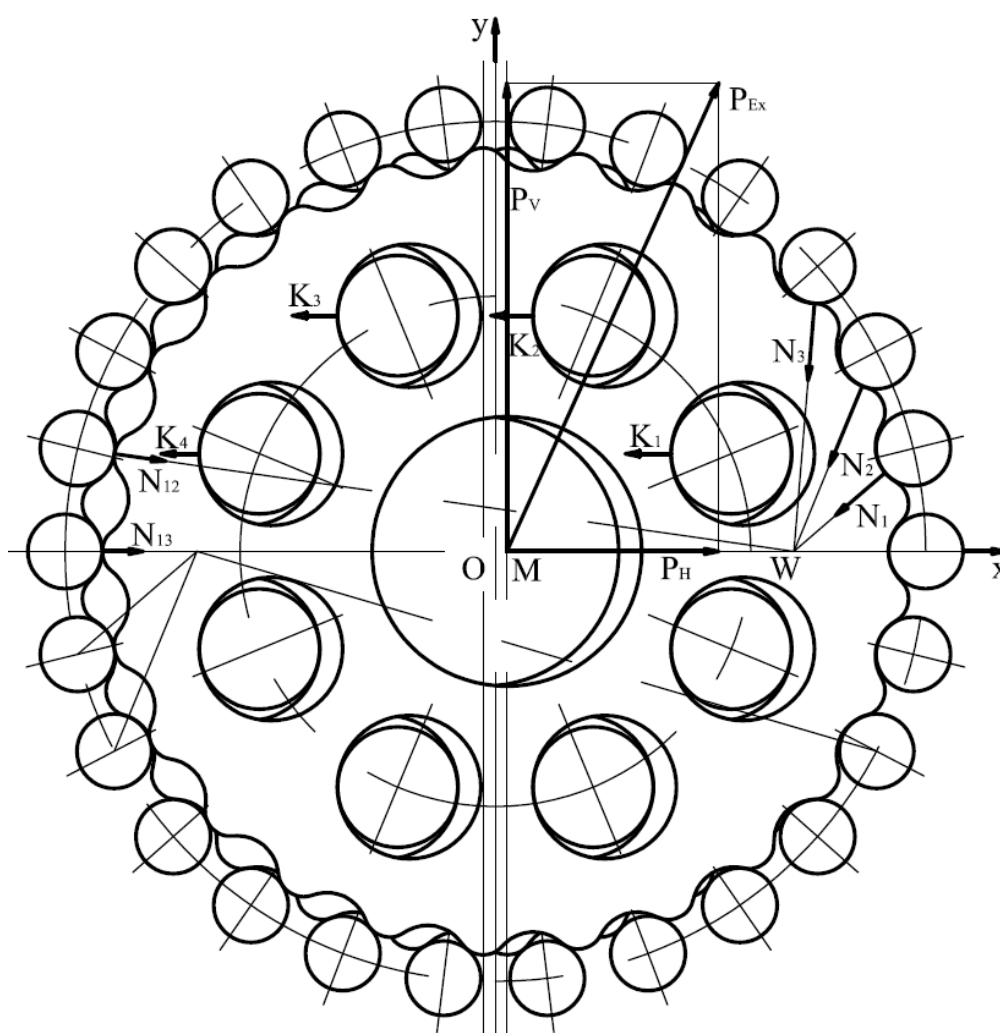
B_i	A cikloistárcsa egy bütykének és a külső görgő érintkezési pontja,
c	Egy külső görgő rugóállandója,
$\bar{c}$	Egy belső görgő rugóállandója,
D_{ab}	A cikloistárcsán lévő furatok osztókör átmérője = A kimenő tengelyen lévő (belső) görgők osztókör átmérője,
D_{cycl}	A hajtókar furatának átmérője a cikloistárcsán,
D_{ibo}	A hajtókar átmérője,
e	Excentricitás
f_i	Egy külső görgő elhajlása,
$\bar{f}_i$	Egy belső görgő elhajlása,
K_i	A belső görgőkről a cikloistárcsára ható erők,
M	A cikloistárcsa középpontja,
M_{an}	Hajtónyomaték,
M_{ab}	Kimenő nyomaték,
M_i	Egy külső görgő középpontja,
M_{ki}	Egy belső görgő által átvihető kimenő nyomaték,
n_1	Bemenő fordulatszám,
N_{Hi}	A külső görgők normál irányú erő komponense az excenter irányában,

N_i	A külső görgők normál irányú erő komponense,
N_n	Névleges teljesítmény,
N_{Vi}	A külső görgők normál irányú erő függőleges komponense az excenterhez képest,
P_{Ex}	Az excenterről ható eredő erő (excenter erő),
P_H	Az excenterről ható eredő erőnek az excenter irányú komponense,
P_i	A cikloistárcsa és a belső görgő érintkezési pontja,
P_V	Az excenterről ható eredő erőnek a függőleges irányú komponense,
q	A külső görgő sugara,
r	A külső görgők osztókör átmérője,
r_i	B_iM távolság,
$\overline{r_i}$	P_iM távolság,
u	A belső görgők száma,
W	Pillanatnyi gördülési pont, főpont,
z	A cikloistárcsa fogainak száma,
β	A forgásirány (az excenter) elfordulási szöge,
γ_i	Interferencia szög,
ε	P_{Ex} erő és az excenter közötti szög,
φ_0	Az első belső görgő kezdő pozíciója (ahol $\beta = 0$),
χ_i	A külső görgő normál erő és az excenter függőleges iránya közötti szög,
ψ_i	A WB_iM szög
$\overline{\psi_i}$	Az $\overline{r_i}$ és az excenter iránya közötti szög,
$\Delta\varphi$	A külső görgő elhajlási szöge a merevnek tekintett ciklois tárcsával szemben,
$\overline{\Delta\varphi}$	A belső görgő elhajlási szöge a merevnek tekintett ciklois tárcsával szemben.

5.2. Az excenter erőnek a hajtónyomatékot átadó része (P_V) és a külső görgőkről ható normál irányú erők (N_i) meghatározása

Az excenter erőnek az excentricitásra merőlegesen elhelyezkedő hajtó komponense P_V a hajtónyomatékból és az excentricitásból számítható:

$$P_v = \frac{M_{an}}{2e}. \quad (5.1)$$



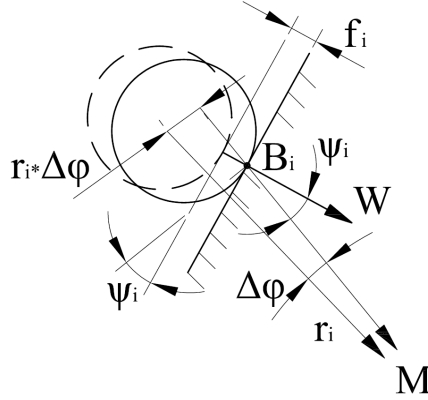
5.1. ábra

Az excenter pozíciója és az erők helyzete

A külső görgőkről a cikloistárcsára ható normál irányú erők N_i a W gördülési pontba (pillanatnyi forgási középpontba) mutatnak. A W gördülési pont $e \cdot z$ távolságra van a cikloistárcsa M középpontjától, és $e(z+1)$ távolságra a külső görgők osztókörének középpontjától. A cikloistárcsák több külső görgővel is kapcsolódnak egyszerre, ezért a külső

görgőkön a terhelés eloszlást a rugalmasságtan statikailag határozatlan rendszerekre vonatkozó módszerével lehet meghatározni.

R. Unterberger által javasolt módszer, hogy a cikloistárcsákat merevnek feltételezi a kapcsolódásban, és a külső görgők osztóköreinek középpontja M egy $\Delta\varphi$ szöggel elmozdul. Ezt szemlélteti az 5.2. ábra.



5.2. ábra

A külső görgőkön kialakuló deformáció szemléltetése

Az így kialakuló deformációból f_i -vel arányosan számíthatók a normál erők:

$$N_i = c \cdot f_i. \quad (5.2)$$

A deformáció nagysága a cikloistárcsa minden pozíciójában meghatározható:

$$f_i = r_i \cdot \Delta\varphi \cdot \sin \psi_i, \quad (5.3)$$

$$N_i = (c \cdot \Delta\varphi) \cdot r_i \cdot \sin \psi_i. \quad (5.4)$$

Az excentricitás OM irányára merőlegesen összegezett N_{Vi} erő komponensek egyensúlyban vannak az excenter erő nyomatékot adó komponensével P_V .

$$N_{Vi} = (c \cdot \Delta\varphi) \cdot r_i \cdot \sin \psi_i \cdot \cos \chi_i. \quad (5.5)$$

Az (5.1)-es és (5.5)-ös egyenleteket egyenlővé téve, majd átrendezve:

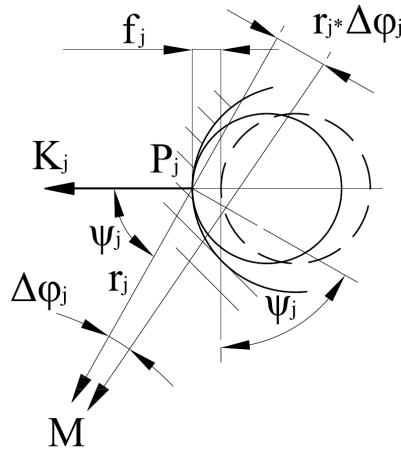
$$\sum_i N_{Vi} = P_V, \quad (5.6)$$

$$(c \cdot \Delta\varphi) = \frac{P_V}{\sum_i r_i \cdot \sin \psi_i \cdot \cos \chi_i}. \quad (5.7)$$

Az (5.7)-es egyenletből a rugóállandó ismeretében kiszámítható a deformáció, majd a normál erők.

5.3. A belső görgőkről a cikloistárcsára ható erők (K_i) meghatározása

Az előbbihez hasonló módszer szerint a cikloistárcsa az erő átadás miatt egy $\overline{\Delta\varphi}$ szöggel elcsavarja a belső görgőket. Az alakváltozások $\overline{f_i}$ a belső görgőkön arányosak a kialakuló erőkkel K_i , ezt szemlélteti az 5.3. ábra.



