

OTDK-dolgozat

Németh Kristóf

2013

GARCH modellek a pénzügyi kockázatok észlelésében
GARCH models in the perception of financial risks

Kézirat lezárása: 2012. november 15.

TARTALOMJEGYZÉK

1	A részvénytőrségi buborék kialakulása (Bevezetés)	1
1.1	A mainstream közgazdaságtan felelőssége	2
1.2	Az irracionális túlbörjázás időszaka	4
2	Technikai elemzés GARCH regresszió alapján	11
2.1	Az autoregresszív modell bemutatása	12
2.2	A pénzügyi idősorok jellemző tulajdonságai.....	17
2.3	Az autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitású (ARCH) modell	27
2.4	A technikai elemzés ökonometriaí megalapozása	38
2.5	A chartista elemzés következtetései	42
3	Az ökonometriaí modellezés határai (Kitekintés)	55
3.1	A kockázati modellek kihívásai.....	55
	Irodalomjegyzék.....	59

ÁBRAJEGYZÉK

1.1 ábra: Az USA folyó fizetési mérlegének, és a külföldi tőkebefektetéseinek elért nyereségének alakulása 1980-tól 2005-ig. Forrás: Mayer-Foulkes (2009) p. 9.

1.2 ábra: Az Egyesült Államok állampapír-hozamainak alakulása 1980-tól 2012-ig. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

1.3 ábra: A(z) NYSE Composite index alakulása 2007. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

2.1 ábra: A(z) NYSE Co. index alapján számított napi árfolyamhozamok empirikus eloszlása 2003. január 2. és 2012. október 12. között. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.2. ábra: A(z) NYSE Co. indexből számított napi árfolyamhozamok empirikus idősorának alapvető (teszt)statisztikái. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.3 ábra: A(z) NYSE Co. indexből számított empirikus hozameloszlás és a normális eloszlás kvantilis-kvantilis ábrája. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.4 ábra: A(z) NYSE Co. indexből számított empirikus hozameloszlás és a Student-féle t-eloszlás kvantilis-kvantilis ábrája. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.5 ábra: Az ARMA (1,1) modellben keletkezett reziduális idősor eloszlása, és normalitás-tesztje. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.6 ábra: A(z) NYSE Co. index alapján számított napi árfolyamhozamok értékének alakulása 2003. január 2. és 2012. október 12. között. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.7 ábra: Az ARMA (1,1) modellben becsült NYSE Co. napi árfolyamhozamok heteroszkedasztikus reziduuma. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.8 ábra: Feltételes heteroszkedaszticitás a regressziós modellben. Forrás: Gujarati (2004) p. 69.

2.9 ábra: A historikus volatilitás értéke 2008-ban az S&P 500 index alapján. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

2.10 ábra: $A(z)$ NYSE Co. index alapján számított napi hozamok becslése ARMA (1,1) modell alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.11 ábra: $A(z)$ NYSE Co. index alapján számított napi hozamok becslése ARCH (1) modell alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.12 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása $a(z)$ DJIA index alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.13 ábra: $A(z)$ DJIA index alakulása 2007. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

2.14 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása $a(z)$ NYSE Co. index alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.15 ábra: $A(z)$ NYSE Co. index alakulása 2007. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

2.16 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása $a(z)$ S&P 500 index alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.17 ábra: $A(z)$ S&P 500 index alakulása 2007. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

2.18 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása $a(z)$ NASDAQ Co. index alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.19 ábra: $A(z)$ NASDAQ Co. index alakulása 2007. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

2.20 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása $a(z)$ FTSE 100 index alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.21 ábra: $A(z)$ FTSE 100 index alakulása 2007. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

2.22 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása $a(z)$ NIKKEI 225 index alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.23 ábra: $A(z)$ NIKKEI 225 index alakulása 2006. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

2.24 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása $a(z)$ DAX index alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.25 ábra: A(z) DAX index alakulása 2007. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

2.26 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása a vezető részvényindexek alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.27 ábra: A(z) DJIA index alakulása az elmúlt öt év folyamán. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

2.28 ábra: A(z) DAX index alakulása az elmúlt öt év folyamán. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

2.1 táblázat: A hipotézisellenőrzés döntési szituációi. Forrás: Saját szerkesztés Pintér – Rappai (2007) alapján.

2.2 táblázat A heteroszkedaszticitás kimutatása White-próba segítségével. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.1 táblázat: Az ARMA (1,1) modellspecifikáció eredménye. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

2.4 táblázat: Az ARCH (1) modellspecifikáció eredménye. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

A RÉSZVÉNYPIACI BUBORÉK KIALAKULÁSA

„A történelem soha nem bánt kesztyűs kézzel velünk, amikor az alacsony kockázatú prémiumok hosszú időszakának következményeit kellett elszenvednünk.”

/Alan Greenspan, 2005/

Dolgozatunkban olyan pénzügyi ökonometriai modell illesztésére teszünk kísérletet, melynek becsült paraméterei felhasználásával alkalmas intuitív kockázati mértékhez jutunk. Célunk ez által a világ tőzsdéin, 2008 őszén végbement hirtelen és nagymértékű árfolyamesés okainak, körülményeinek a vizsgálata. Az ökonometriai módszertan alkalmazásával arra, és csak arra a kérdésre keressük a választ: Vajon a részvénytőzsdéi buborék 2008 őszén történt kidurranása előre jelezhető lett volna egy alkalmasan választott kockázati mérték segítségével, illetve egy jellemző piaci körülmény azonosításával? Egy lényegi distinkciót tehát nyomban dolgozatunk elején meg kell tennünk. E szerint az ökonometriai modellalkotáson alapuló, technikai jellegű elemzésünkben kizárólag a gazdasági válság részvénytőzsdét érintő hatásait vizsgáljuk. Nem foglalkozunk tehát a más piacokon hasonlóan végbement visszaesés előrejelezhetőségével. A 2007 nyarán, az Egyesült Államok másodrendű (subprime) jelzáloghitel-piacáról kiinduló gazdasági válság fundamentális elemzésével csupán annyiban foglalkozunk, hogy láthassuk, milyen folyamatok vezettek a részvénytőzsdéi árfolyamok tartós túlértékeltségéhez, vagyis a buborék kialakulásához.

Mindenekelőtt azonban, dolgozatunk bevezető fejezetében az ökonometriai modellezésre erősen támaszkodó mainstream közgazdaságtani elmélet, az új neoklasszikus szintézis felelősségét firtatjuk. Azt látjuk ugyanis, hogy a 2007 óta tartó recesszió kialakulásáért sokan mind a mai napig az uralkodó közgazdaságtani elméletet, illetve annak tökéletlenségeit, életidegen absztrakcióit teszik felelőssé. Különösen is kritikus hangok fogalmazódtak meg a bonyolult, ez által alapos módszertani ismereteket igénylő, makro-ökonometriai modellek (RBC, DSGE) alkalmazásával szemben. A mainstream elmélet bírálói jellemzően a következő kérdésfelvetésre építették fel érvelésüket: Vajon az utóbbi idők népszerű makro-ökonometriai modelljei miért nem jelezték előre a válság közeledtét? E kérdés korrekt megválaszolása és körüljárása természetesen bőven túlmutat dolgozatunk terjedelem- és elméletbeli korlátjain, azonban személyes állásfoglalásunkat ennek ellenére is igyekszünk megfogalmazni. Temetni jöttünk hát az ökonometriát...

1.1 A mainstream közgazdaságtan felelőssége

2007 nyarán a másodrendű (subprime) amerikai jelzáloghitel-piacon kialakult válság ellenére Ben Bernanke, a Fed elnöke, még optimistán nyilatkozott a növekedési kilátásokat illetően. Kijelentette, hogy nem számít komolyabb gazdasági visszaesésre a jelzáloghitelek bedőlése nyomán (Bernanke [2007]). Jóllehet az ingatlanpiaci buborék a túlkínálat hatására gyorsan kidurran, a jelzáloghitel-piaci válság jelentősége még kérdéses volt. Más piacok ugyanis, így a részvénytőkepiac is, még tartották magukat az erősen pesszimista válsághangulat ellenére. Azóta már tudjuk, hogy a jelzálogpiaci hitelek bedőlése az utóbbi évtizedek súlyosabb gazdasági recesszióját vetítette előre.

A rég nem látott mértékű visszaesés okairól, csakúgy, mint az azóta is aktuális válságkezelés lehetséges módozatairól erősen megoszlik a közgazdász szakma véleménye. Egyesek a piaci koordináció tökéletlenségeit, míg mások az állam túlburjánzott gazdasági szerepvállalását kárhoztatják. Vannak, akik apokaliptikus jövőképeikben már a piaci gazdaság kudarcát vizionálják, mások „csupán” a Schumpeter-féle „építő rombolás” természetszerű működését vélik felfedezni a folyamatok hátterében. Jóllehet elgondolkozunk alapvetően tartózkodunk az effajta állásfoglalásoktól, inkább ez utóbbi konzervatív, kvázi evolucionista megközelítést tartjuk helyén valónak. Úgy gondoljuk, a 90-es évek közepén kezdődő internetes konjunktúra mára beérett. Legalábbis nem látjuk, hogy a technológiai szektor képes lenne még egy olyan „bona fide” innovációt kitermelni, mint a PC, vagy az internet. A válság ezért elsősorban azt üzeni számunkra, hogy a piac olyan új innováció, egyúttal beruházási lehetőség, kitermelését sürgeti, mely a tőkepiaci kereslet tartós növelése által a hosszú távú kamatszint növekedését eredményezheti.

A válság jellegét, lefolyását illetően is különböző scenáriókat, forgatókönyveket ismerünk. Sajnálatos módon a „V-alakú” válság „esélye” egyre valószínűtlenebbnek tűnik, miközben a többfázisú „W-alakú”, vagy még inkább a strukturális, tartósan elhúzódó „L-alakú” válság lehetősége egyre inkább reális fenyegetést jelent. Annak ellenére, hogy a modern vegyesgazdaságok minden bizonnyal átvészelik majd ezt a nehéz időszakot is, Görögország szerencsétlen példája, vagy éppen az Európai Unió 10% fölötti munkanélkülisége óvatosságra int bennünket.

2008 végén egy királynői kérdés, valamint a II. Erzsébet királyné személyét megillető médiafigyelem is kellett ahhoz, hogy a mainstream közgazdaságtant önreflexióra bírja. Bár a szakma legelismertebb képviselői igyekeztek óvni az uralkodó makroelmélet tekintélyét, a normatív közgazdaságtan ezzel együtt sokat veszített tekintélyéből. (Blanchard [2009a])

A meglepetésszerűen, mintegy derült égből villámcsapásként lesújtó gazdasági világválság jelenségét látva számos, mind a mai napig aktuális kérdés fogalmazódott meg: Vajon a legkorszerűbb elméleti és módszertani alapokon álló makroökonometriai modellek miért nem jelezték előre a bajt? Vajon a mainstream miért bélyegezte meg, és/vagy hallgatta agyon azokat a szakmai véleményeket, amik a hosszú távú (tőkepiaci) kamatlábak irreálisan alacsony szintjére, vagy az ugyancsak történelmi mélyponton lévő kockázati prémiumok veszélyeire próbáltak figyelmeztetni? Miért asszisztált a szakma és a gazdaságpolitika a buborékok tovább fújásához, miközben a pénzügyi tranzakciók mögött már régóta nem volt reálgazdasági teljesítmény? (Mellár [2010]). Valóban, jobban belegondolva akár még 2007-ben is elmondhatták volna, hogy bizony van, ami nem a legjobb ezen a legeslegjobb világon. 2008 végére, amikor a válság már „érezhetővé” vált, a candide-i szkepticizmus már mélyen és tartósan befészkelte magát a (gazdasági) gondolkodók és döntéshozók fejébe. Nagyon úgy tűnt, hogy miközben a közgazdaságtan művelői gőzerővel, ráadásul öncélúan dolgoztak saját tudományuk teremtetlen *science*-jellegének kidomborításán, elszakadtak a valóságtól. Végül pedig úgy jártak, mint Leibniz professzor”ablak nélküli monásai”.

