



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI KAR

Nyomás Változásának Vizsgálata Befúvásra Alkalmazott Légcsatornákban



CZÉTÁNY LÁSZLÓ (GGDVJ4)

ÉPÜLETGÉPÉSZETI ÉS ELJÁRÁSTECHNIKAI GÉPÉSZMÉRNÖKI M.SC.

KOMFORT ÉPÜLETGÉPÉSZET SZAKIRÁNY

2012-ES ÉVFOLYAM

TÉMAVEZETŐ: DR. SZÁNTHÓ ZOLTÁN

EGYETEMI DOCENS

ÉPÜLETGÉPÉSZETI ÉS GÉPÉSZETI ELJÁRÁSTECHNIKA TANSZÉK

Budapest, 2012.11.10.

*A dolgozat bemutatását a TÁMOP - 4.2.2.B-10/1--2010-0009
"Új tehetséggondozó programok és kutatások a Műegyetem tudományos műhelyeiben"
címmű program támogatta.*



© Czétány László 2012

© Dr. Szánthó Zoltán 2012

TARTALOMJEGYZÉK

Előszó	1
1. Bevezetés.....	3
1.1. Légcsatorna hálózatok az épületgépészetben.....	3
1.2. Légcsatorna hálózatok méretezése.....	4
1.3. Célkitűzések.....	5
1.4. A méretezett légcsatornák legyárthatóságának kérdései.....	6
2. A feladat áramlástani megfogalmazása.....	7
2.1. Előzmények.....	7
2.2. Leíró egyenletek.....	7
2.2.1. Navier-Stokes-egyenlet.....	8
2.2.1.1. Navier-Stokes-egyenlet csőáramlásra érvényes alakja	8
2.2.1.2. A sűrűség változása a levegő, mint ideális gáz esetében.....	9
2.2.2. Kontinuitás tétele	10
2.2.2.1. Kontinuitás tétele a vizsgált esetekben	10
2.2.3. Energia-egyenlet.....	12
2.3. A feladatok peremfeltételei.....	13
2.3.1. Áteresztő anyagok áteresztési tulajdonságainak leírása	13
2.3.1.1. A szivárgási sebesség fogalma	13
2.3.1.2. A Darcy-törvény.....	13
2.3.1.3. A Forcheimer-Dupuit-egyenlet alkalmazása áteresztő anyagok jellemzésére.....	16
2.3.2. Peremfeltételek összefoglalása	17
2.4. Csőszűrlődési tényező számítása	17
2.5. Az átmérő meghatározásának lépései a felépített modell segítségével.....	18
3. Áramlási-keresztmetszet meghatározása befúvó-elemekkel ellátott légcsatorna esetén.....	19
3.1. A differenciál-egyenlet felírása az alapegyenletek és a peremfeltételek alapján.....	20
3.2. A differenciál-egyenlet dimenziótlantítása	23
4. Áramlási-keresztmetszet meghatározása áteresztő anyagú légcsatorna esetén.....	25
4.1. A differenciál-egyenlet felírása és dimenziótlantítása az alapegyenletek és a peremfeltételek alapján.....	26
4.1.1. Peremfeltétel az anyag áteresztési tulajdonságai és a kontinuitás tétele alapján	26
4.1.2. Az ϵ_D nyomásviszony bevezetése.....	28
4.1.3. A nyomások deriváltjainak kifejezése	28
4.1.4. Az Euler-szám bevezetése.....	30
4.1.5. Az átmérő deriváltjának kifejezése	31

5. A differenciál egyenletek numerikus megoldásának lehetőségei	32
5.1. Euler-módszer alkalmazása.....	32
5.2. Negyedrendű Runge-Kutta módszer alkalmazása	32
5.3. Prediktor-korrektor módszer alkalmazása.....	33
6. eredmények befúvó-elemekkel ellátott csatorna esetén.....	35
6.1. A Reynolds-szám hatása az átmérő változására.....	36
6.2. A relatív érdesség hatása az átmérő változására	40
6.3. A hossz-átmérő viszony hatása az átmérő változására.....	43
6.4. A súrlódás hatása az átmérő változására	47
7. eredmények áteresztő anyagú légcsatorna esetén	49
7.1. Az ε_{FD} nyomásviszony hatása az átmérő függvény változására.....	50
7.2. A Reynolds-szám hatása az átmérő függvény változására	54
7.3. A hossz-átmérő viszony hatása az átmérő függvény változására	58
7.4. A relatív érdesség hatása az átmérő függvény változására.....	61
7.5. Az Euler-szám hatása az átmérő függvény változására.....	65
8. Gyakorlati példák.....	69
8.1. Bevezetés.....	69
8.2. A megoldás menete	69
8.2.1. Dimenziótlan számok meghatározása	69
8.2.1.1. Állandó térfogatáram és statikus nyomás tartása.....	69
8.2.1.2. Állandó térfogatáram tartása.....	70
8.2.2. Áteresztő anyagokra jellemző konstansok meghatározása.....	71
8.3. Példák.....	73
8.3.1. Étterem szellőztetése	73
8.3.1.1. Légvezetési rendszer választása.....	74
8.3.1.2. Áteresztő anyagú szövet légcsatornák alkalmazása	74
8.3.1.3. Hagyományos rendszer optimalizálása (Légcsatorna befúvóelmekkel).....	77
9. Összefoglalás	83
10. Summary.....	85
Források.....	87

ELŐSZÓ

Dolgozatom témája lényegében az áramlástan és az épületgépészet határterületének tekinthető. Jelen esetben a befűvásra alkalmazott légcsatornák alatt az olyan légcsatornákat kell érteni, amelyeket például fűvóka sorral látnak el, vagy áteresztő anyagúak lévén felületükön lép ki a levegő. Az ilyen légcsatornák hossza mentén kialakuló statikus nyomásnak kiemelt fontossága van, ezért elsősorban a statikus nyomás változásával fogok foglalkozni. Ezen vizsgálatok elvégzéséhez mindenféleképpen áramlástani ismerteket kell felhasználnunk, viszont a megoldások elemzését az épületgépészeti rendszerek tervezése során jelentkező szempontok alapján kell megtennünk.

A továbbiakban ismertetésre kerülő eredményekre szigorúan, mint „bevezetésre” kell tekinteni, hiszen a turbulens csőáramlások ilyen aloseteivel - olyan csőáramlásokkal, amelyeknél a csőfalon keresztül a folyadék átáramlik - a csőátmérő vagy csatorna átmérők ilyen módon történő meghatározásával korábban kevesen foglalkoztak.

Ezúton szeretném kifejezni köszönetemet Dr. Szánthó Zoltánnak, aki a terület tanulmányozásának útján elindított és Dr. Garbai Lászlónak, aki értékes megjegyzéseivel segítette a dolgozat formába öntését.

Budapest, 12.09.28.

Czétány László

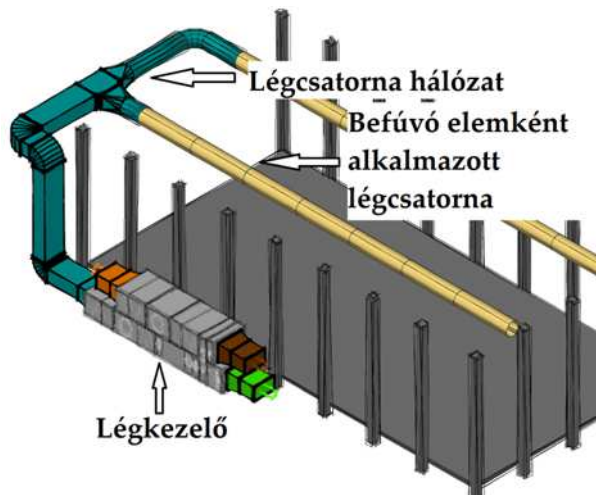
1. BEVEZETÉS

1.1. Légcsatorna hálózatok az épületgépészetben

A légtechnikai rendszerek megnevezés, mint gyűjtő fogalom alá, számos különböző rendeltetésű rendszert sorolhatunk be. Ide tartoznak a komfort célú rendszerek, amelyek feladata a felhasználók számára biztosítani a megfelelő léghőmérsékletet, relatív páratartalmat az adott helyiségekben. Másrészt ide sorolhatóak az ipari céllal létesített rendszerek is, amelyek esetében a cél szerteágazó lehet, a munkások egészségének védelmétől kezdve a technológiai folyamat által megkövetelt légállapotok, koncentrációk biztosításáig. Adott esetben a légtechnikai rendszer életvédelmi célokat is szolgálhat, például egy többemeletes épület egyes szintjeinek tűz esetén történő füstmentesítését, friss levegő ellátását biztosítva.

Mint ahogy az látható, a felhasználás területe szerinti csoportosítás esetén is számos különböző kategóriát kell megkülönböztetnünk. Ugyanakkor egy adott felhasználási terület esetén is többféle rendszert különböztethetünk meg. Beszélhetünk elszívó, vagy elszívó és befúvó rendszerekről is. Talán kijelenthetjük, hogy utóbbiak alkalmazása a leggyakoribb, és energetikai megfontolások alapján (hővisszanyerés lehetősége) ez a tendencia a továbbiakban sem fog változni.

Egy légtechnikai rendszer számos különböző elemből épül fel. Az 1.1. ábrán látható, az egyik legfontosabb elemnek tekinthető a légkezelő, amely tartalmazza a fűtő vagy hűtő kalorifereket, szűrőket, ventillátorokat, nedvesítő kamrát vagy gőzbeporlasztót és adott esetben a hangcsillapítókat is. A kezelt levegő szállításához mindenképpen szükség van a légcsatorna hálózatra, az ellátott térben pedig valamilyen befúvó elemekre. A befúvó elemek lehetnek hagyományos anemosztátok de akár szövet légcsatornák is.



1.1. ábra: Légtechnikai rendszer vázlatos felépítése.

Bár számos különböző felhasználási terület és rendszertípus létezik, nekem nem célom, hogy jelen dolgozatban mindegyik területtel foglalkozzam. Témám a befúvásra alkalmazott hálózatokra korlátozódik, azokon belül is csupán a hálózat „végére”, azokra a légcsatornákra, amelyek vagy maguk a befúvó szerkezetek, vagy közvetlenül csatlakoznak valamilyen módon a befúvó szerkezetekre.

A befúvásra közvetlenül alkalmazott légcsatornák csoportjában két alcsoportot különböztethetünk meg. Egyrészt azokat a légcsatornákat, amelyeken befúvó elemeket helyeznek el (sugárfúvókák, rácsok, perforációk, stb.), anyaguk pedig nem áteresztő, másrészt pedig azokat amelyeknek anyaga áteresztő (szövet) vagy áteresztőnek tekinthető (légcsatorna nagymennyiségű perforációval). A továbbiakban ezen két csoportot fogom vizsgálni.

Kijelenthető, hogy mindkét anyagnak (szövet illetve acéllemez) megvannak az előnyei és a két típus adott esetben egymás konkurense is lehet. A szövet légcsatornák felhasználási területe a hagyományos „szilárd” anyagú légcsatornáéhoz hasonlóan igen széles, ipari alkalmazásoktól egészen a komfort alkalmazásokig (pl. irodák) terjed. A választást a két különböző anyag között nyilvánvalóan mérlegelni kell az adott tervezési feladat megoldása során figyelembe véve az üzemeltetési és beruházási költségeket.

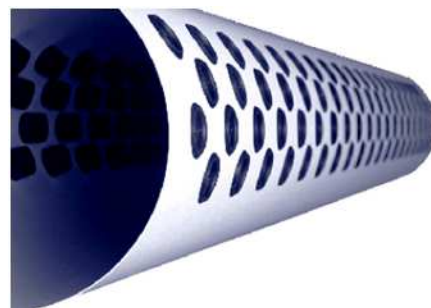
1.2. Légcsatorna hálózatok méretezése

Egy légcsatorna hálózat esetében a legfontosabb bemenő paraméter minden esetben a szükséges légmennyiség (mennyiségi paraméter), a levegő hőmérséklete és a levegő nedvesség tartalma (minőségi paraméterek). Ezek meghatározása az ellátott terek és a támasztott követelmények ismerete alapján lehetséges a vonatkozó előírások és méretezési módszerek alapján. Ezt a paramétert egészíti ki az építészeti környezet, mint korlátozó paraméter. Ezeket figyelembe véve a cél minden esetben a keresztmetszetek és a nyomvonal meghatározása a teljes hálózat hossza mentén, valamilyen méretezési módszer felhasználásával. A leggyakoribb méretezési módszer a maximális áramlási sebesség kritériuma. Ezen kívül más lehetőségek is elképzelhetők, például lehetséges a fajlagos nyomásesés maximális értéke alapján, vagy statikus nyomás visszanyerésre is méretezni, de minden esetben fontos, hogy az áramlási sebesség ne legyen túl nagy, mert a túl nagy áramlási sebesség megnöveli a légcsatorna hálózat által keltett zaj szintjét is.

A legelterjedtebb sebességkritérium alapján történő méretezés esetén egy befúvó légcsatorna (1.2. ábra) mérete a végpont felé haladva a szállított légmennyiség csökkenéséhez illeszkedően lépcsőzetesen csökken; elszívó vezeték esetében a végponttól az a légkezelő felé haladva lépcsőzetesen emelkedik. A vezetékbeli statikus nyomás a befúvó vezetékeken a végponthoz közelítve, az elszívó vezetékeken a végponttól a légkezelő felé haladva folyamatosan csökken. A hálózat különböző pontjaira csatlakozó befúvó és elszívó anemosztátok számára más és más statikus nyomáskülönbség áll rendelkezésre.

1.2. ábra: Trox Nozzle Duct, légcsatorna sugárfúvókákkal.

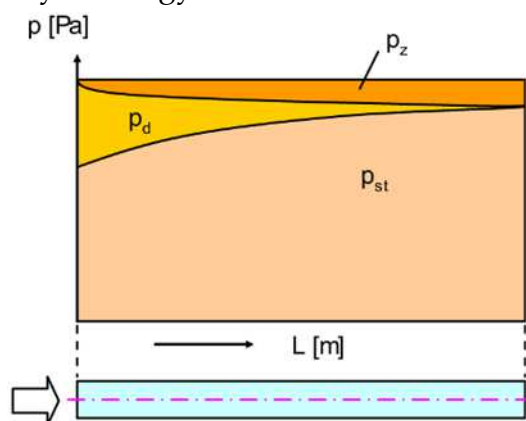
Ahhoz, hogy az egyes anemosztátokon a megkívánt légmennyiség kerüljön befúvásra, illetve elszívásra, az egyes anemosztátoknál beszabályozó szerelvényeket kell alkalmazni. A rendelkezésre álló nyomástöbblet fojtásával állíthatjuk be a szükséges térfogatáramokat. A beszabályozó szerelvények beépítése és a beszabályozás a rendszer megbízható működése szempontjából elengedhetetlen, azonban többlet beruházási költséget jelent.



1.3. Célkitűzések

Célom olyan légcsatorna keresztmetszetek meghatározása, amelyek biztosítják a légcsatornában a statikus nyomás olyan változását, hogy pl. egy sugárfűvőkákkal ellátott (1.2. ábra) vagy áteresztő anyagú (pl. szövet) befűvő légcsatorna esetében a térfogatáram kiáramlása a légcsatorna minden elemi hosszúságú szakaszán azonos legyen. Ilyen speciális esetre lehet az is, amikor sok anemosztát csatlakozik egyetlen vezetékre, így a térfogatáram elvétel viszonylag egyenletes. A kiáramló levegő mennyisége nyilvánvalóan a statikus nyomástól függ.

Befűvő vezeték esetén a térfogatáram az egyes anemosztátokon való levegő kilépés miatt csökken; ha a keresztmetszeteket nem csökkentem, akkor a csökkenő áramlási sebességből következően csökken a dinamikus nyomás és statikus nyomást nyerünk vissza (1.3. ábra). Ha az így megnyert nyomás-növekmény éppen ellensúlyozza vezeték áramlási nyomásvesztéseit, akkor a statikus nyomás a vezeték mentén állandó marad. Ha ezt sikerül megvalósítanunk, akkor a beszabályozó szerelvények elhagyhatóak lesznek.



1.3. ábra: A nyomás tipikus változása egy textil légcsatornában, p_z : a veszteségek, p_d : a dinamikus nyomás, p_{st} : a statikus nyomás, [1].

A szövet légcsatornák esetében a levegő kilépése leggyakrabban a légáteresztő csatornaanyagon keresztül történik, a vezeték mentén folyamatos. A cél a vezeték mentén kibocsátott térfogatáram közel állandó értéken tartása. Állandó légcsatorna keresztmetszet esetén az előbbieknél megfelelően a statikus nyomás a befűvő vezeték végpontja felé haladva folyamatosan nő, ezért beavatkozás nélkül a hálózat végén a kifűvött vezeték hossza vonatkoztatott fajlagos térfogatáram nagyobb, mint a vezeték elején.

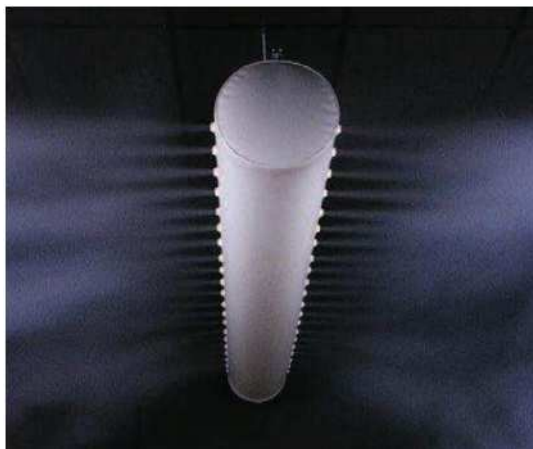


1.4. ábra: Fojtó elem a textil légcsatornában [26].

A probléma gyakorlati megoldását a légcsatornában diszkrétan elhelyezett fojtóelemek adják (1.4. ábra). Ezeket az elemeket a statikus nyomás csökkentésére használva lehet elvégezni a beszabályozást.

1.4. A méretezett légcsatornák legyárthatóságának kérdései

Gondolatmenetem során azt feltételezem, hogy készíthető olyan folytonosan változó légcsatorna keresztmetszet, amellyel megvalósíthatjuk a statikus nyomás állandóságát, pl. egy sugárfúvókákkal ellátott légcsatornában (1.5. ábra).



1.5. ábra: Szövet légcsatorna sugárfúvókákkal, KE Fibertec.

Abban az esetben, ha a légcsatorna anyaga áteresztő (1.6. ábra), a statikus nyomás állandósága nem elégséges az egyenletes kiáramlás biztosításához, mivel a légcsatorna kerületével a rendelkezésre álló felület nagysága is változik. Csökkenő felületen azonos térfogatáram kiáramlásához nagyobb, míg növekvő felületen kisebb statikus nyomás szükséges. A keresztmetszetek meghatározásához így más feltételek szükségesek.



1.6. ábra: Áteresztő anyagú szövet légcsatorna, Prihoda.

A gyakorlatban a meghatározott keresztmetszetekkel rendelkező légcsatornát valószínűleg nem lehet legyártani, a következő feladat tehát olyan, a gyakorlatban is megépíthető, az ideálist közelítő keresztmetszetek meghatározása lesz, amelyekkel a statikus nyomás és kifúvott fajlagos térfogatáram állandóságát elfogadhatóan tudjuk közelíteni. A vizsgálataim során a leggyakoribb kör keresztmetszettel foglalkozom.

2. A FELADAT ÁRAMLÁSTANI MEGFOGALMAZÁSA

A fejezetben a kialakított modellt mutatom be, amelyen a későbbiekben bemutatandó számítások alapultak. A fejezetben vázlatosan foglalkozom a területen korábban elért eredményekkel is.

2.1. Előzmények

A különböző áteresztő falú csövekben vagy légcsatornáknál történő áramlások vizsgálata viszonylag komoly múltra tekint vissza. Például Berman 1953-ban [2] publikálta eredményeit, amelyek a lamináris, áteresztő falú csőben történő áramlásra vonatkozóan szolgáltatott megoldást. Mások a határréteget vizsgálták és méréseket végeztek a tangenciális áramlás jellemzőinek megállapításához, szintén lamináris áramlás esetén [4]. Általában a hivatkozott munkák célja a nyomáeloszlás és a radiális illetve axiális sebességeloszlás meghatározása volt egy állandó keresztmetszetű csőben [5], [6], [8].

Egyes esetekben ezeket a jellemzőket CFD számítással vizsgálták [9], nyomásfüggő radiális sebességgel is foglalkoztak [10], sőt, a keresztmetszet változása melletti eredményeket és a falon keresztül történő átáramlás axiális sebességprofilra gyakorolt hatását is megpróbálták analitikusan meghatározni [11].

Az említett munkák a légtechnikától jelentősen különböző területeket érintettek. Áttekintésük a jelenségek azonos fizikai tartalma miatt indokolt. A fizikai jelenséggel kapcsolatban érdekes információkkal szolgál egy disszertáció, amely kiterjedten foglalkozik korábbi kísérleti eredmények bemutatásával, mérési eredményeket is szolgáltat, valamint a CFD számítás alkalmazhatóságát is megvizsgálja. Ezen kívül a Colebrook-White összefüggés érvényességével is foglalkozik [14].

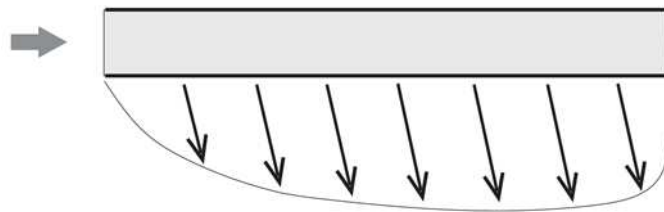
A szöveg és általánosságban véve valamilyen módon radiálisan áteresztő légcsatornák vizsgálata eddig ismereteim szerint kevés figyelmet kapott, de bizonyos források foglalkoztak a kérdéssel [13].

A csővezetékben történő áramlások kérdéseit, tekintettel a változó keresztmetszetű csővezetésekre is taglalja Garbai [15]. A műre is támaszkodva építettem fel az áramlástani modellt.

2.2. Leíró egyenletek

A probléma megoldásához, azaz a megfelelő, egyenletes kiáramlást biztosító keresztmetszetek meghatározásához a légcsatornák hossza mentén a légcsatornában történő áramlást kell vizsgálnunk. Ehhez szükségünk van a folyadék áramlását leíró dinamikai egyenletre és az anyag megmaradását leíró kontinuitás tételére. Amennyiben a folyamatban a hőközlés és a disszipáció is jelentős szerepet játszik, szükségünk van az energia egyenletre is. Változó sűrűségű folyadék áramlása esetén egy megfelelő állapotegyenlet is szükséges, mely a hőmérséklet, a nyomás és a sűrűség között kapcsolatot teremt.

Mivel térben folyamatos jelenségről beszélünk (a légcsatorna hossza mentén folyamatosan csökken az áramló folyadék mennyisége, 2.1. ábra), ezért az egyenleteket differenciális formában kell felírunk.



2.1. ábra: A modellezett jelenség sematikus vázlata.

Az alapegyenletek felírásával és bizonyos elhanyagolásokkal felépíthető a jelenség modellje. A modell megalkotásához felhasznált egyenleteket a következő szakaszokban mutatom be, a vonatkozó szakirodalom alapján [15],[16],[17].

2.2.1. NAVIER-STOKES-EGYENLET

A Navier-Stokes-egyenlet Newton II. törvényét, azaz a folyadékrészecskékre ható erők egyensúlyát fejezi ki newtoni (a csúsztatófeszültség a deformáció-sebességgel egyenesen arányos), összenyomhatatlan (állandó sűrűségű) közegek esetén. Vektoriális alakja a következő:

$$\frac{d\underline{v}}{d\tau} = \frac{\partial \underline{v}}{\partial \tau} + \text{grad} \frac{v^2}{2} - \underline{v} \times \text{rot} \underline{v} = \underline{g} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p + \nu \Delta \underline{v}, \quad (2.1.)$$

ahol

- $\underline{v}$ a sebességvektor, [m/s],
- τ az idő, [s],
- $\underline{g}$ a térerősség vektor, [m/s²],
- ρ a sűrűség, [kg/m³],
- p a nyomás, [Pa],
- ν a kinematikai viszkozitás, [m²/s],
- Δ a Laplace operátor.

2.2.1.1. NAVIER-STOKES-EGYENLET CSŐÁRAMLÁSRA ÉRVÉNYES ALAKJA

Az egyenletet ebben a formájában még ezen egyszerűsítések ellenére sem oldhatjuk meg, viszont mivel csőáramlásról beszélünk, tovább egyszerűsíthetjük. A csőáramlás dinamikai egyenlete:

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} + w \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda}{2D} w^2 + g, \quad (2.2.)$$

ahol

- w az axiális átlagsebesség, [m/s],
- λ a cső súrlódási tényező, [-],
- x a helykoordináta, a cső hossz tengelye mentén,
- g a térerősség vektor, a cső hossz tengelyével párhuzamos irányban, [m/s²].

Ez az egyenlet tovább egyszerűsíthető. Stacionárius áramlások esetén az első tag ($\partial w / \partial \tau$) nullával egyenlő. Jelen esetben a térerősség vektor változása is nullának tekinthető, mivel vízszintes elrendezést vizsgálunk.

Így a következő egyszerűsített egyenletből

$$w \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda}{2D} w^2, \quad (2.3.)$$

vagy annak vonal menti integráljából, a Bernoulli-egyenletből

$$p_{\text{stat}} + p_{\text{din}} + \int_0^x \frac{\rho}{2} w(\zeta)^2 \frac{\lambda}{D(\zeta)} d\zeta = \text{állandó} \quad (2.4.)$$

indulhatunk ki további számításaink során,
ahol

- p_{stat} a statikus nyomás, [Pa],
- p_{din} a dinamikus nyomás, [Pa],
- az utolsó tag pedig a veszteségtag, az origóból kiindulva az x helykoordinátaig integrálva.

2.2.1.2. A SŰRŰSÉG VÁLTOZÁSA A LEVEGŐ, MINT IDEÁLIS GÁZ ESETÉBEN

Pár szót mindenképpen kell szólnom a sűrűség állandóságáról. Nyilvánvaló, hogy az áramló folyadék jelen esetben levegő. A levegő viselkedését jó közelítéssel az ideális gáz állapotegyenletével írhatjuk le, amelynek alakja a következő:

$$\frac{p}{\rho} = R \cdot T, \quad (2.5.)$$

ahol

- p a statikus nyomás, [Pa],
- ρ a sűrűség, [kg/m³],
- R a specifikus gázállandó, 287 [J/(kgK)],
- T a hőmérséklet, [K].

Így például kiszámítható a 22 °C-os levegő sűrűsége atmoszférikus (101350 Pa) nyomáson:

$$\frac{p}{R \cdot T} = \rho \Rightarrow \frac{101350}{287 \cdot (22 + 273)} = 1,205. \quad (2.6.)$$

Az ideális gáz jellemzői leírhatóak az egyesített gáztörvénnyel (amely levezethető az ideális gázok állapotegyenletéből):

$$\frac{p_1}{\rho_1 \cdot T_1} = \frac{p_2}{\rho_2 \cdot T_2}, \quad (2.7.)$$

ebből a sűrűségek aránya:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{T_1}{T_2}. \quad (2.8.)$$

Ha a hőmérséklet 5 fokkal, vagy a nyomás 1000 Pascallal csökken akkor ez az arány 1,017 illetve 0,990, tehát a sűrűség a kezdeti értékhez képest 1,7 illetve 1 %-ot változik. Ha a két jelenség együtt következik be, vagy a nyomás csökkenése mellett a hőmérséklet 5 fokkal nő, a sűrűségek aránya 1,007 és 0,974, ez 0,7 illetve 2,6 %-os eltérést jelent.

Mivel jelen esetben a hőmérséklet változását a vizsgált légcsatornák mentén elhanyagolom, illetve a nyomás változása a vizsgált légcsatornák esetében a gyakorlatban nem jelentős, 1000 Pascalnál is kevesebb, ezért a levegő jó közelítéssel állandó sűrűségű folyadéknak tekinthető.

2.2.2. KONTINUITÁS TÉTELE

A következő fontos egyenlet a kontinuitás tétele, amely az anyagmegmaradás törvényét fejezi ki. A differenciális alakja a következő:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \text{div}(\rho \underline{v}) = 0. \quad (2.9.)$$

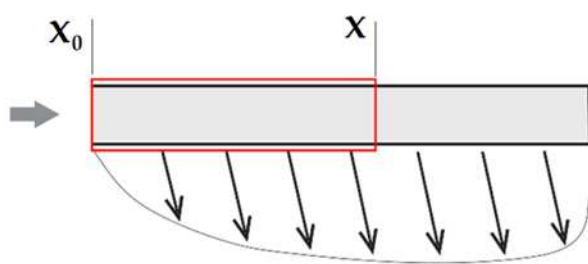
Stacionárius áramlás esetében az első tag értéke zérus. Ha közeg állandó sűrűségű, az egyenlet a következő formában írható:

$$\text{div}(\underline{v}) = 0. \quad (2.10.)$$

2.2.2.1. KONTINUITÁS TÉTELE A VIZSGÁLT ESETEKBEN

Vegyük ennek egy térfogati integrálját a vizsgált csatorna pirossal jelölt térfogatán (2.2. ábra):

$$\int_V \text{div}(\underline{v}) dV = 0. \quad (2.11.)$$



2.2. ábra: A vizsgált térfogat.

Az integrál a Gauss-Osztrogradszkij-tétel segítségével átalakítható felületi integrállá:

$$\int_A \underline{v} \cdot d\underline{A} = 0. \quad (2.12.)$$

Jelöljük az axiális átlagsebességet w -vel, a csatornából kilépő levegő sebességét pedig w_{ki} -vel. Mindkét mennyiség x függvénye. Így a felületi integrál:

$$\int_{A(0)} w(x_0) dA - \int_{A(x)} w(x) dA - \int_{x_0}^x w_{ki}(\zeta) \cdot A_{ki}(\zeta) d\zeta = 0, \quad (2.13.)$$

ahol

- w az átlagsebesség az adott keresztmetszetben, [m/s],
- $w_{ki}(\zeta)$ a kiáramlási sebesség. A hely függvénye.
- A a helytől függő áramlási keresztmetszet, [m²]
- A_{ki} a kiáramlási keresztmetszet, nagysága a helykoordináta függvénye, [m²].

Az x_0 koordináta a kiinduló keresztmetszetet jelöli. Az egyenlet tovább alakítható. Az első két tag felírható a következő egyenletnek megfelelően:

$$w(x_0) \cdot \frac{D(x_0)^2 \cdot \pi}{4} - w(x) \cdot \frac{D(x)^2 \cdot \pi}{4} - \int_{x_0}^x w_{ki}(\zeta) \cdot A_{ki}(\zeta) d\zeta = 0, \quad (2.14.)$$

ahol D [m] az átmérő, amelynek nagysága a helykoordinátától függ.

Az utolsó tag átalakítása előtt meg kell fontolnunk a következőket. A probléma megoldása során két esetet különíthetünk el. Az első esetben, mikor a légcsatornából a levegő sugárfúvókákon, rácson keresztül lép ki (lásd 2.3. ábra), az elvétel diszkrét pontokban történik.

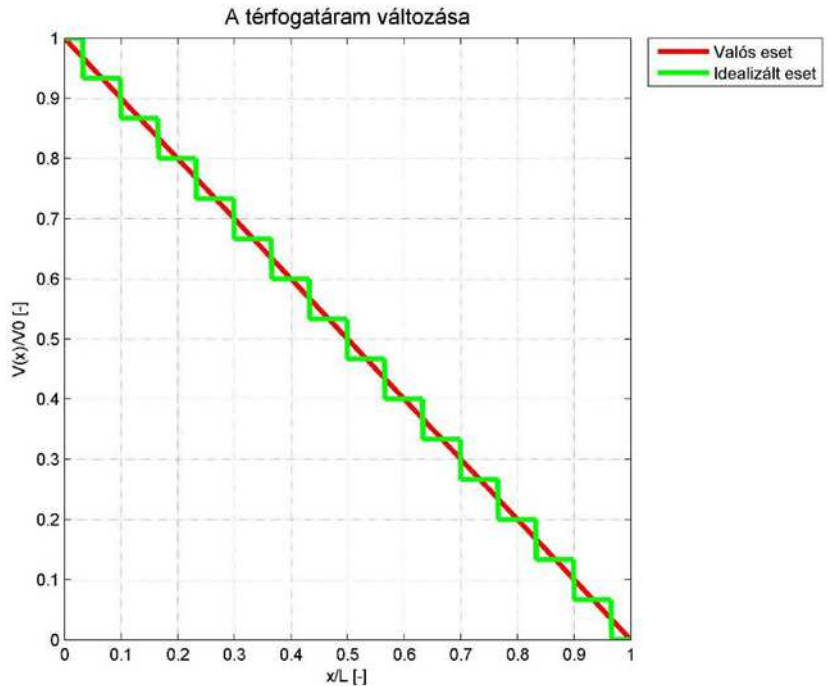


2.3. ábra: Légcsatorna sugárfúvókákkal, az ellenőrző felületek pirossal vannak jelölve.

A térfogatáram ekkor a 2.4. ábra szerint változik (zöld vonal), ugyanakkor mi ettől eltekintünk és a piros vonalnak megfelelő változását feltételezzük, tehát azt, hogy a hosszúság függvényében lineárisan, folytonosan csökken.

2.4. ábra: Térfogatáram változása légcsatornában, 15db sugárfúvókával.

Megállapíthatjuk azt is, hogy ebben az esetben a kiáramlási felület nem függ a légcsatorna átmérőjétől, hiszen a sugárfúvókák nagysága sem függ a keresztmetszet nagyságától.



Ebben az esetben a kontinuitás tétele a következő alakot veszi fel. Az első két tag lényegében az adott keresztmetszeten átváramló térfogatárammal azonos, így írhatunk helyettük térfogatáramot is:

$$\dot{V}(x_0) - \dot{V}(x) - \int_{x_0}^x \dot{V}_{ki}(\zeta) d\zeta = 0, \quad (2.15.)$$

ahol

- $\dot{V}(x_0)$ a kiindulási áramlási keresztmetszeten átváramló térfogatáram, [m³/h],
- $\dot{V}(x)$ az x helyen található áramlási keresztmetszeten átváramló térfogatáram, [m³/h],
- $\dot{V}_{ki}$ az adott helyen a légcsatorna elemi hosszúságú szakaszán kiáramló térfogatáram, [m³/h/m].

A kiáramló térfogatáram célunknak megfelelően (azonos mennyiségű levegő kiáramlását akarjuk biztosítani a légcsatorna elemi hosszúságú szakaszain) konstans, és kifejezhető a következő módon:

$$\dot{V}_{ki} = \frac{\dot{V}(x_0)}{L}, \quad (2.16.)$$

ahol L [m] a légcsatorna teljes hosszúsága.

Így a (2.15.) egyenlet átrendezés és integrálás után a következő alakban írható:

$$\dot{V}(x) = \dot{V}(x_0) \cdot \frac{1-x}{L}, \quad (2.17.)$$

Ettől az esettől különbözik a szövet légcsatornák esete, amelyet a 2.2. ábra illusztrál. Ebben az esetben a kiáramlási felület és a kiáramlási sebesség ismerete is fontos, bár a térfogatáram változását a (2.17.) egyenlethez hasonló formában fejezhetjük ki.

Ebben az esetben a (2.14.) egyenlet a következő formában írható:

$$\dot{V}(x) = \dot{V}(x_0) \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right) + \int_{x_0}^x w_{ki}(\zeta) \cdot D(\zeta) \cdot \pi \cdot d\zeta, \quad (2.18.)$$

amelyet x szerint deriválva, majd átrendezve megkapjuk a kiáramlási sebességet a térfogatáram függvényében:

$$w_{ki}(x) = \frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot \pi \cdot D(x)}. \quad (2.19.)$$

2.2.3. ENERGIA-EGYENLET

Az energia egyenlettel leírhatjuk az áramló gáz energiájának megváltozását. Csőbeli áramlás esetén a differenciális formája a következő:

$$\frac{d}{dx} \left(h + \frac{w^2}{2} \right) = \frac{\dot{q}}{\dot{m}}, \quad (2.20.)$$

ahol

- h az áramló közeg entalpiája, [J/kg],
- w az áramló közeg axiális átlagsebessége, [m/s],
- $\dot{q}$ az áramló közeggel közölt hőmennyiség nagysága, [W],
- $\dot{m}$ a közeg tömegárama, [kg/s].

Az energia-egyenletre abban az esetben lenne szükségünk, ha vizsgálni kívánnánk az áramló gáz hőmérsékletének megváltozását is, amely a sűrűlódás, hőközlés illetve a sebesség változása miatt is lehetséges. Jelen dolgozatban az áramlást izotermikusnak tekintjük. Ez megtehető, mivel folyadékkal hő nem közlünk ($\dot{q}=0$) illetve a disszipáció elhanyagolható, ezért az energia egyenlet megoldása nem szükséges.

2.3. A feladatok peremfeltételei

Ahogy azt a kontinuitás tételénél láttuk, két különböző esetet kell vizsgálnunk. Egy olyan esetet, amelynél a kiáramló levegő mennyisége nem függ a légcsatorna átmérőjétől, és egy olyan esetet, amelynél viszont igen. Ez utóbbi a szövetanyagú légcsatornák esete, de ide sorolhatóak az olyan nem áteresztő anyagú légcsatornák is, amelyek nagy mennyiségű, kisméretű perforáció található. (pl. Lindab Ventiduct)

Abban az esetben, ha a térfogatáram nem függ a keresztmetszet nagyságától, azaz a légcsatornán sugárfúvókák, rácsok stb. találhatóak, amelyek ellenállása egyenlő, célunknak a statikus nyomás állandó értéken tartásának kell lennie. Ha ezt el tudjuk érni, azzal biztosítjuk, hogy a légcsatorna hossza mentén szabályosan elhelyezkedő befúvó szerkezeteken kiáramló térfogatáram is azonos legyen. Áteresztő falú légcsatornák esetében a helyzet más, az átmérő csökkenésével vagy növekedésével változik a rendelkezésre álló felület nagysága is, így változnia kell a statikus nyomásnak is. Kisebb felületen ugyanakkora légmennyiség átpréseléséhez nagyobb statikus nyomás kell, míg nagyobb felület esetén kisebb. Ahhoz, hogy a légcsatorna áramlási keresztmetszetének változását meghatározhassuk, szükségünk van valamilyen kapcsolatra a nyomás változása és a térfogatáram változása között. Ezért ebben a szakaszban az áteresztő anyagok jellemzőit, áteresztési tulajdonságaik leírását mutatom be.

2.3.1. ÁTERESZTŐ ANYAGOK ÁTERESZTÉSI TULAJDONSÁGAINAK LEÍRÁSA

Az áteresztő anyagok, mint pl. a textil jellemzéséhez bizonyos fogalmak és összefüggések bevezetésére van szükség. A fogalmakat, összefüggéseket pontonként fogom tárgyalni [20] alapján.

2.3.1.1. A SZIVÁRGÁSI SEBESSÉG FOGALMA

A porózus anyagon keresztül átáramló folyadék sebességét szivárgási sebességnek (seepage velocity) nevezzük. A fogalom több különböző néven is ismert, például nevezik még szűrési sebességnek (filtration velocity), felületi sebességnek (superficial velocity), Darcy-sebességnek, de volumetrikus fluxussűrűségnek is (volumetric flux density) [20]. A sebesség általam követett jelölési módját a későbbiekben ismertetem. Az általam tárgyalt feladat jellegzetességeihez illeszkedően derékszögű koordináta rendszer helyett hengerkoordinátákat fogok használni.

2.3.1.2. A DARCY-TÖRVÉNY

Henry Darcy Dijon vízellátásának hidrológiáját vizsgálta, amikor megalkotta a törvényt, amely egy dimenziós esetben a következő alakban írható fel:

$$u = -\frac{K}{\mu} \cdot \frac{\partial p_{stat}}{\partial x}, \quad (2.21.)$$

az egyenletben:

- u a folyadék szűrési sebessége, [m/s],
- μ a folyadék dinamikai viszkozitása, [Pa·s],
- K a porózus közeg áteresztőképessége, [m²],
- p_{stat} a statikus nyomás, [Pa].

A törvény az áteresztő anyagokon átáramló térfogatáram és a nyomáskülönbség közötti kapcsolatot írja le, az anyagjellemzők függvényében.

Három dimenzióban:

$$\underline{v} = -\frac{1}{\mu} \cdot \underline{K} \cdot \underline{\nabla} \cdot p, \quad (2.22.)$$

- $\underline{K}$ a porózus közeg áteresztőképességét leíró tenzor, [m²],
- $\underline{\nabla}$ (nabla) a differenciál operátor, $\underline{\nabla} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix}$.