5.3. ábra

A belső görgőkön kialakuló deformáció szemléltetése

A geometriából következik, hogy a belső görgőkről ható erők mindig párhuzamosak egymással és az excentricitás $e=OM$ irányával.

$$K_i = (\overline{c \cdot \Delta\varphi}) \cdot \overline{r_i} \cdot \sin \overline{\psi_i}. \quad (5.8)$$

A belső görgőkről ható erők által létrehozott összes nyomaték – két cikloistárcsa esetén – egyensúlyban van a kimenő nyomaték felével, mert egy cikloistárcsa az összteljesítmény felét továbbítja:

$$\sum_i M_{Ki} = \frac{M_{ab}}{2} = P_V \cdot e \cdot z. \quad (5.9)$$

Egy belső görgőről ható erő által képzett nyomaték:

$$M_{Ki} = K_i \cdot \overline{r_i} \cdot \sin \overline{\psi_i}. \quad (5.10)$$

Az (5.10)-es egyenletbe az (5.8)-as egyenletet behelyettesítve:

$$M_{Ki} = (\overline{c \cdot \Delta\varphi}) \cdot \overline{r_i}^2 \cdot \sin^2 \overline{\psi_i}. \quad (5.11)$$

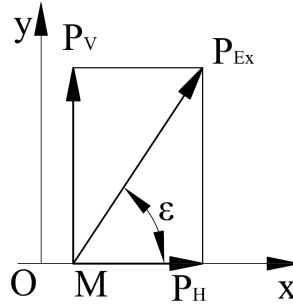
Ezt átrendezve és (5.9)-et figyelembe véve adódik a merevségi tényező értéke:

$$(\overline{c \cdot \Delta\varphi}) = \frac{P_V \cdot e \cdot z}{\sum_i (\overline{r_i} \cdot \sin \overline{\psi_i})^2}. \quad (5.12)$$

5.4. Az excenterről ható eredő erő (P_{Ex}) kiszámítása

Az excenterről ható eredő erő vektorosan felírva:

$$\vec{P}_{Ex} = \vec{P}_V + \vec{P}_H . \quad (5.13)$$



5.4. ábra

Az excenter erők ábrázolása

Az excenter irányú komponens meghatározása az egyensúlyi erők módszerével történik, tehát az excentricitás irányú erők előjel helyes összegzésével:

$$P_H = \sum_i N_{Hi} + \sum_i K_i . \quad (5.14)$$

A külső görgők excentricitás irányú összetevőjének kiszámítása:

$$N_{Hi} = N_i \cdot \sin \chi_i . \quad (5.15)$$

Az excenterről ható eredő erő a függőleges P_V és excenter irányú erő P_H négyzetösszegéből vont négyzetgyökkel számítható:

$$P_{Ex} = \sqrt{P_V^2 + P_H^2} . \quad (5.16)$$

Az eredő erő és az excentricitás által bezárt szög:

$$\varepsilon = \arctg \frac{P_V}{P_H} . \quad (5.17)$$

6. Az erők kiszámítása

6.1. A külső görgőkön ható erők kiszámítása

A számításokhoz továbbra is a 4.4. fejezetben említett hajtóművet használom. A számítások elvégzésére MathCad programot használtam. A használt jelölések és értékük:

Teljesítmény: $P = 3kW$.

Hajtó tengely fordulatszáma: $n_1 = 1500 \frac{1}{\text{min}}$.

Cikloistárca fogszáma: $z_1 = 25$.

Külső csapok száma: $n = z_2 = z_1 + 1 = 26$.

Külső csapok osztókörsugara: $R_C = 75mm$.

Külső csapok sugara: $q = 6,5mm$.

Excentricitás: $e = 2mm$.

Hajtó tengely szögsebessége:

$$\omega_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60 \frac{s}{\text{min}}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1500 \frac{1}{\text{min}}}{60 \frac{s}{\text{min}}} = 157,0796 \frac{1}{s}. \quad (6.1)$$

Hajtónyomaték:

$$M_{an} = \frac{P}{\omega_1} = \frac{3000W}{157,0796 \frac{1}{s}} = 19,0986Nm. \quad (6.2)$$

Hajtott oldal nyomatéka:

$$M_{ab} = z_1 \cdot M_{an} = 25 \cdot 19,0986Nm = 477,4648Nm. \quad (6.3)$$

A hajtott oldali nyomaték kerekíthető 480 Nm-re, mivel katalógus adatként is ez szerepel.

A forgó cikloistárca középpontjának koordinátái, melyek a β szög függvényei:

$$x_M(\beta) = e \cos \beta, \quad (6.4)$$

$$y_M(\beta) = e \sin \beta. \quad (6.5)$$

A gördülési pont koordinátái, melyek a β szög függvényei:

$$x_w(\beta) = (z_1 + 1)e \cos \beta, \quad (6.6)$$

$$y_w(\beta) = (z_1 + 1)e \sin \beta. \quad (6.7)$$

A külső csapok helykoordinátái, ezek attól függnék, hogy hányadik csapot vizsgáljuk:

$$x_C(i) = R_C \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot i}{n}\right), \quad (6.8)$$

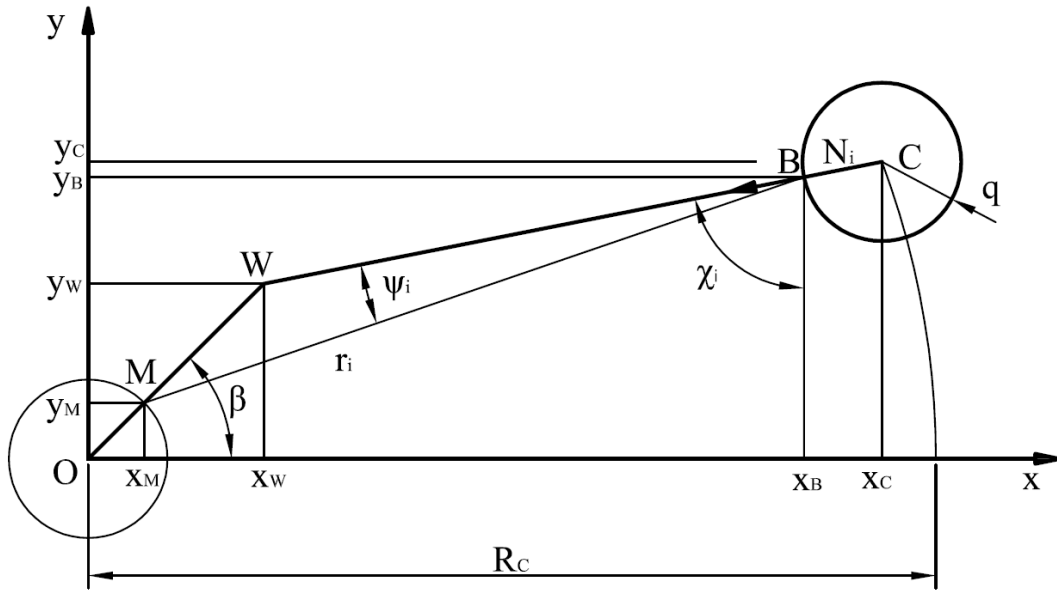
$$y_C(i) = R_C \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot i}{n}\right), \quad (6.9)$$

$$i = 1 \dots \frac{n}{2}, \quad (6.10)$$

ahol:

i – a vizsgált csap száma,

n – az összes csap száma.



6.1. ábra

A jelölések értelmezése a külső görgő erők számításánál

A normális szöghelyzetének tangense, majd ebből a normális szöghelyzete, mely már két változó függvénye:

$$\operatorname{tg} \chi_i(\beta, i) = \frac{x_C(i) - x_W(\beta)}{y_C(i) - y_W(\beta)}, \quad (6.11)$$

$$\chi_i(\beta, i) = \arctg\left(\frac{x_C(i) - x_W(\beta)}{y_C(i) - y_W(\beta)}\right). \quad (6.12)$$

Az érintkezési pont koordinátái:

$$x_B(\beta, i) = x_C(i) - q \cdot \sin(\chi(\beta, i)), \quad (6.13)$$

$$y_B(\beta, i) = y_C(i) - q \cdot \cos(\chi(\beta, i)). \quad (6.14)$$

Az érintkezési kör sugara, vagyis az M és a B pont távolsága:

$$r_i(\beta, i) = \sqrt{(x_B(\beta, i) - x_M(\beta))^2 + (y_B(\beta, i) - y_M(\beta))^2}. \quad (6.15)$$

A normális és a sugár közötti szög:

$$\psi_i(\beta, i) = \chi_i(\beta, i) - \arctg\left(\frac{x_B(\beta, i) - x_M(\beta)}{y_B(\beta, i) - y_M(\beta)}\right). \quad (6.16)$$

Az excentererő függőleges komponense $\beta=0^\circ$ -nál (5.1) alapján:

$$P_V = \frac{M_{an}}{2e} = \frac{19098,6 \text{ Nmm}}{2 \cdot 2 \text{ mm}} = 4774,65 \text{ N}. \quad (6.17)$$

A merevségi tényező az (5.7)-es képlet alapján:

$$(c \cdot \Delta\varphi) = \frac{P_V}{\sum_i (r_i(0, i) \cdot \sin \psi_i(0, i) \cdot \cos \chi_i(0, i))}, \quad (6.18)$$

amelynek mértékegysége $\left[\frac{\text{kg}}{\text{s}^2}\right]$.

A normális irányú erők számíthatóak a (5.4)-es egyenlet alapján:

$$N_i(\beta, i) = (c \cdot \Delta\varphi) \cdot r_i(\beta, i) \cdot \sin \psi_i(\beta, i). \quad (6.19)$$

Ezek után egy görgőt kiválasztva és a β szögtartományát beállítva felrajzolható a normális irányú erő függvénye.

6.2. A belső görgőkön ható erők kiszámítása

Belső csapok száma: $k = 8$.

Belső csapok osztókörsugara: $R_g = 44,5\text{mm}$.

Belső csapok sugara: $r_g = 10,5\text{mm}$.

Belső csapok helykoordinátái, ezek attól függnek, hogy hányadik csapot vizsgáljuk:

$$x_G(\beta, j) = R_g \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot j}{k} + \frac{\pi}{k} - \frac{\beta}{z_1}\right), \quad (6.20)$$

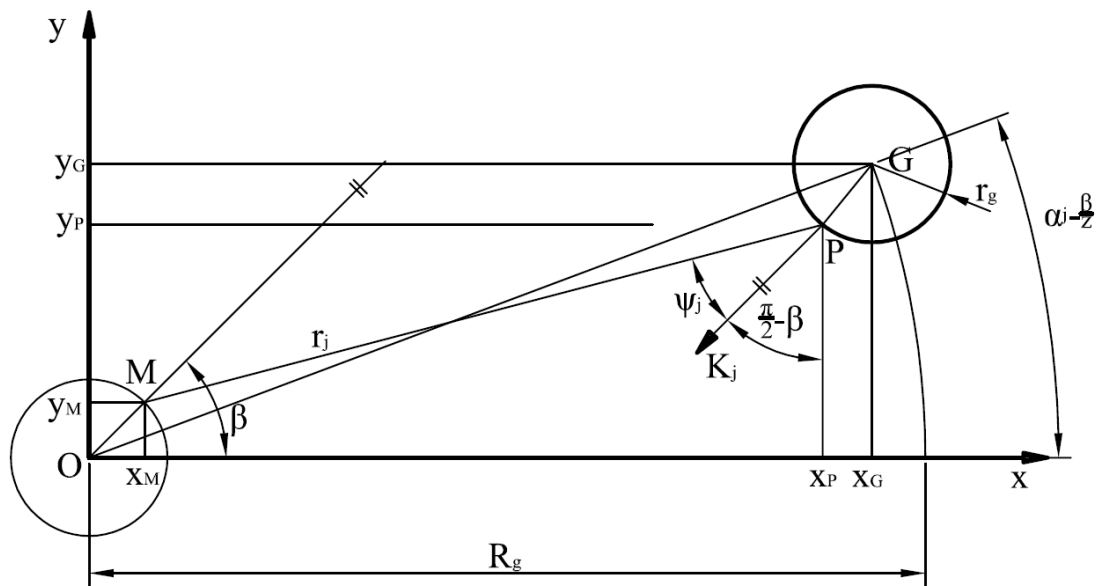
$$y_G(\beta, j) = R_g \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot j}{k} + \frac{\pi}{k} - \frac{\beta}{z_1}\right), \quad (6.21)$$

$$j = 0 \dots \frac{k}{2} - 1, \quad (6.22)$$

ahol:

j – a vizsgált csap száma,

k – az összes csap száma.



