

Debreceni Egyetem
Műszaki Kar
Gépészmérnöki tanszék



AZ ÖSSZENYOMHATATLANSÁG VIZSGÁLATA GUMISZERŰ ANYAGOK ESETÉN

Készítette:

Huri Dávid

gépészmérnöki szak, IV. évfolyam

Konzulens:

Mankovits Tamás

adjunktus

Debrecen

2012.

TARTALOMJEGYZÉK

1. BEVEZETÉS	3
2. GUMITERMÉKEK TERVEZÉSÉNEK AKTUALITÁSA	5
2.1 Gumirugók számításának lehetőségei.....	6
2.2 Méretezés nyomó igénybevételre hagyományosan	6
2.3 FED12 gumirugó tervező szoftver	7
2.4 Összehasonlító vizsgálat	8
3. GUMIK ALAKVÁLTOZÁSI MÉRTÉKEI	9
4. VÉGESELEMES LEHETŐSÉGEK ÉS BEÁLLÍTÁSOK	13
4.1 Az Advanced Nonlinear modul	13
4.2 Gumyszerű anyagok analízise FEMAP 9.3-al	14
4.3 Izoparametrikus elemek.....	15
4.4 Tengelyszimmetrikus elemek.....	15
4.5 Érintkezés figyelembe vétele	17
5. AZ ÖSSZENYOMHATATLANSÁG PROBLÉMÁJA.....	23
6. BEZÁRÓDÁS VIZSGÁLATA	27
7. ÖSSZENYOMHATATLANSÁG BIZTOSÍTÁSA IDEÁLIS ESETBEN	31
8. ÖSSZENYOMHATATLANSÁG BIZTOSÍTÁSA NEM IDEÁLIS ESETBEN.....	37
9. ANYAGMODELL OPTIMALIZÁLÁSA.....	45
10. GUMI ÖSSZENYOMHATÓSÁGÁNAK MÉRÉSE	46
11. GUMIBAK DEFORMÁCIÓ MÉRÉSE.....	50
12. ÖSSZEFOGLALÁS.....	55
13. FELHASZNÁLT IRODALOM.....	57

1. BEVEZETÉS

A közel másfél évszázada ismert gumit az élet számos területén alkalmazzák [1]. Elterjedésének oka az 1930-as években elterjedt mesterséges alapanyagú gumik gyártásának tudható be. Szerkezeti anyagként megtalálható a közlekedésben, a bányászatban, az építőiparban, a mezőgazdaságban és természetesen a gépészetben is. Széleskörű használata ellenére azonban, a gumiból készült alkatrészek tervezése több tényező együttes hatásának köszönhetően mai napig kihívás elé állítja a mérnököket.

Az első ilyen tényező a gumi előállítása, és a tulajdonságait nagymértékben befolyásoló felhasznált alapanyagok széles választéka. A gumi alapanyaga a kaucsuk, mely mesterségesen butadién gázból nyerhető polimerizációval, azonban a kaucsuk gumivá való feldolgozásához szükség van térhálósító anyagokra, töltőanyagokra, lágyítókra, öregedésgátlókra és egyéb adalékokra. Ahhoz, hogy a plasztikus kaucsukból elasztikus gumit kapjunk, vulkanizálásra van szükség [2]. Vulkanizáláskor a vulkanizálószer az elasztomerek egymástól gyakorlatilag független egyedi láncait keresztkötések kialakításával összeköti, azaz komplex térhálót létesítenek. Az általános értelemben gumi alatt vett lágygumi tartományról 5% kötött kénmennyiségig beszélünk. Ezeknek köszönhető, hogy számos gumirecept létezik, azonban ezek pontos százalékos összetételét a gumigyártók ipari titokként kezelik, és gyakran fantázianévvel látják el. Emiatt a gumialkatrészek tervezéséhez fontos mechanikai anyagállandókat magunknak kell meghatározni.

A mechanikai tulajdonságokat több tényező is befolyásolja. A kötött kén mennyiségének növelésével a gumi szakadási nyúlása csökken, míg a szakítószilárdság és rugalmassági modulusz érték növekszik. Tervezési oldalról hátrányos, hogy rugalmassági modulusza függ a gumirugó alakjától, valamint az alakváltozás mértékétől is. Ennek köszönhető a vizsgált gumitestek progresszív rugókarakterisztikája is [3]. Tervezési oldalról nem szabad figyelmen kívül hagyni, hogy a gumi összenyomhatatlan (inkompresszibilis) zárt térben, ebből következően a Poisson-tényezőre $\nu = 0,5$ értéknek kellene fennállnia, azonban az adalékok jelenléte miatt ez $0,49 < \nu < 0,5$ közé esik. Az ilyen anyagokat közel összenyomhatatlan anyagoknak nevezzük.

A gumi nagy alakváltozási energiát képes tárolni, így gumialkatrészek tervezésénél elengedhetetlen a megfelelő pontosság. További jellemzőjük, hogy akár több száz %-os alakváltozást is képesek elviselni, de csak a rájuk jellemző erősen nemlineáris viselkedés mellett. A számítógépes végeselemes szoftverek megjelenésével, az ilyen nagymértékű

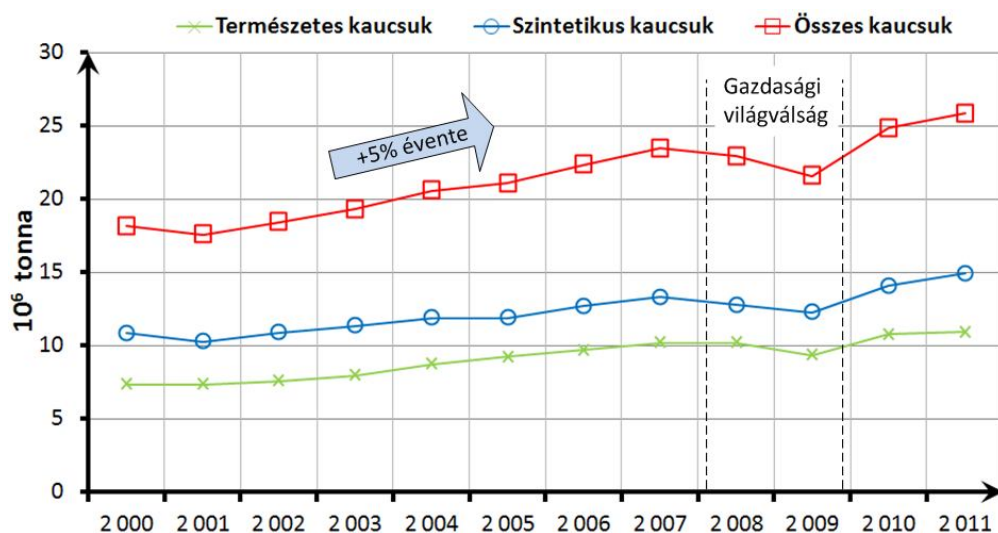
alakváltozásokat végeselemes vizsgálatokkal figyelembe véve, soha nem látott lehetőségek nyíltak meg a gumyszerű anyagok tervezésében. Azonban az összenyomhatatlan anyagok analízise az egyik legproblémásabb terület a nagy alakváltozást leíró végeselemes számításokban.

A dolgozat összefoglalja a Debreceni Egyetem Műszaki Karának Gépészmérnöki Tanszékén rendelkezésre álló FEMAP 9.3 végeselemes szoftver lehetőségeit és beállításait gumyszerű anyagok vizsgálata esetén. A dolgozat fő célja széleskörű vizsgálatok elvégzése olyan tekintetben, hogy az összenyomhatatlanság, a pontosság és a numerikus eljárás stabilitása milyen paraméterekkel biztosítható. Az elemzés kiterjed arra is, hogy milyen hatással van a végeselemes hálósűrűség megválasztása az előbb említett paraméterekre, hiszen a hálósűrűség analízise a végeselem megoldás futási idejének csökkentése céljából indokolt. A numerikus példánál súrlódásos érintkezési feladatot is definiáltunk. A numerikus példák vizsgálata kitér az ideális (súrlódásmentes) és a nem ideális (érintkezés, súrlódás figyelembe vételével) peremfeltételek definiálására is.

Vizsgálatainkat későbbi céljainknak megfelelően gumirugók tervezésének megfelelően építettük fel. Kutatásunk célja, hogy a későbbiekben adatbázist hozzassunk létre különböző elasztikus anyagokkal, így szolgáltatva pontos adatokat a gumitermékek végeselemes analíziséhez. Ezáltal a hagyományos tervezési módszereknél gyorsabban adódna lehetőség a vevők egyre növekvő elvárásainak kielégítésére.

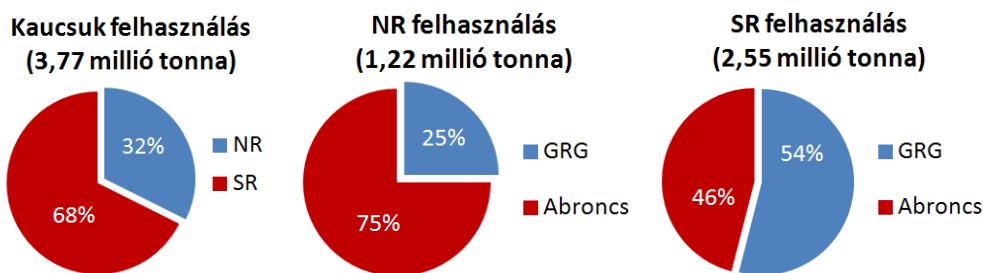
2. GUMITERMÉKEK TERVEZÉSÉNEK AKTUALITÁSA

A természetes kaucsuk (NR-Natural Rubber) termelés domináns helyszíne Délkelet-Ázsia, míg a szintetikus kaucsuk (SR-Synthetic Rubber) termelése a gazdaságilag fejlett területeken oszlik meg. A gumiipar világviszonylatban egy figyelemre méltó fejlődést mutató iparág, amit 1. ábrán látható növekedő kaucsuk felhasználás is bizonyít.



1. ábra Világ kaucsuk felhasználása 2000-2011 között [4]

Az Európai Unió 27 tagállamának kaucsuk felhasználása a második legnagyobb Kína után. A felhasználás területe felbontható abroncsot és GRG-t (General Rubber Goods) előállító iparágakra, ez utóbbi alatt ipari-, fogyasztói- és latex termékeket értve (2. ábra).



2. ábra Kaucsuk felhasználás megoszlása az Európai Unió 27 tagállamában [5]

A 2. ábra alapján az EU SR felhasználása duplája az NR felhasználásnak. Korábban a Közép- és Kelet-Európai országok fő műkaucsuk és korom ellátója volt a Szovjetunió, melynek petrokémiai ipara jelenleg tovább erősödik [6]. Az EU-n kívüli autóipari beszállítók is sorra létesítenek új gyártókapacitásokat Közép- és Kelet-Európában. Ezen tényeknek köszönhető Európán belül a gyártókapacitások nyugatról keletre történő áthelyeződése.

Magyarországon a gumigyártás egy tradicionális iparág, hiszen több mint 100 éves múlttal rendelkezik [7]. A hazai gumiipar húzó tényezői a közel 60 taggal rendelkező Magyar Gumiipari Szövetség (MAGUSZ), az iparágat vezető gyártók jelenléte (Michelin, ContiTech, Hankook Tire, Bridgestone), továbbá húzó erő a jelenlévő autóipar is. Bár a gumiipar a feldolgozóipar kis részét teszi ki, jelenleg egy nagy léptékben fejlődő életképes iparág, amit tovább erősítenek az említett kedvező gazdasági körülmények. Célunk, hogy kutatásainkkal bekapcsolódva az észak-alföldi régió 1962 óta honos gumiiparába korszerű tudásra tegyünk szert, így erősítve a régió mérnökgárdáját.

2.1 Gumirugók számításának lehetőségei

A téma aktualitásához elég megvizsgálni a gépészetben széles körben használt gumirugók tervezésének lehetőségeit a végeselemes ismeretekkel és nélküle. Ugyanis a gumitermékek tervezése a nagy alakváltozásnak köszönhetően, mindig is különleges megoldásokat követelt a mérnököktől. A gomitömböt vizsgálataink során mindig nyomó terhelésnek tesszük ki, aminek hatására hengeres hordó alakúra deformálódik, ami a feszültség inhomogén eloszlásához vezet. Így az acéloknál jól ismert Hooke-törvény helyett a σ húzó-nyomó feszültségeket bonyolult elméleti összefüggések írják le. A következőkben két, már az iparban is használt módszert mutatunk be, majd összehasonlítjuk az általunk használt VEM szoftverrel.

2.2 Méretezés nyomó igénybevételre hagyományosan

A műszaki gyakorlatban számos számítási módszert dolgoztak ki tapasztalatok útján. A legegyszerűbbnek az bizonyult, ha az igénybevétel progresszív karakterisztikáját a számítások megkönnyítése végett a valóságot közelítő egyenessel helyettesítik [1]. A közelítő egyenest úgy vették fel, hogy nulla és 20%-os deformációnál megegyezzen a valós rugókarakterisztika értékével, így egyenlete:

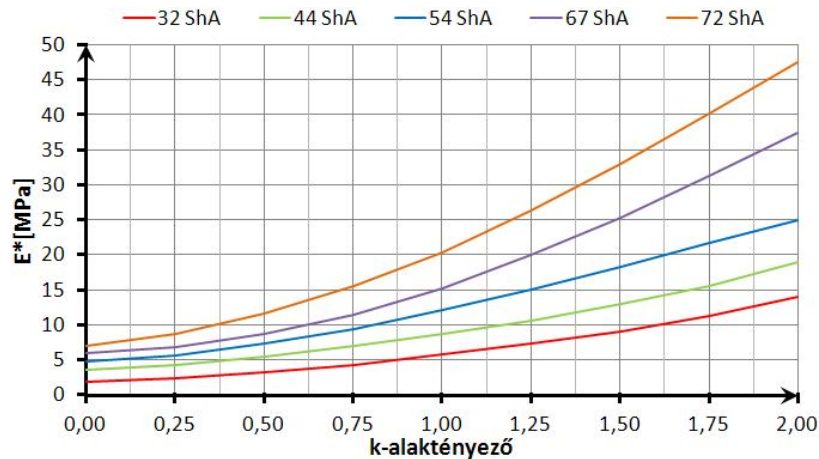
$$F = f \frac{AE^*}{h} \quad (1)$$

ahol F a nyomóerő, f a rugóút, A a gumirugó nyomást átadó felülete, h a magassága végül E^* pedig a gumirugó látszólagos rugalmassági modulusza.

A látszólagos E^* -modulusz függ a G - nyírómodulusztól és a gumi alakjától is. Az alakfüggést a k alakifaktorral vesszük figyelembe:

$$k = \frac{A_t}{A_{sz}} \quad (2)$$

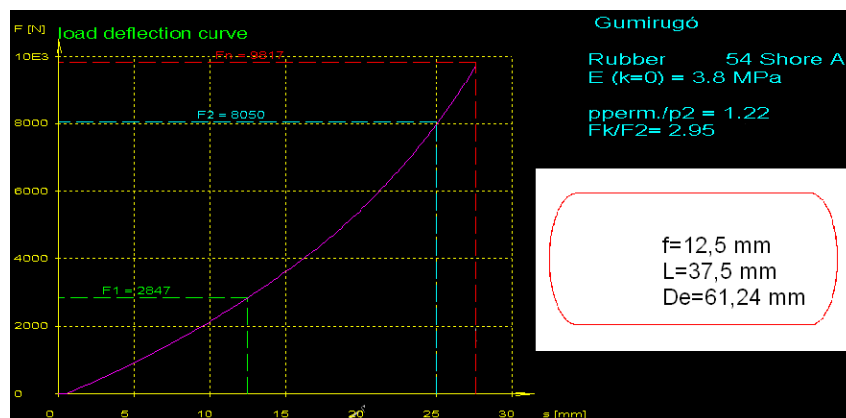
ahol A_t a deformációban gátolt, A_{sz} pedig a deformációban szabadon résztvevő felület. Szakirodalomban [8] találunk olyan diagramokat (3. ábra), melyek megteremtik a kapcsolatot az E^* és a k között különböző keménységű gumik esetén. Ezen modulusz bevezetésével a számítás egyszerűvé válik és a közelítésből származó hiba nem jelentős 25%-os deformációig.



3. ábra E^* – k kapcsolata különböző Shore keménységekre

2.3 FED12 gumirugó tervező szoftver

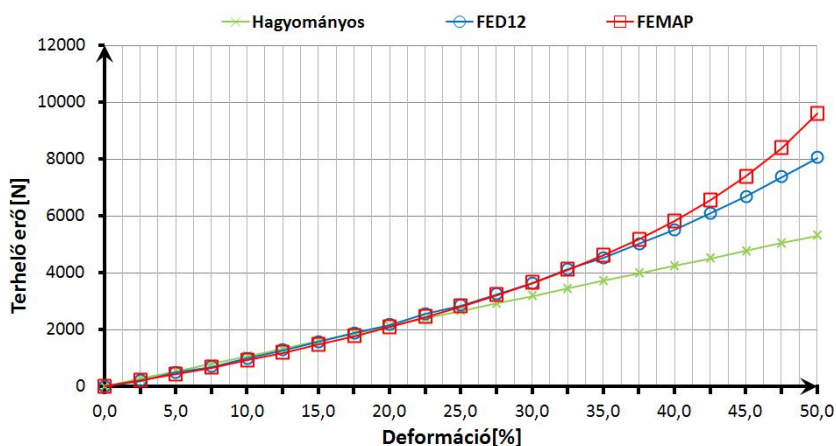
A HEXAGON cég olyan szoftverek készítésével foglalkozik, melyek az iparban dolgozó gépészmérnökök méretezési feladatait segíti [9]. A FED szoftvercsomag rugók (spirálrugó, tányérrugó, csavarrugó, torziós rugó) méretezésére szolgál. A FED 12 gumi vagy elasztomer anyagból, furattal vagy furat nélkül készült hengeres nyomott rugó karakterisztikájának számítására alkalmas. A szoftver a deformációt végelelemes úton számítja, aminek megfelelően újraszámítja az alakifaktor értékét. Ennek köszönhetően 50%-os deformáció számítására is alkalmas (4. ábra).



4. ábra A szoftver utófeldolgozási lehetőségei

2.4 Összehasonlító vizsgálat

Numerikus példának egy egyszerű hengeres $ShA54^\circ$ keménységű gumirugót választottunk, melynek átmérője és magassága is 50 mm , továbbá összenyomás alatt az alsó és felső felületek gátoltak a deformációban. Ezen adatoknak megfelelően rugókarakterisztikákat állítottam elő a már ismertett számítási módszerekkel, és az általunk használt FEMAP végeselemes szoftverrel (5. ábra).