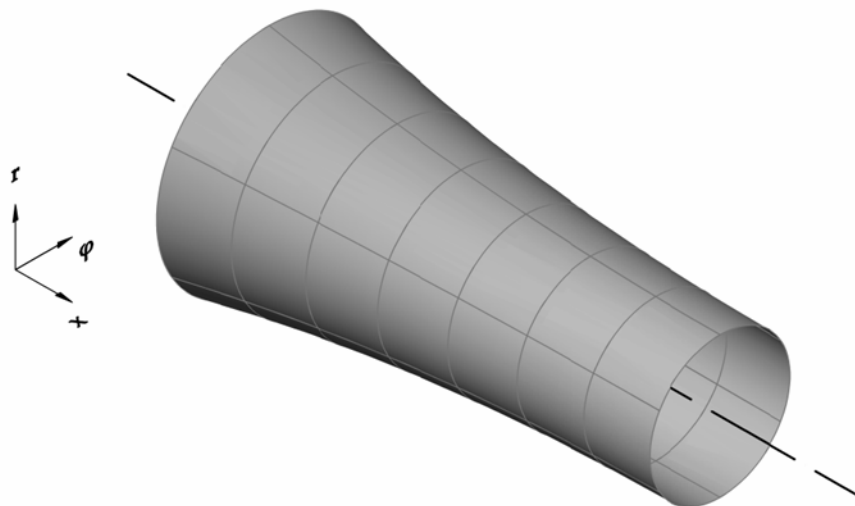
A szivárgási sebességet (amelyet a továbbiakban kiáramlási sebességnek fogok nevezni) a következő módon jelölöm:

$$\underline{w}_{ki} = \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix}. \quad (2.23.)$$

A probléma jellegéből adódóan előnyösebb koordinátarendszer transzformációval áttérni henger koordinátarendszerbe, ahogy azt korábban említettem. Így a kiáramlási sebesség:

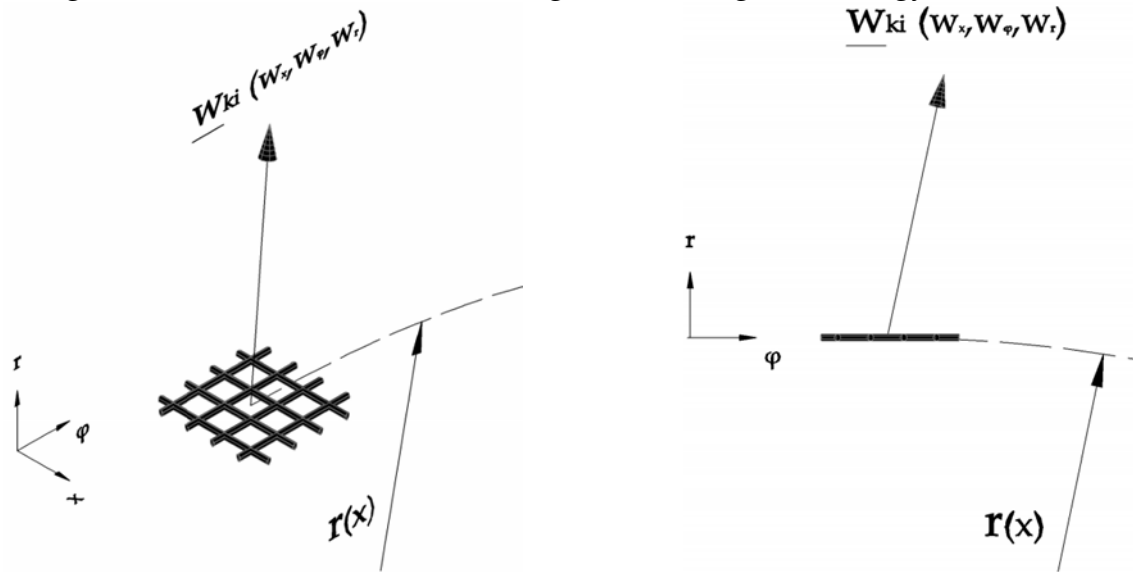
$$\underline{w}_{ki} = \begin{bmatrix} w_x \\ w_\varphi \\ w_r \end{bmatrix}. \quad (2.24.)$$

Az egyes tengelyek jelölései a 2.5. ábraán láthatóak.



2.5. ábra: Az egyes tengelyek jelölései.

A sebességvektor értelmezését a 2.6. ábra segíti, szövet légcsatorna egy elemi részét kiemelve.



2.6. ábra: A sebességvektor értelmezése.

Ezek alapján a Darcy-törvény általános alakja henger koordináta rendszerben, azt itt közölt jelölésmódot alkalmazva:

$$\begin{bmatrix} w_x \\ w_\varphi \\ w_r \end{bmatrix} = -\frac{1}{\mu} \cdot \underset{=(x,\varphi,r)}{K} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix} \cdot p, \quad (2.25.)$$

a nabla differenciál operátort henger koordináta rendszerben érvényes alakjában írtuk fel.

A probléma további vizsgálata előtt a következő elhanyagolásokat teszem:

- a w_φ , w_x sebességkomponensek nagyságát nem vizsgálom, azokat nullának tekintem. Ezt az elhanyagolást célszerűvé teszi egyrészt a számítás egyszerűsítésének igénye, másrészt pedig az a tény is hogy a légcsatornák gyártásához használt anyagok áteresztését a gyártók skaláris formában adják meg.
- Ezen elhanyagolással összhangban a w_{ki} sebességvektort sugárirányúnak tekintem, a továbbiakban skalármennyiséggel, w_{ki} -vel jellemzem, amely mennyiség azonos a vektor abszolút értékével, illetve annak sugárirányú komponensével. Ezen elhanyagolás hatása a kutatás egy későbbi, jelen dolgozatban nem részletezett fázisában majd további vizsgálatokat igényel.

Így a vektoriális formában felírt egyenlet jelentősen egyszerűsített formában:

$$w_{ki} = -\frac{K_r}{\mu} \cdot \frac{\partial p_{stat}}{\partial r}. \quad (2.26.)$$

A változókat szétválasztva, az integrálás után:

$$w_{ki} \cdot (r_2 - r_1) = \frac{K_r}{\mu} \cdot (p_{stat1} - p_{stat2}), \quad (2.27.)$$

ahol

- $(r_2 - r_1)$ a csatorna adott pontjában a külső és a belső sugár különbsége, [m]. Ezt a mennyiséget a továbbiakban a textil „s” vastagságával fogom helyettesíteni.
- $(p_{stat1} - p_{stat2})$ a csatorna adott pontjában a belső és a külső statikus nyomás különbsége, [Pa]. Mivel a textil légcsatornák külső oldalán a statikus nyomás a légköri nyomással egyenlő, ezért a jövőben a statikus túlnyomást fogom használni, amelyet p_{st} -vel jelölök.

Átrendezés után:

$$\frac{s \cdot \mu}{K_r} \cdot w_{ki} = p_{st}. \quad (2.28.)$$

Nyilvánvaló, hogy a w_{ki} kilépési sebesség nem független az r sugártól, ennek belátásához elegendő lenne felírni a folytonosság törvényét. Ennek ellenére konstansnak tekintem, annak ismeretében, hogy a vizsgált anyagok általában igen vékonyak, vastagságuk a légcsatornák átmérőjéhez képest elhanyagolható nagyságú, így az egyes koncentrikus felületek nagysága közötti különbség elhanyagolható, ez az egyszerűsítés nem okoz számottevő hibát.

2.3.1.3. A FORCHEIMER-DUPUIT-EGYENLET ALKALMAZÁSA ÁTERESZTŐ ANYAGOK JELLEMZÉSÉRE

A Forcheimer-Dupuit-egyenlet, vagy rövidebben a Forcheimer-egyenlet a Darcy-törvényt kiegészítve nyerhető. A Darcy-törvény csak egy bizonyos tartományban írja le jól a sebesség és a nyomásgradiens közötti kapcsolatot. Ez tartomány körülbelül $Re_p = (w_{ki} \cdot D_p) / \nu \leq 1$ -ig tart. D_p az átlagos pórusátmérő, [m], ν a folyadék kinematikai viszkozitása [m²/s]. A lineáris kapcsolat megváltozásának oka nem a turbulencia, hanem az, hogy a „szilárd akadályok” miatti nyomásesés nagysága a súrlódási veszteségekkel összemérhető nagyságú lesz [20].

A Forcheimer-egyenlet egy dimenziós formában (a korábbiakat figyelembe véve):

$$\frac{\partial p_{stat}}{\partial r} = -\frac{\mu}{K_r} \cdot w_{ki} - \frac{c_F}{\sqrt{K_r}} \cdot \rho \cdot w_{ki} \cdot |w_{ki}|, \quad (2.29.)$$

ahol

- ρ a folyadék sűrűsége, [kg/m³]
- c_F az anyagra jellemző dimenziótlan alaki ellenállás-tényező, [-]
- μ a folyadék dinamikai viszkozitása, [Pa·s]
- K_r a porózus közeg sugárirányú áteresztőképessége, [m²]

Az előző fejezetben taglaltaknak megfelelően ez az egyenlet is átalakítható:

$$p_{stat} = \frac{S \cdot \mu}{K_r} \cdot w_{ki} + \frac{S \cdot c_F}{\sqrt{K_r}} \cdot \rho \cdot w_{ki} \cdot |w_{ki}|. \quad (2.30.)$$

ahol

- s az áteresztő anyag vastagsága, [m]
- p_{stat} a statikus nyomás, [Pa]

2.3.2. PEREMFELTÉTELEK ÖSSZEFOGLALÁSA

A peremfeltételeket a következő 2.1. táblázatban foglaltam össze:

	$x = x_0 (=0)$	$x \in (0; L)$		$x = L$
A. eset Légcsatorna befűvóelemekkel, anyagában nem áteresztő	Az áramlás jellemzői, mint bemenő adatok ismertek, az átmérő adott.	A térfogatáram változása ismert: $\dot{V}(x) = \dot{V}(x_0) \cdot \frac{1-x}{L}$	A statikus nyomás állandó: $p_{st} = \text{áll.}$	A légcsatorna vége zárt, a körlepton nincs átáramlás: $w(L) = 0$. A térfogatáram nullával egyenlő: $\dot{V}(L) = 0$.
B. eset Áteresztő anyagú (vagy annak tekinthető) légcsatorna			Ismert a térfogatáram változása és a statikus nyomás közötti kapcsolat: $p_{stat} = \frac{S \cdot \mu}{K_r} \cdot w_{ki} + \frac{S \cdot c_F}{\sqrt{K_r}} \cdot \rho \cdot w_{ki} \cdot w_{ki} $ és: $w_{ki}(x) = \frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot \pi \cdot D(x)}$	

2.1. táblázat: Peremfeltételek az egyes esetekben

2.4. Csőszűrlődési tényező számítása

A korábbi egyenletekben szerepelt, de még nem ejtettem szót a csőszűrlődési tényező számításáról, amelyet turbulens áramlás esetén ($Re > 2320$) a Colebrook-White összefüggés [15] felhasználásával végeztem:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} = -2 \cdot \lg \left(\frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{\lambda_{n-1}}} + 0,27 \cdot \frac{k}{D(x)} \right) \quad (2.31.)$$

ahol

- Re a Reynolds-szám,
- $D(x)$ az átmérő a x keresztmetszetben, [mm],
- k az abszolút érdesség, [mm],
- λ a csőszűrlődési tényező, [-].

A probléma ezen összefüggés alkalmazása esetén az, hogy érvényességét szívott falú csőben történő áramlás esetére még igen kevesen vizsgálták. Tudomásunk szerint nem vizsgálták azt sem, hogy fentebb említett Reynolds-szám érték jelen esetben is a turbulens és lamináris áramlás közötti határt jelenti-e.

A csőszűrlődés hatásának pontos vizsgálatát nehezíti az is, hogy a gyakorlatban alkalmazott szövet anyagok esetében általában a gyártó nem közli az abszolút érdesség értékét, így azzal

kapcsolatban csak acél légcsatornák esetében rendelkezünk megbízható értékekkel. Közelítő értékek a szakirodalomból vehetőek [21].

Azokon a szakaszokon, ahol az áramlás feltételezésem szerint laminárisra válik a légcsatornában, a csőszűrlődési tényező meghatározására a Hagen-Poiseuille összefüggést [15] használtuk fel, amely a következő alakban írható:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (2.32.)$$

2.5. Az átmérő meghatározásának lépései a felépített modell segítségével

A fejezetben bemutatott alapegyenletek felhasználásával a következő két fejezetben (3., 4. fejezet) további számításokat fogok bemutatni, amelyek segítségével meghatározom az átmérő deriváltjának értékét a légcsatorna adott pontjában leíró összefüggéseket. Látni fogjuk, hogy a kapott összefüggések megoldása analitikusan nem lehetséges, ezért numerikus módszereket fogok alkalmazni az áramlási keresztmetszet meghatározásához.

A numerikus megoldások a levezetett összefüggések dimenziótlan alakján fognak alapulni. A dimenziótlan alak levezetését szintén a vonatkozó fejezetekben mutatom be (3., 4. fejezet). Természetesen az egyenletek megoldása a dimenziótlanítás nélkül is lehetséges lenne, viszont ilyen módon olyan eredményeket kapunk, amelyeket a dimenziótlan paraméterek azonosságát esetén a későbbiekben is felhasználhatunk.

Jelen munkában olyan dimenziótlan paraméterek bevezetésére törekedtem, amelyek korábban is szerepeltek már az áramlástan gyakorlatban [15],[16].

A dimenziótlan paraméterek gyakorlati alkalmazásának lehetőségeit, konkrét esetben történő számításukat, illetve az eredmények alkalmazását a 8. fejezetben mutatom be.

3. ÁRAMLÁSI-KERESZTMETSZET MEGHATÁROZÁSA BEFÚVÓ-ELEMEKKEL ELLÁTOTT LÉGCSATORNA ESETÉN

Vizsgálatom célja először olyan légcsatorna optimális keresztmetszetének meghatározása, amelyen az összes kiömlőnyílás ellenállása azonos. Ilyennek tekinthető például a hossza mentén két vagy három sorban elhelyezett SF sugárfúvókákkal ellátott spirálkorcolt légcsatorna (vagy ilyen légcsatornák láthatóak a 3.1. ábra, 3.2. ábra és ábrákon). Ezen légcsatornákra az a jellemző, hogy a kiáramló légmennyiség nagysága nem függ a légcsatorna palást felületének nagyságától, csak a légcsatornában uralkodó statikus nyomástól. Ezt azért tartom fontosnak, mert a dolgozat 4. fejezetében olyan, szövet anyagú, tehát áteresztő anyagú légcsatornákkal is foglalkozom, amelyek esetében a kiömlő légmennyiség nagysága függ az említett felület méretétől. Nyilvánvaló, hogy kisebb felületű textilanyagon ugyanakkora légmennyiség „átpréseléséhez” nagyobb nyomás szükséges.



3.1. ábra: Légcsatorna légrácsokkal, azonos ellenállású kiömlőnyílások esete.

A két eset elkülöníthetőségét elősegítendő a továbbiakban mindegyikre más néven fogok hivatkozni, bár mindkét esetben ugyanaz a kitűzött célom, azaz az állandó kilépő térfogatáram biztosítása a légcsatorna teljes hossza mentén. Mivel az azonos ellenállású kiömlő nyílások azonos statikus nyomás mellett szolgáltatnak azonos légmennyiséget, ezért nyilvánvaló, hogy alkalmazásuk esetén a cél az állandó statikus nyomás tartása. Erre az esetre „Áramlási-keresztmetszet meghatározása befúvó-elemekkel ellátott légcsatorna esetén” címen fogok hivatkozni.



3.2. ábra: Légcsatorna légrácsokkal, Bad Blumau, Ausztria, a szerző felvétele, azonos ellenállású kiömlőnyílások esete.

Áteresztő anyagú légcsatornák alkalmazása esetén az állandó statikus nyomás nem kívánatos, hiszen ahogy változik a légcsatorna keresztmetszete, változik a légcsatorna külső felületének nagysága is, így a nyomásnak is változnia kell, hogy a légcsatorna felületén mindenhol ugyanannyi levegő lépjen ki.



3.3. ábra: Beépített szövet légcsatorna sugárfűvőkákkal, KE Fibertec.

A cél a 3. („Áramlási-keresztmetszet meghatározása befűvő-elemekkel ellátott légcsatorna esetén”) fejezetben és a szövet légcsatornákkal foglalkozó 4. fejezetben is azonos: egyenletes levegő-kiáramlás a légcsatorna teljes hossza mentén. Ennek ellenére a szövet légcsatornákkal foglalkozó 4. fejezetre és az

ebben ismertetett módszerre „Áramlási-keresztmetszet meghatározása áteresztő anyagú légcsatorna esetén” címmel fogok hivatkozni.

3.1. A differenciál-egyenlet felírása az alapegyenletek és a peremfeltételek alapján

A Bernoulli-egyenlet alapján:

$$p_{\text{stat}} + p_{\text{din}} + \Delta p' = \text{állandó.} \quad (3.1.)$$

Céлом $p_{\text{stat}} = \text{konst.}$ megvalósítása. $\Delta p'$ kifejtésében az alaki veszteségeket elhagyva (amely egyenes csatorna vizsgálata esetén nyilvánvalóan megtehető):

$$p_{\text{din}} + \Delta p' = \text{állandó.} \quad (3.2.)$$

A kifejezés tovább alakítható felírva a dinamikus nyomás és a súrlódási veszteségek közismert összefüggését:

$$\frac{\rho}{2} w(x)^2 + \int_0^x \frac{\rho}{2} w(\zeta)^2 \frac{\lambda}{D(\zeta)} d\zeta = \text{állandó}, \quad (3.3.)$$

ahol

- $w(x)$ az áramlási sebesség az x keresztmetszetben;
- $D(\zeta)$ az átmérő a ζ keresztmetszetben;
- ρ a sűrűség (változását elhanyagolom);
- λ a csősúrlódási tényező.

A (3.3.) egyenlet deriválás után a következő formában írható:

$$\rho w(x) w'(x) + \frac{\rho}{2} w(x)^2 \frac{\lambda}{D(x)} = 0. \quad (3.4.)$$

Az így kapott összefüggést megvizsgálva látható, hogy lényegében ide juthatunk, ha a turbulens áramlás csőben érvényes dinamikai egyenletéből (2.2.1.1. pont) indulunk ki.

Az egyenlet tovább alakítható:

$$2w'(x) + w(x) \frac{\lambda}{D(x)} = 0. \quad (3.5.)$$

Végül kifejezhető az átmérőfüggvény:

$$D(x) = -\frac{\lambda}{2} \frac{w(x)}{w'(x)}. \quad (3.6.)$$

Az összefüggést tovább lehet alakítani, ha a sebességet a $\dot{V}(x)$ térfogatárammal kifejezzük:

$$w(x) = \frac{4\dot{V}(x)}{D(x)^2 \pi}. \quad (3.7.)$$

Így a sebesség deriváltja:

$$w'(x) = \frac{4}{\pi} \frac{d}{dx} \frac{\dot{V}(x)}{D(x)^2}. \quad (3.8.)$$

Felhasználva, hogy a törtfüggvény deriváltja:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}, \text{ a következő kifejezésre juthatunk:}$$

$$w'(x) = \frac{4}{\pi} \frac{\dot{V}'(x)D(x)^2 - \dot{V}(x)2D(x)D'(x)}{D(x)^4}. \quad (3.9.)$$

A (3.7.) és (3.9.) kifejezéseket a (3.6.) egyenletbe helyettesítve a következő összefüggést kapjuk:

$$D(x) = -\frac{\lambda}{2} \frac{\frac{4\dot{V}(x)}{D(x)^2 \pi}}{\frac{4}{\pi} \frac{\dot{V}'(x)D(x)^2 - \dot{V}(x)2D(x)D'(x)}{D(x)^4}}. \quad (3.10.)$$

Az egyszerűsítések után:

$$D(x) = -\frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\dot{V}(x)}{\dot{V}'(x) - 2\dot{V}(x) \frac{D'(x)}{D(x)}}, \quad (3.11.)$$

majd a következő kifejezés adódik:

$$\boxed{D(x)\dot{V}'(x) - 2\dot{V}(x)D'(x) = -\frac{\lambda}{2}\dot{V}(x)}. \quad (3.12.)$$

Azaz egy egyváltozós, elsőrendű, változó együtthatós, nem lineáris differenciál-egyenletre jutunk. A (3.12.) differenciálegyenletben ismeretlen a $D(x)$ átmérő és annak $D'(x)$ deriváltja, de ismert a $\dot{V}(x)$ térfogatáram és annak $\dot{V}'(x)$ változása. Ismeretlen még a csősúrlódási tényező is, mely azonban a $\dot{V}(x)$ térfogatáramtól, a relatív érdességtől és az átmérőtől függ (lásd: 2.4. alfejezet).

Mivel kiindulási feltevésem szerint a statikus nyomás állandó a vezeték mentén, így a kiindulási feltételeknek megfelelően a légcsatorna minden keresztmetszetében ugyanakkora a kiáramló térfogatáram.

A légcsatornában áramló térfogatáram változása a kontinuitás tételét felhasználva:

$$\dot{V}'(x) = \frac{d}{dx} \dot{V}(x) = -\dot{V}(x) = -\frac{\dot{V}(x_0)}{L}, \quad (3.13.)$$

ahol

- $\dot{V}(x)$ a légcsatorna dx hosszúságú szakaszán kifúvott légmennyiség
- $\dot{V}(x_0)$ a légcsatorna $x=0$ keresztmetszetében belépő, az összes kifúvott térfogatárammal egyező térfogatáram
- L a légcsatorna hossza

Így:

$$\dot{V}(x) = \dot{V}(x_0) - \frac{\dot{V}(x_0)}{L} x = \dot{V}(x_0) \cdot \frac{L-x}{L}. \quad (3.14.)$$

Ezekkel:

$$D(x) \left(-\frac{\dot{V}(x_0)}{L} \right) - 2\dot{V}(x_0) \frac{L-x}{L} D'(x) = -\frac{\lambda}{2} \dot{V}(x_0) \frac{L-x}{L}, \quad (3.15.)$$

az egyszerűsítések után:

$$D(x) + 2(L-x)D'(x) = \frac{\lambda}{2}(L-x), \quad (3.16.)$$

Amely tovább egyszerűsíthető:

$$\boxed{D'(x) = \frac{\lambda}{4} - \frac{D(x)}{2(L-x)}}. \quad (3.17.)$$

A (3.17.) egyváltozós, elsőrendű, változó együtthatós, nem lineáris differenciál-egyenlet szerint a feladatnak megfelelő átmérő látszólag független a térfogatáramtól. Valójában a csősúrlódási tényezőtől keresztül függ attól, így abban az esetben, ha a csősúrlódási tényező csak kis mértékben változik, a (3.17.) differenciálegyenlet által meghatározott $D(x)$ átmérő szerinti légcsatornában változó térfogatáram esetén is fennmarad az állandó statikus nyomás, így a kedvező, egyenletes kiáramlás is.

Kérdésként adódik: vajon elképzelhető-e, hogy bizonyos feltételek fennállása esetén állandó átmérőjű légcsatorna teljesíti-e a kiinduló feltételt, azaz az állandó statikus nyomást a légcsatorna mentén. Ha az átmérő állandó, akkor $D'(x)=0$, és így:

$$D(x) = \frac{\lambda}{2}(L-x) \neq konst., \quad (3.18.)$$

azaz ellentmondásra jutunk, az állandó statikus nyomás állandó átmérővel nem tartható fenn.

3.2. A differenciál-egyenlet dimenziótlantítása

Nyilvánvaló, hogy a korábbiakban levezetett differenciál-egyenlet (3.17.) megoldása dimenziótlantítás nélkül is lehetséges. Ugyanakkor azonban a dimenziótlantítás eredményeként a vizsgálandó változók száma csökkenthető [16]. A későbbiekben meghatározott eredmények további alkalmazásának szempontjából célszerűnek mutatkozik ez a lépés, bár számítástechnikai eszközökkel az újabb megoldások előállítása nem ütközik akadályokba. A dimenziótlantítás mellett szól az a tény is, hogy a valós jelenséget (légcsatornában történő áramlás és kiáramlás befúvóelemeken keresztül) jelentősen egyszerűsítettük, mely előre nem látható hibákhoz vezethet. Ezért nyilvánvalóan célszerű a valós jelenség vizsgálata mérések és CFD számítás útján, melyek összevethetőségét a modell alapján meghatározott eredményekkel illetve kivitelezhetőségét a dimenziótlantítás elősegíti. (Nyilvánvaló, hogy a kevesebb változó jelenléte egyszerűbbé teszi a probléma méréses vizsgálatát.)

A kiinduló egyenletünk (3.12.):

$$D(x) \cdot \dot{V}'(x) - 2 \cdot \dot{V}(x) \cdot D'(x) = -\frac{\lambda}{2} \cdot \dot{V}(x).$$

A kifejezés első tagja a korábbiak (2.17.) értelmében:

$$D(x) \cdot \dot{V}'(x) = D(x) \cdot \dot{V}(x_0) \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right)' = -D(x) \cdot \frac{\dot{V}(x_0)}{L}. \quad (3.19.)$$

Az egyenlet így a következő alakot veszi fel:

$$-D(x) \cdot \frac{\dot{V}(x_0)}{L} - 2 \cdot \dot{V}(x) \cdot D'(x) = -\frac{\lambda}{2} \cdot \dot{V}(x), \quad (3.20.)$$

amely tovább alakítható:

$$-2 \cdot \dot{V}(x) \cdot D'(x) = -\frac{\lambda}{2} \cdot \dot{V}(x) + D(x) \cdot \frac{\dot{V}(x_0)}{L},$$

és a következő alakra hozható:

$$D'(x) = \frac{\frac{\lambda}{2} \cdot \frac{\dot{V}(x_0)}{L} \cdot \frac{D(x)}{\dot{V}(x)}}{2}. \quad (3.21.)$$

A Reynolds-szám bevezetésével:

$$\begin{aligned} Re(x) &= \frac{w(x) \cdot D(x)}{\nu} = \frac{\frac{4 \cdot \dot{V}(x)}{D(x)^2 \cdot \pi} \cdot D(x)}{\nu} = \frac{4 \cdot \dot{V}(x)}{D(x) \cdot \pi \cdot \nu} = \frac{4 \cdot \dot{V}(x_0) \cdot (1 - \xi)}{D(x) \cdot \pi \cdot \nu} = \\ &= \frac{4 \cdot \dot{V}(x_0)}{D(x_0) \cdot \pi \cdot \nu} \cdot \frac{(1 - \xi)}{D(x)/D(x_0)} = Re(x_0) \cdot \frac{(1 - \xi)}{\delta(\xi)}, \end{aligned} \quad (3.22.)$$

ahol

- ν a kinematikai viszkozitás, [m²/s]
- $Re(x)$ a Reynolds-szám az x keresztmetszetben, [-]
- $\xi = x/L$ a dimenziótlan helykoordináta, [-]
- $\delta = D(x)/D(x_0)$ a dimenziótlan átmérő, [-]

Tehát a Reynolds-szám definíció szerinti kifejezése átalakítható egy olyan kifejezéssé, amelyben a térfogatáram szerepel. A kontinuitás tételét felhasználva olyan kifejezést nyerhetünk, amelyben a kiinduló keresztmetszetben számítható Reynolds-szám, a dimenziótlan helykoordináta és a dimenziótlan átmérő szerepel.

Ezek alapján a (3.21.)-es differenciál-egyenlet jobb oldalán látható tört negatív előjelű, számlálóban található része átírható:

$$\frac{\dot{V}(x_0)}{L} \cdot \frac{D(x)}{\dot{V}(x)} = \frac{\dot{V}(x_0)}{L} \cdot \frac{D(x)}{\dot{V}(x)} \cdot \frac{\pi \cdot \nu}{4} \cdot \frac{4}{\pi \cdot \nu} = \frac{\dot{V}(x_0)}{L} \cdot \frac{1}{Re(x)} \cdot \frac{4}{\pi \cdot \nu}. \quad (3.23.)$$

Azaz a kifejezést megszorozva $\frac{\pi \cdot \nu}{4} \cdot \frac{4}{\pi \cdot \nu} = 1$ -gyel abban is megjelenik a Reynolds-szám, felhasználva a korábbi, a Reynolds-szám és a térfogatáram, a kinematikai viszkozitás illetve az átmérő közötti összefüggést.

Az egyenletet (3.23.) ismét megszorozva $\frac{D(x_0)}{D(x_0)} = 1$ -gyel:

$$\frac{\dot{V}(x_0)}{L} \cdot \frac{1}{Re(x)} \cdot \frac{4}{\pi \cdot \nu} \cdot \frac{D(x_0)}{D(x_0)} = \frac{1}{Re(x)} \cdot \frac{4 \cdot \dot{V}(x_0)}{D(x_0) \cdot \pi \cdot \nu} \cdot \frac{D(x_0)}{L} = \frac{Re(x_0)}{Re(x)} \cdot \frac{D(x_0)}{L}. \quad (3.24.)$$

Így a derivált a következő módon írható:

$$D'(x) = \frac{\frac{\lambda(x)}{2} - \frac{Re(x_0)}{Re(x)} \cdot \frac{D(x_0)}{L}}{2}. \quad (3.25.)$$

Ez a kifejezés tovább alakítható, a Reynolds-számok aránya eltüntethető:

$$D'(x) = \frac{\frac{\lambda(x)}{2} - \frac{4 \cdot \dot{V}(x_0)}{D(x_0) \cdot \pi \cdot \nu} \cdot \frac{D(x) \cdot \pi \cdot \nu}{4 \cdot \dot{V}(x_0) \cdot (1 - \xi)} \cdot \frac{D(x_0)}{L}}{2},$$

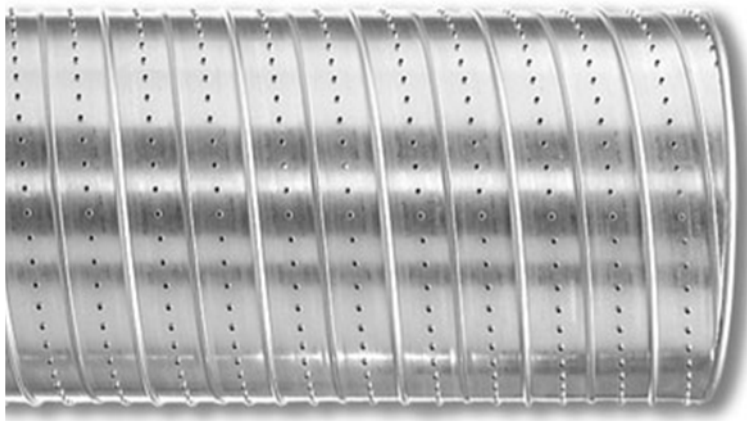
azaz

$$D'(x) = \frac{\frac{\lambda(x)}{2} - \frac{\delta}{(1 - \xi)} \cdot \frac{D(x_0)}{L}}{2}. \quad (3.26.)$$

Ez a differenciál-egyenlet $D(x)$ -re analitikusan nem, viszont numerikusan megoldható.

4. ÁRAMLÁSI-KERESZTMETSZET MEGHATÁROZÁSA ÁTERESZTŐ ANYAGÚ LÉGCSATORNA ESETÉN

Ahogy a „3. Áramlási-keresztmetszet meghatározása befűvő-elemekkel ellátott légcsatorna esetén” című fejezetben említettem, az áteresztő anyagú légcsatornák (4.1. ábra, 4.2. ábra) alkalmazása esetén az állandó statikus nyomás tartása nem kívánatos.



4.1. ábra: Lindab Ventiduct, légcsatorna acélból, furatokkal.

A cél a „Áramlási-keresztmetszet meghatározása befűvő-elemekkel ellátott légcsatorna esetén” című fejezetben és ebben fejezetben is azonos (egyenletes levegő-kiáramlás a légcsatorna teljes hossza mentén). Erre a fejezetre „Áramlási-keresztmetszet meghatározása áteresztő anyagú légcsatorna esetén” címmel hivatkozom.



4.2. ábra: Áteresztő anyagú szövet légcsatorna, KE Fibertec.

4.1. A differenciál-egyenlet felírása és dimenziótlantítása az alapegyenletek és a peremfeltételek alapján

A gondolatmenetem kiindulása az előzőeknek megfelelően (3.1.) a Bernoulli-egyenlet:

$$p_{stat} + p_{din} + \Delta p' = \text{állandó} . \quad (4.1.)$$

Jelen esetben nem célunk a $p_{stat} = \text{konst.}$ megvalósítása.

$\Delta p'$ kifejtésében az alaki veszteségeket elhagyva a következő egyenletet írhatjuk fel:

$$p_{stat}(x) + p_{din}(x) + \int_0^x p_{din}(\zeta) \frac{\lambda(\zeta)}{D(\zeta)} d\zeta = \text{állandó} , \quad (4.2.)$$

ahol

- $p_{stat}(x)$ a statikus nyomás az x keresztmetszetben, [Pa]
- $p_{din}(x)$ illetve $p_{din}(\zeta)$ a dinamikus nyomás az x illetve a ζ keresztmetszetben, [Pa]
- $D(\zeta)$ az átmérő a ζ keresztmetszetben, [m]
- $\lambda(\zeta)$ a csőszűrőadási tényező a ζ keresztmetszetben, [-]

A (3.13.) egyenlet differenciális formában:

$$\frac{d}{dx} p_{stat}(x) + \frac{d}{dx} p_{din}(x) + p_{din}(x) \cdot \frac{\lambda(x)}{D(x)} = 0 . \quad (4.3.)$$

4.1.1. PEREMFELTÉTEL AZ ANYAG ÁTERESZTÉSI TULAJDONSÁGAI ÉS A KONTINUITÁS TÉTELE ALAPJÁN

A peremfeltételek a korábbiakban definiálásra kerültek a 2.3.2., „Peremfeltételek összefoglalása” című alfejezetben. Adott anyag esetén a statikus nyomás kifejezhető az anyagot jellemző konstansokkal és a kilépési sebességgel a (2.30.) összefüggés szerint:

$$p_{stat} = \frac{S \cdot \mu}{K_r} \cdot w_{ki} + \frac{S \cdot c_F}{\sqrt{K_r}} \cdot \rho \cdot w_{ki} \cdot |w_{ki}| .$$

A kontinuitást felhasználva a kilépési sebesség kifejezhető a légcsatorna differenciálisan kicsi hosszúságú szakaszán távozó térfogatárammal és a légcsatorna felületével. A kontinuitás tétele összenyomhatatlan közegre, a 2.2.2.1. pontból:

$$V(x_0) = V(x_0) \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right) + \int_0^x w_{ki}(\zeta) \cdot D(\zeta) \cdot \pi \cdot d\zeta , \quad (4.4.)$$

ahol

- $D(\zeta)$ az átmérő az ζ helyen, [m]

Ezt a kifejezést x szerint deriválva:

$$0 = -\frac{V(x_0)}{L} + w_{ki}(x) \cdot D(x) \cdot \pi . \quad (4.5.)$$

Majd az egyenletet átrendezve:

$$w_{ki}(x) = \frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot \pi \cdot D(x)}. \quad (4.6.)$$

Így a korábbi (2.30.) egyenletet átalakítva (az abszolút értéket elhagyva, amely a nyomásesés és a kilépési sebesség iránya közötti kapcsolatot fejezte ki):

$$p_{stat} = \frac{s \cdot \mu}{K_r} \cdot \frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot \pi \cdot D(x)} + \frac{s \cdot c_F}{\sqrt{K_r}} \cdot \rho \cdot \left(\frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot \pi \cdot D(x)} \right)^2. \quad (4.7.)$$

Bevezetve a δ dimenziótlan átmérőt:

$$\delta = \frac{D(x)}{D(x_0)}, \quad (4.8.)$$

– $D(x_0)$ az átmérő a kiindulási keresztmetszetben,

az egyenlet a következő alakot veszi fel:

$$p_{stat} = \frac{s \cdot \mu}{K_r} \cdot \frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot \pi \cdot D(x_0)} \cdot \frac{1}{\delta} + \frac{s \cdot c_F}{\sqrt{K_r}} \cdot \rho \cdot \left(\frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot \pi \cdot D(x_0)} \right)^2 \cdot \frac{1}{\delta^2}. \quad (4.9.)$$

Az összefüggésben változó mennyiség csak a δ dimenziótlan átmérő, amelynek együtthatóira a következő jelöléseket vezetem be:

$$p_{st0D} = \frac{s \cdot \mu}{K_r} \cdot \frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot \pi \cdot D(x_0)}, \quad (4.10.)$$

p_{st0D} az anyagon történő átáramlás súrlódási veszteségeinek legyőzéséhez szükséges statikus nyomás.

$$p_{st0F} = \frac{s \cdot c_F}{\sqrt{K_r}} \cdot \rho \cdot \left(\frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot \pi \cdot D(x_0)} \right)^2. \quad (4.11.)$$

p_{st0F} az anyagon történő átáramlás alakhi veszteségeinek legyőzéséhez szükséges statikus nyomás. Természetesen ezek az összefüggések csak egy kör keresztmetszetű szövet légcsatornára érvényesek, hiszen a kontinuitás tételét is ilyen feltételek mellett írtuk fel. Így a kiinduló keresztmetszetben a statikus nyomás:

$$p_{st0} = p_{st0D} + p_{st0F}. \quad (4.12.)$$

A veszteségek legyőzéséhez szükséges statikus nyomás nagysága a légcsatorna hossza mentén változik. A korábban definiált együtthatókkal ez a következő módon írható fel:

$$p_{st}(x) = p_{st0D} \cdot \frac{1}{\delta} + p_{st0F} \cdot \frac{1}{\delta^2} = p_{stD}(x) + p_{stF}(x). \quad (4.13.)$$

4.1.2. AZ ϵ_{FD} NYOMÁSVISZONY BEVEZETÉSE

Bevezetve egy viszonyszámot, amely az szöveten való átáramlás során jelentkező alakí-
veszteségek legyőzéséhez szükséges statikus nyomás (Forcheimer-tag) és a súrlódási
veszteségek legyőzéséhez szükséges statikus nyomás (Darcy-tag) viszonyát fejezi ki:

$$\epsilon_{FD}(x) = \frac{p_{stF}(x)}{p_{stD}(x)} = \frac{\frac{s \cdot c_F}{\sqrt{K_r}} \cdot \rho \cdot \left(\frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot \pi \cdot D(x_0)} \right)^2 \cdot \frac{1}{\delta^2}}{\frac{s \cdot \mu}{K_r} \cdot \frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot \pi \cdot D(x_0)} \cdot \frac{1}{\delta}} = \frac{c_F \cdot \sqrt{K_r}}{\nu} \cdot \left(\frac{w(x_0) \cdot \frac{D(x_0)^2 \cdot \pi}{4}}{L \cdot \pi \cdot D(x_0)} \right) \cdot \frac{1}{\delta}$$

azaz

$$\boxed{\epsilon_{FD}(x) = \frac{c_F \cdot \sqrt{K_r}}{\nu} \cdot \frac{w(x_0)}{4} \cdot \frac{D(x_0)}{L} \cdot \frac{1}{\delta} = \epsilon_{FD0} \cdot \frac{1}{\delta}} \quad (4.14.)$$

Mint látható, azt is kihasználtam, hogy $\mu/\rho = \nu$. A definíció értelmében (4.14.) a Forcheimer-tag a
következő összefüggéssel egyenlő (felhasználva a (4.13.) egyenletet is):

$$p_{stF}(x) = \epsilon_{FD}(x) \cdot p_{stD}(x) = \epsilon_{FD0} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot p_{st0D} \cdot \frac{1}{\delta} = \epsilon_{FD0} \cdot p_{st0D} \cdot \frac{1}{\delta^2}. \quad (4.15.)$$

4.1.3. A NYOMÁSOK DERIVÁLTJAINAK KIFEJEZÉSE

A statikus nyomás deriváltját a (2.30.) egyenlethez visszatérve állíthatjuk elő (a dimenziótlan
átmérő helyére a „valódi” átmérőket visszaírva):

$$\begin{aligned} p'_{stat}(x) &= \frac{d}{dx} \left(\frac{s \cdot \mu}{K_r} \cdot \frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot \pi \cdot D(x_0)} \cdot \frac{D(x_0)}{D(x)} + \frac{s \cdot c_F}{\sqrt{K_r}} \cdot \rho \cdot \left(\frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot \pi \cdot D(x_0)} \right)^2 \cdot \left(\frac{D(x_0)}{D(x)} \right)^2 \right) = \\ &= -\frac{D'(x)}{D(x)} \cdot \left(\frac{s \cdot \mu}{K_r} \cdot \frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot \pi \cdot D(x_0)} \cdot \frac{D(x_0)}{D(x)} + 2 \cdot \frac{s \cdot c_F}{\sqrt{K_r}} \cdot \rho \cdot \left(\frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot \pi \cdot D(x_0)} \right)^2 \cdot \left(\frac{D(x_0)}{D(x)} \right)^2 \right), \end{aligned}$$

majd ismét visszaírva a dimenziótlan átmérőt és a korábban bevezetett, különböző veszteségek
legyőzéséhez szükséges statikus nyomásokat:

$$p'_{stat}(x) = -\frac{D'(x)}{D(x)} \cdot \left(p_{st0D} \cdot \frac{1}{\delta} + 2 \cdot p_{st0F} \cdot \frac{1}{\delta^2} \right). \quad (4.16.)$$

A dinamikus nyomás kifejezhető a sebességgel és a sűrűséggel:

$$p_{din}(x) = \frac{\rho}{2} w(x)^2 = \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{4 \cdot \dot{V}}{\pi \cdot D(x)^2} \right)^2 = \frac{\rho}{2} \cdot \frac{16 \cdot \dot{V}(x_0)^2 \cdot \left(1 - \frac{x}{L} \right)^2}{\pi^2 \cdot D(x_0)^4} \cdot \frac{1}{\delta^4}. \quad (4.17.)$$

Az x/L helyett bevezetve ξ dimenziótlan helykoordinátát:

$$\rho_{din}(x) = \frac{\rho}{2} \cdot w(x_0)^2 \cdot \frac{(1-\xi)^2}{\delta^4}, \quad (4.18.)$$

Visszatérve a kiinduló alakhoz, a dinamikus nyomás deriváltja:

$$\rho_{din}'(x) = \rho \cdot w(x) \cdot w'(x). \quad (4.19.)$$

Ugyanakkor a sebesség deriváltja kifejezhető az előbbieknél megfelelően a térfogatárammal:
Felhasználva az előbbieket (3.7.), (3.9.):

$$w'(x) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\dot{V}'(x) \cdot D(x)^2 - 2 \cdot \dot{V}(x) \cdot D(x) \cdot D'(x)}{D(x)^4} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\dot{V}'(x)}{D(x)^2} - \frac{8}{\pi} \cdot \frac{\dot{V}(x)}{D(x)^3} \cdot D'(x), \quad (4.20.)$$

ez az egyenlet (3.7.) és (3.14.) felhasználásával tovább alakítható:

$$\begin{aligned} w'(x) &= \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\dot{V}(x_0) \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right)'}{D(x)^2} - \frac{8}{\pi} \cdot \frac{\dot{V}(x)}{D(x)^2} \cdot \frac{D'(x)}{D(x)} = \\ &= -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot D(x)^2} - 2 \cdot w(x) \cdot \frac{D'(x)}{D(x)}, \end{aligned} \quad (4.21.)$$

ezt felhasználva:

$$\begin{aligned} \rho_{din}'(x) &= \rho \cdot w(x) \cdot \left(-\frac{4}{\pi} \cdot \frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot D(x)^2} - 2 \cdot w(x) \cdot \frac{D'(x)}{D(x)} \right) = -\frac{4 \cdot \rho}{\pi} \cdot w(x) \cdot \frac{\dot{V}(x_0)}{L \cdot D(x)^2} - \\ &- 4 \cdot \rho_{din}(x) \cdot \frac{D'(x)}{D(x)} = -\frac{4 \cdot \rho}{\pi} \cdot w(x)^2 \cdot \frac{\dot{V}(x_0)}{w(x) \cdot D(x)^2} \cdot \frac{1}{L} - 4 \cdot \rho_{din}(x) \cdot \frac{D'(x)}{D(x)} = \\ \rho_{din}'(x) &= -\frac{8}{\pi} \cdot \rho_{din}(x) \cdot \frac{\dot{V}(x_0)}{w(x) \cdot D(x)^2} \cdot \frac{1}{L} - 4 \cdot \rho_{din}(x) \cdot \frac{D'(x)}{D(x)}. \end{aligned} \quad (4.22.)$$