6.2. ábra

A jelölések értelmezése a belső görgő erők számításánál

A (6.20)-as és a (6.21)-es képletekben megjelenik a $+\frac{\pi}{k}$ kifejezés, amely azt veszi figye-

lembe, hogy a görgő nem $\beta=0^\circ$ -nál helyezkedik el. A képletekben szintén szereplő $-\frac{\beta}{z_1}$ -re

azért van szükség, mert az excenter forgása során a cikloistárcsa ezzel ellenkező irányba fordul el, melynek értéke a bevezetett taggal egyenlő.

A belső csapok érintkezési pontjának koordinátái:

$$x_P(\beta, j) = x_G(\beta, j) - r_g \cdot \cos \beta, \quad (6.23)$$

$$y_P(\beta, j) = y_G(\beta, j) - r_g \cdot \sin \beta. \quad (6.24)$$

Az érintkezési pont sugara, vagyis a P és M pont távolsága:

$$r_j(\beta, j) = \sqrt{(x_P(\beta, j) - x_M(\beta))^2 + (y_P(\beta, j) - y_M(\beta))^2}. \quad (6.25)$$

A belső görgőről ható erő és a sugár közötti szög:

$$\psi_j(\beta, j) = \arctg\left(\frac{x_P(\beta, j) - x_M(\beta)}{y_P(\beta, j) - y_M(\beta)}\right) - \frac{\pi}{2} + \beta. \quad (6.26)$$

A merevségi tényező:

$$(c \cdot \Delta\varphi_j) = \frac{P_V \cdot e \cdot z_1}{\sum_j (r_j(0, j) \cdot \sin \psi_j(0, i))^2}, \quad (6.27)$$

amelynek mértékegysége $\left[\frac{kg}{s^2}\right]$.

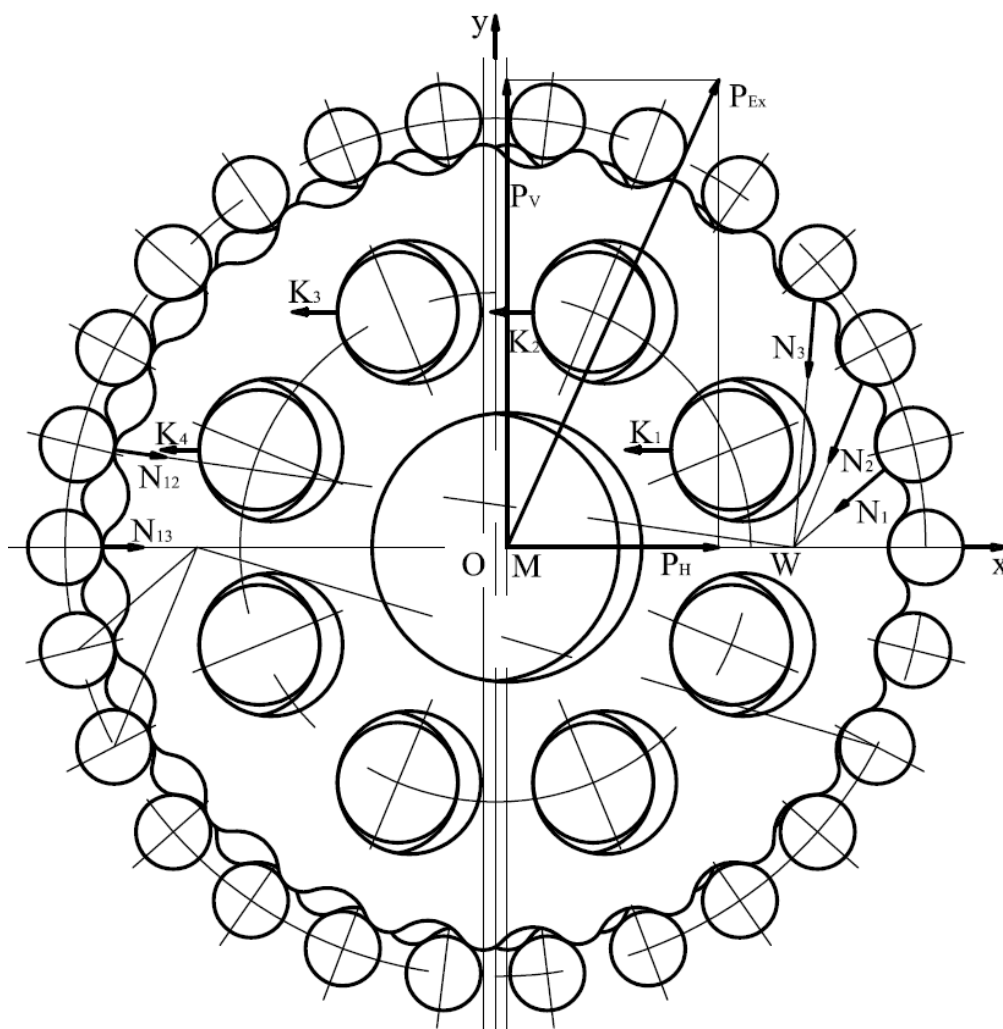
A belső görgőkről ható erők számíthatóak:

$$K_j(\beta, j) = (c \cdot \Delta\varphi_j) \cdot r_j(\beta, j) \cdot \sin \psi_j(\beta, j). \quad (6.28)$$

Ezek után egy görgőt kiválasztva és a β szögtartományát beállítva felrajzolható a belső görgőkről ható erő függvénye.

6.3. A kapott eredmények

A cikloistárcsára ható erők irányát és elhelyezkedését a 6.3. ábra mutatja, az excenter kezdőpozíciójában, vagyis $\beta=0^\circ$ -nál.



6.3. ábra

A cikloistárcsára ható erők elhelyezkedése

A külső görgőkről ható erők indexeinek számozása az óramutató járásának irányával ellentétesen növekszik N_1 -től N_{13} -ig. Mialatt az egyik tárcsa a külső görgők egyik felével, addig a másik tárcsa a görgők másik felével kapcsolódik. Így a külső görgő szám felének megfelelő erőt kell figyelembe venni egy tárcsára. Ezek az erők mindig a pillanatnyi W gördülési ponton mennek keresztül. Az ábrán az áttekinthetőség megtartása miatt csak néhány erő került berajzolásra.

A belső görgőkről ható erők indexeinek számozása is hasonló irányú K_1 -től K_4 -ig. Itt is az előzőhöz hasonló módon csak a belső görgők számának felét kell figyelembe venni egy tárcsa esetén. Ezeknek az erőknek az iránya mindig párhuzamos az excentricitás irányával.

A külső görgőkön az erő lefutásának a szögtartománya:

$$\beta = 180^\circ. \quad (6.29)$$

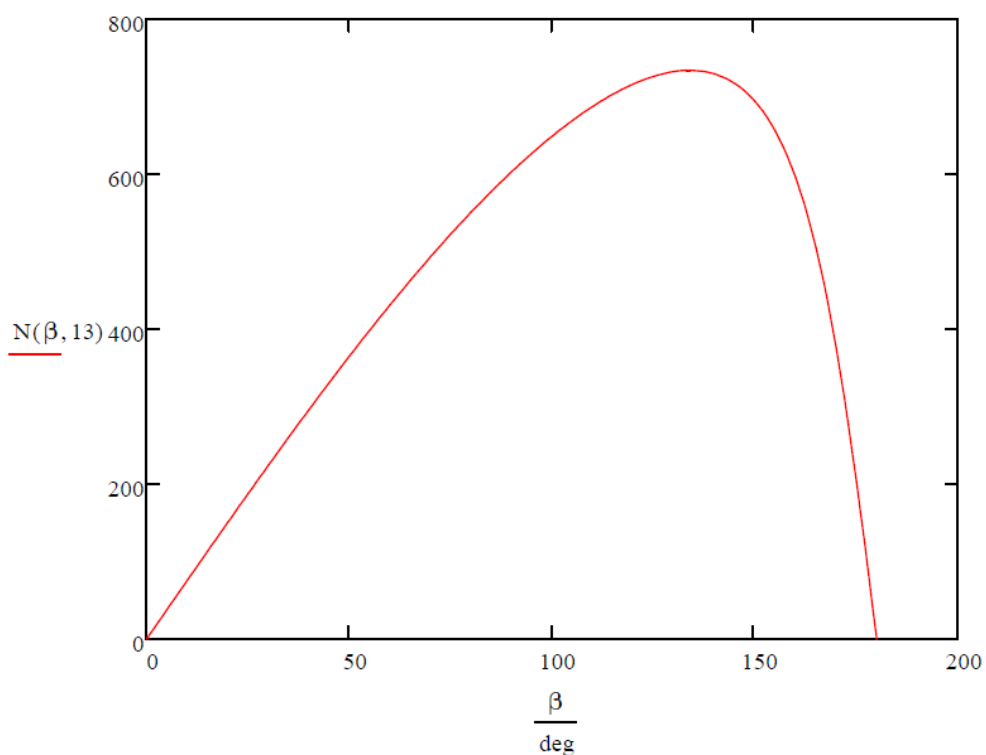
Két szomszédos külső görgő között mérhető szög:

$$\Delta\beta_N = \frac{360^\circ}{z_1 + 1} = \frac{360^\circ}{26} = 13,846^\circ. \quad (6.30)$$

A 6.1. táblázat szerint kijelölve minden külső görgő erőre a $\beta=180^\circ$ -os tartományt, az erők lefutásának jellegét leíró függvény a 6.4. ábra szerinti lesz.

