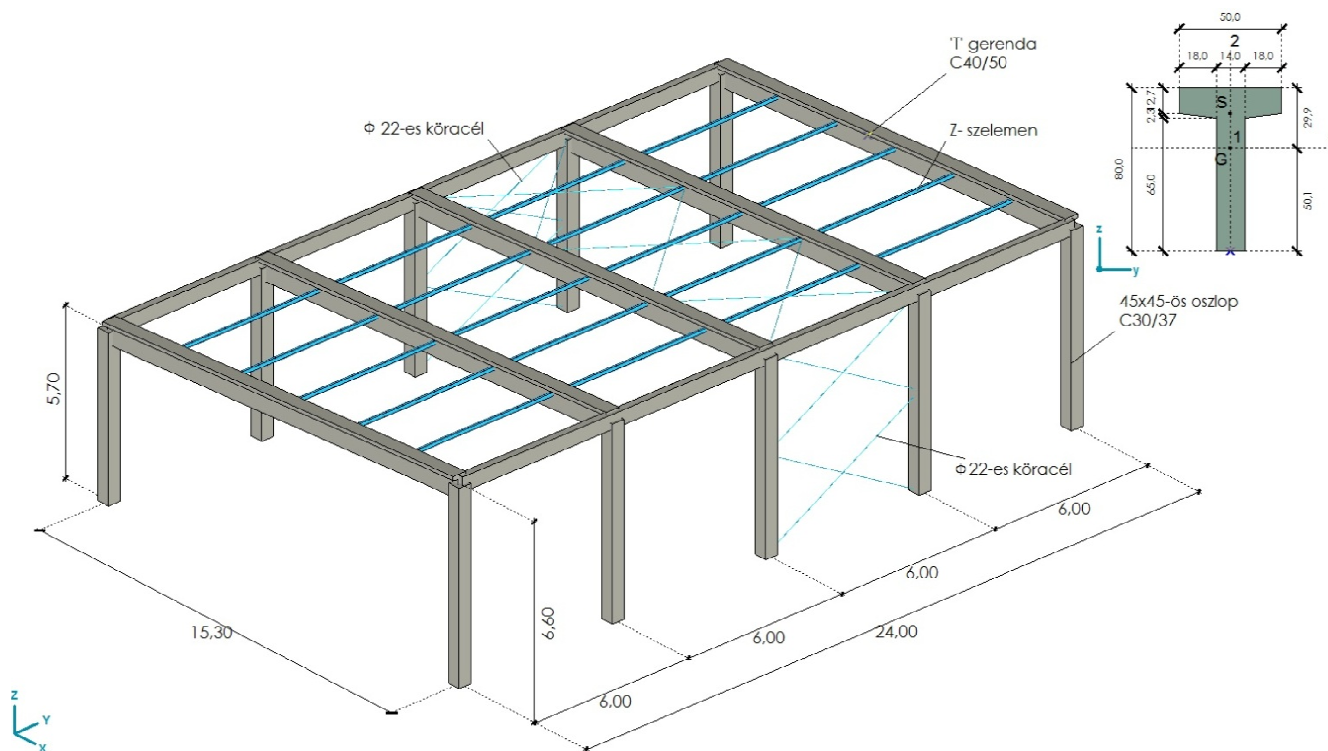


Keretszerkezetek méretezése

Vasbeton nemlineáris numerikus vizsgálata



A dolgot készítette:

Várdai Attila

szerkezet építőmérnök MSc. hallgató
VAATAAP.PTE

Konzulensek:

dr. Meskó András

főiskolai docens- PTE Szilárdságtan és Tartószerkezetek Tanszék

Polgár László

tervezési részlegvezető- ASA Építőipari Kft.

2012. november 10.

Tartalom

1. Bevezetés.....	3
2. A probléma bemutatása	3
3. A program bemutatása.....	7
3.1 A számítási módszer ismertetése	7
3.2 Teherfelvétel bemutatása	10
3.2.1 Állandó terhek	10
3.2.2 Esetleges terhek	11
3.2.3 Földrengés	11
3.2.4 Teherkombinációk	13
4. A nemlineáris vizsgálat módszerei	14
4.1 A keretgerenda megoldási eljárása	14
4.2 A keretoszlop megoldási eljárása	16
5. A Combrío csarnok vizsgálata	18
5.1 A keretállás kialakítása és terhei	18
5.2 A keretgerenda vizsgálata	21
5.3 Lágú vasalású gerenda vizsgálata	25
5.4 Az oszlopok vizsgálata	26
6. Sarokmerev alternatív keret vizsgálata	31
7. Következtetések	34
7.1 A névleges merevségek módszerének alkalmazása	34
7.2 Parametrikus méretezés.....	36
8. Záró gondolatok	36

Köszönetnyilvánítás

Irodalomjegyzék

1. Bevezetés

Mérnöki számításaink során mindinkább törekszünk a valóság realisabb modellezésére. A 2010-ben hatályba lépett (a Magyar Mérnöki Kamara állásfoglalása szerint 2011. januártól a tartószerkezet-tervezésben nemzeti szabványként egyedül érvényes) nemzetközi szabványsorozat több olyan méretezési eljárást is ismertet, mely eddig nem volt mindennapos - és egyelőre a mai napig sem az - a hazai mérnöki gyakorlatban. A közelmúlt kísérleti eredményeinek felhasználásával ugyanakkor a megszokott konzervatív méretezési módszerek mellett lehetőséget ad a szerkezet viselkedését precízebben követő, ám számítástechnikailag jóval összetettebb módszerek alkalmazására is [1].

A korábbi nemzeti normánknál az új előírás-sorozat összességében szigorúbb követelményeket fogalmaz meg [2; 3], amelyek a tartószerkezetek létesítését sok esetben megdrágítják (bár várhatóan a korrózióvédelemre és a használhatósági állapotok vizsgálatára fordított nagyobb hangsúlynak a fenntartási költségekre kedvező hatása lesz).

Mivel a jelenlegi gazdasági viszonyok mellett a költséghatékonyság (természetesen a kellő biztonsági szint megtartása mellett) elsődleges szempont, ezért megnőtt az igény a pontosabb analízist lehetővé tévő szoftverek használatára [4], melyekkel például a vasbeton szerkezetek méreteinek karcsúsítása, illetve alkalmazott vasmennyiségének csökkentése elérhető.

Dolgozatomban egy általam kifejlesztett, a síkbeli keretszerkezetek nemlineáris vizsgálatára alkalmas méretezési csomagot mutatok be, mely képes a vasbeton viselkedésének precízebb modellezésére.

2. A probléma bemutatása

Napjaink mérnöki gyakorlatában a statikai számításokat elsősorban az elsőrendű elméletek segítségével készítjük. Ilyenkor az igénybevételek eloszlását a létrejövő (és az eloszlásra valójában hatást gyakorló) alakváltozások elhanyagolásával, illetve egyszerűsített anyagmodellekkel vesszük számításba. Közismert, hogy a lineárisan rugalmas viselkedés feltételezése az egyes anyagok jellemzőire is csak kisebb (például acél), vagy nagyobb (például vasbeton) elhanyagolásokkal tehető meg [5; 6], másrészt a terhelési intenzitás és igénybevételi mód (kihasználtsági fok) is nagy befolyással van a szerkezet tényleges viselkedésre.

Vasbeton szerkezetek esetében például az igénybevétel következtében megjelenő repedések jelentősen lecsökkentik a keresztmetszet merevségét [7; 8]¹ és ezzel a számítás egyik alapadata, a keresztmetszet geometriai tulajdonságai is módosulnak az eredetileg alkalmazotthoz/felvetthez képest. A merevség-csökkenés mértékét a repedések megnyílásával, sűrűségével arányosnak tekinthetjük, így gyakorlatilag az igénybevételi szint (hajlítás) növekedésével arányosan romló keresztmetszetet kapunk. Mivel ez a kihasználtság a szerkezet mentén változó eloszlású, így adott keresztmetszetek merevségei is változóak (geometriailag ugyanolyan kialakítás esetén is).

A terhelés tartóssága a beton kúszása miatt szintén módosítja az alakváltozási jellemzőket, az anyag rugalmassági modulusának redukciója által. A tényező felvétele a tartós teherhányad függvénye, így eltérő tervezési szituációkban nem azonos nagyságú.

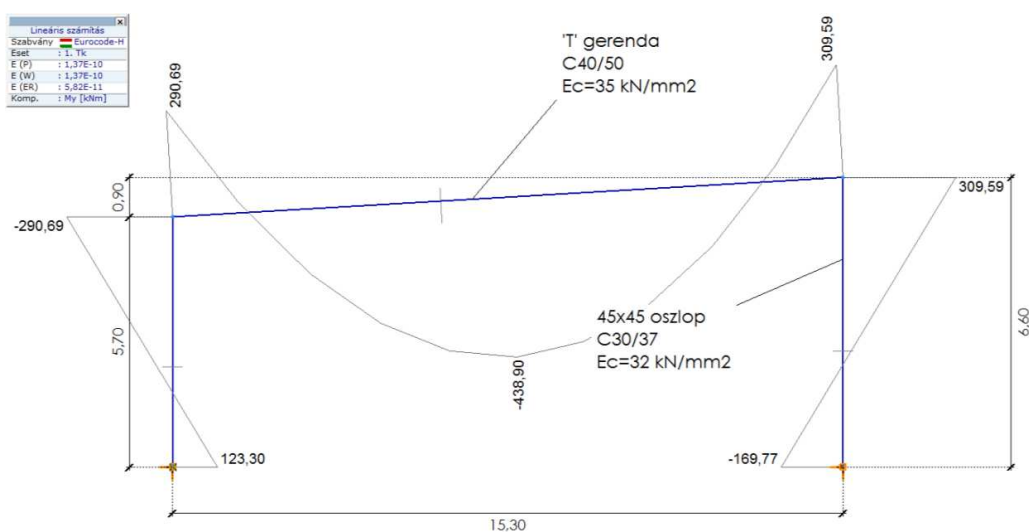
A rugalmassági modulus csökkenése jelentős alakváltozás-növekményeket okoz, mely elhanyagolása szintén torz eredményre vezet.

¹ [8] szerint a helyettesítő inercia berepedt keresztmetszetenél akár az eredeti ötödére is visszaeshet.

A fentiekből belátható, hogy valójában teherkombinációként más tartót kell vizsgálnunk. (Megjegyzendő, hogy nem élhetünk az egymásra halmozás kényelmes egyszerűsítési lehetőségével sem, mivel már a teheresetek szeparált vizsgálatakor is más és más tulajdonságok jellemzik az anyagokat, ezért azok hatásai sem számíthatók egyszerű összeadással!)

A következő ábrákon egy (a későbbi fejezetekben bemutatásra kerülő) vasbeton kereten szemléltetem a fentiekben említett hatásokat és egy figyelembe vételi lehetőségüket. A példát az AXIS VM 11 végeeselemes szoftver segítségével készítettem el.

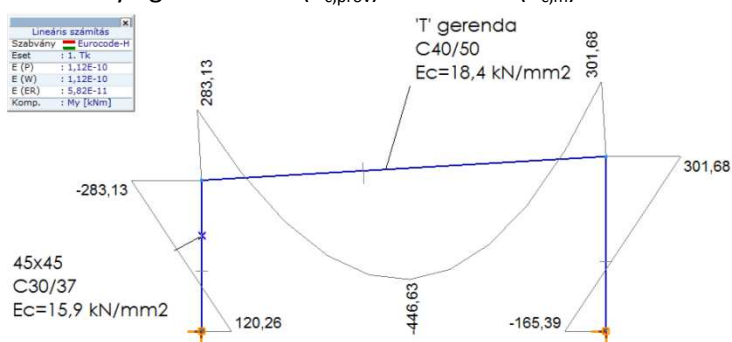
Mintaként egy befogott keretet mutatok be. Adott terhelésre a keret hajlító-nyomatékainak ábrája (1. ábra), elsőrendű (lineáris) elmélet (1.eset) eredményeként:



1.ábra: MINTAPÉLDA- 1.eset

Az adott teherkombinációban a tartós terhek aránya: $\frac{p_{qp}}{p_{Ed}} = 66,7\%$

Ennek alapján a beton rugalmassági modulusának tényleges értékét ($E_{c,prov}$) a kezdeti ($E_{c,m}$) és a kúszási tényező végértékével számított effektív ($E_{c,eff}$) alakváltozási tényezők között kell interpolálni. Az így² a gerendára és az oszlopra kiszámított tényezőkkel a keret igénybevétel-eloszlása már megváltozik (2.ábra-2.eset), a mezőnyomaték valamelyest megnövekszik, a keretsarok igénybevétele minimálisan csökken - a tartó „lágylul”.



2.ábra: MINTAPÉLDA- 2.eset

² Az effektív érték gerendára: $E_{c,eff} = \frac{E_{c,m}}{1+\phi_{eff}} = \frac{35000}{1+2,4} = 10\,294 \frac{N}{mm^2}$, ebből arányosítás után:

$E_{c,prov} = 0,67x E_{c,eff} + 0,33x E_{c,m} = 18\,447 \frac{N}{mm^2}$. Az oszlopra ugyanilyen elven számítható a rugalmassági modulus értéke.

Az I. feszültségi állapotban megvizsgálva a keresztmetszetet, meghatározható a gerenda repesztő nyomatóka (a repedésmentes keresztmetszet határnyomatókának várható értéke³) $M_{cr} = f_{ctm} \times \frac{I_1}{h-x_{c,I}} \approx 90 \text{ kNm}$, e felett az igénybevételi szint felett a keresztmetszetek berepednek és merevségük lecsökken (mértékét közelítőleg a II. feszültségi állapot szerinti inerciával számíthatjuk).

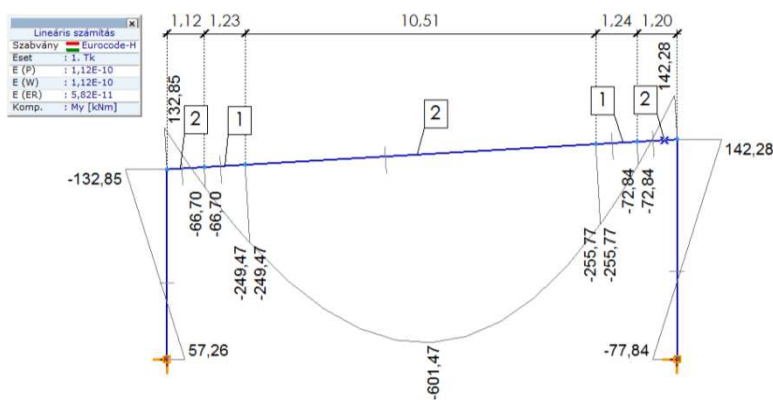
A geometriai méretekből (a vasalás elhanyagolásával) az AXIS VM által számított inercia a gerendára:

$$I_c = 9,325 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

Fiktív (de rugalmas igénybevétel-eloszlás esetén a teherbírást biztosító) vasalás feltételezésével a II. feszültségi állapothoz tartozó inercia:

$$I^{II} = 2,621 \times 10^9 \text{ mm}^4.$$

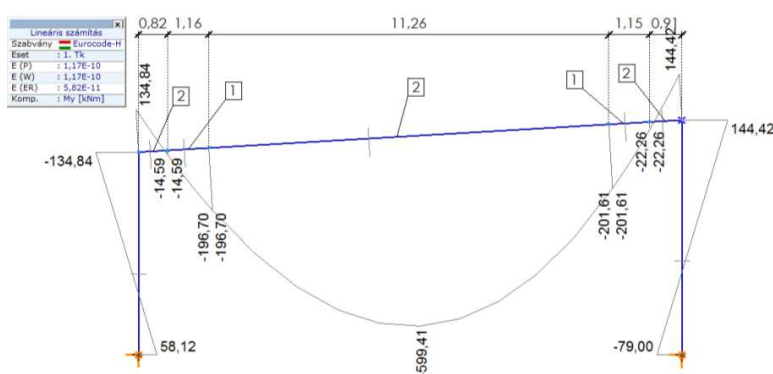
Tehát ahol a repesztő nyomatókot meghaladó igénybevételek jelentkeznek, ott $\frac{I^{II}}{I_c} = \frac{2,621}{9,325} = 0,267$ értékű merevség redukciót kell végrehajtani (azaz közelében vagyunk a [8] által közölt egyötöd értéknek), melyet a programban célszerűen az anyag rugalmassági modulusának átírásával tehetünk meg (az oszlop merevségét itt a 4.2. fejezetben bemutatandó névleges merevségek egyszerűsített módszere alapján redukáltam, az egész rúd-szerkezetre egységesen csökkentett alakváltozási moduluszt előírva). A fentiek alkalmazásával a szerkezeten **1** - $E_c = 18,4 \text{ kN/mm}^2$ és **2** - $E_c = 4,97 \text{ kN/mm}^2$ jelű szakaszokat alakítottam ki.



3. ábra: MINTAPÉLDA- 3.eset

Látható a 3. ábrán, hogy a fentiekkel vizsgált nyomatók-átrendeződés (3.eset) nagyban megnöveli a mező terheltségét és áthelyeződik a repedésmentes és berepedt állapot határa, más szóval újra kell jelölni az **1** és **2** állapot közti pontokat.

Ezt az átalakítást követően a jobboldali 4. ábra szerinti eloszlást kapjuk (4. eset).



4. ábra: MINTAPÉLDA- 4.eset

Megfigyelhetjük, hogy az eloszlás (és ebből következően az igénybevételi értékek is) csak minimális eltérést mutatnak a megelőző állapothoz képest, tehát a vizsgálat eredménye elfogadható, a szerkezet „beállt”.

³ M_{cr} értéke (a gazdaságos szerkezet esetében keresztmetszetenként változó - lásd a 28. ábrát) az alkalmazott vasalás függvénye, így a konstans érték felvétele csak közelítő jellegű lehet. Feszített vasbeton esetében (mint látni fogjuk) jelentősen magasabb értéket érhetünk el a saját feszültségi állapot figyelembe vételével.