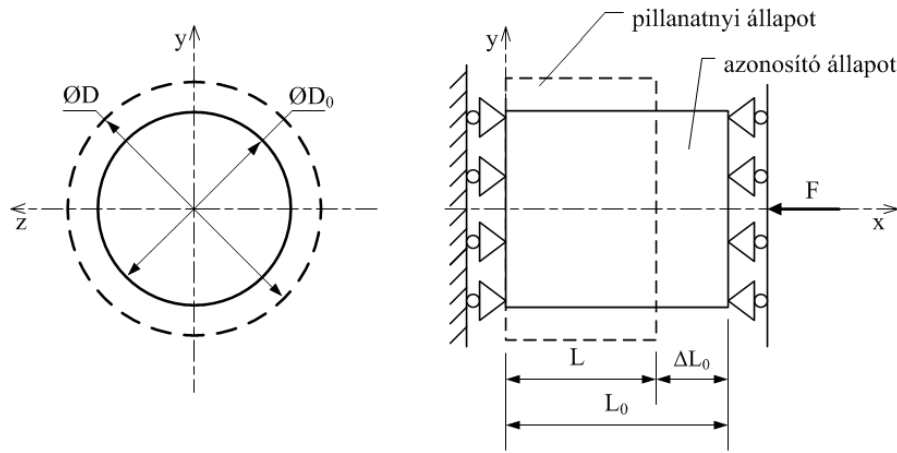
5. ábra Számított rugókarakterisztikák

A 5. ábrát megvizsgálva 25 %-os deformációig mindhárom módszer közel azonos értékeket számít. Nagyobb alakváltozásoknál azonban jelentős eltérés figyelhető meg a hagyományos és végeselemes szoftverrel számított értékek között, ugyanis azok követik a valóságnak megfelelő progresszív rugókarakterisztikát. A valóságban a gumirugók geometriája bonyolult, deformációjukat pedig más testekkel korlátozzák, amihez már nem elég a gumialkatrészt önmagában vizsgálni, így elengedhetetlen a komplex számításokra alkalmas FEMAP végeselem szoftver használata.

3. GUMIK ALAKVÁLTOZÁSI MÉRTÉKEI

A FEMAP 9.3 szoftver NASTRAN megoldója a gumyszerű anyagok vizsgálatához a mechanikában jól ismert elméleti alapokat tartalmazza. Ahhoz, hogy egy nagy alakváltozásra képes alkatrészt szimulálni tudjunk, tisztában kell lennünk az ide vonatkozó kontinuummechanikai háttérrel.

A dolgozatban minden esetben tengelyszimmetrikus gumialkatrészt vizsgálunk nyomásra, amelyet a 6. ábra szemléltet a $t = 0$ azonosító- és $t = t$ pillanatnyi konfigurációban [10]. A könnyebb levezethetőség érdekében a test mechanikai modellje ideális állapotot modellez.



6. ábra rugalmas szilárd test nyomásának ideális esete

Az 6. ábra alapján kifejezhető a fajlagos megnyúlás, a három koordinátatengely irányában

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta L_0}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0}, \quad (3)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = \frac{\Delta D_0}{D_0} = \frac{D - D_0}{D_0}. \quad (4)$$

A deformáció meghatározására szolgáló nyúlási arányt (λ) bevezetve [11]

$$\lambda_x = \frac{L}{L_0} = \frac{L_0 + L - L_0}{L_0} = 1 + \frac{L - L_0}{L_0} = 1 + \varepsilon_x, \quad (5)$$

ahol $\varepsilon_x < 0$ és

$$\lambda_y = \lambda_z = \frac{D}{D_0} = \frac{D_0 + D - D_0}{D_0} = 1 + \frac{D - D_0}{D_0} = 1 + \varepsilon_y = 1 + \varepsilon_z, \quad (6)$$

ahol $\varepsilon_y, \varepsilon_z > 0$, így nyomás esetén a nyúlási arány a három főirányban

$$\lambda_x = \lambda_1, \quad \lambda_y = \lambda_2, \quad \lambda_z = \lambda_3. \quad (7)$$

A kapcsolatot a pillanatnyi konfiguráció $d\mathbf{r}^0$ és az azonosító állapot $d\mathbf{r}$ vonaleleme között az $\mathbf{F}$ alakváltozási gradiens, szolgáltatja [10]

$$d\mathbf{r} = \mathbf{F} d\mathbf{r}^0. \quad (8)$$

Azonban az általunk tárgyalt ideális esetben a deformáció alatt nincs szögtorzulás, így a mátrixa leegyszerűsödik:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

A gumi molekulájának elasztikus tulajdonságát legjobban az egységnyi térfogatra vonatkoztatott deformációs energia sűrűséggel lehet jellemezni [12]

$$W = W_V(J) + W_D(\mathbf{C}), \quad (10)$$

ahol $W_V(J)$ a térfogatváltozásból származó deformációs energia sűrűség, míg $W_D(\mathbf{C})$ a térfogatállandóságból származó deformációs energia sűrűség. A nemlineáris feladatokban tehát W_D függvénye $\mathbf{C}$ -nek azaz a jobboldali Cauchy-Green alakváltozási tenzornak, amely a kontinuum elem alakváltozási állapotának leírására szolgál, továbbá felírható

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad (11)$$

alakban.

A mátrixszorzást elvégezve

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Ahhoz, hogy általánosan kezelhető legyen a feszültség-deformáció összefüggése, feltételezzük, hogy az anyag rugalmas tulajdonságai deformálatlan állapotban izotrópok (azaz a vizsgált anyag minden irányban azonos tulajdonsággal bír és a deformáció alatt térfogata változatlan). Így a deformáció jellemzésére $\mathbf{C}$ három fő skalár invariánsa használható, melyek rendre [12,13] alapján

$$I_I = C_{kk} = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2, \quad (13)$$

$$I_{II} = \frac{1}{2} [(I_I)^2 - C_{ij}C_{ij}] = \lambda_1^2\lambda_2^2 + \lambda_2^2\lambda_3^2 + \lambda_3^2\lambda_1^2, \quad (14)$$

$$I_{III} = \det \mathbf{C} = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2. \quad (15)$$

A gumira jellemző, hogy közel összenyomhatatlan anyagként viselkedik, így alakváltozása során térfogata nem változik. Ezért felírható a nyúlás arányokra az alábbi összefüggés

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1, \quad (16)$$

így következik, hogy

$$I_{III} = 1, \quad (17)$$

azaz a deformáció két független értékkel, I_I és I_{II} -vel jellemezhető. Ebből következik, hogy a W_D deformációs energiasűrűség csak ezen két változó függvénye

$$W_D = f(I_I; I_{II}). \quad (18)$$

A gumitest deformálatlan állapotára felírható az alábbi összefüggés

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1, \quad (19)$$

amelyből

$$I_I = I_{II} = 3 \quad (20)$$

következik. Ahhoz, hogy fennállhasson az alábbi egyenlőség

$$W_D = 0, \quad (21)$$

a deformációs energiasűrűség változóit módosítanunk kell, így

$$W_D = f(I_I - 3; I_{II} - 3) \quad (22)$$

függvénye.

Az alakváltozás nemlineáris elméletének segítségével a $W_D(\mathbf{C})$ deformációs energia sűrűség kifejezésre került. Ebből kiindulva különböző anyagmodellek definiálásával, a W egységnyi térfogatra vonatkoztatott deformációs energia sűrűség számítható. Ezt a kontinuummechanikai háttérrel használva, a végeselemes diszkretizáció után a szoftver képes arra, hogy alakváltozási- és feszültségi állapotot számoljon a megfelelő peremfeltételek mellett.

4. VÉGESELEMES LEHETŐSÉGEK ÉS BEÁLLÍTÁSOK

A FEMAP egy fejlett tervező- és elemző mérnöki környezet, költséghatékony, de pontos elemzés céljából készült Windows rendszerű végeselemes szoftver. Egyaránt alkalmazható összetett szerkezetek, rendszerek és folyamatok részletes elemzésére. Rengeteg előnye közül a következőket emelnénk ki:

- geometria létrehozása a FEMAP környezetben, vagy importálás CAD rendszerektől (Solid Edge, Pro/Engineer, CATIA, NX, Solid Works),
- parasolid modellezési rendszermag, mely segítségével könnyen modellezhetünk felületeket és szilárd testeket,
- automatikus hálózás különböző végeselem típusokkal,
- NX Nastran megoldó,
- eredmények vizuális megjelenítése gyors értékelést tesz lehetővé.

Az NX Nastran megoldóval rendelkezésre álló elemzési lehetőségek:

Alapvető elemzési képességek	Speciális kiegészítő modulok
Lineáris statikai elemzés	Dinamikus terhelés elemzés
Kihajlás elemzés	Speciális nemlineáris elemzés
Hőátadás elemzés	Szuperelemszámú elemzés
Alapvető nem lineáris elemzés	Optimalizálás

1.táblázat Megoldási lehetőségek [14]

A FEMAP nem rendelkezik meghatározott mértékegységrendszerrel, így a használt mérték csak a tervezőn áll. Azaz ha *MPa*-ban akarjuk megkapni a feszültséget, akkor következetesen *mm*-ben kell megadni a geometriai méreteket. Mikor geometriát importálunk a FEMAP-ba, a méretarány 25,4 legyen ($1\text{ inch} = 25,4\text{mm}$).

4.1 Az Advanced Nonlinear modul

Amikor a lineáris feltételek nem érvényesek, pontosabb megoldást kell keresnünk. Az NX Nastran Advanced Nonlinear megoldó modulja lehetővé teszi nagy alakváltozások számítását. A feladat elvégzésére az NX Nastran integrálta a jól ismert ADINA megoldót. Így már időtől függő terheléseket alkalmazhatunk és modellezhetünk deformálódó, vagy merev kapcsolatokat is.

A következő problémáknál használható sikeresen:

- érintkező felületek,
- nemlineáris viselkedésű anyagok (gumi, műanyag viselkedést mutató fémek),
- geometriai nemlinearitás (merevség, vagy az erők jelentősen változnak a deformáció következtében),
- korábban végrehajtott lineáris elemzést használva könnyű pontosítás nemlineáris analízissel,
- statikus és tranziens dinamikus analízis (tipikus esete az autók törése).

4.2 Gumiszerű anyagok analízise FEMAP 9.3-al

A hiperelasztikus anyagok az NX Nastran speciális, Advanced Nonlinear (solution 601 és 701) megoldó moduljában érhetőek el. Az alkalmazható anyagmodellek a Mooney-Rivlin, Ogden, Arruda-Boyce, Hyperfoam, és a Sussman-Bathe. Ezen anyagmodellek csak 2D-s térfogati és 3D-s térfogati elemek használata esetén elfogadottak [15].

A Mooney-Rivlin anyagmodell a térfogatállandóságból származó deformációs energia sűrűséget

$$\begin{aligned} W_{D_{MR}} = & C_{10}(I_I - 3) + C_{01}(I_{II} - 3) + C_{20}(I_I - 3)^2 + C_{11}(I_I - 3)(I_{II} - 3) + \\ & C_{02}(I_{II} - 3)^2 + C_{30}(I_I - 3)^3 + C_{21}(I_I - 3)^2(I_{II} - 3) + \\ & C_{12}(I_I - 3)(I_{II} - 3)^2 + C_{03}(I_{II} - 3)^3, \end{aligned} \quad (23)$$

összefüggéssel definiálja, ahol C_{ij} Mooney-Rivlin anyagállandók.

Láthatjuk, hogy a Mooney-Rivlin anyagtörvény leírásához használható 9 C_{ij} állandó, azonban nem feltétlenül szükséges ennyire magasrendű anyagtörvényt alkalmazni. Ha úgy választunk, hogy csak $C_{10} \neq 0$ akkor a Neo-Hooke anyagtörvényt kapjuk.

Modellezéskor a hagyományos kétváltozós Mooney-Rivlin anyagtörvényt használjuk, amit úgy kapunk meg, hogy csak $C_{10} \neq 0$ és $C_{01} \neq 0$

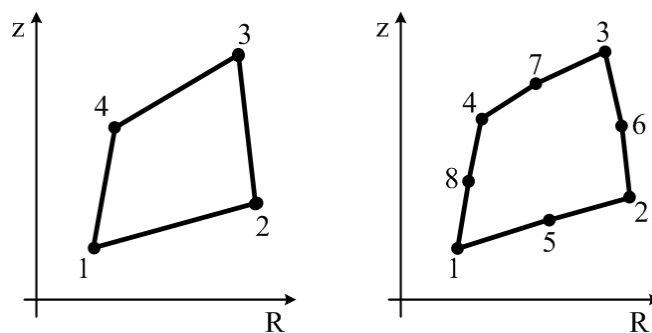
$$W_{D_{MR}} = C_{10}(I_I - 3) + C_{01}(I_{II} - 3). \quad (24)$$

4.3 Izoparametrikus elemek

A véges elemek általában besorolhatóak két nagy csoportba:

- szerkezeti elemek (gerenda elemek, lemez elemek, héj elemek),
- kontinuum elemek (térfogati 2D és 3D elemek).

A futási idő csökkentése érdekében általános cél a lehető legegyszerűbb modell felépítése. Legnagyobb eredményt egy 3D-s probléma síkban felépített modelljével érhetünk el. Ezt a szerkezeti elemekkel könnyen elérhetjük, azonban hamar akadályokba ütközhetünk, ha speciális a geometriánk, így azt csak több elemből tudjuk felépíteni. Síkalakváltozási, általánosított síkfeszültségi és tengelyszimmetrikus feladatokra az NX Nastran 601-es megoldójával lehetőség van 2D-s térfogati elemek alkalmazására. Ezen elemek elérhetőek 3 és 6 csomópontú háromszög valamint 4 és 8 csomópontú négyszög elemként (7. ábra).

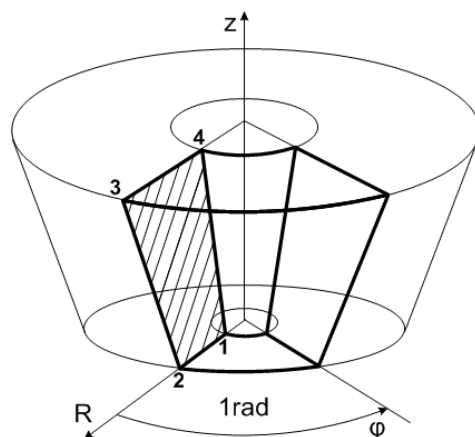


7. ábra 4 és 8 csomópontú négyszögelem

4.4 Tengelyszimmetrikus elemek

Az általunk vizsgált gumirugó geometriája minden esetben forgásszimmetrikus, amit tengelyszimmetrikus peremfeltételek (kényszerek) és terhelések érnek, így az alakváltozás nem függ a φ koordinátától. Ilyen esetben célszerű tengelyszimmetrikus elemet választani a hálózás felépítésére [16].

A tengelyszimmetrikus elem egy olyan kétdimenziós elem, amit arra használnak, hogy valós térfogati elemeket reprezentáljon. Ezt az elem forgástengelye körül pontosan egy radiánnal elvégzett forgáskihúzással éri el (8. ábra), majd eszerint határozza meg a reprezentált szerkezet tömegét, merevségét és a szükséges erőket.



8. ábra Tengelymetrikus elem értelmezése

Így, ha koncentrált erőket határozunk meg, vagy reakció erőket nyerünk ki, ne feledjük, azok egy radiánra utalnak. Köztudott az alábbi összefüggés

$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi}, \quad (25)$$

ezért a szükséges terhelő erőt 2π -vel való osztással, reakció erő esetén pedig szorzással kapjuk meg.

Azonban mielőtt használnánk az elemet nagyon fontos, hogy nézzünk utána az analízis feltételeinek, ugyanis a legtöbb megoldó program megköveteli, hogy egy speciális síkban építsük meg a modellünket (2. táblázat).

Megoldó	Modellezési sík	Sugár iránya
NASTRAN	XZ	+X
ANSYS	XY	+X
ABAQUS	XY	+X
MARC	XY	+Y
LS-DYNA	XY	+X
FEMAP Structural	XZ	+X

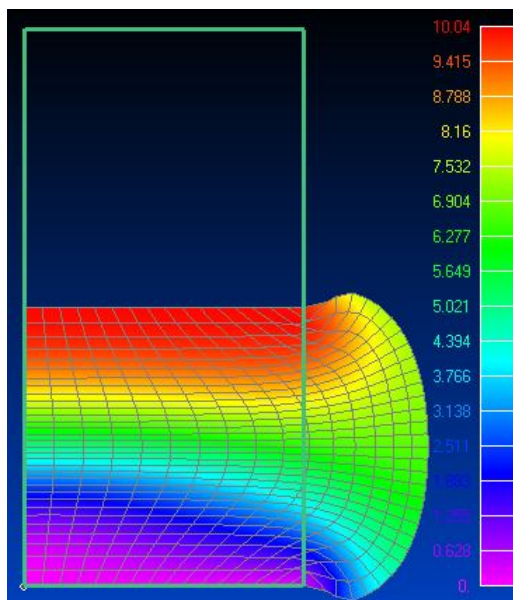
2. táblázat Szükséges egyezmények különböző megoldóknál [14]

Ezt úgy kell értelmezni, hogy NASTRAN megoldó esetében a tengelyszimmetrikus elemeknek a pozitív X tengely és a Z tengely által meghatározott fél síkban kell feküdniük. A FEMAP a modell elkészítése után leellenőrzi, hogy a megoldónak megfelelő síkban van-e az elem. Ha nem lenne, automatikusan felajánlja a megfelelő síkba való forgatást,

azonban a kényszerek és erők definiálása változatlan marad, így az analízis bár lefut, az eredmények hibásak lehetnek.

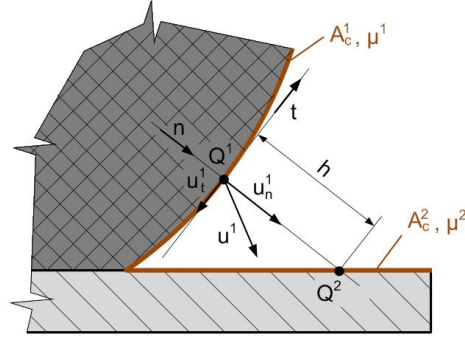
4.5 Érintkezés figyelembe vétele

A gumirugókat a gyakorlatban más alkatrészekkel együtt építik be, melyek feladata sokszor a gumi nagy alakváltozásának korlátozása. Elég, ha olyan általános esetre gondolunk, hogy két fémlap között nyomjuk össze a gumitestünket. Így máris nem helyes felépítésű a 9. ábrán látható modell, továbbá megfigyelhető az elemek nagymértékű kifordulása is, ami futási problémákat okoz.



9. ábra Gumirugó elmozdulásállapota érintkezés figyelembe vétele nélkül

A helyes megoldást az érintkezés figyelembevétele jelenti, ami nem ideális esetben kiegészül a gumi és a fém között fellépő súrlódás figyelembevételével. Felhasználva [17]-et, a 10. ábra két súrlódással érintkezésbe lépő rendszert mutat, ahol ¹ jelöli a rugalmas testet, azaz a gumit, modellünkben a ² jelöli a merevnek tekintett fém alkatrészt, míg A_c az érintkezési tartomány.



10. ábra Az érintkezési rendszer

A párba állított pontokat a rugalmas test A_c^1 felületén lévő Q^1 pont, és ezen pontbeli érintő $\mathbf{n}_c$ normálisának az A_c^2 felületből kidőft Q^2 pontja alkotja. Mivel $\mathbf{u}^2 = \mathbf{0}$, ezért a d távolság úgy definiálható, hogy

$$d = d(\mathbf{u}^1) = -u_n^1 + h \quad \mathbf{r} \in A_c, \quad (26)$$

ahol h a kezdeti hézag és u_n^1 az elmozdulásvektor normál irányú komponense. Érintkezési feltételről beszélünk, amennyiben

$$d = 0, \quad p_n \geq 0, \quad (27)$$

elválási feltételről, ha hézag van a két test között, azaz

$$d \geq 0, \quad p_n = 0, \quad (28)$$

ahol p_n az érintkezési nyomás. Mindkét esetben teljesül, hogy

$$dp_n = 0 \quad \mathbf{r} \in A_c, \quad (29)$$

Tudva azt, hogy

$$\mathbf{u}^1 = u_n^1 \mathbf{n} + u_t^1 \mathbf{t} \quad (30)$$

ahol a $\mathbf{t}$ az érintőirányú egységvektor, mellyel értelmezhetjük a gumi érintkezésbe lépő pontjainak érintőirányú sebességét.