6.1. táblázat Szögtartományok a külső görgő erők esetén

A külső görgő erők	Tartomány kezdete [°]	Tartomány vége [°]
$N(\beta,1)$	-166,154	13,846
$N(\beta,2)$	-152,308	27,692
$N(\beta,3)$	-138,462	41,538
$N(\beta,4)$	-124,616	55,384
$N(\beta,5)$	-110,77	69,23
$N(\beta,6)$	-96,924	83,076
$N(\beta,7)$	-84,77	96,922
$N(\beta,8)$	-69,232	110,768
$N(\beta,9)$	-55,386	124,614
$N(\beta,10)$	-41,54	138,46
$N(\beta,11)$	-27,694	152,306
$N(\beta,12)$	-13,848	166,152
$N(\beta,13)$	0	180



6.4. ábra

Az $N(\beta, 13)$ külső görgő erő függvénye

6.2. táblázat Az $N(\beta, 13)$ külső görgő erő értékei

A forgásirány szöge [°]	Az erő nagysága [N]
0	0
10	75,612
20	150,591
30	224,303
40	296,115
50	365,389
60	431,478
70	493,716
80	551,391
90	603,708
100	649,706
110	688,103
120	716,971
130	733,025
140	729,964
150	694,37
160	596,082
170	375,988
180	0

A külső görgő erő legnagyobb értéke $N(\beta, i) = 734,618N \approx 735N$.

A belső görgőkön az erő lefutásának szögtartománya:

$$\beta = \frac{180^\circ \cdot z_1}{z_1 + 1} = \frac{180^\circ \cdot 25}{26} = 173,0769^\circ. \quad (6.31)$$

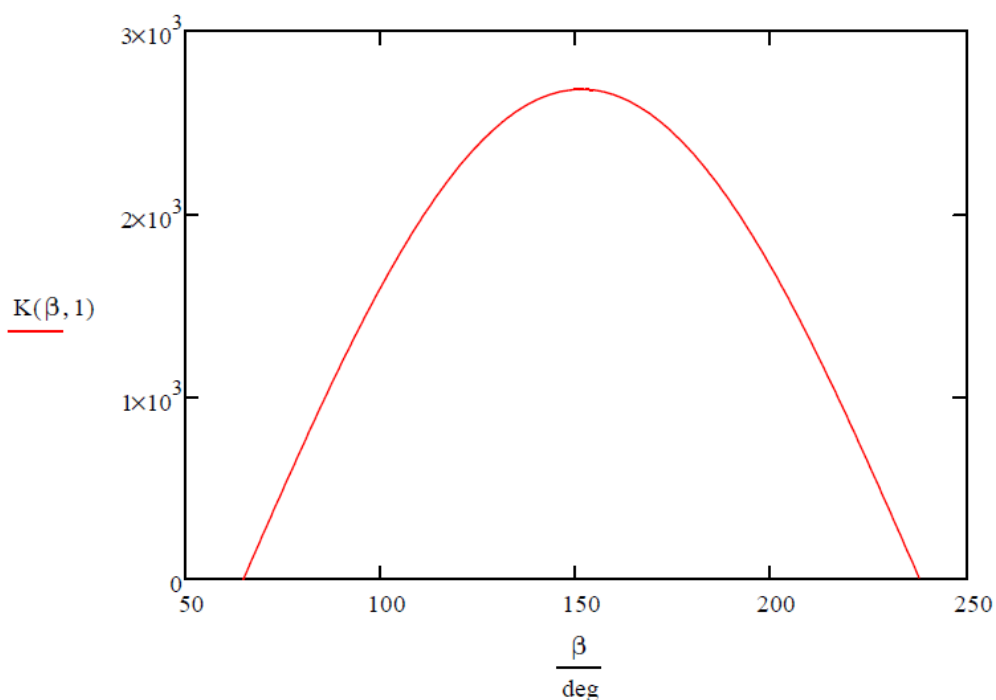
Két szomszédos szögtartomány egymáshoz képesti szögelfordulása:

$$\Delta\beta_k = \frac{360^\circ \cdot z_1}{k \cdot (z_1 + 1)} = \frac{360^\circ \cdot 25}{8 \cdot 26} = 43,269^\circ. \quad (6.32)$$

A 6.3. táblázat szerint kijelölve minden belső görgő erőre a $\beta=173,0769^\circ$ -os tartományt, az erők lefutásának jellegét leíró függvény a 6.4. ábra szerinti lesz.

6.3. táblázat Szögtartományok a belső görgő erők esetén

A belső görgő erők	Tartomány kezdete	Tartomány vége
$K(\beta,1)$	$64,904^\circ$	$237,9809^\circ$
$K(\beta,2)$	$108,173^\circ$	$281,2499^\circ$
$K(\beta,3)$	$151,442^\circ$	$324,5189^\circ$
$K(\beta,4)$	$194,711^\circ$	$367,7879^\circ$



6.5. ábra

A $K(\beta,1)$ belső görgő erő függvénye

6.4. táblázat A $K(\beta,1)$ belső görgő erő értékei

A forgásirány szöge [°]	Az erő nagysága [N]
64,904	0
70	247,774
80	725,855
90	1180
100	1596
110	1959
120	2257
130	2482
140	2625
150	2681
160	2650
170	2532
180	2330
190	2052
200	1706
210	1305
220	860,008
230	387,219
237,9809	0

A belső görgő erő legnagyobb értéke $K(\beta, j) = 2682N$.

A külső görgő erőket leíró függvény minden esetben aszimmetrikus, míg a belső görgő erőké minden esetben szimmetrikus.

7. Méretezés érintkezési feszültségre

7.1. Az érintkezési feszültség és a görbületi viszonyok

Gépalkatrészek kapcsolódásakor számos olyan hely van, ahol görbefelületű testek felfekvése útján jelentős terhelésátadást kell megvalósítani. Ez a helyzet fogaskerekek kapcsolódásakor, gördülőcsapágyak működése során, mozgó orsók esetén stb.

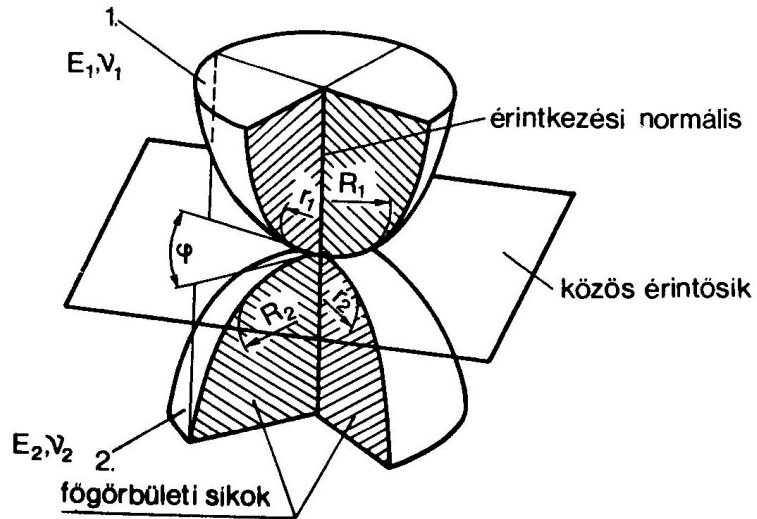
Az összeszorított görbefelületű testek érintkezése véges kiterjedésű felületeken jön létre. Az érintkezési felületek környezetében, a test felületén és belsejében mechanikai igénybevételek: deformációk és feszültségek ébrednek, amelyek nagy deformációk után töréshez vagy fárasztóigénybevétel esetén felületi kipattogzáshoz, lehámláshoz vezetnek [12].

Az érintkezési feszültségek és deformációk vizsgálatát elsőként Hertz végezte el, és jelentős eredményeket ért el. Hertz elméleti vizsgálódásainak kiindulásaként az alábbi feltételezésekkel élt [12]:

- A testek anyaga homogén és izotróp,
- Érvényes a testek anyagára a Hooke-törvény,
- Az érintkezési felületek nagysága a test méreteihez képest kicsi,
- A testek között súrlódás nem ébred,
- A terhelés merőleges a testek közös érintősíkjára.

Két összeérintett görbefelületű rugalmas test egy pontban vagy vonalban érintkezik egymással. Terhelés hatására az érintkezési pont vagy vonal környezete kissé belapul, és az érintkezés kicsiny, de véges kiterjedésű felületen jön létre. A kialakuló érintkezési felület és érintkezési feszültség nagysága a terhelésen és a rugalmassági jellemzőkön túlmenően jelentős mértékben függ az érintkező testek geometriai kialakításától [13].

Egy görbefelületű test tetszőleges felületi pontjában fektethető egy érintősík, amelyre merőlegesen az érintkezési pontban felületi normális állítható. Ha erre a normálisra ráfektetünk tetszőleges számú síkot, mindegyik sík egy görbét metsz ki a felületből. A görbék görbületi sugarainak reciproka a görbület; ezek között van egy legkisebb és egy legnagyobb, ezeket főgörbületeknek a megfelelő sugarakat főgörbületi sugaraknak (r , R) nevezzük. A főgörbületei sugarakat a főgörbületi síkok foglalják magukba, amelyek mindig merőlegesek egymásra [12].



7.1. ábra

Az érintkező testek adatai [12]

A főgörbületi sugarak az 1 jelű test esetén r_1 és R_1 , a 2 jelű test esetén r_2 és R_2 . Ennek megfelelően jelölve a főgörbületeket:

$$\rho_{r1} = \frac{1}{r_1}, \quad (7.1)$$

$$\rho_{R1} = \frac{1}{R_1}, \quad (7.2)$$

$$\rho_{r2} = \frac{1}{r_2}, \quad (7.3)$$

$$\rho_{R2} = \frac{1}{R_2}. \quad (7.4)$$

A görbületi sugarak előjeles mennyiségek. Pozitív előjelű a görbületi sugár, ha a felület a görbületi sugár síkjában domború, negatív előjelű, ha a felület a görbületi sugár síkjában homorú.

A szilárdsági vizsgálatokban a deformációk és a feszültségek meghatározásakor ismernünk kell a terhelő erőt, a két test rugalmassági modulusát (E_1 , E_2), a Poisson-tényezőket (ν_1 , ν_2), valamint a két test geometriai jellemzőit. Mivel a görbületi viszonyok igen sokfélék lehetnek, a számítási munkában egyszerűsítést jelent az a felismerés, hogy a deformációk és a feszültségek nem változnak meg, ha az egyik testet síkfelületűvé alakítjuk, a másikat pedig egyenértékű testté, amelynek egyenértékű főgörbületi sugarai (r_e , R_e) az eredeti test főgörbületi sugaraiból számíthatók. Így tehát valamennyi érintkezési eset visszavezethető egy sík és egy görbefelületű test érintkezésére. A számítási képletekben a geometriai jellemzők az egyenértékű test főgörbületi sugaraiként (r_e és R_e) jelennek meg [12].

Az egyenértékű főgörbületi sugarak értelmezése:

$$\frac{1}{r_e} = \rho_{r1} + \rho_{r2}, \quad (7.5)$$

$$\frac{1}{R_e} = \rho_{R1} + \rho_{R2}. \quad (7.6)$$

7.2. Összefüggések vonalszerű érintkezésre

A számításokat két fontos esetre különválasztva lehet elvégezni:

- A pontszerű érintkezés, a valóságban ez megfelel az elliptikus vetületű érintkezési felület esetének. Például. golyóscsapágysávkok esete, hengeres futófelületű darukerék és domborúfelületű sín érintkezése stb.,
- A vonalszerű érintkezés, ahol a valóságban az érintkezési felületek vetülete egy állandó szélességű sáv. Ilyen érintkezés található például a hengergörgős csapágysávkok, fogprofilok, hengeres futófelületű darukerék és síkfelületű sín érintkezése esetén [12].