Bevezethető ismét az $Re(x)$ Reynolds-szám, amelyet a következő képlettel számíthatunk:

$$Re(x) = \frac{w(x) \cdot D(x)}{\nu} \Rightarrow w(x) = \frac{Re(x)}{D(x)} \cdot \nu, \quad (4.23.)$$

így:

$$\begin{aligned} \rho_{din}'(x) &= -\frac{8}{\pi} \cdot \rho_{din}(x) \cdot \frac{\frac{w(x_0) \cdot \pi \cdot D(x_0)^2}{4} \cdot \frac{1}{L}}{\frac{Re(x)}{D(x)} \cdot \nu \cdot D(x)^2} - 4 \cdot \rho_{din}(x) \cdot \frac{D'(x)}{D(x)} = \\ &= -2 \cdot \rho_{din}(x) \cdot \frac{Re(x_0)}{Re(x) \cdot D(x)} \cdot \frac{D(x_0)}{L} - 4 \cdot \rho_{din}(x) \cdot \frac{D'(x)}{D(x)}. \end{aligned} \quad (4.24.)$$

4.1.4. AZ EULER-SZÁM BEVEZETÉSE

A (4.3.) egyenlet (4.17.) és (4.23.) felhasználásával a következő alakra hozható:

$$\begin{aligned}
 & - (p_{stD}(x) + 2 \cdot p_{stF}(x)) \cdot \frac{D'(x)}{D(x)} - 2 \cdot p_{din}(x) \cdot \frac{Re(x_0)}{Re(x) \cdot D(x)} \cdot \frac{D(x_0)}{L} - 4 \cdot p_{din}(x) \cdot \frac{D'(x)}{D(x)} + \\
 & + p_{din}(x) \cdot \frac{\lambda(x)}{D(x)} = 0,
 \end{aligned} \tag{4.25.}$$

ez az egyszerűsítéseket elvégezve tovább alakítható:

$$- \frac{(p_{stD}(x) + 2 \cdot p_{stF}(x))}{2 \cdot p_{din}(x)} \cdot D'(x) - \frac{Re(x_0)}{Re(x)} \cdot \frac{D(x_0)}{L} - 2 \cdot D'(x) + \frac{\lambda(x)}{2} = 0. \tag{4.26.}$$

A kifejezésben szereplő első hányados helyett egy dimenziótlan számot, az Euler számot lehet bevezetni, amelyet a továbbiakban Eu -val jelölök. A dimenziótlan szám definíciója az alábbiakban látható:

$$Eu(x) = \frac{p_{stD}(x)}{2 \cdot p_{din}(x)} + \frac{2 \cdot p_{stF}(x)}{2 \cdot p_{din}(x)} = Eu_D(x) + 2 \cdot Eu_F(x). \tag{4.27.}$$

Az Euler-számot is két tagra bontom, a nyomásokhoz hasonló módon. Ez tovább alakítható, behelyettesítve a nyomások helyére a korábban levezetett illetve felírt összefüggéseket (2.30.), (4.6.), (4.14.), (4.18.):

$$\begin{aligned}
 Eu(x) &= \frac{p_{st0D} \cdot \frac{1}{\delta} + 2 \cdot \varepsilon_{FD0} \cdot p_{st0D} \cdot \frac{1}{\delta^2}}{\rho \cdot w(x_0)^2 \cdot \frac{(1-\xi)^2}{\delta^4}} = \frac{p_{st0D} \cdot \frac{1}{\delta}}{\rho \cdot w(x_0)^2 \cdot \frac{(1-\xi)^2}{\delta^4}} + \frac{2 \cdot \varepsilon_{FD0} \cdot p_{st0D} \cdot \frac{1}{\delta^2}}{\rho \cdot w(x_0)^2 \cdot \frac{(1-\xi)^2}{\delta^4}} = \\
 &= \frac{p_{st0D} \cdot \frac{1}{\delta}}{\rho \cdot w(x_0)^2} \cdot \frac{\delta^4}{(1-\xi)^2} + \frac{2 \cdot \varepsilon_{FD0} \cdot p_{st0D} \cdot \frac{1}{\delta^2}}{\rho \cdot w(x_0)^2} \cdot \frac{\delta^4}{(1-\xi)^2} = \\
 &= \frac{p_{st0D}}{\rho \cdot w(x_0)^2} \cdot \frac{\delta^3}{(1-\xi)^2} + \frac{2 \cdot \varepsilon_{FD0} \cdot p_{st0D}}{\rho \cdot w(x_0)^2} \cdot \frac{\delta^2}{(1-\xi)^2} = \\
 &= Eu_{0D} \cdot \frac{\delta^3}{(1-\xi)^2} + 2 \cdot Eu_{0D} \cdot \varepsilon_{FD0} \cdot \frac{\delta^2}{(1-\xi)^2}.
 \end{aligned} \tag{4.28.}$$

Tehát:

$$\boxed{Eu(x) = Eu_{0D} \cdot \left(\frac{\delta^3}{(1-\xi)^2} + 2 \cdot \varepsilon_{FD0} \cdot \frac{\delta^2}{(1-\xi)^2} \right)}. \tag{4.29.}$$

4.1.5. AZ ÁTMÉRŐ DERIVÁLTJÁNAK KIFEJEZÉSE

A (4.26.) kifejezést (4.27)-be helyettesítve:

$$\begin{aligned} [-Eu(x) - 2] \cdot D'(x) - \frac{Re(x_0)}{Re(x)} \cdot \frac{D(x_0)}{L} + \frac{\lambda(x)}{2} &= 0 \Rightarrow \\ D'(x) &= \frac{\frac{\lambda(x)}{2} - \frac{Re(x_0)}{Re(x)} \cdot \frac{D(x_0)}{L}}{Eu(x) + 2}. \end{aligned} \quad (4.30.)$$

Ez tovább alakítható az előbbiek (3.26., 4.29.) felhasználásával:

$$D'(x) = \frac{\frac{\lambda(x)}{2} - \frac{\delta}{(1-\xi)} \cdot \frac{D(x_0)}{L}}{Eu_{0D} \cdot \left(\frac{\delta^3}{(1-\xi)^2} + 2 \cdot \varepsilon_{FD0} \cdot \frac{\delta^2}{(1-\xi)^2} \right) + 2}. \quad (4.31.)$$

Így lényegében a (3.26) kifejezéshez hasonlító, de annál bonyolultabb differenciál-egyenlethez jutottunk, amelyben csak dimenziótlan változók szerepelnek. Ahogy a korábbi, ez is egyváltozós, elsőrendű, változó együtthatós, nem lineáris differenciál-egyenlet, mely analitikusan nem oldható meg. Ezért valamilyen numerikus megoldási módszert kell keresni.

5. A DIFFERENCIÁL EGYENLETEK NUMERIKUS MEGOLDÁSÁNAK LEHETŐSÉGEI

Az előzőekben levezetett összefüggések, differenciál egyenletek, amelyek analitikusan nem oldhatóak meg, ezért valamilyen közelítő eljárást kell alkalmazni. Ebben a fejezetben az egyenletek numerikus megoldására felhasznált módszereket fogom bemutatni, [18] alapján.

5.1. Euler-módszer alkalmazása

Először az Euler-módszerrel próbálkoztam. A megoldások bizonyos esetekben nem voltak a gyakorlat számára kellő pontosságúak. A módszer hibája a felosztás hosszának négyzetével arányos, ezért túl finom felosztás kell a megfelelő pontosságú eredmény eléréséhez. A számítási eljárás időigénye ezért megnő, így a későbbiekben ezt a módszert nem használtam.

Ennek ellenére röviden célszerűnek tartom bemutatni, mert rendkívül egyszerű és könnyen használható. A következő képletet kell használni:

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot f(x_n, y_n), \quad (5.1.)$$

ahol

- y_{n+1} a keresett függvény értéke az $(n+1)$. helyen,
- y_n a keresett függvény értéke az n . helyen,
- x_n a független változó értéke az n . helyen,
- h a lépésköz,
- $f(x_n, y_n)$ a keresett függvény deriváltjának értéke az (x_n, y_n) pontban.

Nyilvánvaló, hogy a módszer alkalmazásához kell valamilyen kezdeti érték.

Mint már említettem, a módszer hibája h^2 -tel arányos

5.2. Negyedrendű Runge-Kutta módszer alkalmazása

Talán a leggyakrabban alkalmazott módszer, amely pontosabb, mint az Euler-módszer. A szakirodalom szerint [18] a módszert abban az esetben érdemes használni, ha nem fontos a „nagyon fokozott pontosság”.

Az általa vétett hiba a h lépésköz ötödik hatványával arányos, ezért nevezik negyedrendű Runge-Kutta módszernek (negyed rendig pontos).

A módszer alapja a következő összefüggés:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{k_1 + 2 \cdot k_2 + 2 \cdot k_3 + k_4}{6}, \quad (5.2.)$$

ahol

$$- k_1 = h \cdot f(x_n, y_n), \quad (5.3.)$$

$$- k_2 = h \cdot f(x_n + h/2, y_n + k_1/2), \quad (5.4.)$$

$$- k_3 = h \cdot f(x_n + h/2, y_n + k_2/2), \quad (5.5.)$$

$$- k_4 = h \cdot f(x_n + h, y_n + k_3). \quad (5.6.)$$

Az ismeretlen kifejezések

- y_{n+1} a keresett függvény értéke az $(n+1)$. helyen,
- y_n a keresett függvény értéke az n . helyen,
- x_n a független változó értéke az n . helyen,
- h a lépésköz,
- $f(x_n, y_n)$ a keresett függvény deriváltjának értéke az (x_n, y_n) pontban $f(x_n, y_n) \dots$
 $f(x_n + h, y_n + k_3)$ rendre a derivált értékét jelentik egy újabb pontban,

5.3. Prediktor-korrektor módszer alkalmazása

Abban az esetben, ha egy prediktor-korrektor módszert szeretnénk alkalmazni, elsődlegesen szükségünk van egy prediktor módszerre. Ezzel meghatározzuk a keresett függvény elsődleges értékeit. Ezeket az értékeket egy korrektor módszer segítségével lehet korrigálni, így kapjuk meg a kívánt megoldását.

A módszer felhasználása abban az esetben célszerű, ha a deriváltat a független változóval és a függvény értékével igen bonyolult módon lehet kifejezni. Számításaimban az Adams-Bashforth-Moulton sémát alkalmaztam, amely jó stabilitási tulajdonságokkal rendelkezik. [18] A séma „Adams-Bashforth része” a prediktor (a negyedrendű változat, [19]):

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} \cdot (55y'_n - 59y'_{n-1} + 37y'_{n-2} - 9y'_{n-3}) + O(h^5), \quad (5.7.)$$

ahol

- y_{n+1} a keresett függvény értéke az $(n+1)$. helyen,
- y_n a keresett függvény értéke az n . helyen,
- y'_n a keresett függvény deriváltjának értéke n . helyen,
- y'_{n-1} a keresett függvény deriváltjának értéke $(n-1)$. helyen,
- y'_{n-2} a keresett függvény deriváltjának értéke $(n-2)$. helyen,
- y'_{n-3} a keresett függvény deriváltjának értéke $(n-3)$. helyen,
- h a lépésköz,
- $O(h^5)$ hiba, a lépésköz ötödik hatványával arányos.

A séma „Adams-Moulton része” a korrektor (a negyedrendű változat, [19]):

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24} \cdot (9y'_{n+1} + 19y'_n - 5y'_{n-1} + y'_{n-2}) + O(h^5), \quad (5.8.)$$

ahol (az előzőekben még nem ismertetettre szorítkozva) y'_{n+1} a keresett függvény deriváltjának értéke $(n+1)$. helyen. A módszerben nem csak az n . helyen szereplő értékekre van szükségünk. A derivált korábbi értékeit a Runge-Kutta, vagy Euler-módszerrel lehet meghatározni. Csupán az első három derivált előállítása szükséges ily módon, a többi már maga a módszer szolgáltatja. A korrektor részben a prediktorral meghatározott $(n+1)$. deriváltat használhatjuk.

6. EREDMÉNYEK BEFÚVÓ-ELEMEKKEL ELLÁTOTT CSATORNA ESETÉN

Az átmérő függvények meghatározásához az Adams-Bashforth-Moulton féle prediktor-korrektor eljárást használtam. A prediktor első négy lépését a negyedrendű Runge-Kutta módszerrel határoztam meg, a korrektor esetében csak az első hármat kellett ilyen módon számítani. Az itt közölt számításokat Microsoft Excelben végeztem.

A megoldandó egyenlet (3.26.):

$$D'(x) = \frac{\frac{\lambda(x)}{2} - \frac{\delta}{(1-\xi)} \frac{D(x_0)}{L}}{2}. \quad (6.1.)$$

A differenciál-egyenletben a változó konstans a következő:

- $\frac{D(x_0)}{L}$, a reciprokjának értékét fogom közölni, azaz az $\frac{L}{D(x_0)}$ hossz-átmérő viszonyt.

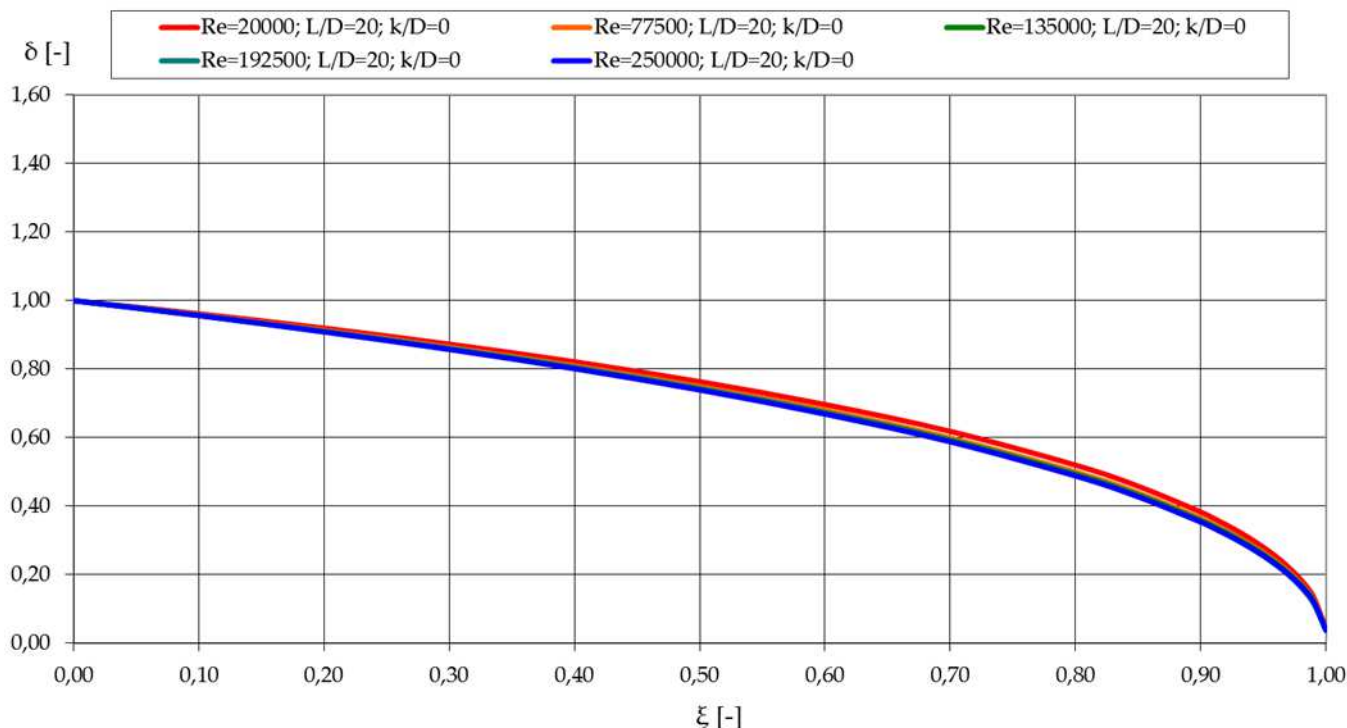
Az egyenletben a dimenziótlan helykoordinátán és a dimenziótlan átmérőn kívül megtalálható még a csősúrlódási tényező, amelyen keresztül az egyenlet megoldása függ még:

- Az $Re(x)$ Reynolds-számtól, amely azonban kezdeti értékétől függ, $Re(x) = Re(x_0) \cdot \frac{(1-\xi)}{\delta}$, így lényegében egy újabb konstans paramétert kell vizsgálnunk, az $Re(x_0)$ -t,
- A $\frac{k}{D(x)}$ relatív érdességtől, amely felírható a következő módon: $\frac{k}{D(x)} = \frac{k}{D(x_0)} \cdot \frac{1}{\delta}$, tehát az harmadik figyelembe veendő dimenziótlan konstans a $\frac{k}{D(x_0)}$ relatív érdesség.

A következő pontokban diagramok segítségével bemutatom az egyes tényezők hatását a $\delta(\xi)$ megoldásfüggvényre. A diagramok vízszintes tengelyén a ξ dimenziótlan hosszúság, míg a függőleges tengelyeken a δ dimenziótlan átmérő szerepel.

6.1. A Reynolds-szám hatása az átmérő változására

A Reynolds-szám az eredményekkel a csősúrlódási tényezőn keresztül van kapcsolatban. A következő három diagram arra az esetre vonatkozik, amikor a relatív érdesség kezdeti értéke 0. Megfigyelhető, hogy az L/D viszony kis értéke mellett az átmérő függvények kismértékben térnek el egymástól. Ezt a 6.4. alfejezetben részletesebben is vizsgálni fogom. Előljáróban ennek a kis eltérésnek az okát a súrlódás hatásának elhanyagolhatóságában kereshetjük.

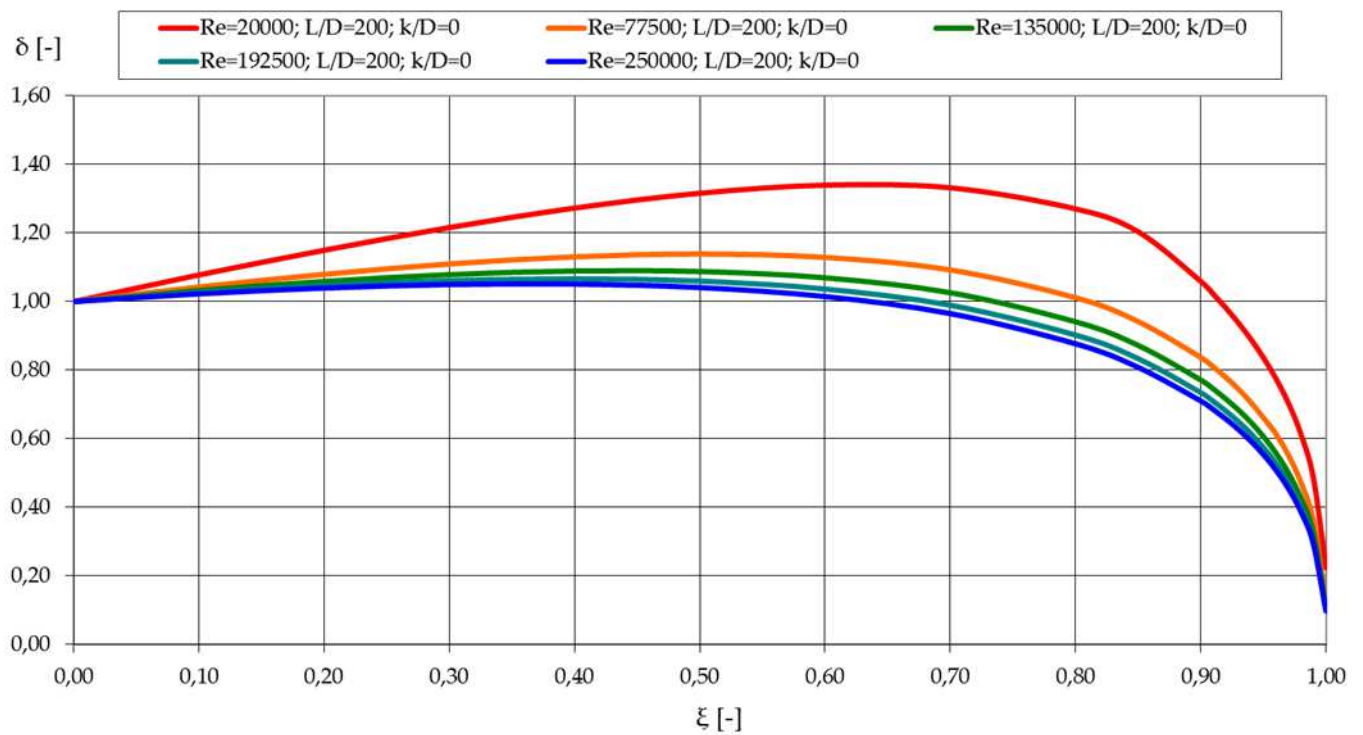


6.1. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.

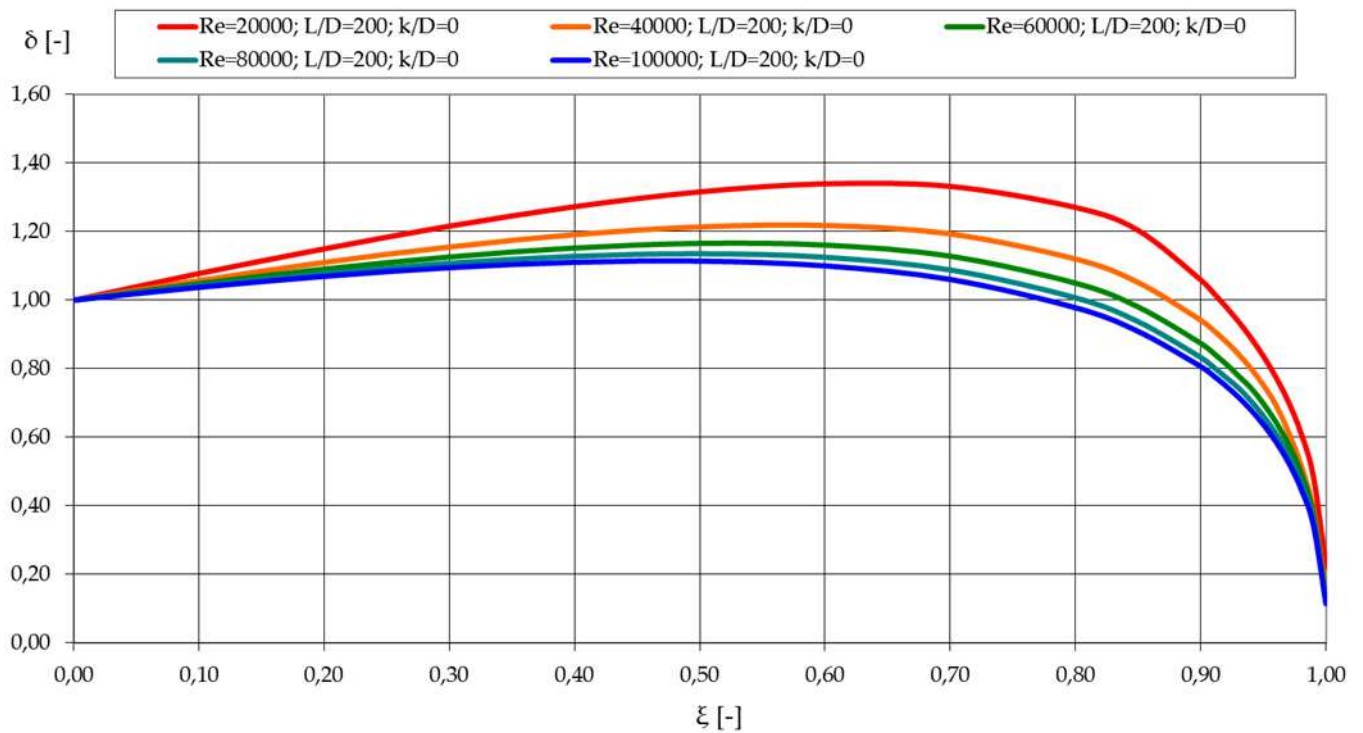
A hossz-átmérő viszony növekedésével a súrlódás hatása egyre jelentősebbé válik, jelentős eltérések is tapasztalhatók. Ugyanakkor azonban itt is megfigyelhető, hogy abban az esetben, ha a Reynolds-szám igen nagy, azaz a cső nagyobb részében az áramlás turbulens, az átmérő függvények közötti eltérések jelentősen csökkennek.

A következő 6.2. diagram más, nagyobb L/D viszonyokra mutatja az eredményeket. A vizsgált Reynolds-számok megegyeznek a korábbi 6.1. diagramnál látható értékekkel. 6.3. diagram a 6.2. diagramon kevésbé jól látható tartományt mutatja be.

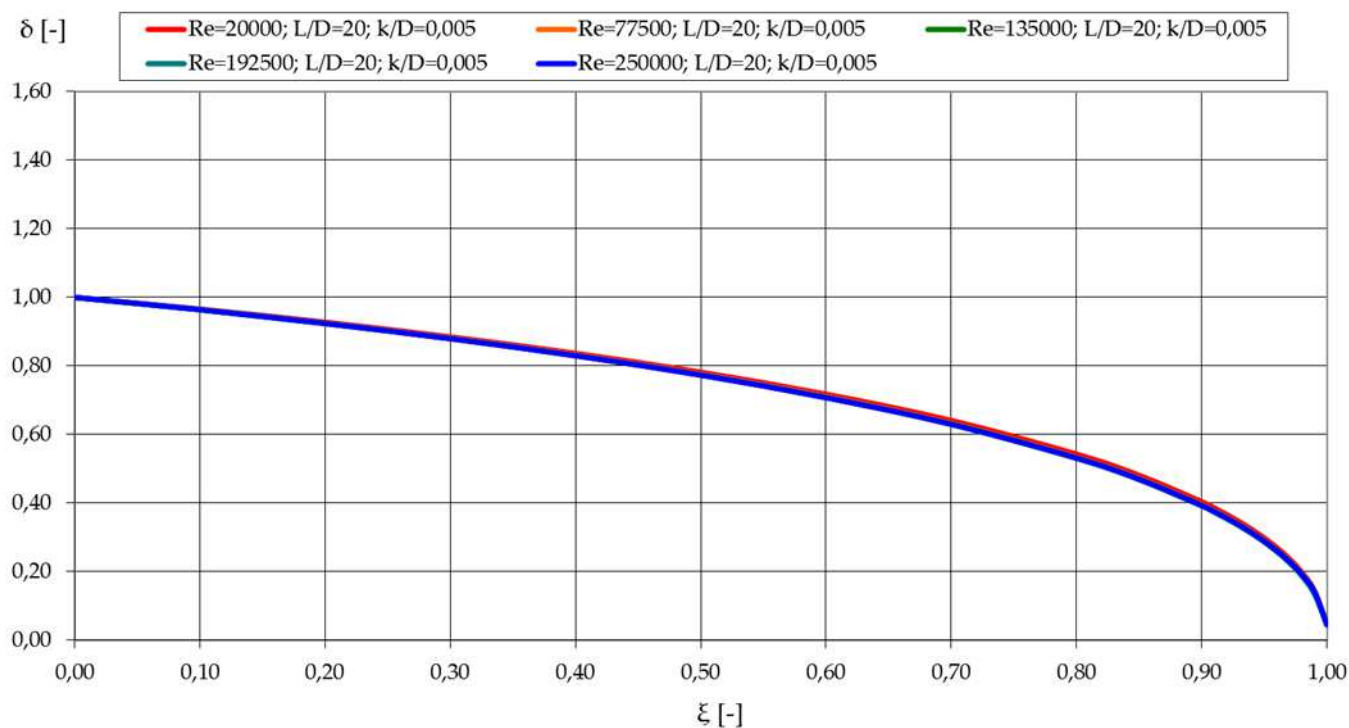
Az 6.4.-6.6. diagramok esetében a vizsgálati tartomány hasonló a korábbiakhoz, a relatív érdesség értéke azonban nem nulla. Jól látható, hogy ebben az esetben a Reynolds-szám hatása közel sem olyan jelentős, mint a megelőző, hidraulikailag sima esetekben. Ennek magyarázatára a 6.4 fejezetben vissza fogok térni



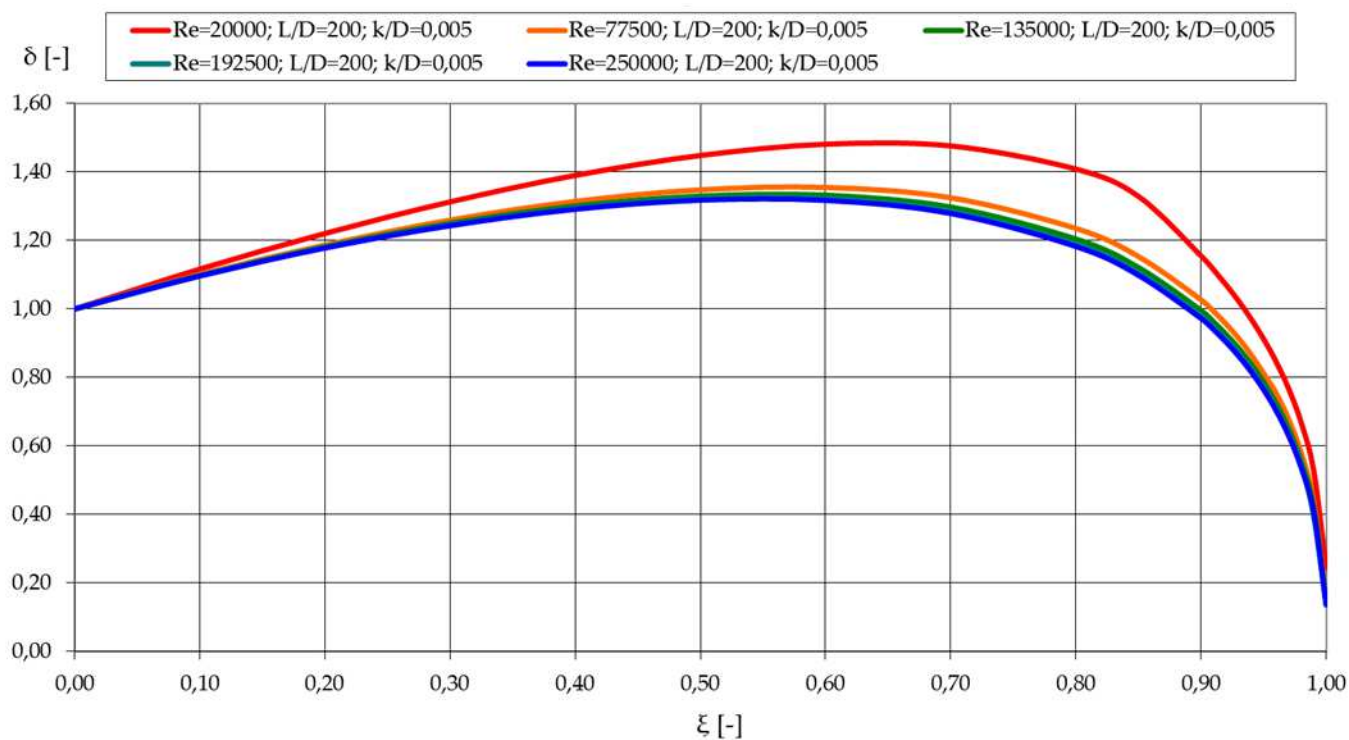
6.2. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.



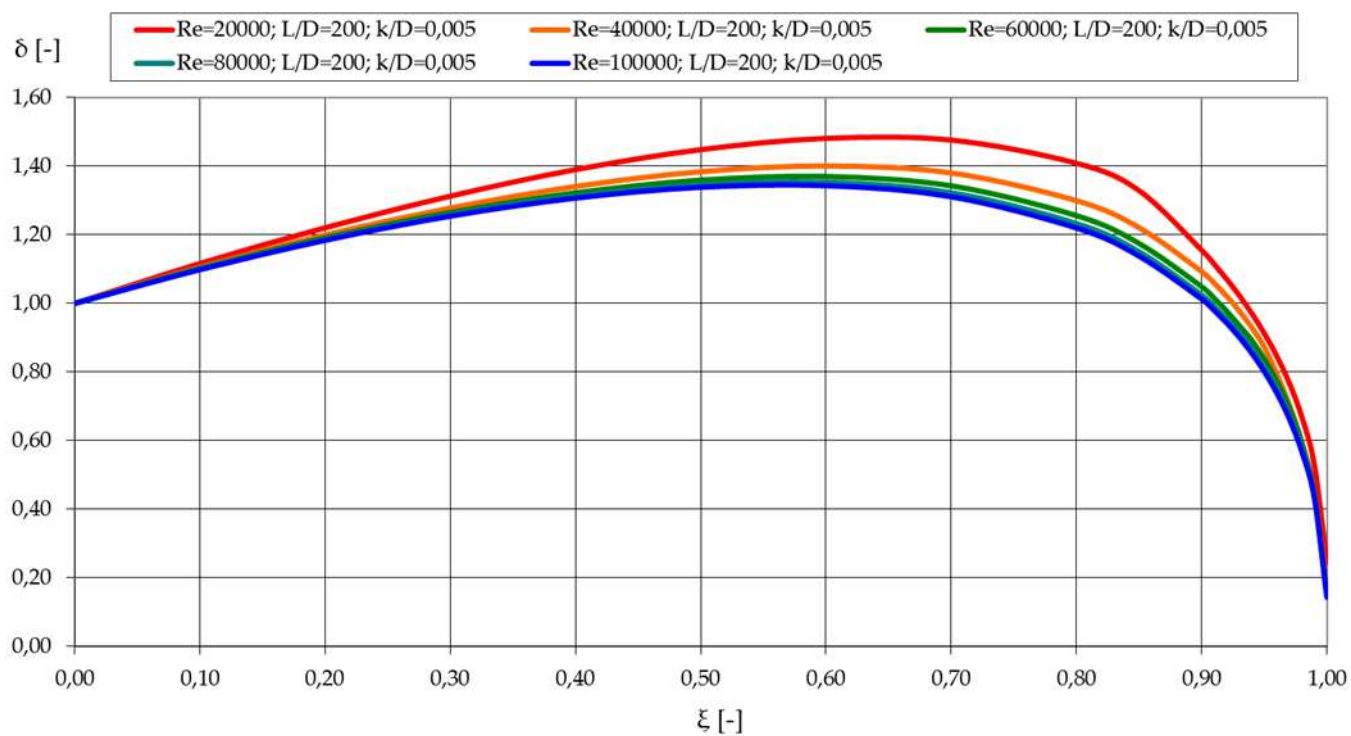
6.3. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.



6.4. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.



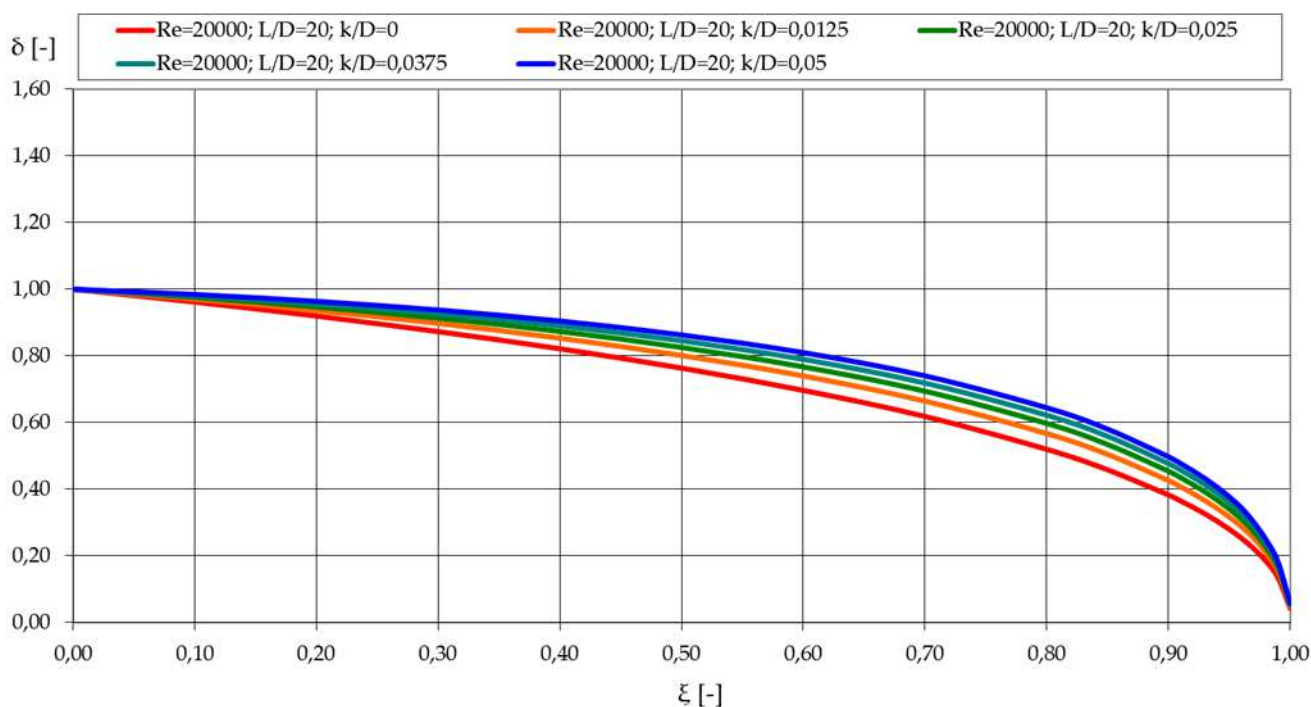
6.5. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.



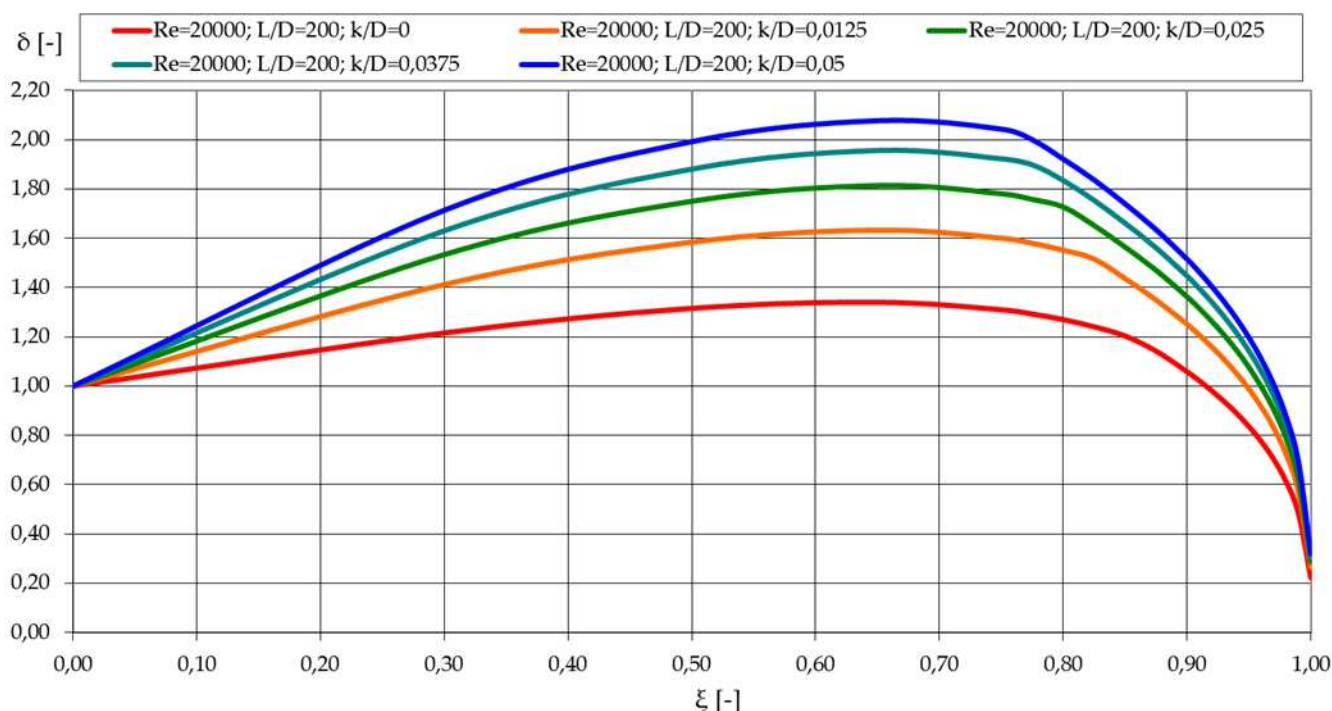
6.6. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.

6.2. A relatív érdesség hatása az átmérő változására

A Reynolds-szám és a relatív érdesség is lényegében a súrlódási veszteségekkel van kapcsolatban, a csősúrlódási tényezőn keresztül. Jelentős különbség azonban, hogy a k/D relatív érdesség a csőanyagot jellemző adottság, míg a Reynolds-szám a térfogatáramtól függ. Az 6.7. és 6.8. diagram egy méretezési állapotokban nem jellemző Reynolds-szám mellett mutatja be a relatív érdesség hatását. (Légtechnikai rendszerekben nagyobb sebességeket engedünk meg, mint amekkoráknál ilyen alacsony értékű Reynolds-szám kialakulhatna. [22]) Ennek a tartománynak esetleg változó térfogatáramú rendszerek esetében lehet jelentősége.