Az 1. táblázat az egyes esetek paramétereit és számítási végeredményeit foglalja össze:

	E_c oszlop	E_c gerenda	M^{sarak}	$M^{mező}$	$e^{mező}$
	[kN/mm ²]	[kN/mm ²]	[kNm]	[kNm]	[mm]
1. eset	32,00	35,00	290,69	438,90	27,14
2. eset	15,90	18,40	283,13	446,63	52,24
3. eset	1,19	4,97	18,40	132,85	601,47
4. eset	1,19	4,97	18,40	134,84	599,41

1. táblázat: MINTAPÉLDA- összefoglaló táblázat

Látható, hogy a merevség terhelés hatására történő csökkenésének figyelembe vétele a közelítő számítás szerint megközelítőleg nagyságrendnyi változást jelent az alakváltozások (lehajlások, $e^{mező}$) tekintetében, és a lineáris elmélet szerint tervezett vasalás (mely kellő határnyomatékot biztosított az 1. eset igénybevételére) újratervezést igényel. Új vasalás definiálásával természetesen módosul mind a feszültségi állapotok határa (M_{cr}), mind a berepedt keresztmetszet merevsége, illetve az **1** és **2** állapotoknak megfelelő határpontok helyzetei is, azaz merőben eltérő nyomaték-átrendeződést kapunk.

Amennyiben a lehajlások korlátozására $L/250$ (=61,2 mm)-es határértéket adunk meg, akkor a szerkezet (a teherbírási határállapot -ULS- igénybevételeivel számítva is) még a 2. esetben is megfelelő lenne. Természetesen ezt a vizsgálatot használhatósági határállapotban kell elvégezni, amely eltérő számítási peremfeltételek jelent (kvázi állandó teherkombináció esetében a tartós teherhányad 100%, így az effektív alakváltozási tényező értékével kell számolnunk, illetve a csekélyebb teherintenzitás módosítja a berepedt keresztmetszetek pozícióit), tehát ennél a vizsgálatnál is a teljes folyamat újrakezdése lenne szükséges.

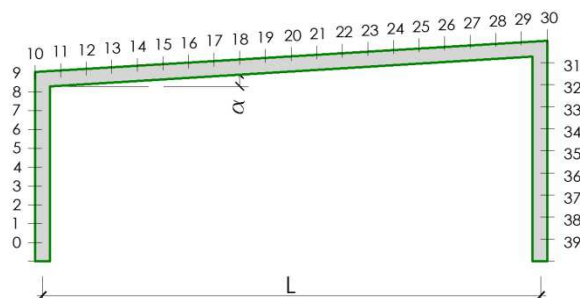
A TDK dolgozat keretein belül készített programmal elvégeztem a fenti vizsgálati mód parametrizálását, a bemutatott közelítésnél jóval részletesebb módon. Egyenletes sűrűségű elemfelosztással, a részelemek kihasználtsági-fokának figyelembe vételével a folyamat pontosabb leírását, végigkövetését modelleztem.

3. A program bemutatása

A programot síkbeli keretek vizsgálatához írtam. A célom egy egyszerűen használható, minél inkább parametrizált felület létrehozása volt. MS Excel 2007-ben kialakított munkalapokon, a jobb átláthatóság végett elkülönítve készítettem el az egyes munkarészeket.

3.1 A számítási módszer ismertetése

A számítás maga a korszerű végeleemes szoftverek által is használt mátrix-elmozdulás módszerrel történik. [9; 10] Ehhez a megadott geometriájú keret oszlopait, valamint gerendáit (gerenda-részeit) is elemekre bontja a program (az oszlopokat, illetve a fél-gerendákat is 10-10 egységre, 5. ábra).

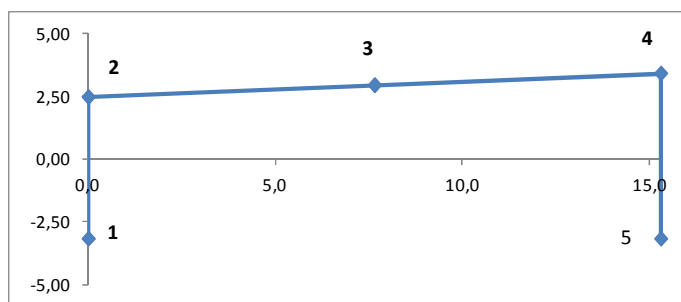


5.ábra: keret csomópontok

Csomópontok megadása:

Pont	x	z
1	0,0	-3,17
2	0,0	2,46
3	7,7	2,93
4	15,3	3,40
5	15,3	-3,17

2.táblázat: koordináták



6.ábra: keret geometria a programban

A felhasználó a keretet hálózati pontok koordinátáinak megadásával (2. táblázat) definiálja, megadva a két alap, a keretsarkok, illetve a mezőközép adatait (6. ábra). Ennek az 5 pontnak a szabadságfokát is tetszőlegesen beállíthatjuk (csukló és befogott kapcsolat között választhatunk).

Ezt követően az egyes szerkezeti elemek anyagait adhatjuk meg, legördülő menüből választva (3. táblázat):

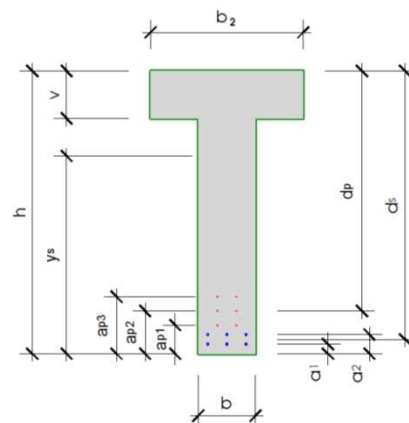
Anyagminőségek:		Oszlop	Gerenda	Betonacél	Feszítő pászma
		C30/37	C40/50	B80.50 S500	St1450/ 1870
E_{cm}		35 220 N/mm ²	35 220 N/mm ²	200 000 N/mm ²	195 000 N/mm ²
E_{cm}		13 399 N/mm ²	13 399 N/mm ²		
f_{ck}		40,0 N/mm ²	40,0 N/mm ²	500 N/mm ²	1870 N/mm ²
f_{cd}		26,7 N/mm ²	26,7 N/mm ²	434,8 N/mm ²	1415 N/mm ²
f_{ctm}		3,5 N/mm ²	3,5 N/mm ²	0,49	1452 N/mm ²
f_{ctd}		1,6 N/mm ²	1,6 N/mm ²	2,11	1203 N/mm ²
ϵ_{cu}		3,5 ‰	3,5 ‰	16,2 ‰	905 N/mm ²

3.táblázat: anyagminőségek

Az anyagok paramétereit az MSZ EN alapján határoztam meg. Betonacéloknál [11] táblázatait, feszítő pászmák esetében [12] által közölt paramétereket használtam fel.

Az egyes végelem-részekre egyedi⁴ keresztmetszeteket tudunk meghatározni. A gerendát téglalap- és „T”-keresztmetszetként is számíthatjuk, illetve mind az oszlop, mind a gerenda kezdő és végszelvényének megadott magassága alapján változó-keresztmetszetet is közelíthetünk (ilyenkor a program a magasságkülönbség és a gerendavégek távolsága alapján lineárisan interpolál, és az egyes szerkezeti elemek közép-ordinátájával számol).

Lehetőség van a keresztmetszetek (akár egyéni, egymástól független) vasalásának meghatározására (7. ábra). Az elhelyezett vasalás mennyiségét ellenőrzi a program ($A_s^{\min} < A_s^{\text{prov}} < A_s^{\max}$). Lággyvas betéteket 3, feszítópásmákat 9 sorban tudunk elhelyezni (4. táblázat). A normál (lággy) betétek esetén a vasátmérő is szabadon változtatható. Ennek definiálásával a lineáris számítás megfelelősége is ellenőrizhető, illetve így végezhetünk értékelhető nemlineáris vizsgálatot a későbbiekben.



7.ábra: gerenda keresztmetszet

A paramétereket tartalmazó 4. táblázat:

A keresztmetszetek vasalata													
első sor				második sor				harmadik sor				feszítő pásmák	
$A_{s,prov,1}$				a_2 mm				a_3 mm				χ	
$c_{s,k} = 25$ mm				$a_{s,k} = 120$ mm				a_3 mm					
Baloldali oszlop	$c_{s,k} = 25$ mm	$a_{s,k} = 120$ mm											
0	2 Φ_1 20 = 628,3 mm ²	53	0 Φ_2 28 = 0,0 mm ²	173	0 Φ_3 20 = 0,0 mm ²	293						Φ_s 8 / 200	
1	2 Φ_1 20 = 628,3 mm ²	53	0 Φ_2 28 = 0,0 mm ²	173	0 Φ_3 20 = 0,0 mm ²	293						Φ_s 8 / 200	
2	2 Φ_1 20 = 628,3 mm ²	53	0 Φ_2 28 = 0,0 mm ²	173	0 Φ_3 20 = 0,0 mm ²	293						Φ_s 8 / 200	
3	2 Φ_1 20 = 628,3 mm ²	53	0 Φ_2 28 = 0,0 mm ²	173	0 Φ_3 20 = 0,0 mm ²	293						Φ_s 8 / 200	
4	2 Φ_1 20 = 628,3 mm ²	53	0 Φ_2 28 = 0,0 mm ²	173	0 Φ_3 20 = 0,0 mm ²	293						Φ_s 8 / 200	
5	2 Φ_1 20 = 628,3 mm ²	53	0 Φ_2 28 = 0,0 mm ²	173	0 Φ_3 20 = 0,0 mm ²	293						Φ_s 8 / 200	
6	2 Φ_1 20 = 628,3 mm ²	53	0 Φ_2 28 = 0,0 mm ²	173	0 Φ_3 20 = 0,0 mm ²	293						Φ_s 8 / 200	
7	2 Φ_1 20 = 628,3 mm ²	53	0 Φ_2 28 = 0,0 mm ²	173	0 Φ_3 20 = 0,0 mm ²	293						Φ_s 8 / 200	
8	2 Φ_1 20 = 628,3 mm ²	53	0 Φ_2 28 = 0,0 mm ²	173	0 Φ_3 20 = 0,0 mm ²	293						Φ_s 8 / 200	
9	2 Φ_1 20 = 628,3 mm ²	53	0 Φ_2 28 = 0,0 mm ²	173	0 Φ_3 20 = 0,0 mm ²	293						Φ_s 8 / 200	
Baloldali gerenda	$c_{s,k} = 35$ mm	$a_{s,k} = 40$ mm											
10	2 Φ_1 10 = 157,1 mm ²	58	0 Φ_2 0 = 0,0 mm ²	98	0 Φ_3 0 = 0,0 mm ²	138	2	40	2	80	744	100,00	400,6
11	2 Φ_1 10 = 157,1 mm ²	58	0 Φ_2 0 = 0,0 mm ²	98	0 Φ_3 0 = 0,0 mm ²	138	2	40	2	80	744	100,00	400,6
12	2 Φ_1 10 = 157,1 mm ²	58	0 Φ_2 0 = 0,0 mm ²	98	0 Φ_3 0 = 0,0 mm ²	138	2	40	2	80	744	100,00	400,6
13	2 Φ_1 10 = 157,1 mm ²	58	0 Φ_2 0 = 0,0 mm ²	98	0 Φ_3 0 = 0,0 mm ²	138	2	40	2	80	744	100,00	400,6
14	2 Φ_1 10 = 157,1 mm ²	58	0 Φ_2 0 = 0,0 mm ²	98	0 Φ_3 0 = 0,0 mm ²	138	2	40	2	80	744	100,00	400,6
15	2 Φ_1 10 = 157,1 mm ²	58	0 Φ_2 0 = 0,0 mm ²	98	0 Φ_3 0 = 0,0 mm ²	138	2	40	2	80	744	100,00	400,6
16	2 Φ_1 10 = 157,1 mm ²	58	0 Φ_2 0 = 0,0 mm ²	98	0 Φ_3 0 = 0,0 mm ²	138	2	40	2	80	744	100,00	400,6
17	2 Φ_1 10 = 157,1 mm ²	58	0 Φ_2 0 = 0,0 mm ²	98	0 Φ_3 0 = 0,0 mm ²	138	2	40	2	80	744	100,00	400,6
18	2 Φ_1 10 = 157,1 mm ²	58	0 Φ_2 0 = 0,0 mm ²	98	0 Φ_3 0 = 0,0 mm ²	138	2	40	2	80	744	100,00	400,6
19	2 Φ_1 10 = 157,1 mm ²	58	0 Φ_2 0 = 0,0 mm ²	98	0 Φ_3 0 = 0,0 mm ²	138	2	40	2	80	744	100,00	400,6

4.táblázat: alkalmazott vasalás megadása

⁴ A szélesség és magasság mind az oszlopnál, mind a gerendánál változtatható; illetve gerenda esetén „T”keresztmetszet tetszőleges paraméterekkel.

A fentieket megadva a program előállítja a szerkezeti egységek elemi merevségi mátrixait, azok lokális koordináta rendszerében (közbenső, mindkét végén befogott rúdelem esetében, 5. táblázat):

K_i^{lok}	$u_{1,x}$	$u_{1,z}$	$\varphi_{1,y}$	$u_{2,x}$	$u_{2,z}$	$\varphi_{2,y}$
$-N_1$	EA/L	-	-	$-EA/L$	-	-
$-V_1$	-	$12EI/L^3$	$6EI/L^2$	-	$-12EI/L^3$	$6EI/L^2$
$-M_1$	-	$6EI/L^2$	$4EI/L$	-	$-6EI/L^2$	$2EI/L$
N_2	$-EA/L$	-	-	EA/L	-	-
V_2	-	$-12EI/L^3$	$-6EI/L^2$	-	$12EI/L^3$	$-6EI/L^2$
M_2	-	$6EI/L^2$	$2EI/L$	-	$-6EI/L^2$	$4EI/L$

5.táblázat: elemi merevségi mátrix

Ezeket először a program a további számításhoz a globális koordináta-rendszerbe forgatja a transzformációs mátrixok segítségével:

$$\underline{K}_i^{glob} = \underline{T} \times \underline{K}_i^{lok} \times \underline{T}^T$$

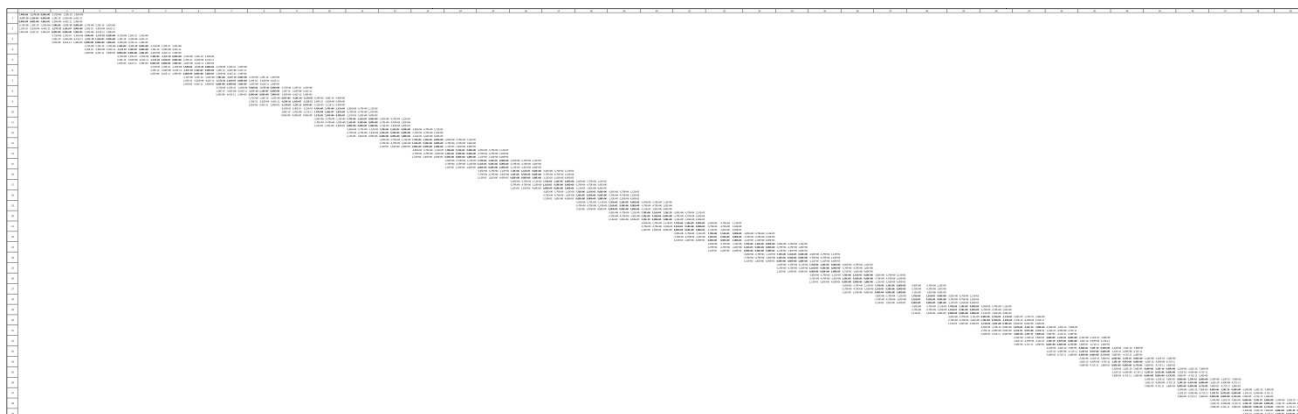
Az így kapott mátrixok (6. táblázat):

6.táblázat: elemek merevségi mátrixai

A csatlakozó csomópontokból összeállítható a teljes szerkezet merevségi mátrixa, amely jelen esetben egy 117x 117-es mátrix (4 szerkezeti elem 10-10 részre bontva, tehát összesen 41 rúdvég, 3-3 komponenssel, de ebből a két oszlop alatti támasz levonandó $\rightarrow 39 \times 3 = 117$).

Mivel a tartó csatlakozásai folytonosak (egy csomópontba csak az érkező, illetve az induló rúd köt be), ezért csak a mátrix főátlójában találhatók értékek.

A teljes szerkezet merevségi mátrixa (7. táblázat):



7. táblázat: szerkezet merevségi mátrixa

Transzponálást, majd invertálást követően az így átalakított merevségi mátrix, illetve a tehervektor segítségével a csomóponti elmozdulások (eltolódások és elfordulások) vektora számítható:

$$\underline{u} = (\underline{K}_{\text{szerkezet}})^{-1} \times \underline{q}$$

A kiszámított elmozdulás vektor alkalmazásával a program meghatározza a csomóponti, majd (koordináta-transzformációt követően) a rúdvégi igénybevételeket, melyekre már a szerkezeti elemek ellenőrzése elvégezhető (a főbb vizsgálatokat el is végzi a vonatkozó munkalap).

3.2 Teherfelvétel bemutatása

A terhek felvételét a hatályos MSZ EN (amelyre a továbbiakban EUROCODE; EC néven is hivatkozom) előírásainak felhasználásával, elsősorban [13] alapján végeztem el. Itt is törekedtem a lehetőség szerinti automatizálásra. A terheket a számításhoz a csomópontokra redukálva kell megadni, erre a teher-redukcióra is tartalmaz algoritmust a program a következők szerint. Közelítőleg a rúdelemek két vége között fele-fele arányban továbbítja a vonal menti megoszló terhet, és így az ellenőrző számítások szerint 0,5% alatti hibát⁵ produkál a vizsgált (gyakorlatban szokványos) geometriai kialakítások mellett a hajlítónyomatékok számítására.

3.2.1 Állandó terhek

A megadott geometriai adatokból az önsúlyterheket a vasbeton szerkezetek $\gamma_{VB}=25,0 \text{ kN/m}^3$ -es térfogatsúlyából számítva a program kalkulálja (g_k tehereset). A burkolati (tető- és falpanelek) és gépészeti (szerviz)terhek fajlagos (kN/m^2) intenzitásának megadása után ezeket a terheket is külön teheresetben ($g_{k,burk}$) tárolja a munkalap.

Állandó teherként a zsugorodás is terheli a szerkezetet. Ezt (a későbbiekben bemutatásra kerülő) effektív keresztmetszeti jellemzők meghatározásánál, mint a keresztmetszet elfordulását növelő hatást veszem figyelembe a szálfeszültségek ellenőrzésénél, [11] közelítő módszerét felhasználva.

A lassú alakváltozás (kúszás) hatását a rugalmassági modulus tartalmazza. Ez teherkombinációnként változó, annak függvényében, hogy mekkora a tartós és rövid idejű terhek aránya.