Feltételezésünk szerint az érintkezés pillanatában

$$v_t^1 = \dot{u}_t^1 = 0. \quad (31)$$

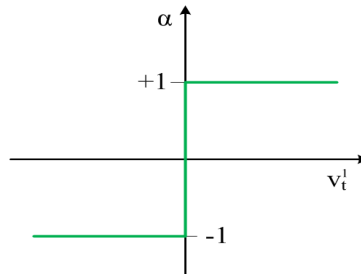
A fentiek alapján a merevnek tartott fém érintkezésbe lépő pontjainak sebessége zérus. Az érintkezésnél fellépő erő felbontható normál- és érintőirányú komponenseire, azaz

$$\mathbf{F}_c = F_{c,n} \mathbf{n} + F_{c,s} \mathbf{t}, \quad (32)$$

ahol $F_{c,s}$ a súrlódási erő. Coulomb-féle súrlódást feltételezve μ súrlódási tényezővel, az alábbi feltételrendszert írhatjuk fel, bevezetve α dimenziótlán változót [13,15]

$$\alpha = \frac{F_{c,s}}{\mu F_{c,n}}, \text{ ahol } |\alpha| \leq 1. \quad (33)$$

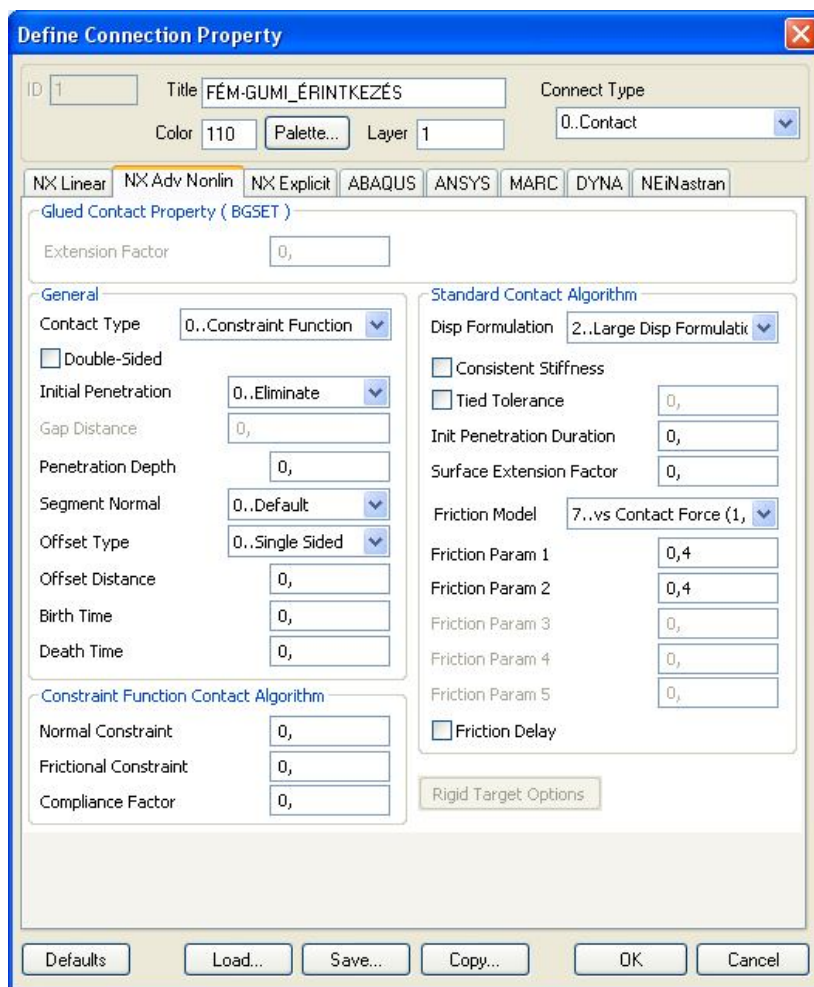
Csúszás esetén $\alpha = 1$, az általunk feltételezett adhézió ($v_t = v_t^2 - v_t^1 = 0$) esetén $\alpha < 1$. A feltételrendszert a 11. ábra diagramja jól szemlélteti.



11. ábra Az adhézió és csúszás feltételrendszere

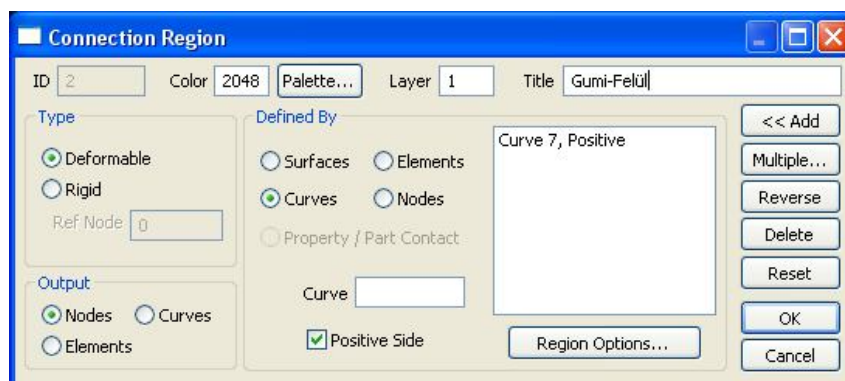
A kontakt definiálásához a FEMAP-ban meg kell határoznunk az érintkezés típusát, az érintkezési tartományokat, majd ezek csatlakoztatásával lesz értelmezve a kontakt a modellünkön.

A végelem program lehetőségeit a beállításokra a 12. ábra mutatja. A szoftver alkalmas merev (ragasztott) kapcsolat, súrlódásmentes érintkezés (normálkontakt) és súrlódásos érintkezés figyelembe vételére.

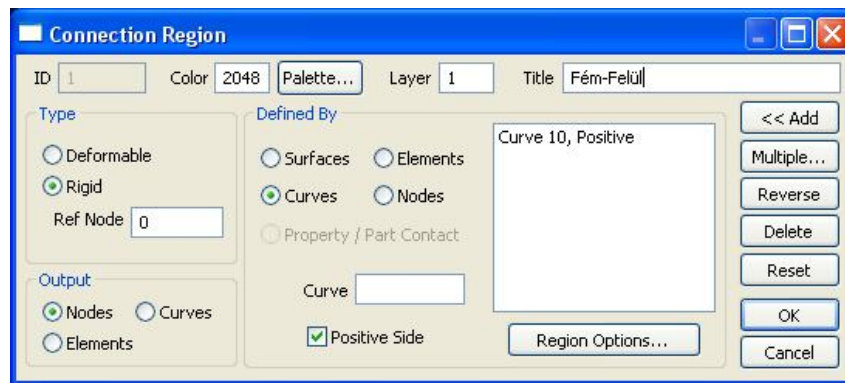


12. ábra Érintkezési beállítások meghatározása menü a szoftverben

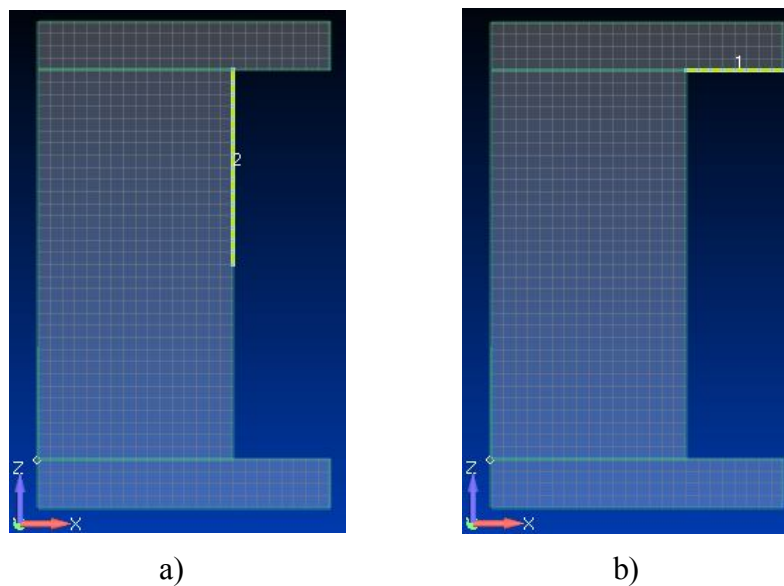
Esetünkben a két érintkezésbe lépő rendszerben a gumi rugalmas testet képvisel, míg a fémlap merevnek tekintett alkatrész. Ennek megfelelő beállításokat használva, a felépített geometria görbéi segítségével definiáltuk az érintkezési tartományt a 13-15. ábráknak megfelelően.



13. ábra Érintkezési tartomány beállításai guminál



14. ábra Érintkezési tartomány beállításai fémnél



15. ábra Érintkezési tartomány kijelölése

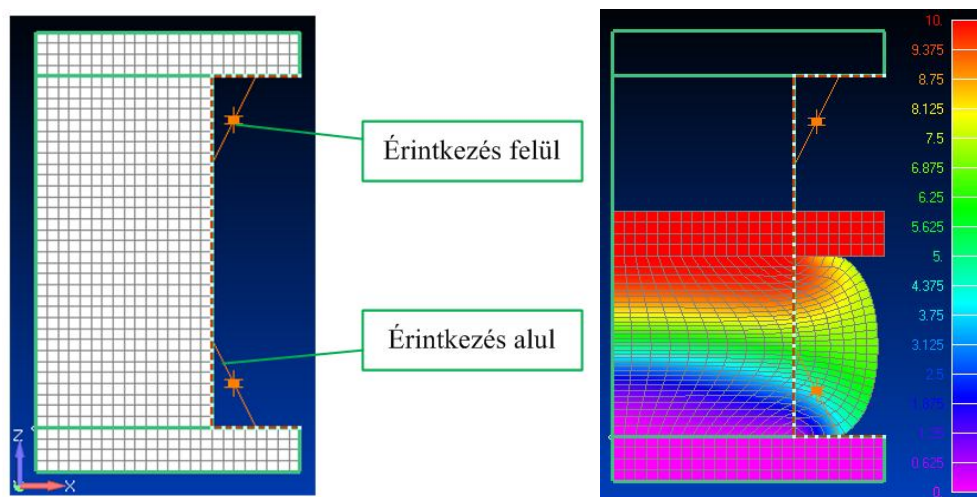
a) a guminál

b) a fémnél

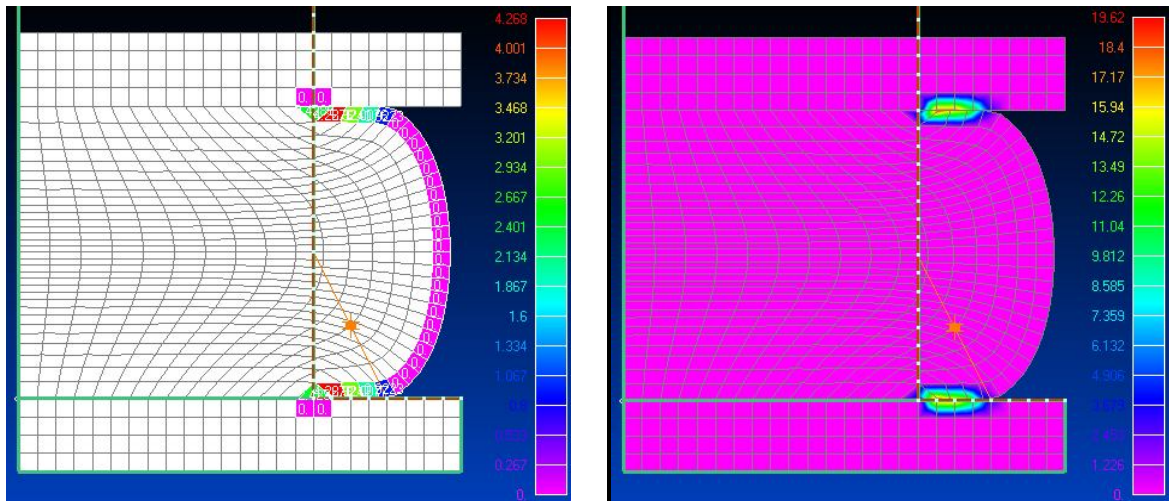
Az érintkezési tartományok meghatározása után csatlakoztatni kell őket egymáshoz a 16. ábrának megfelelően. Hogy az érintkezés megfelelően legyen értelmezve, meg kell határozunk az érintkezési tartományok közül a Master (cél) és Slave (forrás) tartományt. Esetünkben a merevnek tekintett fém lesz a céltartomány. Az OK gomb megnyomásával definiálttá válik a szoftverben az érintkezés felül, amit a 17. ábrának megfelelően láthatunk a programban.



16. ábra Érintkezési tartományok csatlakoztatása felül



17. ábra Definiált érintkezés a modellen



a)

b)

18. ábra Érintkezésből származó

a) érintkezési nyomás

b) érintkezési felületen fellépő erő

5. AZ ÖSSZENYOMHATATLANSÁG PROBLÉMÁJA

Általános esetben az összenyomhatatlanság alatt azt értjük, hogy az anyag térfogatváltozása nulla hidrosztatikai nyomás hatására. Matematikailag az anyag összenyomhatatlanságát az alábbiakkal fejezzük ki: $I_{III} = 1$, $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$, és $\det \mathbf{F} = 1$ ahol $\mathbf{F}$ az alakváltozási gradiens [11,12]. A mechanikában az ilyen anyagok ν Poisson-tényezője pontosan 0,5.

Az elasztomerek összenyomhatatlansága az egyik legproblémásabb terület a végelelemes analízisben. A VEM-ben az összenyomhatatlanságot először Herrmann vizsgálta 1965-ben [11]. Ha kombinálta ezt olyan nemlineáris viselkedéssel, mint például a nagy elmozdulás, nagy alakváltozás, hiperelasztikus anyag vagy érintkezés, akkor analitikus nehézségek adódtak. Hogy megértsük miért eredményezett numerikus problémákat, vizsgáljuk meg az összenyomhatatlan anyag rugalmasságát a megszokott rugalmassági kapcsolaton keresztül:

$$\frac{\kappa}{G} = \frac{2(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)}, \quad (34)$$

ahol κ a bulk modulusz (térfogati rugalmassági modulusz), G a nyírási rugalmassági modulusz és ν a Poisson-tényező.

A hányados hátértékét vizsgálva értékére

$$\lim_{\nu \rightarrow 0,5} \frac{2(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)} = \infty \quad (35)$$

kapunk. Ilyen esetben nem állapítható meg a pillanatnyi állapotban a feszültség az alakváltozásból. A megoldást a közel összenyomhatatlanság fogalmának bevezetése eredményezte, ami alatt azokat a gumyszerű anyagokat értjük, melyek Poisson-tényezője a $0,49 < \nu < 0,5$ tartományba esik. Ilyen anyag határértékét vizsgálva, már a modellezésre alkalmas értéket kapunk, ahol $\kappa \gg G$ összefüggés áll fenn.

A kontinuumelem alakváltozási mértékét nagyban befolyásolja, az anyag összenyomhatósága, hiszen tudjuk a jól ismert deformációs energia sűrűségről (10), hogy értéke függvénye a $W_V(J)$ térfogatváltozásból származó deformációs energia sűrűségnek, Mooney-Rivlin anyagmodell esetén. Amire a [12] szakirodalom az alábbi függvényt adja

$$W_v(J) = \frac{1}{2}\kappa(J-1)^2, \quad (36)$$

ahol κ értéke (34) alapján

$$\kappa = \frac{2G(1+\nu)}{3(1-2\nu)}. \quad (37)$$

Amit tovább alakíthatunk, ha a G nyírási és E rugalmassági modulusz között fennálló összefüggést felírjuk, (közel összenyomhatatlan anyag esetén $\nu = 0,49$ értékkel az összefüggés általánosítható)

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \cong \frac{E}{3}, \quad (38)$$

majd behelyettesítve a (37)-es összefüggésbe megkapjuk, hogy

$$\kappa = \frac{2E(1+\nu)}{2 \cdot 3(1+\nu)(1-2\nu)} = \frac{E}{3(1-2\nu)}. \quad (39)$$

Az egyenletet rendezve ν -re,

$$\nu = 0,5 - \frac{E}{6\kappa} \quad (40)$$

meghatározható különböző κ esetre értéke, amit az 3. táblázat tartalmaz

$\kappa [MPa]$	$E [MPa] [12]$	ν
1	1,5	0,25
10	1,5	0,475
100	1,5	0,4975
1000	1,5	0,49975
10000	1,5	0,49998

3. táblázat A Poisson-tényező értékei

Így már belátható, hogy a κ változtatása hatással van a kontinuumelem alakváltozási mértékeire is. Ezért fontos vizsgálnunk a dV pillanatnyi állapotban lévő deformált

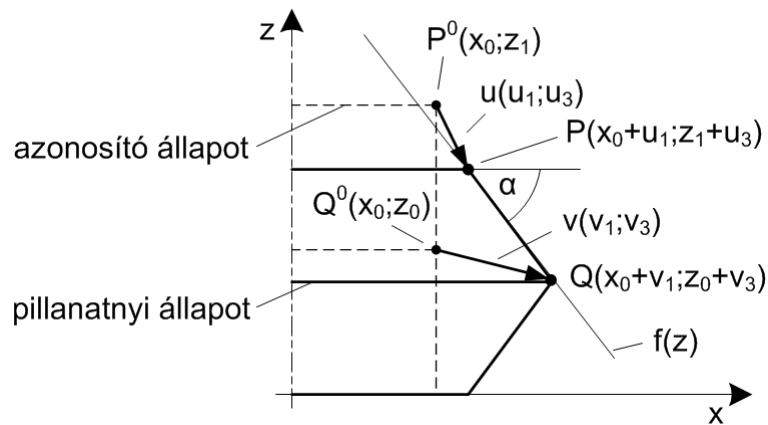
térfogatelem változását, a dV_0 azonosító állapotban lévő térfogateleméhez képest [10]. Hogy a kapott eredmények összehasonlíthatóak legyenek, a számszerű értékek helyett fajlagos értéket számítunk a térfogatváltozásra. Így a dV_0 térfogatelemre vonatkoztatott fajlagos térfogatváltozás mértéke:

$$\varepsilon_{dV}^0 = \frac{\Delta dV}{dV_0} = \frac{dV - dV_0}{dV_0} \quad (41)$$

Ezáltal leírtuk egy elem térfogatváltozását, amelyet az analízissel már képesek vagyunk kinyerni a szoftverből. A deformálatlan gumidarabra vonatkoztatva a vizsgált test fajlagos térfogatváltozásának mértéke a pillanatnyi állapotban:

$$\varepsilon_V^0 = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V - V_0}{V_0} = \frac{V}{V_0} - 1, \quad (42)$$

melynek értékét nem tudjuk közvetlenül a szoftverből kinyerni. Azonban a kiértékelhető elmozdulás vektorok segítségével képesek vagyunk a deformálódott forgástest térfogatát integrálszámítás segítségével meghatározni. Ennek megfelelően a 19. ábra egyszerű hengeres geometriájú furatnélküli gomitömb, 2×1 -es hálózással felépített modelljének ε_V^0 számításához szükséges paramétereket mutatja.