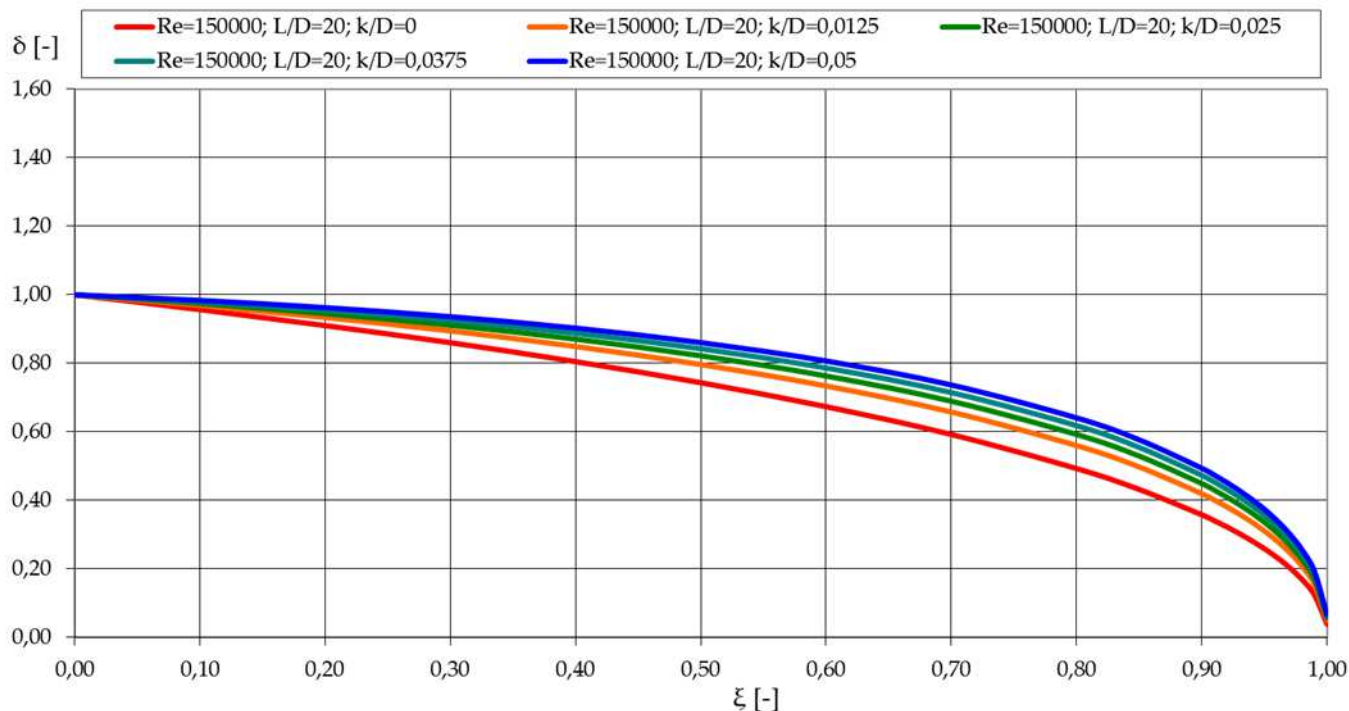
6.7. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.



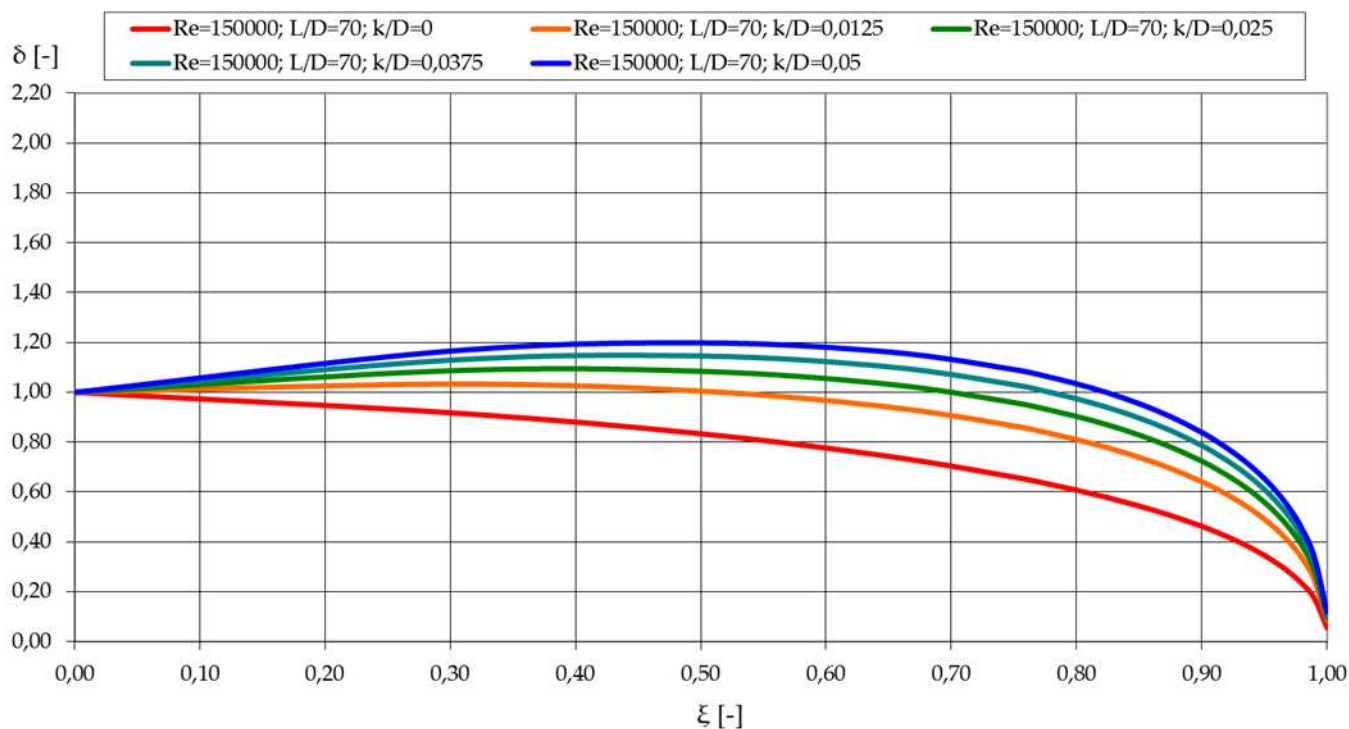
6.8. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.

A következő 6.9.-6.12. diagramokon már egy gyakorlatban is gyakran előforduló Reynolds-szám esetén elvégzett vizsgálatok eredményei láthatóak. Az egyes diagramok a hossz-átmérő viszony nagyságában különböznek.

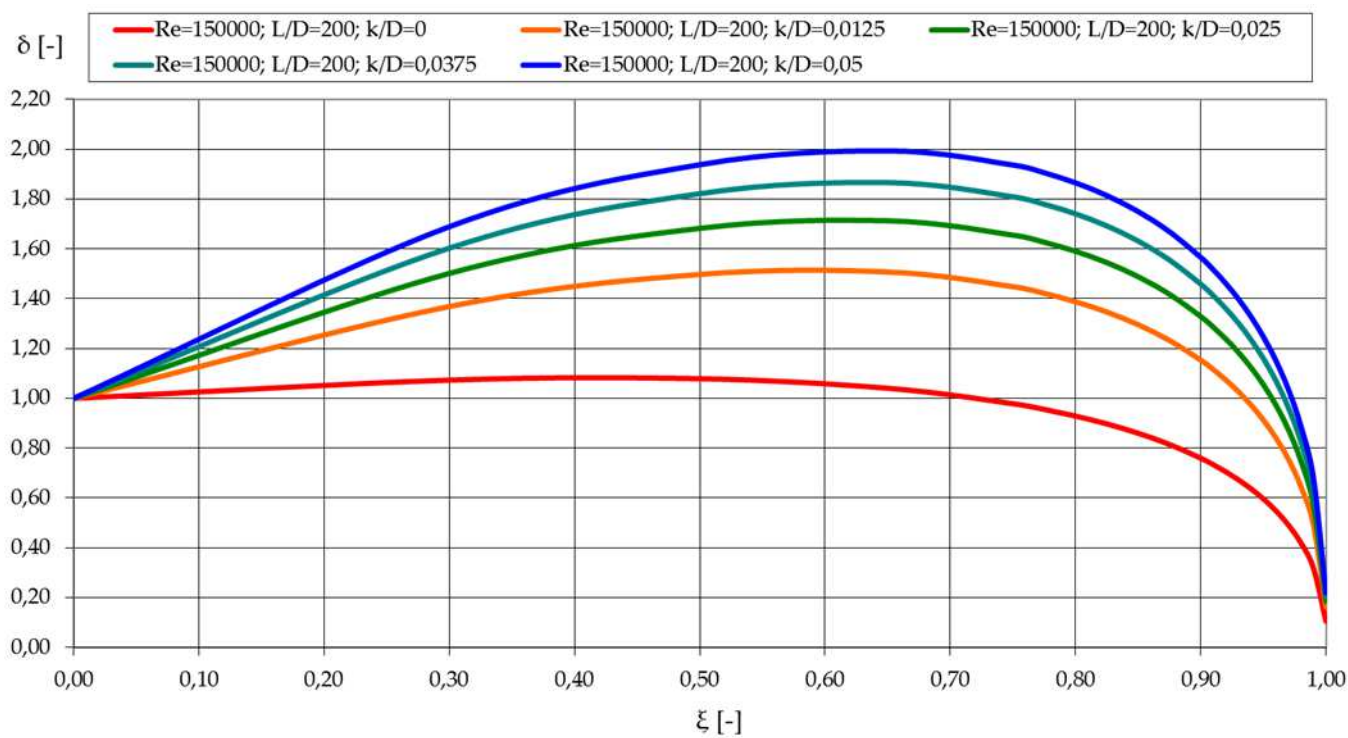
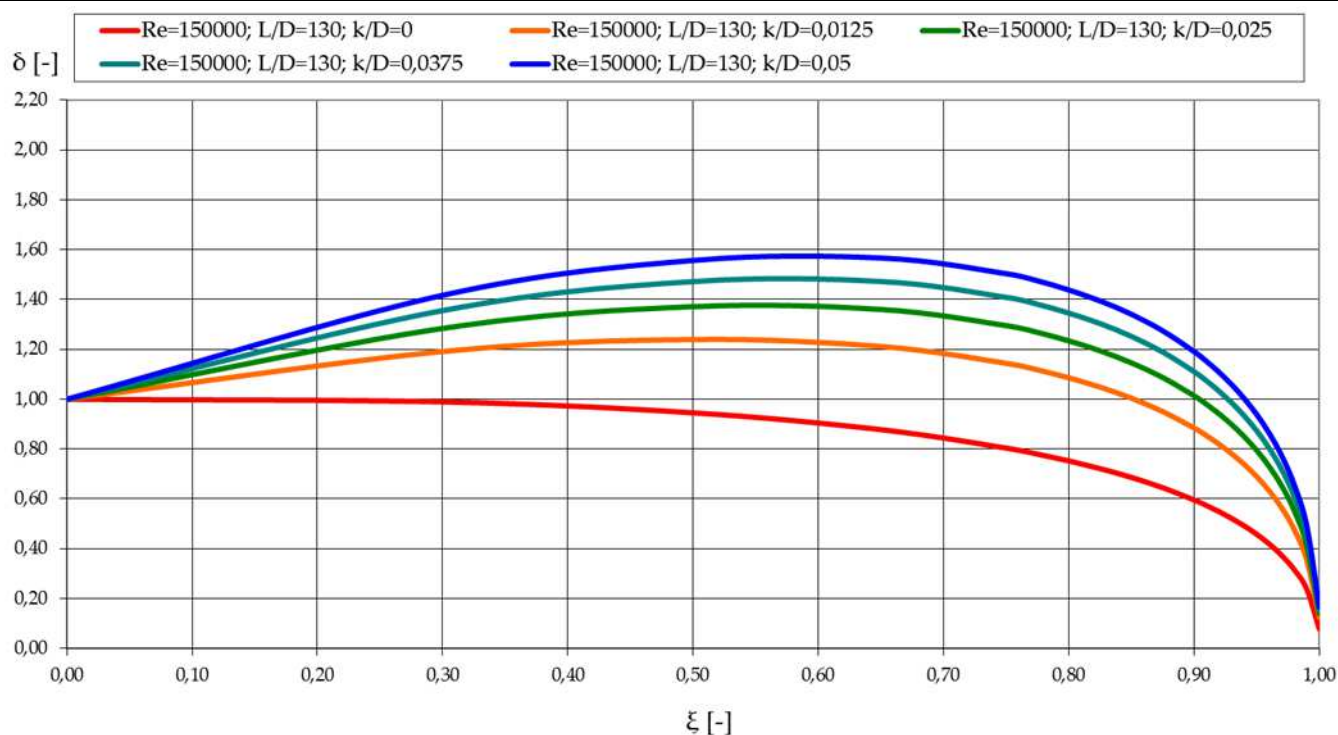
Jól látható, hogy abban az esetben, ha ez a viszonyyszám kicsi (pl. 20), a relatív érdesség hatása nem olyan jelentős. A viszonyyszám növekedésével arányos nő a különbség az egyes átmérőfüggvények között. Az 6.12. diagramon látható a legszélsőségesebb eltérés.



6.9. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.

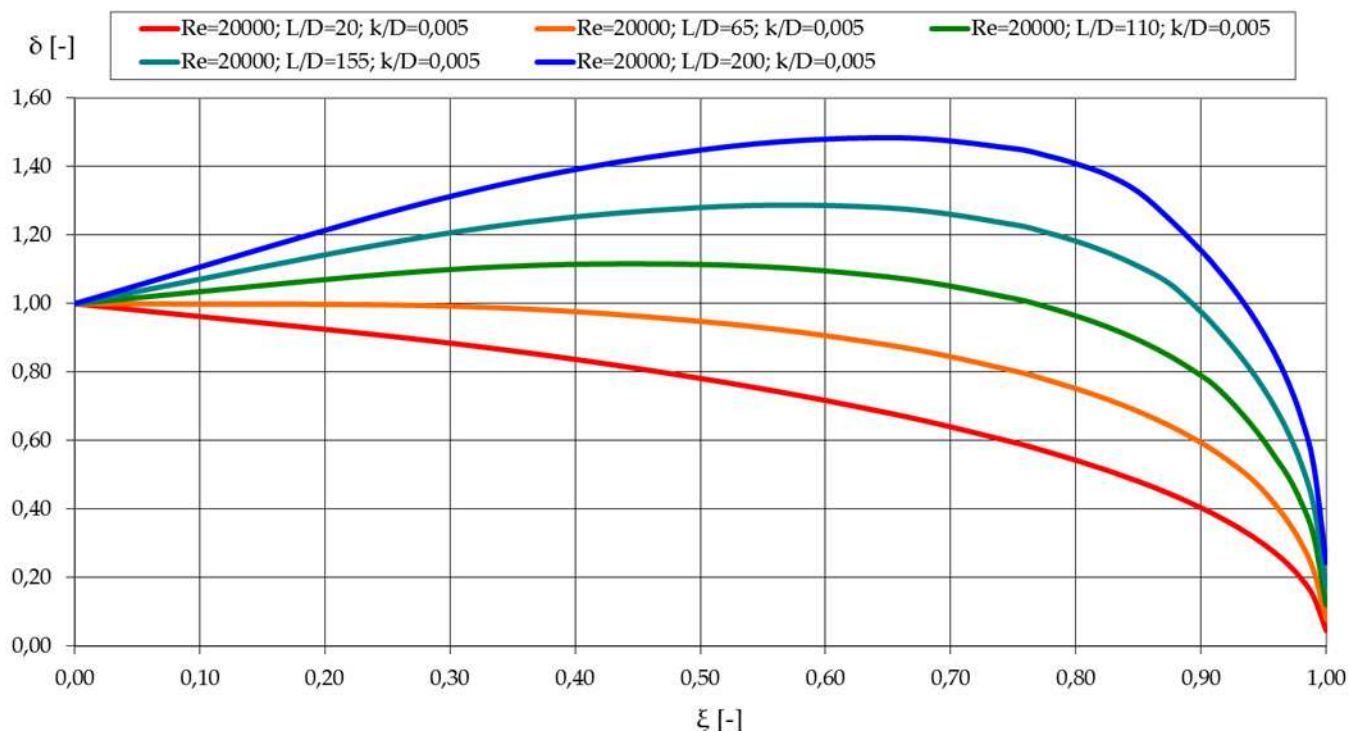


6.10. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.

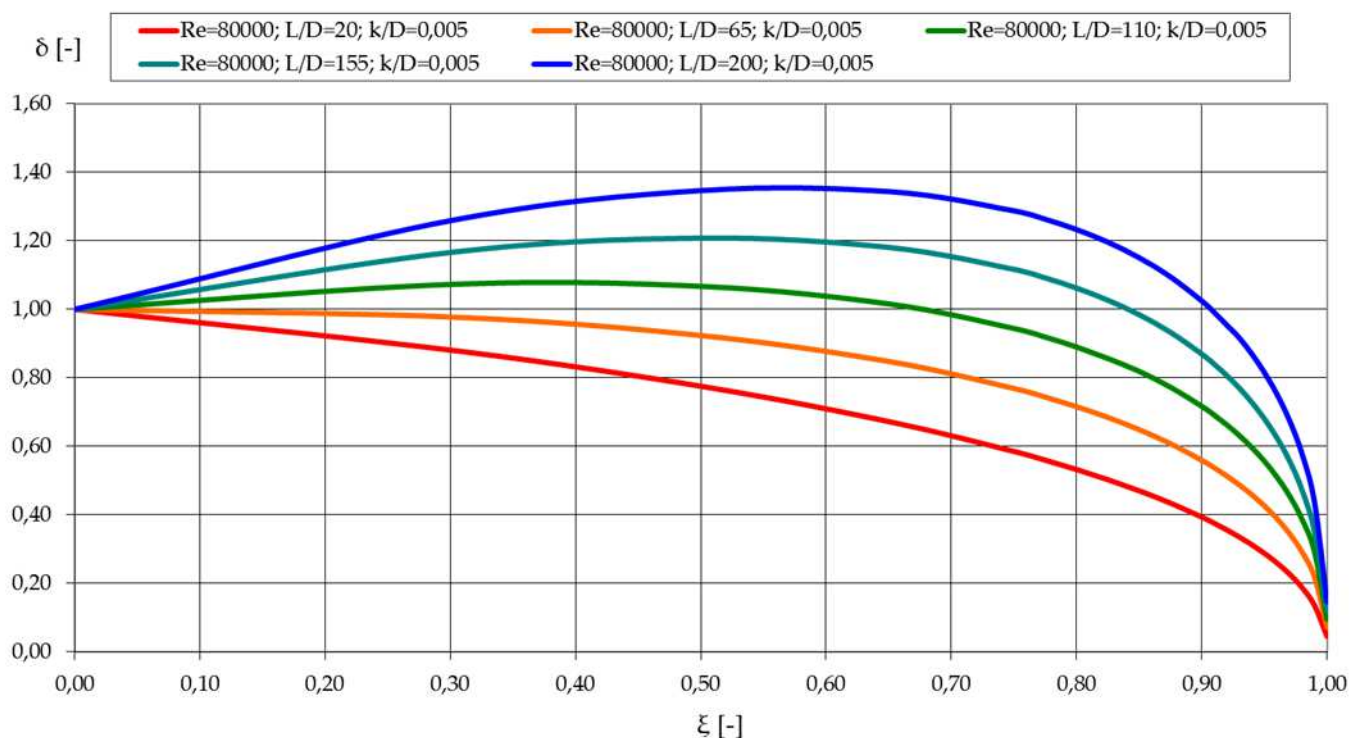


6.3. A hossz-átmérő viszony hatása az átmérő változására

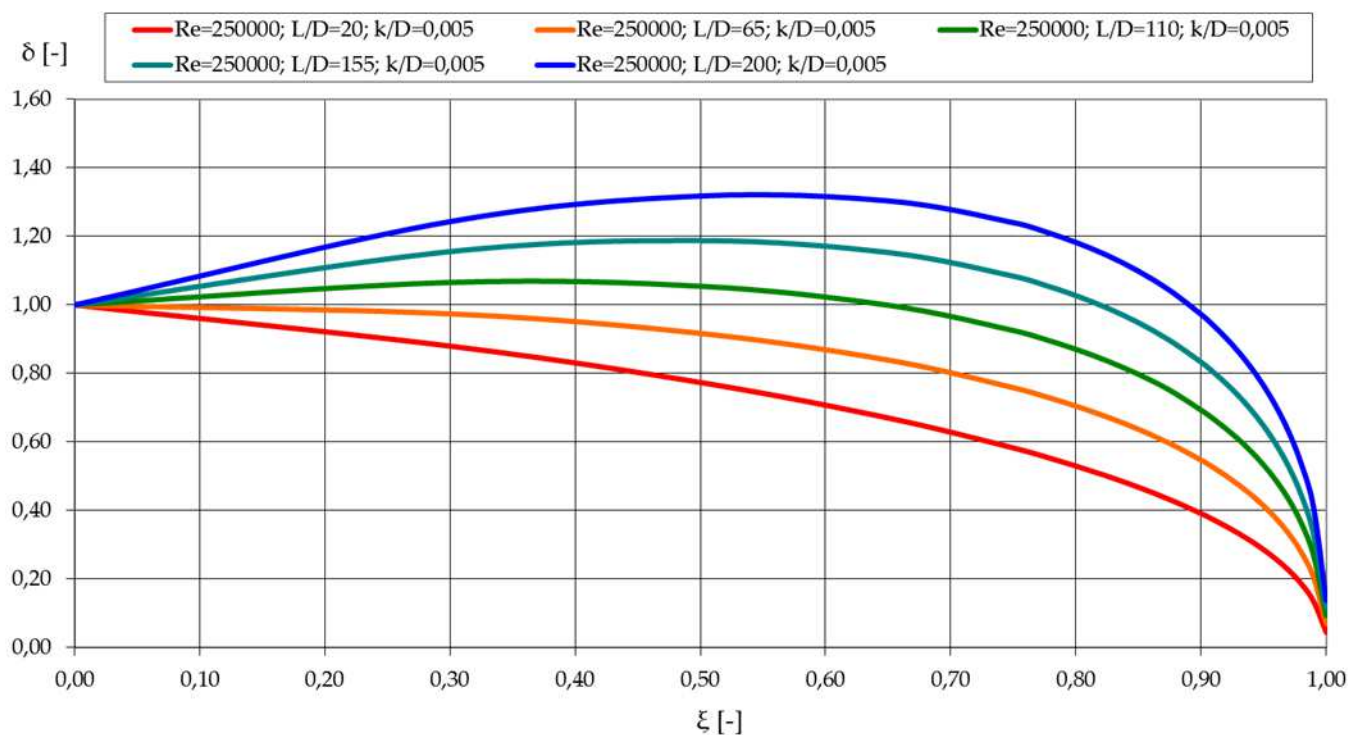
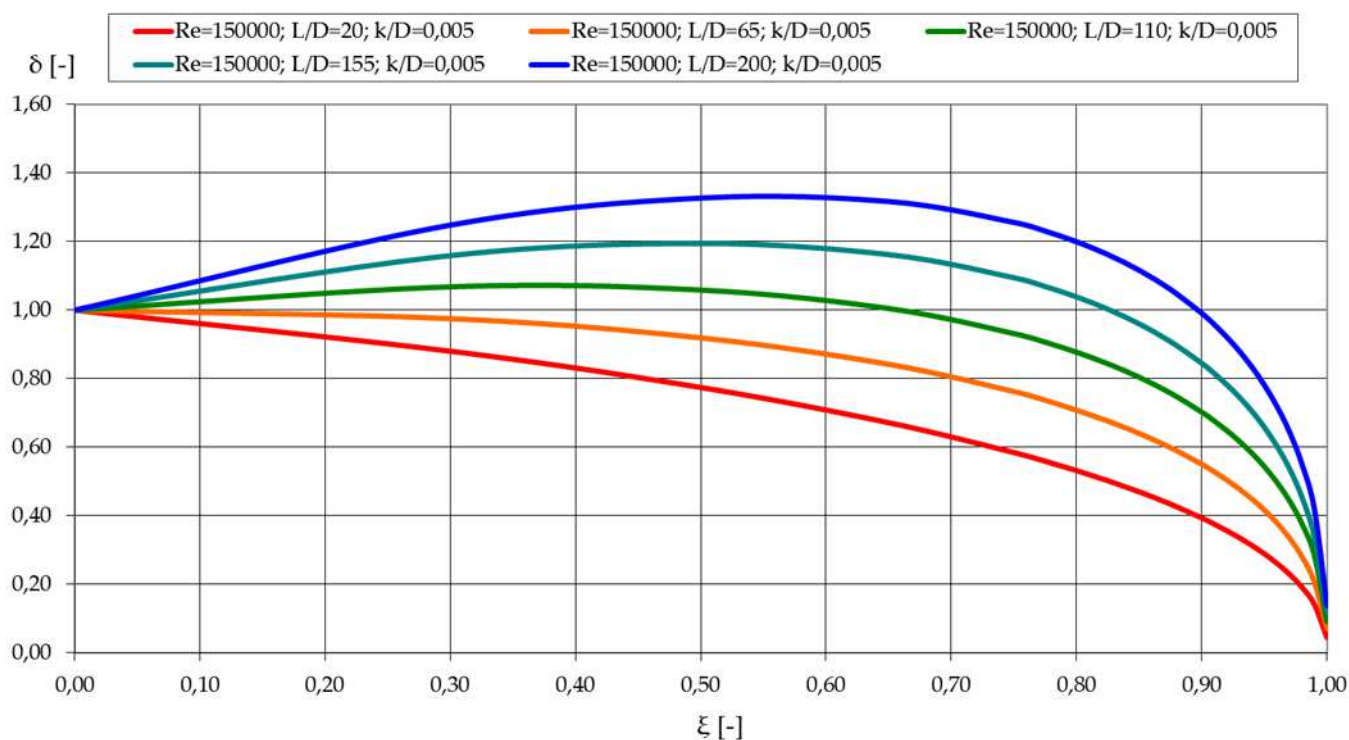
A következő diagramok a hossz-átmérő viszony hatását mutatják be. Az 6.13., 6.14., 6.15. és 6.16. diagramokon a különböző Reynolds-számoknál kialakuló átmérőfüggvények láthatóak. Ahogy azt korábban megállapítottam, a nagyobb Reynolds-számok esetén az eltérés csökken, ugyanakkor továbbra is jelentős marad.



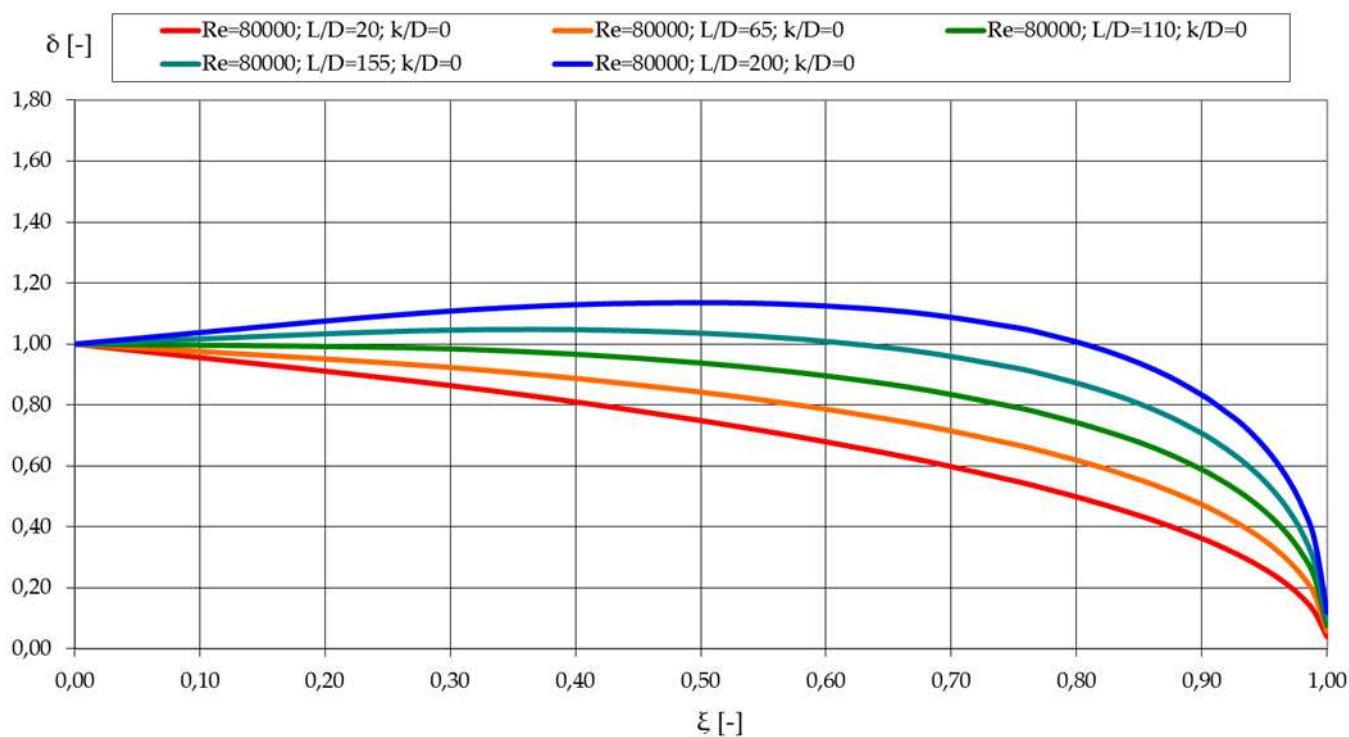
6.13. diagram: A dimenziótlán átmérő változása a dimenziótlán hosszúság függvényében.



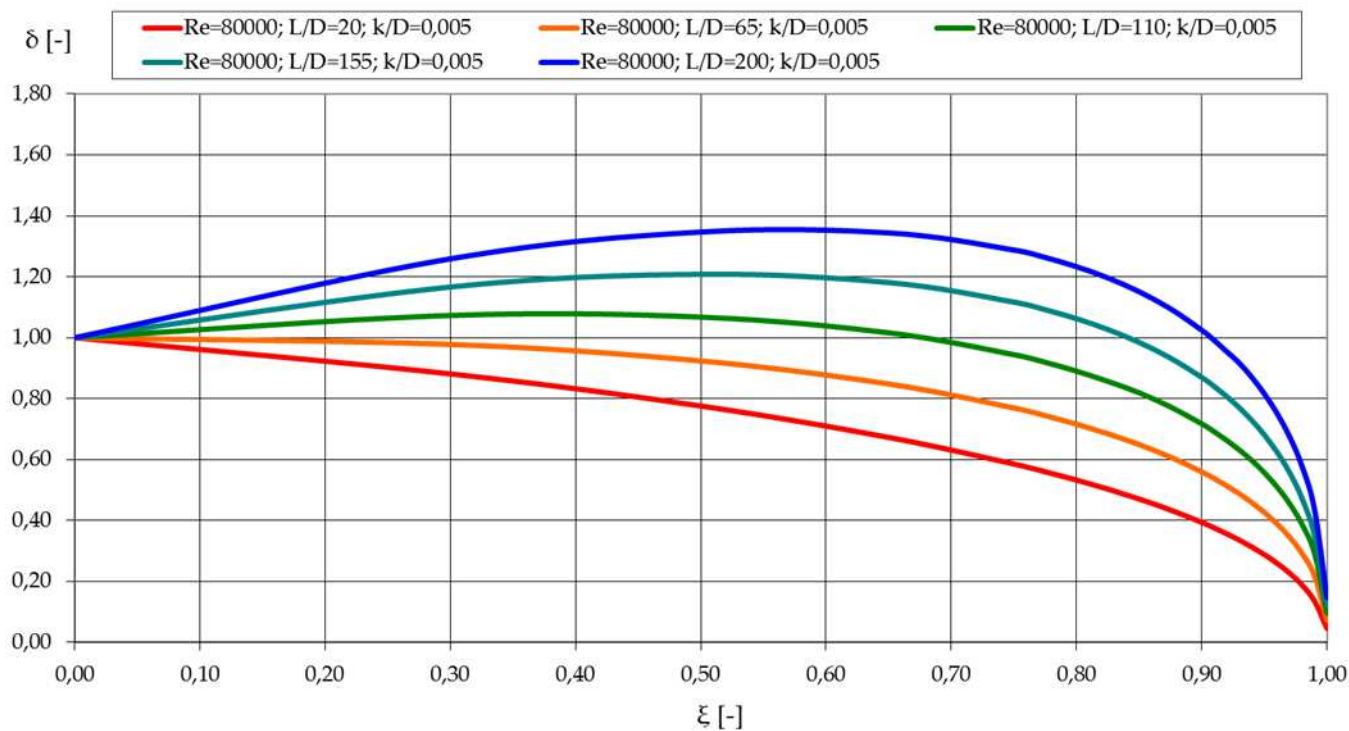
6.14. diagram: A dimenziótlán átmérő változása a dimenziótlán hosszúság függvényében.



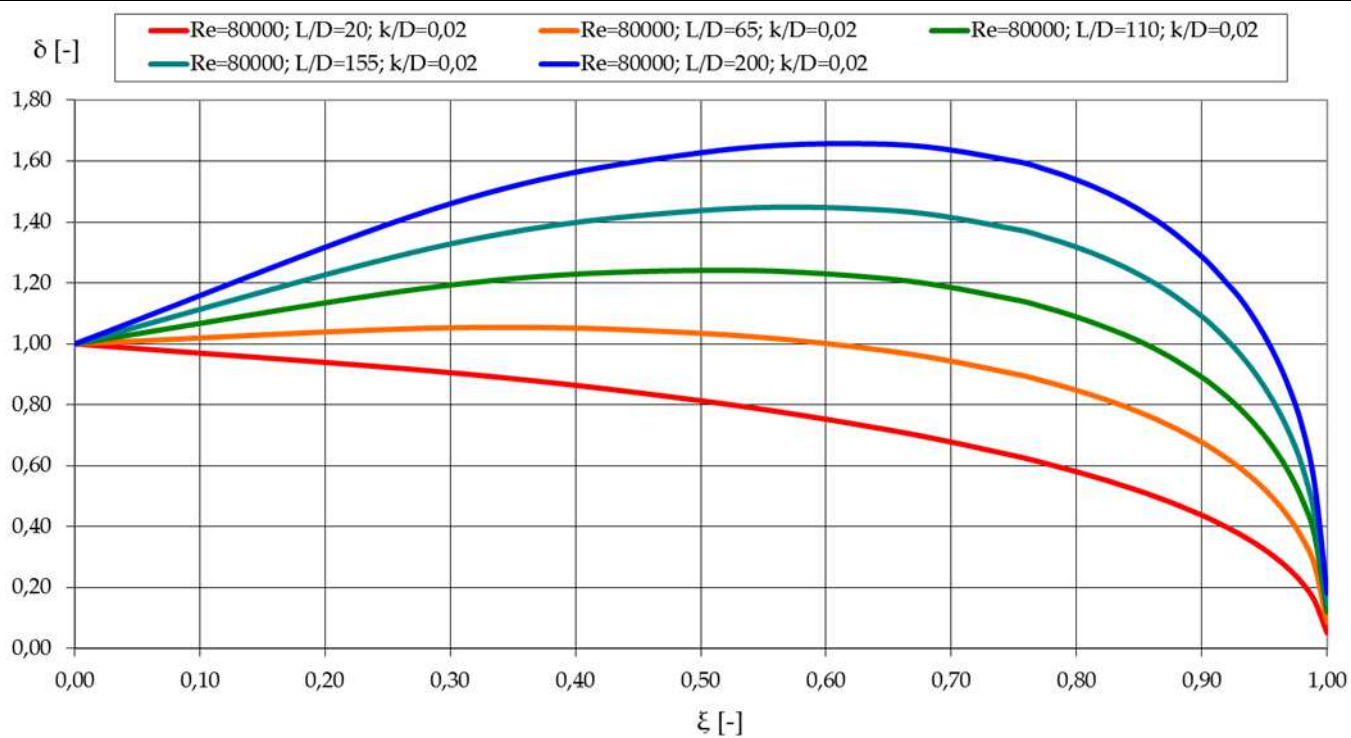
A következő, 6.17., 6.18. és 6.19. diagramon a relatív érdesség hatása követhető nyomon. Az ismét megállapítható, hogy relatív érdesség növekedésével arányosan nőnek az eltérések az egyes átmérőfüggvények között.



6.17. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.



6.18. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.



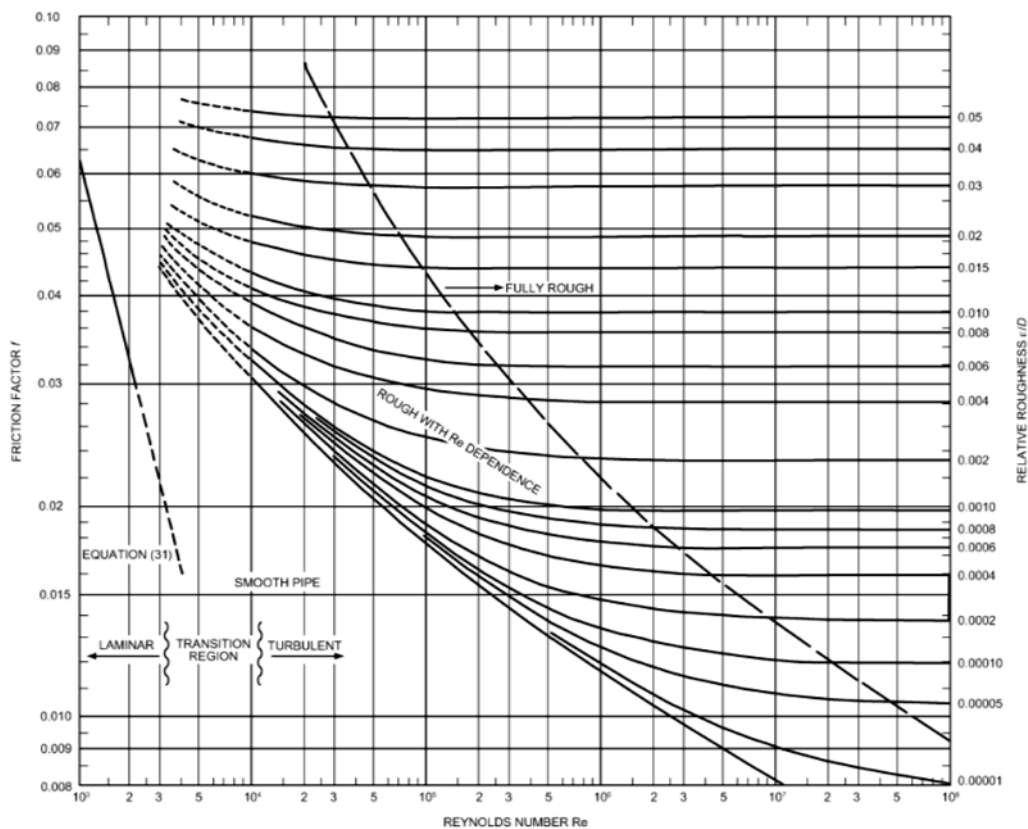
6.19. diagram: A dimenziótlán átmérő változása a dimenziótlán hosszúság függvényében.

6.4. A súrlódás hatása az átmérő változására

A korábbiakban láttuk, hogy bizonyos hossz-átmérő viszony alatt, bizonyos Reynolds-szám fölött, vagy ha a relatív érdesség értéke nagy, az átmérő függvények változása a Reynolds-számtól kis mértékben függ. Ez egyben azt is jelenti, hogy a kiszámított optimális átmérők abban az esetben is optimális átmérők maradnak, ha a térfogatáram változik, hiszen a Reynolds-szám függ térfogatáramtól. Ez VAV rendszerekben igen előnyös lenne. A jelenségek magyarázatához ábrán látható Moody-diagramot hívom segítségül.

Három dolgot emelnék ki:

- Lamináris áramlás esetén a csősúrlódási tényező változása igen jelentős
- Turbulens áramlás esetén a csősúrlódási tényező értéke kellően nagy Reynolds-számok esetén igen kicsi
- Turbulens áramlás esetén, adott érdesség mellett, bizonyos Reynolds-számnál nagyobb értékek esetén, a Rouse-féle határgörbén túl a csősúrlódási tényező állandónak tekinthető



6.1. ábra, Moody-diagram [21]

Ha a kiemelt szempontokat figyelembe vesszük, világossá válik, hogy miért csökken a súrlódás hatása az említett esetekben. Abban az esetben, ha a hossz átmérő-viszony kicsi (10-20), nyilvánvalóan a rövid csatornában fellépő kisebb veszteségek játszanak közre. Nagy Reynolds-számok esetén a csősúrlódási tényező kis mértékben változik, így különböző kiindulási értékek esetén is közel azonos eredményre jutunk. Emellett ki lehet emelni azt is, hogy értéke a (3.26.) összefüggés számlálójában szereplő másik kifejezéshez képest általában kicsi, ami szintén a súrlódási veszteség kisebb jelentőségéhez vezet. Ha a cső érdes, bizonyos tartományban a csősúrlódási tényező értéke a Reynolds-számtól függetlenül állandó, így a cső egy bizonyos tartományban a térfogatáram változásaira érzéketlen lesz.

7. EREDMÉNYEK ÁTERESZTŐ ANYAGÚ LÉGCSATORNA ESETÉN

Az átmérő függvények meghatározásához ebben az esetben is az Adams-Bashforth-Moulton féle prediktor-korrektor eljárást használtam. A prediktor első négy lépését a Runge-Kutta módszerrel határoztam meg, a korrektor esetében csak az első hármat kellett ilyen módon számítani. Az itt közölt számításokat a korábbiakhoz hasonlóan Microsoft Excelben végeztem.