Az elmúlt, válsággal sújtott években, sokan voltak, akik ezt a fajta „szkeptikus” közhangulatot meglovagolva nagyrészt öncélúan próbálták gyengíteni, aláásni az ortodox közgazdaságtan tekintélyét. Sőt, a bíráló hangok nem egyszer az uralkodó elmélet (neoklasszikus szintézis) létjogosultságát is megkérdőjelezték. Számunkra a helyzet közel sem ennyire egyértelmű. Amellett, hogy az új neoklasszikus szintézis egyes axiómáit magunk is vitathatónak tartjuk, az elmélet mögött álló tudás értékét csodálattal szemléljük. Hiszen jóllehet, a gazdaság aktorai emberek, akik modellünk szempontjából nem egyszer irracionális döntéseket hoznak, mégis vannak azonban olyan mérhető, számszerűsíthető, tehát modellezhető törvényszerűségei is az emberi viselkedésnek, amelyek statisztikai értelemben, sztochasztikusan érvényesek. Ha ez nem így lenne, akkor sem a klasszikus, sem a keynesi fogyasztási függvény nem létezne, korrelációs hatás hiányában.¹ Látnunk kell tehát, hogy a mainstream közgazdasági elmélet tökéletlenségei ellenére, mégiscsak lehetővé teszi számunkra az oly sokszor felfoghatatlanul összetett társadalmi-gazdasági folyamatok modellszerű leírását, ez által azok megértését. A közgazdaságtan absztrakt kategóriái (fogyasztás, megtakarítás, tőkepiaci kamatláb) ugyanis rendelkeznek a mérhetőség mérhetetlen előnyével. Annak ellenére, hogy a modern makroökonometriai modellek (RBC², DSGE³) nem figyelmeztettek bennünket a közelgő veszélyre,

¹ Ökonometriai értelemben a fogyasztás, mint függő változó, magyarázó változója a klasszikus elmélet szerint a kamatláb, Keynesnél a rendelkezésre álló jövedelem.

² A reál-üzleti ciklusok (**R**ea**l** **b**usiness **c**ycle) elméletén alapuló újklasszikus növekedésemélet modelljei.

ma már számos olyan mérhető makrogazdasági kategóriákban és összefüggésekben, ha úgy tetszik makro-ökonometriai modellekben gondolkodó válságelemzést olvashatunk. Ezek a fundamentális jellegű elemzések viszonylag rövid terjedelemben teszik érthetővé számunkra, milyen társadalmi és gazdasági folyamatok vezettek szükségszerűen a mostani világméretű válság kialakulásához. Mi a következőkben csupán néhány oldalon foglalkozunk a témával, mivel későbbi technikai elemzésünk szempontjából a válság háttérében álló, globalizáció által vezérelt eseménysor részletes bemutatása kvázi irreleváns. Az alapvető összefüggések, és az ok-okozati lánc felvázolását ugyanakkor szükségesnek érezzük. Ennek hiányában ugyanis nehéz volna értelmeznünk a részvénytőkepiaci buborék létrejöttét, valamint annak 2008 őszén, pontosabban 2008 októberében történt kidurranását. Ezért a bevezető fejezet következő részében röviden áttekintjük milyen gazdasági és társadalmi tényezők kedvezőtlen, hosszantartó együttállása vezetett a világméretű recesszió kialakulásához.

1.2 Az irracionális túlburjánzás időszaka

Az általunk ismert válságelemzések tanúsága szerint a mostani válság kialakulásában olyan makrogazdasági folyamatok játszottak döntő szerepet, melyek a globalizáció hatására jöttek létre. Ezek a folyamatok, a strukturális egyenlőtlenségek elmélyítése, illetve a hosszú távon tarthatatlan tőkepiaci helyzet⁴ előidézése által, szükségszerűen egy strukturális, hosszantartó válság kialakulásához vezettek. Ennek tükrében azt is beláthatjuk, hogy a 2007-ben kezdődő válságra hiba lenne egyszerűen a jelzálogpiaci összeomlás következményeként tekinteni. Bár a 2007 augusztusát megelőző idők a tartós gazdasági növekedés, a befektetői optimizmus, és az eufória bűvöletében teltek, a válság beköszönése csak idő kérdése volt. Megjegyezzük, hogy napjaink elhúzódó, mély depresszióval járó strukturális válsága mind jelentőségében, mind természetében jelentősen eltér a kibocsátás hosszú távú trendje körül rendszeresen megfigyelhető rövid távú ingadozásoktól, vagyis a reál-üzleti ciklusoktól. Ha mindenképpen konjunktúra elméletben szeretnénk gondolkodni, akkor talán a Kondratyev-féle ciklus leszálló ágát vélhetjük felfedezni az utóbbi évek recessziójában. A továbbiakban röviden bemutatjuk a válság kialakulásában döntő szerepet játszó gazdasági folyamatokat, majd azonosítjuk azokat

³ A dinamikus, sztochasztikus, általános egyensúlyi modellek (**D**ynamic **s**tochastic **g**eneral **e**quilibrium) gyakorlatilag az RBC modellek kiterjesztését jelentik, mivel az új-Keynesiánus irányzat egyes feltevéseit („ragadós” árak, monopolisztikus verseny) is integrálják a modellépítésben.

⁴ Az „egyensúly” kifejezést szándékosan kerültük megfogalmazásunkban. Bár az új neoklasszikus szintézis koncepciója egyensúlyközpontú, nehéz volna ténylegesen egyensúlyinak nevezni a tőkepiaci kamatlábak károsan alacsony szintje mellett létrejött piaci állapotot.

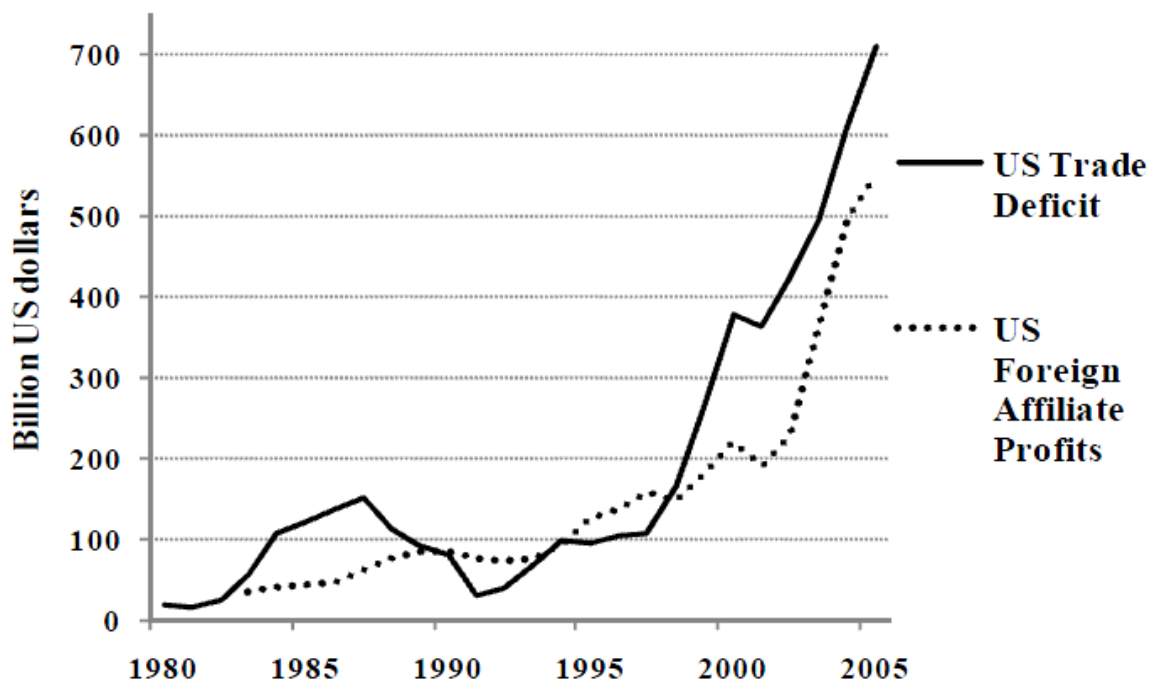
a tényezőket, amik a részvénytőkepiaci árfolyamok tartós felülértékeltségéhez, vagyis a buborék kialakulásához vezettek.

Miután a hidegháború véget ért, a világgazdaságban „egy különleges eseménysorozat”⁵ vette kezdetét. A volt kommunista országok, látva a tervutasításos gazdálkodás kudarcát, szinte kivétel nélkül piaci alapokra helyezték gazdaságukat. Ennek következtében világszerte mintegy félmilliárd fővel gazdagodott a versenyszféra munkaerő-piaci kínálata. A termelési tényezők áramlását akadályozó korlátok leépülésével kialakuló globális verseny hatására az infláció világszerte látványos csökkenésnek indult, majd később a 90-es évek pénzügyi megszorításai után értéke minden korábbinál alacsonyabb szintre süllyedt. A piacgazdaság rendszerének sikeres adaptálása azt eredményezte, hogy a fejlődő gazdaságok növekedési rátái a 2000-es évet követően az egekbe szöktek, a fejlett országokhoz képest a kétszeresnél is nagyobb értéket mutattak. Mivel ezek a gazdaságok jellemzően exportvezérelt növekedési stratégiát követtek, ezért globális bevételük is jelentősen megnőtt. Miután pedig Kína, és a többi fejlődő ország lakossága átlagosan jövedelmének magasabb hányadát takarította meg, mint a fejlett országokban élők, ezek a megtakarítások az elégtelen tőkepiaci (beruházási) keresletet látva elárasztották a pénzpiacot. Részben tehát ez a pénzpiacon megjelenő többletkereslet okozta a részvénytőkepiaci árfolyamok tartós felülértékeltségét⁶. Mindez egyben megerősíteni látszik a bevezető előző részében tett megállapításunkat, miszerint a válság kialakulása alapvetően a technológiai konjunktúra kifulladásával magyarázható. Új, a reálgazdaság termelékenységét érdemben növelő innováció hiányában ugyanis a tervezett tőkebefektetések nem képesek lépést tartani az egyre csak növekvő megtakarításai hullámmal. A kialakult helyzet egy másik logikus megoldásának tűnhet, hogy a legnagyobb fejlődő gazdaságok növelik fogyasztásukat. (Blanchard [2009]) Ez azonban már csak azért sem lenne elegendő, mert az innovációs képesség csökkenése elsősorban a fejlett gazdaságokat érintő probléma. Mindez pedig ugyancsak az imént leírt folyamatokkal magyarázható. Ezek szerint a globalizációval kibontakozó nemzetközi kereskedelmet a fejlődő országok olcsó termelési tényezőiért versengő külföldi tőke (Foreign Direct Investment) irányította. Ezek, a fejlett országok technológiáját az olcsó munkaerővel társító nem egyszer zöldmezős beruházások, a normál profitot oly mértékben meghaladó extraprofit kitermelését tették lehetővé, ami aztán repatriálva kicsapódott a fejlett országok pénzügyi rendszerében. Eközben ugyanis, az ily módon elért extraprofit jelentős mértékben gyengítette a fejlett gazdaságok innovációs

⁵ Megfogalmazásunkban Király és társai 2008-as cikkére utalunk.