19. ábra Számításhoz használt jelölések értelmezése

Tehát az azonosító állapot deformálatlan gumitestének térfogata a 19. ábra alapján:

$$V_0 = x_0^2 \pi z_1. \quad (43)$$

A P^0 és Q^0 pontok az azonosító állapotban lévő hálózott modell egy-egy csomópontját jelölik, a pontok koordinátái a geometriai méretek alapján ismert. A deformálódott gumitest P és Q pontjainak koordinátáit az u és v elmozdulás vektorok segítségével számíthatjuk. Így az integrálszámításhoz használt P és Q pontokat összekötő egyenes egyenlete meghatározható, melyet a későbbi számítások megkönnyítése végett a Q pontba eltolt x tengellyel számítjuk:

$$m = tg\alpha = \frac{z_0 + v_3 - z_1 - u_3}{v_1 - u_1} \quad (44)$$

$$f(z) = \frac{1}{m}z + x_0 + v_1 \quad (45)$$

A (45)-ös egyenletből, a térfogatot határozott integrállal már számíthatjuk. Az integrálási tartományban a

$$\beta = z_1 + u_3 - z_0 - v_3 \quad (46)$$

helyettesítést elvégezve, a deformálódott gumitest szeletének térfogata:

$$\begin{aligned} \frac{V}{2} &= \pi \int_0^\beta f^2(z) dz = \pi \int_0^\beta \left(\frac{1}{m}z + x_0 + v_1 \right)^2 dz = \\ &= \pi \beta \left[\frac{\beta}{m} \left(\frac{\beta}{3m} + x_0 + v_1 \right) + (x_0 + v_1)^2 \right] \end{aligned} \quad (47)$$

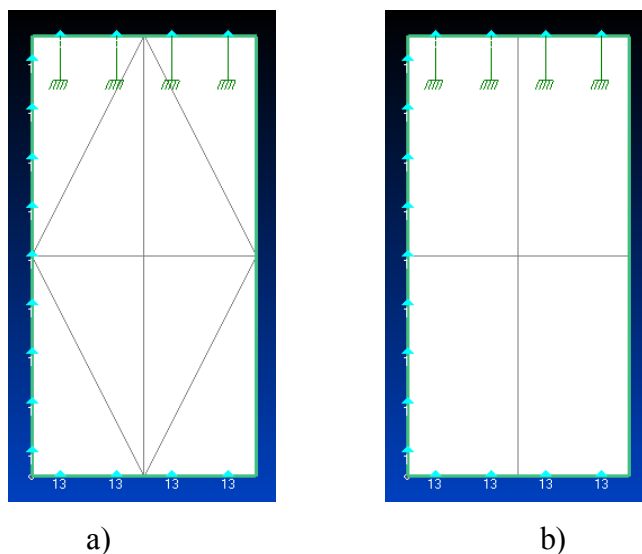
Mivel egy $n \times m$ -es halázóssal felépített modell felbontható n db szeletre, a gumitest térfogata az előzőekben levezetett összefüggés felhasználásával könnyedén számítható tetszőleges hálózással felépített modell esetén is.

6. BEZÁRÓDÁS VIZSGÁLATA

Az, hogy egy bizonyos végelem kód alkalmas-e összenyomhatatlan vagy közel összenyomhatatlan problémák analízisére, nagyban függ az elem típusától és kialakításától. A FEMAP által tengelyszimmetrikus elemek esetén használt FEA kódban megtalálható alacsonyabb rendű izoparametrikus elemek viselkedésében fellép egy káros jelenség a bezáródás, emiatt összenyomhatatlan anyagok analízisekor, nem ideális esetben meg kell vizsgálnunk viselkedésüket használatuk előtt.

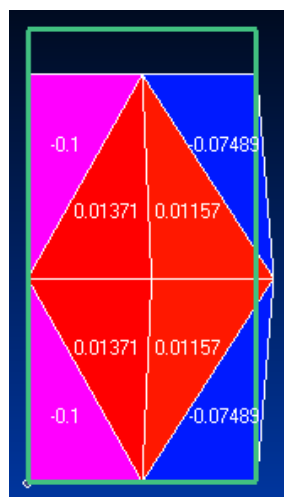
A bezáródás az elem tehetetlenségére utal, ami szűkös állapot, vagy aktív szabadságfok hiányának következtében alakul ki, tekintet nélkül a hálózás finomságára, összenyomhatatlan anyagmodell esetén. A bezáródást úgy vehetjük észre, hogy bár kicsi az elmozdulás, a feszültség értéke ennek ellenére nagy, ezért nagyon fontos része a végelelemes diszkretizálásnak [11].

Numerikus példát oldottunk meg a 20. ábrának megfelelően felépített modellel három és négyszög elemekre. A bezáródás kimutatására kis alakváltozásnál vizsgáltuk a fajlagos térfogatváltozás és feszültségeloszlás értékét.

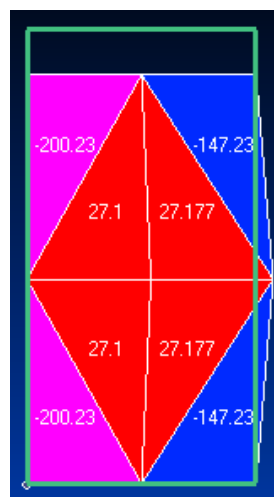


20. ábra A gumitest felépített modellje a szoftverben

- a) háromszög elemekből
- b) négyszög elemekből



a)

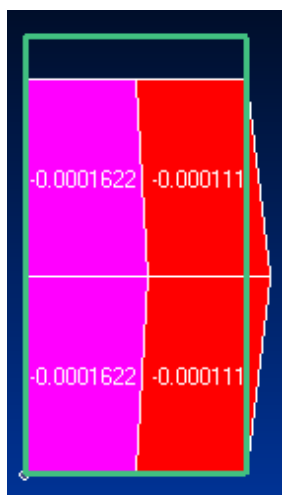


b)

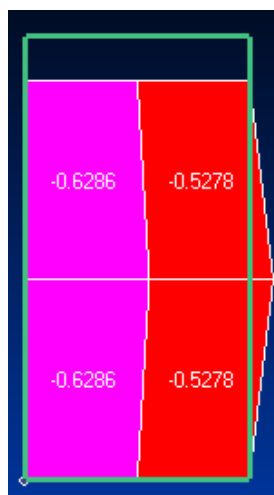
21. ábra A háromszög elemek bezáródásának hatása

a) a fajlagos térfogatváltozásra

b) a feszültségeloszlásra



a)

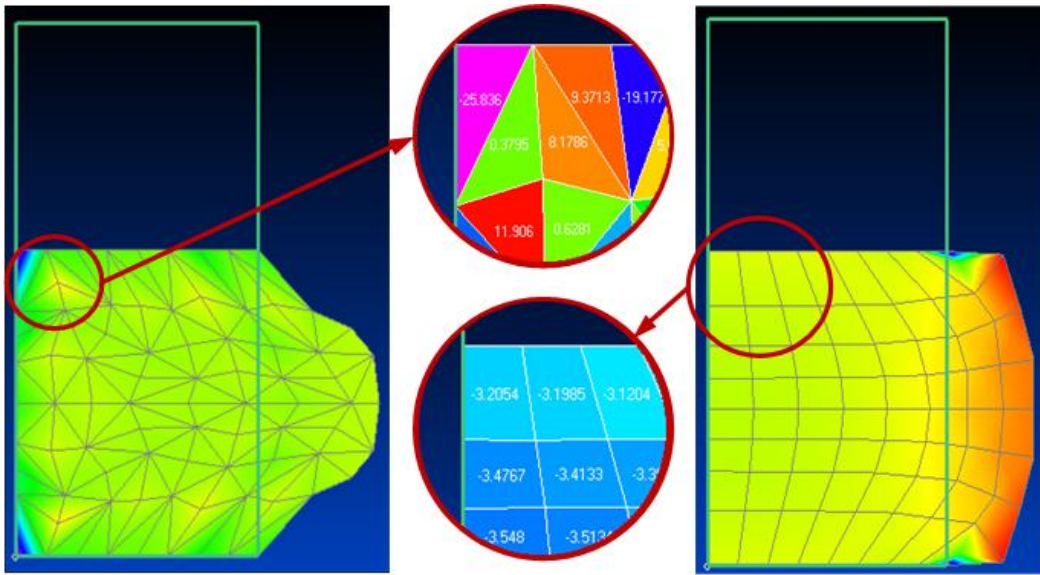


b)

22. ábra Négyszögelem alakváltozásakor fellépő

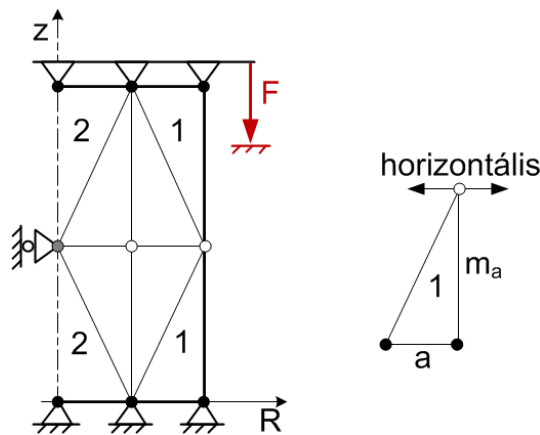
a) fajlagos térfogatváltozás

b) feszültségeloszlás



23. ábra feszültségeloszlás 8x8-as hálósűrűséggel, nagy alakváltozás esetén

A végeselemes vizsgálatok nagy feszültségértékeket mutattak háromszög elemek használata esetén, ami az elemek bezáródására utal. Hogy megértsük miért okoztak bezáródást vizsgáljuk meg a 24. ábrán látható lineáris háromszög elemekkel felépített modell elemeinek hajlamát bezáródásra [18].



24. ábra elemek szabadságfokainak vizsgálata

Annak ellenőrzésére, hogy egy elem hajlamos-e bezáródásra, vizsgáljuk meg a szabadságfokkal rendelkező és megfogott csomópontjainak a számát, ami alapján az 1-es és 2-es háromszögeket kell tovább vizsgálnunk. Az 1-es háromszög térfogatváltozás nélküli alakváltozása, a területének

$$T = \frac{am_a}{2} \quad (48)$$

állandóságával valósulhat meg. A peremfeltételek miatt $a = áll$, amiből következik, hogy m_a értéke sem változhat. Ez pedig csak a jelölt csomópont horizontális elmozdulásával valósulhat meg, ami előre vetíti az elem veszélyét bezáródásra. A 2-es háromszög láthatóan nem rendelkezik horizontális szabadságfokkal így a deformációban csak térfogatváltozással tud részt venni.

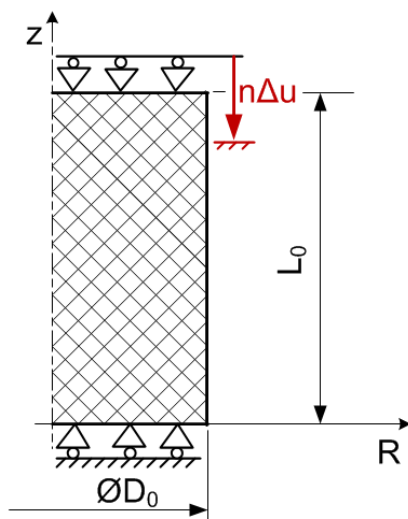
Vizsgálatainkból kiderült, hogy az elsőrendű izoparametrikus háromszögelem már kis alakváltozás esetén is bezáródik, ami miatt térfogata az összenyomhatatlan anyag ellenére megváltozik magas feszültségértékeket eredményezve. A hálósűrűség növelésével az elemek változatlanul bezáródnak, aminek eredményeként nagy összenyomásnál a valóságot nem fedő elmozdulásállapotot kapunk. A felsorolt hibák csökkentése érdekében a továbbiakban az összenyomhatatlan anyagok analízisére a több szabadságfokkal rendelkező négyszögelemet használjuk.

7. ÖSSZENYOMHATATLANSÁG BIZTOSÍTÁSA IDEÁLIS ESETBEN

Mivel az összenyomhatatlanságot büntetőparaméteresen biztosítjuk, elemzés szükséges a paraméter helyes megválasztásához. Alacsony büntetőparaméter esetén az összenyomhatatlanság nincs biztosítva, így a (16)-os összefüggés nem teljesül, emiatt az I_{III} is deformációt leíró változó lesz. Ezt a Mooney-Rivlin anyagmodell nem veszi figyelembe így alkalmazása analitikus hibát eredményez. Azonban a (42)-ben bevezetett ε_v^0 értékét egy meghatározott érték alatt tartva, az összenyomhatatlanság kellő képen biztosítható. A κ értékének változtatásából származó hiba nagyságát jól követhetjük, ha megvizsgáljuk az összenyomáshoz szükséges terhelő erő változását. Továbbá általános célunk még azt a legritkább hálófelosztást meghatározni, amely még kielégítően pontos megoldást ad.

A fenti két célt kitűzve, vizsgálat után kijelenthető egy ajánlott elemméret és büntetőparaméter alkalmazása, amivel elegendően pontos megoldást kapunk és közben a futási időt is csökkentjük.

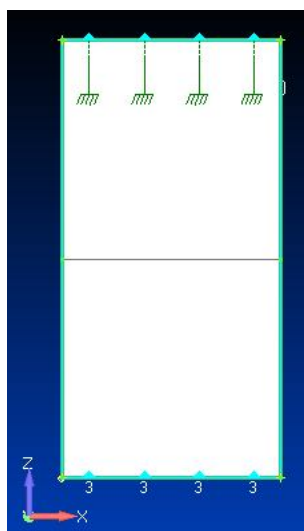
A kontinuummechanikai háttért célszerű volt ideális esetre levezetni, így kézenfekvő volt számunkra, hogy ideális súrlódásmentes esetre állítsunk fel mechanikai modellt. Mintapéldának egy egyszerű furat nélküli tengelyszimmetrikus, 65 Shore A° keménységű gumirugót választottunk (25. ábra), amit egymással ekvivalens elemekre osztottunk a hálózaskor. Az analízist meridián metszetében végeztük el az alábbi jellemzőkkel (4. táblázat).



25. ábra Mechanikai modell ideális esetben

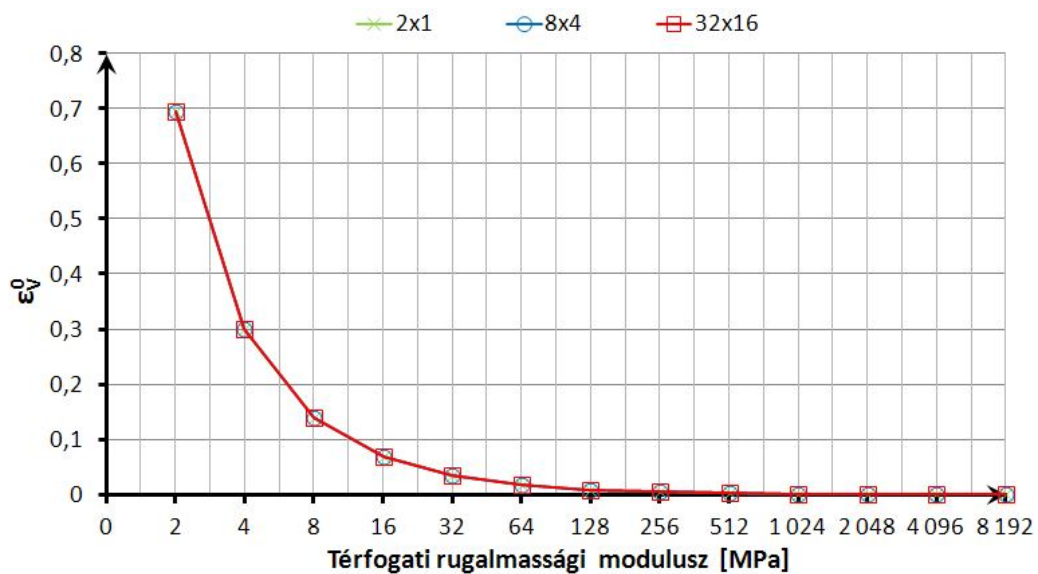
Geometriai méretek	
Külső átmérő (D_0)	20[mm]
Magasság (L_0)	20[mm]
Anyagjellemzők [13]	
Mooney-Rivlin állandó (C_{10})	0,6 [MPa]
Mooney-Rivlin állandó (C_{01})	0,15 [MPa]
Térfogati rugalmassági modulusz (κ)	2^i ($i = 1 \dots 13$) [MPa]
Végeselemes beállítások	
Megtámasztás alul és felül	ideális, súrlódásmentes
Elmozdulás növekmény (Δu)	1 [mm]
Tetherlépcsők száma (n)	10

4. táblázat A modellezés jellemző adatai



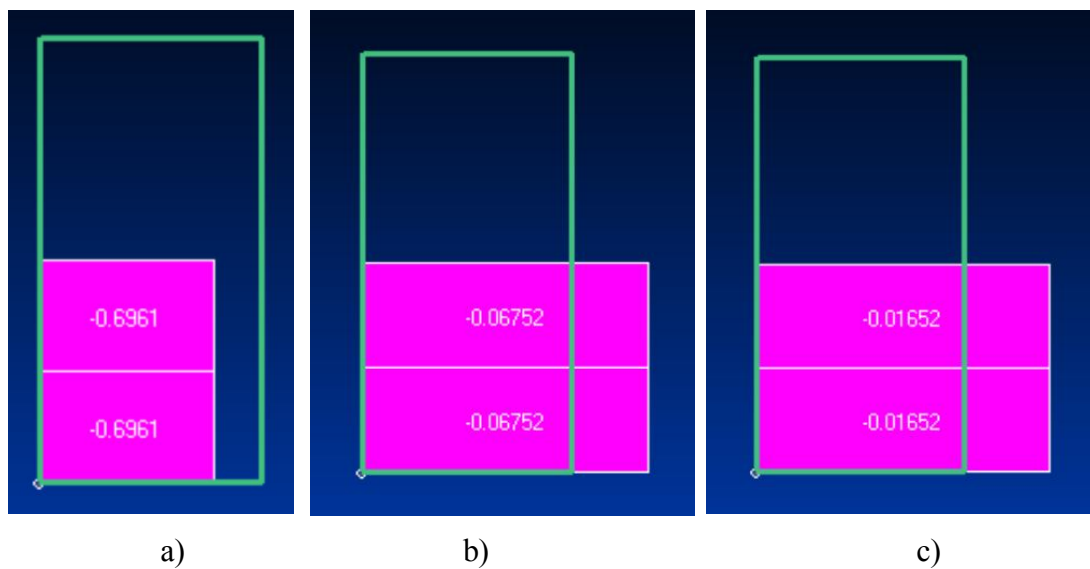
26. ábra 2x1-es hálózással felépített modell a FEMAP-ban

A térfogati rugalmassági modulusz hatását a fajlagos térfogatváltozásra 3féle hálósűrűség esetén vizsgáltuk meg. Kezdetben az ε_v^0 intenzív változása figyelhető meg, emiatt logaritmikus léptékben vettük fel κ értékeit (27. ábra). A térfogati rugalmassági modulusz növelésével a görbe konvergál a vízszintes tengelyhez, azaz valóban egyre inkább összenyomhatatlan anyagot modellezhetünk általa. Érdekes megfigyelni, hogy az ideális elméletnek megfelelően $\kappa = 128$ érték esetén már valóban közel összenyomhatatlan anyagról beszélhetünk.