A megoldandó (4.31.) egyenlet:

$$D'(x) = \frac{\frac{\lambda(x)}{2} - \frac{\delta}{(1-\xi)} \cdot \frac{D(x_0)}{L}}{Eu_{0D} \cdot \left(\frac{\delta^3}{(1-\xi)^2} + 2 \cdot \varepsilon_{FD0} \cdot \frac{\delta^2}{(1-\xi)^2} \right) + 2}. \quad (7.1.)$$

A differenciál-egyenletben a változó konstansok a következők:

- $\frac{D(x_0)}{L}$, a reciprokának értékét fogom közölni, azaz az $\frac{L}{D(x_0)}$ hossz-átmérő viszonyt,
- Eu_{0D} , amely $Eu_{0D} = \frac{Eu_0}{1 + 2\varepsilon_{FD0}}$, a továbbiakban Eu_0 Euler-számot fogom közölni, amelynek definíciója: $Eu_0 = \frac{\rho_{st0D}}{\rho \cdot w_0^2} + \frac{2 \cdot \rho_{st0F}}{\rho \cdot w_0^2} = \frac{\rho_{st0D}}{\rho \cdot w_0^2} \cdot (1 + 2\varepsilon_{FD0})$,
- ε_{FD0} , a nyomásviszony, amelynek definíciója: $\varepsilon_{FD0} = \frac{\rho_{st0F}}{\rho_{st0D}}$.

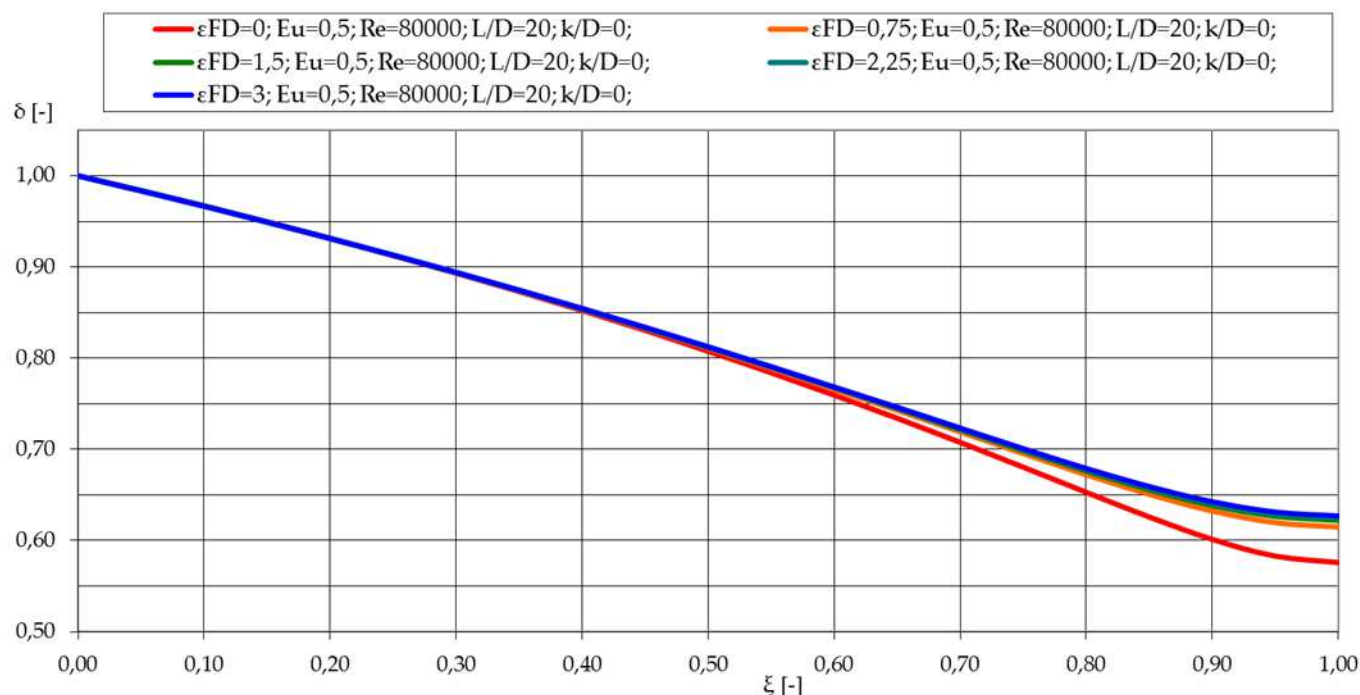
Az egyenletben a dimenziótlan helykoordinátán és a dimenziótlan átmérőn kívül megtalálható még a csőszűrlődési tényező, amelyen keresztül az egyenlet megoldása függ még:

- Az $Re(x)$ Reynolds-számtól, amely azonban kezdeti értékétől függ, $Re(x) = Re(x_0) \cdot \frac{(1-\xi)}{\delta}$, így lényegében egy újabb konstans paramétert kell vizsgálnunk, az $Re(x_0)$ -t,
- A $\frac{k}{D(x)}$ relatív érdességtől, amely felírható a következő módon: $\frac{k}{D(x)} = \frac{k}{D(x_0)} \cdot \frac{1}{\delta}$, tehát az ötödik figyelembe veendő dimenziótlan konstans a $\frac{k}{D(x_0)}$ relatív érdesség.

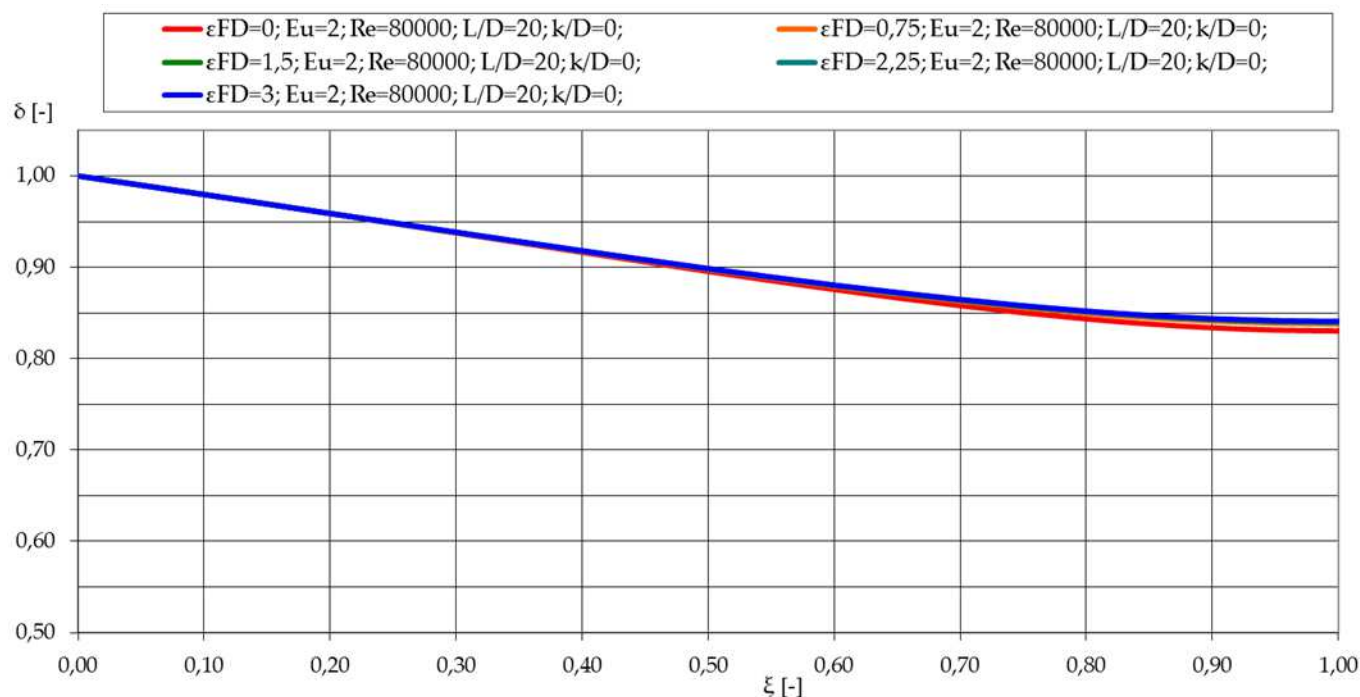
A következő pontokban diagramok segítségével bemutatom az egyes tényezők hatását a $\delta(\xi)$ megoldásfüggvényre.

7.1. Az ε_{FD} nyomásviszony hatása az átmérő függvény változására

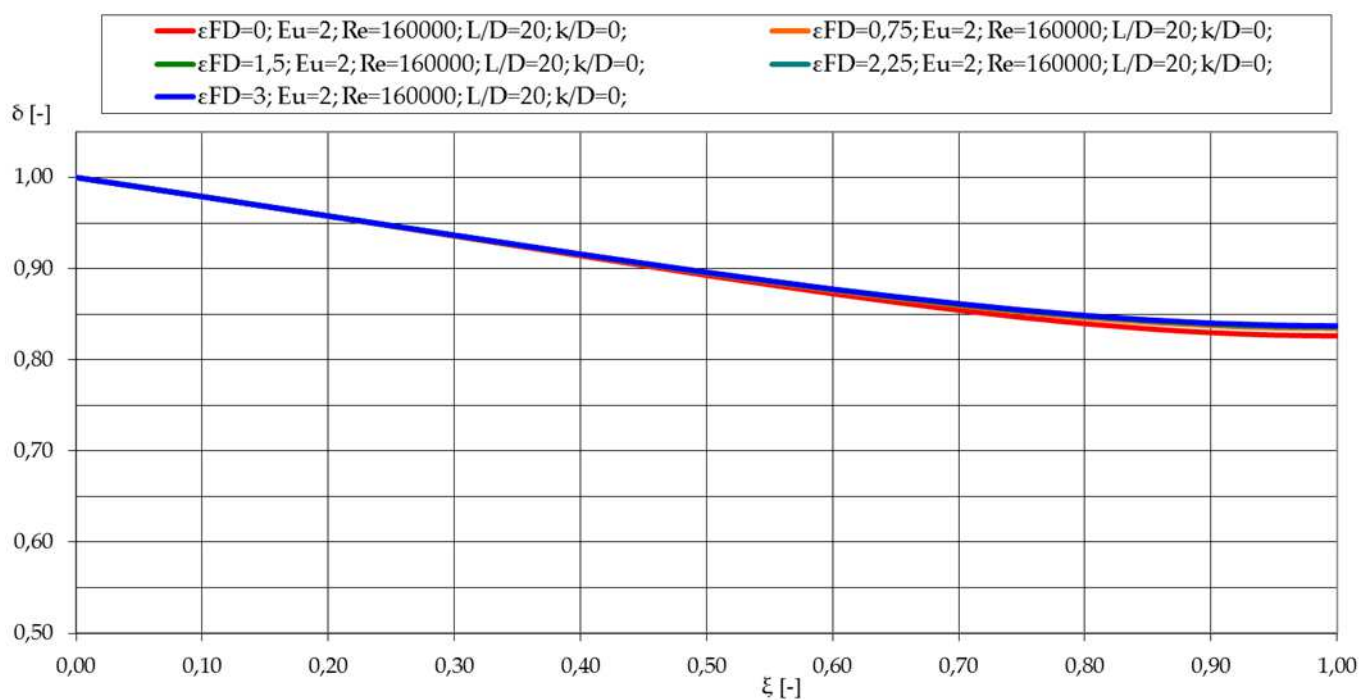
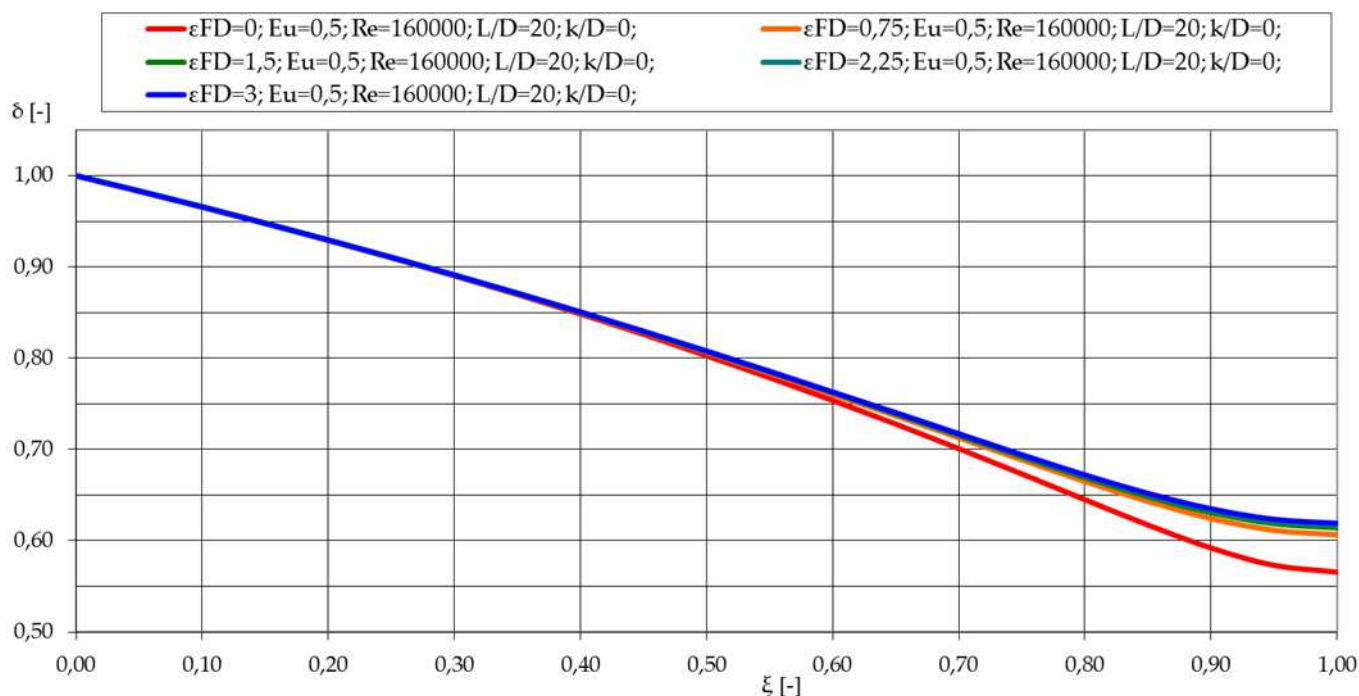
Az Euler-szám növekedésével arányosan csökken a nyomásviszony hatása. Kis Euler számok (jelen esetben $Eu_0=0,5$) esetében (7.1., 7.3., 7.4. diagram) elsősorban abban esetben jelentkezik jól látható eltérés, ha $\xi > 0,6$.



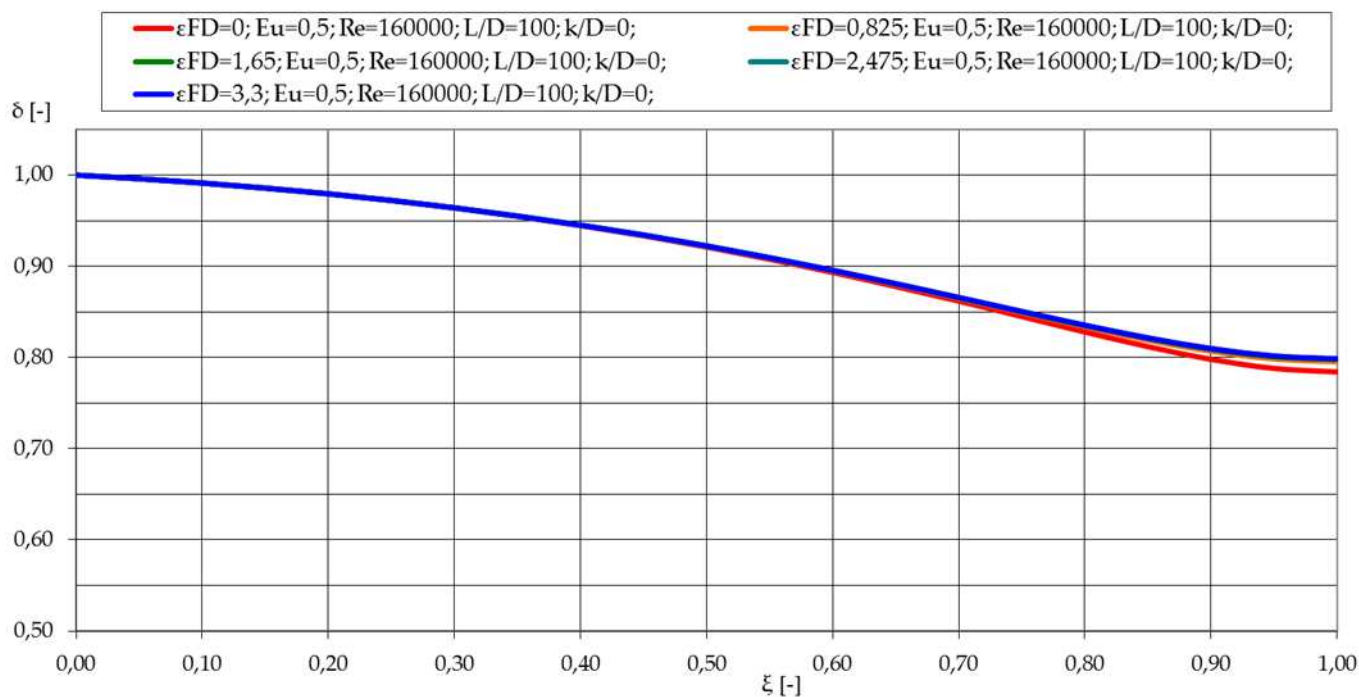
7.1. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.



7.2. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.

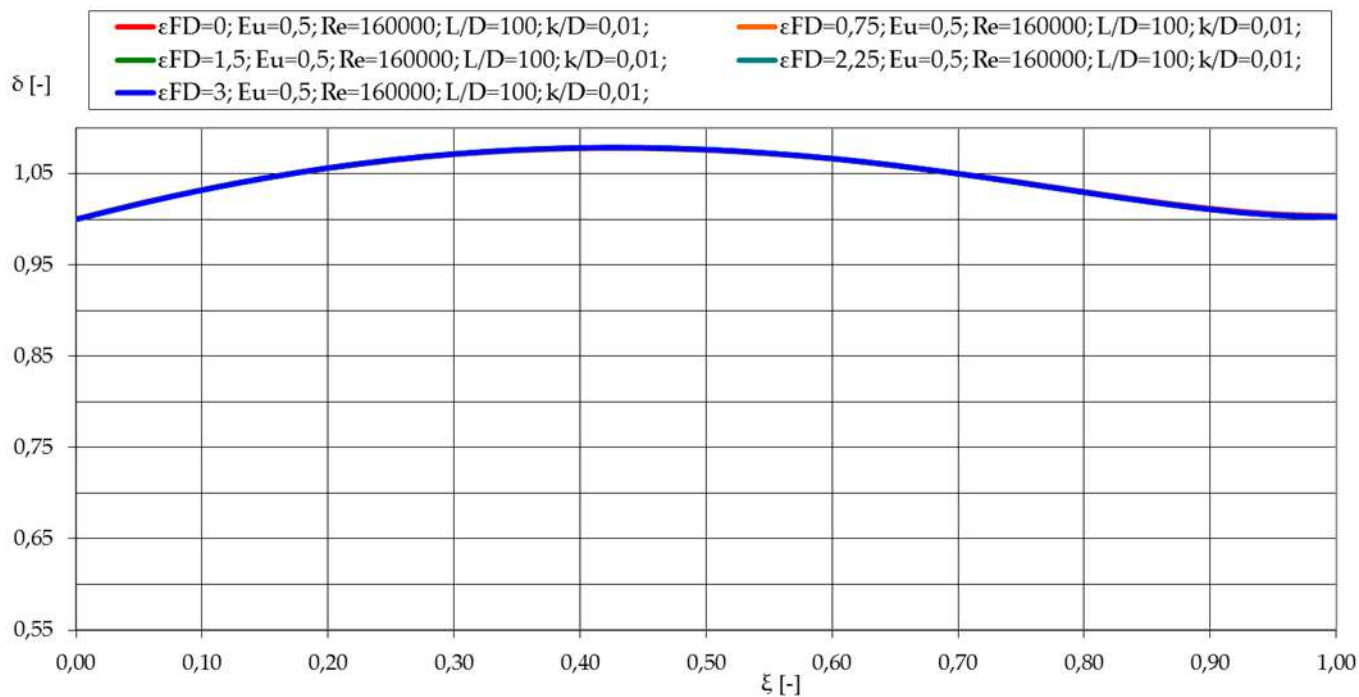


A 7.2., 7.4. diagram esetében az Euler-szám értéke 2 volt, jól látható hogy ebben az esetben nem jelentős a függvények közötti eltérés. Ki kell emelni, hogy a Reynolds-szám csökkenésével ez az eltérés szembetűnőbb lesz. (Lásd: 7.1., 7.2. diagram) A hossz-átmérő viszony növekedése elhanyagolhatóvá teszi. (7.5., 7.6., 7.7. diagram)

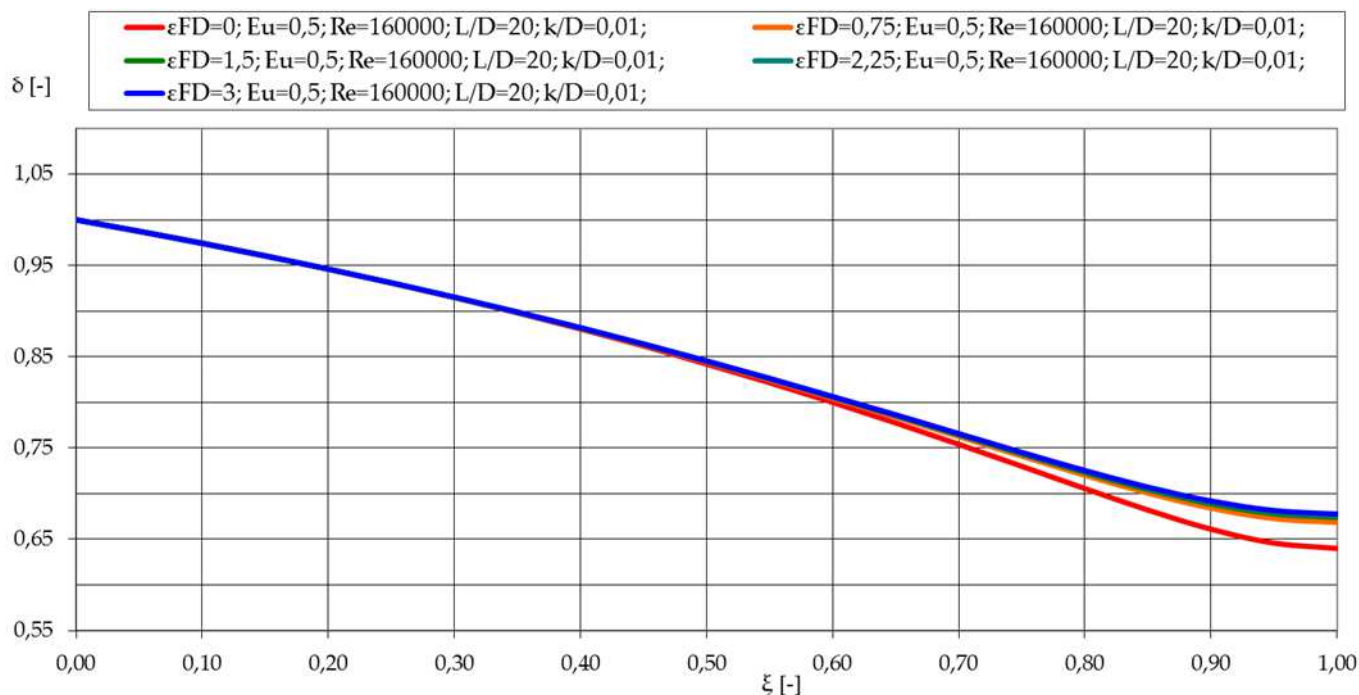


7.5. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.

A relatív érdesség változása a vizsgált tartományban nem gyakorolt jelentős hatást a korábban bemutatott tendenciákra.



7.6. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.

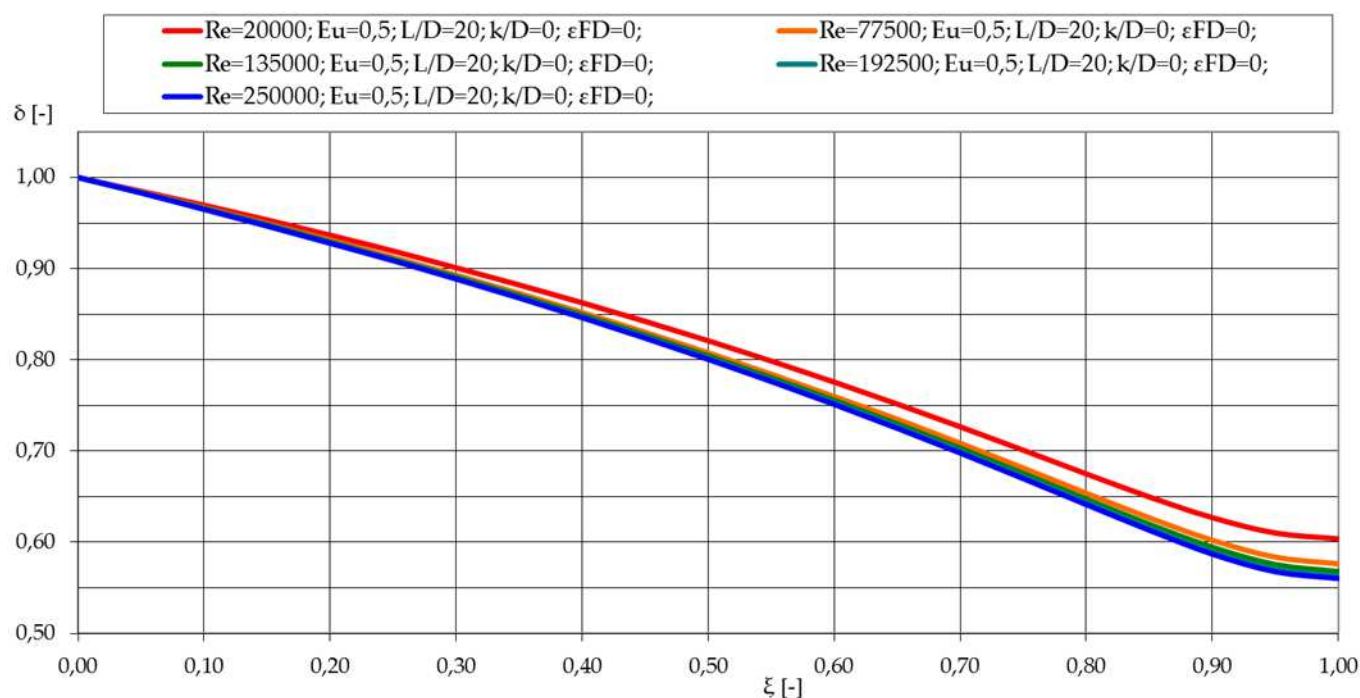


7.7. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.

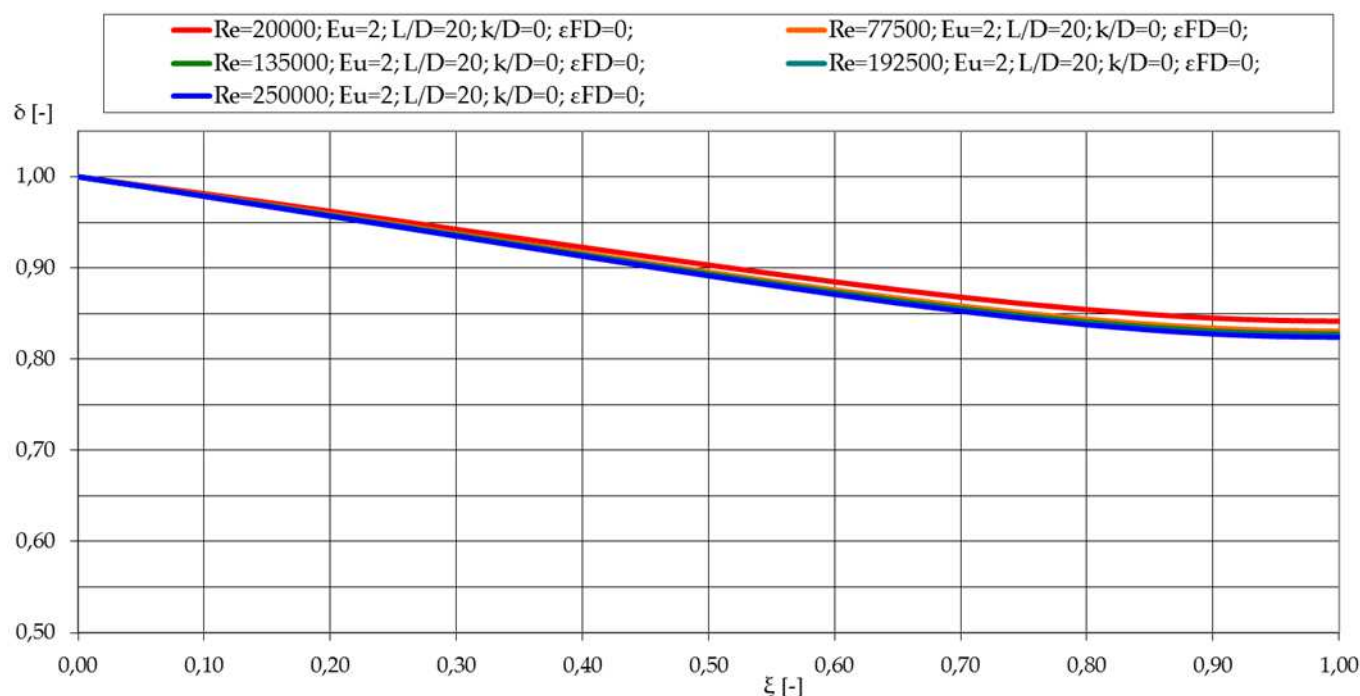
Az „nyomásviszony” hatása az anyagjellemzők hatását fejezi ki lényegében. Mint látható volt, a Forcheimer-tag és Darcy-tag viszonyától függően (azaz különféle anyagok esetében) más átmérők alkalmazandóak.

7.2. A Reynolds-szám hatása az átmérő függvény változására

Az első diagramok esetében a relatív érdesség kezdeti értéke 0. Megfigyelhető, hogy az L/D viszony kis értéke mellett az átmérő függvények kismértékben térnek el egymástól.



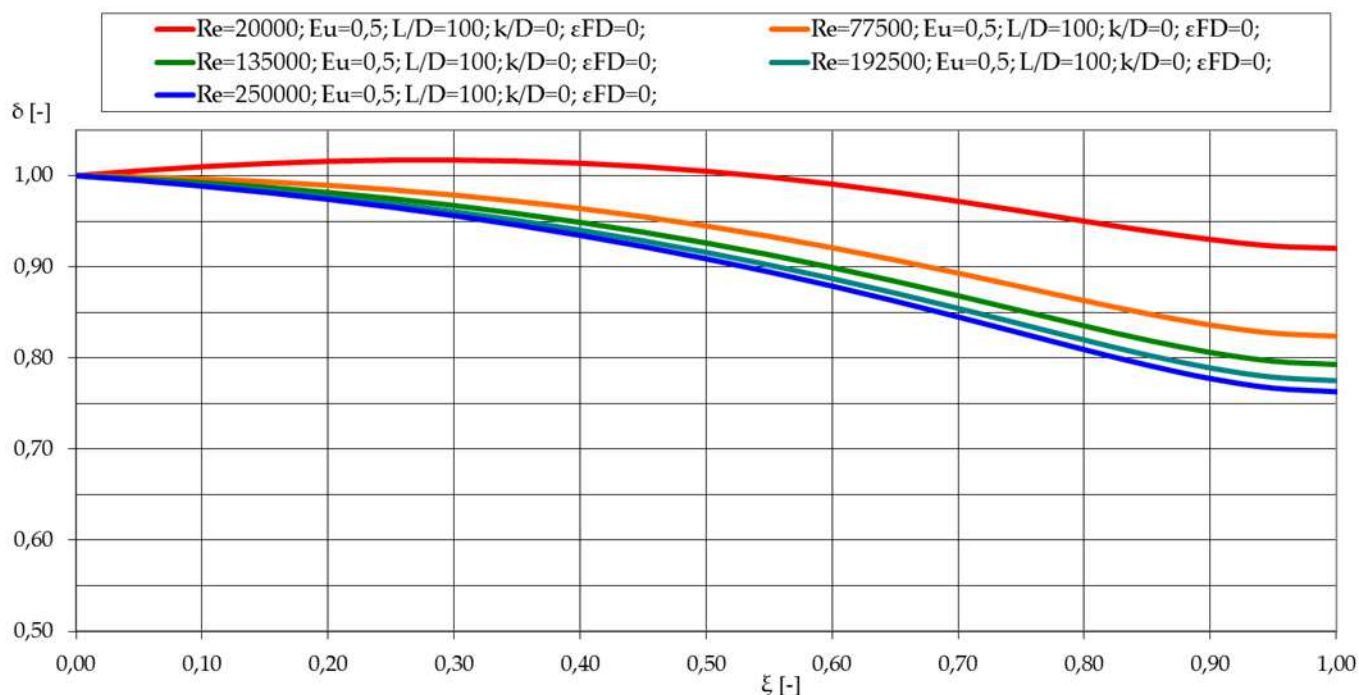
7.8. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.



7.9. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.

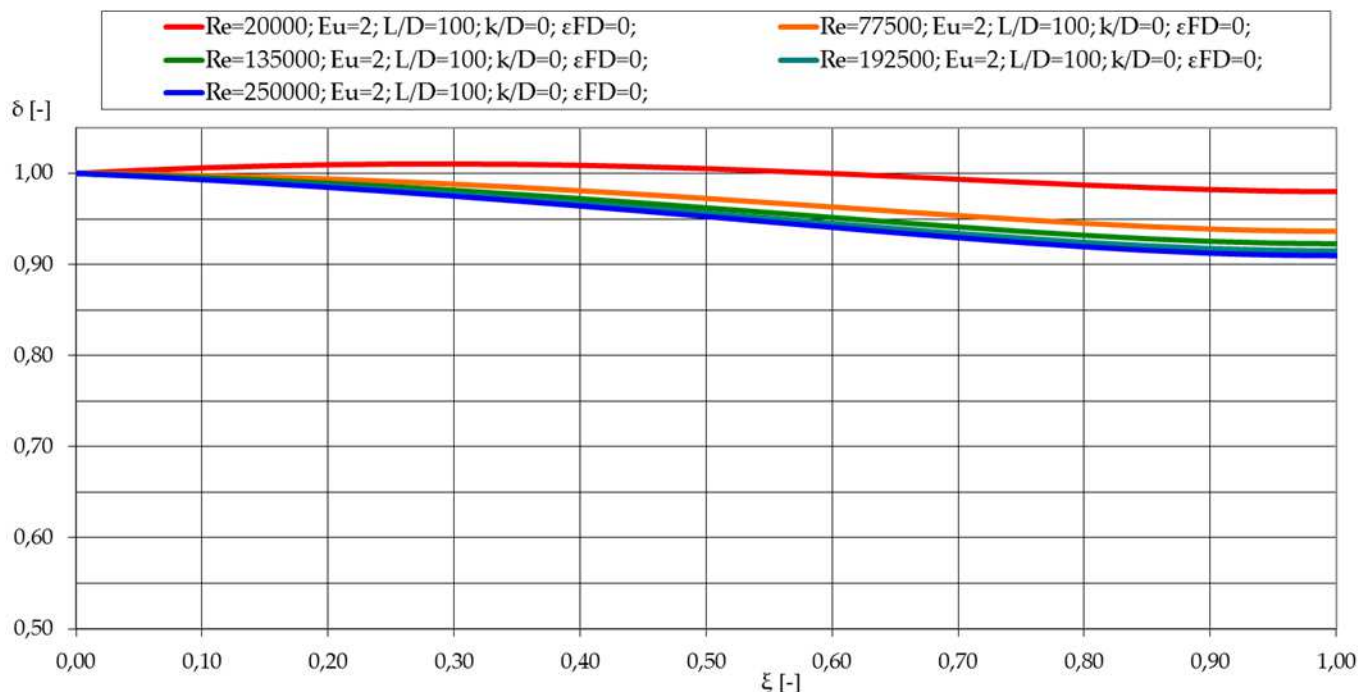
Az Euler-szám növekedésének hatására az átmérő értéke a kezdeti pontban illetve a végpontban nem tér el jelentősen, ugyanakkor Reynolds-szám hatása változatlan marad. A hossz-átmérő viszony növekedésével, ahogy az állandó statikus nyomás tartására vonatkozó esetben szóba került, a súrlódás hatása egyre jelentősebbé válik, jelentős eltérések is

tapaszthatók. Ugyanakkor azonban itt is megfigyelhető, hogy abban az esetben, ha a Reynolds-szám igen nagy, azaz a cső nagyobb részében az áramlás turbulens, az átmérő függvények eltérése jelentősen csökken.



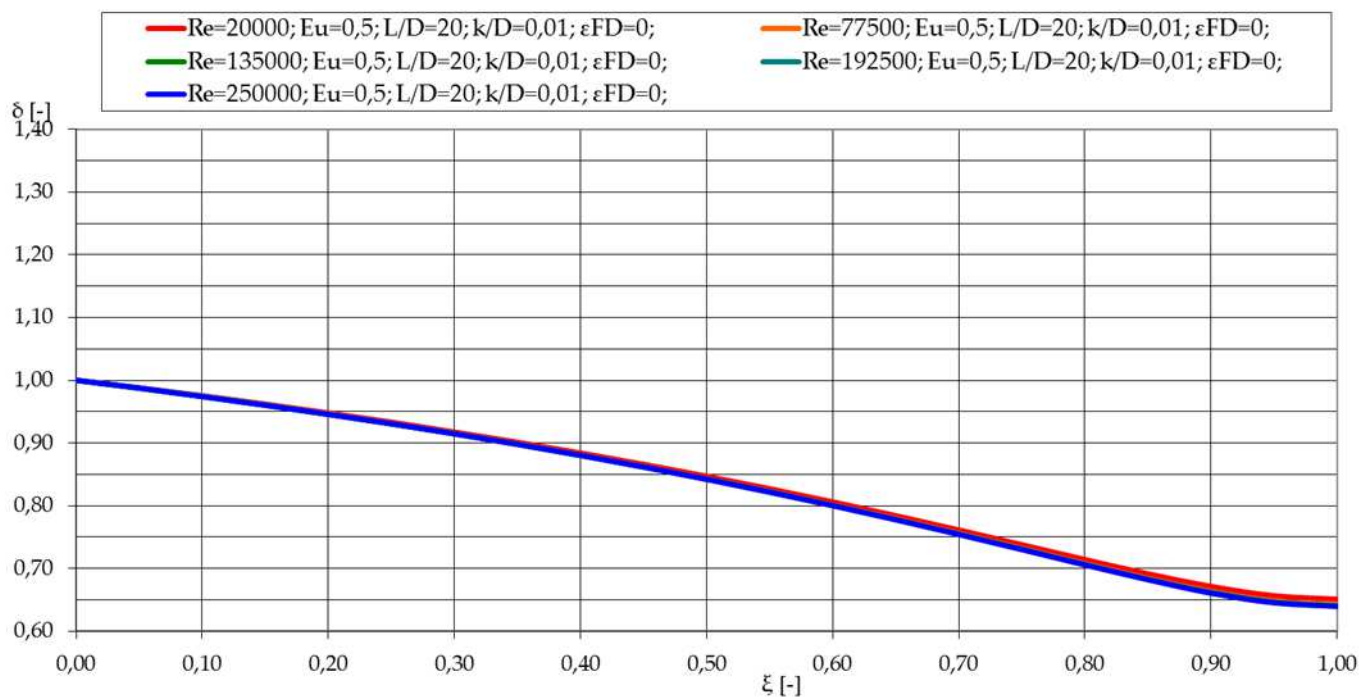
7.10. diagram: A dimenzióatlan átmérő változása a dimenzióatlan hosszúság függvényében.

Az Euler-szám növekedésének hatása nagyobb hossz-átmérő viszony esetén is megfigyelhető.

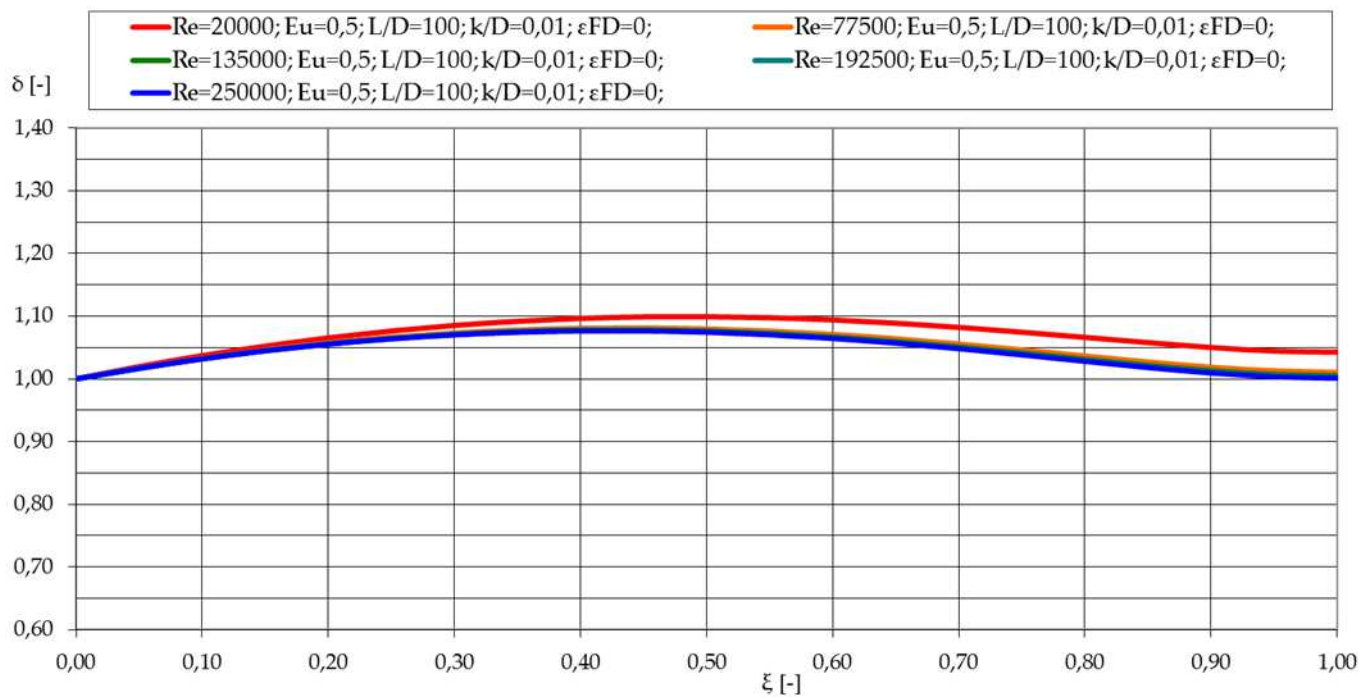


7.11. diagram: A dimenzióatlan átmérő változása a dimenzióatlan hosszúság függvényében.