A ciklohajtómű esetén a geometriából következően vonalszerű érintkezés alakul ki, ezért csak ez az eset kerül részletezésre.

A feszültségi viszonyok szempontjából a vonalszerű érintkezést a pontszerű érintkezés határesetének lehet tekinteni, amikor is az érintkezési ellipszis nagytengelye végtelen hosszúvá válik, és az érintkezési ellipszis téglalappá alakul át. Az érintkezési felület felett kialakuló nyomástest – azonos hosszúságú érintkező testek esetén – egy parabolikus henger [13].

Az összefüggések szigorúan véve végtelen hosszú érintkezési sávra érvényesek. Valóságban az érintkező testek mindig végesek, és a hossz tengely irányában a végek terheletlenek. Ez a feszültségviszonyokat – a végtelen hosszú testekre érvényes összefüggésekkel meghatározotthoz képest – megváltoztatja [12]. Az érintkezési téglalap középvonalához tartozó Hertz-feszültség:

$$p_{H \max} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot l \cdot b}, \quad (7.7)$$

ahol l az érintkezési téglalap hossza, b a téglalap félszélessége.

Az érintkezési felület félszélessége:

$$b = \sqrt{\frac{4 \cdot F \cdot r_e}{\pi \cdot l} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}. \quad (7.8)$$

A két érintkező test egy-egy távoli pontjának közeledése (az alakváltozás) Palmgren szerint:

$$\delta = 1,36 \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{0,9} \cdot \frac{F^{0,9}}{l^{0,8}}. \quad (7.9)$$

Mivel a Hertz-feszültség és a terhelő erő közötti kapcsolat nem lineáris, ezért a Stribeck-féle palástnyomás tényezőt szokták használni. A Stribeck-féle palástnyomás vonalszerű érintkezésre:

$$K = \frac{F}{2 \cdot r_e \cdot l} = p_{H \max}^2 \cdot \pi \cdot A^3, \quad (7.10)$$

vagy pedig acéltestekre:

$$K = 1,3882 \cdot 10^{-5} \cdot p_{H \max}^2. \quad (7.11)$$

7.3. A megengedhető feszültségek

Statikus terhelés hatására jelentős támasztóhatással találkozhatunk. Ez ebben az esetben azt jelenti, hogy ha az anyag a Hooke-törvénytől eltérően viselkedik, a folyási határ közelében a feszültségcsúcsok a számítottnál kisebbek lesznek, a képlékeny alakváltozások pedig a terhelés megszűnésekor részben visszaalakulnak. A rugalmas deformációk ugyanis a feszültségcsúcs környezetében a képlékeny alakváltozást szenvedő részeket visszaalakítják. Ha a feszültségeket a rugalmassági alapon levezetett képletekkel számítjuk, a jelenség olyan, mintha a folyási határ megnövekednék. Így valójában az összefüggések a folyási határ felett is érvényesek, bár ezeket a Hooke-törvény alapján állapítottuk meg [12].

Tehát a feszültségekre megadott összefüggések – a támasztóhatás következményeként – bizonyos mértékig a képlékeny tartományra is kiterjeszthetők. Ez tulajdonképpen azt jelenti, hogy a megengedett feszültséget a folyási határ fölött állapítjuk meg [12].

Statikus terhelés esetén a megengedhető igénybevételt nem a redukált feszültségre, hanem a Hertz-feszültségre vonatkoztatjuk. A szakirodalomban leginkább a gördülőcsapágyak területén és a kerék-sín kapcsolódására vannak megbízható adatok. Statikus terhelés esetén a 7.2. ábrán látható két görbe adja a folyási határ függvényében pontszerű és vonalszerű érintkezés esetében a megengedhető Hertz-feszültségek értékét.

Fárasztó igénybevétel esetére a megengedett Hertz-feszültség kisebb, mint nyugvó terhelésre. A vonatkozó szakirodalom erre a terhelési esetre is igen kevés adatot tartalmaz. A gördülőcsapágyak és a fogaskerekek területe kivétel ez alól, mert ezekre a gépelemekre igen kiterjedt kísérleti adatmennyiség áll rendelkezésre, de sajnos ezek átvitele más géprészekre csak közelítőleg lehetséges. Niemann egymáson legördített acélhengerekkel olyan kifáradási érintkezési feszültségeket állapított meg, amely értékek lényegében általános érvénnyel használhatók. A kísérleti adatok a felület kifáradási határát, mint a Hertz-feszültség értékét jelentik p_{HD} [N/mm^2]-ben, és az anyag Brinell-keménységétől (HB) függenek [12].

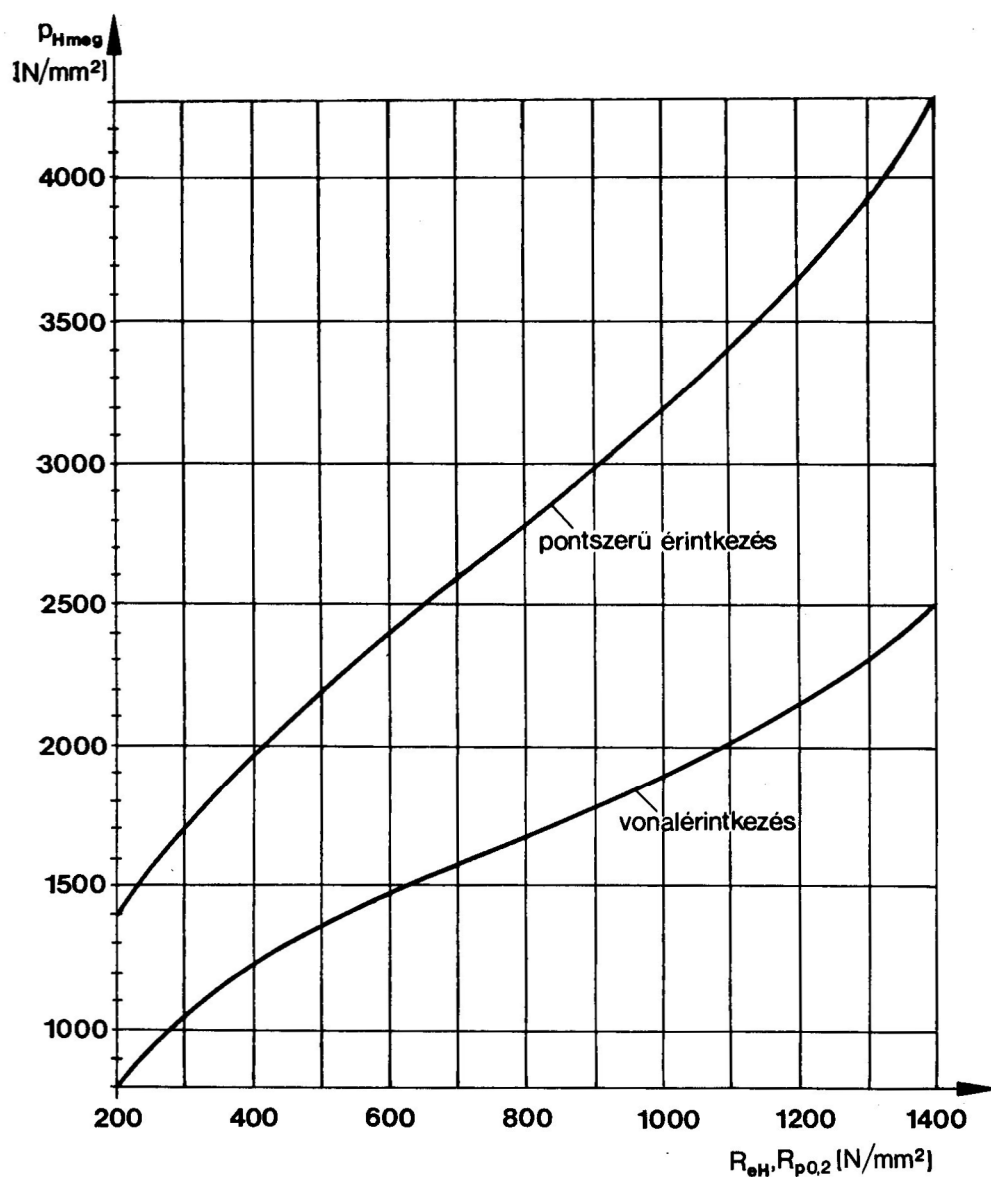
Acélanyagokra:

$$\text{Pontszerű érintkezésre:} \quad p_{HD}=5,15 \text{ HB}, \quad (7.12)$$

$$\text{Vonalszerű érintkezésre:} \quad p_{HD}=3,04 \text{ HB}. \quad (7.13)$$

Ha az egyes anyagpárosításokra vonatkozó felületi kifáradási Hertz-feszültséget kikerestük, célszerű ebből a kifáradást okozó terhelést meghatározni (F_D) és a valóban fellépő terheléssel (F) elosztva, megkapjuk a biztonsági tényezőt; ennek célszerű értéke $S_D = 1,2 \dots 1,5$. A szá-

mítást azért kell így végezni, mert a Hertz-feszültség – sem pontszerű, sem vonalszerű érintkezés esetén – nem lineárisan arányos a terheléssel [12].