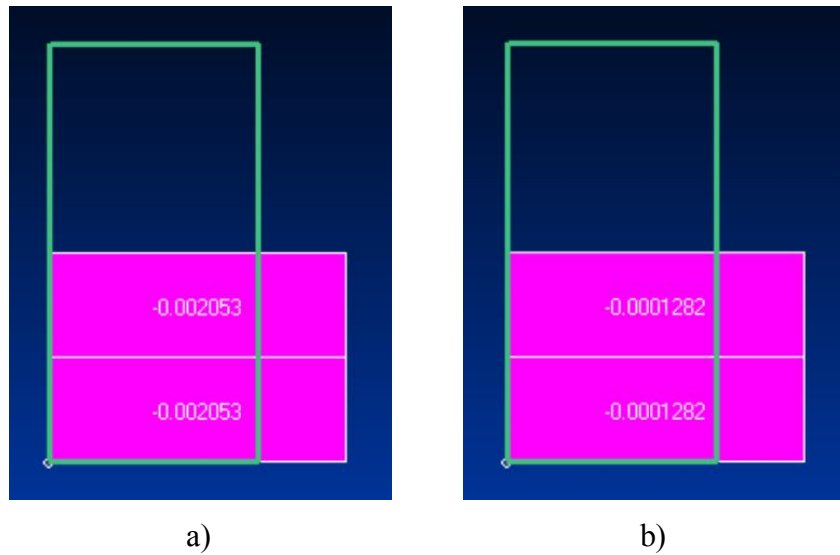
27. ábra A térfogati rugalmassági modulusz hatása a fajlagos térfogatváltozásra

A 28-29. ábrákon a nyomó igénybevétel hatására alakváltozott elemek fajlagos térfogatváltozását látjuk. Közelebbről megvizsgálva szembetűnő eltérés figyelhető meg a 28. a) ábrán, hiszen a gumirugó D_0 külső átmérője a többi alakváltozástól eltérően csökken, ami a már említett alacsony κ esetén fellépő numerikus hiba oka.



28. ábra Az elemek fajlagos térfogatváltozása

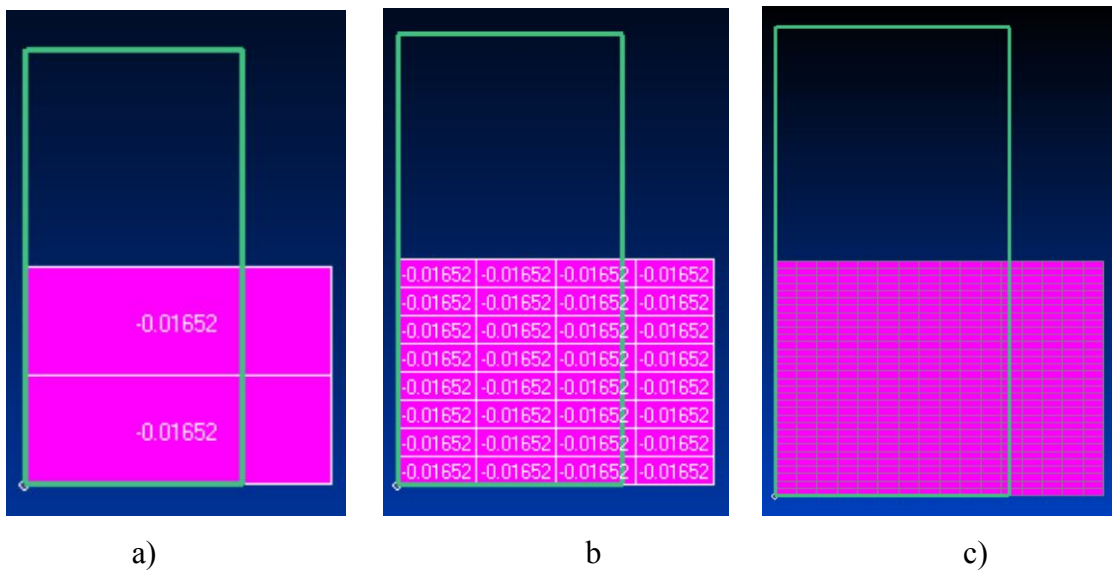
- a) $\kappa = 2$ esetén
- b) $\kappa = 16$ esetén
- c) $\kappa = 64$ esetén



29. ábra Az elemek fajlagos térfogatváltozása

- a) $\kappa = 512$ esetén
b) $\kappa = 8192$ esetén

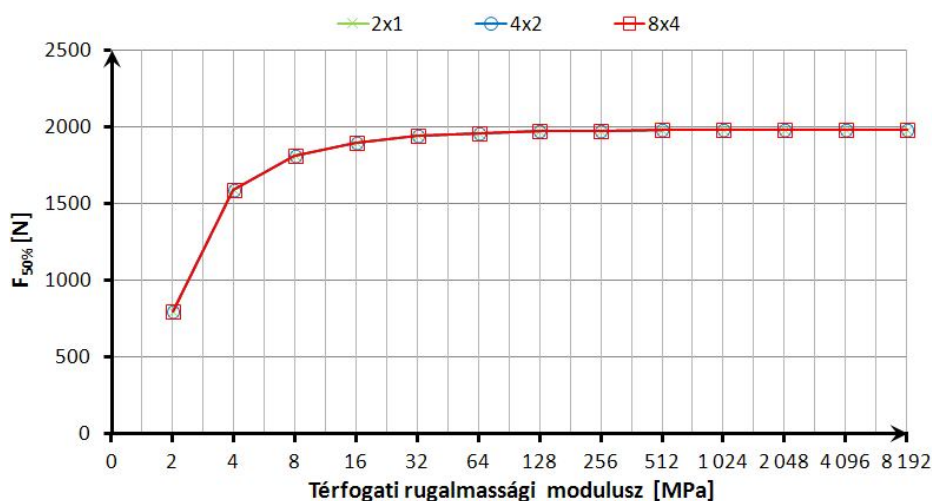
Továbbá a 30. ábrán megfigyelhető, hogy bizonyos κ esetén a fajlagos térfogatváltozás mértéke, független ideális esetben a hálósűrűségtől.



30. ábra A hálósűrűség hatása a fajlagos térfogatváltozása $\kappa = 64$ esetén

- a) 2x1-es hálósűrűségre
b) 8x4-es hálósűrűségre
c) 32x16-es hálósűrűségre

A következőkben a gumitest 50%-os összenyomásához szükséges terhelő erő változását vizsgáltuk a térfogati rugalmassági modulusz függvényében (31. ábra).

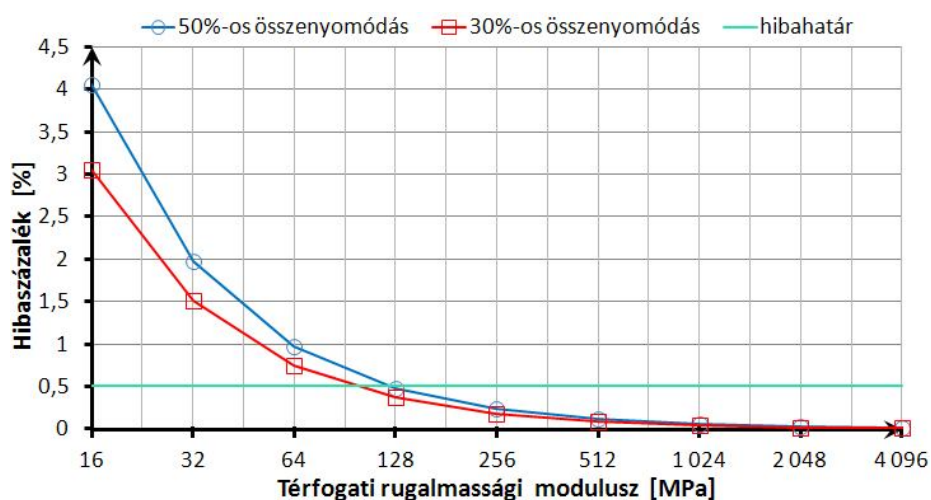


31. ábra A térfogati rugalmassági modulusz hatása a terhelő erőre

Az 31. ábrán jól érzékelhető a numerikus hiba nagysága $\kappa = 16$ értékig a terhelő erő változásában. Azonban a további vizsgálatokhoz szükséges elvégezni a terhelő erő hibaanalízisét, amit a 32. ábra szemléltet, ahol a hiba százalékos nagysága

$$H(\%) = \frac{|F_{ref} - F|}{F_{ref}} 100 \quad (49)$$

ahol F_{ref} a referenciának megválasztott $\kappa = 2^{13}$ értékű állandó esetén számított nyomóerő értéke, az aktuális összenyomódás mértéknél, amíg F ettől eltérő térfogati rugalmassági moduluszra számított nyomóerő értéke.



32. ábra A hiba nagyságának alakulása

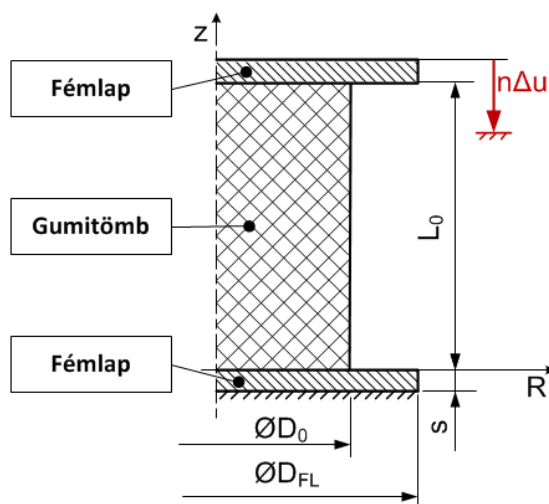
Összegezve a kapott értékeket az 5. táblázatban kijelenthető, hogy $\kappa = 128$ értéket használva az elmélet alapján közel összenyomhatatlan anyagról beszélünk, ami jó egyezést mutat a numerikus példával, hiszen a hiba mértéke 0,5% alatti. Vegyük észre hogy a fajlagos térfogatváltozás százalékos értékéhez képest a hiba nagysága kisebb. Az ideális esetnek megfelelően a különböző elemek térfogatváltozása azonos, és az független a hálózás sűrűségétől.

$\kappa[MPa]$	16	32	64	128	256	512	1024
ν	0,47959	0,48969	0,49482	0,49740	0,4987	0,49935	0,49968
$\varepsilon_V^0[\%]$	-6,7522	-3,3271	-1,6519	-0,82311	-0,41085	-0,20525	-0,10258
$H[\%]$	4,04914	1,96819	0,96797	0,47722	0,23411	0,11310	0,05275

5. táblázat Ideális esetre kapott értékek

8. ÖSSZENYOMHATATLANSÁG BIZTOSÍTÁSA NEM IDEÁLIS ESETBEN

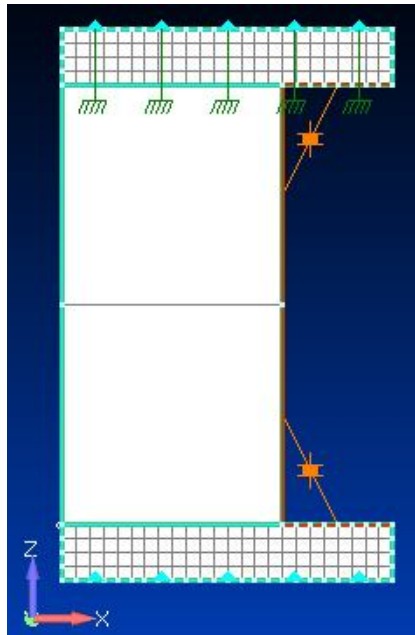
A gumirugókat gyártáskor fémfegyverzetekkel látják el, hogy a terhelést egyenletesen tudják átadni a gumitömbnek. A kapcsolatot vulkanizálással hozzák létre, így a kapcsolódási helyen a gumirészek alakváltozása gátolt, aminek következtében a mechanikai modellünk is eltér az ideálistól (33. ábra). Mintapéldánkat hasonlóan az előzőhöz építettem fel azzal a különbséggel, hogy alul és felül fémlapot építettünk be a 6. táblázat adatai szerint.



33. ábra Mechanikai modell nem ideális esetben

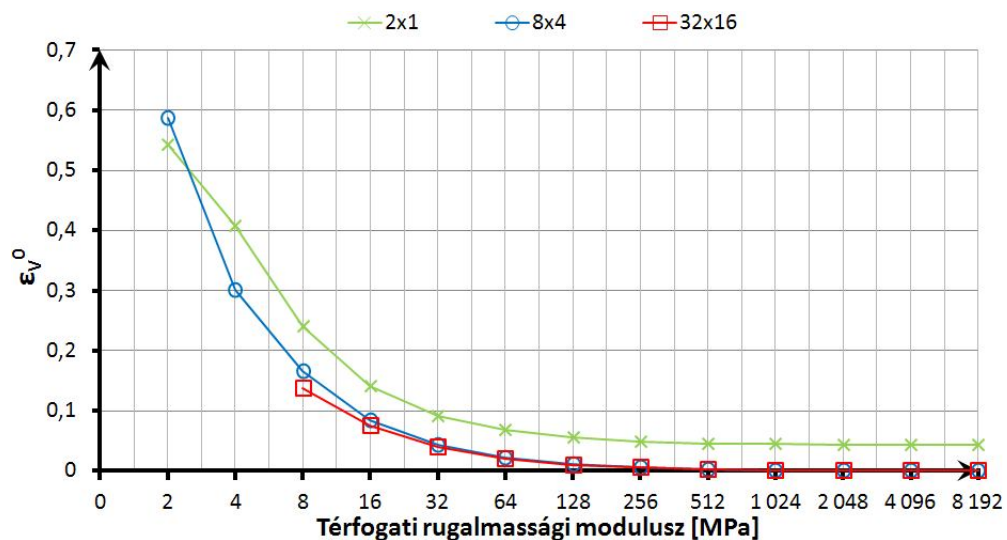
Geometriai méretek	
Gumitömb külső átmérő (D_0)	20[mm]
Gumitömb magasság (L_0)	20[mm]
Fémlap külső átmérő (D_{FL})	30[mm]
Fémlap vastagság (s)	2,5[mm]
Anyagjellemzők [13]	
Mooney-Rivlin állandó (C_{10})	0,6 [MPa]
Mooney-Rivlin állandó (C_{01})	0,15 [MPa]
Térfogati rugalmassági modulusz (κ)	2^i ($i = 1 \dots 13$) [MPa]
Végeselemes beállítások	
Megtámasztás alul és felül	vulkanizált
Elmozdulás növekmény (Δu)	1 [mm]
Teherlépcsők száma (n)	10

6. táblázat A modellezés jellemző adata

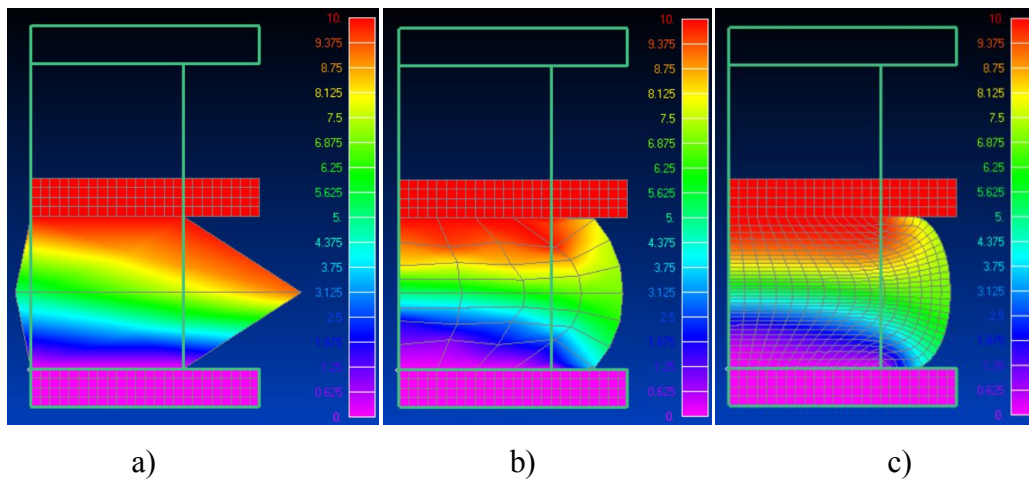


34. ábra 2x1-es hálózással felépített modell a FEMAP-ban

A térfogati rugalmassági modulusz értékének növelésével a fajlagos térfogatváltozás mértéke az ideális esethez hasonlóan egyre inkább nullához konvergál, bár a nullától való eltérés függ a hálósűrűségtől (35. ábra). Ennek okát a hálózás alakváltozásra való hatásában kereshetjük (36. ábra). A hálósűrűség növelésével nem csak a testünk alakváltozása lesz közelebb a valósághoz, hanem az elemek is egyre kevésbé gátoltak az alakváltozásban, így fajlagos térfogatváltozásuk is kisebb értéket vesz fel.