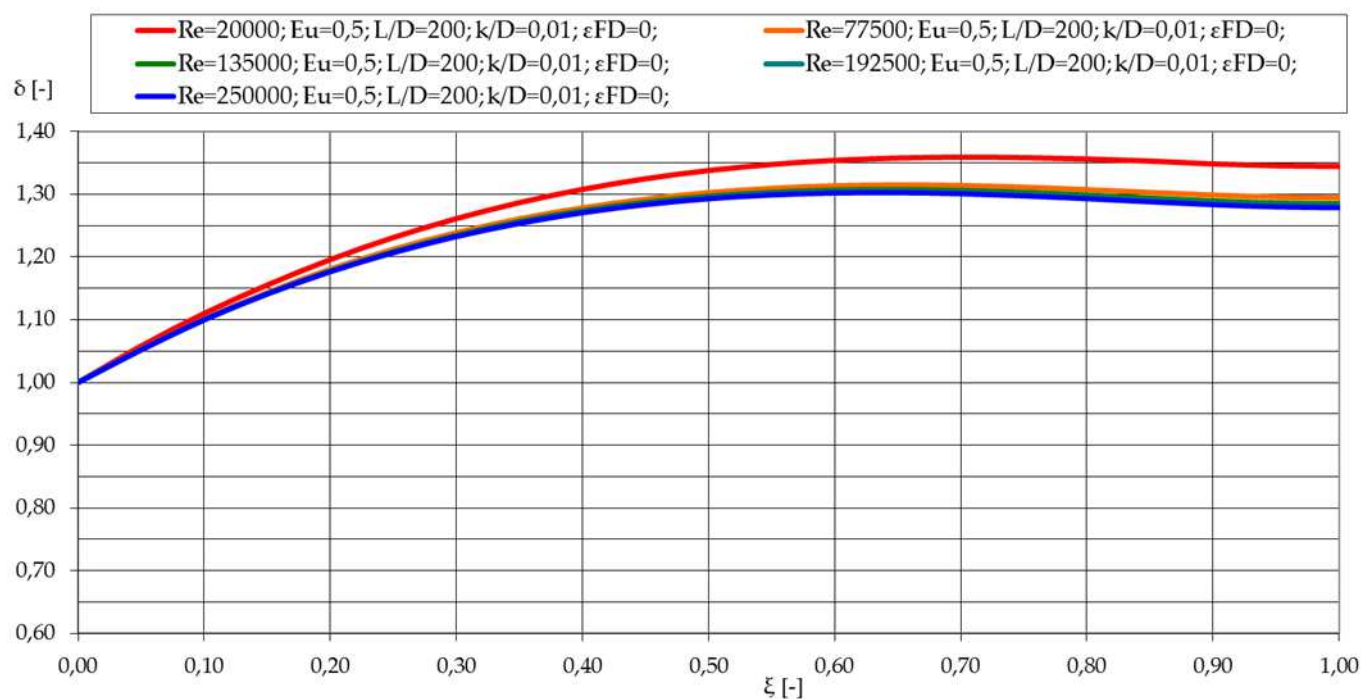
A következő diagramok (7.12. , 7.13. , 7.14. diagram) esetében a vizsgálati tartomány hasonló a korábbiakhoz, azonban a relatív érdesség értéke nem nulla. A Reynolds-szám hatása közel sem olyan jelentős, mint a megelőző, hidraulikailag sima esetekben. Ennek magyarázatára már a korábbiakban kitértem. (6.4. fejezet)



7.12. diagram: A dimensionless diameter change as a function of dimensionless length.



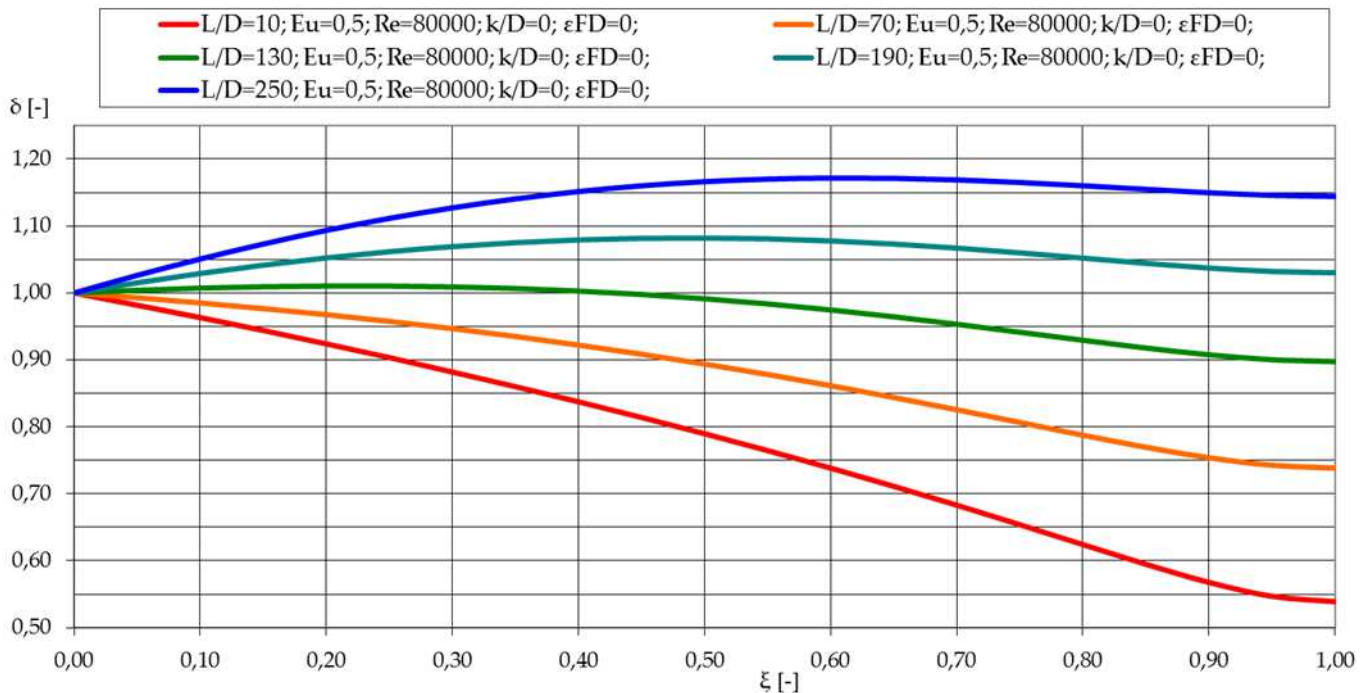
7.13. diagram: A dimensionless diameter change as a function of dimensionless length.



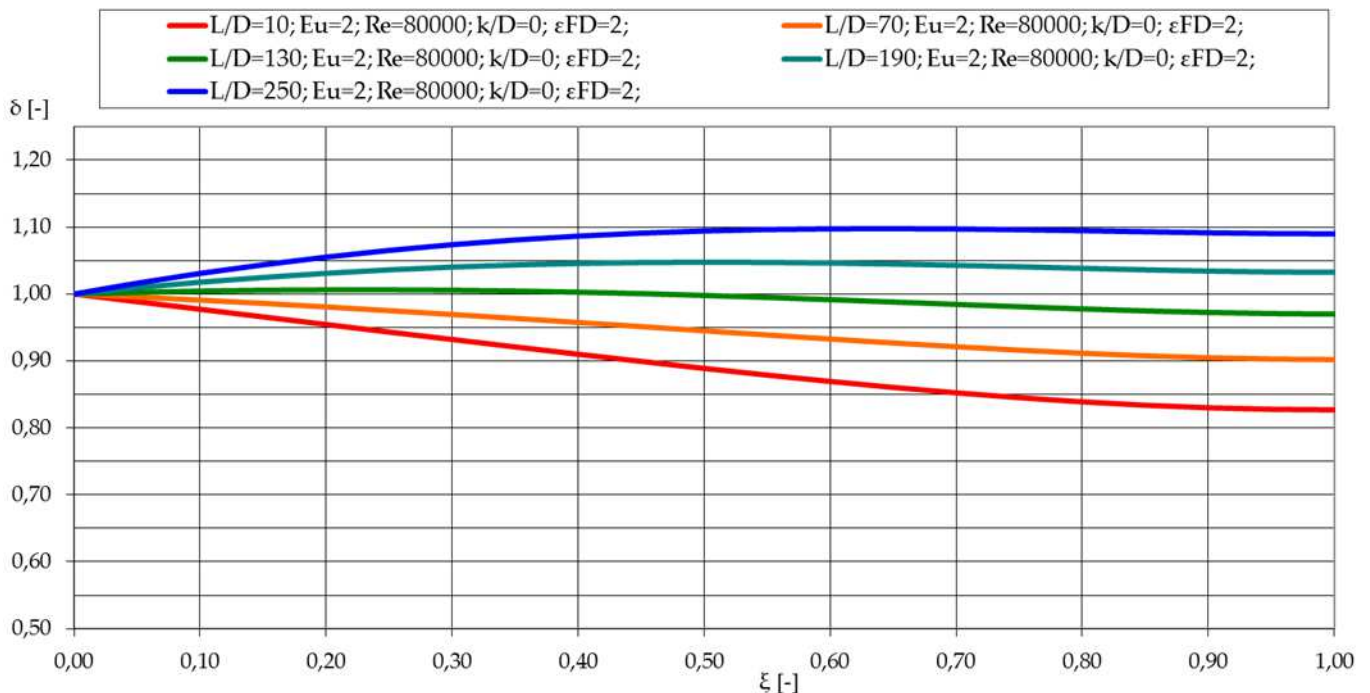
7.14. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.

7.3. A hossz-átmérő viszony hatása az átmérő függvény változására

A következő diagramok a hossz-átmérő viszony hatását mutatják be.

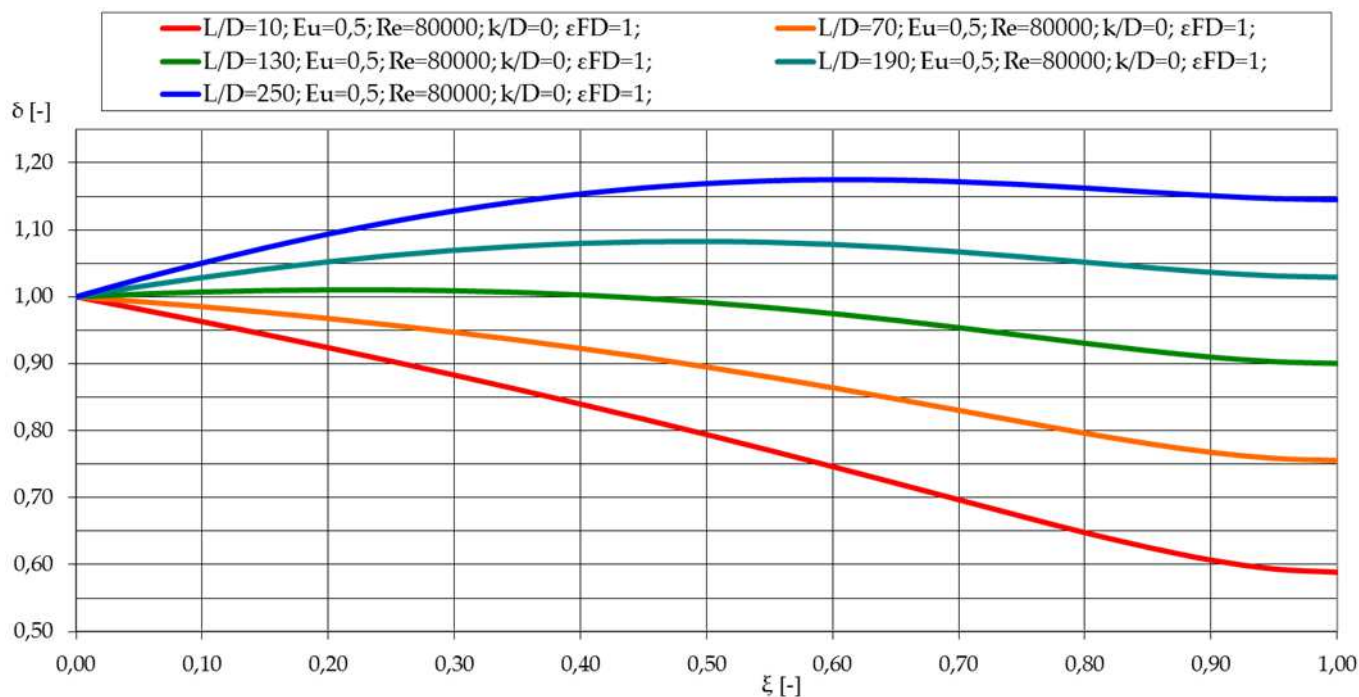


7.15. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.



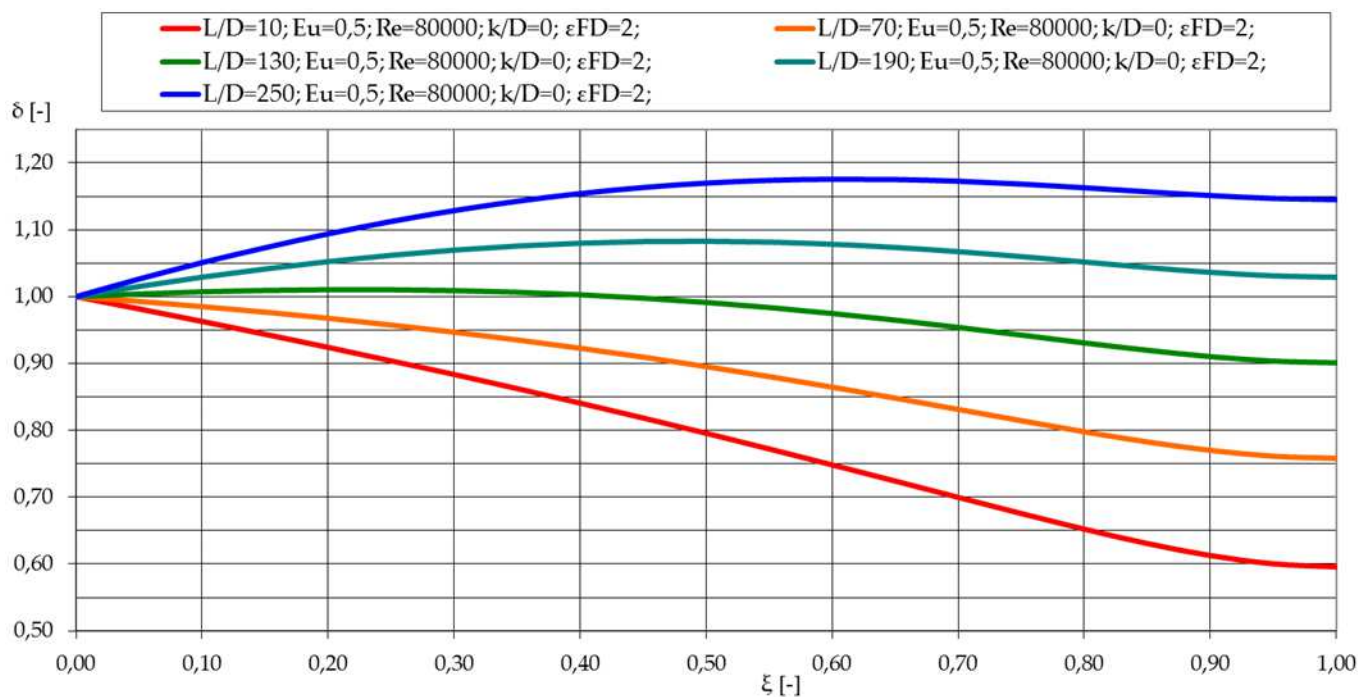
7.16. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.

Ahogy az látható, az Euler-szám hatása jelen esetben is jelentős. A jelenséget a súrlódás hatásával magyarázhatjuk. Az Euler-szám arányos a statikus nyomás és a dinamikus nyomás hányadosával. Nyilvánvaló, hogy a statikus nyomás nagyobb értékei, így nagyobb Euler számok esetén a súrlódás jelentősége csökken.



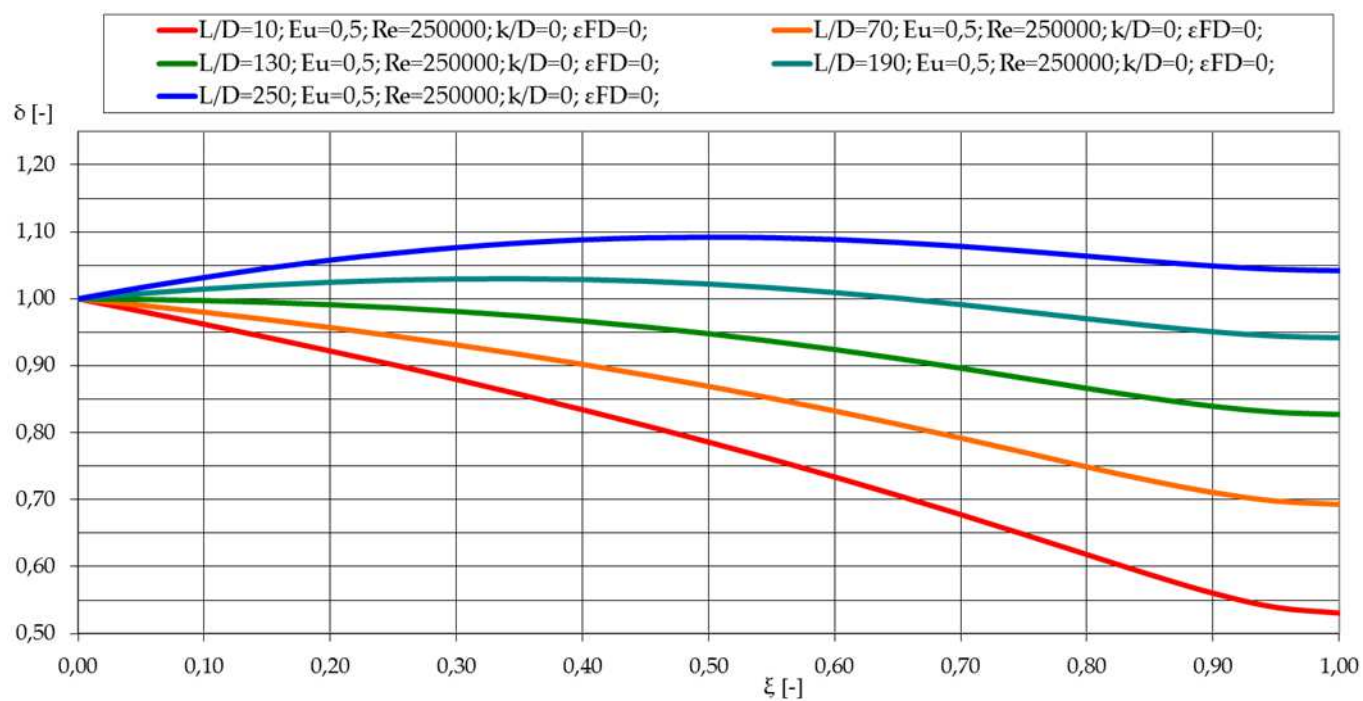
7.17. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.

Ahogy a 7.17. . és 7.18. diagramon látható, abban az esetben, ha a Forcheimer-tag hatása jelentősebb, az egyes átmérő függvények közötti különbség mértéke csökken.



7.18. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.

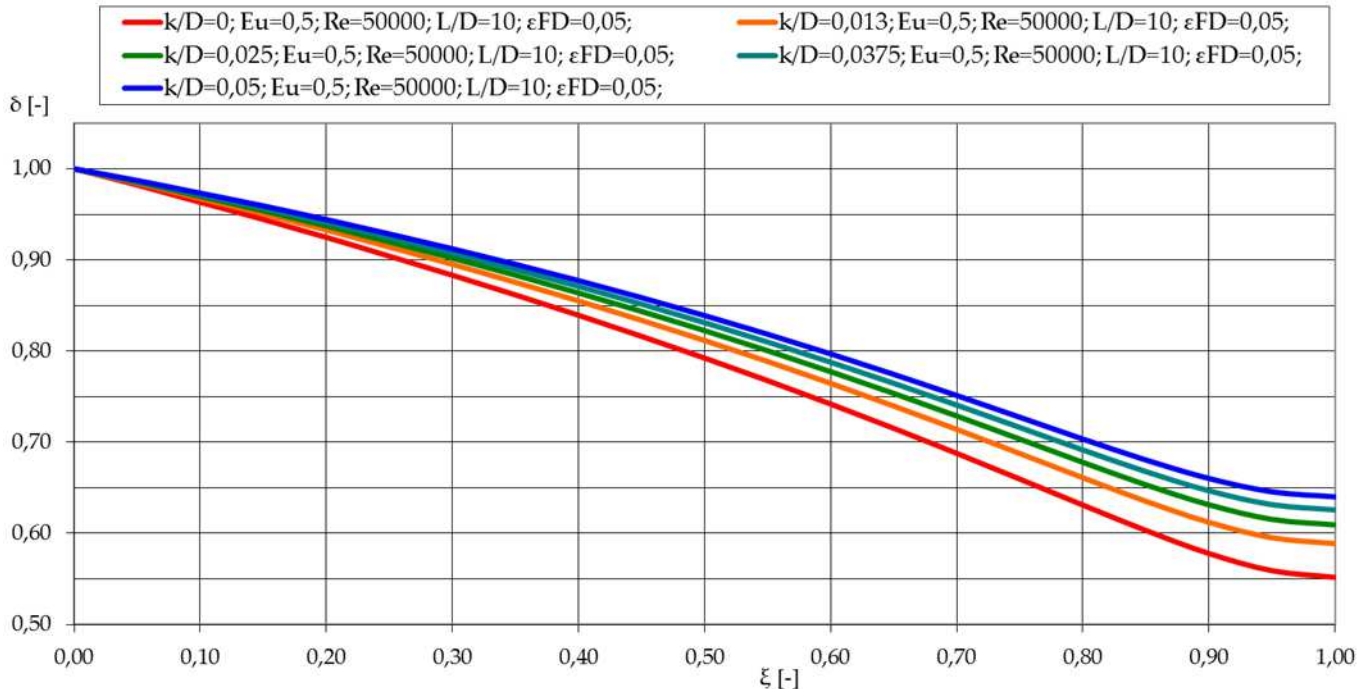
A Reynolds-szám hatása, a korábbiaknak megfelelően, elsősorban a nagyobb hossz-átmérő viszony esetén jelentős. (7.19. diagram)



7.19. diagram , A dimenziótlán átmérő változása a dimenziótlán hosszúság függvényében.

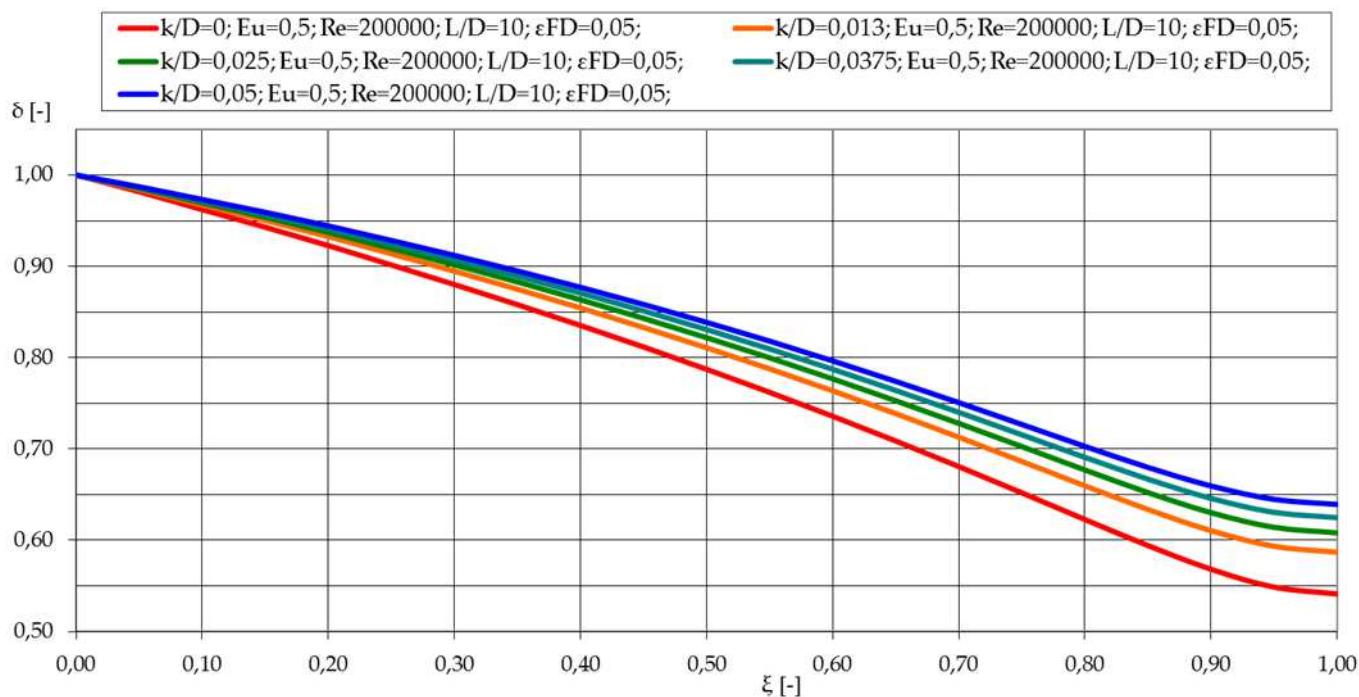
7.4. A relatív érdesség hatása az átmérő függvény változására

A következő pár diagramon a Reynolds-számon túl a csőszűrlődést befolyásoló relatív érdesség hatása lesz látható. Az első két diagram (7.20., 7.21.) esetén változik a Reynolds-szám nagysága. A hossz-átmérő viszony kicsi. A Forcheimer-tag elhanyagolható nagyságú.

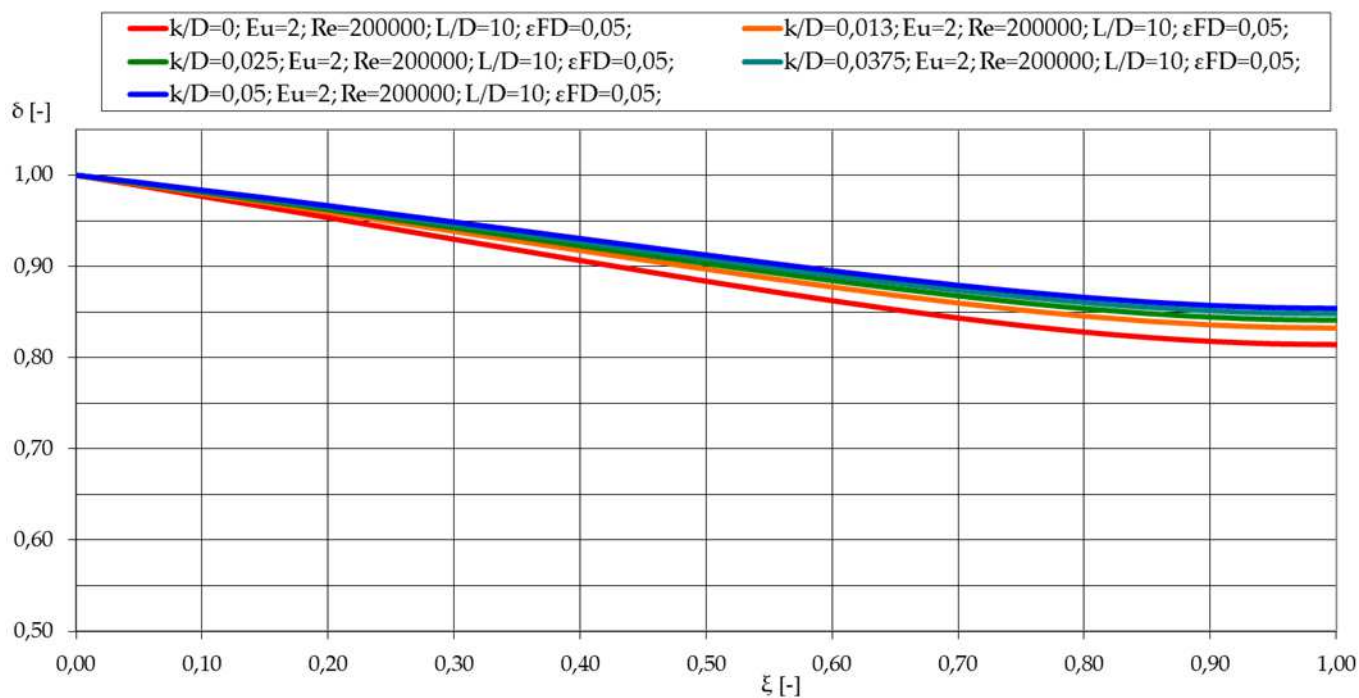


7.20. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.

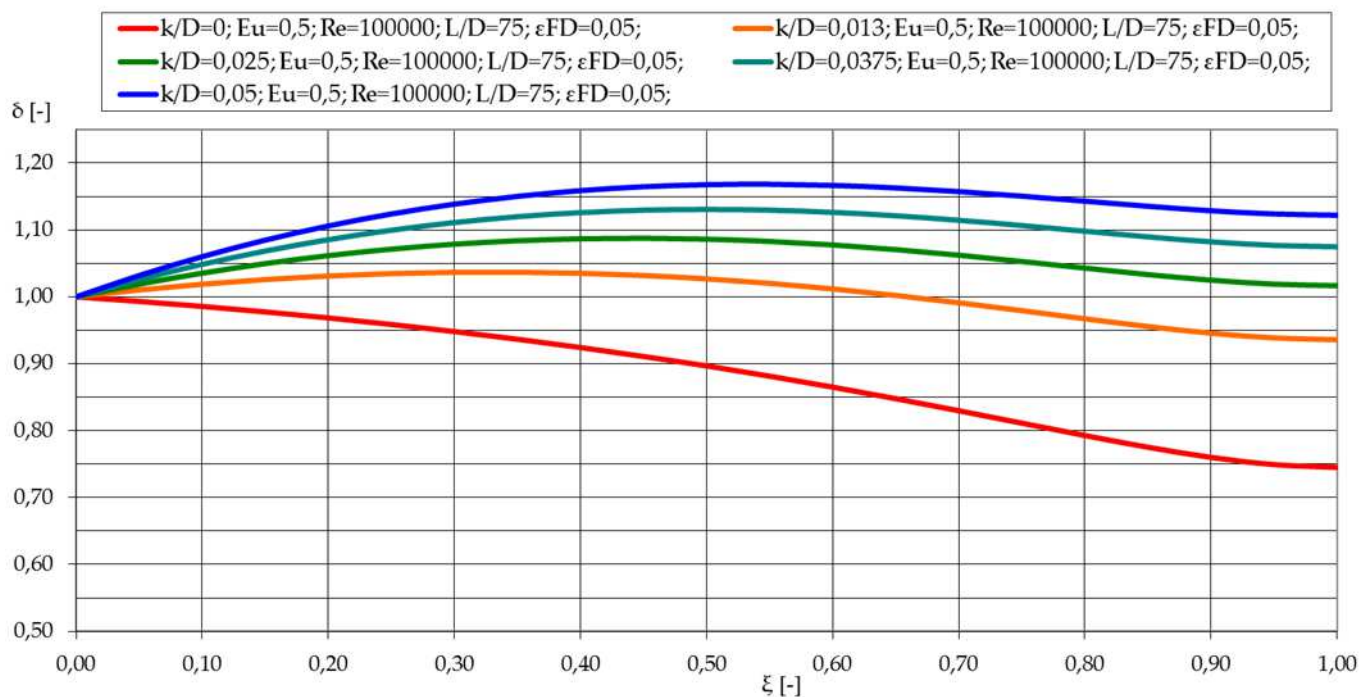
A két diagram közötti különbségek alapján megállapítható, hogy ilyen kicsi hossz-átmérő viszony esetén a Reynolds-szám hatása nem jelentős. A 7.22. diagramon jól látható, hogy nagy Euler-szám esetén a relatív érdesség változásának hatása sem számottevő. A következő diagramok esetén a hossz-átmérő viszony jelentősen nagyobb volt. Ennek hatására az egyes megoldások közötti különbségek jelentősebbé váltak. A 7.23. diagram alapján kijelenthető, hogy az érdes és a hidraulikailag sima csatornák között jelentős különbség is lehet. Ugyanakkor jelentős érdesség esetén az eltérések csatorna és csatorna között csökkennek. A 7.24. diagramon ismételten az Euler-szám hatása látható. A 7.25. diagramon egy nagyobb Reynolds-szám melletti megoldások láthatóak. A 7.26. diagram ismételten a nagyobb Euler-szám hatására csökkenő különbségeket hivatott bemutatni különböző érdességű csatornák esetén.



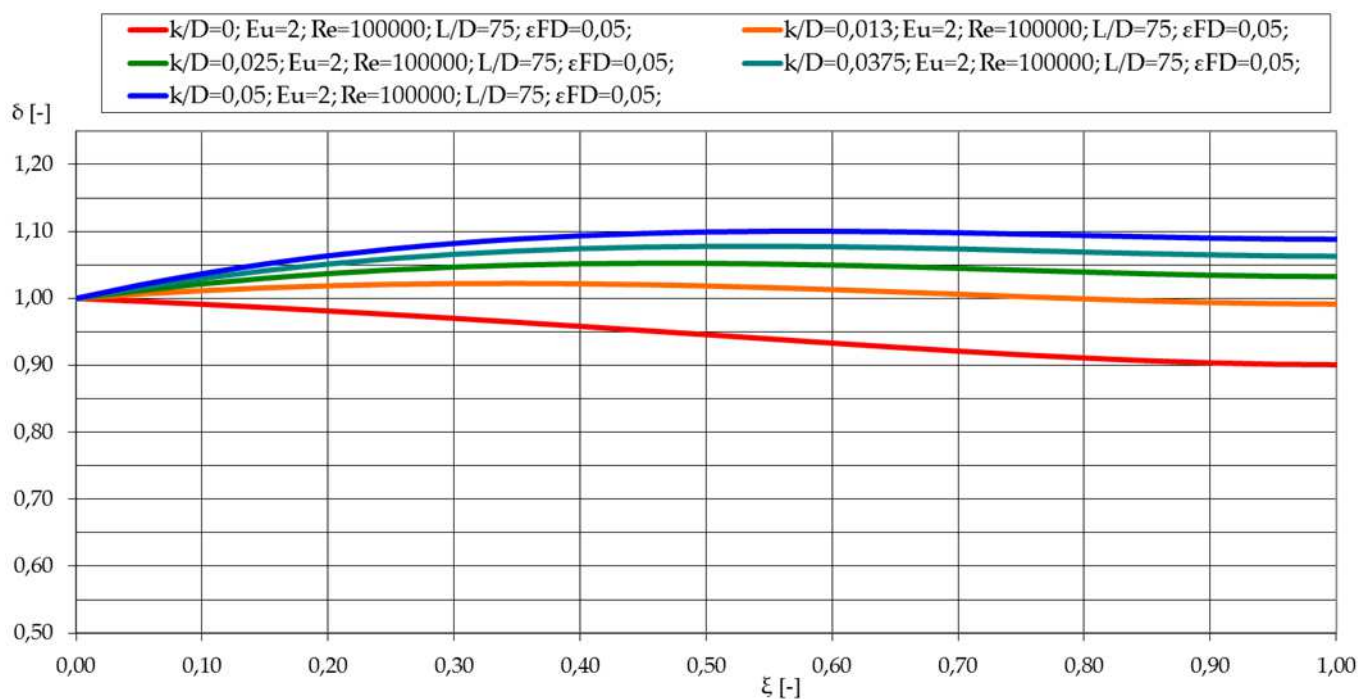
7.21. diagram: A dimenziótlán átmérő változása a dimenziótlán hosszúság függvényében.



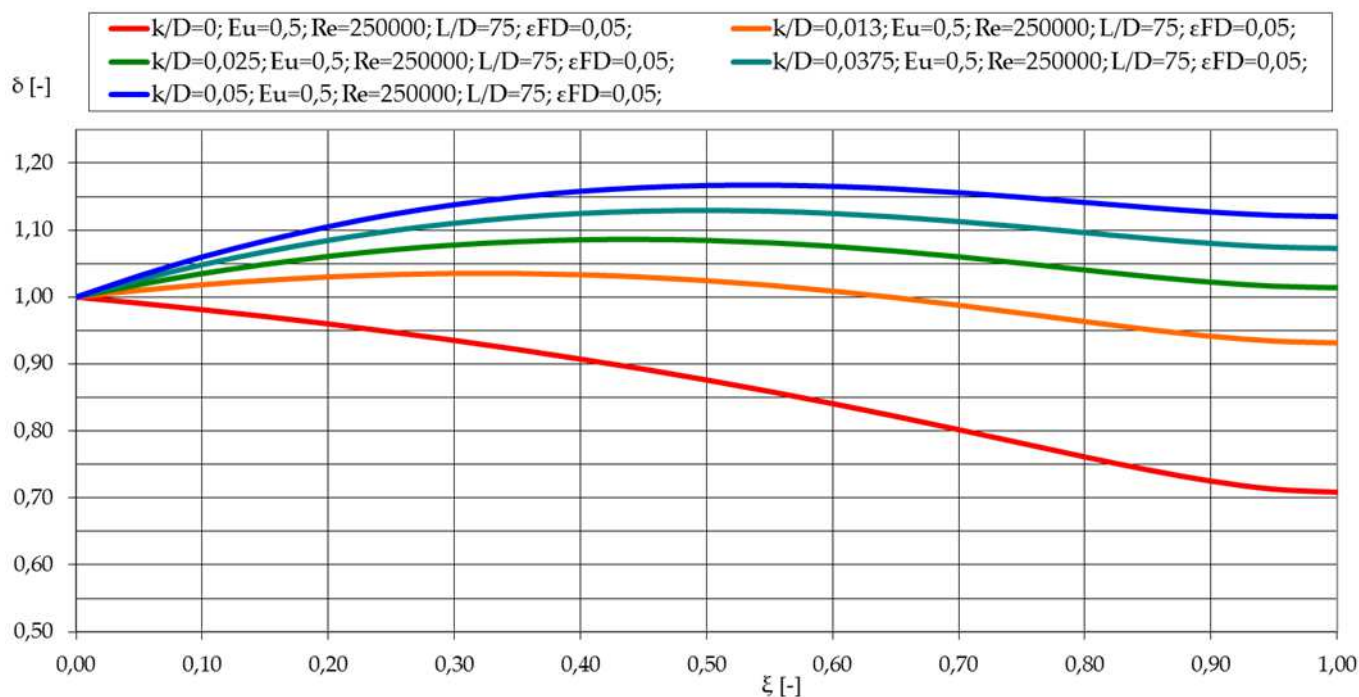
7.22. diagram: A dimenziótlán átmérő változása a dimenziótlán hosszúság függvényében.



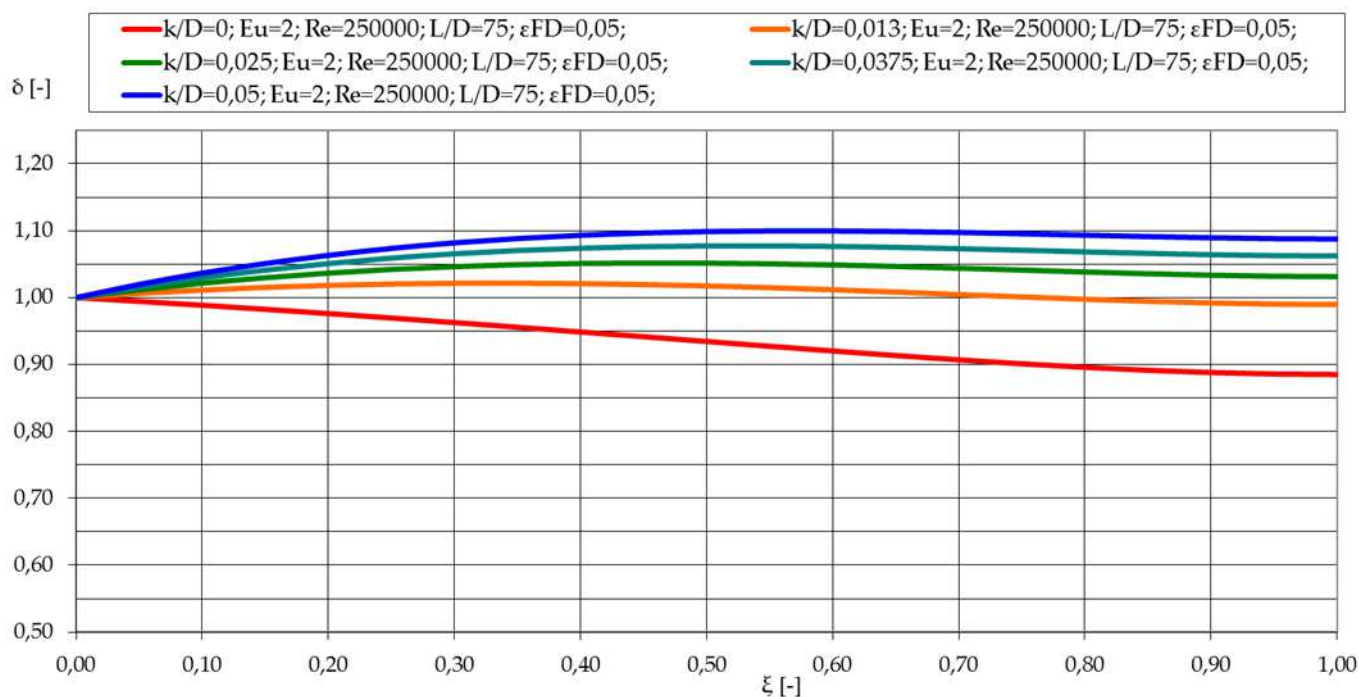
7.23. diagram: A dimenzióatlan átmérő változása a dimenzióatlan hosszúság függvényében.