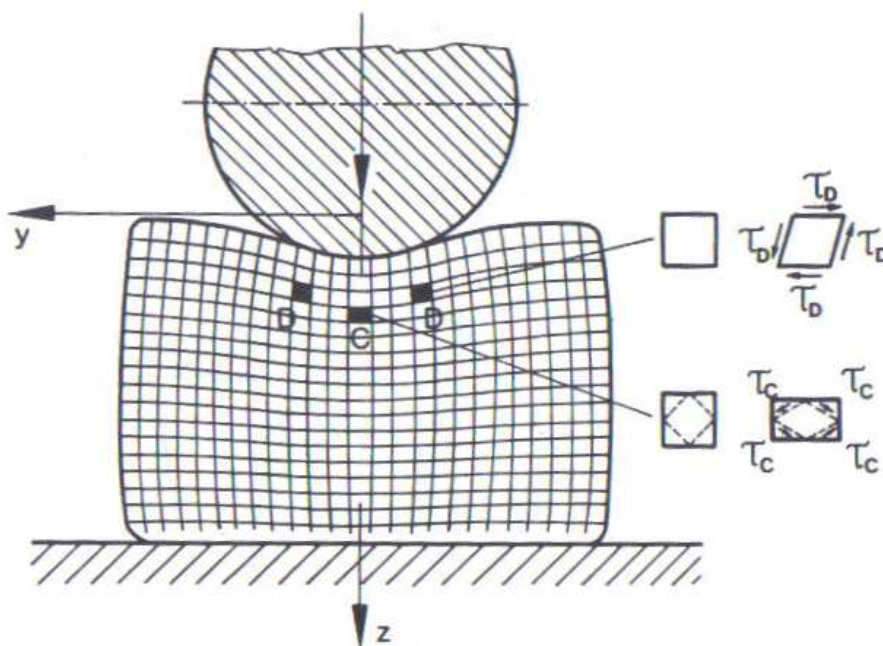


7.2. ábra

A megengedhető Hertz-feszültségek statikus terhelés esetén [12]

7.4. Nyírófeszültségek a felületi rétegben

A gördülőcsapágyakban a gördülőelemek átgördülésével a terhelés nagyságán kívül a terhelésátadási pont (az érintkezési pont) is változik, ezért célszerű a Hertz-feszültségi mező egyéb pontjain is a csúsztatófeszültségek vizsgálata. Egy egyszerű modell jól szemlélteti a helyzetet. Ha egy gumirugalmasságú tárgyat hengeres darabbal terhelünk, a gumilapra rajzolt négyzetháló deformációja jól nyomon követhető (7.3. ábra). A C pontban a négyzet téglalappá és a belerajzolt kis négyzet rombuszá torzul, ami csúsztatófeszültségek ébredésére utal. Az érintkezési felület széle alatt, a D pontban, a test felületével párhuzamos síkokban τ_{zy} nyírófeszültségek ébrednek, amelyek jelentős maximumot adnak. A gördülőcsapágyak élettartamával foglalkozó kutatók, Lundberg és Palmgren elméleti vizsgálatai szerint a legördülő testek kifaradását ezek a csúsztatófeszültségek okozzák. A D pont rombuszá deformálódott négyzete mutatja a csúsztatófeszültség jelenlétét [12].



7.3. ábra

A nyírófeszültségek az érintkezési felület alatt [12]

Ha követjük a deformációt okozó test gördülését, akkor megállapíthatjuk, hogy a D pont a görgőnek egyszer a jobb oldalán, másszor a bal oldalán lesz, vagyis a csúsztatófeszültség lényegében tiszta lengőfeszültségként változik, az amplitúdó maga a teljes feszültség: $\tau_a = \tau_c$. Ezzel szemben az ennél nem lényegesen nagyobb C pontbeli nyírófeszültség

közelítőleg tiszta lüktető igénybevétel, vagyis az amplitúdója a teljes feszültség fele $\tau_a = \frac{\tau_c}{2}$.

Fáradás szempontjából lényegében a nagyobb feszültség amplitúdó a veszélyesebb ($\tau_D > \tau_C$), ezért a fáradt repedés megindulás itt várható. A gördülőcsapágyakon végzett fárasztóvizsgálatok azt igazolják, hogy a fáradt repedés többnyire a felülettel párhuzamosan, a D pont mélységében indul meg és halad tovább előre, legtöbbször a felszínre [12].

A test belsejében a C és D pontbeli nyírófeszültség maximumok értéke vonalszerű érintkezés esetén:

$$\tau_C = 0,304 p_{H \max}, \quad (7.14)$$

$$\tau_D = 0,25 p_{H \max}. \quad (7.15)$$

A felülettől való távolságuk:

$$t_C = 0,786b, \quad (7.16)$$

$$t_D = 0,5b. \quad (7.17)$$

A felületi kifáradási határt felületi edzéssel lehet növelni. Az edzett réteg vastagsága függ a felületi keményítés technológiájától, azonban mindenképpen törekedni kell arra, hogy a kifáradást előidéző feszültségcsúcsok az edzett rétegben legyenek. Kíváncsú, hogy a feszültségcsúcs alatt még elegendő kemény réteg maradjon. Célszerű, ha a C pontbeli, legnagyobb csúsztatófeszültség t_C mélységének 1,5...1,7-szeresére vesszük az edzett réteg vastagságát, tehát [12]:

$$t = (1,5 \dots 1,7) t_C. \quad (7.18)$$

8. Az érintkezési feszültségek kiszámítása ciklohajtómű esetén

8.1. Az epiciklois és a cikloistárcsa görbületi sugara

Az epiciklois görbületi sugarának meghatározása a 4.3. fejezetben meghatározott epiciklois profilja alapján történik.

A Q görgőközéppont helye az xy rendszerben a (4.16)-os egyenlet alapján, melyet skalárisan felírva:

$$x_Q = R \cdot \sin \varphi_2, \quad (8.1)$$

$$y_Q = R \cdot \cos \varphi_2. \quad (8.2)$$

Áttérve a cikloistárcsához kötött x_1y_1 rendszerbe, a Q pont pályája nyújtott epiciklois lesz és a (4.25)-ös és (4.26)-os egyenlet adódik.

Ezekbe (8.1)-et és a (8.2)-t behelyettesítve:

$$x_{1M} = R \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1 - R \cdot \cos \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 + e \cdot \sin \varphi_1, \quad (8.3)$$

$$y_{1M} = R \cdot \sin \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 + R \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1 - e \cdot \cos \varphi_1. \quad (8.4)$$

Az egyenletet átalakítva a trigonometriából ismert összefüggésekkel:

$$x_{1M} = -R \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + e \cdot \sin \varphi_1, \quad (8.5)$$

$$y_{1M} = R \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - e \cdot \cos \varphi_1. \quad (8.6)$$

Ezután a $k = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}$ jelölést bevezetve, és ezt a (8.5)-ös és a (8.6)-os egyenletekbe

behelyettesítve:

$$x_{1M} = -R \cdot \sin[(k-1) \cdot \varphi_2] + e \cdot \sin(k\varphi_2), \quad (8.7)$$

$$y_{1M} = R \cdot \cos[(k-1) \cdot \varphi_2] - e \cdot \cos(k\varphi_2). \quad (8.8)$$

A görbületi sugár meghatározásához szükség van az első és második deriváltakra. A (8.7)-es és a (8.8)-as egyenletek φ_2 szerinti első deriváltjai:

$$x'_{1M} = -R \cdot (k-1) \cdot \cos[(k-1) \cdot \varphi_2] + e \cdot k \cdot \cos(k\varphi_2), \quad (8.9)$$

$$y'_{1M} = -R \cdot (k-1) \cdot \sin[(k-1) \cdot \varphi_2] + e \cdot k \cdot \sin(k\varphi_2). \quad (8.10)$$

A φ_2 szerinti második deriváltak:

$$x''_{1M} = R \cdot (k-1)^2 \cdot \sin[(k-1) \cdot \varphi_2] - e \cdot k^2 \cdot \sin(k\varphi_2), \quad (8.11)$$

$$y''_{1M} = -R \cdot (k-1)^2 \cdot \cos[(k-1) \cdot \varphi_2] + e \cdot k^2 \cdot \cos(k\varphi_2). \quad (8.12)$$

A görbületi sugár általános egyenlete:

$$r_{epi} = \frac{\left(x_{1M}'^2 + y_{1M}'^2 \right)^{3/2}}{x_{1M}' \cdot y_{1M}'' - y_{1M}' \cdot x_{1M}''} . \quad (8.13)$$

A számítás egyszerűsítése miatt külön-külön kifejtve és egyszerűsítve a számlálót és a nevezőt is, a számláló zárójelk közt lévő része a (8.14)-es egyenlet:

$$\begin{aligned} x_{1M}'^2 + y_{1M}'^2 &= R^2 \cdot (k-1) \cdot \cos^2[(k-1) \cdot \varphi_2] - 2 \cdot R \cdot (k-1) \cdot e \cdot k \cdot \cos[(k-1) \cdot \varphi_2] \cdot \cos(k\varphi_2) \\ &+ e^2 \cdot k^2 \cdot \cos^2(k\varphi_2) + R^2 \cdot (k-1)^2 \cdot \sin^2[(k-1) \cdot \varphi_2] - 2 \cdot R \cdot (k-1) \cdot e \cdot k \cdot \sin[(k-1)\varphi_2] \cdot \sin(k\varphi_2) \\ &+ e^2 \cdot k^2 \cdot \sin^2(k\varphi_2) = R^2(k-1)^2 + e^2 \cdot k^2 - 2 \cdot R \cdot (k-1) \cdot e \cdot k \cdot \cos \varphi_2 \end{aligned}$$

A nevező első tagja (8.15):

$$\begin{aligned} x_{1M}' \cdot y_{1M}'' &= R^2 \cdot (k-1)^3 \cdot \cos^2[(k-1) \cdot \varphi_2] + e^2 \cdot k^3 \cdot \cos^2(k\varphi_2) \\ &- R \cdot (k-1) \cdot e \cdot k^2 \cdot \cos[(k-1) \cdot \varphi_2] \cdot \cos(k\varphi_2) - R(k-1)^2 \cdot \cos[(k-1) \cdot \varphi_2] \cdot e \cdot k \cdot \cos(k\varphi_2) = \\ &= R^2 \cdot (k-1)^3 \cdot \cos^2[(k-1) \cdot \varphi_2] + e^2 \cdot k^3 \cdot \cos^2(k\varphi_2) \\ &- \cos(k\varphi_2) \cdot \cos[(k-1) \cdot \varphi_2] \cdot R \cdot e \cdot k \cdot (k-1) \cdot (2k-1) \end{aligned}$$

A nevező második tagja (8.16):

$$\begin{aligned} y_{1M}' \cdot x_{1M}'' &= -R^2 \cdot (k-1)^3 \cdot \sin^2[(k-1) \cdot \varphi_2] - e^2 \cdot k^3 \cdot \sin^2(k\varphi_2) \\ &+ R \cdot (k-1) \cdot e \cdot k^2 \cdot \sin[(k-1) \cdot \varphi_2] \cdot \sin(k\varphi_2) + R(k-1)^2 \cdot \sin[(k-1) \cdot \varphi_2] \cdot e \cdot k \cdot \sin(k\varphi_2) = \\ &= -R^2 \cdot (k-1)^3 \cdot \sin^2[(k-1) \cdot \varphi_2] - e^2 \cdot k^3 \cdot \sin^2(k\varphi_2) \\ &+ \sin(k\varphi_2) \cdot \sin[(k-1) \cdot \varphi_2] \cdot R \cdot e \cdot k \cdot (k-1) \cdot (2k-1) \end{aligned}$$

A két tag különbsége, a teljes nevező:

$$x_{1M}' \cdot y_{1M}'' - y_{1M}' \cdot x_{1M}'' = R^2 \cdot (k-1)^3 + e^2 \cdot k^3 - R \cdot e \cdot k \cdot (k-1)(2k-1) \cdot \cos \varphi_2 . \quad (8.17)$$

Az epiciklois görbületi sugara a (8.13)-as egyenlet alapján:

$$r_{epi} = \frac{\left(R^2(k-1)^2 + e^2 \cdot k^2 - 2 \cdot R \cdot (k-1) \cdot e \cdot k \cdot \cos \varphi_2 \right)^{3/2}}{R^2 \cdot (k-1)^3 + e^2 \cdot k^3 - R \cdot e \cdot k \cdot (k-1)(2k-1) \cdot \cos \varphi_2} . \quad (8.18)$$