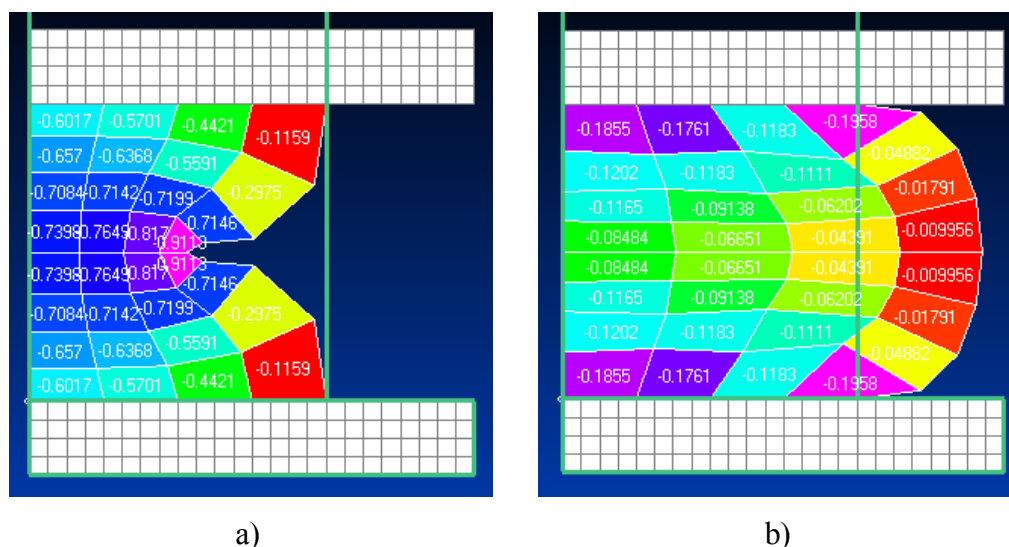
35. ábra A térfogati rugalmassági modulusz hatása a fajlagos térfogatváltozásra



36. ábra A hálósűrűség hatása az alakváltozásra

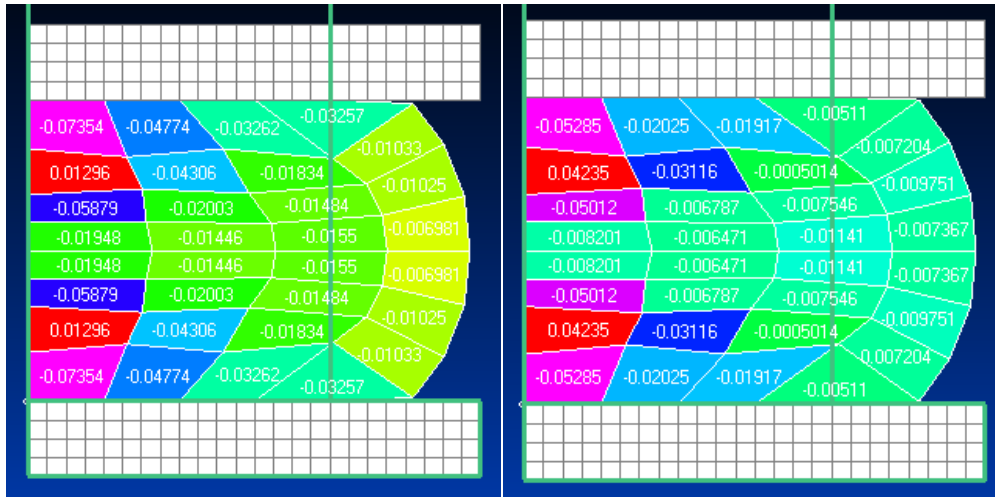
- a) 2x1-es hálózás esetén
- b) 8x4-es hálózás esetén
- c) 32x16-es hálózás esetén

Az analízis során $\kappa = 2$ és 4 értékek esetén a 32x16-os hálósűrűségű modell futtatásakor a bizonytalan alakváltozás miatt az elemek olyan szinten deformálódtak, hogy a futás leállt. Az 35-36. ábrákat megvizsgálva, jól látható hogyan közelít az alakváltozás a valósághoz, valamint megállapítható, hogy alacsony ε_v^0 értékeket kaptunk már 8x4-es hálósűrűség alkalmazásával is. Így ilyen hálósűrűségnél megnézve a nyomó igénybevétel hatására alakváltozott elemek fajlagos térfogatváltozását, igen változatos képet kapunk (37-39. ábrák).



37. ábra Az elemek fajlagos térfogatváltozása

- a) $\kappa = 2$ esetén
- b) $\kappa = 16$ esetén



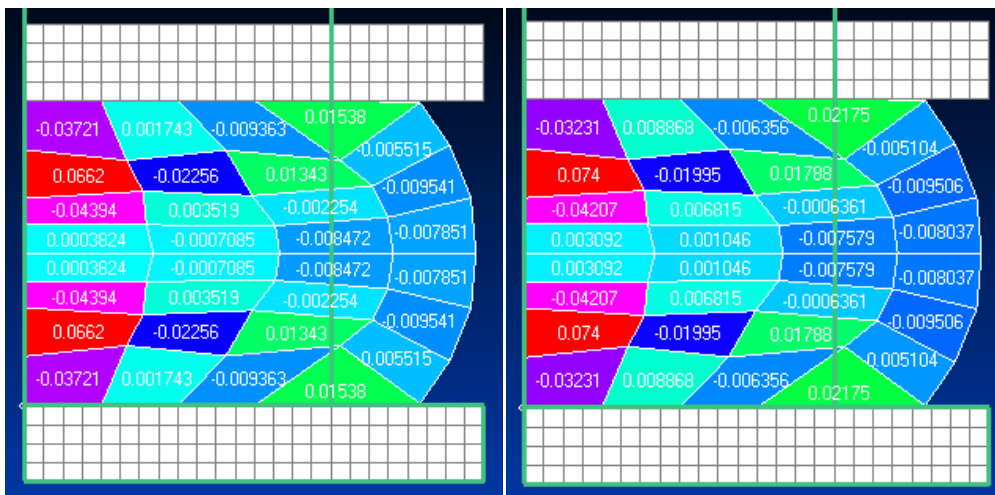
a)

b)

38. ábra Az elemek fajlagos térfogatváltozása

a) $\kappa = 64$ esetén

b) $\kappa = 128$ esetén



a)

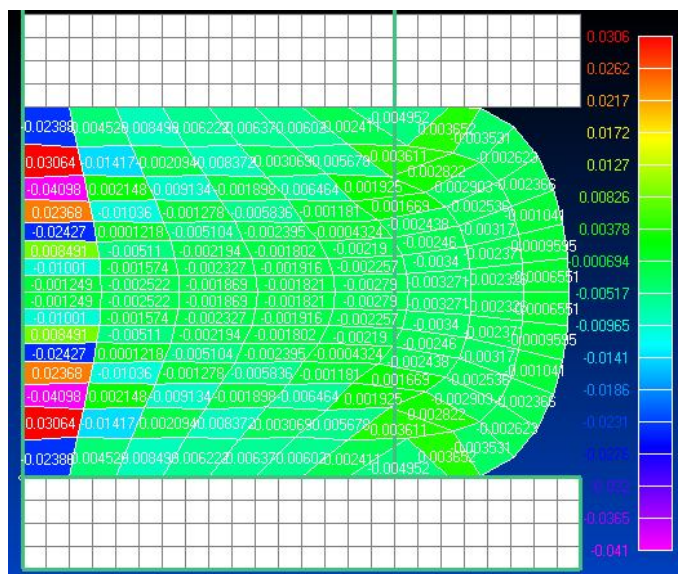
b)

39. ábra Az elemek fajlagos térfogatváltozása

a) $\kappa = 512$ esetén

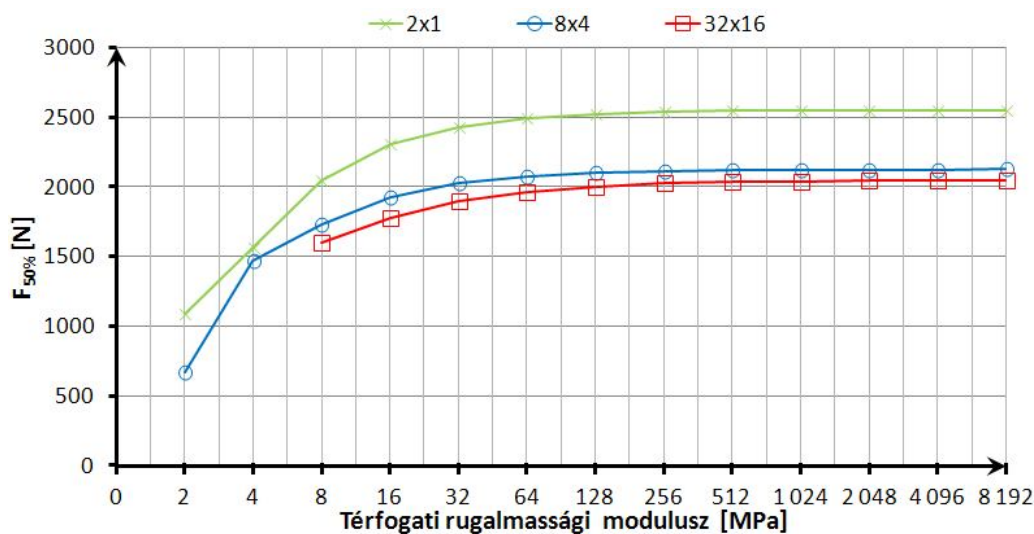
b) $\kappa = 8192$ esetén

Azonban érdemes megfigyelni a 40. ábrán, hogy nagy hálósűrűség esetén is egyes elemek alakváltozása gátolt (elem bezáródás), aminek következtében a fajlagos térfogatváltozásuk is nagy lesz, ami numerikus hibaként jelenik meg számításainkban.



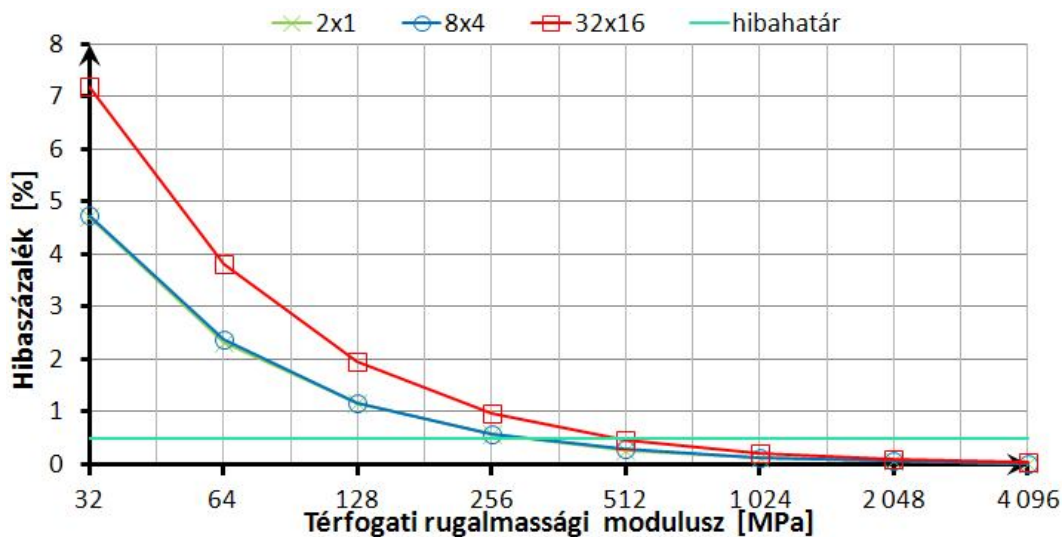
40. ábra Fajlagos térfogatváltozás alakulása egyes elemeknél

A következőkben a gumitest 50%-os összenyomásához szükséges terhelő erő változását vizsgáltuk a térfogati rugalmassági modulusz függvényében, 3 féle hálósűrűség esetén (41. ábra).



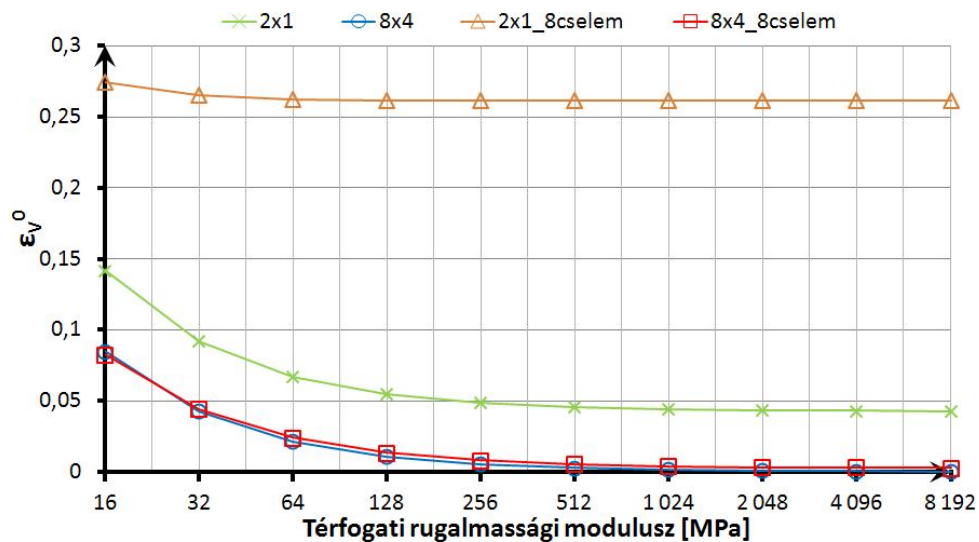
41. ábra A térfogati rugalmassági modulusz hatása a terhelő erőre

Elvégeztük a terhelő erő hibaanalízisét a (49)-es képletnek megfelelően, ahol most különböző hálósűrűségekre referencia erőnek, a $\kappa = 2^{1/3}$ értékű állandó esetén számított nyomóerőt választottuk. A 42. ábrát megvizsgálva láthatjuk, hogy ugyan van eltérés, de a hálózásnak nincs különösebb jelentősége a hiba nagyságára.



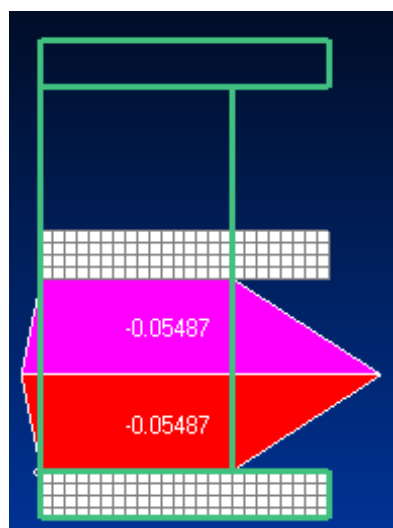
42. ábra A hiba nagyságának alakulása

Az elemek bezáródása miatt különösen fontos, hogy megvizsgáljuk a 8 csomópontú elemek hatását a fajlagos térfogatváltozásra. A vizsgálatot két hálósűrűsége elvégezve a kezdeti futásproblémák után a 43. ábrán látható eredményeket kaptam.

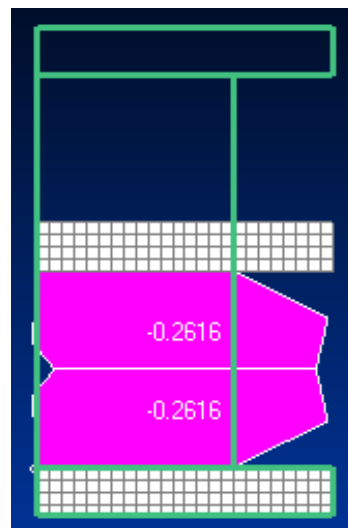


43. ábra A fajlagos térfogatváltozás alakulása 4 és 8 csomópontú elemek esetén

A fenti diagramot megfigyelve vegyük észre, hogy a 8 csomópontú elemek az egész test fajlagos térfogatváltozását megnövelik. A 44-45. ábráknak megfelelően összehasonlítva azonos feltételek mellett a 4 és 8 csomópontú elemek fajlagos térfogatváltozását, arra a következtetésre jutottunk, hogy bezáródásra veszélyesebbek a 8 csomópontú elemek.



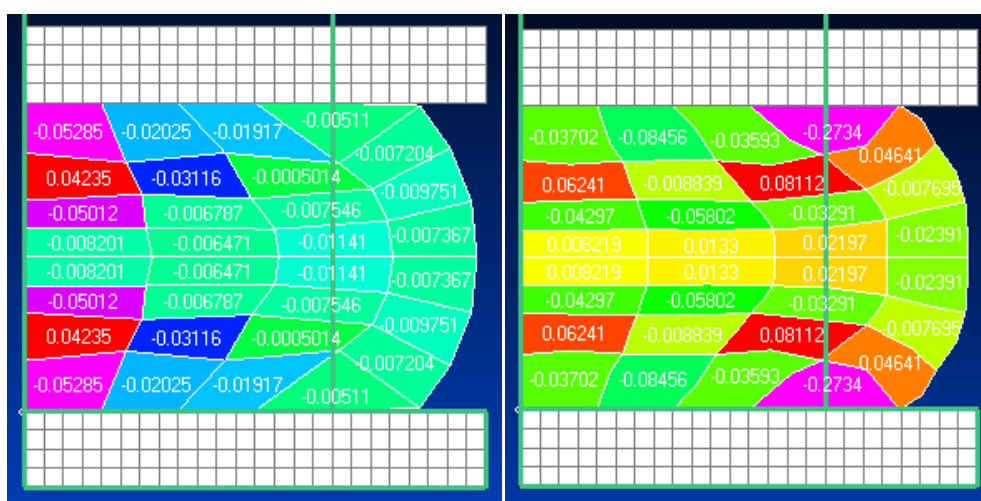
a)



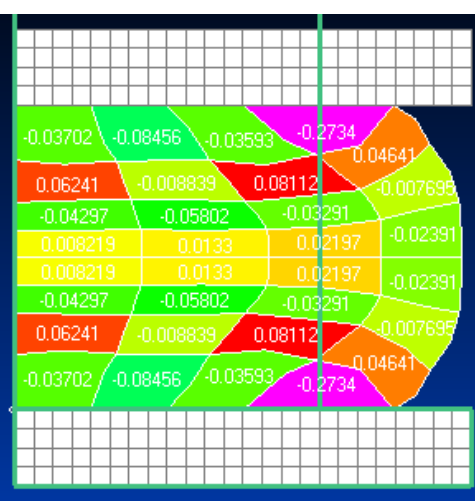
b)

44. ábra Az elemek fajlagos térfogatváltozása 2×1 -es hálósűrűséggel

- a) 4 csomópontú elem alkalmazása esetén
- b) 8 csomópontú elem alkalmazása esetén



a)



b)

45. ábra Az elemek fajlagos térfogatváltozása 8×4 -es hálósűrűséggel

- a) 4 csomópontú elem alkalmazása esetén
- b) 8 csomópontú elem alkalmazása esetén

Összegezve a kapott értékeket a 7. táblázatban, kijelenthető hogy $\kappa = 5/2$ értékkel modellezve már 0,5% alatti eltéréseket kapunk. Az összenyomhatatlanság biztosítása szempontjából a 8×4 -es hálózással már hibahatár alatti eredményeket kapunk, azonban a szükséges terhelő erő értékének pontos számításához, ennél sűrűbb hálófelosztást

javaslunk. Hibabecslés szempontjából kedvező, hogy a FEMAP-ban utófeldolgozással megjeleníthető fajlagos térfogatváltozás százalékos értékéből következtethetünk a hiba nagyságára.