⁵ a közelítés a csuklós-befogott rudakon téved, de ilyen csak az oszloptalpak, keretsarkok és a gerenda középső keresztmetszetében fordulhat elő, statikai váz függvényében. Átlagos keretek esetében az elemfelosztás megfelelően sűrű ahhoz, hogy a hibaszázalék elfogadható maradjon.

A kúszási tényező, valamint a zsugorodás végértékének számítására [14] külön munkalapokat írtam, melyekkel ezek a hatások pontosan figyelembe vehetők. A szakirodalom [11] közelítő értékei elsősorban lemezekre lettek kiszámítva. Mivel ez merőben más szerkezeti rendszer, és mert az érték sok más tényezőtől (például az elméleti vastagságtól, h_0 ; a relatív páratartalomtól, RH ; a betonminőségtől, f_{ck} ; stb.) is függ, ezért használatuk téves eredményekre vezethet.

3.2.2 Esetleges terhek

Mivel egyhajós keretek méretezési kérdéseire keresem a választ, amelyek nem hordanak további szinteket, így esetleges terhelésként kizárólag meteorológiai hatásokat vettem figyelembe.

3.2.2.1 Hóteher

A hóterhet a szabvány szerint a tető hajlásszögének függvényeként vettem fel. A szél, illetve hőmérséklet módosító tényezőjének megadásával a hóteher karakterisztikus értéke (s_k) teheresetben alkalmazható a teherkombinációk képzésekor. Az s_k értékét kiemelt totál, valamint féloldalas hóteherként, illetve rendkívüli hóhatásként is definiáltam.

3.2.2.2 Szélteher

A szélterhelés felvétele EC szerint meglehetősen összetett. A tető, illetve függőleges falak zónákra bontását csak a keretálláson belül végeztem el, feltételezve, hogy a csarnok/épület hossza mentén általános (közbenső) pozícióban elhelyezkedő keretállásról van szó.

A szélteher felvételi munkalapon beállítható, hogy nyereg vagy félnyereg alakú tetőt vizsgálunk. Ha a tető hajlásszöge kisebb 5° -nál, akkor lapos tetőként kerülnek felvételre az alaki tényezők (c_{pe}).

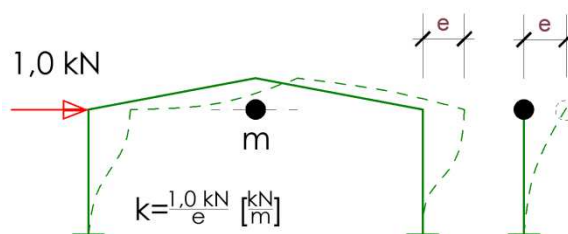
A torló nyomás (w_k) meghatározása az épületmagasság (h) alapján történik, egyedül az épület beépítési kategóriáját kell hozzá kiválasztani (a terep nyitottságának jellemzése).

Szélnyomás keresztirányban kerül kiszámolásra, szélszívás pedig mind keresztirányú, mind pedig hosszirányú (keretsíkra merőleges irányú, általános, közbenső állásra működő) szél általi szívásként. A kettő közül a mértékadó kerül a vonatkozó teherkombinációba. (Vasbeton szerkezetekre jellemzően nem mértékadó a szélszívás hatása, ellenben acél-, illetve fa anyagú szerkezet esetében számottevő lehet, valamint a héjazat vizsgálatához, leerősítésének méretezéséhez is nélkülözhetetlen.)

3.2.3 Földrengés

A hatályos előírások szerint kötelező az építmények szeizmikus vizsgálata. A program egy munkalapja elvégzi a szerkezet közelítő rezgésvizsgálatát, egy szabadságfokú rezgő rendszerként modellezve azt [15] alapján.

Az épület tömegét az önsúlyokból számolja, majd a (baloldali) keretsarok magasságába koncentrálja azt (8. ábra). A vállban működő vízszintes egységteherre futtatott vizsgálat eredményeként megkapjuk a vízszintes eltolódást, mely gyakorlatilag egy keret eltolódással szembeni merevségét adja. Ezt a keretállások számával megszorozva az épület keresztirányú eltolódással szembeni merevségét kapjuk.

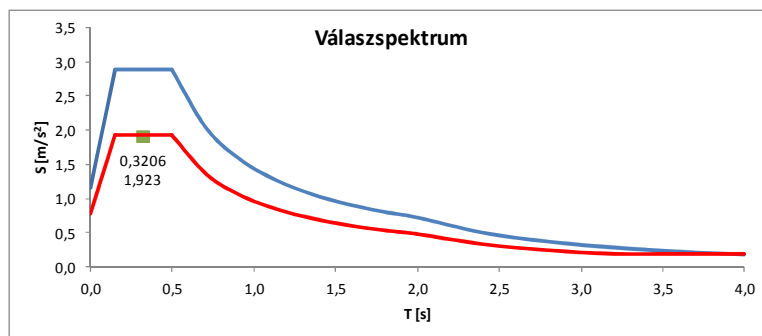


8. ábra: rezgésvizsgálat egyszerűsített modellje

Ebből a szerkezet periódusideje számítható:

$$T = 2 \times \pi \times \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ [s]}$$

A dolgozatban vizsgált csarnokra $T_s=0,321$ s értéket számítottam, ugyanolyan feltételekkel AXIS VM 11 szerinti 3D-s modell rezgésvizsgálatának eredménye $T_s=0,367$ s (~13%-os a közelítés eltérése a biztonság javára). A tömeg és önrezgés-szám, valamint a vizsgált terület helyszíne és talajfizikai adottságai alapján (legördülő menükből) meghatározhatjuk a tervezési válaszspektrum görbét (9. ábra), melyről leolvasható a szeizmikus hatást jellemző (pseudo) gyorsulási válaszspektrum értéke (S_d).



9.ábra: rugalmas- és tervezési válaszspektrum-görbe

Ebből az alap-nyíróerő (F_b) kerül meghatározásra, amelyet a vízszintes erők módszerét használva, a csomópontok tömegei és magassági pozícióinak aránya ($\frac{m_i \times h_i}{\sum (m_i \times h_i)}$) alapján a szerkezetre ható teherként működtettem. Ez alapján egyenletes tömegeloszlás esetén fordított háromszög alakú tehermegoszlást kapunk. Keretek esetén a gerenda szintjén a héjazat, szervizteher és tartóönsúly koncentráltabb, így ott a teherérték is nagyobb lesz. Mivel síkbeli szerkezet vizsgálatával foglalkoztam, ezért az egyidejű (főirányú terhelés 30%-os értékével egyenlő) keretsíkra merőleges komponenst elhanyagoltam. A szeizmikus teher függőleges irányú komponensének elhanyagolása Magyarország területén a szabvány szerint megengedett, így ezt a teherirányt sem alkalmaztam.

3.2.4 Teherkombinációk

Az igénybevételeket a fent ismertetett teheresetek mellett 5 teherkombinációban is lekérdezhetjük. A kombinációkat és a fél szerkezetre jutó csomóponti terheket illusztrálja a 8. táblázat:

γ_G 1,35	γ_S 1,50	γ_w 0,90	γ_G 1,35	γ_S 1,50	γ_w 0,90	γ_G 1,00	γ_S 2,00	γ_w 0,00	γ_G 0,90	γ_S 0,00	γ_w 1,50	γ_G 1,00	γ_S 0,00	γ_w 0,00
Tk1: kiemelt hó- totál			Tk2: kiemelt hó- félszal			Tk3: rendkívüli hó- totál			Tk4: kiemelt szélszél			Tk5: földrengés		
$F_{x,Tk1}$	$F_{z,Tk1}$	$M_{y,Tk1}$	$F_{x,Tk2}$	$F_{z,Tk2}$	$M_{y,Tk2}$	$F_{x,Tk3}$	$F_{z,Tk3}$	$M_{y,Tk3}$	$F_{x,Tk4}$	$F_{z,Tk4}$	$M_{y,Tk4}$	$F_{x,Tk5}$	$F_{z,Tk5}$	$M_{y,Tk5}$
0,000	-7,678	0,000	0,000	-7,678	0,000	0,000	-5,688	0,000	0,000	-5,119	0,000	0,000	-5,688	0,000
0,000	-7,678	0,000	0,000	-7,678	0,000	0,000	-5,688	0,000	0,000	-5,119	0,000	0,000	-5,688	0,000
0,000	-7,678	0,000	0,000	-7,678	0,000	0,000	-5,688	0,000	0,000	-5,119	0,000	0,000	-5,688	0,000
0,000	-7,678	0,000	0,000	-7,678	0,000	0,000	-5,688	0,000	0,000	-5,119	0,000	0,000	-5,688	0,000
0,000	-7,678	0,000	0,000	-7,678	0,000	0,000	-5,688	0,000	0,000	-5,119	0,000	0,000	-5,688	0,000
0,000	-7,678	0,000	0,000	-7,678	0,000	0,000	-5,688	0,000	0,000	-5,119	0,000	0,000	-5,688	0,000
-0,794	-7,678	0,000	-0,794	-7,678	0,000	0,000	-5,688	0,000	-1,493	-5,119	0,000	0,061	-5,688	0,000
-0,794	-7,678	0,000	-0,794	-7,678	0,000	0,000	-5,688	0,000	-1,493	-5,119	0,000	0,225	-5,688	0,000
-0,794	-7,678	0,000	-0,794	-7,678	0,000	0,000	-5,688	0,000	-1,493	-5,119	0,000	0,389	-5,688	0,000
-0,341	-5,916	0,000	-0,341	-5,916	0,000	0,000	-4,382	0,000	-0,653	-3,944	0,000	0,427	-4,382	0,000
0,056	-10,151	0,000	0,056	-10,151	0,000	0,000	-9,828	0,000	0,093	-4,019	0,000	0,777	-6,156	0,000
0,112	-16,148	0,000	0,112	-16,148	0,000	0,000	-16,578	0,000	0,187	-5,268	0,000	1,188	-9,234	0,000
0,089	-16,528	0,000	0,089	-16,528	0,000	0,000	-16,578	0,000	0,148	-5,902	0,000	1,211	-9,234	0,000
0,065	-16,909	0,000	0,065	-16,909	0,000	0,000	-16,578	0,000	0,109	-6,535	0,000	1,233	-9,234	0,000
0,065	-16,909	0,000	0,065	-16,909	0,000	0,000	-16,578	0,000	0,109	-6,535	0,000	1,255	-9,234	0,000
0,065	-16,909	0,000	0,065	-16,909	0,000	0,000	-16,578	0,000	0,109	-6,535	0,000	1,277	-9,234	0,000
0,065	-16,909	0,000	0,065	-16,909	0,000	0,000	-16,578	0,000	0,109	-6,535	0,000	1,300	-9,234	0,000
0,065	-16,909	0,000	0,065	-16,909	0,000	0,000	-16,578	0,000	0,109	-6,535	0,000	1,322	-9,234	0,000
0,065	-16,909	0,000	0,065	-16,909	0,000	0,000	-16,578	0,000	0,109	-6,535	0,000	1,344	-9,234	0,000
0,023	-17,289	0,000	0,023	-17,289	0,000	0,000	-16,578	0,000	0,039	-7,169	0,000	1,367	-9,234	0,000

8.táblázat: teherkombinációk és csomóponti terhe

Láthatóak az alkalmazott parciális biztonsági tényezők értékei is (adott helyen az érvényes kombinációs-egyidejűségi tényezővel módosítva). Nem vettem figyelembe a szabvány által a tartós és ideiglenes tervezési helyzethez felkínált önsúly-csökkentési ($\xi=0,85$) tényezőt, így elegendő a biztonság javára közelítve a fenti kombinációk vizsgálata.

Sajnos az MS Excel korlátozott függvény-beágyazási képessége miatt több kombináció készítése komolyabb ráfordítást igényelne, ez azonban meghaladná a jelen dolgozat kereteit.

4. A nemlineáris vizsgálat módszerei

A fejezetben ismertetem a szerkezeti elemek alkalmazott vizsgálati módszereit. A nemlineáris hatások figyelembe vételére az EC alapvetően három fajta eljárás alkalmazására ad lehetőséget.

Az általános módszer az anyagi és geometriai nemlinearitást, a másodrendű hatásokat foglalja magában. Oszlopok számításának egyszerűsítésére az előírás két lehetőséget kínál:

- a névleges merevségen alapuló módszert, ahol a hajlítási merevség (repedezettséget figyelembe vevő) névleges értékével és a kúszás erőjére gyakorolt hatásának figyelembe vételével kell a szerkezetet vizsgálni,
- vagy a névleges görbületen alapuló módszert, ahol az elsőrendű igénybevételeket egy másodrendű hatásokat modellező - közelítően egy maximális görbületet okozó külpontossággal becsülő - növelő taggal veszi figyelembe és az így kapott nagyobb teherszintre végzi el a szerkezeti elem ellenőrzését.

Bővebben az eljárásokról [1 és 16] tájékoztat. A feladat megoldása során a névleges merevségen alapuló közelítő eljárást alkalmaztam. Oszlopok esetében összehasonlítottam az eredményeket a névleges görbületen alapuló eljárás eredményeivel is.

4.1 A keretgerenda megoldási eljárása

A keretgerenda modellezésére a vasbeton feszültségi állapotait [17] vizsgáltam meg. Előállítottam az egyes stádiumoknak megfelelő határnyomatékokat, a tényleges merevség pedig mindig az aktuális igénybevételi szintnek megfelelően került meghatározásra a felosztott részelemekre vonatkozóan.

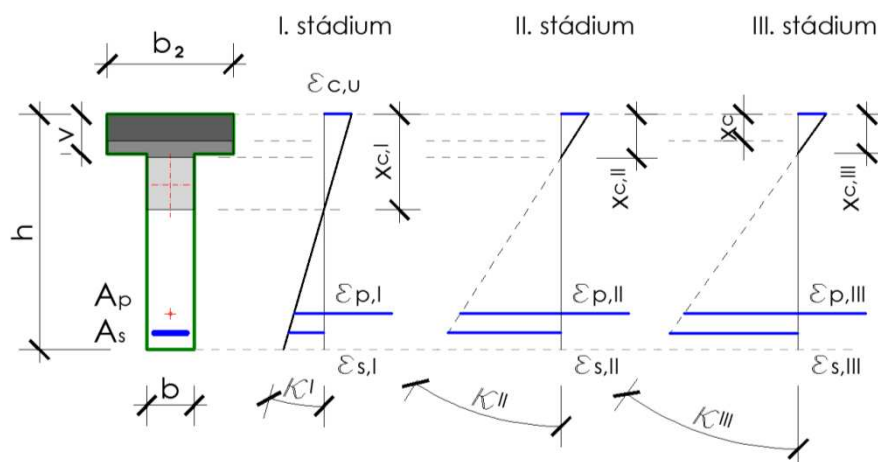
A repesztő nyomaték (I. feszültségi állapot határa, M_{cr}) eléréséig a teljes beton keresztmetszet, illetve a húzott vasalás (és feszítő betétek) alkotják a teljes másodrendű nyomatékokat. Feszített vasbeton esetében az előfeszítés során kialakuló saját feszültségi állapotot vettem figyelembe (a beton húzószilárdságát a feszítőerőből és annak külpontossága miatti nyomatékból számított feszültséggel mint kezdeti nyomófeszültséggel növeltem meg), így a repedésmentes állapot tartománya a lágyvasalásos tartóhoz képest jelentősen megnőtt.

A repesztő nyomaték elérését követően a tényleges kihasználtság alapján az effektív inerciát (I^{eff}) a húzott öv merevítő hatását figyelembe vevő tényező⁶ (ζ) segítségével arányosítottam az I. és II. feszültségi állapotnak megfelelő merevség (I^I és I^{II}), valamint nyomott zóna magasság (x_c^I és x_c^{II}) között.

A numerikus kísérletek során azt tapasztaltam, hogy az effektív semleges tengely (x_c^{eff}) a fentiek figyelembe vételével a kihasználtsági szintnél várt magasságnál nagyobbra adódik a vizsgált esetekben, és emiatt a szálfeszültségek ([18] alapján számított) értékeire hibás eredményt kaptam.

A probléma kiküszöbölésére feltételt írtam a II. feszültségi állapot határnyomatékára (M_{Rd}^{II}) vonatkozóan is. Amennyiben a tényleges hajlító nyomaték (M_{Ed}) meghaladja M_{Rd}^{II} értékét, úgy ζ tényező az I. és a III. feszültségi állapot nyomott zóna magassága (teherbírasi határállapot alakváltozási semleges tengelye, x_c^{III}) közötti arányosítás eredményét adja (10. ábra). Ez véleményem szerint jobban közelíti a fizikai valóságot, a számítási eredmények is a várt értékekhez közelebb állóak lesznek.

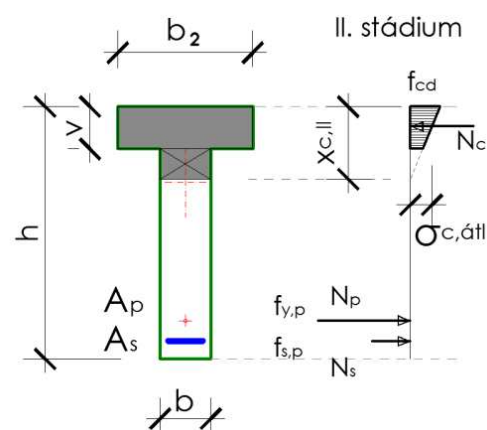
⁶ EC szerinti megfogalmazás



10. ábra: a vasbeton feszültségi állapotai

Természetesen a „T” keresztmetszet esetén figyelembe vettem a megnövelt nyomott zóna szélességet. Ellentétes előjelű hajlításnál, tehát mikor a fejlemez válik húzottá (például befogott keretsarokban) automatikusan négyszög keresztmetszettel számol a program.

A II. feszültségi állapotban számított „T” keresztmetszet bordafeszültségeit elhanyagoltam ([19]-nak megfelelően, 11. ábra), közelítőleg csak az öv (amennyiben a nyomott zóna annál kisebb, úgy annak csak $x_{c,II}$ magasságnyi részének) beton nyomását vettem figyelembe, az ott ébredő átlagos nyomófeszültség értékével számolva.