7.24. diagram: A dimenzióatlan átmérő változása a dimenzióatlan hosszúság függvényében.



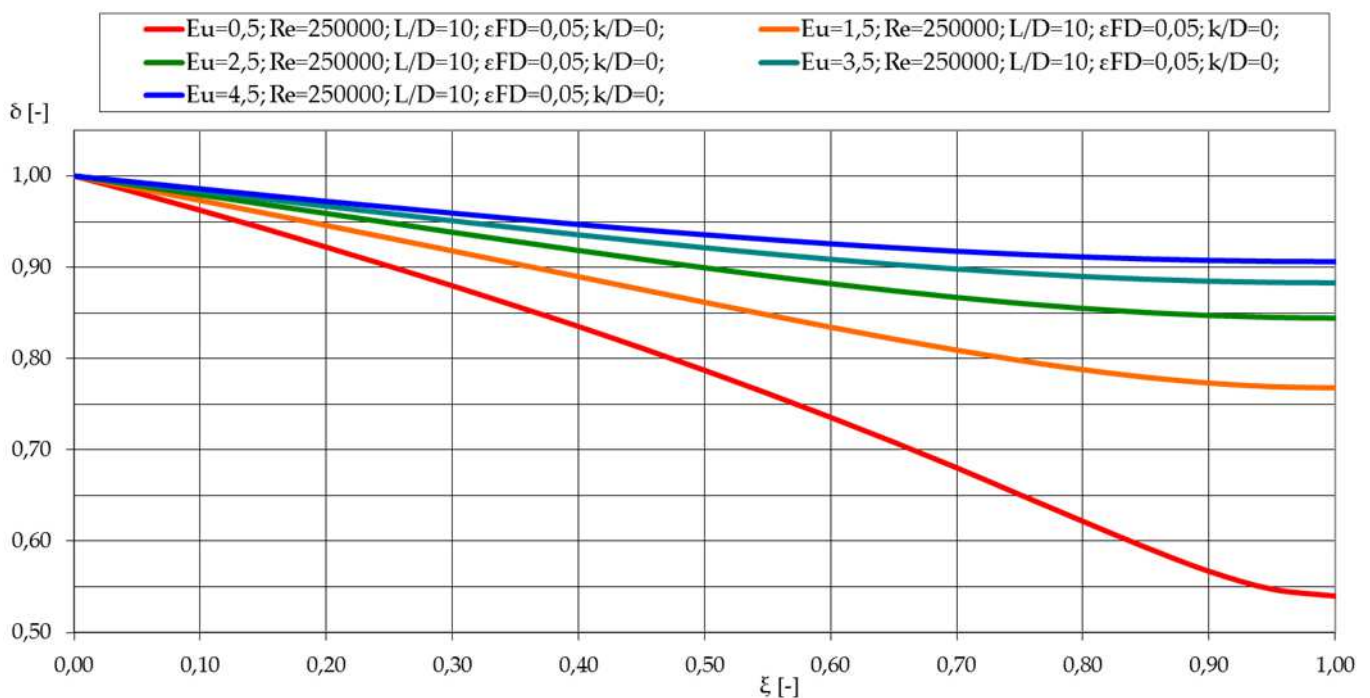
7.25. diagram: A dimenzióatlan átmérő változása a dimenzióatlan hosszúság függvényében.



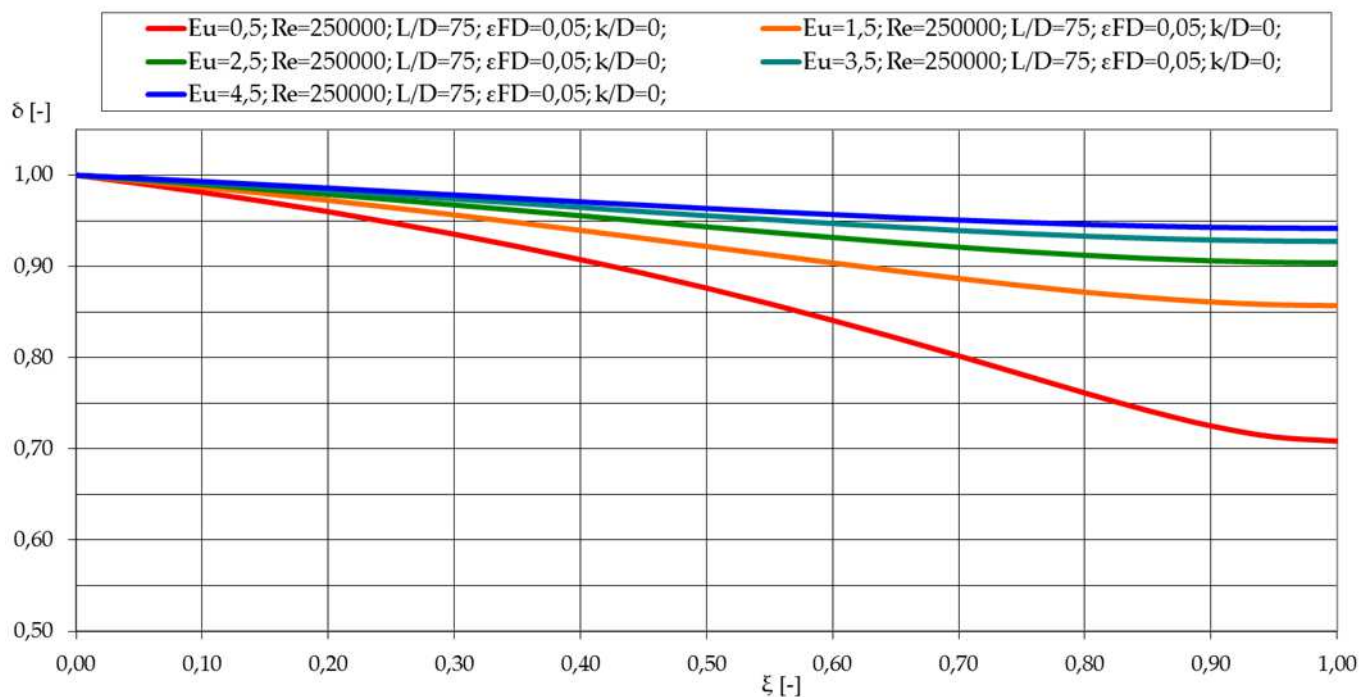
7.26. diagram: A dimenzióatlan átmérő változása a dimenzióatlan hosszúság függvényében.

7.5. Az Euler-szám hatása az átmérő függvény változására

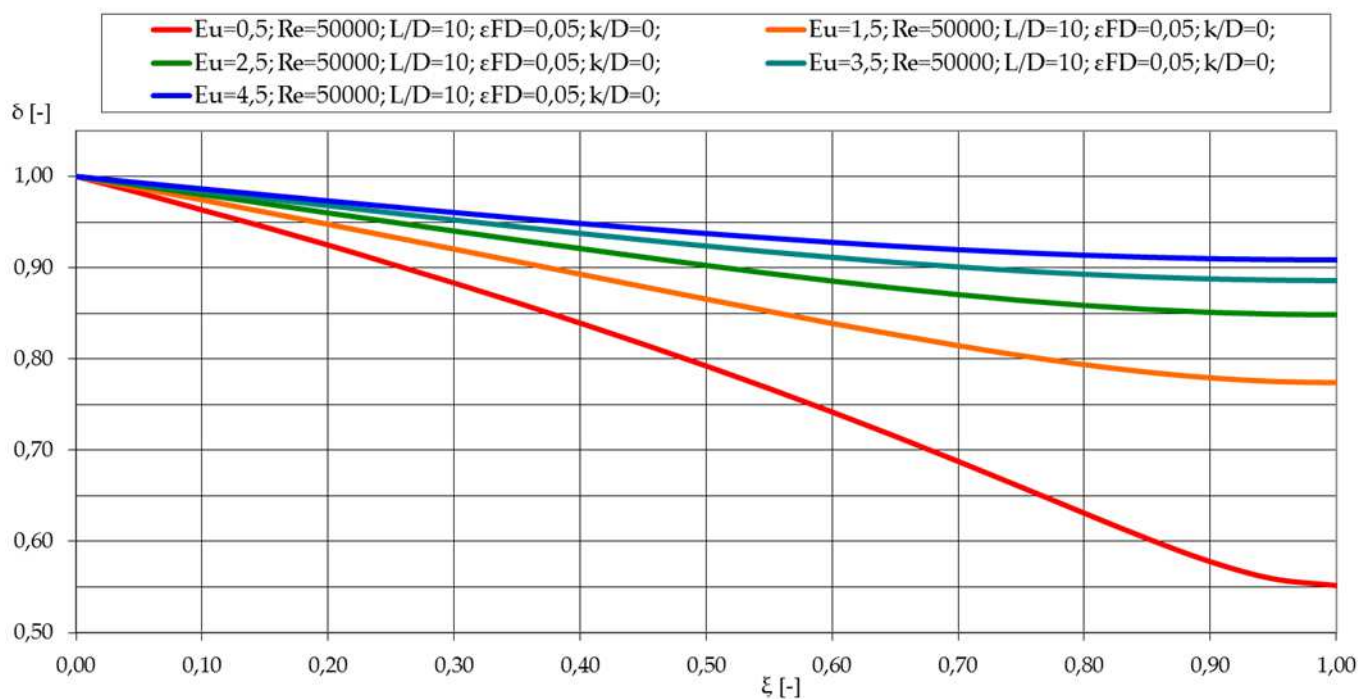
Az 7.27., 7.28., 7.29., 7.30., 7.31. diagram jól demonstrálja, hogy milyen jelentős az Euler-szám hatása. Az egyes diagramok esetében az is megfigyelhető, hogy milyen hatással vannak az egyes egyéb változók az Euler-szám hatására. Tekintetbe véve, hogy a korábbiakban az egyéb dimenziótlan csoportok már ismertetésre kerültek, a diagramok a teljesség igénye nélkül pár érdekesebb esetet mutatnak be. Jól látható, hogy a hossz-átmérő viszony növekedése hatására az egyes esetek közötti különbség csökken. Az is megfigyelhető, hogy a Reynolds-szám hatása nem jelentős, egyes esetektől eltekintve, amelyek a későbbiekben lesznek ismertetve. A Forcheimer- és a Darcy-tag aránya sem jelentős befolyásoló tényező a vizsgált esetekben. A 7.32. és 7.33. diagramon ugyanakkor az is jól látszik, hogy bizonyos esetekben az Euler-szám hatása sem jelentős, illetve, hogy adott esetben a Reynolds-szám megváltozott értéke miatt jelentőssé válhat.



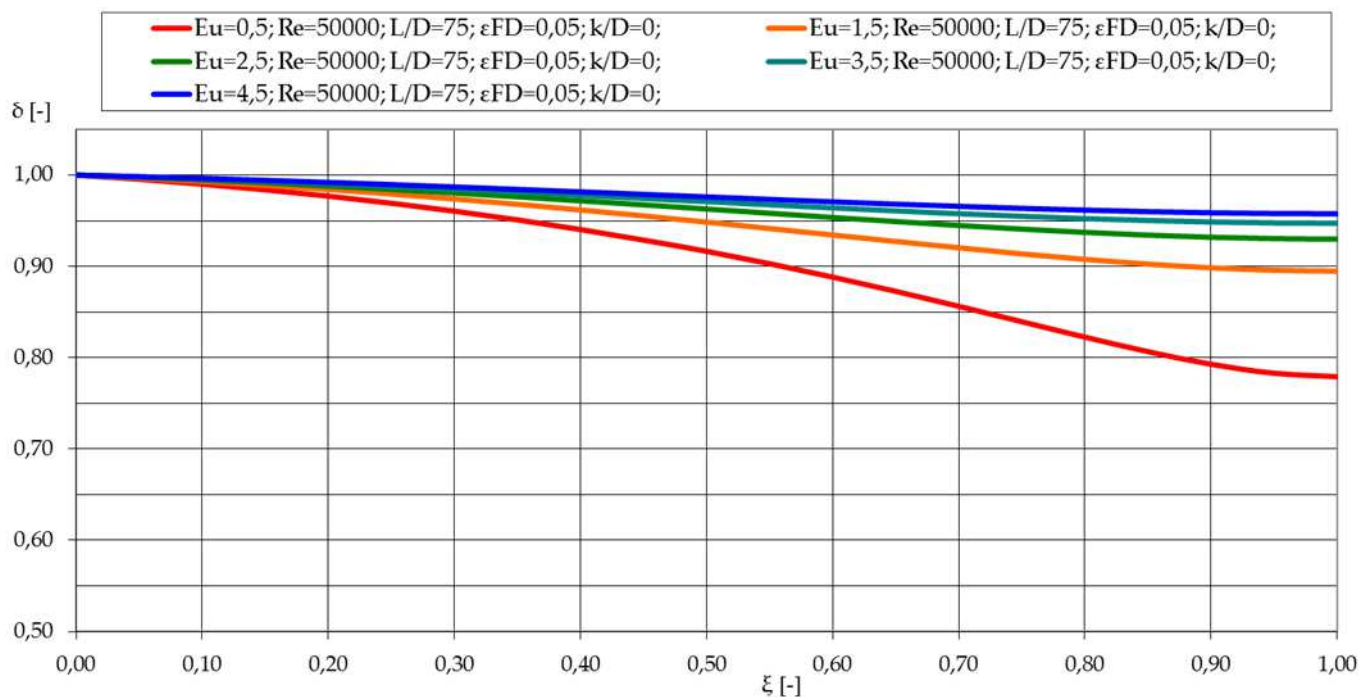
7.27. diagram: A dimenziótlan átmérő változása a dimenziótlan hosszúság függvényében.



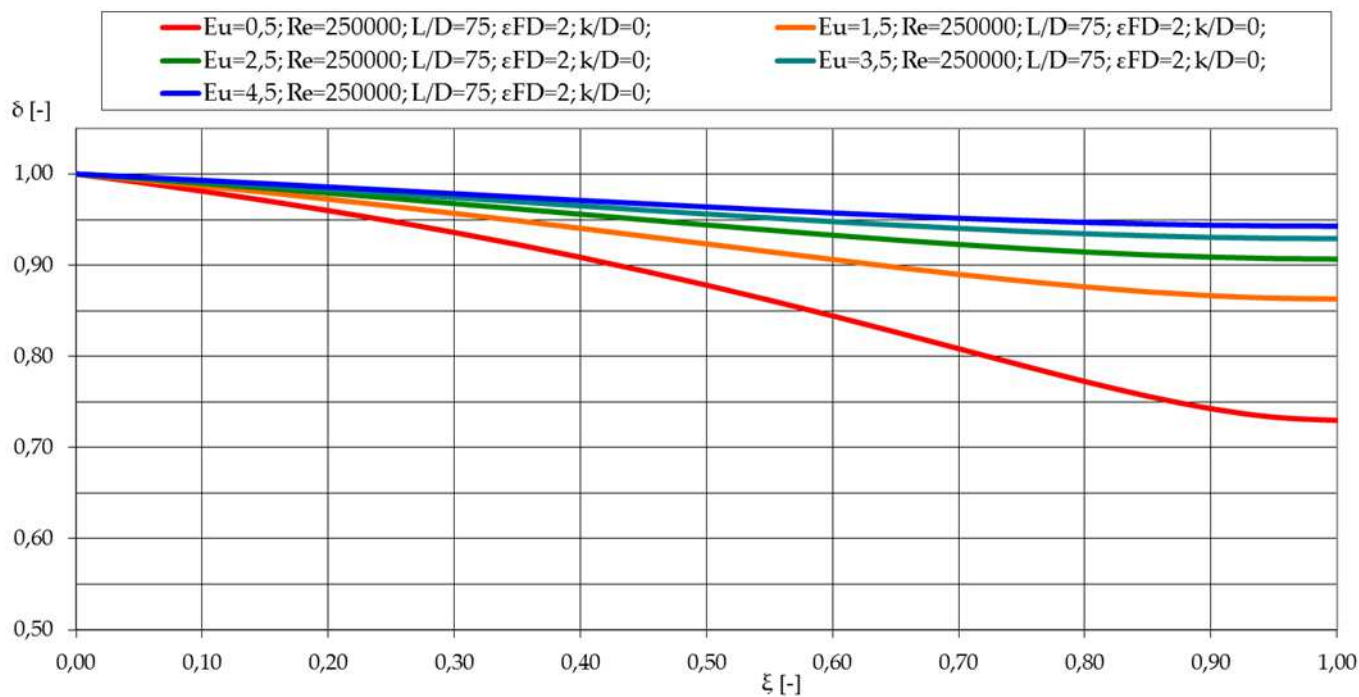
7.28. diagram: A dimenziótlán átmérő változása a dimenziótlán hosszúság függvényében.



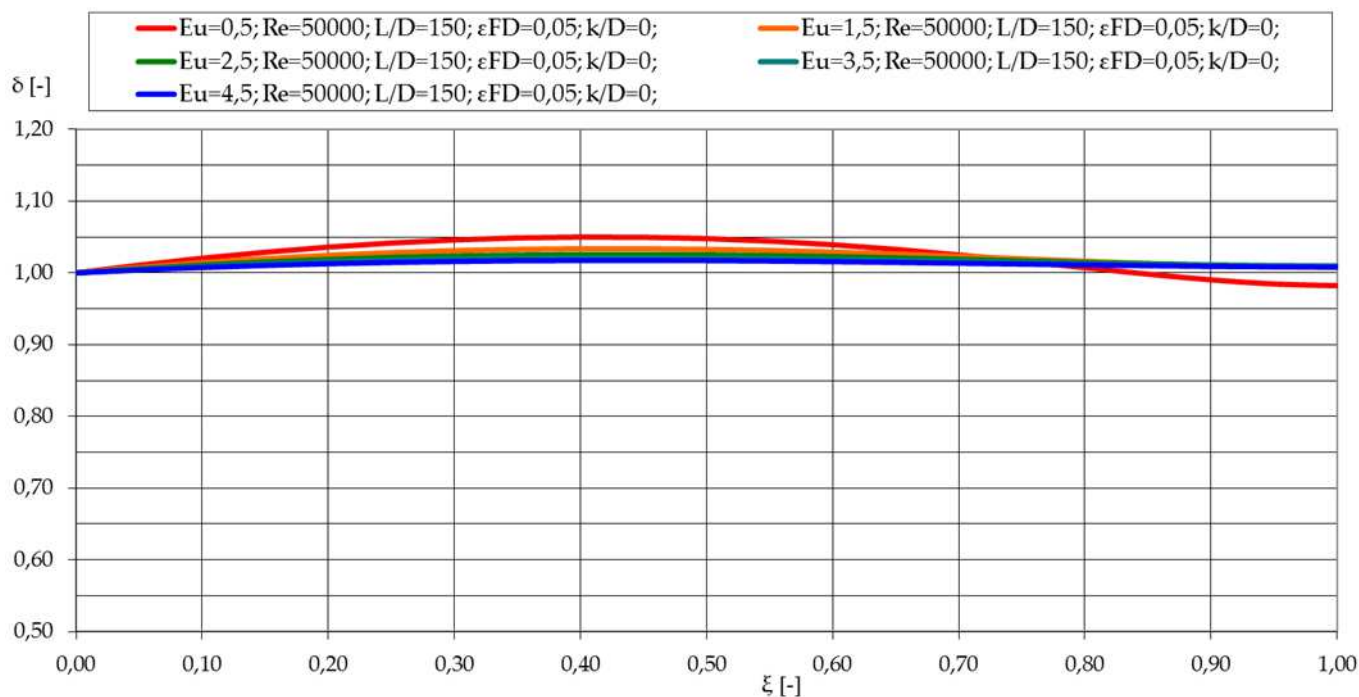
7.29. diagram: A dimenziótlán átmérő változása a dimenziótlán hosszúság függvényében.



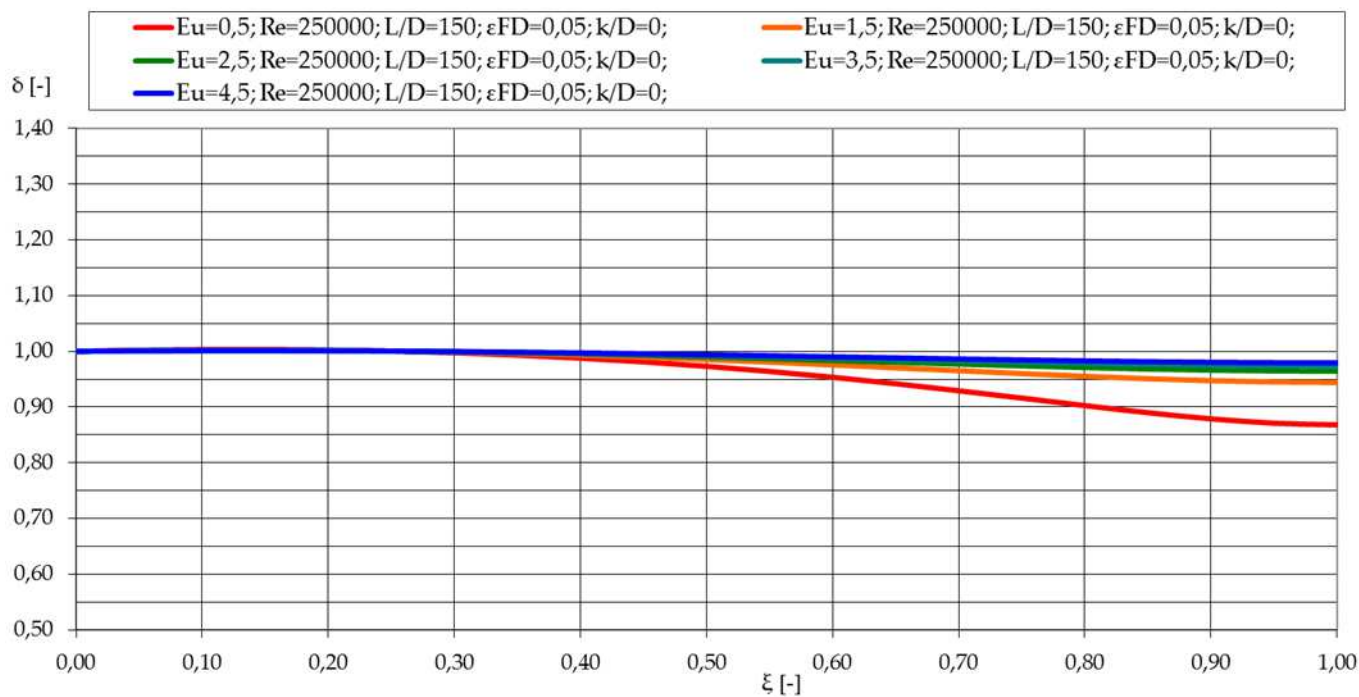
7.30. diagram: A dimenziótlán átmérő változása a dimenziótlán hosszúság függvényében.



7.31. diagram: A dimenziótlán átmérő változása a dimenziótlán hosszúság függvényében.



7.32. diagram: A dimenziótlán átmérő változása a dimenziótlán hosszúság függvényében.



7.33. diagram: A dimenziótlán átmérő változása a dimenziótlán hosszúság függvényében.

8. GYAKORLATI PÉLDÁK

8.1. Bevezetés

A fejezet célja, hogy a korábbiakban leírtak demonstrálására konkrét adatok segítségével bemutassa az eredményeket. A példák célja nem az, hogy az említésre kerülő komfort terekben optimálisan helyezzük el a befúvó szerkezeteket vagy a megtakarítható energia mennyiségét vizsgáljuk. Bizonyos esetekben lehet, hogy létezik jobb megoldás az adott térben történő ventilláció, klímatisztítás megvalósítására, mind gazdasági, mind komfort szempontok figyelembe vétele alapján. Ezek a kérdések túlmutatnak ezen dolgozat keretein. A példák célja pusztán az, hogy a korábbi dimenziótlan számokkal folytatott számításokat közérthetőbb módon világítsák meg.

8.2. A megoldás menete

A megoldások minden esetben jól körülhatárolt követelményeken alapulnak. A valós input adatok (térfogatáram, megengedhető hosszúság, rendelkezésre álló nyomás, stb.) figyelembevételével először a légcsatornák által szállítandó levegő mennyiségét, hosszát határozom meg. Utána a légcsatornák átmérőjének meghatározása következik, amelyet az anyagválasztás követ. A végső lépés a dimenziótlan számok meghatározása, majd a differenciál-egyenlet megoldása a korábbiakban ismertetett módon. Itt most a dimenziótlan számok meghatározását foglalom össze még egyszer.

8.2.1. DIMENZIÓTLAN SZÁMOK MEGHATÁROZÁSA

A következőkben a fizikai paraméterek indexelésétől eltekintek, mert az egyenletek megoldásához csak a kiinduló értékekre van szükségünk, ezért pl. Re alatt $Re(x_0)$ -t értem, és ugyanígy kell értelmezni az axiális sebesség w jelölését is, amely alatt $w(x_0)$ -t értem.

8.2.1.1. ÁLLANDÓ TÉRFOGATÁRAM ÉS STATIKUS NYOMÁS TARTÁSA

Amennyiben az első, 3. fejezetben taglalt esetet szeretnénk megvalósítani, a következő dimenziótlan számok meghatározása szükséges:

- hossz-átmérő viszony - $\frac{L}{D}$,
- csőszűrlődési tényező - λ , azaz a Reynolds-szám - Re és a relatív érdesség - k/D .

$$Re = \frac{w \cdot D}{\nu} = \frac{4 \cdot \dot{V}}{D \cdot \pi \cdot \nu}, \quad (8.1.)$$

ahol

- ν a kinematikai viszkozitás, $[m^2/s]$,
- $\dot{V}$ a térfogatáram, $[m^3/s]$,
- w az axiális sebesség, $[m/s]$,
- D az átmérő, $[m]$.

8.2.1.2. ÁLLANDÓ TÉRFOGATÁRAMTARTÁSA

A 4. fejezetben taglalt eset megvalósítása valamivel bonyolultabb. A dimenziótlan számok egy része azonos az előző pontban (8.2.1.1) ismertetettekkel, de továbbiak számítása is szükséges.

Ezek a számok:

- az Euler-szám - Eu ,
- a nyomásviszony - ε_{FD} .

$$Eu = \frac{\frac{s \cdot \mu}{K_r} \cdot \frac{\dot{V}}{L \cdot \pi \cdot D} + 2 \cdot \frac{s \cdot c_F}{\sqrt{K_r}} \cdot \rho \cdot \left(\frac{\dot{V}}{L \cdot \pi \cdot D} \right)^2}{\rho \cdot w^2}, \quad (8.2.)$$

ahol

- $\dot{V}$ a térfogatáram, [m³/s],
- D az átmérő, [m],
- ρ a folyadék sűrűsége, [kg/m³],
- c_F az anyagra jellemző dimenziótlan alaki ellenállás-tényező, [-],
- μ a folyadék dinamikai viszkozitása, [Pa·s],
- K_r a porózus közeg sugárirányú áteresztőképessége, [m²],
- s az áteresztő anyag vastagsága, [m],
- p_{stat} a statikus nyomás, [Pa],
- L a csatorna hossza, [m].

A következő megjegyzést fűzhetjük a (8.2.) egyenlethez. A számláló első tagjának második része

$$\frac{\dot{V}}{L \cdot \pi \cdot D} = \frac{w \cdot D^2 \cdot \pi / 4}{L \cdot \pi \cdot D} = \frac{w \cdot D}{4L}, \quad (8.3.)$$

alakra hozható, ahol

- w az axiális sebesség, [m/s].

Így:

$$Eu = \frac{\frac{s \cdot \mu}{K_r} \cdot \frac{w \cdot D}{4L} + 2 \cdot \frac{s \cdot c_F}{\sqrt{K_r}} \cdot \rho \cdot \left(\frac{w \cdot D}{4L} \right)^2}{\rho \cdot w^2} = \frac{s}{w \cdot \sqrt{K_r}} \cdot \left(\frac{\nu}{\sqrt{K_r}} \cdot \frac{D}{4L} + 2 \cdot \frac{c_F}{\sqrt{K_r}} \cdot w \cdot \left(\frac{D}{4L} \right)^2 \right), \quad (8.4.)$$

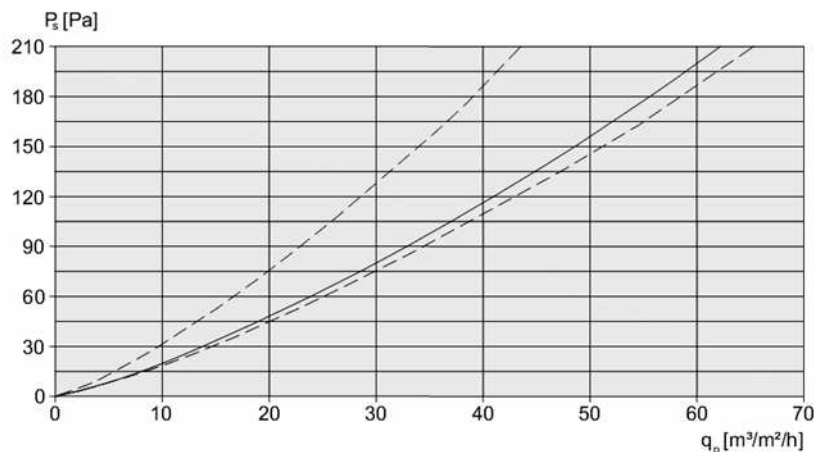
- ν a kinematikai viszkozitás, [m²/s].

Az ε_{FD} nyomásviszony a következő módon számítható:

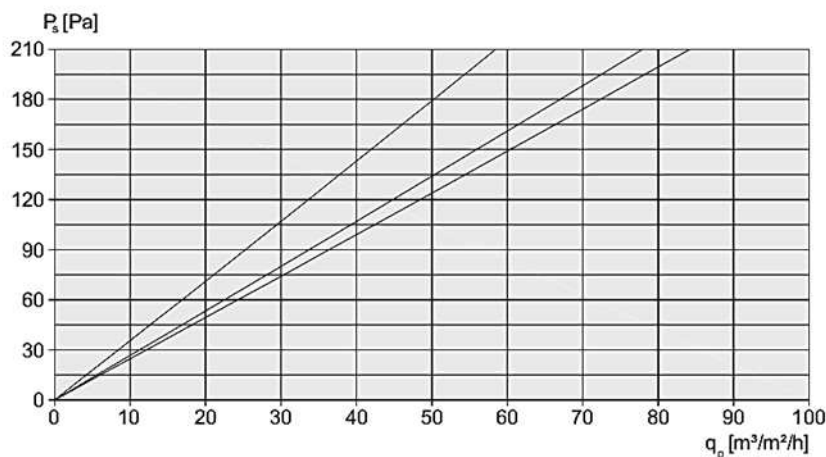
$$\varepsilon_{FD} = \frac{c_F \cdot \sqrt{K_r}}{\nu} \cdot \frac{w \cdot D}{4L} \quad (8.5.)$$

8.2.2. ÁTERESZTŐ ANYAGOKRA JELLEMZŐ KONSTANSOK MEGHATÁROZÁSA

Az áteresztő anyagok esetében legegyszerűbb módon a gyártói adatokat használhatjuk fel. Egyes esetekben ez csupán a négyzetméterenként kilépő levegő mennyisége, 120 Pa nyomáskülönbség mellett. Más gyártók megadják az anyagra jellemző jelleggörbét, a gyakorlat számára érdekes tartományban. Erre szolgáltat példát a következő két ábra (8.1., 8.2.). Az utóbbi mellett szól az a tény, hogy a két bemutatott anyag közelítőleg azonos légmennyiséget ereszt át 120 Pascalon. (A 25430-as anyag 40 m³/h/m²-t, a 25700-as 50 m³/h/m²-t.)



8.1. ábra: Anyag száma (KE-no.): 25430 [23].



8.2. ábra: Anyag száma (KE-no.): 25700 [23].

A Forcheimer-Dupuit-egyenletben szereplő konstansok (az anyagra jellemző dimenziótlan alaki ellenállás-tényező, c_F [-]; a porózus közeg sugárirányú áteresztőképessége, K_r [m²]) általában nincsenek megadva. Meghatározásukra az Excel Solver funkcióját használtam. A KE Fibertec anyagaihoz tartozó diagramokról leolvasott értékekre a legkisebb négyzetek módszerét alkalmazva határoztam meg a Forcheimer-Dupuit-egyenlet ismeretlen konstansait. A meghatározott adatok a következő táblázatban (8.1. táblázat) szerepelnek.

<i>Anyagcsalád neve, anyag száma</i>	<i>s</i>	<i>K</i>	<i>C_F</i>	<i>Áteresztett légmennyiség 120 Pa-on (Együtthatókkal számítva.)</i>
<i>Trevira polyester</i>	<i>[m]</i>	<i>[m²]</i>	<i>[-]</i>	<i>[m³/h/m²]</i>
25700	7,0E-04	1,34E-12	13,68	45
25710	6,0E-04	3,71E-12	0,00	148
25020	6,0E-04	5,03E-12	0,00	200
25030	6,0E-04	8,70E-12	3,57	326
25500	6,5E-04	1,66E-11	5,73	501
25600	6,0E-04	2,43E-11	3,35	780
22400	6,0E-04	4,27E-11	1,37	1383
<i>Trevira flame retardant</i>				0
25430	4,5E-04	1,10E-12	536,71	41
25430A	4,5E-04	1,10E-12	536,71	41
25420	4,5E-04	4,08E-13	0,00	22
25450	4,8E-04	1,62E-12	11,98	79
25480	4,8E-04	6,93E-12	3,94	325
<i>Nomex</i>				0
13521	4,4E-04	2,46E-12	0,00	133
13522	5,5E-04	6,78E-12	6,76	271
13523	5,7E-04	1,02E-11	3,85	392
13524	5,5E-04	1,14E-11	3,62	450
13525	5,0E-04	1,63E-11	1,97	706
<i>Trevira antistatic</i>				0
35020	6,0E-04	5,03E-12	0,00	200
35030	6,0E-04	8,79E-12	3,99	326
35500	6,5E-04	1,67E-11	5,74	504
<i>Clean room</i>				0
12586	2,5E-04	3,41E-12	6,54	305
13586	2,0E-04	8,11E-12	6,17	774

8.1. táblázat: Különböző szövetanyagok jellemzői.

8.3. Példák

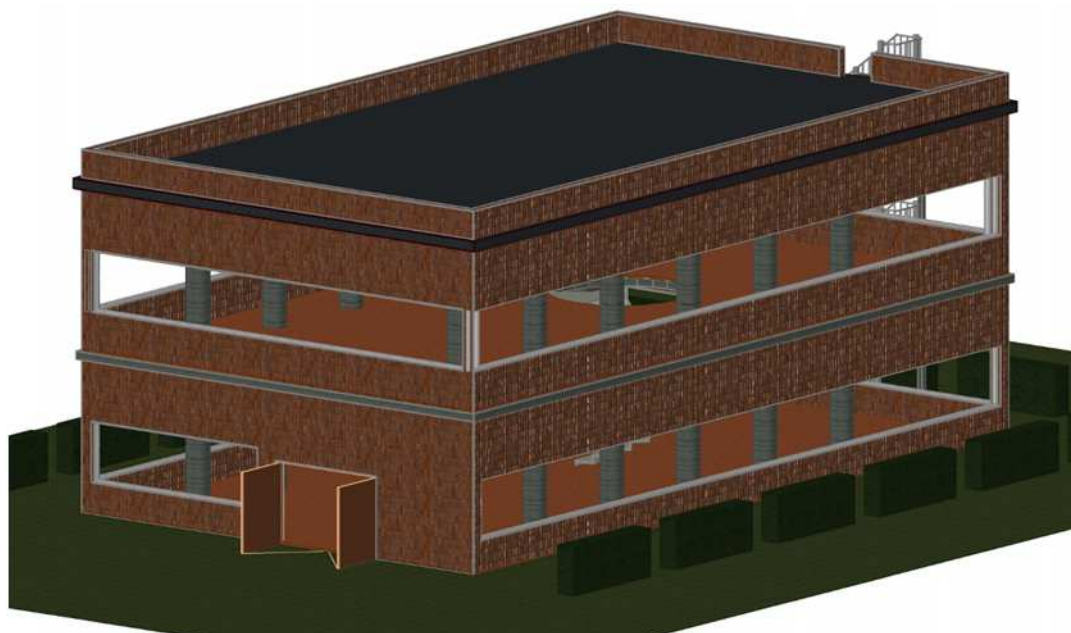
8.3.1. ÉTTEREM SZELLŐZTETÉSE

Példánk egy étterem légtechnikai rendszere lesz. A bemenő adatokat a 8.2. táblázat tartalmazza:

<i>Bemenő adatok</i>		
Épület típusa	Étterem	
Alapterület	21x12	m ²
Személyek aktivitási szintje	1,2	met
Foglaltsági adatok	176	fő
Kategória	„A”	-
Operatív hőmérséklet	Nyár: 24,5±1	°C
	Tél: 22,0±1	°C
Maximális közepes légsebesség	Nyár: 0,18	m/s
Turbulencia fok=40%	Tél: 0,15	m/s
Maximális hangnyomásszint	30	dB(A)
Maximális hőmérséklet gradiens	2	°C
Hőterhelés nyáron	40,8	kW
Hőszükséglet télen	13,4	kW
Szállítandó légmennyiség	16500	m ³ /h

8.2. táblázat: Bemenő adatok.

Az étterem a 8.3. ábrán látható:



8.3. ábra: A mintaépület.

Nyilvánvaló, hogy a gyakorlatban a légcsatornák elhelyezése igen kötött is lehet. A tervezőnek együtt kell működnie a különböző szakágakkal. Ugyanakkor jelen esetben feltételezzük, hogy a teret teljes hosszában és szélességében is igénybe vehetjük.

8.3.1.1. LÉGVEZETÉSI RENDSZER VÁLASZTÁSA

Jelen esetben nem célom a helyiségek légvezetési rendszerének, a befúvók vagy elszívók kiválasztásának lépéseit bemutatni. Ennek ellenére mindenképpen érdemes megjegyezni pár dolgot. Az első, ami szembetűnő, hogy a helyiségek belmagassága nem túlságosan nagy. Ezért nem érdemes pl. sugár légvezetési rendszert alkalmazni, hiszen az a tartózkodási zónában megnövekedett légsebességhez és diszkomforthoz vezetne. A következőkben bemutatandó első megoldáshoz áteresztő anyagú szövet légcsatornát használok (4. fejezet szerinti gondolatmenet). A második megoldásban egy olyan rendszer fog szerepelni, amelyre leginkább a 3. Fejezetben ismertetett jellemzők vonatkoznak, azaz célunk az állandó statikus nyomás tartása.

8.3.1.2. ÁTERESZTŐ ANYAGÚ SZÖVET LÉGCSATORNÁK ALKALMAZÁSA

Első lépésként a légcsatornák számát és átmérőjét kell megállapítanunk. Számukat a vetőtávolság alapján határozhatjuk meg például, amely maximálisan akár 1,5 méter is lehet [27]. Akár ezt is alapul vehetnénk, de egy másik gyártó szerint a légcsatornák középvezetési távolsága CR 1752 szerinti „A” kategóriájú tér esetén 2-4 méter. [25] A maximális légsebesség zajvédelmi és egyéb okok miatt (a légcsatorna pulzálni kezdhet és károsodhat) 7-8 m/s, ha nincs bizonyos távolságon belül valamilyen olyan elem, amely az áramlást megzavarhatja, pl. egy könyök. [25] Ebben az esetben kisebb maximális sebességet engedhetünk meg. A minimális légsebesség 5 m/s, gazdaságossági okokból. [26]

Ezeket figyelembe véve a következő eredményekre juthatunk:

- Amennyiben az egyes légcsatornák közötti távolságot 2,5 méterre választjuk, a hosszabbik fallal párhuzamosan 3 légcsatornát helyezhetünk el szintenként. (a. eset)
- A rövidebbik fallal párhuzamosan ez a szám 7, ha a legkisebb választott távolság 2 méter. (b. eset)

Az emeleten az a. esetet fogom alkalmazni, ez azt jelenti, hogy légcsatornánként 2750 m³/h-t kell elosztanunk. A b. esetet a földszinten alkalmazom, ekkor a térfogatáram 1200 m³/h légcsatornánként.

Fontos még megjegyezni, hogy egyes gyártók szerint (pl. KE Fibertec) a statikus nyomás ideális értéke az elosztó hálózatra történő csatlakozás helyén 60-120 Pa között mozog. Ezek figyelembevételével számíthatjuk az egyes dimenziótlan paramétereket. Az anyag választására két lehetőség adódik. Vagy megadjuk az áteresztő képességét és az alaki ellenállás tényezőjét, és ezekből számítjuk a kiinduló keresztmetszetben a statikus nyomás, vagy kiszámoljuk a légcsatorna külső felületét, a légcsatorna által elosztandó térfogatáramot elosztjuk ezzel a felülettel, majd a diagramokat felhasználva anyagot választunk. Én az első megoldást választottam.

Külön kitérnék még az abszolút érdesség meghatározására. A gyártók ezzel kapcsolatban nem közölnek adatokat, így a szakirodalomra kell hagyatkoznunk. [21] A szakirodalom a flexibilis, szövet anyagú légcsatornákkal kapcsolatban 1 és 4,6 mm között jelöli meg az érdesség értékét, amennyiben az teljesen ki van nyújtva.

Az a. eset adatai a 8.3. táblázatban láthatóak. Az optimalizált légcsonna a 8.4. ábrán szerepel.

Alapadatok		Dimenziótlan számok	
V [m ³ /h]	2750	Re	161827
D [mm]	400	l/D	40,0
L [m]	16,0	Eu	1,122
k [mm]	1,0	k/D	0,0025
Szükséges áteresztőképesség [m ³ /h/m ²]	137	ε_{FD}	0,027
Anyagjellemzők			
Anyag	25030	s [mm]	0,6
K [m ²]	8,703E-12	cf [-]	3,567
Egyéb eredmények			
w [m/s]	6,1	p _{st} [Pa]	50

8.3. táblázat



8.4. ábra: Az optimalizált légcsonna a. eset.