⁶ A részvénytőkepiaci szerves részét képezi mind a pénz-, mind a tőkepiacnak. Attól függően, hogy a részvénytőkepiaci befektető forgatási, vagy ténylegesen beruházási céllal vásárolja meg egy adott cég papírjait, beszélhetünk tőkepiaci, illetve pénzpiaci ügyletről.

képességét. Hatalmas nyereségek váltak ugyanis elérhetővé minden különösebb innovatív erőfeszítés nélkül, pusztán az olcsó termelési tényezők felhasználása által. Az alábbi 1.1 ábrán az USA folyó fizetési mérlegének, valamint a külföldi tőkebefektetésein elért nyereségnek az alakulását láthatjuk.

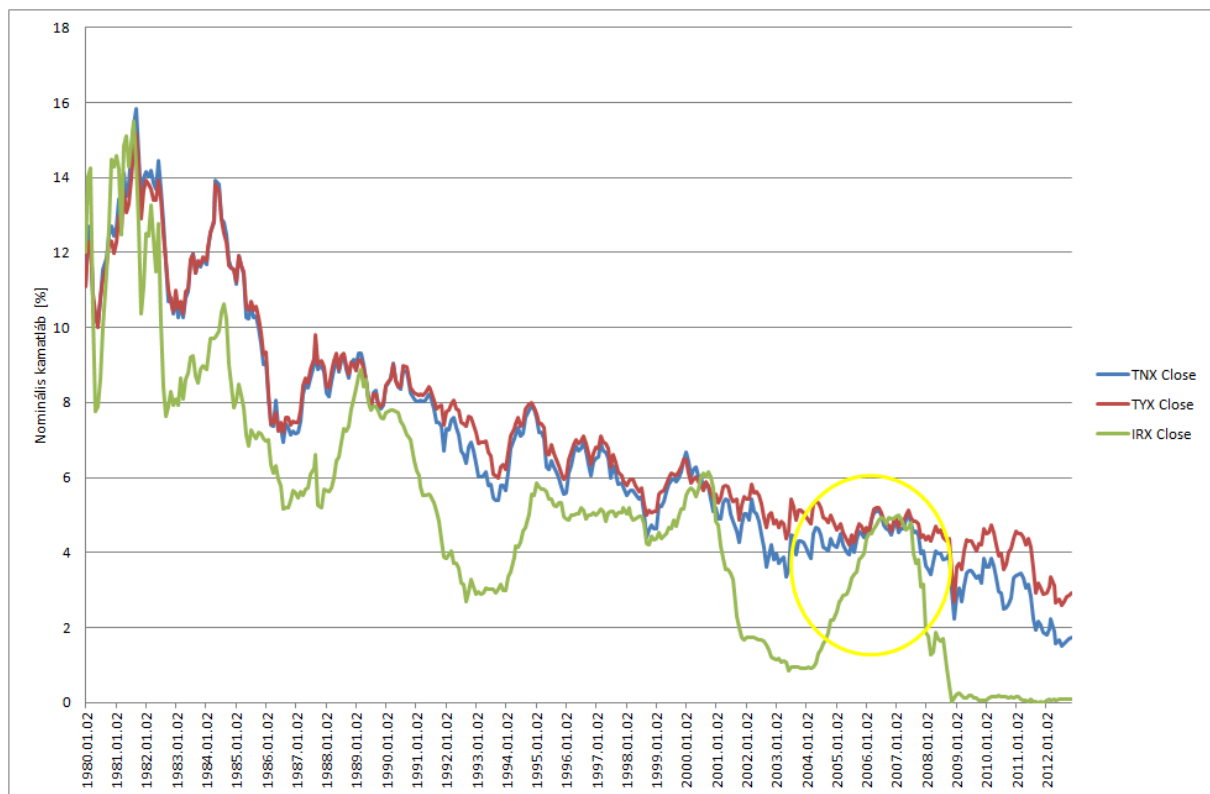


1.1 ábra: Az USA folyó fizetési mérlegének, és a külföldi tőkebefektetésein elért nyereségnek az alakulása 1980-tól 2005-ig. Forrás: Mayer-Foulkes (2009) p. 9.

A két vonal tendenciózus együttmozgása alapján megállapíthatjuk, hogy az Egyesült Államok folyó fizetési mérlegének növekvő hiánya nagyrészt az amerikai tulajdonú multinacionális vállalatok előbb látott tőkebefektetési stratégiájának köszönhető. A külföldi telephelyeken (fióktelepek, leányvállalatok, kapcsolt vállalkozások) alacsony termelési költséggel előállított termékeket ugyanis később nagyrészt a haza piacon, következésképp magas árak mellett értékesítették. Ami azonban számunkra ennél is fontosabb: A fenti ábrán jól látszik a külföldi tőkebefektetéseken elért extraprofit évről évre meredeken növekvő nagysága. Tekintve, hogy a tőkeakkumuláció szintje tartósan felülmúlta a gazdaság innovációs szintjét, a Solow-féle klasszikus növekedési modell értelmében, a tőkepiaci kamatláb csökkenése⁷ a gazdasági folyamatok szükségszerű következménye volt. (Bessenyei [1995])

E folyamatok erejét látva hiba lenne ugyanakkor a világ bármely jegybankját felelőssé tenni a kedvezőtlen kamatkörnyezet kialakulásáért.

⁷ A tőkepiaci kamatszint csökkenése az arbitrázs elméletnek megfelelően a hosszú lejáratú állampapír-hozamok csökkenésével jár együtt. (Bélyácz [2009])



1.2 ábra: Az Egyesült Államok állampapír-hozamainak alakulása 1980-tól 2012-ig. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

Mindezt a fenti 1.2 ábra tanulsága is megerősíteni látszik. Az 1.2 ábrán az Egyesült Államok állampapír-hozamainak alakulását láthatjuk. A piros vonal a 30 éves lejáratú (TYX index), míg a kék vonal a 20 éves lejáratú (TNX index) államkötvény hozamát jelöli. Ezzel szemben zöld vonallal ábrázoltuk a negyedéves lejáratú (IRX index) kincstárjegy hozamát. Láthatjuk, ahogy a kedvezőtlen hatásokra reagálva a Fed 2004-ben emelte a jegybankpénz kamatát, de a 20 és 30 éves lejáratú kötvények hozama nemhogy nem emelkedett, hanem még gyengült is. Észrevehetjük, hogy minél hosszabb futamidejű kamatról van szó, annál kevésbé érvényesül az éppen aktuális jegybanki (monetáris) politika hatása, és annál inkább felerősödik az előbb felvázolt összefüggések szerepe a kamatszint meghatározásában. Márpedig ezek a hatások 2004-ben mind a névleges, mind a reál hosszú távú kamatlábak csökkenésének irányába mutattak. Megemlítjük továbbá, hogy az imént látott jelenség az ún. hitelkorlátozó ciklus végén normális piaci körülmények között is megfigyelhető, amikor a jegybank megszorításai révén kialakult hosszú távú kamatok teljes egészében a csökkentett inflációs várakozásokat tükrözik. (Greenspan [2009])

2006-ra néhány kivételtől eltekintve az inflációs ráta és a hosszú lejáratú névleges kamatok világszerte egy számjegyre csökkentek. A hosszú lejáratú kamatok általános csökkenése a

szintén egyre kisebb infláció mellett jelentősen megnövelte a tőke értékét. Oly annyira, hogy az 1985-től 2005-ig terjedő időszakban a részvények, kötvények, lakossági és üzleti ingatlanok, jelzálogok és a nem pénzügyi szférában működő vállalkozások, valamint a háztartások egyéb tartozásai globális szinten számottevő mértékben meghaladták a nemzeti össztermék értékét. E tőkejavak értékelésekor ugyanis legtöbbször a diszkontált cash flow módszerét alkalmazzuk, ahol az eszköz jövőbeli jövedelemtermelő képességét a tőke költség, jellemzően a hosszú távú piaci kamatláb, jövőben várható értékéhez viszonyítjuk. Mivel a vállalat elméleti értékének meghatározásakor is hasonlóképpen járunk el, ezért a részvénypiaci buborék kialakulását előidéző másik kulcsfontosságú tényezőt is azonosíthatjuk. Ezek szerint az alacsony tőke költség hatására számottevően megnőtt a tőzsdén jegyzett vállalatok részvényárfolyamának ún. belső (elméleti) értéke, ami aztán sokáig ellenállhatatlan vonzerőt jelentett a befektetők számára. (Rappaport [2002])

A tőkejövedelmek előbb látott felértékelődéséhez társuló vagyon jelentősen megnövelte a likviditást. A nagy pénzbőség korában a különböző befektetési bankok, kockázattőke-alapok, hedge fundok és nyugdíjalapok kasszái mind megteltek befektethető készpénzzel. Az egyre erősebb gazdasági stabilitás jelein felbátorodva, és a hosszú lejáratú kamatok csökkenését ellensúlyozandó a befektetők esélyt láttak nyereségük növelésére, kezdetét vette a hozamvadászat. Számos befektető fordult különféle másodrangú, ám nagy hozammal kecsegtető befektetések felé. Ennek hatására a hozamok közötti eltérés olyan kicsire zsugorodott, hogy az több évtizedes rekordot döntött meg. Mint azóta ismeretessé vált, a megnőtt likviditás jelentős hányada a nagyon magas hozamú⁸, amerikai másodrendű jelzáloghitelek papírjaiba folyt át. A kockázat akkor még elhanyagolhatónak látszott, hiszen a lakásárak emelkedésének időszakában még sem a visszaélések, sem a kényszerértékesítések nem voltak túl gyakoriak. A másodrendű ingatlanhiteleken alapuló értékpapírok hozama akkor még túlméretezettnek látszott, vételük kihagyhatatlanul jó üzletnek tűnt. Az egész világon különböző hedge fundok, nyugdíjalapok és bankok tolongtak a termékekért, aminek a hatására a Wall Street, illetve a többi amerikai értékpapír-kereskedő növelte a másodrendű jelzáloghitelek iránti igényt. A másodrendű hitelek kibocsátói pedig, látva, hogy gyakorlatilag bármilyen újfajta konstrukciót kockázat nélkül előállhatnak és eladhatnak az értékpapír-kereskedőknek, tovább lazítottak a feltételeken, így ezzel egyre többeket bátorítottak hitelfelvételre. Mind a hitelezés, mind a lakáspiac bővült. A pilótajáték csúcsán a CCC minősítésű ún. bővlikötvények hozama például