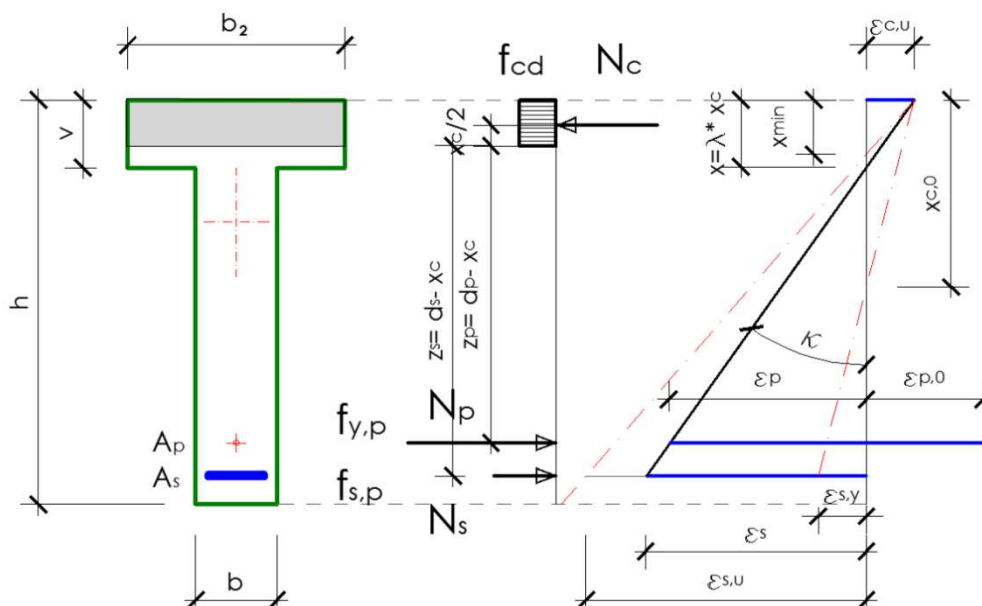
11. ábra: bordanyomások elhanyagolása

A nyomott zónában elhelyezett vasalat teherbírást és alakváltozást kedvezően befolyásoló hatását a biztonság javára elhanyagoltam [20].

A teherbírás számításakor x_c meghatározásánál a túlvasaltság elkerülése érdekében a legkevesbé húzott lágyvasbetét folyását ($\epsilon_{s,y}$ folyási nyúláshoz tartozó ξ_{c0} alapján x_{c0} határérték képzésével), illetve az alulvasaltság vizsgálatához a leghúzottabb betonacél szakadását (az acél határnyúlása, $\epsilon_{s,u}$ alapján számított $x_{c,min}$ feltételből) ellenőrzi a program.

A határnyomaték (M_{Rd}) a nyomott zóna szélére felírt nyomatéki egyenletből kerül meghatározásra.

A keresztmetszet görbülete (κ) a tényleges hajlító-nyomatékból az effektív inercia (I_c^{eff}) alapján kerül kiszámításra, amihez a zsugorodás miatti görbület-növekmény (κ_{cs}) adódik hozzá, [11] szerint. Az így meghatározott görbületet [18] alapján az effektív nyomott-zóna magasság függvényében használtam fel a szélső szálak nyúlásának meghatározására (12. ábra). A program jelzi, amennyiben a beton fajlagos alakváltozása meghaladja a törési összenyomódást ($\epsilon_c < \epsilon_{c,u}$), a pászma, illetve a lágyvasbetét eléri a szakadó nyúlását ($\epsilon_p > \epsilon_{p,u}$; $\epsilon_s > \epsilon_{s,u}$).



12. ábra: belső erők és fajlagos alakváltozások törési állapotban

A megadott kengyelezés alapján, az azok általi nyírási teherbírás ($V_{Rd,s}$), illetve a keresztmetszet által a nyomott beton rácsrudak tönkremenetele szempontjából felvehető maximális nyíróerő ($V_{Rd,max}$) is kiszámításra kerül. A kettő minimumának értékét a tényleges nyíróerővel összehasonlítva ($V_{Ed} \leq V_{Rd}$) a program ellenőrzi a megfelelőséget.

A feszültségi állapotok keresztmetszeti jellemzőinek ismeretében a repedéstágasság (w_k) is meghatározásra kerül és a tetszőlegesen felvett határértékre ($w_{k,max}$) ellenőrizhető. Az elmozdulásokat a tényleges merevségek használata miatt további átalakítások nélkül prezentálja a munkalap.

Ezekre a használhatósági (SLS) határállapotokra mindig az adott tervezési szituáció szab határt (esztétikai követelmény, csatlakozó - nem feltétlen tartó - szerkezetek épsége, megrendelői elvárások, stb.), tehát a maximálisnak elfogadható értéket mindig a tervezőnek kell meghatároznia. A használhatósági határállapotok követelményeinek kielégítésének igénye a korábbi évtizedek szakmai gyakorlatához képest jelentősen megnőtt [21], ezért ezek pontosabb vizsgálatának megoldása is szükséges.

Amennyiben a fenti vizsgálatok közül egy adott ellenőrzési feltétel nem teljesül, úgy a program a cella kiszínezésével (feltételes formázás) jelzi azt a felhasználónak, így szemléletesebbé téve a táblázatos megjelenítést.

4.2 A keretoszlop megoldási eljárása

Az oszlopok vizsgálatakor a fejezet bevezetőjében említett névleges merevségen alapuló közelítő eljárással dolgoztam, ami az előírás ajánlása alapján megfelelő „tetszőleges keresztmetszetű, karcsú nyomott szerkezeti elemek” vizsgálatára. A módszer alkalmazására a szabványban közölt képlet közvetlenül az effektív merevséget állítja elő:

$$EI = K_c \times E_{cd} \times I_c + K_s \times E_s \times I_s,$$

ahol K_s tényező a betonacélok figyelembe vételének arányát jelenti, ami $p \geq 0,002$ -es vashányad felett teljes értékkel (1,0) megtörténhet.

K_c módosító tényezővel a repedezettség, kúszás stb. hatását veszi figyelembe a képlet:

$$K_c = \frac{k_1 \times k_2}{1 + \phi_{\text{eff}}}$$

$k_1 = \sqrt{\frac{f_{ck}}{20}}$ értéke az anyagminőségre utal, könnyedén számítható, ahogy a tartós teherhányad függvényében ϕ_{eff} értéke is. $k_2 = n * \frac{\lambda}{170} \leq 0,20$ tényező azonban a karcsúság (λ) mellett a fajlagos normálerőtől, $n = \frac{N_{Ed}}{A_c * f_{cd}}$ is függ, ez utóbbi értéke pedig a számítási képletéből adódóan normálerő-mentes keresztmetszet⁷ esetén zérussá válik. A bemutatott képletsorokat végigkövetve megfigyelhetjük ennek hatását: $N_{Ed}=0 \rightarrow n=0 \rightarrow k_2=0 \rightarrow K_c=0 \rightarrow K_c \times E_{cd} \times I_c=0$, azaz a beton nem játszik szerepet a szerkezeti elem figyelembe vett merevségében, ami fizikai lehetetlenség. Csekély axiális terheltségű oszlopok esetén jelentős eltérések kialakulására enged következtetni. Ezen felül a szabvány k_2 tényezőt maximalizálja 0,20 értékben, ezzel a beton szerepét a szerkezet merevségében jelentősen korlátozva.

Furcsaság továbbá a képletben, hogy minél karcsúbb ($\lambda = \frac{l_0}{i}$) egy oszlop, annál nagyobb a számított merevség értéke. Ez ellentétes a mérnöki szemlélet szerinti elvárásainkkal, hiszen a nagyobb kihajlási hosszal rendelkező oszlopok ($l_0=v \cdot l$) érzékenyebbek a hajlításra (lásd kilengő keretek pillérei a merevített rendszerekkel szemben). A képletből így az is következik, hogy minél kisebb a keresztmetszet tehetetlenségi sugara ($i = \sqrt{\frac{I}{A}}$), azaz minél repedezettebb (kisebb I), vagy statikailag kedvezőtlenebbek a keresztmetszeti arányok, mégis annál inkább nő a beton-rész szerepe az összmerevségben.

Az előírás megemlíti, hogy statikailag határozatlan szerkezetek számításakor a fenti képletek általában nem alkalmazhatók. Ekkor az egymással összekapcsolt oszlopok egymás viselkedésére is hatással vannak. A módszer alternatívájaként a gerenda-vizsgálat során is alkalmazott, ζ tényezővel a feszültségi állapotok között kapcsolatot teremtő, általánosabb módszert ajánlja fel.

A program az oszlopok esetében mégis ezt a közelítő módszert alkalmazza, mert a keresztmetszetekben keletkező normálerő intenzitásának és külpontossági mértékének változása az eddigi vizsgálatok elvégzése mellett túl sok paraméter felvételét igényelné. Ilyen mértékű parametrizálás korrekt megoldása azonban meghaladná a dolgozat kereteit.

Karcsú oszlopok vizsgálatánál egy, az elmozdulások miatti növelő tényezőt: $1 + \frac{\beta}{N_B/N_{Ed} - 1}$ alakban (a korábbi

előírások másodrendű hatások nyomatóknövelő „ ψ ”- tényezőjével analóg szorzót) alkalmaztam, ahol $\beta = \frac{\pi^2}{c_0}$ képlettel c_0 értékében a nyomatóeloszlást vettem figyelembe.

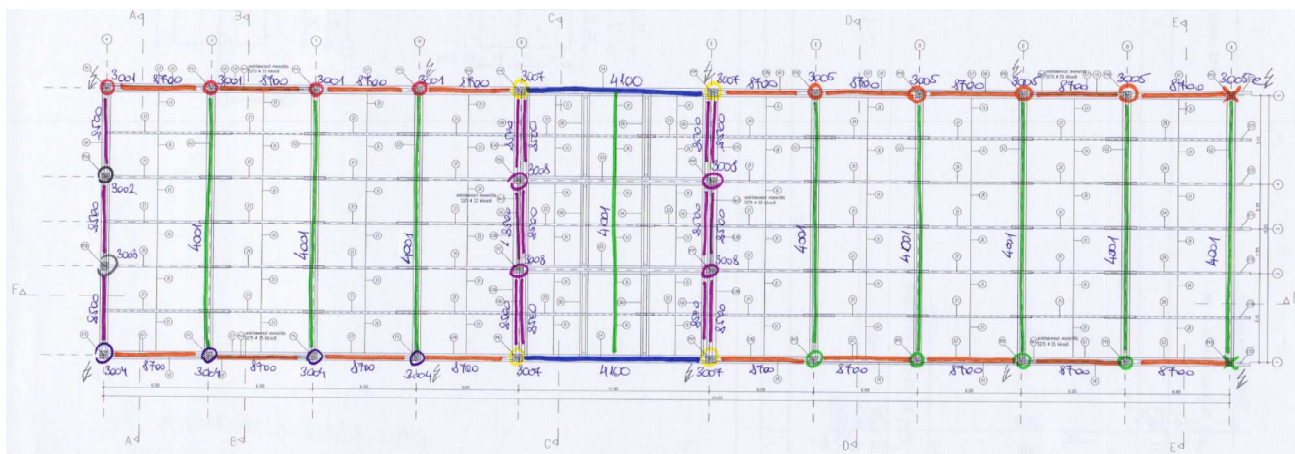
⁷ EC definíció szerint normálerő mentes szerkezeti elem nem oszlop, azaz a méretezési képlet nem alkalmazható rá.

5. A Combrio csarnok vizsgálata

A program használhatóságának bemutatására egy Gödöllő területén kivitelezés alatt álló épületet vizsgálók meg, amelyet az ASA Építőipari Kft. tervezett a vasbeton nemlineáris tulajdonságaival számoló ABACUS FETT és ABACUS STUR programcsomagok segítségével.

Az épület két oldalsó szárnyában 6,0 m-es állasközzel találhatók keretek. A szerkezet előregyártott elemekből épül fel, az oszlopok kehelyalapba fogottak, ezekre kerülnek a „T”- keresztmetszetű (kéttámaszú) vasbeton gerendák felültetésre. Az oszlopok eltérő hosszúak, így képezve ki az építészetileg szükséges lejtéseket. A keretállás támaszköze 15,3 m. Az épület közepén található blokk oszlopai magasabbak, a gerenda itt az épület hosszával párhuzamos főtartókra támaszkodik.

Az épület tartószerkezeti elrendezési vázlata (13. ábra):



13. ábra: csarnok elrendezési alaprajz

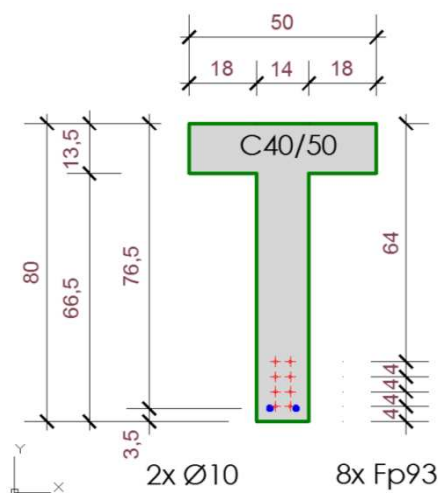
Nem célom a teljes épület statikai méretezése, csak az általános keretállás vizsgálata. Mivel a földrengés számításához a komplett épület adatai is szükségesek, ezért a baloldali (5 keretállást tartalmazó) egységet mint különálló (dilatációs) blokkot kezeltem és ennek az adataival (tömeg és merevségi viszonyok) számoltam.

A továbbiakban a 13. ábrán **zöld színnel jelölt 4001 jelű keretgerenda** és az ahhoz tartozó 3001 és 3004 jelű keretoszlopok vizsgálatát mutatom be.

5.1 A keretállás kialakítása és terhei

A gerenda C40/50-es szilárdsági osztályú betonból, előregyártott, előfeszített kivitelben készül. A gerinc aljában 2 normál hosszbetét (S500 B), illetve 4x2 St1640/1860 jelű feszített pászma került elhelyezésre (14. ábra).

A tartót csak az épületbe történő beépítését követő (végleges) állapotban vizsgálom, a feszített tartók szempontjából szükséges egyéb állapotok ellenőrzése nem a dolgozat része.



14. ábra: alkalmazott armatúra

A feszítési feszültség megadása után a feszültség-veszteségek automatikusan levonásra kerülnek és a továbbiakban az effektív feszítőerővel számol a program.

Az oszlopok 45x45-ös négyzet keresztmetszetűek, anyaguk C30/37-es szilárdsági osztályú beton, vasalásuk S500 B. A főbb geometriai adatok és a csarnok terheinek összefoglalását mutatja a 9. táblázat:

Geometriai adatok:

b=	6,0	m, a keretállások távolsága
s=	2,6	m, a szelemenosztási távolság
h=	3,4	m, a csarnok magassága
h _o =	3,4	m, a csarnokoszlop magassága
L=	15,3	m, a csarnok szélessége
B=	24,0	m, a csarnok hossza
$\alpha^1 =$	3,516	°, a tető hajlásszöge
$\alpha^2 =$	3,516	°, a tető hajlásszöge

Terhek:

önsúlyteher:		$\gamma_{G,sup}=$	1,35	$\gamma_{G,inf}=$	1,00		
trapézlemez:							
$g_k^{trap}=$	0,69	kN/m ²					
szervízteher:							
$g_k^{szervíz}=$	0,25	kN/m ²					
6 db szelemen:							
$g_k^{szel}=$	1,020	kN/m=	0,400	kN/m ²	$\Sigma=$ 1,340 kN/m ²		
falpanel:							
$g_k^{fal-panel}=$	0,84	kN/m ²					
hóteher:							
$p_{sk}=C_e \cdot C_t \cdot \mu_i \cdot s_k=$	1,00	kN/m ²	$\gamma_{s,sup}=$	1,50	$\gamma_{s,inf}=$ 0,00		
szélteher: nyeregterítő							
						$\psi_{0,s}=$	0,50
						$\psi_{1,s}=$	0,20
						$\psi_{2,s}=$	0,00
$\gamma_{w,sup}=$ 1,50							
$\psi_{0,w}=$ 0,60							
$\psi_{1,w}=$ 0,50							
$\psi_{2,w}=$ 0,00							
$\gamma_{w,inf}=$ 0,00							
keresztirányú szélteher falra:							
$w_k^{nyomás}=q_{p(z)} \cdot C_{pe}=$	0,261	kN/m ²	hosszirány szél általi szélszívás				
$w_k^{szívás}=q_{p(z)} \cdot C_{pe}=$	0,117	kN/m ²					
$w_k^{szívás}=q_{p(z)} \cdot C_{pe}=$	0,295	kN/m ²					
keresztirányú szélteher tetőre (szélnyomás)							
$w_k^G=$	-0,442	kN/m ²	C_{pe}	-1,200	keresztirányú szélteher tetőre (szélszívás):		
$w_k^H=$	-0,258	kN/m ²		-0,700	$w_k^G=$ -0,442 kN/m ² -1,200		
$w_k^J=$	-0,074	kN/m ²		-0,200	$w_k^H=$ -0,258 kN/m ² -0,700		
$w_k^I=$	0,074	kN/m ²		0,200	$w_k^J=$ -0,074 kN/m ² -0,200		
$q_{p(z)}=$	0,368	kN/m ²	$w_k^I=$ -0,074 kN/m ² -0,200				
a torlónyomás számított értéke							

9.táblázat: terhek alkalmazott karakterisztikus értékei

Látható a fenti teherfelvételi eredményekből, hogy a lapos tetőhajlás miatt ($\alpha < 5^\circ$) szélterhelés csak szívásként érheti a tetőt (negatív értékű C_{pe} alaki tényezők), ezért az elsődleges tartószerkezeti elemek vizsgálata során a szél figyelembe vétele a biztonság kárára történne, ennek következtében a teherkombinációkban zérus egyidejűséggel szerepeltetem.

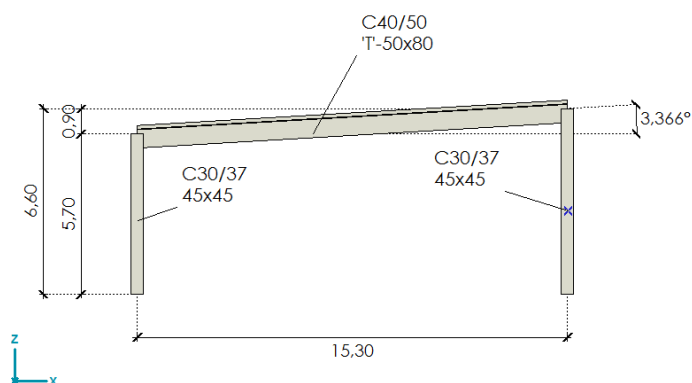
A 3.2.4 fejezetben ismertetett teherkombináció alkalmazása helyett (a fenti szélteher-számítási eredményeképpen) a Tk₄ jelű teherkombinációt átalakítottam, és szélszívás helyett a kvázi-állandó kombinációt vizsgáltam vele.