κ [MPa]	16	32	64	128	256	512	1024	2048
$\varepsilon_V^0[\%] - 2x1$	-14,169	-9,193	-6,719	-5,487	-4,872	-4,565	-4,412	-4,335
$\varepsilon_V^0[\%] - 8x4$	-8,482	-4,227	-2,102	-1,047	-0,522	-0,261	-0,130	-0,065
$\varepsilon_V^0[\%] - 32x16$	-7,562	-3,945	-2,022	-1,024	-0,515	-0,258	-0,129	-0,065
$H[\%] - 2x1$	9,607	4,716	2,328	1,150	0,564	0,273	0,127	0,055
$H[\%] - 8x4$	9,496	4,740	2,362	1,172	0,577	0,279	0,130	0,056
$H[\%] - 32x16$	12,977	7,177	3,811	1,961	0,976	0,466	0,216	0,093

7. táblázat Nem ideális esetre kapott értékek

9. ANYAGMODELL OPTIMALIZÁLÁSA

Optimalizálási lehetőséget fogunk bemutatni Mooney-Rivlin anyagmodellre. Célunk olyan C_{10} és C_{01} anyagállandók felvétele, amelyek helyesen írják le az anyag viselkedését nyomásra. Számos munka található a szakirodalomban [21, 22, 23] amelyekben a végelem programhoz szükséges anyagállandókat egytengelyű húzó-, nyomóvizsgálatok, stb. alapján határozták meg. Mivel a dolgozat keretein belül nem volt lehetőség próbatestek mérésére, így feltételezzük, hogy [23] szerint fennáll a:

$$C_{01} = 0,25C_{10} \quad (50)$$

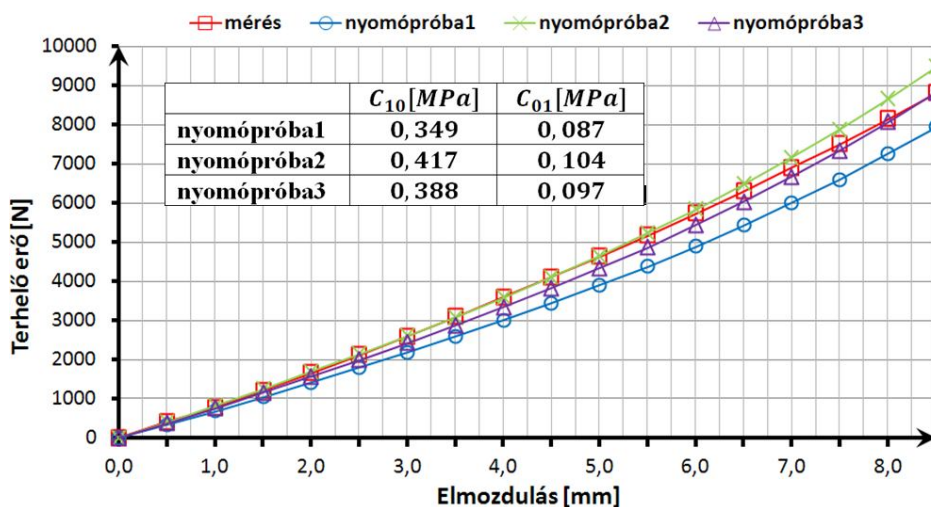
összefüggés. Így a modellezni kívánt gumidarab nyomóvizsgálatával felvett erő-elmozdulás diagramra optimalizálhatjuk az anyagmodellt, melynek lépései a következők:

Az anyagmodellben a gumi közel összenyomhatatlanságát a térfogati rugalmassági modulusra felvett $\kappa = 500 \text{ MPa}$ értékkel biztosítjuk.

Az ANSYS fejlesztői hiperelasztikus anyagok vizsgálatával kapcsolatot teremtettek a kétváltozós Mooney-Rivlin anyagmodell állandói és a gumi keménysége között. Így [24]-nek megfelelően elvégzett keménységméréssel, gumikra referenciaként felvehetjük a C_{10} és C_{01} anyagállandók értékét, 35 – 70 Shore A° keménység tartományban.

A felvett állandókkal végelelemes próbafuttatást végrehajtva, a szoftverből kinyerhető a 46. ábrán látható „nyomópróba 1”, mely összehasonlítható a nyomóvizsgálat eredményével.

Mindaddig változtatom a C_{10} és C_{01} anyagállandók értékét, míg a próbafuttatással kapott karakterisztika közel azonos nem lesz a mérésével.

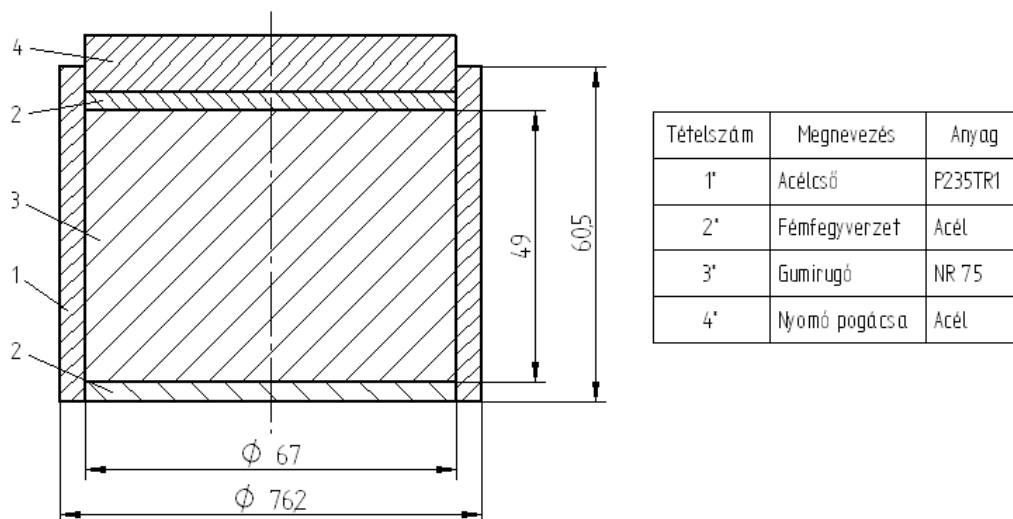


46. ábra Optimalizálás során felvett rugókarakterisztikák

10. GUMI ÖSSZENYOMHATÓSÁGÁNAK MÉRÉSE

Ismert tény, hogy a gumi zárt térben összenyomhatatlan anyagként viselkedik, azonban a vulkanizáláskor hozzáadott adalék anyagok jelenléte miatt bizonyos mértékben összenyomhatóvá válik. Emiatt a gumi összenyomhatóságának mértéke csakis összetételének függvénye, amit a szoftverben a térfogati rugalmassági modulusz értékének helyes megválasztásával modellezhetünk. Feladatunk olyan mérés kivitelezése melynek segítségével pontosan mérhető a vizsgálni kívánt gumi összenyomhatósága, majd a mérés adatainak megfelelő végelelemes analízis végrehajtása, κ értékének pontos meghatározása.

Vizsgálatunk tárgya egy 75 Shore A° keménységű természetes kaucsuk alapanyagú hengeres gumirugó. A méréshez szükséges zárt teret az 47. ábrának megfelelően, meglévő alapanyagokból alakítottuk ki.



47. ábra Próbatess méretei és kialakítása

Az acélcső a vizsgálati módból eredően, belső nyomással terhelt nyitott végű egyenes csőnek tekinthető, így a szilárdságtanból ismert képletekkel a megengedhető belső nyomás számítható. A szilárdságtani méretezéshez szükséges adatokat a 8. táblázat tartalmazza.

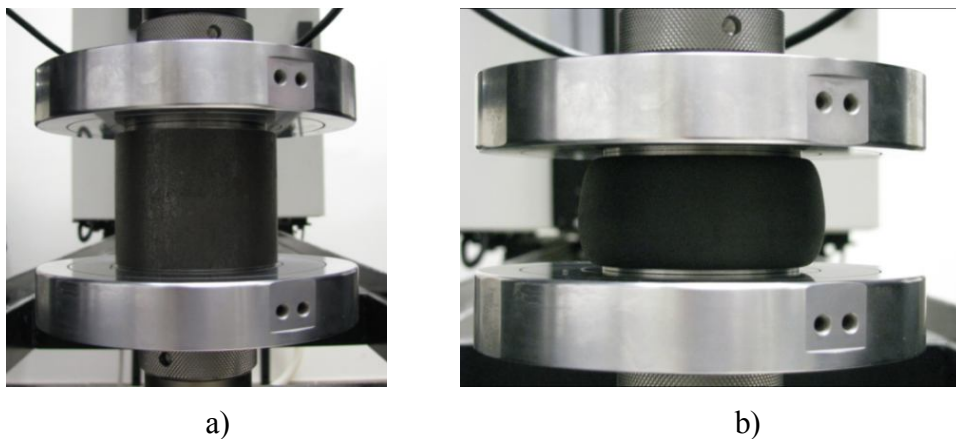
Acélcső belső átmérője (D_b)	67[mm]
Acélcső falvastagsága (s)	4,6[mm]
Minimális folyáshatár (R_{eH})	235[MPa]
Biztonsági tényező varrat nélküli csőre (n_1)	1
Folyáshatárhoz tartozó biztonsági tényező (n_2)	1,1

8. táblázat Méretezéshez szükséges adatok [25,26]

Így [26] felhasználásával, a nyomóvizsgálat alatt a terhelő erő maximálisan megengedett értéke:

$$F_{max} = pA = \frac{R_{eH}}{n_1 n_2} \frac{1}{1 + \frac{D_b}{2S}} \left(\frac{D_b}{2} \right)^2 \pi = 90,93 \text{ kN}. \quad (51)$$

A nyomóvizsgálatot egy 100 kN-os INSTRON 5982 típusú elektromechanikus, két oszlopos anyagvizsgáló gépen végeztük el. A súrlódásból származó erő elkerülése érdekében kenést alkalmaztunk az acélső és gumirugó között. Továbbá elvégeztük a gumirugó nyomóvizsgálatát is (48. ábra).

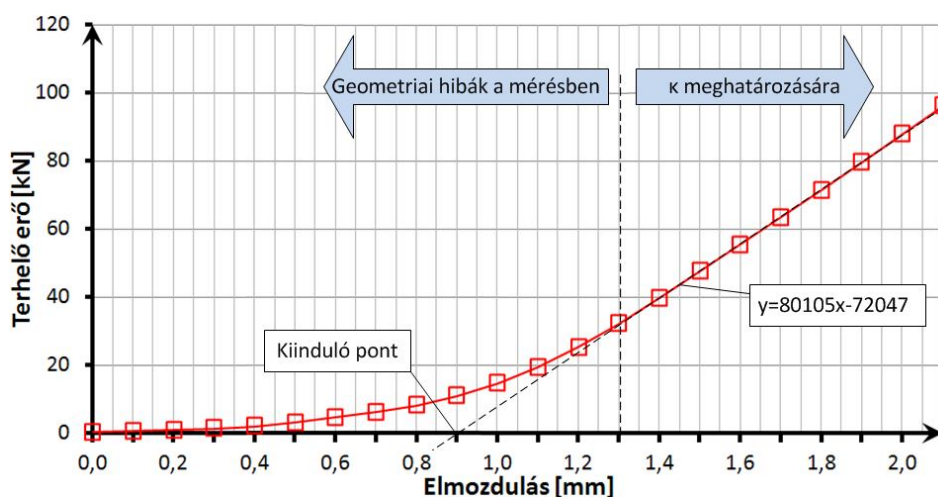


48. ábra Az INSTRON anyagvizsgáló gépen végrehajtott

a) összenyomhatóság mérés

b) gumirugó nyomóvizsgálata

A gumit csőbe való illesztése előtt méretre kell esztergálni. A gumi nagymértékű rugalmasságának köszönhetően esztergálás közben deformálódik, az esztergált felület érdes, szaggatott lesz. Ezeknek következtében kitöltetlen zárt részek maradnak, melyek kitöltése plusz elmozdulás formájában mérési hibaként jelenik meg. A geometriai hibából származó elmozdulást a lineáris szakaszra illesztett egyenes által kimetszett kiinduló ponttal kerüljük el. A 49. ábrán a mérés eredményei és a kiinduló pont kiszerkesztése látható.



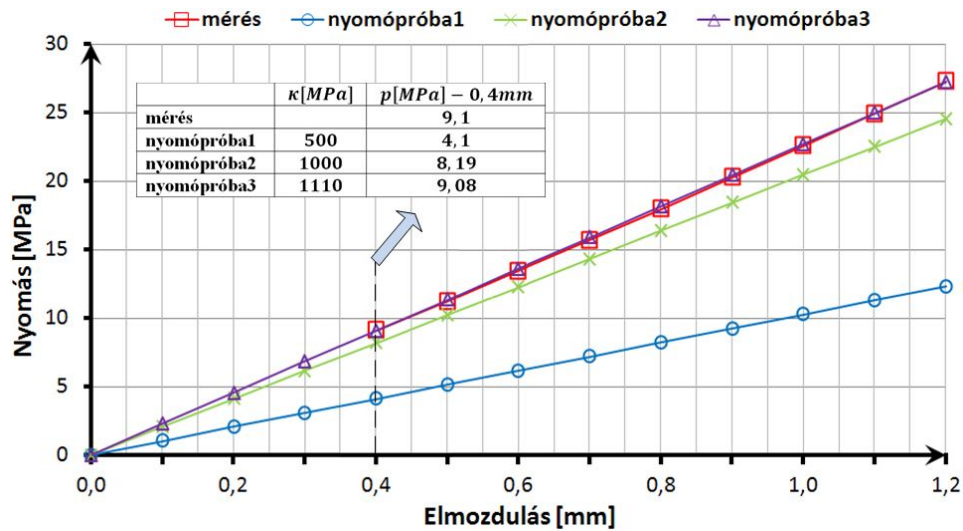
49. ábra Összenyomhatóság vizsgálat erő-elmozdulás diagramja

A mérés végeselemes modelljének felépítésekor a minél egyszerűbb felépítésre törekedve, a zárt teret peremfeltételekkel teremtettük meg, a modellezés további jellemzőit a 9. táblázat tartalmazza. 75 Shore A° keménységű gumira már nincs ajánlott anyagparaméter, ezért elvégeztük a Mooney-Rivlin anyagállandók optimalizálását, az eredményeket a 9. táblázat tartalmazza.

Anyagjellemzők	
Mooney-Rivlin állandó (C_{10})	0,8 [MPa]
Mooney-Rivlin állandó (C_{01})	0,2 [MPa]
Végeselemes beállítások	
Megtámasztás alul és felül	vulkanizált
Megtámasztás oldalt	radiális irányban gátolt
Elmozdulás növekmény (Δu)	0,1 [mm]
Tetherlépcsők száma (n)	13

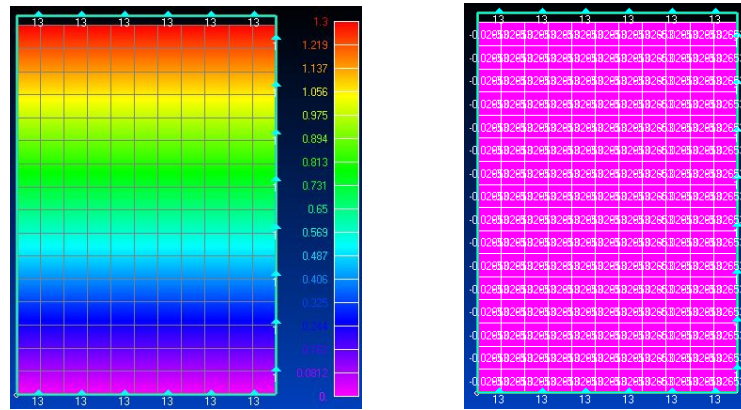
9. táblázat A modellezés jellemző adatai

A térfogati rugalmassági modulusz optimalizálásához, a mért értékeket a meghatározott kiinduló pont alapján vettük fel. Ezután nyomópróbát végrehajtva, különböző térfogati rugalmassági modulusz értékekre, egyenes arányosságot véltünk felfedezni $\kappa - p$ értékei között. Így a "nyomópróba2" és "mérés" értékeiből egyszerű számítással meghatározható a $\kappa = 1110 \text{ MPa}$ érték, mellyel már pontosan modellezhetjük a gumi összenyomhatóságának mértékét (50. ábra).



50. ábra Paraméter optimalizálás

Az egyenes arányosság oka az alakváltozásban keresendő, hiszen a zárt tér miatt alakváltozás csak az elemek fajlagos térfogatváltozásával jöhet létre (51. ábra).



51. ábra FEMAP-ban végrehajtott összenyomhatóság mérés eredményei

Ilyen esetben a $W_D(\mathbf{C})$ térfogatállandóságból származó deformációs energia sűrűség értéke elhanyagolható, így a deformációs energia sűrűsége felírható a

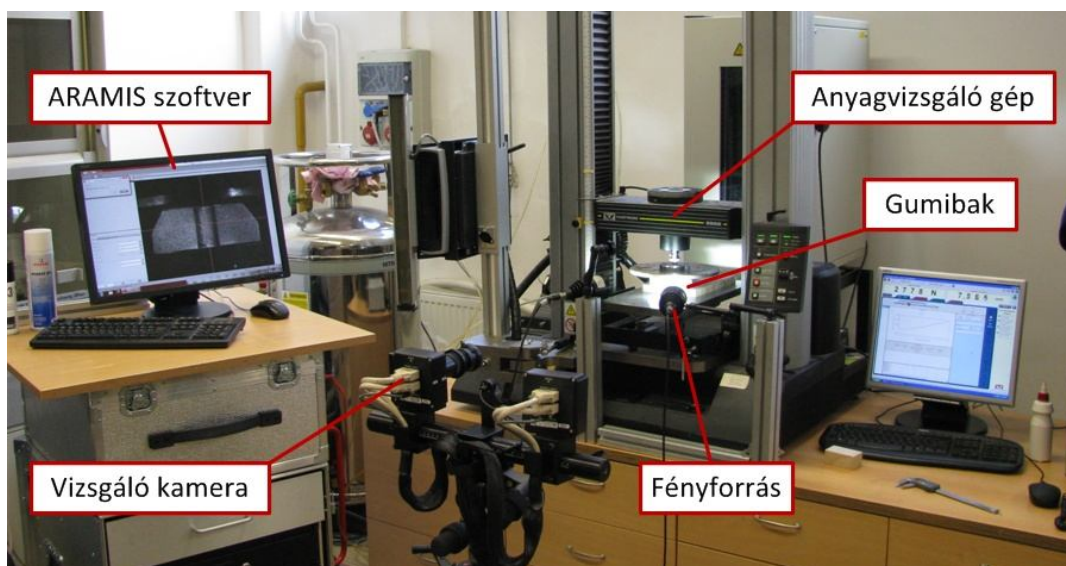
$$W = W_D(\mathbf{C}) + W_V(J) \cong 0 + \frac{1}{2} \kappa (J - 1)^2 \quad (52)$$

összefüggés, amiből belátható W egyenesen arányossága κ -val.

Elvégezve a gumi összenyomhatóságának mérését, megállapítottuk az anyagra jellemző κ értéket, mely érték pontos megválasztása kiemelkedően fontos zárt térben történő nyomóvizsgálat esetén. A mérés alatt kis elmozdulás és nagy nyomóerő szükséglet a jellemző, ami a mérőrendszer rugalmasságát okozva a mért értékeket befolyásolja, így ennek kiküszöbölése megoldandó feladat marad a későbbiekre nézve.

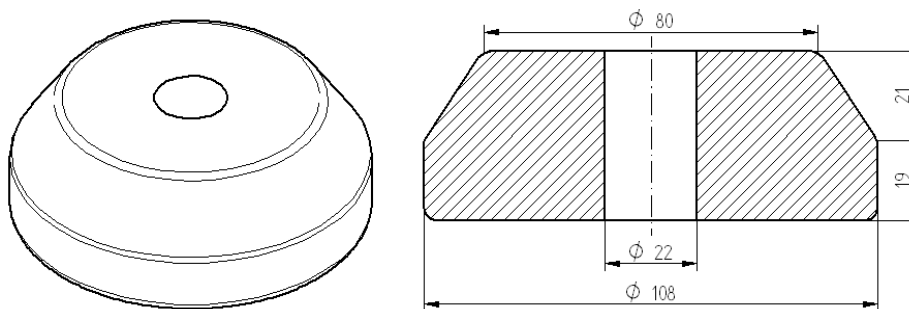
11. GUMIBAK DEFORMÁCIÓ MÉRÉSE

Numerikus példánknak azért választottuk a gumibak nyomó vizsgálatát, mert célunk, hogy ellenőrizzük a végeselemes szimulációnk pontosságát az alakváltozási állapotra. A vizsgálatot a GOM optikai mérés technikával foglalkozó vállalat mérőrendszerével végeztük el [27]. A rendszer két digitális kamerából, egy számítógépből és az ARAMIS szoftverből áll. A szoftver két részből áll, a vizsgálati részből, melynek feladata, hogy vezérelje a 4 Megapixeles kamerákat, elkészítse a felvételeket, és a kiértékelő részből, amelynek segítségével feldolgozhatjuk a méréseket, kiszámíthatjuk a fellépő deformációkat, alakváltozási állapotokat és elvégezhetjük az utófeldolgozást. A mérőeszköz segítségével nagy felbontásban követhetjük nyomon a teljes próbatest alakváltozását, deformációját, és a kiértékelés után még jobban megismerhetjük a vizsgált gumidarabunk viselkedését. A gumibak nyomóvizsgálatát egy 10 kN-os INSTRON 5566 típusú elektromechanikus, univerzális anyagvizsgáló gépen végeztük el [28].