⁸ A magas tőkeáttételt a strukturált finanszírozás különféle származékos termékei, mindenekelőtt a fedezett adósságkötelezvények (**Collateralised debt obligation**) biztosították.

az Egyesült Államokban 2007 júniusára mindössze 4 százalékponttal haladta meg a tíz éves lejáratú USA államkötvényét, jóllehet ez utóbbi jóval biztonságosabb befektetésnek számít. 2007 nyarán hirtelen rossz hírek érkeztek az ingatlanpiacról: nőtt a nemfizetés gyakorisága, a bankok pedig leállították a további hitelezést. Az ingatlanpiaci árak kezdődő csökkenése az ingatlanpiaci buborék kidurranását jelentette, egyszersmind az irreálisan alacsony kockázati prémiumok korszakának végét. A másodrendű jelzálogpiacról induló válság gyorsan terjedt, így hatása a részvényt piacon is megmutatkozott. (Király és társai [2008])



1.3 ábra: A(z) NYSE Composite index alakulása 2007. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

A fenti 1.3 ábra tanúsága szerint a részvényt piaci árfolyamok már 2007 nyaratól kezdődően csökkenésnek indultak. Ez a viszonylag lassú ütemű, kimért csökkenés aztán 2008 őszén ért véget, amikor a részvényt piaci buborék látványosan kidurrant: 2008 októberében, *egy hónap leforgása alatt*, a New York-i Értéktőzsde vezető indexe, a NYSE Composite 1471,71 pontot veszített értékéből, ezzel mintegy 20%-os esést produkált. Összevetésképpen: az index értéke 2007. január 4. (9113,16 pont) és 2008. szeptember 30. (7532,8 pont) között, tehát *21 hónap alatt 1580,36 ponttal* csökkent, ami arányaiban is közel azonos mértékű, (18%-os) visszaesést jelent. Dolgozatunk bevezető fejezetében fontosnak tartjuk továbbá tisztázni: Bár a Lehman Brothers csődje már kevéssel korábban, 2008 szeptemberében megrázta a világ tőzsdéit, azt mintegy az októberi összeomlás velejárójaként, vagyis előre jelezendő tényezőként tekintjük. Ennek megfelelően a továbbiakban azt vizsgáljuk: Vajon egy ökonometria i megalapozottságú technikai elemzés alapján előre jelezhető lett volna a részvényt piaci buborék 2008 októberében történt kidurranása?

TECHNIKAI ELEMZÉS GARCH REGRESSZIÓ ALAPJÁN

„Minél mélyebbre nézünk a múltba, annál tisztábban látjuk a jövőt.”

/Winston Churchill/

Miután a bevezető fejezetben áttekintettük a részvénypiaci buborék kialakulásának, illetve kidurranásának körülményeit, dolgozatunk második fejezetében ökonometriaival modellezéssel foglalkozunk. Azt feltételezzük ugyanis, hogy a GARCH modellre alapozott technikai elemzés rövid távon előre jelezhetné volna a 2008 októberében bekövetkezett árfolyamesést. Ebben a megközelítésben tehát a modellalkotás éppúgy a hipotézisellenőrzés egyik eszköze, mint a különböző egy-, illetve kétmintás próbák. A különbséget mindössze a vizsgálandó hipotézisrendszer tartalma, esetleg komplexitása jelenti. Miközben ugyanis a különböző egy- és kétmintás statisztika tesztek az alapsokaság egy-egy jellemző paraméterére vonatkozóan hoznak döntést a nullhipotézis elfogadásáról, addig saját modellalkotásunk révén egy általunk megfogalmazott feltevés igazságtartalmát vizsgáljuk. Ezek szerint az elemzésünkben vizsgált kiindulási hipotézisrendszert az alábbiakban láthatjuk:

H_0 : A GARCH modellre alapozott technikai elemzés legalábbis rövid távon előre jelezhetné volna a 2008 októberében bekövetkezett nagymértékű árfolyamesést.

H_1 : A GARCH modellre alapozott technikai elemzés rövid távon sem jelezhetné volna előre a 2008 októberében történt tőzsdei árzuhanását.

A hipotézisellenőrzés döntési szituációi

2.1 táblázat

Az ismeretlen valóságban	A nullhipotézist	
	<i>elfogadjuk</i>	<i>elutasítjuk</i>
A nullhipotézis igaz	helyes döntés	elsőfajú hiba (elméleti valószínűsége α , megfigyelt valószínűsége p)
A nullhipotézis hamis	másodfajú hiba (elméleti valószínűsége β)	helyes döntés

Forrás: Saját szerkesztés Pintér – Rappai (2007) alapján.

Ezek szerint célunk olyan ökonometriaival modell felépítése, mely alapján megbízható döntést hozhatunk hipotézisrendszerünkkel kapcsolatban. A megbízhatóság ez esetben a másodfajú hiba elkövetési valószínűségének kellően alacsony szintjét jelenti. Mivel az általunk vizsgált

probléma természetéből adódóan a kockázatmenedzsment világába kalauzol minket, ezért a modellspecifikációból kiindulva, az általunk készített GARCH modell becsült paramétereinek felhasználásával, igyekszünk alkalmas intuitív kockázati mértékhez⁹ jutni. Tekintve, hogy a kockázatot egy bizonytalan kimenetelű eseménynek való kitettség alapján értelmezzük, annak definiálása szubjektív alapokat nyer. A „kitettség” fogalma ugyanis az egyén személyes értékítéletében határozódik meg. A legtöbb tehát, amit tehetünk, hogy az észlelhető kockázat megragadása valamilyen alkalmasan választott kockázati mérték alapján. (Holton [2004]) Az általunk választott intuitív kockázati mérőszám alapján próbálunk ezek után olyan jól ábrázolható jellegzetes piaci körülményt azonosítani, mely segítségével a 2008 októberében történt árfolyamzuhanás esetleg előre jelezhető lett volna. Kiindulási nullhipotézisünk szerint tehát az *általánosított autoregresszív heteroszkedaszticitású modell* megfelelő alapja lehet technikai jellegű elemzésünknek. Az alkalmas intuitív kockázati mérték szerepét ez által az eredményváltozó előrejelzési hibájának feltétel nélküli varianciájával azonosíthatjuk.

Dolgozatunk második fejezetében először bemutatjuk az autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitású modell (ARCH) elméleti és módszertani alapjait. Fontosan tartjuk ugyanis, hogy megértsük: milyen elméleti megfontolások teszik, vagy tehetik elemzésünk alkalmas eszközévé a modellt, illetve annak általánosított változatát (GARCH). Ezért aztán először ismertetjük a modellalkotásunk szempontjából kulcsfontosságú autoregresszivitás fogalmát, majd a következő kérdésfelvetés megválaszolásával foglalkozunk: Vajon a pénzügyi idősorok milyen sajátos tulajdonságai teszik elemzésünk szükséges, egyszersmind alkalmas eszközévé ezt a viszonylag bonyolult *nemlineáris* regressziós módszert? Eközben kiemelt figyelmet fordítunk a feltételes heteroszkedaszticitás fogalmának ismertetésére. (Greene [2003])

Mindezek után, a fejezet negyedik részében bemutatjuk modellünket, majd levonjuk annak következtetéseit. Így döntünk kiindulási nullhipotézisünk elfogadásáról, illetve elutasításáról.

2.1 Az autoregresszív modell bemutatása

Még mielőtt rátérnénk az autoregresszív modell definiálására, megismerkedünk a definíció értelmezéséhez elengedhetetlen fogalmakkal. Röviden bemutatjuk a sztochasztikus folyamat és a stacionaritás fogalmát.

⁹ Ez által tulajdonképpen az operacionalizmus alap gondolatára támaszkodunk. A 20. századi szubjektív idealista irányzat képviselői szerint a fogalmak meghatározásának kulcsa a tapasztalat, így az érzékelhető és észlelhető jelenségek megértése, vagyis az *intuíció*.

Sztochasztikus folyamat alatt időben végbemenő véletlen folyamatot értünk. Pontosabban, a sztochasztikus folyamat idő szerint indexelt, vagyis időben változó, az idő múlásától függő, valószínűségi változók sokaságát (X_t) jelöli. Dolgozatunkban diszkrét idejű sztochasztikus folyamatokat igyekszünk modellezni, az időt tehát a $\{0, 1, 2, \dots\}$ megszámlálhatóan végtelen számosságú halmaz (természetes számok halmaza) egy adott részhalmazaként értelmezzük. Miután X_t valószínűségi változó értékkészletét állapotternek nevezzük, azt mondhatjuk, hogy a később általunk vizsgált empirikus idősorok különböző diszkrét paraméterterű, ám folytonos állapotterű sztochasztikus folyamatok egy-egy realizációját jelentik. Modellalkotásunk célja tehát, minden egyes empirikus idősor (minta) esetében, annak az *adatgeneráló folyamatnak* (data generating process DGP) a feltárása és leírása, amiből a tényadatok valószínűsíthetően származnak. Megállapíthatjuk tehát, hogy az ökonometria modellezés olyan induktív eljárás, melyben egy alkalmasan választott minta (empirikus/tapasztalati idősor) alapján próbáljuk megbecsülni az elméleti idősor alakulását meghatározó paraméterek értékét. Ilyen jellemző paraméter mindenekelőtt a sztochasztikus folyamat várható értéke és varianciája. (Varga [2012])

Mivel a későbbiekben kizárólag stacionárius sztochasztikus folyamatokat vizsgálunk, ezért röviden ismertetjük a sztochasztikus idősori modellezés egyik kiemelt fogalmát a stacionaritást. E szerint egy sztochasztikus folyamatot (adatgeneráló folyamatot) szigorúan stacionáriusnak, vagy stacionernek nevezünk, ha bármely $y_1, y_2, \dots, y_T$ megfigyelés-sorozat együttes eloszlása megegyezik az $y_{1+k}, y_{2+k}, \dots, y_{T+k}$ megfigyelés-sorozat együttes eloszlásával, bármely T és k esetén. Mivel az együttes eloszlások meghatározása meglehetősen bonyolult eljárás, így a gyakorlatban – csakúgy, mint ezúttal – megelégszünk a megfigyelés-sorozat első két momentumának vizsgálatával. Az általánosan használt, ún. gyenge értelemben vett stacionaritás definíciója szerint az idősor (kovariancia) stacioner, ha érvényes rá az alábbi három összefüggés. (Maddala [2004])

$$\begin{aligned} E(y_t) &= \mu \\ \text{Var}(y_t) &= E[(y_t - \mu)(y_t - \mu)] = \sigma^2 < \infty \\ \text{Cov}(y_t, y_{t-s}) &= E[(y_t - \mu)(y_{t-s} - \mu)] = \gamma_s \end{aligned}$$

Mindez szavakkal kifejezve annyit jelent, hogy egy folyamat stacionárius, ha várható értéke és varianciája időben állandó, valamint autokovariancia-struktúrája stabil. Tekintve, hogy az első két kritérium jól ismert fogalmak viselkedését illetően fogalmaz meg elvárásokat, ezúttal

csupán az autokovariancia értelmezésével foglalkozunk. Az autokovariancia (autokorreláció) mutatója jellemzi a kapcsolatot egy időszori érték és az őt megelőző, korábbi értékek között. Az előbbi formalizált definíció értelmében tehát az autokovariancia-struktúra stabil, ha az autokovariancia együtthatók nagysága csak a két vizsgált idősor távolságától függ, helyétől nem. Másképpen, adott s idejű késleltetés esetén az autokovariancia mutató értéke a két vizsgált idősor minden helyén állandó. Amennyiben ez az γ_s érték minden megfigyelési helyen zérus, akkor (auto)korrelálatlan folyamatról beszélünk.