A tehereseteket öt teherkombinációba soroltam:

- Tk₁: kiemelt (totál) hőteher $p_{Ed}^1 = 1,35 \cdot g_k + 1,5 \cdot s_k^{\text{totál}}$
- Tk₂: kiemelt (féloldalas) hőteher $p_{Ed}^2 = 1,35 \cdot g_k + 1,5 \cdot s_k^{\text{féloldal}}$
- Tk₃: rendkívüli hőteher $p_{Ed}^3 = 1,00 \cdot g_k + 2,0 \cdot s_k$
- Tk₄: kvázi-állandó kombináció $p_{Ed}^4 = 1,00 \cdot g_k$
- Tk₅: szeizmikus teherkombináció $p_{Ed}^5 = 1,00 \cdot g_k + A_{Ed}$

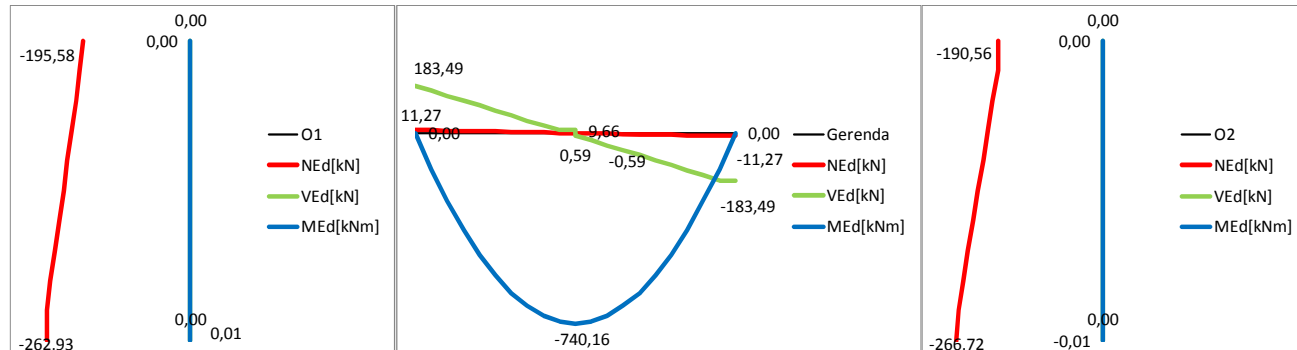
A program számítási eredményeinek értékeléséhez modelleztem a keretet az AXIS VM 11 szoftverrel (15. ábra), hogy így verifikálhassam a teherredukálás elfogadhatóságát és a számítási algoritmus hiba-mentességét.

Az összehasonlíthatóság miatt az AXIS által használt anyagjellemzőket adtam meg az általam írt programnak (a rugalmassági modulusok várható értékei is minimális eltérést mutatnak az AXIS-ban alkalmazott és a szabvány által számított esetben⁸).



15. ábra: keret geometria (AXIS VM 11)

Az így futtatott lineáris vizsgálat alapján kapott igénybevételek a TDK dolgozatra írt programcsomag alapján (16. ábra):

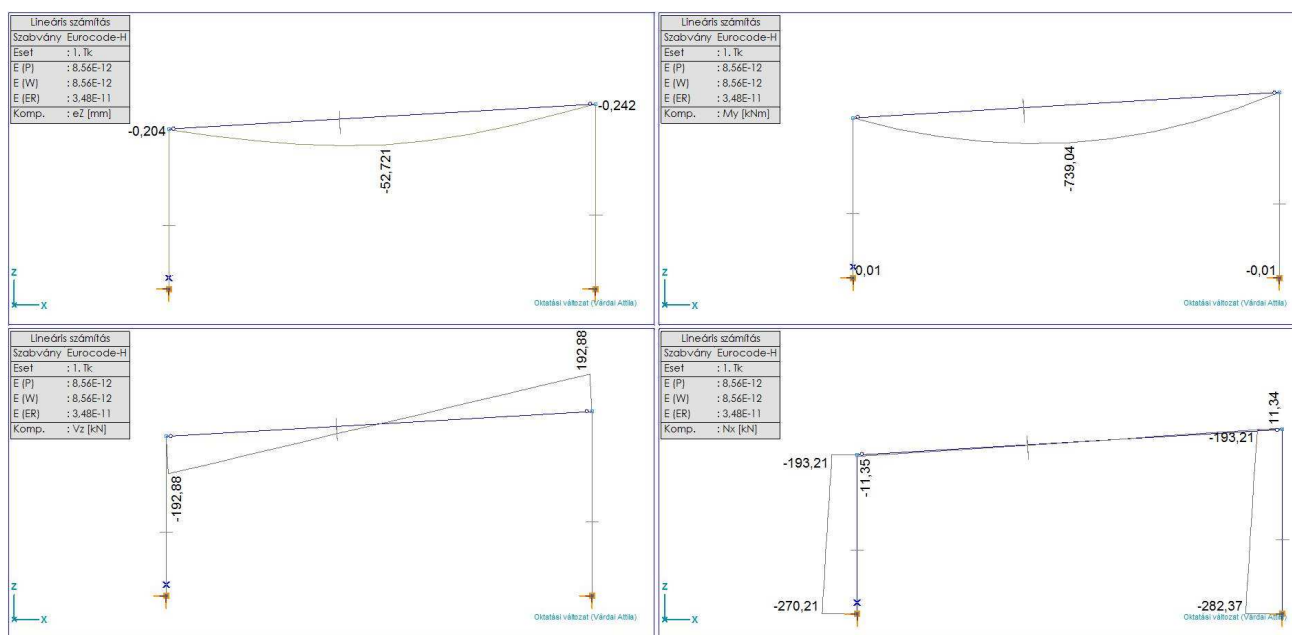


16. ábra: igénybevétel-eloszlás (lineáris)

O₁ a baloldali (alacsonyabb, tender szerinti 3001 jelű pillérnek megfelelő), O₂ a jobboldali (tender szerint 3004 jelű) oszlop. A gerenda maximális lehajlására 52,845 mm-es eredményt kaptam.

⁸ A gerendára (C40/50) a számított érték: $E_{cm}^{ger} = 35\,220\text{ N/mm}^2 \rightarrow$ AXIS-ban: $35\,000\text{ N/mm}^2$; oszlop (C30/37) esetén: $E_{cm}^o = 32\,837\text{ N/mm}^2 \rightarrow$ AXIS-ban: $32\,000\text{ N/mm}^2$

A keret igénybevételei AXIS program alapján:



17.ábra: igénybevétel-eloszlás (lineáris, AXIS VM 11)

A 17. ábrán látható, hogy a kétféle számítás között minimális igénybevétel különbségek jelentkeznek. Maximális eltérés a gerendavégi nyíróerőknél tapasztalható, ott az AXIS-énál 5,1%-al kevesebb értékkel számol az Excel-program. A merevségek szempontjából legjelentősebb hajlító-nyomaték esetében alig 0,1% az eltérés, gyakorlatilag nincs is. Az alakváltozások számításában is kielégítő az eredmény (0,2%-os eltérés).

A zsugorodás és a kúszási tényező végértékét részletes számítással határoztam meg.

A gerenda esetében betonozás utáni 10 napos első terhelés (t_0) és belső környezet (relatív páratartalom (RH)=50%) feltételezésével $\varphi_g^\infty=2,400$ -re adódott (a számításhoz a BME Szilárdságtani Tanszék által az épületre kiadott tender-számítások alapadatait vettem fel). Ha RH=60%; $t_0=25,5$ nap, $\varphi_g^{\infty, BME}=1,883$. Az oszlop esetében ugyanilyen módon $\varphi_o^\infty=2,800$ és $\varphi_o^{\infty, BME}=2,333$.⁹

A későbbiekben kitekerek még a tényező felvételének jelentőségére, példaként mindkét adattal megvizsgálom a szerkezetet.

5.2 A keretgerenda vizsgálata

Mivel a vizsgált esetben a vasbeton gerenda kéttámaszú (statikailag határozott), ezért az igénybevétel átrendeződés megfigyelésére nincs lehetőség, de a tehereseteket egyesével elemezve az igénybevételi szint hatása a merevségekre így is szemléletessé tehető.

A vizsgálati eredményeket a 10. táblázat mutatja be. Szerepeltettem az aktuális eset tartós teher arányát (p_{qp}/p_{Ed}), amelyből φ_{eff} értékét interpoláltam. E_{cd} a rugalmassági modulus tervezési értéke (E_{cm} modulus $\gamma_{CE}=1,2$ értékű parciális biztonsági tényezővel osztva), I_i^I az adott esethez tartozó (α vasalás-átszámítási tényezőtől, így φ_{eff} -től függő) I. feszültségi állapot idealizált mezőközépi keresztmetszetének másodrendű nyomatéka, I_{eff} pedig az inercia teherszint függvényében meghatározott tényleges értéke. B_0 a „kezdeti” hajlító merevség ($E_{cm}^{ger} \times I_i^I$ szorzattal képezve), B_{eff} ennek a tényleges értéke ($E_{cd} \times I_{eff}$). A lehajlások $e_{max,1}$

⁹ [11] alapján a gerendára 1,76-os, míg az oszlopra 2,13-as értékkel lehetne számolni közelítőleg.

értékét a vasalat és berepedezettség elhanyagolásával, de a rugalmassági modulus tervezési értékével számoltam, az elsőrendű elméletnek megfelelően. $e_{\max,2}$ pedig az armatúra figyelembe vételével számított (de a feszítés külpontosságából számított felhajlást elhanyagoló) nemlineáris mezőközépi eltolódás.

$$E_{cm}^{ger} = 35\,220 \text{ N/mm}^2$$

	ρ_{qp}/ρ_{Ed}	φ_{eff}	E_{cd} [N/mm ²]	I_i^I [mm ⁴]	I_{eff} [mm ⁴]	I_{eff}/I_i^I	B_0 [MNm ²]	B_{eff} [MNm ²]	B_{eff}/B_0	$e_{\max,1}$ [mm]	$e_{\max,2}$ [mm]	$e_{\max,2}/e_{\max,1}$
$g^{szerkezet}$	1,00	2,40	8632,5	1,30E+10	1,30E+10	1,00	457,11	112,04	0,25	34,14	28,81	0,844
$g^{burkolat}$	1,00	2,40	8632,5	1,30E+10	1,30E+10	1,00	457,11	112,04	0,25	68,22	51,56	0,756
s	0,00	0,00	29350,4	1,08E+10	1,08E+10	1,00	380,98	317,48	0,83	50,82	13,54	0,266
Tk ₁	0,644	1,80	16010,0	1,16E+10	4,57E+09	0,39	408,94	73,23	0,18	115,52	235,38	2,038
Tk ₂	0,644	1,80	16010,0	1,16E+10	4,69E+09	0,40	408,94	75,09	0,18	102,11	198,55	1,944
Tk ₃	0,501	1,40	18967,7	1,13E+10	4,03E+09	0,36	399,54	76,45	0,19	92,77	209,98	2,263
Tk ₄	1,00	2,80	8632,5	1,30E+10	1,30E+10	1,00	457,11	112,04	0,25	102,36	77,41	0,756
Tk ₅	0,00	0,00	29350,4	1,08E+10	1,08E+10	1,00	380,98	317,48	0,83	29,78	26,99	0,906

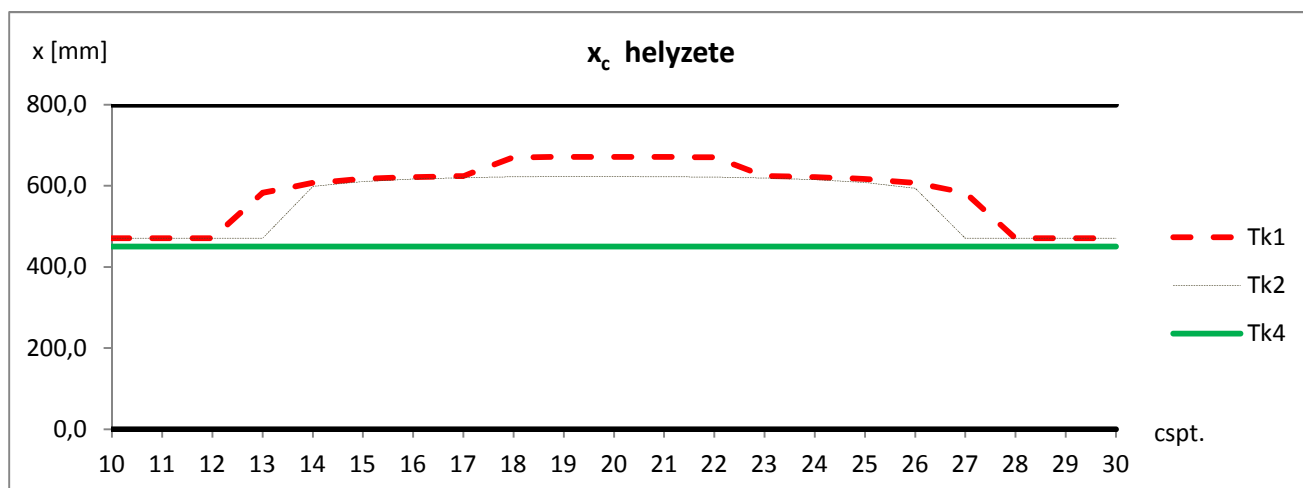
10.táblázat: gerenda- nem lineáris vizsgálat eredményei

A táblázatot vizsgálva több dolog is megállapítható:

- számítással is igazolást nyert, hogy az addíció tételének nemlineáris vizsgálat során történő használata téves eredményre vezet. Például $g^{szerkezet} + g^{burkolat}$ lineáris lehajlásainak ($e_{\max,1}$) összege $34,14+68,22=102,36$ mm, megegyezik a kvázi-állandó teherkombináció (Tk₄) értékével, de a nemlineáris vizsgálat eltolódásaira ez nem igaz: $28,81+51,56=80,37\text{mm} \neq 77,41\text{mm}$,
- minél tartósabb egy tehereset/teherkombináció, a keresztmetszet merevségi ellenállása, I_{eff} annál nagyobb (a betonacélok megnövekedett szerepe miatt) és bár ilyen esetekben E_{cd} minimális, de a $B_{eff}=E_{cd} \times I_{eff}$ szorzat, a tényleges hajlítómerevség szerencsére nem a rugalmassági modulus arányával csökken. Természetesen a kiindulási merevség (B_0) sem konstans,
- kisebb teherszint esetén (ahol a hajlító igénybevétel nem haladja meg M_{cr} repesztő nyomatékot) a tényleges merevség figyelembe vételével csökkennek a lehajlások, tehát ezekben az állapotokban a lineáris elmélet (amennyiben az alakváltozási modulus a kúszás hatásával redukáljuk) a biztonság javára közelít,
- a legkihasználtabb keresztmetszet merevsége akár az eredeti 18%-ára is visszaeshet teherbírasi (ULS) kombinációkban.

A valós viselkedés jobb megértéséhez a gerenda 20 felvett csomópontján ábrázoltam a lényeges keresztmetszeti jellemzők változását.

A jelentősebb különbséget mutató teherkombinációk esetén a nyomott zóna magasságának pozíciója:



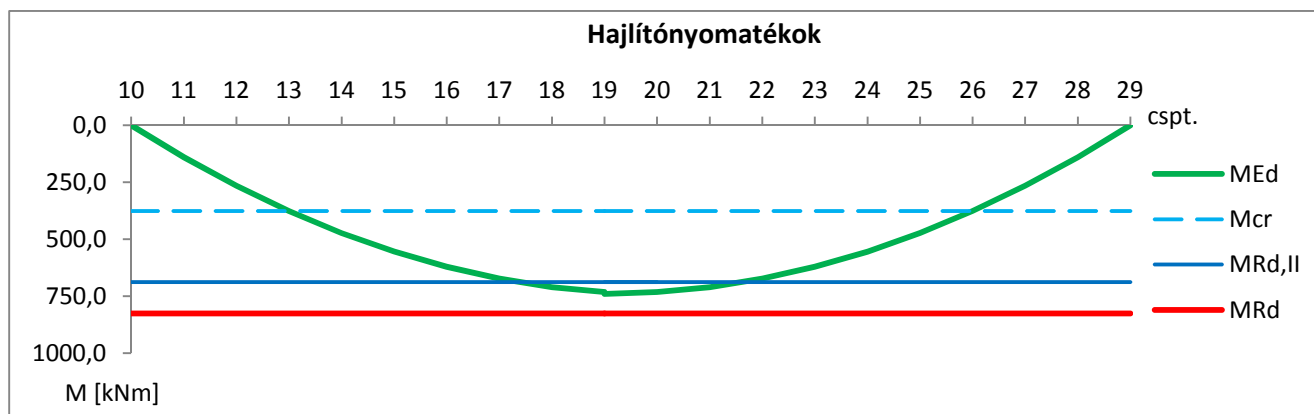
18. ábra: a semleges tengely pozíciója

A 18. ábra jól mutatja a kéttámaszú tartó terheltségét és ennek következtében egyre nagyobb húzott zóna kialakulását. Élesen elválaszthatók a feszültségi állapotok határai. Megfigyelhetjük azt is, hogy nem ugyanabból a kiindulási pozícióból kezdődik a semleges tengely „vándorlása”, ami az előbbieken ismertetett különbségek oka.

Látható, hogy az első teherkombinációban (Tk_1) a hajlító igénybevétel olyannyira megnövekszik, hogy a szerkezet a tartó közepén átlép törési állapotba (III. stádium). A valóságban persze a töréshez tartozó x_c csak egy keresztmetszetben alakulhat ki.

Egyértelműen látszik az is, hogy használhatósági határállapotban (SLS - kvázi-állandó teherkombináció esetén) végig repedésmentes a feszített gerenda (a nyomott zóna változatlan).