A cikloistárca görbületi sugara az epiciklois görbületi sugaránál a görgő sugarával kisebb:

$$r_{cik} = r_{epi} - r_c . \quad (8.19)$$

Az inflexiós pontban $r_{epi} \rightarrow \infty$, ekkor a nevező zérus.

$$R^2 \cdot (k-1)^3 + e^2 \cdot k^3 - R \cdot e \cdot k \cdot (k-1)(2k-1) \cdot \cos \varphi_2 = 0 . \quad (8.20)$$

Ezt átrendezve:

$$R^2 \cdot (k-1)^3 + e^2 \cdot k^3 = R \cdot e \cdot k \cdot (k-1)(2k-1) \cdot \cos \varphi_2 . \quad (8.21)$$

Ebből átrendezéssel megkapható a $\cos \varphi_2$ kifejezése:

$$\begin{aligned}\cos \varphi_2 &= \frac{R^2 \cdot (k-1)^3 + e^2 \cdot k^3}{R \cdot e \cdot k \cdot (k-1)(2k-1)} = \frac{R^2 + (z_1+1)^3 \cdot e^2}{R \cdot e \cdot (z_1+1)(z_1+2)} = \frac{\frac{R^2}{z_1+1} + (z_1+1)^2 \cdot e^2}{R \cdot e \cdot (z_1+2)}, \\ &= \frac{\frac{R^2}{z+1} + r_2^2}{R \cdot (r_2+e)} = \frac{R^2 \cdot e + r_2^3}{r_2 \cdot R \cdot (r_2+e)}\end{aligned}\quad (8.22)$$

ill, a φ_2 szög is:

$$\varphi_2 = \arccos \left[\frac{R^2 \cdot e + r_2^3}{r_2 \cdot R \cdot (r_2+e)} \right]. \quad (8.23)$$

8.2. A cikloistárcsa és a külső görgő közötti érintkezési feszültség

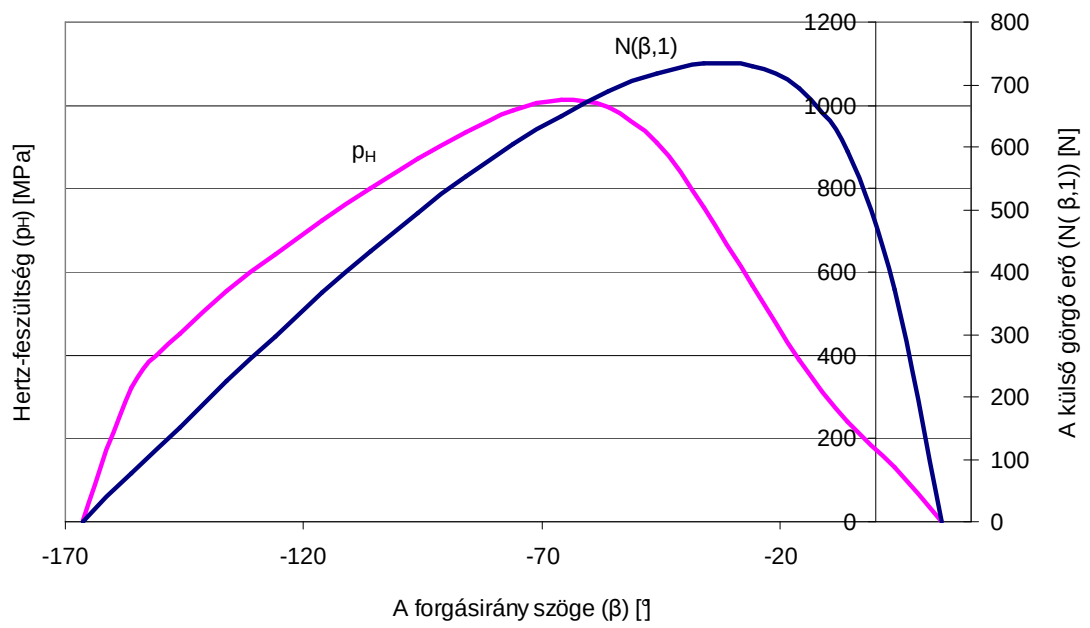
A görbületszámítás a 8.1. fejezetben leírtak szerint lett elvégezve. A számításhoz szükséges anyagjellemzőket számértékileg az acélokra jellemzően választottam meg, a rugalmassági modulus $E = 210000 \text{ MPa}$, a Poisson-tényező $\nu = 0,3$. Az érintkező felület szélessége mind a külső, mind a belső görgővel történő érintkezés esetén 10 mm, amely a cikloistárcsa szélességéből adódik. Figyelembe véve, hogy a kapcsolódás során mind a görbület, mind a terhelő erő változik. Az így kialakuló érintkezési feszültséget a 8.1. táblázat szemlélteti. A számítások az $N(\beta,1)$ jelű külső görgőre lettek elvégezve.

8.1. táblázat Hertz-feszültségek a külső görgővel való kapcsolódás esetén

A forgásirány szöge [°]	Hertz-feszültségek [MPa]
-166,154	0
-156	319,98
-146	451,88
-136	554,96
-126	643,97
-116	724,73
-106	799,97
-96	870,45
-86	934,60
-76	986,80
-66	1014,51
-56	996,47
-46	910,44
-36	756,02
-26	567,01
-16	386,72
-6	240,35
4	131,84
13,846	0

A Hertz-feszültség maximuma: $p_{H \max(külső)} = 1014,51 \text{ MPa} \approx 1015 \text{ MPa}$.

A 8.1. ábrán látható, hogy a görbület és a terhelő erő folyamatos változása miatt nem ugyanannál a forgásszög értéknél lesz maximuma a két függvénynek. A Hertz-feszültség maximális értéke $\beta = -66^\circ$ -nál adódik, míg a terhelő erő maximuma $N(\beta,1) = -36^\circ$ -nál adódik.



8.1. ábra

A Hertz-feszültség és a külső görgő erő

8.3. A cikloistárcsa és a belső görgő közötti érintkezési feszültség

A cikloistárcsa és a belső görgők között szintén vonalszerű érintkezés adódik. A [12] irodalom alapján henger – hengeres üreg kapcsolat esetén az alábbi összefüggések adódnak.

A legkisebb főgörbületi sugarak:

$$r_1 = r = 10,5mm, \quad (8.24)$$

$$r_2 = -R = -12,5mm, \quad (8.25)$$

ahol r a görgő és R a furat sugara.

A legnagyobb főgörbületi sugarak pedig:

$$R_1 = R_2 = \infty \quad (8.26)$$

Az egyenértékű görbületi sugár:

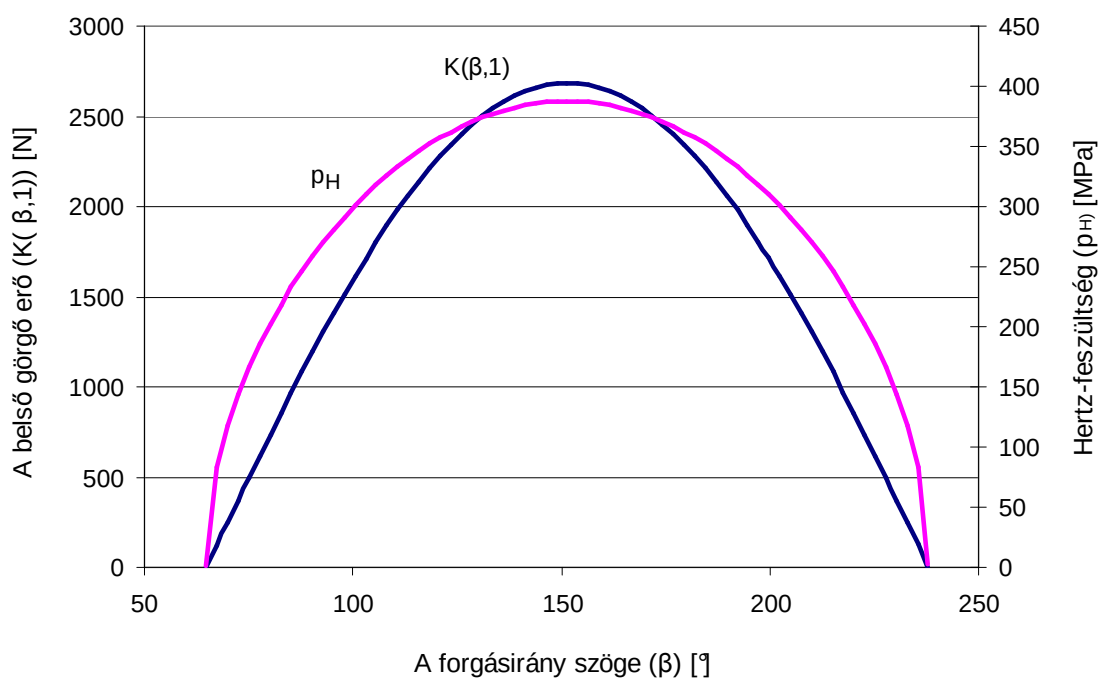
$$r_{e1} = \frac{R \cdot r}{R - r} = \frac{12,5mm \cdot 10,5mm}{12,5mm - 10,5mm} = 65,625mm \quad (8.27)$$

A számításhoz szükséges anyagjellemzőket számértékileg ebben az esetben is az acélokra jellemzően választottam meg, a rugalmassági modulus $E = 210000MPa$, a Poisson-tényező $\nu = 0,3$. A belső görgő esetén a görbületi sugár állandó, csak a terhelő erő változik. Az így kialakuló érintkezési feszültséget a 8.2. táblázat szemlélteti. A számítások a $K(\beta,1)$ jelű belső görgőre lettek elvégezve.

8.2. táblázat Hertz-feszültségek a belső görgővel való kapcsolódás esetén

A forgásirány szöge [°]	Hertz-feszültség [MPa]
64,904	0
75,085	164,5
85,266	230,6
95,447	278,4
105,628	315
115,809	342,8
125,990	363,1
136,171	376,3
146,352	382,9
156,533	382,9
166,714	376,3
176,895	363,1
187,076	342,8
197,257	315
207,438	278,4
217,619	230,6
227,800	164,5
237,981	0

A Hertz-feszültség maximuma: $p_{H \max(belső)} = 387,46 \text{ MPa} \approx 387,5 \text{ MPa}$.



8.2. ábra

A Hertz-feszültség és a belső görgő erő

A 8.2. ábrán látható, hogy a Hertz-feszültséget leíró görbe is szimmetrikus, mivel az a belső görgő erőt leíró függvényből következik és a görbület végig állandó a kapcsolódás során.