Az autoregresszív folyamatok

A stacionárius sztochasztikus folyamatok leírásának egyik legfontosabb alapeszköze az autoregresszív (autoregressive, AR) modell, amiben azt feltételezzük, hogy az idősor mai értéke függ saját korábbi értékeitől. Az autoregresszív modell felépítésekor, vagy a modell identifikálásakor, lényeges ismétel, hogy milyen időtávra tekintünk vissza, azaz hányad rendű késleltetést építünk be a modellbe. Egy p -ed rendű autoregresszív folyamatot, $AR(p)$, az alábbi formulával írhatunk le. (Hamilton [1994])

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t,$$

ahol ε_t zéró átlagú fehér zaj, azaz autokorrelálatlan stacioner folyamat. Ezek után tekintsünk most egy elsőrendű ($p=1$) autoregresszív folyamatot, majd helyettesítsük be egy periódusra visszamenőleg, vagyis a múltba egy időszakkal ($t=1$) visszatekintve, a késleltetett időszori értékeket. (Rappai [2012])

$$\begin{aligned} y_t &= c + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \\ y_{t-1} &= c + \phi_1 y_{t-2} + \varepsilon_{t-1} \end{aligned}$$

A késleltetett időszori értékek behelyettesítése után a következő egyenletekhez jutunk:

$$\begin{aligned} y_t &= c + \phi_1 (c + \phi_1 y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t \\ y_t &= (1 + \phi_1) c + \phi_1^2 y_{t-2} + \varepsilon_t + \phi_1 \varepsilon_{t-1} \end{aligned}$$

Némi utánagondolással beláthatjuk, hogy amennyiben a múltbeli visszatekintés hosszát (periódusszámát) elegendően nagynak választjuk, azaz $t \rightarrow \infty$, és $|\phi_1| < 1$ teljesül, akkor a fenti egyenlet jobb oldalán álló második tag értéke nullához tart. Így y_t értéke egy konstans,

valamint fehér zaj folyamatok lineáris kombinációjának összegeként, azaz mozgóátlagolású folyamatként adódik, ahol $a(z)$ MA folyamat várható értéke a ϕ_1 kvóciensű végtelen mértani sor határértékével egyenlő. (Hamilton [1994])

$$y_t = \frac{c}{1 - \phi_1} + \phi_1^t y_0 + \varepsilon_t + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_1^2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \phi_1^t \varepsilon_0$$

Mivel a Wold-dekompozíció értelmében minden stacionárius ARMA folyamat, így nyilván a kizárólag autoregresszivitást feltételező AR folyamat is felírható végtelen tagú mozgóátlag folyamatként $[MA(q=\infty)]$. Következésképpen beláthatjuk tehát, hogy a fent leírt elsőrendű autoregresszív folyamat $|\phi_1| < 1$ esetén bizonyosan stacionárius. Tekintve, hogy későbbi modellalkotásunk szempontjából a Wold-felbontás egyes fogalmai kitüntetett relevanciával bírnak, ezért most röviden ismertetjük azokat. Bár Wold tétele eredetileg minden kovariancia-stacioner folyamat dekompozíciójára vonatkozik, mi csak és kizárólag az AR folyamatok kovariancia-stacionárius reprezentációját vizsgáljuk. Ezek szerint az előbb látott elsőrendű autoregresszív folyamat felírható az alábbi formában: (Wold [1938])

$$y_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \varepsilon_{t-i},$$

ahol $\mu = \frac{c}{1-\phi_1}$, $\psi_0 = 1$, $\psi_i = \phi_1^i$ és $\sum_{i=0}^{\infty} \psi_i^2 < \infty$. Ahogy azt már előzőleg beláttuk, amennyiben $|\phi_1| < 1$ teljesül, akkor az elsőrendű autoregresszív folyamat stacionárius. Most tekintsük újra az általános p -ed rendű autoregresszív folyamatot – $AR(p)$. (Hunyadi [1994])

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t.$$

Bizonyítható, hogy amennyiben $a(z) (1 - \phi_1 z^1 - \phi_2 z^2 - \dots - \phi_p z^p) = 0$ karakterisztikus egyenlet gyökei a fenti $AR(p)$ folyamat ϕ paramétereinél az egységkörön kívül helyezkednek el, akkor minden esetben felírható az alábbi Wold-féle kovariancia-stacionárius felbontás:

$$y_t = \mu + \psi(L) \varepsilon_t,$$

ahol L késleltetési operátor, azaz $L\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1}$, $L^2\varepsilon_t = \varepsilon_{t-2}$..., $\psi(L) = (1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p)^{-1}$ inverz, μ pedig a folyamat feltétel nélküli várható értéke: $\mu = c/(1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p)$. A *feltétel nélküli* várható érték fogalma kiemelten fontos lesz számunkra a továbbiakban, így most ennek értelmezésével bővebben is foglalkozunk. (Darvas [2005])

Az előző egyenletben szereplő ε_t fehér zaj, ami y_t előrejelzési hibáját reprezentálja y_{t-i} , $i = 1, 2, \dots$ késleltetett értékek lineáris függvénye alapján, azaz

$$\varepsilon_t \equiv y_t - E(y_t | y_{t-1}, y_{t-2} \dots).$$

Észrevehetjük, hogy a fent összefüggés jobb oldalán valójában y_t *feltételes* várható értéke áll. Valóban, $E(y_t | \Omega_{t-1})$ feltételes várható érték megmutatja, hogy mi a legvalószínűbb értéke az eredményváltozónak a t -edik időszakban, ha ismert számunkra valamennyi releváns, $a(z)$ Ω_{t-1} információhalmazban összegyűjtött magyarázó tényező a $(t-1)$ -edik, és valamennyi azt megelőző időpontban. Számunkra tehát a releváns magyarázó tényezőket az eredményváltozó korábbi értékei jelentik. Ezek alapján ugyanis azt *feltételezzük*, hogy az eredményváltozó alakulása egy bizonyos identifikációjú autoregresszív adatgeneráló folyamat által határozódik meg. Egy t elemű empirikus idősor esetében, p -ed rendű autoregresszivitást feltételezve, a legkisebb négyzetek módszerével végzett paraméterbecslés során az $\sum_{i=p}^t \varepsilon_i^2$ négyzetösszeg minimumát igyekszünk meghatározni. Ezzel szemben, adott modellspecifikáció mellett az autoregresszív folyamat *feltétel nélküli* várható értéke (μ) már egyértelműen meghatározódik, hiszen $E(\varepsilon_t) = 0$ mellett $E(y_t) = \mu = c/(1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p)$. Észrevehetjük, hogy az előbbi kifejezés jobb oldalán álló tag az időtől független, ezért y_t lineárisan determinisztikus komponensének nevezzük, értéke minden becslési időszakban állandó. A feltétel nélküli várható érték kiszámítása során tehát nem támaszkodunk semmiféle előzetes információra: sem az eredményváltozó, sem az előrejelzési hiba korábbi értékeit nem vesszük figyelembe, csupán a modellspecifikáció eredményét használjuk fel. Mindez azt jelenti, hogy y_t értékére vonatkozó feltételes, és feltétel nélküli várható érték jellemzően nem egyezik meg, hiszen az előbbi számos olyan információt is figyelembe vesz, amely ez utóbbiban nem tükröződik. (Darvas [2005])

Ezzel együtt, talán éppen előbb látott tulajdonsága miatt, a feltétel nélküli várható érték fogalma kiemelkedő jelentőséggel bír a pénzügyi idősorok modellezésében. Felmerül az igény ugyanis, hogy a várható értéket ne egy időről időre változó értékkel azonosítsuk, hanem egy

minden időszakban állandó, ez által minden időszakban egyformán releváns, nagysággal. Ez a fajta állandóság azonban ne tévesszen meg bennünket! A feltétel nélküli várható érték éppúgy valószínűségi változó a minta (empirikus idősor) kiválasztása előtt, mint a feltételes várható érték a minta alapsokaságból (elméleti idősorból) való kiválasztása után. Ennek megfelelően különböző empirikus idősorok modellezése, még azonos identifikációjú autoregresszivitás feltételezése mellett is, más és más $\mu = \frac{c}{1-\phi_1-\phi_2-\dots-\phi_p}$ határértéket eredményez. Az imént tett megállapítás későbbi modellalkotásunk szempontjából ugyancsak kiemelt jelentőséggel bír, mivel így lehetővé válik számunkra a különböző időszakokhoz tartozó empirikus idősorok összevetése. Előbb azonban röviden áttekintjük, hogy a pénzügyi idősorok milyen jellemző tulajdonságai, illetve milyen más, a kockázat-hozam összefüggést érintő, pénzügyi, valamint kockázatkezelési megfontolások igénylik a viszonylag bonyolult nemlineáris *GARCH* modell használatát elemzésünkben.

2.2 A pénzügyi idősorok jellemző tulajdonságai

Elöljáróban megjegyezzük, hogy a pénzügyi idősorok két legalapvetőbb tulajdonsága a nagy frekvencia (gyakoriság) és a nagy volatilitás (szóródás, változékonyság). Előbbi a modellezés szempontjából kétség kívül kedvező, míg utóbbi kimondottan hátrányos. Ezúttal azonban nem foglalkozunk bővebben e két *elemi* tulajdonság ismertetésével, mivel ezek alapján nehéz volna belátnunk: Vajon mi teszi elemzésünk alkalmas eszközévé a *GARCH* regressziót?¹⁰ Ezért a következőkben a pénzügyi idősorok olyan jellemző tulajdonságait ismertetjük, melyek e nemlineáris modell alkalmazása mellett szólnak. Látni fogjuk, hogy ezek a karakterisztikák megsértik a klasszikus/lineáris legkisebb négyzetek módszerének alkalmazhatósági feltételeit, egyúttal az a lineáris összefüggés elvetését sugallják. (Gujarati [2004])

A fejezetben ez idáig megismerkedtünk a stacionárius folyamatok leírásának egyik alapvető eszközével, az autoregresszív modellel. Jóllehet a stacionaritás definiálása során a várható érték mellett a variancia állandóságát is megköveteltük, mindeddig nem foglalkoztunk ennek a feltételnek a mögöttes jelentésével. Azt is észrevehetjük, hogy az általunk előzőleg felírt *p*-ed rendű autoregresszív modell valójában egy speciális, egyváltozós lineáris regresszió. Az eredményváltozó értéke ugyanis a magyarázó változók lineáris függvényeként határozódik

¹⁰ A volatilitást a továbbiakban a másodrendű centrális momentummal, vagyis a varianciával jellemezzük. Ne feledjük, hogy a nagy volatilitás önmagában nem indokolja a(z) ARCH módszertan alkalmazását, amennyiben az időben jó közelítéssel állandónak tekinthető (vö. homoszkedaszticitás).

meg. Azt mondhatjuk tehát, hogy az alábbi autoregresszív modell mind paramétereiben, mind változóiban lineáris összefüggés.