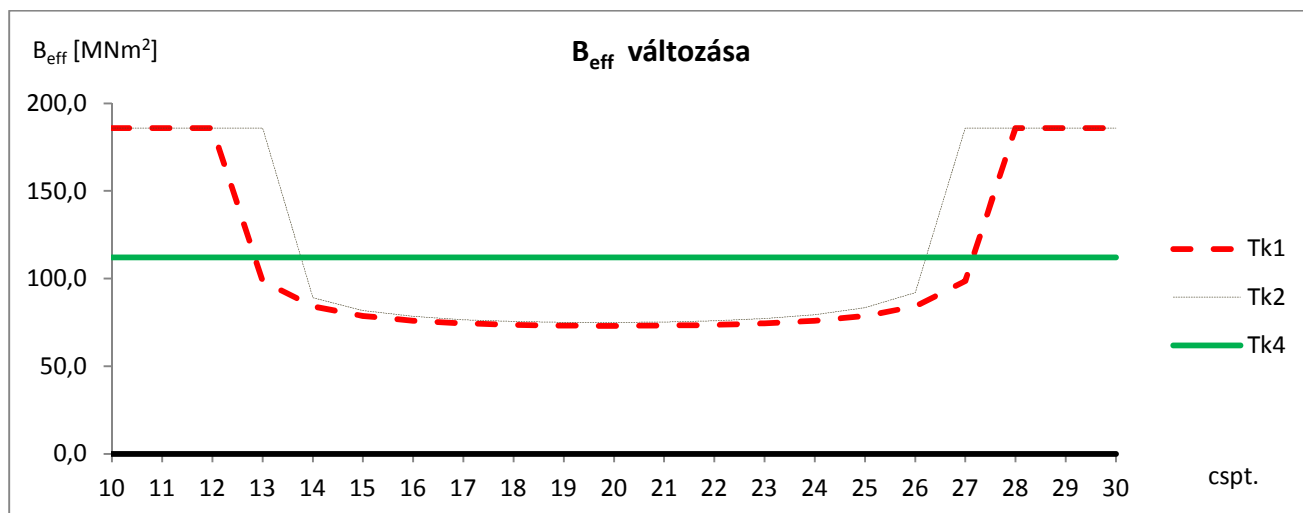
Az egyes feszültségi állapotok határnyomatékaival ábrázolva (a tényleges terhelésből, Tk_1 esetén számított mértékadó hajlítónyomaték feltüntetésével - M_{Ed}) egyértelműen szemléltethető (lásd a 19. ábrát), hogy mikor lépi át a kihasználtság az egyes állapotok határát:



19. ábra: hajlítási határok

A 19. ábráról leolvasható az is, hogy a feszített tartónak jelentős a repedésmentes tartománya, illetve mivel a feszítópázmák (az előfeszítés technológiai kötöttsége miatt¹⁰) a tartó teljes hosszában végigvezetésre kerültek, ezért a határnyomaték állandó, nem követi le az igénybevétel ábráját, ezzel a támaszoknál „felesleges” tartalékokat tartalmaz.

A semleges tengely helyzetével arányosan alakul a B_{eff} hajlítómerevség változása is, ahogy azt a 20. ábra mutatja:



20. ábra: a merevségek tartó menti alakulása

Mivel statikailag határozatlan szerkezetek esetében az igénybevétel-eloszlás a merevség függvénye (lásd a 3.1 fejezet elemi merevségi mátrixának felépítését - EI), ezért ennek a mennyiségnek a szerepe kiemelt fontosságú.

Kísérletképpen az első teherkombináció adataira elvégeztem a számítást a BME feltevései alapján számolt (előző fejezetben ismertetett) φ_g^∞ és φ_o^∞ értékekkel is. A mezőközep adatait a 11. táblázat hasonlítja össze:

	φ_g^∞	φ_{eff}	E_{cd} [N/mm²]	I_i^I [mm⁴]	I_{eff} [mm⁴]	B_{eff} [MNm²]	$e_{max,1}$ [mm]	$e_{max,2}$ [mm]
szervő	2,400	1,803	16009,9	1,16E+10	4,57E+09	73,23	115,52	235,38
BME	1,883	1,500	17006,8	1,15E+10	4,36E+09	74,22	108,78	228,59

eltérés [%]: -21,5 -16,8 6,2 -0,9 -4,6 1,4 -5,8 -2,9

11. táblázat: kúszás hatása miatti eltérések

Látszik, hogy a több, mint 6%-kal megnövekedett alakváltozási tényező a csekélyebb keresztmetszeti jellemző ($I_{eff} \rightarrow -4,6\%$) miatt jelentéktelenül (+1,4%-kal) növeli csak meg az effektív merevség értékét. A másodrendű lehajlások tekintetében tapasztalható 2,9%-os különbséget, bár százalékosan nem jelentős, figyelembe kell vennünk, mivel magas teher szint esetén a lineáris elmélet szerint számított lehajlás-érték kétszeresét is meghaladhatja. A különbségről tehát érdemes tudomást venni és a kiindulási paramétereket célszerű körültekintően felvenni a számítás megkezdésekor. Ehhez a gyakorlatban sokszor a megrendelői

¹⁰ a támaszok közelében egyenes feszítókábel alkalmazásával is elérhető a feszítésből származó negatív nyomatékok repesztő hatásának csökkentése a pázmák lecsövezésével

igények behatóbb ismerete szükséges, ami komolyabb utánajrást, információszerzésbe fektetett többlet energiát jelent.

A valóságban a rugalmassági modulus értéke tág határok közt változhat az alkalmazott adalékanyag fajtájától/minőségétől kezdve a szerkezet kivitelezésének módjáig (annak technológiai fegyelméig) rengeteg tényező függvényében. Ennek következtében a szabvány által megadott tényező alkalmazása során tudatában kell lenni annak, hogy a számítási végeredmény - már csak e paraméter függvényében is - mekkora szórást tartalmazhat. Javasolt [20] tényleges (mért) rugalmassági modulus felvétele, amennyiben azt a lehetőségek lehetővé teszik.

5.3 Lágy vasalású gerenda vizsgálata

Alternatívaként megvizsgáltam a tartót feszítőbetétek alkalmazása nélkül is. Arra törekedtem, hogy a gerenda teherbírása megegyezzen a vizsgált feszített tartóéval és az összehasonlíthatóság miatt a mezőközépen szükséges vasalást teljes egészében a támaszokig vezettem.

A fentiek alapján (figyelembe véve a keresztmetszeti szélesség alapján a vasak elhelyezhetőségét) három sorban osztottam ki a betéteket.

Az alsó két sorban 2-2 $\phi 25$ -ös, a harmadik sorban 2 szál $\phi 22$ -es (a gyakorlatban nem járatos, de az elvi vizsgálat szempontjában ideális keresztmetszeti területű) S500 B osztályú betonacél került elhelyezésre, így az alkalmazott betonacélok mennyisége: $A_s^{prov}=2723,8 \text{ mm}^2$ (a feszített tartó esetén $157,1 \text{ mm}^2$ keresztmetszeti területű lágyvas ($2\phi 10$) és 744 mm^2 -nyi feszítőpászma).

A számítás szerint mértékadó teherkombinációban (Tk_1) a lágybetétes tartó repesztő nyomatéka $M_{cr}^I=117,5 \text{ kNm}$, szemben a feszített tartó $M_{cr}^{pr}=376,0 \text{ kNm}$ -es határával. Látszik, hogy a feszített tartó sokkal nagyobb teherre reped be, azaz merevségcsökkenése később kezdődik.

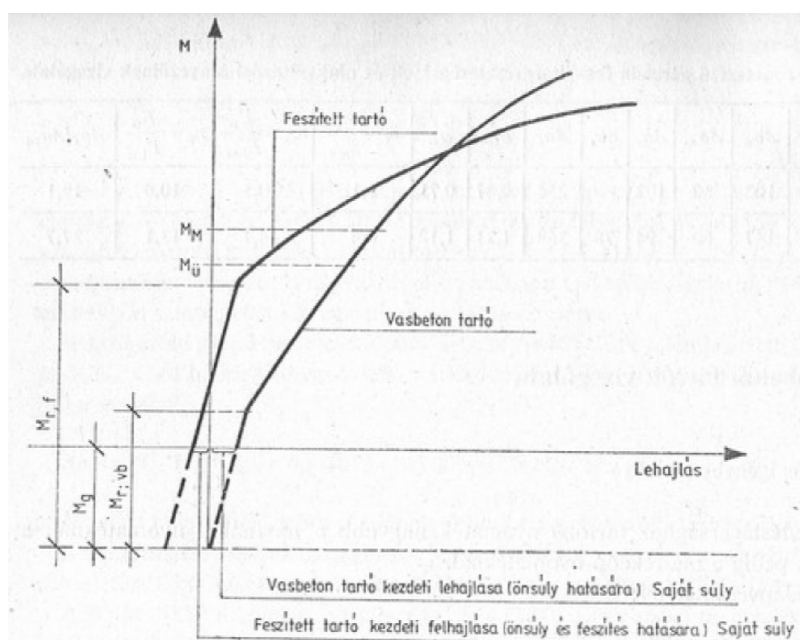
A teherbírasi (Tk_1) és a használhatósági (Tk_4) állapotok vizsgálatának eredményeit a 12. táblázat mutatja:

		I_i^I [mm ⁴]	B_0 [MNm ²]	B_{eff} [MNm ²]	B_{eff}/B_0
Tk_1	feszített	1,16E+10	408,94	73,23	0,18
	lágy	1,43E+10	502,08	146,50	0,29
Tk_4	feszített	1,30E+10	457,11	112,04	0,25
	lágy	1,70E+10	598,38	115,59	0,19

12.táblázat: lágy vasalású és feszített tartó merevségcsökkenése

Az eredmények elemzésével látszik, hogy lágyvasalás esetén a megnövelt alkalmazott keresztmetszeti terület miatt (és mert $E_s=200 \text{ kN/mm}^2 \approx E_p=195 \text{ kN/mm}^2$, azaz a merevséget az E modulus alig befolyásolja) a repedésmentes állapotban az ideális keresztmetszet jellemzői (I_i^I és így B_0) nagyobbak, a szerkezet merevebb.

Tk₄ esetén a lágyvasas tartó merevsége nagyobb arányban csökken a kiindulási állapothoz (E_{cm} pillanatnyi alakváltozási tényezővel és I_i^I -el számolt B_0 -hoz) képest, hiszen a használati teherszint már berepeszti a tartót és így a kúszás miatti



21.ábra: feszített- és normál vb. tartó lehajlásai [7.]

E_c redukció mellett az inercia is csökken, míg a feszített gerenda itt még repedésmentes marad.

Azonban amennyiben a teherszint elér egy törési állapothoz közeli értéket, a csekély elhelyezett vasmennyiség miatt a feszített gerenda merevsége csökken nagyobb mértékben (lásd a 21. ábrát), hiszen a II. feszültségi állapot elérésétől kezdődően jelentőssé válik az elhelyezett betonacélok merevségnövelő hatása. Ez gyakorlatilag számszerűsítése a normál (lágy) vasalatot tartalmazó vasbeton szerkezetek duktilis alakváltozási képességének (nagyobb a II. feszültségi állapot tartománya), vagy éppen a feszített tartó rideg viselkedési tulajdonságainak, megfogalmazás függvényében. A fentiekből következően belátható, hogy miért szükséges bizonyos minimális lágyvas-hányad alkalmazása feszített tartókban is (feszítési-fok szabályozása ridegtörés elkerülése végett).

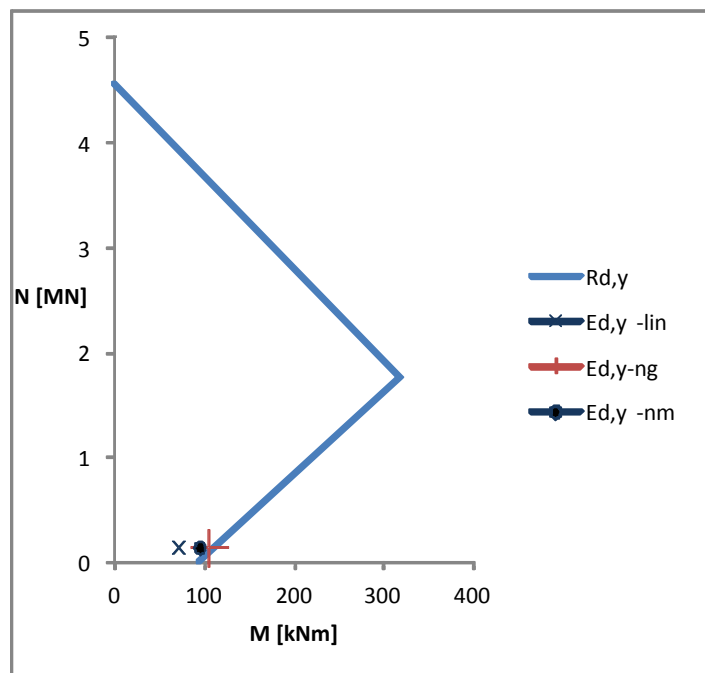
5.4 Az oszlopok vizsgálata

Az oszlopokat először az ASA Kft. általi méretezésben szerepeltetett 4φ 20-as hosszvasalással vizsgáltam, majd erősebb armatúrát (4φ 25) is elhelyeztem a különbségek kimutatása érdekében.

Az effektív hosszok számításához [22] alapján számítottam ki a kihajlási (v) tényezőket.

Az igénybevételeket összehasonlítottam elsőrendű (lineáris, ^{lin} index), az ezekből a névleges görbületen alapuló módszer (^{ng} index) segítségével növelt másodrendű; valamint a 4.2-es fejezetben ismertetett névleges merevség segítségével számoló (^{nm} index: $EI=K_c \times E_{cd} \times I_c + K_s \times E_s \times I_s$ képlet alapján) eljárás esetén. A következőkben feltüntetett értékek a baloldali oszlop befogási igénybevételei és merevségi adatai.

Az oszlop megfelelőségét közelítő teherbírasi görbe (M-N diagram) segítségével ellenőriztem. A maximális befogási nyomaték földrengés esetén (Tk_5) ébred a szerkezetben, ekkor a teherbírasi görbe (22. ábra):



22. ábra: közelítő teherbírasi diagram

A főirányú (y tengely körüli) hajlításra éppen kihasznált a szerkezet. Természetesen a valóságban az oszlopok kétirányú hajlításra méretezendők (a megfelelő interakciós képletek alkalmazásával), a célom a továbbiakban a jelenség illusztrálása.

Az egyes számítási módszerek közti különbségek a 13. táblázatból olvashatók ki. Feltüntettem az aktuális normálerőt (N_{Ed}) és a közelítő görbén az ehhez tartozó határnyomatéki (M_{Rd}) értéket. M_{Ed} az egyes vizsgálatok szerinti hajlító igénybevétel, n a kihasználtság (M_{Rd}/M_{Ed}), ψ pedig a másodrendű nyomatéknövelő tényező (M_{Ed}^i/M_{Ed}^{lin}).

$N_{Ed} = 144,1$ kN; $M_{Rd} = 101,65$ kNm			
	lineáris	n_görbület	n_merevség
M_{Ed} [kNm]	74,46	97,99	89,17
n		0,964	0,877
ψ		1,316	1,198
$e_{sarak, 4\phi 20}$ [mm]	8,81		67,92
$e_{sarak, 4\phi 25}$ [mm]	8,81		53,31

13. táblázat: oszlopméretezési eljárások különbségei

A névleges görbület ($Ed,y-ng$) alkalmazásával 96,4%-os a kihasználtság¹¹ (n), míg a névleges merevségek módszerével ($Ed,y-nm$) mindössze 87,7%-os. A különbség a másodrendű hatások miatti növekmények (a hagyományos jelölést megtartva- ψ) közti eltérés miatt alakul ki.

¹¹ adott normálerőhöz tartozó határnyomatékhoz képest értelmezve

A baloldali keretsarok vízszintes eltolódásait (e^{sarok}) vizsgálva (13. táblázat) több tanulság is leszűrhető:

- a névleges görbületen alapuló módszer segítségével nem kapunk használható értéket az elmozdulásokra, az ugyanis pusztán az igénybevétel-növekmények számítására szolgál, és az elsőrendű elmélet szerint számított elmozduláshoz képest változást nem jelent¹²,
- az elsőrendű elmozdulások a tényleges eltolódásokat a biztonság kárára közelítik,
- a névleges merevségek módszerével számított nyomaték-növelési arány nem azonos az elmozdulás-növekmény arányával ($67,92\text{mm}/8,81\text{mm}=\mathbf{7,709} > 89,17\text{kNm}/74,46\text{kNm}=\mathbf{1,198}$),
- ~56%-os vasmenyiség-növelés ($4\phi 20= 1257 \text{ mm}^2$ helyett $4\phi 25= 1963\text{mm}^2$) 78,5%-ra redukálta a keretsarok eltolódását, az alkalmazott vasalásnak jelentős hatása van az eredményekre.

A névleges merevségek módszerével előállított szerkezeti merevségértékeket elemezve dönthetünk a módszer alkalmazhatóságáról:

		φ_{eff}	B_0 [MNm ²]	$B_{\text{eff}}^{\text{nm}}$ [MNm ²]	B_{eff}/B_0
2x2x $\phi 20$	Tk ₁	1,80	58,36	12,35	0,212
	Tk ₄	2,80	28,03	8,39	0,299
	Tk ₅	0,00	97,14	13,31	0,137
2x2x $\phi 25$	Tk ₁	1,80	60,10	15,63	0,260
	Tk ₄	2,80	29,58	12,08	0,408
	Tk ₅	0,00	98,96	16,52	0,167

14. táblázat: vasalás hatása

A 14. táblázatban megjelenítettem az egyes teherkombinációk kiindulási merevségét ($B_0=E_c^{\text{prov}} \times I_i^1$), azok effektív értékét (B_{eff}), valamint a csökkenés arányát (B_{eff}/B_0).

Láthatjuk, hogy a minél nagyobb a rövid idejű terhek aránya, annál nagyobb mértékben csökken a merevség. Mivel a képlet alapján a vasalat hatása konstans különböző teherkombinációk esetén is, az következik, hogy kizárólag a beton figyelembe vett merevsége redukálódik. Megállapítható, hogy a kúszás hatására rendkívül érzékeny a módszer.

Kijelenthető az is, hogy az elhelyezett vasalat merevítő szerepe is hatással van a szerkezet viselkedésére már az igénybevételek számításakor is, ellentétben a névleges görbületek módszerével¹³. Az erősebb vasalat a kiindulási merevségen túl javított a B_{eff}/B_0 arányszámon is ($Tk_1 \rightarrow \frac{0,260}{0,212} = 1,23$; $Tk_4 \rightarrow \frac{0,408}{0,299} = 1,36$; $Tk_5 \rightarrow \frac{0,167}{0,137} = 1,22$).