52. ábra A mérés felépítése

Előzetes mérések és kiértékelések alapján a gumibak geometriája és méretei az 53. ábrán láthatók, az anyagjellemzőket – amely a végeselemes vizsgálatához szükséges – a 10. táblázat tartalmazza. A keménység mérése digitális *Shore A°* keménységmérővel történt, melyből kellő pontossággal becsülhető a Mooney-Rivlin állandók értéke.



53. ábra A gumibak méretei és kialakítása

Shore A° keménység	55
Poisson-tényező (ν)	0,4995
Rugalmassági modulusz (E)	1,5 [MPa]
A modellezés anyagjellemzői	
Mooney-Rivlin állandó (C_{10})	0,382 [MPa]
Mooney-Rivlin állandó (C_{01})	0,096 [MPa]
Térfogati rugalmassági modulusz (κ)	500 [MPa]

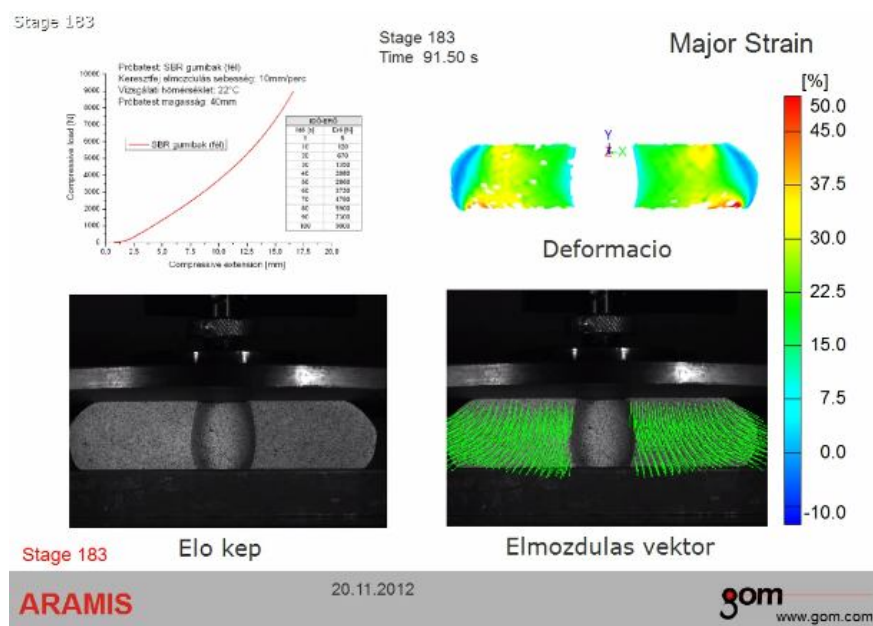
10. táblázat A modellezés jellemző adatai

A végelelemes szimulációkat mindig a meridián metszetben végezzük, így a deformáció mérést is ebben a kétdimenziós síkban félbevágott gumibakkal végeztük el, egy kamera használatával. Ahhoz hogy az optikai mérőrendszer követni tudja a próbatest egyes pontjainak, azaz a vizsgált felületnek az alakváltozását, egy véletlenszerűen felszórt mintázatot kell létrehozni a minta felületén [29]. A megfelelő kontraszt miatt az alapréteget a penetrációs vizsgálatoknál alkalmazott fehér előhívó festékréteg alkotta, amire grafit spray-el szórtuk fel az 54. ábrán látható mintát. A kamera beállításakor a vizsgált területnek a lehető legnagyobb mértékben kell kitöltenie a képet, a kamera fókusz távolságát úgy kell beállítanunk, hogy a lehető legélesebb képet kapjuk, a próbatest homogén megvilágításával és a záridő helyes megválasztásával erős kontrasztú rasztert kell kapnunk ahhoz, hogy pontos mérést tudjunk kivitelezni.



54. ábra Félbevágott gumibak a vizsgálathoz felszórt mintázattal

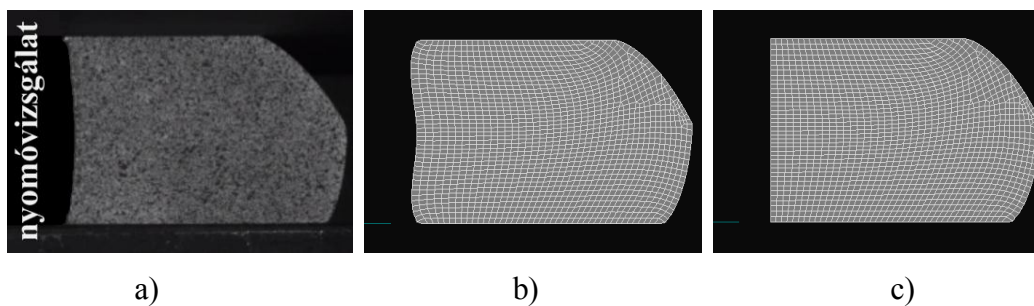
Ahhoz hogy az ARAMIS, mérés után képes legyen számításokat végezni, létrehoz egy hálózást a vizsgált felületre felszórt minta segítségével. Deformáció mérés alatt ezt elvégezve minden egyes képkockára, a gumibak pontjainak síkbeli helyzete ismert lesz az egyes időpillanatokban. Ezen adatokból már számítani tudja a kezdeti és pillanatnyi állapot között kapcsolatot teremtő alakváltozási gradienst, melynek segítségével az általunk vizsgált fő nyúlásértékek, és elmozdulás vektorok kifejezhetők. A 55. ábrán a keresztfej 15 mm-es elmozdulása esetén elvégzett deformáció mérést értékeltük ki.



55. ábra A nyomóvizsgálat kiértékelése az ARAMIS szoftverrel

Mivel a mérést csak félbevágott gumibakkal tudtuk elvégezni, a gumi a kamera által figyelmen kívül hagyott, mérési síkra merőleges irányban is alakváltozott. Az eredményeket ugyan ez nem befolyásolja markánsan, de csak ennek megfelelően hasonlíthatjuk össze végeselemes vizsgálatainkkal.

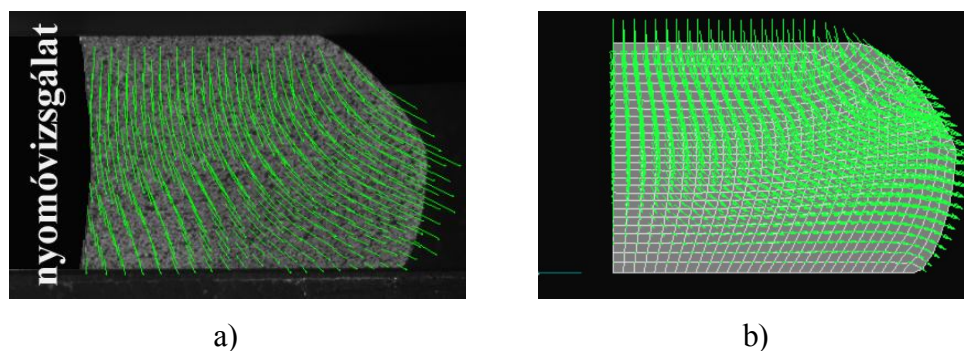
A gumibak végeselemes modellének analizálásánál a furat vonalában az elemek instabil viselkedése figyelhető meg az alakváltozás alatt, ami futási problémát okoz. Az instabil viselkedés hatása a furat valóságos alakváltozásától (56/a. ábra) eltérő deformáció az 56/b. ábrának megfelelően. Ezt a „kaotikus” viselkedést a furat elemeinek radiális irányú elmozdulását gátló peremfeltétellel kerültük el, aminek köszönhetően a deformáció az 56/c. ábrának megfelelően alakul. További vizsgálatainkhoz ez utóbbi modellt használva, a valóságnak megfelelő pontosságú a végeselemes modellünk alakváltozási állapota.



56. ábra Alakváltozási állapot 9mm-es elmozdulás hatására

- a) a nyomóvizsgálat esetén
- b) hibás végeleemes szimuláció esetén
- c) módosított végeleemes szimuláció esetén

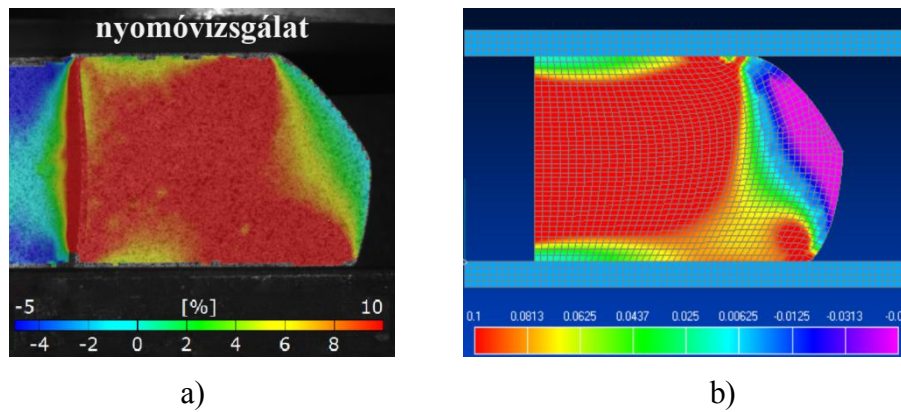
Kiértékelve a végeleemes szoftverrel az elmozdulás vektorokat, a nyomóvizsgálattal megegyező képet kapunk (57. ábra).



57. ábra Elmozdulás vektorok alakulása 9mm-es elmozdulás hatására

- a) nyomóvizsgálat esetén
- b) végeleemes szimuláció esetén

A fő nyúlásértékek eloszlása a meridián metszetben a nyomóvizsgálattal egyező képet mutat (58.ábra). A végeleemes modell esetén fajlagos nyúlásértékeket számítottunk. A fő nyúlásértékekből következtethetünk a feszültségeloszlásra is. Ennek megfelelően a gumitestben leginkább nyomófeszültségek ébrednek, azonban a külső felületen a kitüremkedésnek köszönhetően húzó feszültségek jelennek meg.



58. ábra Elmozdulás vektorok alakulása 9mm-es elmozdulás hatására

- a) nyomóvizsgálat esetén
- b) végelelemes szimuláció esetén

Elvégezve a laboratóriumi nyomóvizsgálatot és deformáció mérést, a végelelemes modellünk alakváltozását optimalizáltuk. Összehasonlítva a szoftverek kiértékelését láthattuk, hogy a FEMAP széleskörűen képes megbirkózni a problémákkal.

12. ÖSSZEFOGLALÁS

A gumik alakváltozási mértékének nemlineáris elméletét feldolgozva a $W_D(\mathbf{C})$ deformációs energia sűrűség kifejezésre került. A FEMAP végeselemes szoftver lehetőségeit megismerve láthattuk, hogy alkalmas elasztikus anyagok nagy alakváltozásának vizsgálatára. Nyomásnak kitett gumialkatrész vizsgálatára a Mooney-Rivlin anyagmodellt választva, a W egységnyi térfogatra vonatkoztatott deformációs energia sűrűség 3 bemenő paraméter (C_{10} , C_{01} és κ) függvénye. Az elemek bezáródásának vizsgálatát elvégezve kiderült, hogy összenyomhatatlan anyagok számítására a négyszögelemek pontosabb megoldást nyújtanak. A végeselemes adatbevitelkor (preprocesszáls), ezen paraméterek helyes megválasztása nagyon fontos feladat, hiszen nagymértékben befolyásolják az anyag mechanikai tulajdonságait.

Az összenyomhatatlanság biztosításának vizsgálataihoz 65 Shore A° keménységű természetes kaucsuk alapanyagú gumit (NR-natural rubber) használva, a $C_{10} = 0,6\text{MPa}$, és $C_{01} = 0,15\text{MPa}$ anyagállandó értékeket választottuk korábbi vizsgálataink alapján. Az összenyomhatatlanság biztosítására szolgáló térfogati rugalmassági modulusz értékének megválasztása azonban megoldandó probléma maradt. A súrlódásos érintkezés definiálásával vizsgálatainkat elvégezhetjük a valóságos beépítést modellező nem ideális esetben is. A kitűzött céljaink vizsgálatában gondot okozott a szokásostól (feszültség, alakváltozás) eltérő adatok (fajlagos térfogatváltozás) kinyerése (posztprocesszáls). Kiértékelve a különböző térfogati rugalmassági modulusz értékekre kiszámolt fajlagos térfogatváltozásokat, megállapítottuk, hogy $\kappa = 512$ értékkel az összenyomhatatlanság kellőképpen biztosítható.

A hálósűrűség térfogati rugalmassági moduluszra való hatását megvizsgálva kijelenthetjük, hogy – a nagyon kis (2x1) elemszám kivételével – gyakorlatilag az összenyomhatatlansági feltétel hibahatár alatt teljesül függetlenül a megválasztott végeselemes felosztástól $\kappa = 512$ esetén. Érdemes azonban megjegyezni, hogy az összenyomáshoz szükséges terhelő erő végeselemes vizsgálatával kapott eredményére a hálósűrűség és a térfogati rugalmassági modulusz együttes hatása került megállapításra.

Új módszert mutattunk be a gumi összenyomhatóságának mérésére, ami alatt a gumi valóban közel összenyomhatatlan anyagként viselkedett. Ezáltal képesek vagyunk meghatározni a gumi összenyomhatatlan tulajdonságára jellemző pontos κ értéket. Mivel általános esetben a $\kappa = 512$ értékkel is pontos eredményt kapunk, ezért a módszert zárt

térben történő vizsgálatokhoz, és összenyomható elasztikus anyagok térfogati rugalmassági modulusának megállapításához ajánljuk. A mérőrendszer rugalmasságának kiküszöbölése megoldandó feladat maradt a későbbiekre nézve.

Elvégezve a laboratóriumi nyomóvizsgálatot és deformáció mérést, a végeselemes modellünk alakváltozását optimalizáltuk. Összehasonlítva a szoftverek kiértékelését láthattuk, hogy a FEMAP széleskörűen képes megbirkózni a problémákkal. Továbbá optimalizálási lehetőséget mutattunk be a Mooney-Rivlin anyagmodell állandóinak meghatározására. Későbbiekben célunk további vizsgálati módszerek kidolgozása, gumyszerű anyagok anyagállandóinak optimalizálására.

További célként tűzzük ki az itt feltárt eredmények felhasználását valós, ipari példákra. Későbbi vizsgálataink esetében így azt várjuk, hogy végeselemes eredményeink megbízhatóbbak, a globális szimulációs időráfordításaink pedig rövidebbek lesznek.

A laboratóriumi mérések megvalósításában történő segítséget ezúton is hálásan köszönöm Kállai Imrének és Mikó Tamásnak.

Szeretném megköszönni továbbá a témavezetőm, tanárom Mankovits Tamás segítségét, hogy bevezetett a tudományos életbe. Egyetemi éveim alatt idejét nem sajnálva végig segítette a kutatásaimat, kritikájával és tanácsaival pedig nagymértékben hozzájárult az elért eredményeimhez.

13. FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] J. Tóth Laboncz: Rugók, Kiegészítő jegyzet, Debrecen, 2006.
- [2] Z. Bartha: Gumiipari Kézikönyv, I. kötet, Taurus-OMIKK, Budapest, 1989.
- [3] M. Makhult: Gumirugók, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1963.
- [4] IRSG- International Rubber Study Group, Singapore, 1944 (www.rubberstudy.com)
- [5] ETRMA, European Tyre & Rubber Industry Statistics, Brüsszel, 2012 (www.etrma.org)
- [6] [MAGUSZ] J. Várad: Közép- és Kelet-Európa gumiipara, 3rd Rubber Symposium of the Countries on the Danube, Szeged, 2008.
- [7] [magusz honlap] MAGUSZ- Magyar Gumiipari Szövetség, Budapest, 1990 (www.magusz.hu)
- [8] Tochtermann-Bodenstein: Gépelemek I., Műszaki Könyvkiadó, 1986
- [9] HEXAGON Industriesoftware GmbH, Kirchheim, 1990 (www.hexagon.de)
- [10] I. Kozák: Kontinuummechanika, Miskolci Egyetemi Kiadó, 1995.
- [11] MSC SOFTWARE: Whitepaper - Nonlinear Finite Element Analysis of Elastomers, 2010. (www.mssoftware.com)
- [12] J. Bonet, R.D. Wood: Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis, Cambridge University Press, 1997.
- [13] K.J. Bathe: Finite Element Procedures. Prentice Hall, 1996.
- [14] FEMAP 9.3, Help&User's Guide, 2009. (www.plm.automation.siemens.com)
- [15] NX NASTRAN 7.1, Advanced Nonlinear Theory and Modelling Guide, 2007. (www.plm.automation.siemens.com)
- [16] J. Égert, I. Keppler: A végelem módszer mechanikai alapjai, Universitas-Győr Nonprofit Kft., 2007.
- [17] I. Páczelt: A végelem-módszer modellezési kérdései, hibaanalízis, Miskolci Egyetemi Kiadó, 1994.
- [18] R. L. Taylor: The Finite Element Method, Volume 1: The Basis, 5. kiadás, Butterworth-Heinemann, 2000
- [19] Material Property Data, MatWeb LLC, 2012. (www.matweb.com)
- [20] D. Huri, T. Mankovits: Hiperelasztikus anyagmodellek kontinuummechanikai háttere, optimalizálási lehetőség Mooney-Rivlin anyagállandókra, Műszaki Tudomány az Észak-kelet Magyarországi Régióban 2012.ü

- [21] D.J. Charlton, J.Yang, és K.K. Teh: A review of methods to characterize rubber elastic behavior for use in finite element analysis, Perth
- [22] P. Altidis, B. Warner, V. Adams, IMPACT: Analyzing Hyperelastic Materials, Midwest ANSYS Users Group, 2005
- [23] Robert H. Finney: Finite Element Analysis, USA
- [24] European Standard, EN 10216-1, Seamless steel tubes pressure purposes- Technical delivery conditions- Part1: NON-alloy steel tubes with specified room temperature properties, Brüsszel, 2002
- [25] G. Szabó, T. Mankovits: Gumialkatrészek Shore-féle keménységének kiértékelése az anyagvizsgálatok statisztikai módszerével, Debrecen Műszaki Közlemény, 2010
- [26] Gy. Juhász: Csővezetékek és csővezetéki elemek, Debrecen, 1995
- [27] g GOM- Optical Measuring Techniques, Németország, Braunschweig, 1990 (www.gom.com)
- [28] INSTRON, Reference Manual-equipment, Instron corporation, 2005 (www.instron.com)
- [29] ARAMIS, User Manual-Software v6.1, GOM mbH, 2007