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t.$$

Bár a linearitás ily módon modellek illesztésekor mind azok módszertani, mind azok pénzügy elméleti hátterét tekintve kilépünk a lineáris modellek történő hallgatólagos feltételezésével kétség kívül egyszerűsítjük elemzésünk kereteit, sajnos látnunk kell azonban: e praktikus feltevés esetünkben nem lesz tartható: A hozamok alakulásának lentebb látható tulajdonságai, továbbá a hozam-kockázat trade-off implikációi egyaránt a nemlineáris ARCH modelles család irányába terelnek minket. A GARCH világából. Ezért a fejezet következő részében a pénzügyi idősorok azon jellemző tulajdonságait ismertetjük, melyek kényszerűvé teszik a linearitás koncepciójának elvetését. E karakterisztikák bemutatása előtt azonban definiáljuk még az ökonometriai elemzés két alapváltozóját: a hozamot, és a volatilitást. (Rappai [2012]) Ezek szerint az árfolyamhozamot a pénzügyi idősorok modellezésében bevett gyakorlatnak megfelelően, az ún. folyamatos kamatozás/tőkésítés feltételezésével számoljuk. Az alábbi módon számított logaritmikus hozam képezi elemzésünk alapját – eredményváltozóját:

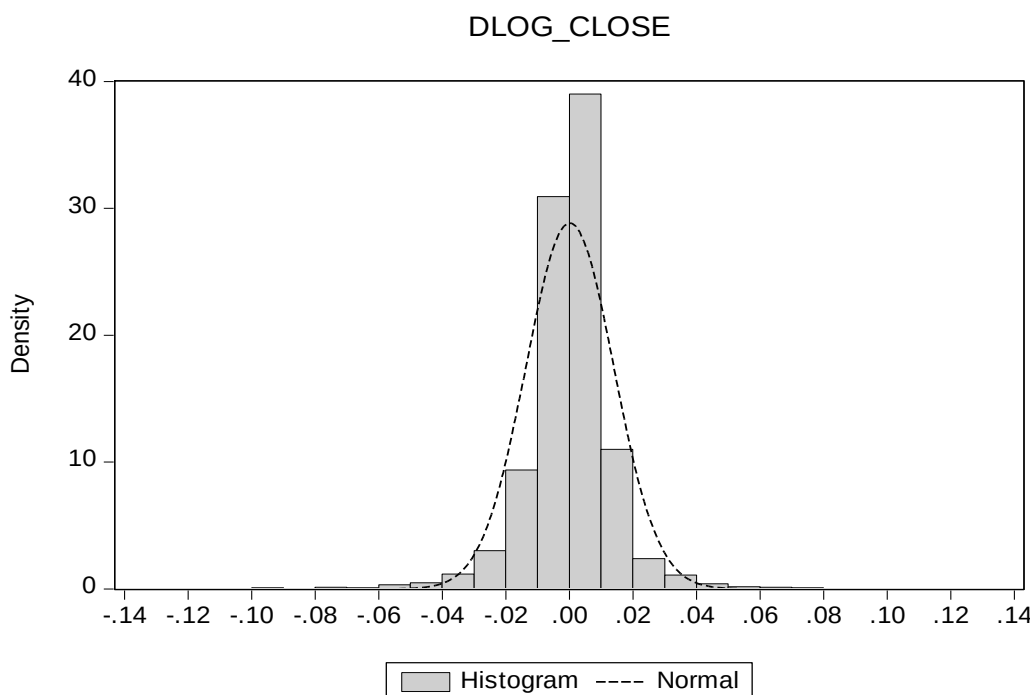
$$r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right).$$

Ennek megfelelően a volatilitás (változékonyság) fogalma alatt egy befektetés árfolyamából számított hozam varianciáját értjük: σ_r^2 . Tekintve, hogy regressziós modellünkben a hozam endogén módon határozódik meg, ezért a hozamok változékonyságát a regresszió előrejelzési hibáját reprezentáló reziduális változó varianciájával közelítjük: σ_ε^2 . Ezek után lássuk hát, milyen tényezők szólnak a lineáris idősori modellek alkalmazása ellen.

A pénzügyi idősorok nagyon gyakran nem normális eloszlásúak, a hozamok ugyanis általában *leptokurtózitást* mutatnak. A leptokurtózitás fogalma a pénzügyi ökonometriában azt jelenti, hogy az empirikus hozameloszlás két szélén (vastag szélűség), csakúgy, mint annak közepén (csúcsosság) nagyobb relatív gyakoriság jelentkezik, mint ahogy azt az általunk választott referencia eloszlás alapján várnánk. Annak ellenére, hogy az előbb nevesített két jelenség nem feltétlenül jár együtt (pl. keskeny szélű csúcsos eloszlások), az ilyen eloszlásokra gyakran hivatkozunk úgy, mint vastag szélű eloszlások (*fat tail distributions*). A fogalmi pontatlanság

oka általában az, hogy míg az empirikus eloszlás csúcsosságát/ lapultságát az esetek túlnyomó többségében a normális eloszláshoz viszonyítjuk, addig a vastag szélűség definíciója ennél jóval önkényesebb. Ezek szerint ugyanis vastag szélűnek nevezzük az olyan empirikus, vagy elméleti eloszlást, amely nagyobb súlyú a sűrűségfüggvény szélein, mint az általunk választott referencia eloszlás. Megjegyezzük, hogy a szakirodalom általában az olyan eloszlást nevezi vastag szélűnek, melyben a szélek a hatványfüggvény szerint, vagy annál kisebb mértékben, lassabban csökkennek. (Varga [2012]) Mi azonban a továbbiakban, elemzésünk egyszerűségét és szemléletességét szem előtt tartva, a normális eloszlást tekintjük referencia eloszlásnak. Ez esetben az empirikus hozameloszlás csúcsossága egyben az eloszlásszél vastagságát, végső soron tehát a hozameloszlás leptokurtózitását is feltételezi.

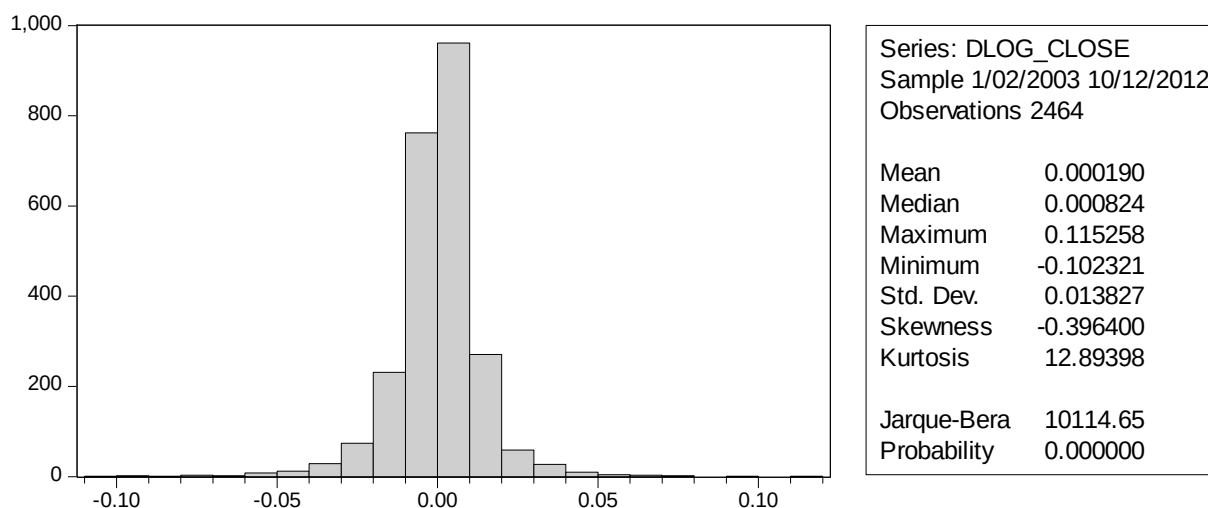
A leptokurtózitás kimutatásának egyik legnépszerűbb, legkönnyebben alkalmazható módszere az általunk vizsgált empirikus eloszlás hisztogramjának (relatív gyakorisági diagram) összevetése egy általunk választott elméleti eloszlás, esetünkben tehát a normális eloszlás, sűrűségfüggvényével. Az alábbi ábrán a New York-i Értéktőzsde indexéből (NYSE Composite) számított „árfolyamhozamok”¹¹ empirikus eloszlását láthatjuk. (Rappai [2004])



2.1 ábra: A(z) NYSE Co. index alapján számított napi árfolyamhozamok empirikus eloszlása 2003. január 2. és 2012. október 12. között. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

¹¹ Bár a részvényindex értékét pontban mérjük, az a tőzsdén forgó részvények árfolyamának átlagos változását tükrözi. Ilyen összefüggésben beszélhetünk árfolyamhozamokról.

Felmerül a kérdés: Mit tehetünk abban az esetben, ha a fenti ábra alapján esetleg „ránézésre” nem tudnánk meggyőződni az empirikus hozameloszlás leptokurtózisáról? Ebben az esetben a tapasztalati eloszlást jellemző különböző leíró statisztikák, így mindenekelőtt a csúcosság (kurtosis), illetve valamilyen normalitáspróba (ábránkon a Jarque – Bera) tesztstatisztikájának értéke alapján győződhetünk meg erről. (Jarque – Bera [1987])

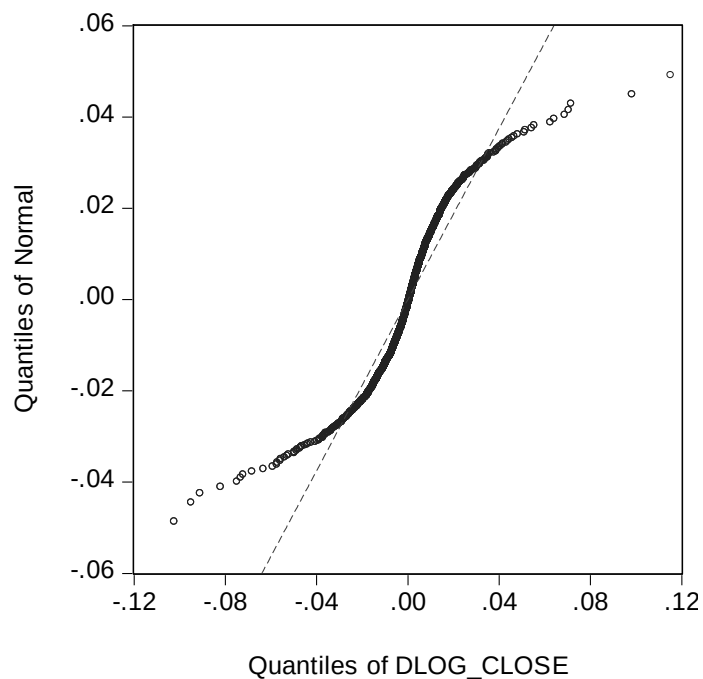


2.2 ábra: A(z) NYSE Co. indexből számított napi árfolyamhozamok empirikus idősorának alapvető (teszt)statisztikái. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