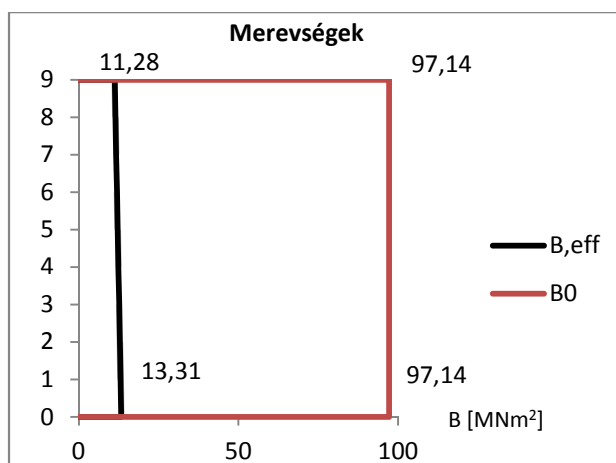
A 4.2-es fejezet gondolatmenete alapján azonban az eredményeket kétséggel kell fogadnunk, hiszen a fentiek alapján használhatósági állapotban (gyakorlatilag jelen esetben önsúlyterhekre) is 29,9%-ra csökken a rúdelem merevsége, azaz jelentős repedezettséget feltételez a számítás, ami a valóságban használati

¹² itt a lineáris elmozdulások pusztán a beton-keresztmetszet repedésmentes inerciájával kerültek kiszámításra, az AXIS VM által alkalmazott módszernek megfelelően.

¹³ kis axiális igénybevétel esetében lenne kimutatható hatás, mivel a kihasználtsági fok szerepel a számítási képletben ($K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{\text{bal}}} \leq 1,0$), de a vizsgált esetekben a minimum-feltétel volt a mértékadó.

állapotban általában nem várható¹⁴. Ezzel a feltételezéssel azonban a vízszintes eltolódások értékeit is jelentősen túlbecsüli az eljárás.

A fentiekben túl megjegyzendő, hogy a jelenleg bemutatott vizsgálat (az oszlopok 10 egységre felosztásával finomított számítás) nem alkalmas a nemlineáris hatások tényleges figyelembe vételére, mert (a névleges görbületek módszerével megegyezően) rúdelemek elkülönített vizsgálatát célozza meg. Ez az Excel-program esetében azt jelenti, hogy a keresztmetszetenként változó normálerőn felül nincs változás a részelemek között, a hajlítási igénybevétel arányára is érzéketlen a módszer. Ábrázolva a kapott merevségi értékeket Tk_5 esetén (23. ábra), szemléletessé válik ennek értelme:



23. ábra: oszlopmerevségek a programmal

Leolvasható, hogy a módszer szerint a befogási (legnagyobb nyomatékot viselő) keresztmetszetben a legnagyobb az oszlop effektív merevsége (hiszen ott maximális a repedéseket záró normálerő, ami a fentiekben is említett egyetlen változó a tartó mentén). Ez nyilvánvalóan téves, a valóságot nem megfelelően modellező eredmény.

Az ASA Kft. által készített számítás eredménye szélteher esetén az oszlopmerevségek változására (24. ábra):

Steifigkeiten EJ(MNm²) LG 3

M 1 : 15

58.15



Zustand II: —————

Zustand I: - - - - -

24. ábra: Oszlopmerevség ABACUS STUR STB programmal (ASA Kft.)

¹⁴ EC a közelítést a teherbírasi vizsgálatok között taglalja, nem említi alkalmazhatóságát SLS állapotokban.

Ennél a számítási eredménynél visszkapjuk az előzetes várakozások szerinti viselkedést, miszerint az oszlopvég a befogásnál megreped, II. stádiumba kerül.

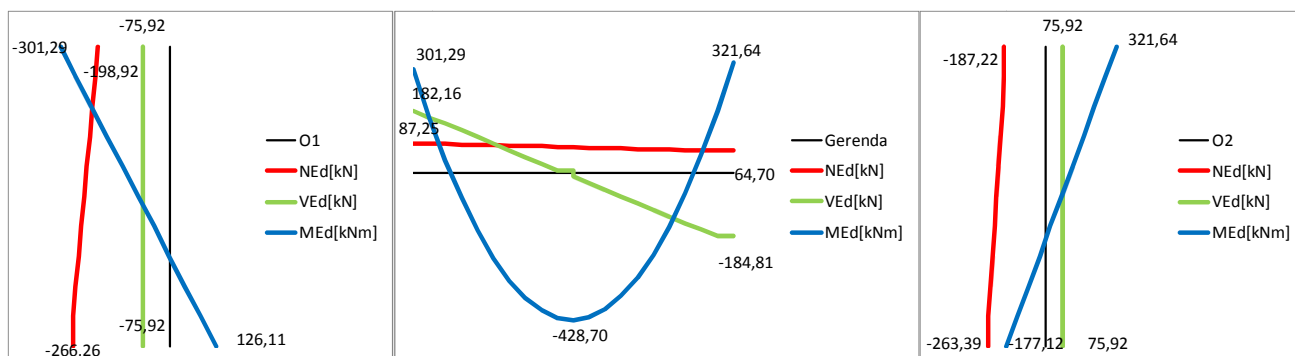
Várhatóan ugyanezt az eredményt hozná az effektív merevségek módszerének összetettebb változata, melyet a gerenda vizsgálatokor alkalmaztam. A jövőben tervezem a módszer kiterjesztését (esetleg más szoftveres felület felhasználásával) az oszlopok részletesebb vizsgálatára is.

Látható, hogy az oszlopok vizsgálata sokkalta összetettebb feladat, és a választott módszer kidolgozásának részletessége nem olyan szintű, mint a gerenda analízisének alkalmazott.

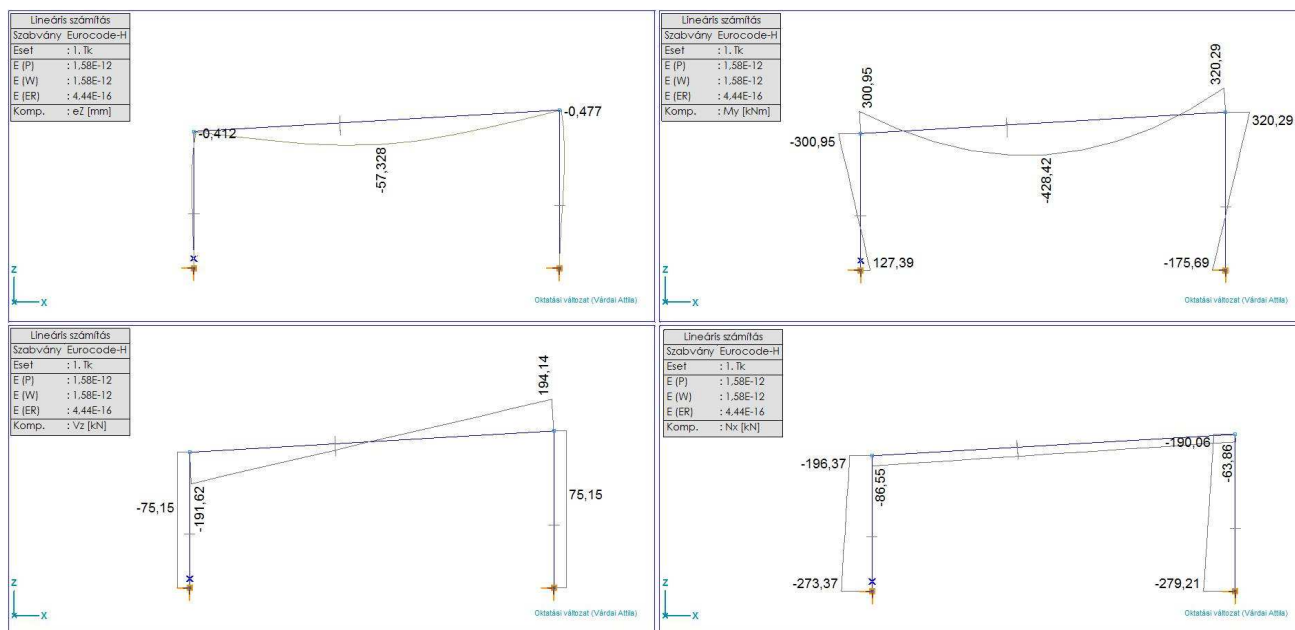
6. Sarokmerv alternatív keret vizsgálata

A fenti vizsgálatok elemzése mellett foglalkoztatott a statikailag határozatlan szerkezetek nyomatók-átrendeződésének kérdése is, így elkészítettem egy sarokmerv modellt az előző geometria megtartásával. A gerenda vasalását itt a lineáris nyomatóki ábrát követő armatúra elhelyezésével terveztem meg (a szerkesztési szabályok, nyomatóki ábra eltolás elhanyagolásával).

Ismét igazoló számítást készítettem, hogy az igénybevétel-eloszlás korrektségét bizonyítsam. A betonok rugalmassági modulusainak a kúszási tényezőkkel csökkentett értékeivel végzett lineáris számítás eredményét Tk₁ esetén az Excel-programmal (25. ábra), valamint AXIS VM 11-el (26. ábra) mutatja be.



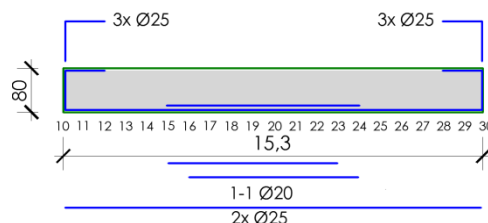
25. ábra: befogott keret lineáris igénybevétel- eloszlása a programmal



26. ábra: befogott keret lineáris igénybevétel- AXIS VM 11-el

Látható, hogy az egyezés ismét kielégítő, az igénybevételek eloszlása az elsőrendű elmélet szerint megfelelő, a mező lehajlása 57,287 mm az MS Excel szerint, ami közel egyenlő az 57,328 mm-es AXIS eredménnyel - a számítás tehát igazoltnak tekinthető.

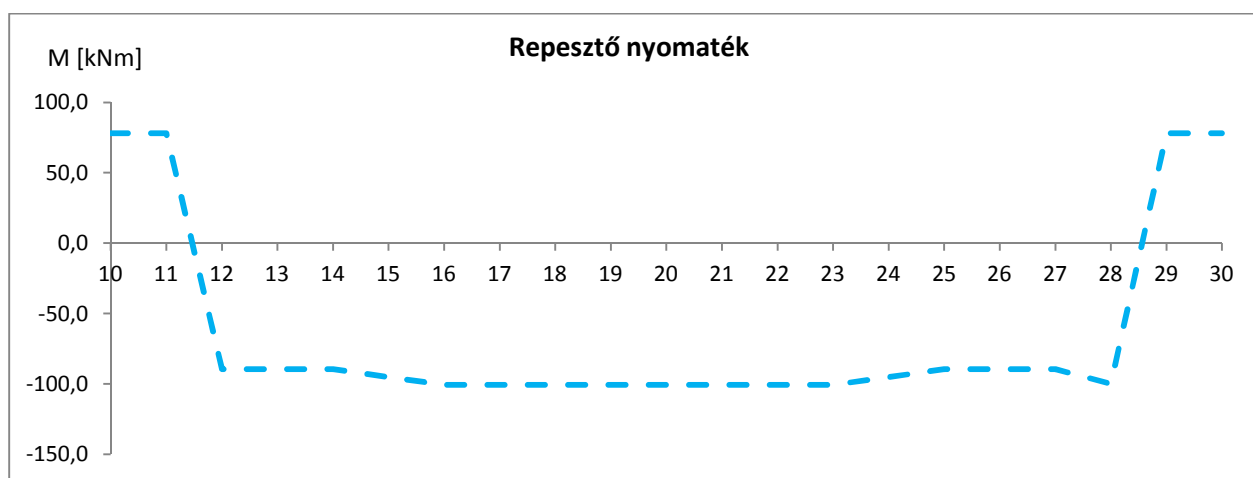
A fenti nyomaték-eloszlásra elhelyeztem a gerendában a hosszbetéteket. A keretsarokba felül 3-3 szál $\phi 25$ -ös, a gerenda aljában (a toldási probléma elhanyagolásával) végigvezetett 2 szál $\phi 25$ -ös betonacélt, illetve a mezőközépen, egymáshoz képest eltolva 1-1 szál $\phi 20$ -as acélbetétet helyeztem el a 27. ábrán látható csomópontok szerinti pozíciókban.



27.ábra: alkalmazott vasalás

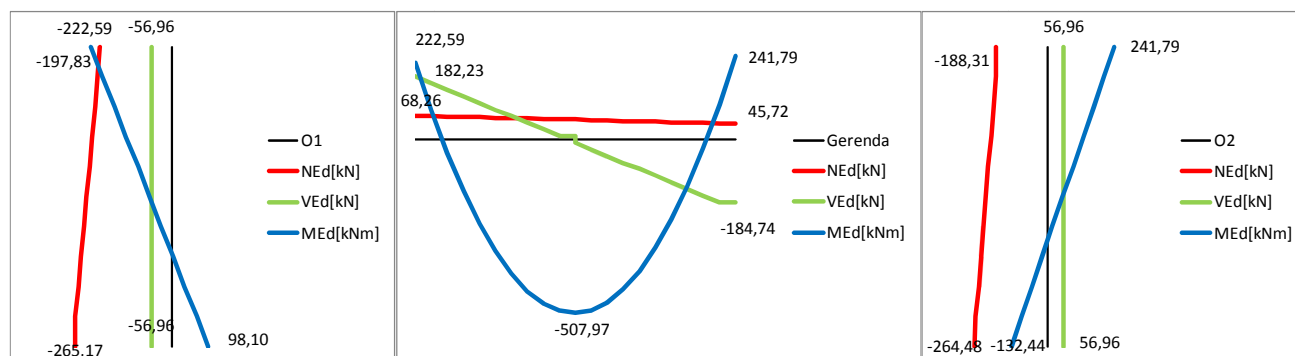
Az oszlop hosszvasa 3-3 $\phi 25$ -ös betét, szimmetrikus vasalat. A külső oldali vasak gerendába hajtásával célszerűen megtörténhet a gerenda támaszainak felső armatúra-kialakítása is.

A változó hossz-vasalás kialakításával a repesztő nyomaték értéke sem marad konstans, ahogyan a 2. fejezetben is írtam. A változás mértéke a fenti pozíciók alapján (28. ábra):


28.ábra: M_{cr} változása a vasalat függvényében a tartó mentén

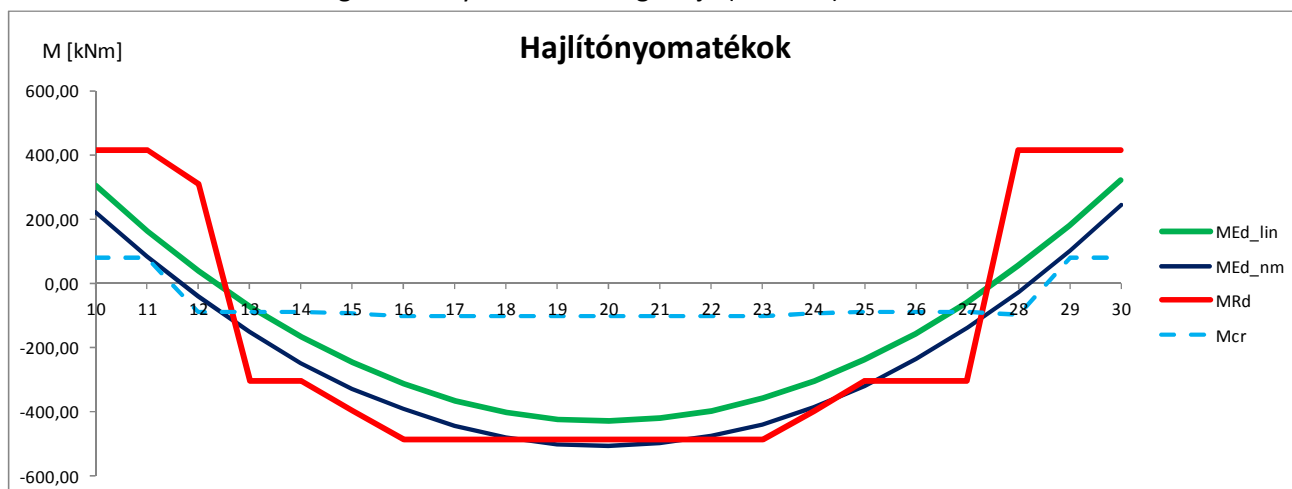
A tartóközép erősebb vasalatának hatására ott magasabb az I. stádium határa, leolvasható a vaselhagyások helyzete.

A vasalást figyelembe vevő, másodrendű futtatás szerinti igénybevétel-eloszlást mutatja be a 29. ábra:



29.ábra: effektív merevségek alapján számolt igénybevétel-eloszlás az Excel-programmal

A mezőnyomaték a keretsarkok berepedése miatt 18,4%-al megnőtt, ahogyan a mintapélda során is láthattuk; a lehajlás 89,9%-al növekedett (57,29 mm-ről 108,74 mm-re). Az oszlopnyomatékok 75-80%-ra estek vissza. Az átrendezett gerenda-nyomatékok diagramja (30. ábra):

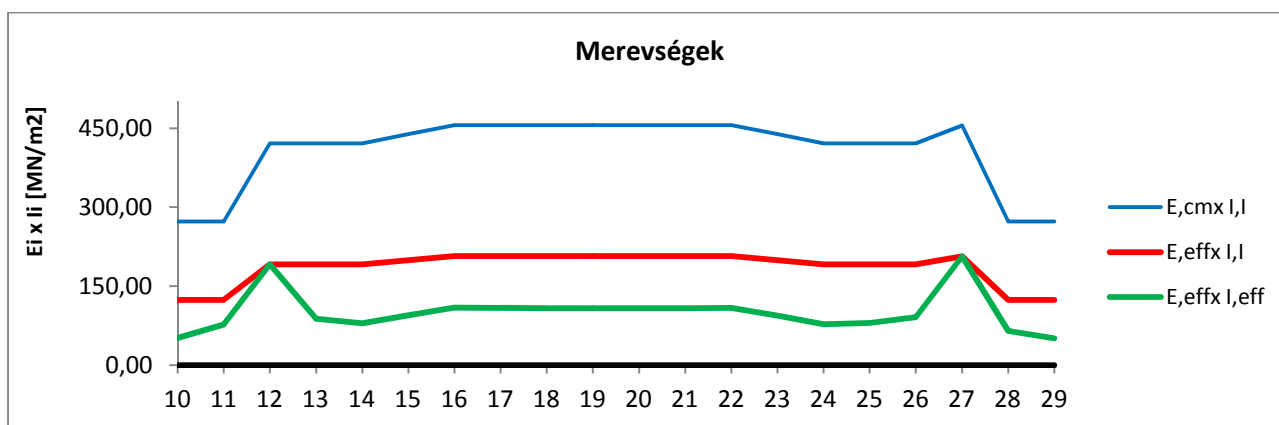


30. ábra: lineáris és nem-lineáris nyomatékeloszlás a tartó mentén

Látható az átrendeződés (képlékenyedés [23]) mértéke, illetve az is, hogy az alkalmazott armatúra kevésnek bizonyul a mezőközépen, a sarkokban azonban nagyobb teherbírási tartalék alakul ki. A repesztő nyomatékot más pozícióban haladja meg az igénybevétel, ahogyan a nyomaték előjelváltása is máshol következik be, ami a vasak elrendezésére (alkalmazott lehorgonyzási hosszaira, esetleges kiegészítő vasalás helyére) bír hatással. Az előjelváltás a merevségekre is különös jelentőségű, hiszen nyomott fejlemez esetén, „T” keresztmetszettel méretezhető a gerenda-szakasz.