A légcsonna átmérője a végén 323 mm.

A b. eset alapadatai a 8.4. táblázatban szerepelnek, az optimalizált légcsonna a 8.5. ábrán látható.

Alapadatok		Dimenziótlan számok	
V [m ³ /h]	1200	Re	112985
D [mm]	250	l/D	28,0
L [m]	7,0	Eu	1,213
k [mm]	1,0	k/D	0,0040
Szükséges áteresztőképesség [m ³ /h/m ²]	218	ε_{FD}	0,050
Anyagjellemzők			
Anyag	13523	s [mm]	0,6
K [m ²]	1,021E-11	cf [-]	3,854
Egyéb eredmények			
w [m/s]	6,8	p _{st} [Pa]	67

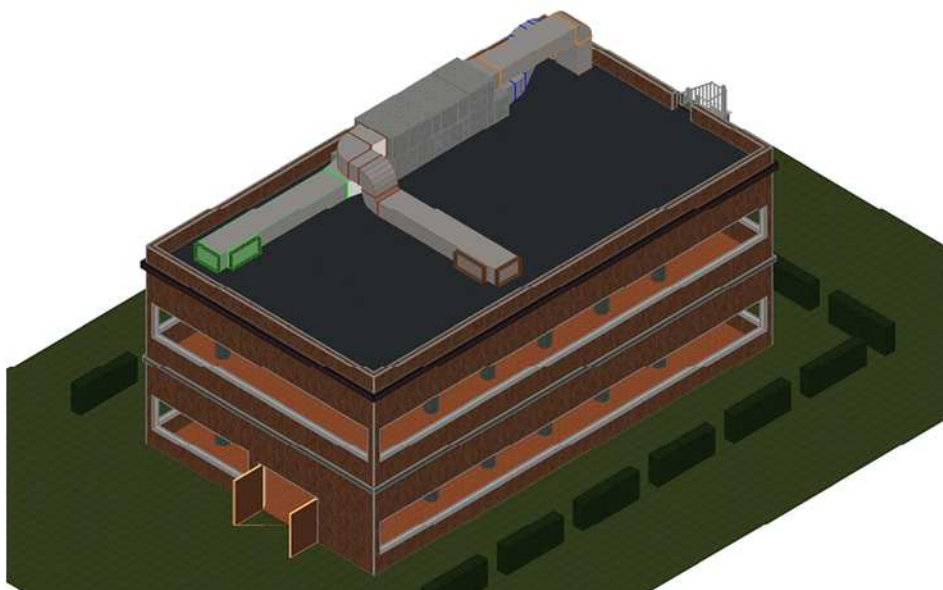
8.4. táblázat



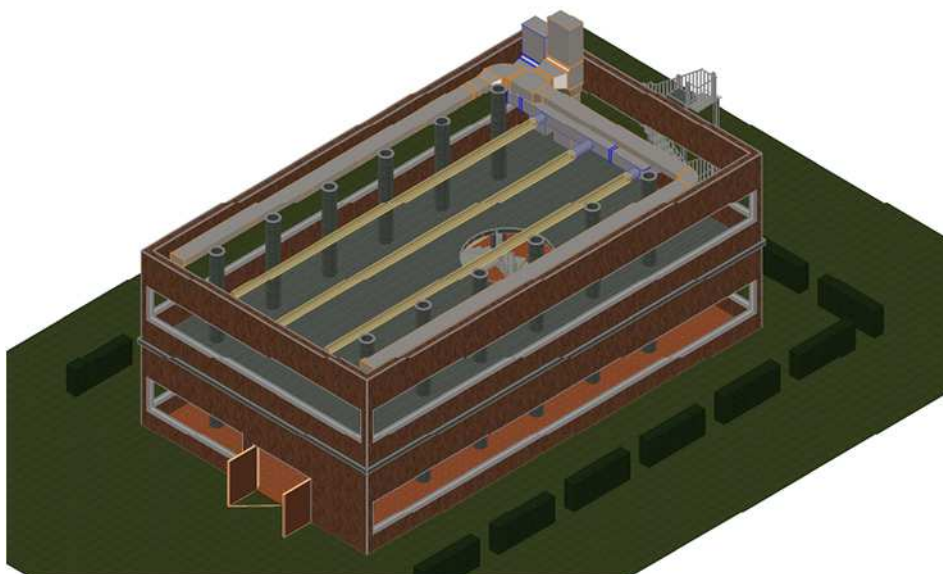
8.5. ábra: Az optimalizált légcsonna, b. eset.

A légcsonna átmérője a végén 200 mm.

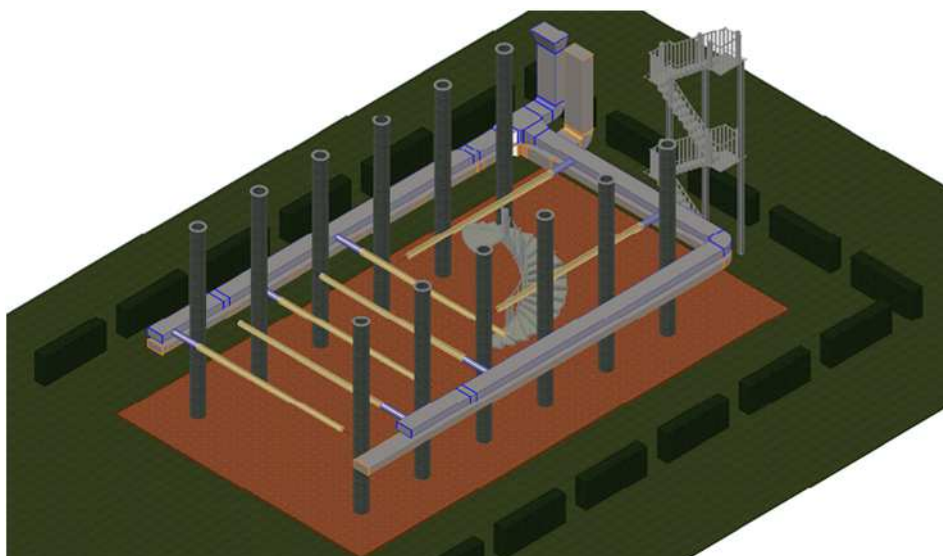
Ezeket a légcsatornákat felhasználva a következő rendszert készíthető el (8.6., 8.7. és 8.8. ábra):



8.6. ábra: A tervezett rendszer, tetőtér.



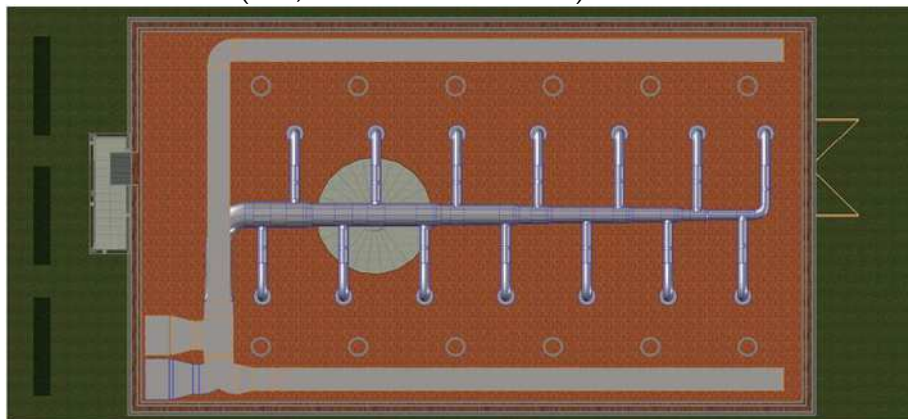
8.7. ábra: A tervezett rendszer, első emelet.



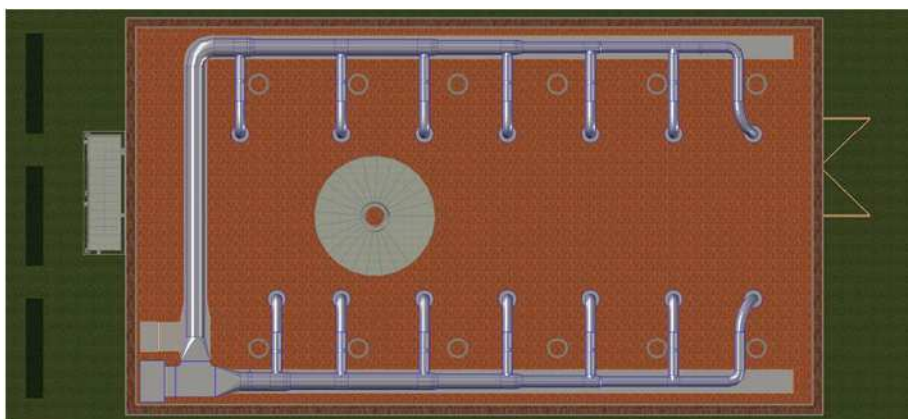
8.8. ábra: A tervezett rendszer, földszint.

8.3.1.3. HAGYOMÁNYOS RENDSZER OPTIMALIZÁLÁSA (LÉGCSATORNA BEFÚVÓELMEKKEL)

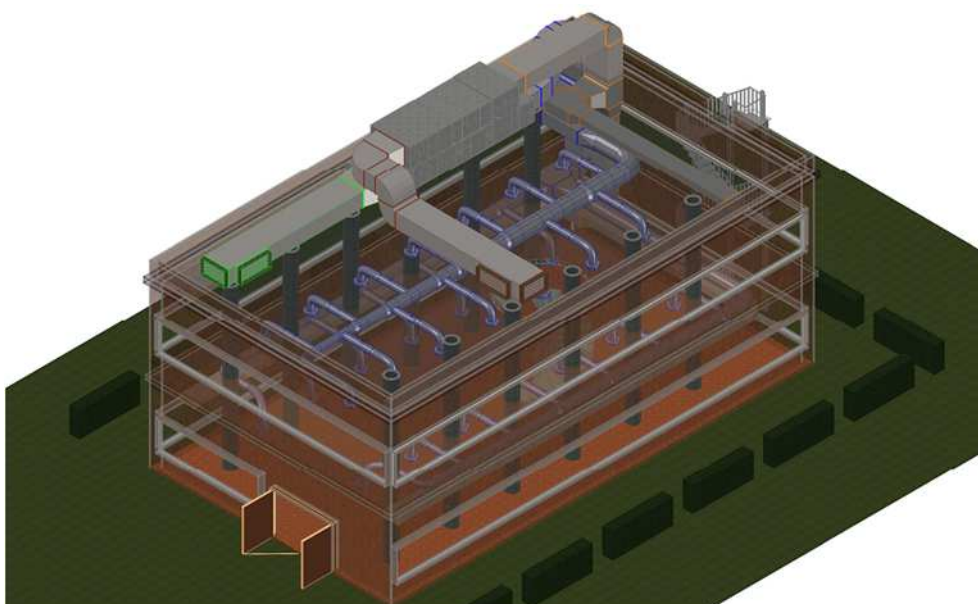
A 3. fejezetben szereplő összefüggések abban az esetben érvényesek, ha a levegő elvétele egyenletes a csatorna hossza mentén. Ez azt jelenti, hogy a térfogatáram a légcsatornában a hosszúság lineáris függvénye. Ez a gyakorlatban sosem valósul meg az említett esetekben. (Pl. sugárfúvókák vagy perforációk a légcsatornán.) Célom a számítás bemutatása egy „klasszikus” rendszer optimalizálása során, amelyet eredetileg sebesség kritérium alapján méreteztem. A rendszer az alábbi három ábrán (8.9., 8.10. és 8.11. ábrák) látható.



8.9. ábra: Az eredeti rendszer, első emelet.



8.10. ábra: Az eredeti rendszer, földszint.



8.11. ábra. Az eredeti rendszer modellje.

Először is meghatároztam az eredeti rendszer jellemzőit. A földszinti légcsatornák kis mértékben eltérnek egymástól, ezért méretezésüket külön végeztem. Az első emeleten található egyetlen légcsatornát is külön kezeltem. A hosszúságot az első anemosztát csatlakozásának helyétől a légcsatornák végén található könyökgig kell érteni. Az érdességet ezúttal is a szakirodalom felhasználásával állapítottam meg. [21] Ezek alapján a földszinti, 8.10. ábra alján látható légcsatorna adatai (a. eset):

Alapadatok		Dimenziótlan számok	
V [m ³ /h]	4130	Re	172991
D [mm]	560	l/D	25,3
L [m]	14,15	k/D	0,00016
k [mm]	0,090		
<i>Egyéb eredmények</i>			
	w [m/s]	4,658	

8.5. táblázat: a. eset.

A másik földszinti légcsatorna esetében ugyanezek az adatok (b. eset):

Alapadatok		Dimenziótlan számok	
V [m ³ /h]	4130	Re	172991
D [mm]	560	l/D	27,1
L [m]	15,20	k/D	0,00016
k [mm]	0,090		
<i>Egyéb eredmények</i>			
	w [m/s]	4,658	

8.6. táblázat: b. eset.

Az emeleti légcsatorna adatai (c. eset):

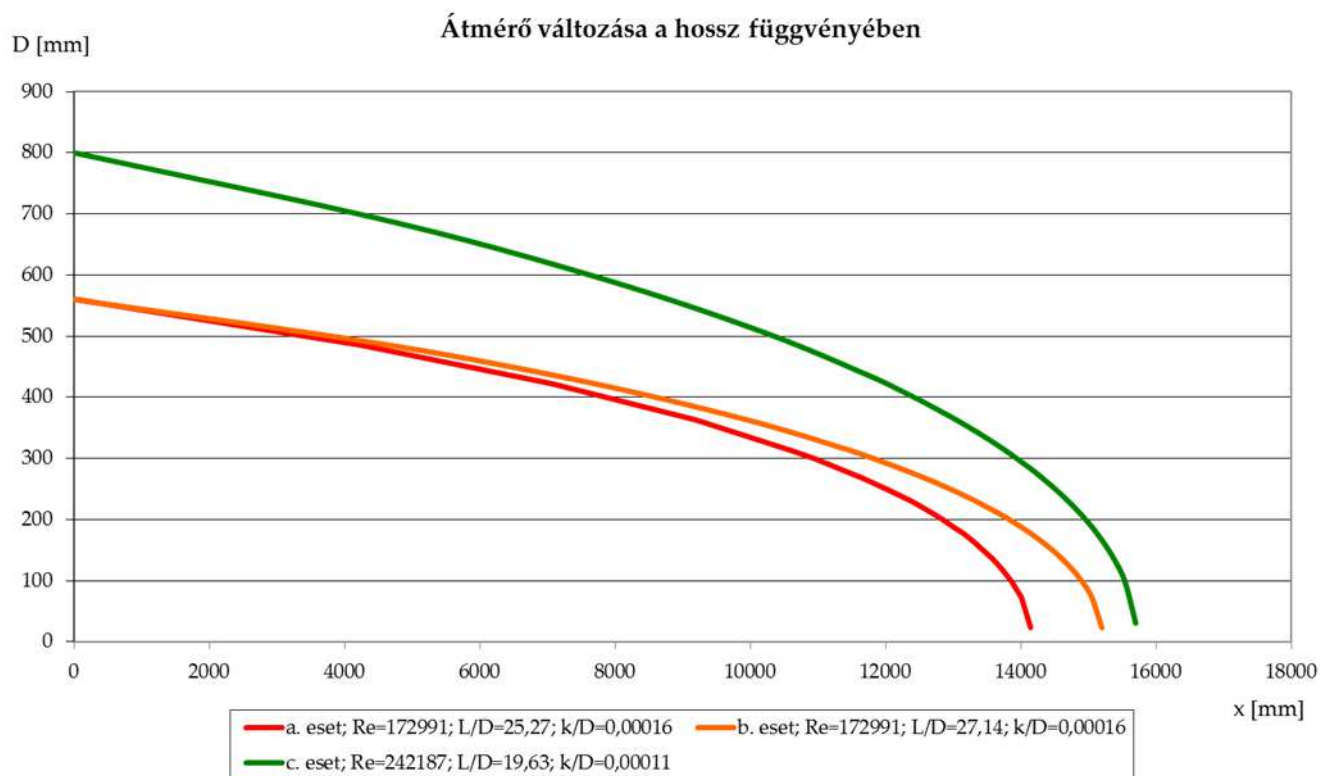
Alapadatok		Dimenziótlan számok	
V [m ³ /h]	8260	Re	242187
D [mm]	800	l/D	19,6
L [m]	15,70	k/D	0,00011
k [mm]	0,090		
<i>Egyéb eredmények</i>			
	w [m/s]	4,565	

8.7. táblázat: c. eset.

A következő oldalon látható diagram (8.1. diagram) a légcsatornák elméletileg helyes alakját mutatja be, amely nyilvánvalóan nem valósítható meg a gyakorlatban.

A diagramot követő táblázat (8.8. táblázat) azt mutatja be, hogy a számított átmérők milyen távolságok esetén egyeznek meg valamilyen szabványos átmérővel. A táblázatban a szabványos átmérő értéke is szerepel. Nyilvánvaló, hogy az elméletileg helyes alakot valamilyen módon közelíteni kell. Ezt a táblázatot felhasználva mutatok be két lehetőséget a 8.2. diagramon. (Ennek vizsgálata a későbbiekben további kutatást igényel.)

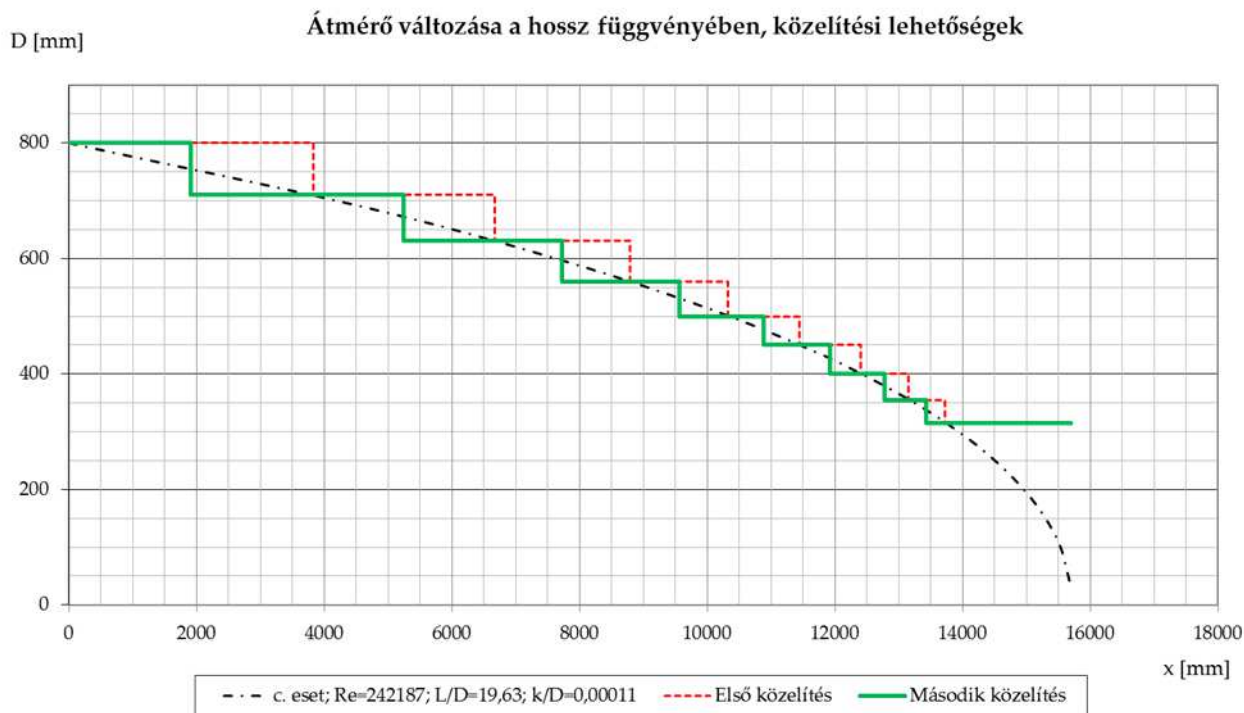
Fontos meghatározni azt is, hogy milyen minimális átmérőt kívánunk alkalmazni. Jelen esetben 315 milliméternek választottam, megelőzendő a nagy áramlási sebességek miatt kialakuló zajt.



8.1. diagram

a. eset; $L=14,15$ [m]; $D=560$ [mm]; $V=4130$ [m ³ /h]		b. eset; $L=15,2$ [m]; $D=560$ [mm]; $V=4130$ [m ³ /h]		c. eset; $L=15,7$ [m]; $D=800$ [mm]; $V=8260$ [m ³ /h]	
X [m]	D [mm]	X [m]	D [mm]	X [m]	D [mm]
0,0	560	0,0	560	0,0	800
3,5	500	3,8	500	3,8	710
5,9	450	6,4	450	6,7	630
7,9	400	8,6	400	8,8	560
9,4	355	10,2	355	10,3	500
10,5	315	11,4	315	11,4	450
12,0	250	12,9	250	12,4	400
12,8	200	13,8	200	13,2	355
13,3	160	14,3	160	13,7	315
13,7	125	14,7	125	14,5	250
13,8	100	14,9	100	14,9	200
14,0	80	15,0	80	15,2	160
14,1	63	15,1	63	15,4	125
				15,5	100
				15,6	80
				15,6	63

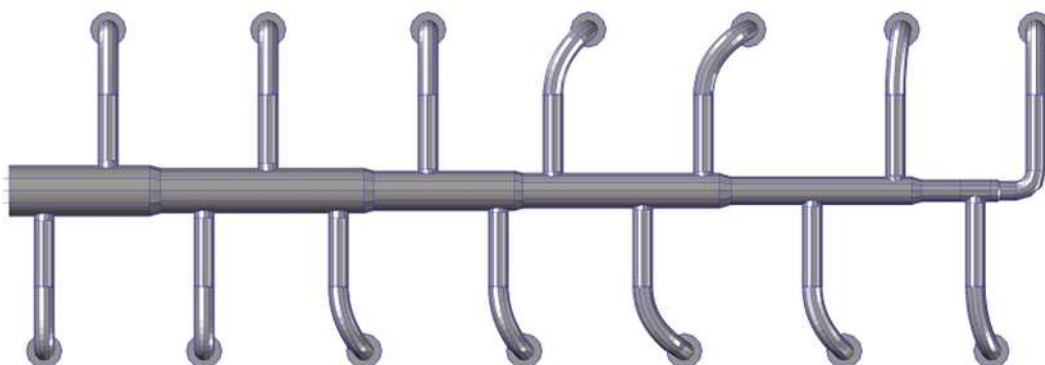
8.8. táblázat: A szabványos átmérők helyei.



8.2. diagram

Fekete szaggatott vonallal a számított elméleti esetet (c.) ábrázoltam, piros és zöld vonallal a pedig a két közelítést. Mindkét esetet úgy ábrázoltam, mintha csupán egyenes légcsatornákat alkalmazhatnánk, ugyanakkor nyilvánvaló hogy lehetőség van konfúzorok beépítésével tovább közelíteni az ideális alakot.

Az első közelítés esetében a következő szabványos átmérő helyéig (lásd 8.8. táblázat) tart az adott átmérőjű szakasz, majd átmérőt váltunk. A második közelítés esetében az átmérő a következő szabványos átmérőig terjedő szakasz feléig tart, utána az új átmérő kezdődik. A csatornák a minimális átmérővel érnek véget. Az is fontos volt, hogy az adott csatornához ne csatlakozzon több anemosztát, mint amennyit el lehet látni az adott hosszúságú csatornával a kiinduló feltétel (hosszúság mentén egyenletesen változó térfogatáram) alapján. Amennyiben a geometriai elrendezés miatt nem volt lehetséges anemosztát csatlakoztatása, az adott szakaszt meghosszabbítottam. Az is fontos volt, hogy amennyiben legalább egy anemosztát ellátása lehetséges a feltétel szerinti térfogatáram elvétel alapján, úgy legalább egy anemosztátot csatlakoztattam is a csatornához. Az ily módon méretezett csatorna a 8.12. ábrán látható.



8.12. ábra: Az optimalizált légcsatorna (c. eset).

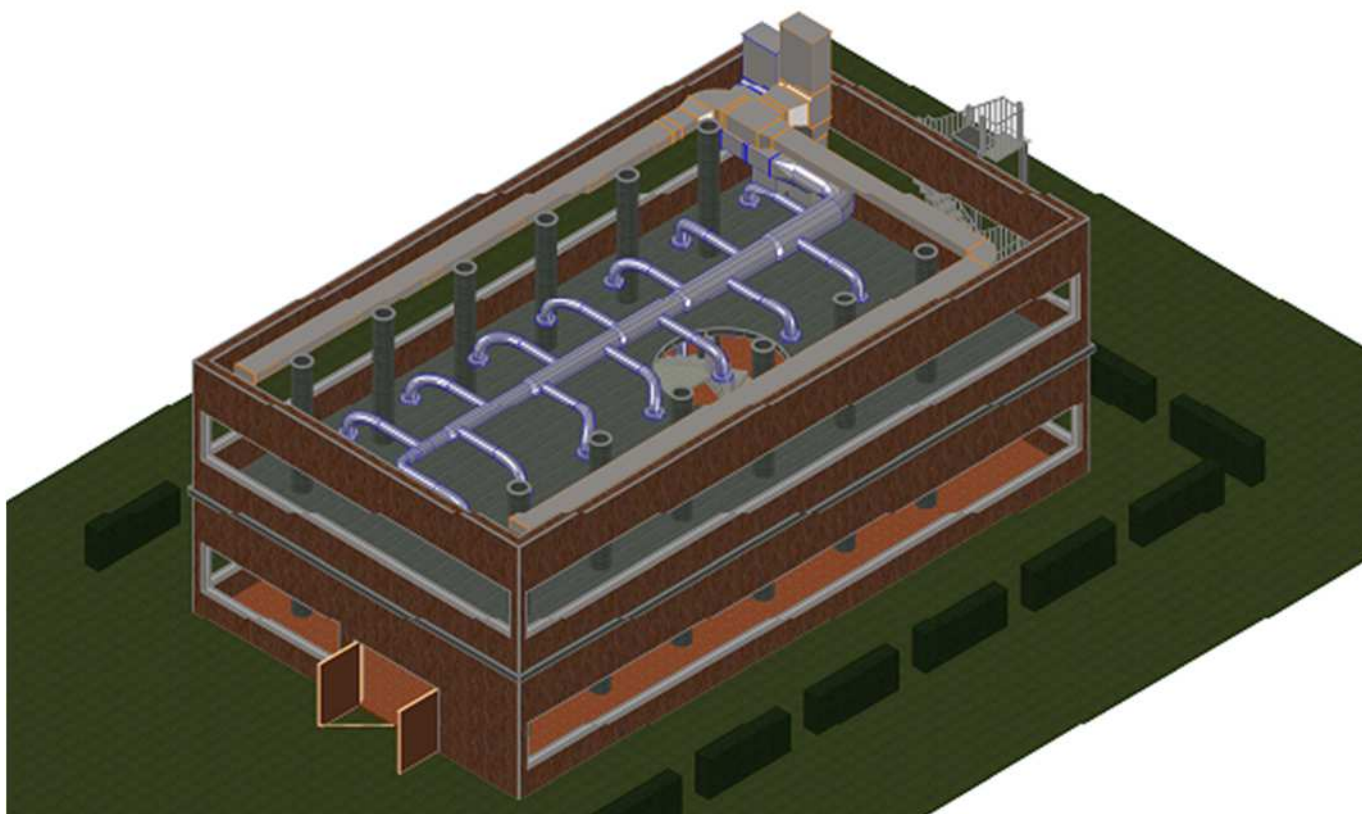
A megrajzolt légcsatornákat lehetőségünk van „tesztelni” a rajzoláshoz használt Lindab CadVent-el. A program képes szimulálni a nyomásvesztéseket és a térfogatáramot az egyes anemosztátokon, abban az esetben, ha változik a térfogatáram a fővezetékben. Az eredmények a 8.9. táblázatban láthatóak.

Légcsatornák “működése” változós térfogatáram esetén			
a. eset			
Térfogatáram a méretezési százalékában	Átlagos térfogatáram az anemosztátokon [m ³ /h]	Maximális eltérés az átlagtól	Relatív szórás
100%	590	5,4%	3,6%
68%	400	5,2%	3,5%
29%	171	5,4%	3,6%
b. eset			
100%	590	11,7%	8,3%
68%	400	11,7%	8,3%
29%	171	11,9%	8,2%
c. eset			
100%	590	9,8%	5,2%
79%	464	9,8%	5,2%
61%	357	9,8%	5,2%
30%	179	9,8%	5,2%

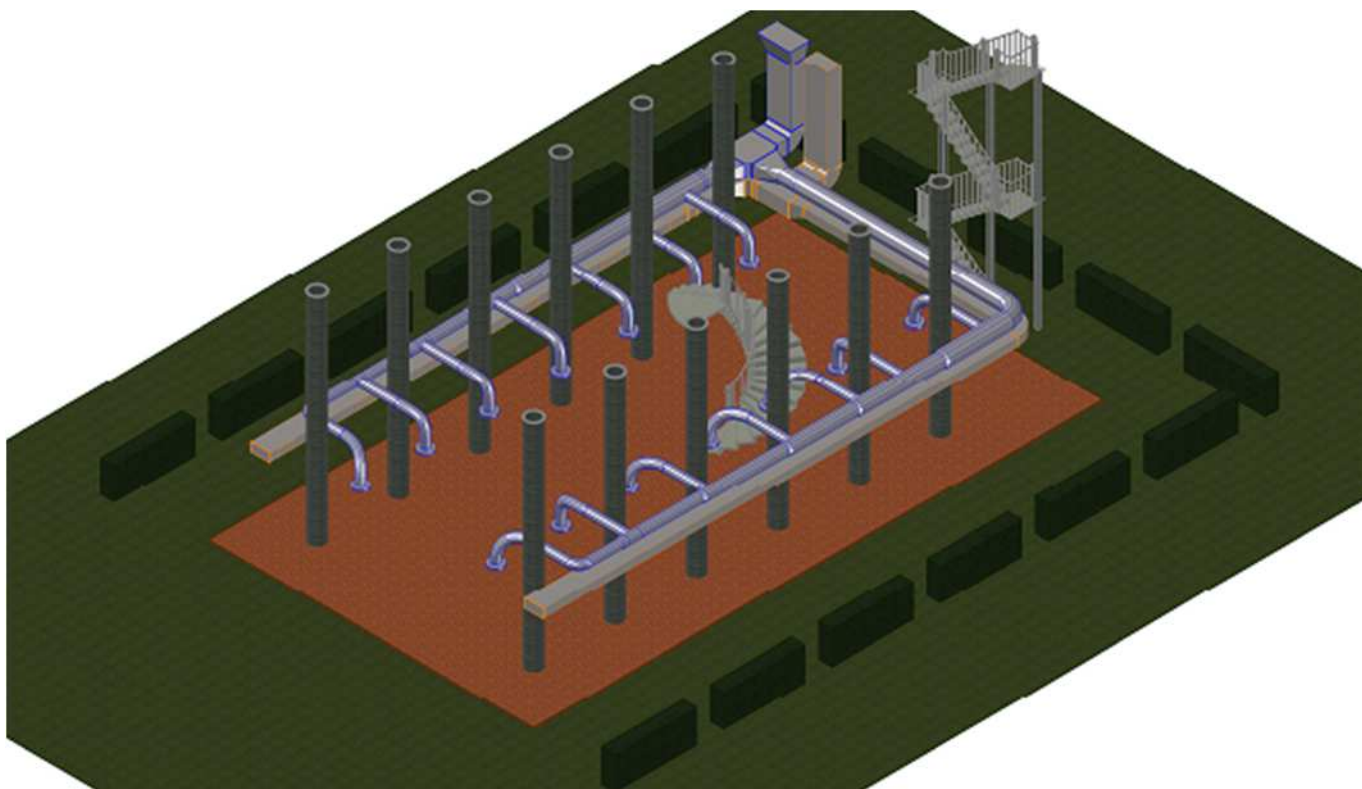
8.9. táblázat

A méretezéssel kapcsolatban megemlíteném, hogy egyes esetekben az eredmények kis mértékben túllépik a megengedhető 10 %-os térfogatáram eltérést a méretezési térfogatáramtól. Ennek oka abban keresendő, hogy nem léteznek pontosan olyan szabványos méretek, mint amilyen átmérőket kiszámítottam. Meg kell jegyezni azt is, hogy a térfogatáram elvétel hossz menti állandóságának feltételezése jelen esetben igen durva közelítés.

A felhasznált program (Lindab CadVent) képes a csatornákat statikus nyomás visszanyerésre méretezni és az ily módon kapott eredmények jobbakként, mint a modell alapján kaphatóak. Ez azt is jelenti, hogy a számításnak nem elsősorban az ilyen esetekben van létjogosultsága, viszont a példát ennek ellenére is hasznosnak és szemléltetésre alkalmasnak tekinthetjük. A számítás valódi alkalmazási területe olyan, a feltételeknek sokkal inkább eleget tevő légcsatornák tervezése lehet, amelyeket az adott célra szeretnénk legyártani, majd változó térfogatáramú rendszerben alkalmazni. A következő két ábrán (8.13. és 8.14. ábra) az optimalizált rendszer látható. Mivel a tetőtérben a rendszer változatlan maradt, azért annak bemutatásától eltekintek.



8.13. ábra: A tervezett rendszer, első emelet.



8.14. ábra: A tervezett rendszer, földszint.

9. ÖSSZEFOGLALÁS

A légcsatorna hálózatokat általában a maximális áramlási sebesség kritériuma alapján méretezik. Természetesen ezen kívül más lehetőségek is elképzelhetők, például lehetséges a fajlagos nyomásesés maximális értéke alapján vagy statikus nyomás visszanyerésre is méretezni.

A leggyakrabban alkalmazott sebességkritérium, de akár a fajlagos nyomásesés maximális értéke, alapján elvégzett méretezés esetében is szükséges az adott vezetékre csatlakozó levegő kibocsátó vagy beszívó elemek hidraulikai beszabályozása. Ha a befúvó vezetéken a dinamikus nyomás visszanyerésével sikerülne állandó statikus nyomást megvalósítanunk, a beszabályozás és szerelvényei feleslegessé válnának, az egyes anemosztátok egyező térfogatáramot bocsátanának ki. Ez lényegében állandó statikus nyomásra történő méretezéssel valósítható meg, amely azonban bonyolultabb az előbbieken említett módszereknél. Egyes esetekben nem is alkalmazható, például ha a befúvó maga a légcsatorna, vagy mert befúvó szerkezetek (pl. sugárfúvókák) csatlakoznak hozzá közvetlenül, vagy mert anyaga áteresztő. (pl. textil légcsatorna) Vizsgálatom célja a vezeték mentén az átmérő olyan függvény szerinti meghatározása, amivel statikus nyomás olyan értéken tartható, hogy a levegő kibocsátása minden keresztmetszetben állandó legyen.

Dolgozatom olyan légcsatornákkal foglalkozott, amelyek esetében a térfogatáram változása a légcsatorna hosszúsága mentén egyenletesen csökken (pl. légcsatorna fúvókákkal, vagy szövet légcsatorna). A problémát egydimenziós áramlásként kezeltem, a veszteséges Bernoulli-egyenletből kiindulva. Ez az elhanyagolás bizonyos esetekben megengedhető; más esetekben még vizsgálandó mértékű hibát eredményez. A feladat még ebben az esetben is csak numerikus módszer alkalmazásával oldható meg. A kérdés vizsgálatára dimenziótlan csoportokat vezettem be. Ennek segítségével sikerült bizonyos esetekre meghatároznom az átmérők hossz menti változását. A dimenziótlanítás eredményeként ezek az eredmények szélesebb körben felhasználhatóak lehetnek. Az eredmények felhasználásának lehetőségeit két kidolgozott példa segítségével demonstráltam.

A továbbiakban véleményem szerint szükséges az ilyen módon elért eredmények ellenőrzése mérések és CFD számítások segítségével, mivel az egy dimenziós modell tartalmazhat előre nem látható hibákat. A kutatás további iránya lehet annak meghatározása, hogy milyen módon gyárthatóak le az ilyen módon optimalizált légcsatornák. Amennyiben legyárthatóságuk nem lehetséges folytonosan változó keresztmetszettel, célunk lehet a legjobb közelítés megkeresése is valamilyen optimalizálási módszert felhasználva.

10. SUMMARY

Air duct systems are usually sized according to the design method of the maximum flow velocities. Of course there are other methods too, like the equal friction method or the static regain method.

In practice the most commonly used velocity criteria, but also the equal friction method, lead to continuously decreasing static pressure therefore hydraulic balance is needed. If we can recover the dynamic pressure, the static pressure is kept constant and the balance would be unnecessary.

As a matter of fact, this is the third mentioned static regain method. This method is not as simple as the other two and sometimes it can not be used. This situation happens when the air duct and the air terminal device is the same, for example jets were installed onto the duct or the duct's wall is permeable, like in the case of textile air ducts.

The point of this study is to determine the diameter function. If the diameter along the duct will be described by this function, the static pressure can be held on ideal values (it can be constant or altering), so the air diffusion will be constant along the whole length.

The problem has been treated as a one-dimensional flow. I used the Bernoulli equation and the Darcy-Weisbach formula. This one-dimensional model can produce errors, which must be investigated in the future; in other cases this error can be neglected. In spite of this simplification, the task can be solved only by numerical methods.

I introduced dimensionless groups to make this process easier and the results more applicable. With this methods I have determined the diameters along the ducts for specific cases. The results are plotted on diagrams to show the impact of the different dimensionless numbers.

In the end of the paper I demonstrated the solutions on two practical examples.

An interesting outcome is that under certain conditions the duct's diameter-function depends slightly on the flow, so the defined geometry will be nearly ideal in a VAV system as well.

FORRÁSOK

- [1] Zdeněk Přihoda, Michal Bureš: *Reach of airflow from the textile diffusers*, Přihoda s.r.o, Hlinsko, Czech Republic, 2006
- [2] A.S. Berman: *Laminar flow in channels with porous walls*. Journal of Applied physics, Volume 24., no. 9, pp. 1232-1235., 1953
- [3] A.S. Berman: *Laminar flow in an annulus with porous walls*. Journal of Applied physics, Volume 29., no. 1, pp. 71-75., 1958
- [4] Gordon S. Beavers, Daniel D. Joseph: *Boundary conditions at a naturally permeable wall*. Journal of Fluid Mechanics, Volume 30., part 1., pp. 197-207., 1967
- [5] Sandeep K. Karode: *Laminar flow in channels with porous walls.(revisited)* Journal of Membrane Science, Volume 191., pp. 237-241, 2001
- [6] Stuart H. Munson-McGee: *An approximate analytical solution for the fluid dynamics of laminar flow in a porous tube*. Journal of Membrane Science, Volume 197., pp. 223-230, 2002
- [7] Botong Li et al.: *The multiple solutions of laminar flow in a uniformly porous channel with suction/injection*. Advanced Studies in Theoretical Physics, Volume 2., no. 10, pp. 473-478., 2008
- [8] Y. Moussy , A.D. Snider: *Laminar flow over pipes with injection and suction through the porous wall at low Reynolds number*. Journal of Membrane Science, Volume 327., pp. 104-107, 2009
- [9] T. Chinyoka, O.D. Makinde: *Computational dynamics of unsteady flow of a variable viscosity reactive fluid in a porous pipe*. Mechanics Research Communications, Volume 37., pp. 347-353, 2010
- [10] P.Haldenwang ,P.Guichardon: *Pressure runaway in a 2D plane channel with permeable walls submitted to pressure-dependent suction*. European Journal of Mechanics B/Fluids, Volume 30., pp. 177-183, 2011
- [11] Saeed Dinavand: *Viscous flow through slowly expanding or contracting porous walls with low seepage Reynolds number: a model for transport of biological fluids through vessel*. Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, Volume 14., no. 10, pp. 853-862, 2011
- [12] Si Xinhui et al.: *Multiple solutions for the laminar flow in a porous pipe with suction at slowly expanding or contracting wall*. Applied Mathematics and Computation, Volume 218., pp. 3515-3521, 2011
- [13] Ing. Martin Pospíšil: *Ducts for uniform air distribution – textile diffusers*. Proceedings of the conference “Student’s conference” at Faculty of Mechanical Engineering, CTU in Prague, 28th of Marc, 2012, <http://stc.fs.cvut.cz/pdf12/2534.pdf>
- [14] Manoucher Heidarpour: *Turbulent flow in porous tube with wall suction*. Dissertation, Department of Civil Engineering, University of Ottawa, Ottawa, Canada, 1997
- [15] Dr. Garbai László: *Hidraulikai számítások az épületgépészetben és az energetikában*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 2007, ISBN 978 963 05 8516 3
- [16] Dr. Lajos Tamás: *Az áramlástan alapjai*. Budapest, 2008
- [17] Joseph H. Spurk, Nuri Aksel: *Fluid Mechanics*. Springer-Verlag, Berlin, 2008, ISBN: 978 3 540 73536 6, e-ISBN: 978 3 540 73537 3
- [18] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery: *Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 1992, Second Edition; ISBN 0-521-43108-5
- [19] A negyedrendű Adams-Bashforth-Moulton módszer leírása: <http://math.fullerton.edu/mathews/n2003/AdamsBashforthMod.html>
- [20] Donald A. Nield, Adrian Bejan: *Convection in Porous Media*. Springer Science + Business Media, Inc., 2006, Third Edition; ISBN 0-387-29096-6
- [21] ASHRAE: *ASHRAE Handbook-Fundamentals*, 2001. ASHRAE; 1791 Tullie Circle, Atlanta, GA 30329; 2001,
- [22] Recknagel, Sprenger, Schramek: *Fűtés- és klimatechnika*. Dialóg Campus Kiadó, Budapest-Pécs, 2000
- [23] KE Fibertec: *Material datasheets*. <http://www.kefibertec.com>
- [24] KE Fibertec: *Datasheets*. <http://www.kefibertec.com>
- [25] KE Fibertec: *Technical book*. <http://www.kefibertec.com>

-
- [26] Příhoda: *Textil air diffusers - Technical data*. <http://www.prihoda.eu>
- [27] Příhoda: *Basic technical data*. <http://www.prihoda.eu>