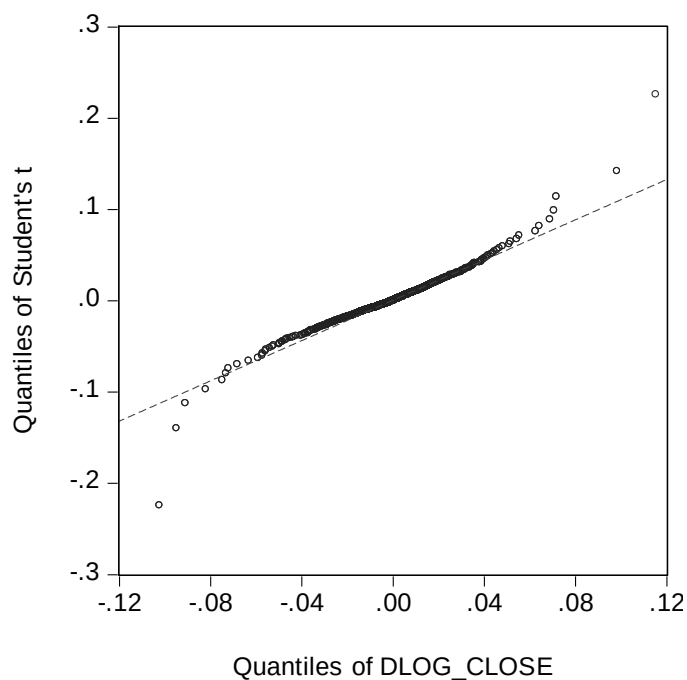
A leptokurtózis kimutatásának másik szemléletes és gyakran használt eszköze a kvantilis-kvantilis ábra (*Q-Q plot*). Ez esetben két valószínűségi változó eloszlásfüggvényét (ϕ_1 és ϕ_2) hasonlítjuk össze grafikus úton a következő kérdés alapján: Adott $P = \phi_1(X)$ valószínűség mellett milyen Y értéket kell hozzárendelnünk a ϕ_2 eloszláshoz, hogy ugyanazt a P valószínűséget kapjuk? Másképpen: milyen Y érték mellett teljesül a(z) $\phi_1(X) = \phi_2(Y)$ egyenlőség? Láthatjuk, hogy X és Y a két valószínűségi eloszlás adott P valószínűséghez tartozó kvantilisét (jellemzően percentilisét) jelölik.

Amennyiben két azonos eloszlású, ám eltérő paraméterekkel leírt véletlen változóról van szó, a Q-Q plot egy egyenes vonal, amelynek meredekségét a két változó szórásának $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ hányadosa határozza meg, míg eltolását a $\mu_2 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\mu_1$ kifejezés adja meg. A ϕ_2 valószínűségi eloszlás ez esetben valamely tapasztalati eloszlást takar, és ennek valamely ϕ_1 elméleti eloszláshoz való illeszkedését vizsgáljuk. A vastag szélű empirikus eloszlásokat az elméleti normális eloszlással szemben a Q-Q ploton ábrázolva azt látjuk, hogy a tapasztalati eloszlás jellegzetes, „S” alakot vesz fel. Ez által szembetűnővé válik az empirikus eloszlás leptokurtikus jellege.

Érdekes lehet még megfigyelnünk azt, hogy amennyiben a széles végű tapasztalati eloszlást a Student-féle t-eloszlással vetjük össze a jellegzetes „S” alak kisimul. (Bródy [2009]).



2.3 ábra: A(z) NYSE Co. indexből számított empirikus hozameloszlás és a normális eloszlás kvantilis-kvantilis ábrája. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.



2.4 ábra: A(z) NYSE Co. indexből számított empirikus hozameloszlás és a Student-féle t- eloszlás kvantilis-kvantilis ábrája. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

A leptokurtózis előbb látott jelensége a következő megfontolások tükrében teszi kérdésessé a lineáris regressziós (idősori) modellek alkalmazhatóságát. Először is tekintsük a regressziós modell alapgondolatát: (Gujarati [2004])

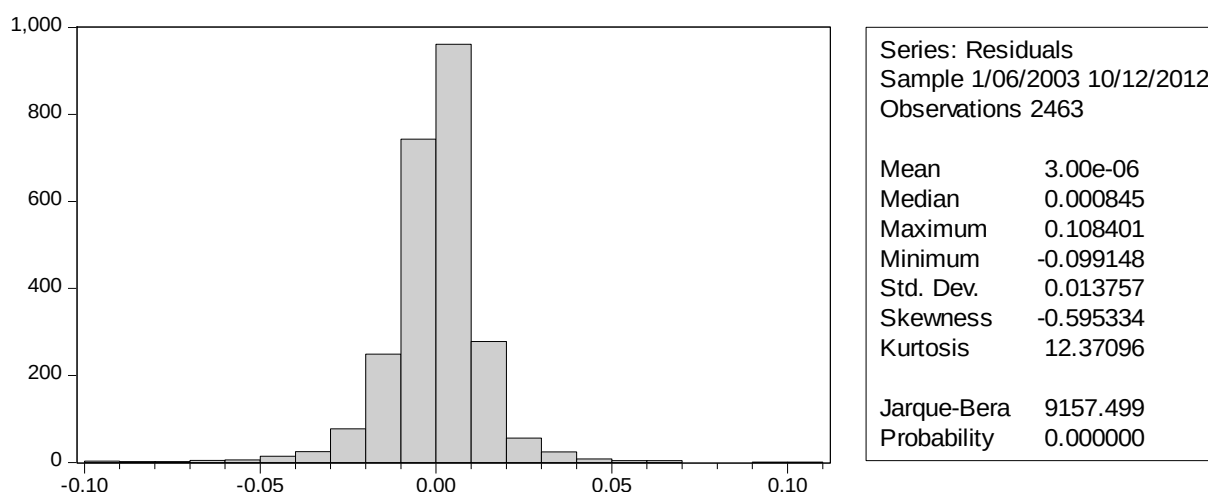
$$y_i = E(y|x_i) + \varepsilon_i,$$

amit az idősori modellezés tárgykörében maradva az alábbi módon írhatunk le:

$$y_t = E(y|x_t) + \varepsilon_t.$$

A fenti összefüggés általános abban az értelemben, hogy mind a lineáris, mind a nemlineáris modellekre érvényes. A lineáris modellspecifikáció ezek szerint egy pótlólagos feltételezésen alapul, miszerint X és Y valószínűségi változó egyaránt normális eloszlású. Amennyiben ez a feltevés sérül, a lineáris modellspecifikáció alkalmazása kérdésessé válik. Könnyen belátható továbbá, hogy amennyiben a megfigyelt leptokurtózis ellenére is kitartunk a lineáris modell alkalmazása mellett, akkor az így keletkezett reziduumok idősora sem lesz normális eloszlású. Tegyük fel, hogy a NYSE Co. index alapján kalkulált napi hozamok alakulása ARMA (1,1) folyamat szerint határozódik meg, az alábbi lineáris modellben:

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t.$$

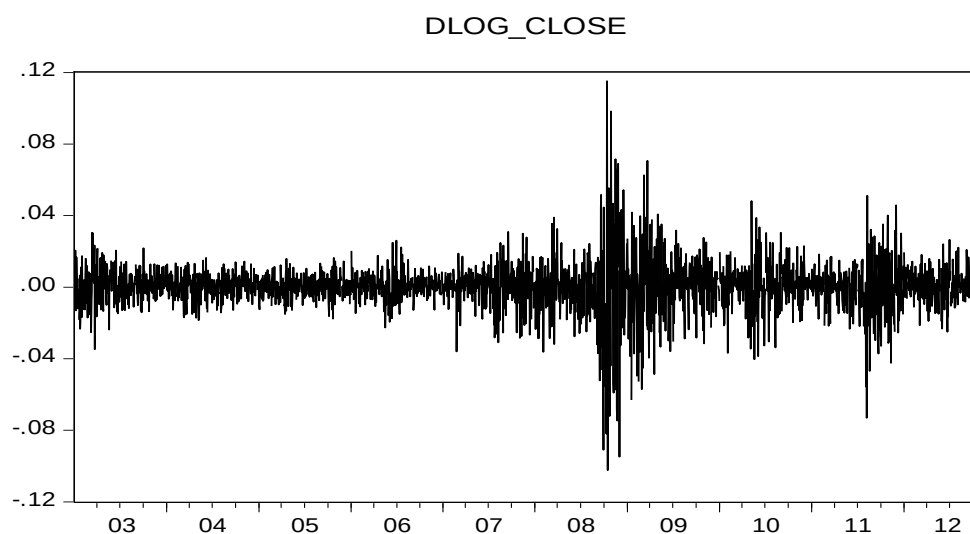


2.5 ábra: Az ARMA (1,1) modellben keletkezett reziduális idősor eloszlása, és normalitás-tesztje.
Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

A 2.5 ábrán látottak alapján egyértelműen megállapíthatjuk, hogy a modellünkben keletkezett reziduális változó nem normális eloszlású: A Jarque – Bera-féle normalitás-próbához tartozó

megfigyelt szignifikancia szint (p -érték) gyakorlatilag zérus. Ugyanakkor, mivel $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ nem teljesül, látnunk kell: A klasszikus legkisebb négyzetek módszere (OLS) már nem eredményezi modellünk paramétereinek legjobb lineáris torzítatlan becslését. (Gujarati [2004])

Pénzügyi idősoroknál ugyancsak gyakran megfigyelhető jelenség, hogy az idősor volatilitása (változékonysága) az idő előrehaladtával csoportosul, klasztereződik (*clusters of volatility*). E szerint az idősort „csendes” és „változékony” szakaszok alkotják. Valóban, az alábbi ábrán is jól látszik a volatilitás időbeli csoportosulása. (Brooks [2004])



2.6 ábra: A(z) NYSE Co. index alapján számított napi árfolyamhozamok értékének alakulása 2003. január 2. és 2012. október 12. között. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