8.4. A cikloistárcsa anyagának és keménységének megválasztása

A kiszámított érintkezési feszültségek birtokában már megválasztható a cikloistárcsa anyaga, a felületi keménysége és az edzett réteg vastagsága is.

A Hertz-feszültség maximumánál ($p_{H \max(külső)} = 1015 \text{ MPa}$) a terhelő erő értéke: $F = 650 \text{ N}$.

A szükséges biztonsági tényező a 7.3. fejezet alapján:

$$S_D = \frac{F_D}{F} = (1,2 \dots 1,5). \quad (8.28)$$

A biztonsági tényezőt $S_D = 1,3$ -ra választva, majd ebből kiszámítva a kifáradást okozó terhelést:

$$F_D = S_D \cdot F = 1,3 \cdot 650 \text{ N} = 845 \text{ N}. \quad (8.29)$$

A felületi kifáradási Hertz-feszültség értéke:

$$\begin{aligned} p_{HD} &= \sqrt{\frac{F_D}{2 \cdot \pi \cdot l \cdot r_e \cdot A^3}} = \sqrt{\frac{845 \text{ N}}{2 \cdot \pi \cdot 10 \text{ mm} \cdot 2,3204 \text{ mm} \cdot \left(0,016303 \frac{\text{mm}^{2/3}}{\text{N}^{1/3}}\right)^3}} = \\ &= 1160,9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \approx 1161 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \end{aligned} \quad (8.30)$$

ahol:

$$r_e = 2,3204 \text{ mm}, \quad (8.31)$$

$$A = \sqrt[3]{\frac{1}{2} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)} = \sqrt[3]{\frac{1 - \nu^2}{E}} = \sqrt[3]{\frac{1 - 0,3^2}{210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 0,016303 \frac{\text{mm}^{2/3}}{\text{N}^{1/3}}. \quad (8.32)$$

A (7.13)-as összefüggést átrendezve adódik a szükséges Brinell-keménység.

$$HB = \frac{p_{HD}}{3,04} = \frac{1161 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{3,04} = 381,9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \approx 382 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}. \quad (8.33)$$

Ez alapján a Rockwell-keménység táblázatból kikereshető, amelynek értéke 41 HRc. A megkívánt keménység értéket kedvezően befolyásolja, hogy a terhelő erő maximális értéke és a Hertz-feszültség maximuma nem azonos forgásszög értéknél jelentkezik. Ez a görbület változásával magyarázható.

A számítás és egyéb szempontok alapján a cikloistárcsa anyagának a 16MnCr5 jelű króm-mangánötvöztetésű, betétben edzhető acélt választom, amely a fogaskerékgyártásban rendkívül elterjedt, ill. edzett állapotban rendelkezik a szükséges keménységgel.

A legnagyobb csúsztató feszültség mélysége a (7.16)-os összefüggés alapján számítható:

$$t_c = 0,786b = 0,786 \cdot 0,040804\text{mm} = 0,032\text{mm} , \quad (8.34)$$

ahol:

$b=0,040804\text{ mm}$.

Az edzett réteg szükséges mélysége pedig a (7.18)-as összefüggés szerinti:

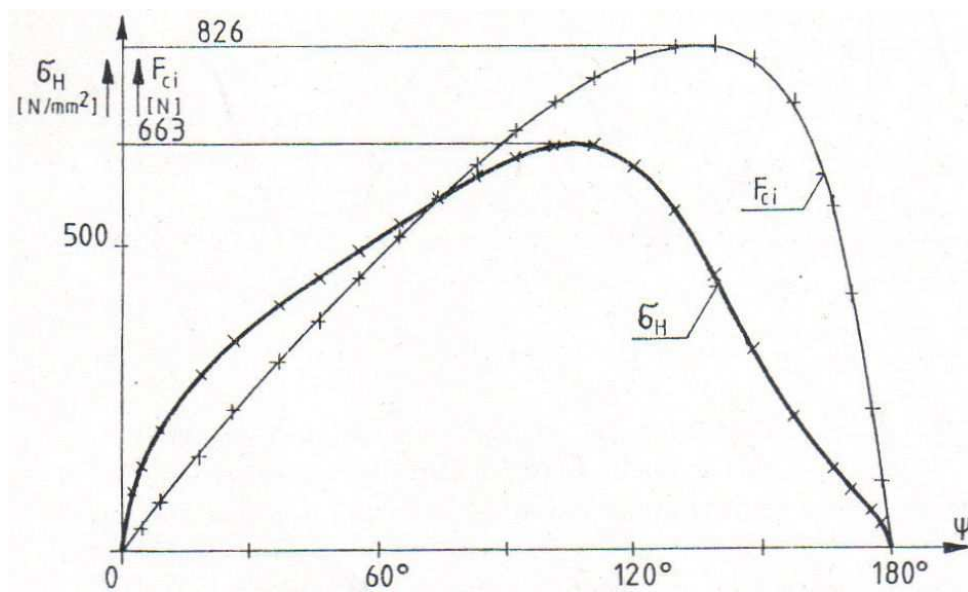
$$t = 1,7t_c = 1,7 \cdot 0,032\text{mm} = 0,0544\text{mm} . \quad (8.35)$$

A betétedzés technológiáját is figyelembe véve a réteg vastagságát érdemes $t = (0,2 \dots 0,5)\text{mm}$ közé választani. Mivel a tárcsa központi furata egy tűgörgős csapágyhoz kapcsolódik, az ott indokolt keménység nagyobb lehet, mint a profil keménysége. A tárcsa cementálásakor, ill. hőkezeléskor csak azonos keménységet lehet előállítani, ezért a csapágy helyén lévő keménység határozza meg a tényleges keménységet.

Így a felületi keménységet 61 HRc-re, az edzési mélységet pedig 0,1 mm-re választom.

9. Összefoglalás

A számítási eredményeket leíró függvények alakját lehetőség van összevetni a [14]-es irodalommal. A 9.1. ábrán látható, hogy mind a külső görgő erőket leíró erő, mind a Hertz-feszültséget leíró függvény jellege megegyezik az általam számítottakkal. A számított értékek összevetésére közvetlenül nincs lehetőség, mivel a [14]-es irodalomban egy $P = 3kW$, $n_1 = 750 \frac{1}{\text{min}}$ és $i_{k1} = -25$ paraméterekkel rendelkező hajtóművet vizsgáltak.



9.1. ábra

A [14]-es irodalom által számolt függvények

A számított eredmények értékeit összefoglalva:

A külső görgőkön ható erők:

$$N(\beta, i) = 735N, \quad (9.1)$$

A belső görgőkön ható erők:

$$K(\beta, j) = 2682N, \quad (9.2)$$

A Hertz-feszültség:

$$p_{H \max} = 1015MPa. \quad (9.3)$$

A dolgozat megírása során a hajtómű szilárdsági méretezésére végzett számításaim ideális viszonyokat feltételeztek. Ugyanakkor a gyakorlatban előforduló hajtóművek esetén a kialakuló terhelések nagyobbak lehetnek, melyek az 5. fejezetben leírt egyszerűsítő feltevésekből adódnak.

Külföldi mérési adatok alapján a nyírás és a rugalmas deformáció okozta alakváltozás, valamint a gyártási hibák és a foghézag elhanyagolása miatt a teljesítményhajtóművekben a valóságos terhelések 25-30%-kal nagyobbak lehetnek [14], [15]. A két cikk ajánlása alapján érdemes az ideális esetre kiszámolt terhelésektől 25-30 %-kal nagyobbakat figyelembe venni a hajtómű méretezése során. Az így kialakuló terhelések:

A külső görgőkön ható erők:

$$N(\beta, i) = 1,3 \cdot 735 N = 955,5 N \approx 960 N , \quad (9.4)$$

A belső görgőkön ható erők:

$$K(\beta, j) = 1,3 \cdot 2682 N = 3486,6 N \approx 3490 N , \quad (9.5)$$

A Hertz-feszültség:

$$p_{H \max} = 1157 MPa . \quad (9.6)$$

A hajtómű pontosabb méretezésének meghatározására további lehetőség lenne a hézaggal való kapcsolódás megvizsgálása. Valamint érdemes lenne a gyártási pontatlanságok okozta többlet erőkre méréseket végezni. A dolgozat tovább vitele ezekben az irányokban történhet meg.

A dolgozatom által bemutatott számítások azonban így is jól alkalmazhatók egy ciklohajtómű tervezése során. Célszerű ugyanakkor a számítások elvégzése után a szakirodalom által javasolt 25-30 %-os erő növekedést figyelembe venni.

10. Felhasznált irodalom

- [1] <http://www.sumitomodriveeurope.com/en/ueberuns/>
- [2] <http://hu.wikipedia.org/wiki/Ciklois>
- [3] http://en.wikipedia.org/wiki/Cycloidal_drive
- [4] BME Gépészmérnöki Kar Gépszerkeztani Intézet: Szerkeztan, Energetikai mérnök szak
(http://gt3.bme.hu/oktatas/BsC/GEAESZ_Szerkeztan/jegyzet/8_hajtasok2.pdf)
- [5] Dr. Kerényi György: Gépészeti rendszerek c. tárgy, Hajtóművek előadás
(http://gt3.bme.hu/oktatas/BsC/Manager_BSC/GEAXGG_Gepeszeti_rendszerek/eloadas/Gepszerkezeti_elemek_13.pdf)
- [6] <http://www.gears-manufacturers.com/cycloidal-drives.html>
- [7] United States Patent Office, Gear Transmission, Patented (Dec. 4, 1928.), 1694031
(http://www.google.es/patents?id=AkwWAAAAEBAJ&pg=PA2&source=gbs_selected_pages&cad=2#v=onepage&q&f=false)
- [8] Országos Találmányi Hivatal, Eljárás és berendezés szalagköszörüléses lefejtő megmunkálásokra, 1989, HU 209 638 B
(<http://publikacio.uni-miskolc.hu/data/ME-PUB-15940/szabadalom.pdf>)
- [9] F. L. Litvin: A fogaskerék kapcsolódás elmélete, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1972.
- [10] Dr. Terplán Zénó – dr. Apró Ferenc– dr. Antal Miklós – Döbröczöni Ádám: Fogaskerék-bolygóhművek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.
- [11] Dr. – Ing. Manfred Lehmann: Berechnung der Kräfte im Trochoiden-Getriebe. 1979.
- [12] Dr. Zsáry Árpád: Gépelemek I. kötet, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999.
- [13] Molnár László – Varga László: Gördülőcsapágys tervezése, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1977.
- [14] Dr. Tatár István: A belső erők meghatározásának elve csapos bolygóhajtóműveknél, MTA Műszaki Tudományok Osztálya Gépszerkeztani Bizottság Hajtóművek Albizottságának 1988. május 18-i ülésén, Budapest, 1988.
- [15] Dr. Békés Attila: Csapos bolygóhművek tervezési és gyártási problémái, MTA Műszaki Tudományok Osztálya Gépszerkeztani Bizottság Hajtóművek Albizottságának 1988. május 18-i ülésén, Budapest, 1988.