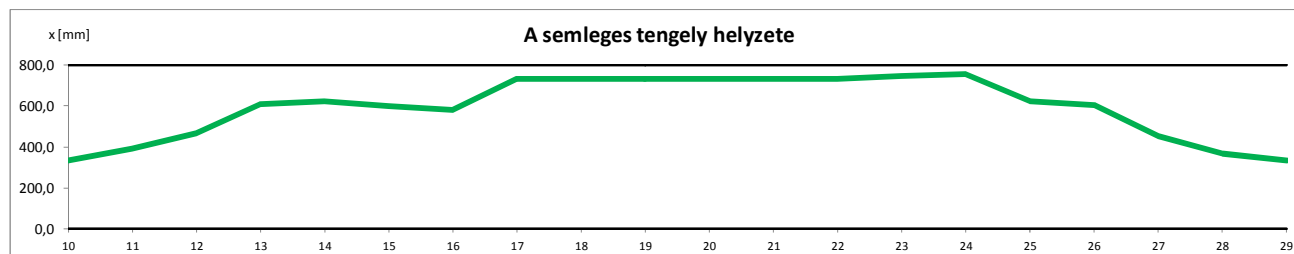
A mezőben a fentiek alapján pótvast kell elhelyezni (vagy az eddigi kiegészítő betéteket kell nagyobb átmérővel kialakítani), illetve a pótvast tovább kell vezetni, hiszen a vaselhagyásnál is átlépi a másodrendű nyomaték a határgörbét. Amennyiben a sarok vasalatán csökkentünk (az adódó redukált igénybevétel okán), úgy annak kisebb merevsége miatt jobban be is reped a keresztmetszet, így ezáltal még inkább a mezőbe koncentrálódik a terhelés.

A tartó mentén a merevségváltozást vizsgálva (31. ábra) megállapítható, hogy a heterogén vasalás alkalmazása miatt nem feltétlenül a legterheltebb keresztmetszet merevsége lesz minimális. Hiába lesz nagyobb a berepedés mértéke a tartó közepén, II. feszültségi állapotban már domináns az elhelyezett vasmennyiség hatása (ahogyan azt a feszített gerenda vizsgálata is bizonyította), a kiegészítő vasak szerepe.



31. ábra: a hajlítómerevség változása a tartó mentén

A diagram két végén látható ugrás a merevségekben az előjelváltás helyén történik, a két szél alacsonyabb értékei a nyomott fejlemez hiányából fakadnak. A nyomatéki nullpontok helyeinél repedésmentesek a keresztmetszetek, tehát a merevség a kiindulási értékkel azonos ($B_{eff}=B_0$). A merevségváltozásnak megfelelően alakul a semleges tengely helyzete is (32. ábra):



32. ábra: a semleges tengely pozíciója a tartó mentén

Látható a mező kihasználtsága (valójában túlterheltsége) az aktuális vasalatra. Az is megfigyelhető, hogy a tartó középtengelyétől ellenkező irányba távolodik a támaszoknál a tengely, megfordul a nyomaték iránya.

Az alkalmazott módszer hatékonysága belátható a fejezetben ismertetett vizsgálatok alapján. A korábbi évtizedekben alkalmazott táblázatos (Baręs, Czerny, stb. [24]) eljárásokhoz képest kifinomultabb, jobban megfelel napjaink kutatási eredményeinek [25, 26], és automatizálhatósága miatt (mivel beültethető a végeselemes eljárással dolgozó szoftverekbe) elterjedése előbb-utóbb várható (már az AXIS VM program-sorozat is tartalmaz lemezek számítására hasonló modult, a keresztmetszetek nyomaték-görbület összefüggése alapján).

Mivel a használhatósági határállapotok gyakran mértékadók a tervezés során (és mert a szerkezetek karcsúsodásával az SLS vizsgálatok szerepének további növekedésére lehet számítani), az alakváltozások minél pontosabb megismerése egyre kritikusabb tényezővé válik.

7. Következtetések

A fejezetben szeretném ismertetni a dolgozat készítése közben leszárt tanulságokat, mind az előírások (a vasbeton szilárdságtan sajátosságait figyelembe vevő) alkalmazására, mind parametrikus méretezési segédesszközök készítésére vonatkozóan.

7.1 A névleges merevségek módszerének alkalmazása

Az EC által felkínált módszerrel véleményem szerint a korábbiaknál sokkal valóságosabb vizsgálatokat végezhetünk a vasbeton-szerkezetek tervezése során. Úgy gondolom, hogy a fentiekben ismertetett módszer (vagy ezzel egyenértékű, másodrendű hatásokkal dolgozó eljárás) alkalmazása, bár sokkalta összetettebb a mérnöki praxis általános vizsgálatainál, szükségszerű.

Láthattuk, hogy milyen összetett hatások érik akár egy egyszerű keret tartószerkezeti elemeit is, és ezek figyelembe vétele nélkül például az alakváltozásokra többszörös eltéréseket kapunk. Ahogyan az utolsó fejezetben bizonyítást is nyert a dolgozat elején ismertetett mintapélda felvetése, akár teherbírás hiány is kialakulhat a merevségváltozások következtében kialakuló igénybevétel-átrendeződések elhanyagolásából. Más szóval a lineáris elmélet közelítései jelentősek, és ami a legfontosabb, gyakran a biztonság kárára történhetnek.

A kúszás hatásának súlya érzékelhető volt az 5.2-es fejezet összehasonlítása alapján. Vasbeton szerkezetek vizsgálatakor nem szabad elhanyagolnunk figyelembe vételét, hiszen láthattuk, milyen jelentős különbségek keletkezhetnek pusztán a kúszási tényező nem megfelelő felvételéből adódóan. A gyakorlatban mindenképpen javasolt a tervezett létesítmény várható felhasználásának alapos felderítése, ennek függvényében a tényező pontos felvétele és annak alkalmazása is a számítás során.

A dolgozatban a gerenda-analízis során bemutatott névleges merevségek (általánosabbnak tekinthető eljárással történő) számításával részletesen vizontláttuk a vasbeton szilárdságtan elvei szerint elvárt folyamatokat, nem csak tendencia jelleggel. A folyamatok konkrét számszerűsítése a gyakorlati problémák megoldásához elengedhetetlen. Az eljárás komoly lehetőségeket tartogat a rúdszerkezetek számítása számára, és pontosíthatja a felületszerkezetekre alkalmazott nemlineáris számítások eredményeit is a módszer alkalmazásának kiterjesztésével.

Az oszlopszámítás során a hatályos MSZ EN előírásainak megfelelően alkalmazott közelítő módszer sajnos több tekintetben is kétséggel kezelendő. Mivel a keresztmetszetek kihasználtságait nem veszi figyelembe, és mert (ahogyan azt a 4.2. fejezetben láthattuk) következtelen a felhasználandó képlet, ezért mindenképpen a módszer fejlesztése javasolt. A jövőben az általánosabb névleges merevségek számításán alapuló módszer oszlopokra történő kiterjesztésével tervezem a tartó menti merevségváltozások figyelembe vételét elvégezni, és várhatóan sokkal realisabb végeredményekhez jutok ezáltal.

Az a véleményem, hogy a tartó elemekre osztásával sikerült a közelítő eljárást a lehetőségekhez képest maximálisan kihasználnom. A szabvány által szándékoltnál (elkülönített tartóelemek vizsgálata) jobb közelítést tudtam elérni, hiszen az alkalmazott eljárással az egyes tartórészek egymásra gyakorolt hatását is kezeltem.

Az egyetemi oktatás területén is érzem a lehetőséget akár a program, akár a névleges merevségek módszerének felhasználására, ugyanis a tény, hogy számszerűsíti a vasbeton tönkremeneteli folyamatát, segíti az alapelvek könnyebb, tisztább megértését. A táblázatos eredmények grafikonokon történő ábrázolása hamar elvégezhető, és ezáltal sokkal szemléletesebbé válnak a bemutatni kíván értékek, ahogyan (remélem) a dolgozatban is sikerült ezt elérnem.

A névleges merevségek módszere lehetővé teheti kompozit szerkezetek kielégítőbb vizsgálatát is, ami szintén nagy lehetőség jövőbeni felhasználásra. Mivel az öszvér szerkezetek együttlaborozásának mértéke is változhat a tartó mentén (például acél gerendára betonozott vasbeton fejlemez összezapolásának sűrűsége, vagy kétfás tartó rögzítő elem kiosztásának függvényében), így a vasbeton szerkezetekhez hasonlóan az alakváltozások pontosabb kalkulálásával javíthatók a számítási eredmények.

A zöldmezős beruházások csökkenése miatt a szerkezet-átalakítások aránya megnövekedett, ez a különböző öszvér szerkezetek alkalmazásának kedvez (új tartók helyett a meglevő megerősítése gyakran gazdaságosabb), valamint több olyan új anyag és eljárás is megjelent a közelmúltban (például szénszálas, ragasztott erősítő lamellák alkalmazása nyomatéki és nyírási teherbírás növelésére), ami hatásuk pontos megértéséhez igényli hasonló módszerek felhasználását.

A jövőben tervezem a program-csomag átalakítását egyszerűbb kompozit szerkezetek vizsgálatára is.

7.2 Parametrikus méretezés

TDK munkám készítésekor többször is bajba kerültem a programozási, automatizálási nehézségek miatt. Sajnos az általam behatóbban megismert MS Excel ilyen összetettségű vizsgálat megoldásához nem megfelelő felület. E szoftver használatával hatékonyan kisebb feladatok, esetleg nagyobb elhanyagolásokat tartalmazó, vagy több alapadatot (például terhelési értékeket) manuálisan a felhasználó által megadó problémák kezelése lehetséges.

Egyes esetekben a túlzott számú hivatkozás (egymásba ágyazott feltétel-rendszer) miatt egyértelműen hibás eredményre jutottam, gyakran a program nem volt képes számítási eredményt produkálni, ezért sokszor kellett felülbírálnom/újraírnom egyes feladatrészeket, egyre inkább magam is nagyobb közelítéseket voltam kénytelen tenni.

Némely közelítés bizonyos tervezési szituációkra ugyan megfelelő volt, másoknál elfogadhatatlannak bizonyult, ezért az általános felhasználásra (vagyis a teljes körű automatizálásra) sajnos egyelőre nincs lehetőség.

A fentiek alapján (programozói tudás hiányában) célszerű megoldásnak tartom az egyes feladategységekre (lágyvasas gerenda, feszített gerenda, „T” tartó, □ tartó, stb.) különálló méretezési csomagok létrehozását, ezzel jelentősen redukálódna és átláthatóbbá válna a számítás, nem beszélve a futási idő várható csökkenéséről és a hibalehetőségek minimalizálásáról.

8. Záró gondolatok

A dolgozatban a nemlineáris vasbeton méretezés egy, a hatályos szabvány szerint előírt közelítési metódusát ismerttettem egy erre a vizsgálatra írt méretezési csomag segítségével. Az elvégzett vizsgálatokat/numerikus kísérlet-sorozatot követően világossá vált, hogy a vasbeton sajátosságai miatt jelentős mértékű eltérés tapasztalható egy realisabb nemlineáris analízis és egy nagyobb elhanyagolásokkal dolgozó elsőrendű számítás eredményei között.

Mindenképpen célunk kell legyen a jövőben a szerkezetek pontosabb modellezéséhez az új lehetőségeket kínáló eljárások megismerése. Várhatóan a nemzetközi és hazai szoftverek fejlődésével ugyanis a nemlineáris vizsgálatok egyre inkább hétköznapiabbá válhatnak és alkalmazni tudásuk szükségszerű lehet.

Minél kisebb mértékben közelítő egy méretezési eljárás, annál inkább képes gazdaságos lenni, hiszen a szerkezet precízebb ismeretével a felesleges tartalékok beiktatása kiküszöbölhető. Ez viszont igényli a felkészült tervezői jelenlétet, mivel a pontosabb vizsgálatok egyre több paraméter felvételét és alkalmazását teszik kötelezővé, melyek között a mérnöknek magabiztosan tudnia kell dönten.

Köszönetnyilvánítás

Ez úton szeretném megköszönni konzulenseimnek, dr. Meskó Andrásnak és Polgár Lászlónak segítőkézségüket és tanácsaikat, valamint Bocskai Zoltánnak hasznos megjegyzéseit és ötleteit.

Várdai Attila

2012. november 10, Budapest

Irodalomjegyzék

- [1] Bocskai Z., Polgár L. -2011: **Az Eurocode 2 általános oszlopméretezési módszerének alkalmazása.** Vasbetonépítés 13 (4): 104-113.
- [2] Várdai A. -2011: **Calculation of Bridge Structure according to Different Norms (EC2 and MSZ).** Acta Technica Jaurinesis 4 (4): 499-506.
- [3] Magyar Mérnöki Kamara Tartószerkezeti Tagozata- Magasépítési Bizottság -2010: **Magasépítési létesítmények ellenőrző erőtanai számítása az MSZ EN szerint I.- II.** PI Innovációs Kft., Budapest.
- [4] Polgár L. -2000: **Tartószerkezet tervezés tegnap, ma, holnap.** In: dr. Balázs L. Gy., dr. Kovács B. (szerk.): „Tartók 2000” VI. magyar tartószerkezeti konferencia. 2000 május 25-26.
- [5] dr. Bölcskei E., dr. Tassi G. -1970: **Vasbeton szerkezetek, feszített tartók.** Tankönyvkiadó, Budapest.
- [6] Antal Á., Fazakas Zs., Szilvási F., Szűcs S., Tápai A. -1998: **Tartószerkezetek I.- Vasbetonszerkezetek.** Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
- [7] dr. Massányi T., dr. Dulácska E. -1989: **Statikusok könyve.** Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- [8] dr. Gilyén J., Horváth Z. K., Iványi J., dr. Kovács B., Polgár L., dr. Tóth L., Zámbo E. -1998: **Tapasztalatok és ajánlások tartószerkezetek tervezőinek és építőinek.** Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- [9] dr. Szabó J., dr. Roller B. -1971: **Rúdszerkezetek elmélete és számítása.** Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- [10] Gáspár Zs. -2000: **Tartók statikája III.- Rúdszerkezetek.** Műegyetemi Kiadó, Budapest.
- [11] Deák Gy., Draskóczy A., Dulácska E., Kollár L., Visnovitz Gy. - 2011: **Vasbeton szerkezetek- Tervezés az Eurocode alapján.** Artifex Kiadó Kft., Budapest.
- [12] Koris K. -2009: **Előfeszített vasbeton tartó számítása az Eurocode szerint.**
<http://www.hsz.bme.hu/hsz/oktatas/feltoltesek/BMEEOHSSI04/feszger.pdf> (2012.11.04)
- [13] Deák Gy., Erdélyi T., Fernezelyi S., Kollár L., Visnovitz Gy. -2006: **Terhek és hatások- Tervezés az Eurocode alapján.** Springer Media Magyarország Kft., Budapest.
- [14] Farkas Gy., Huszár Zs., Kovács T., Szalai K. -2008: **Betonszerkezetek méretezése az Eurocode alapján- közúti hidak és épületek.** TERC Kft., Budapest.
- [15] dr. Dulácska E., Joó A., Kollár L. -2008: **Tartószerkezetek tervezése földrengési hatásokra.** Akadémiai Kiadó, Budapest.
- [16] Frost P. -2011: **Second order effects in RC columns: comparative analysis of design approaches.** Faculty of Engineering and Architecture - Department of Structural Engineering - Universiteit Gent.
- [17] Mosley, B. -2007: **Reinforced concrete design to Eurocode 2.** Palgrave Macmillan, Basingstoke.
- [18] Szalai K. -1990: **Vasbetonszerkezetek.** Tankönyvkiadó, Budapest.
- [19] dr. Palotás L. -1959: **Mérnöki kézikönyv- 3. kötet.** Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- [20] Navy, E.G. -2008: **Concrete Construction Engineering Handbook.** CRC Press, Boca Raton.
- [21] dr. Deák Gy. -2000: **Használati követelmények, használati biztonság.** In: dr. Balázs L. Gy., dr. Kovács B. (szerk.): „Tartók 2000” VI. magyar tartószerkezeti konferencia. 2000 május 25-26.
- [22] dr. Halász O., dr. Platthy P. -1999: **Acélszerkezetek.** Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
- [23] dr. Kaliszky S. -1967: **Vasbeton lemezek méretezése a képlékenységtan szerint.** Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- [24] dr. Palotás L. -1951: **Keretszerkezetek elmélete és számítása.** Közlekedés- és Mélyépítéstudományi Könyv- és folyóiratkiadó Vállalat, Budapest.
- [25] Fantilli P. A., Ferretti D., Iori I., Vallini P. -1998: **Flexural deformability of reinforced concrete beams.** Journal of Structural Engineering 124 (9): 1041-1049.
- [26] Kamanli M., Kaltakci M.Y., Bahadir F., Balik F.S., Korkmaz H.H., Donduren M.S. -2012: **Predicting the flexural behavior of reinforced concrete and lightweight concrete beams by ANN.** Indian Journal of Engineering & Materials Science 19: 87-94.