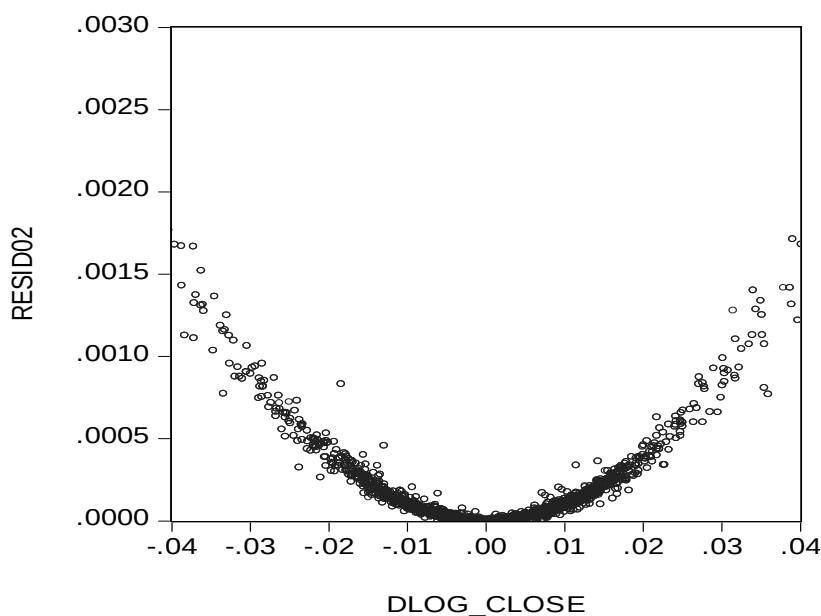
A 2.6 ábrán jól megfigyelhető, hogy ha egy bizonyos napon kicsi volt a részvényárfolyamok elmozdulása, akkor többnyire a következő napon is csak kismértékben változnak, míg ha egy nagyobb ugrás történt egy adott napon, akkor ezt valószínűleg még nagyobb ugrások követték a következő napokon, bár az ugrás iránya nem jelezhető előre. Ezt a jelenséget a tőzsdei szakzsargon „korrekciónak” nevezi. Elemzésünk szempontjából mindez azért fontos, mert az előző ábrán látott jelenség egyértelműen megsérti a lineáris regresszió alkalmazhatóságának egyik fontos feltételét, ami a hibatag varianciájának állandóságát követeli meg. Ezzel együtt a stacionaritás fentiekben leírt második feltétele is sérül. A lineáris modell alkalmazhatóságának feltételi, valamint a stacionaritás kritériumai között valójában erős átfedés, összefüggés van. Az idősorelemzés megközelítésében ugyanis a lineáris regressziós modell, illetve a legkisebb négyzetek alkalmazhatóságának szükséges feltétele, hogy X és Y sztochasztikus változók

stacionárius és ergodikus folyamatot kövessenek. (Gujarati [2004]) A 2.6 ábrán látottak ellenére tételezzük fel, hogy $a(z)$ NYSE Composite indexből származtatott napi hozamok alakulása egy elsőrendű autoregresszív mozgóátlag (ARMA) folyamat szerint határozódik meg. Ennek megfelelően az eredményváltozó értékére az alábbi egyenleteket írhatjuk fel:

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$\hat{y}_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1}.$$

A modell paramétereinek becsléséhez általában a legkisebb négyzetek módszerét (Ordinary Least Squares) használjuk. Ne feledjük azonban: a legkisebb négyzetek alkalmazhatóságának egyik fontos feltétele, hogy a reziduális változó varianciája véges és időben konstans legyen. Amennyiben az iménti feltétel teljesül a modell homoszkedasztikus, ellenkező esetben a heteroszkedaszticitás káros jelenségével állunk szemben. A jelenség felismerése grafikus úton is jól kivitelezhető, hiszen homoszkedasztikus esetben a hibatagra vonatkozó empirikus megfigyelések a nulla környékén, egy szűk vízszintes sávban szóródnak. Ellenkező esetben azonban a következő ábrán látott heteroszkedasztikus véletlen-eloszláshoz hasonló esetekkel találkozhatunk. (Pintér – Rappai [2007])



2.7 ábra: Az ARMA (1,1) modellben becsült NYSE Co. napi árfolyamhozamok heteroszkedasztikus reziduuma. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

A 2.7 ábra tanulsága szerint azt mondhatjuk, hogy ARMA (1,1) modellünk előrejelzési hibája erős pozitív irányú korrelációs kapcsolatban áll az eredményváltozó értékével. Alacsony napi

hozamok mellett az előrejelzés hibája is kicsi, míg nagyobb hozamokhoz magasabb reziduális érték társul. Miután az eredményváltozó értékét a vizsgált időszak (2003. január 02. – 2012. október 12.) minden egyes napjára megbecsültük, így könnyen belátható, hogy a véletlen tag varianciája (szórása) ugyancsak időben változó sztochasztikus folyamatot követ. Tekintve, hogy modellünk eredményváltozójának becsült értékét ($\hat{y}_t$) az általunk választott magyarázó változók ($y_{t-1}, \varepsilon_{t-1}$) függvényeként kapjuk, így a feltételes heteroszkedaszticitás fogalmát az alábbi összefüggésekkel írhatjuk le. (Greene [2003])

$$Var(\varepsilon_t|\hat{y}_t) = \sigma_t^2, \quad t = 1, 2, \dots, T$$

Figyelembe véve továbbá, hogy az eredményváltozó regressziós függvényben becsült értékére teljesül az $\hat{y}_t = \mathbf{x}_t \mathbf{b}$ általános összefüggés:

$$Var(\varepsilon_t|\mathbf{x}_t) = \sigma_t^2, \quad t = 1, 2, \dots, T.$$

A feltételes heteroszkedaszticitás fogalmának lényege tehát az, hogy a reziduális tag időbeli alakulására modellünk magyarázó változóinak ismeretében következtethetünk. Továbbá, mivel $E(\varepsilon_t) = 0$ összefüggés teljesül, ezért a véletlen változó következő periódusbeli értékére vonatkozó feltételezésünk egyben annak varianciájára (szórására) is érvényesnek bizonyul. (Greene [2003]) A heteroszkedaszticitás tesztelésére számos próbát dolgoztak ki. Ezek közül az egyik legjobb tulajdonságokkal rendelkező teszt az ún. White-próba. Az alábbi 2.2 táblázat egyértelműen azt mutatja, hogy az ARMA (1,1) modellünkben keletkezett reziduális idősor heteroszkedasztikus. Azt látjuk ugyanis, hogy a White-próba nullhipotézisében feltételezett homoszkedaszticitás elvetésekor, az elsőfajú hiba elkövetésének tapasztalati valószínűsége (p érték) gyakorlatilag zérus.

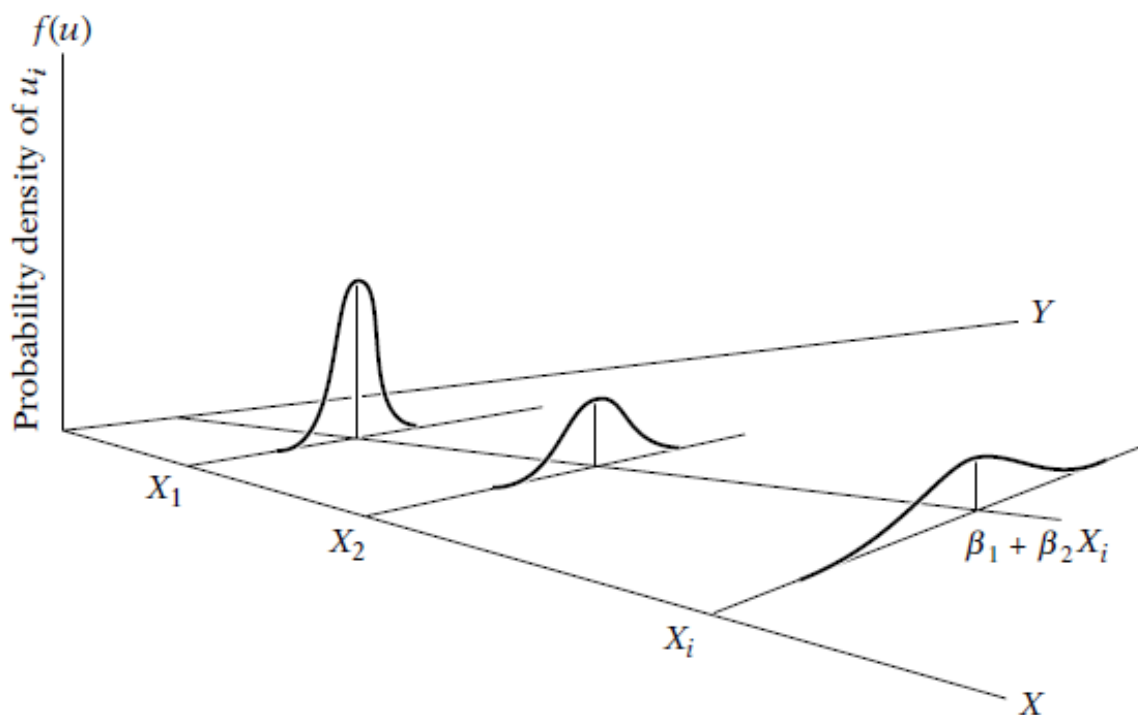
A heteroszkedaszticitás kimutatása White-próba segítségével

2.2 táblázat

Heteroskedasticity Test: White

F-statistic	117.1319	Prob. F(9,2453)	0.0000
Obs*R-squared	740.3261	Prob. Chi-Square(9)	0.0000
Scaled explained SS	4198.671	Prob. Chi-Square(9)	0.0000

Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.



2.8 ábra: Feltételes heteroszkedaszticitás a regressziós modellben. Forrás: Gujarati (2004) p. 69.

A pénzügyi idősorok általunk vizsgált harmadik jellegzetes vonása az előbb látottak alapján intuitíven is könnyen belátható. Ezek szerint ugyanis, a pénzügyi piacokon a kockázat és az árfolyamok között összefüggés van. Megfigyelhető, amint a markáns árfolyamtrendek egyre inkább „megérlelik” a trendfordulót, azaz egyre inkább növelik a rizikót. Ezt az összefüggést *leverage* hatásnak nevezzük. (Rappai [2012])

Amennyiben a pénzügyi idősorok eddig látott tulajdonságai nem teszik lehetővé a linearitás feltételezését, akkor nyilvánvalóan más függvényforma után kell néznünk. Mivel a különböző nemlineáris összefüggések száma szinte végtelen, mindez nem jelenthet komoly nehézséget. Az árfolyamok hozammá alakítása során alkalmazott loglineáris modellektől eltekintve, a pénzügyi ökonometriában két nagy csoportját alkalmazzák a nemlineáris függvényeknek:

A korábbi sokkok mellett, azok varianciáját is magyarázó változóként alkalmazó modellek, melyek általános alakja:

$$y_t = f(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots) + \varepsilon_t \sigma_\varepsilon^2.$$

Az ilyen modellek – alkalmasan választott függvényforma esetén – várható értékükben lineárisak, azonban varianciájukban nem. Mint azt a későbbiekben látni fogjuk, a GARCH modellek is a nemlineáris modellek e csoportjához tartoznak.

Képezhetők ugyanakkor olyan modellek is, melyek varianciájukban lineárisak, de várható értékükben nem, ezekre lehet példa az alábbi (ún. bikorrelációs) összefüggés:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} y_{t-2} + \varepsilon_t.$$

Végezetül nyilván definiálhatunk olyan modelleket is, melyek sem várható értékükben, sem varianciájukban nem lineárisak. (Brooks [2002])

2.3 Autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitású (ARCH) modell

Egyszerű volatilitási modellek

Már a nemlineáris modellek világában tett rövid kitérő során is láthattuk, hogy a pénzügyi ökonometriai modellek egy részében az eredményváltozó, vagy akár a véletlen változó varianciája is szerepelhet a magyarázó változók között. Azt is vegyük figyelembe, hogy a hozamváltozó varianciája (szórása) kitüntetett szerepet tölt be a pénzügytan és a kockázatmenedzsment szakirodalmában, illetve gyakorlatában. A kvantilis alapú kockázati mértékek térnyerése előtt ugyanis jellemzően ezzel a mennyiséggel azonosítottuk egy adott befektetés kockázatosságát¹². Ez a felismerés Markowitznak tulajdonítható, és a kockázatmenedzsment szakirodalma a pénzügyek első forradalmi újításaként¹³ tekint rá. (Szegő [2004])

Az elméleti, illetve módszertani szükségszerűség így egy irányba mutat: érdemes olyan modellekkel foglalkoznunk, amelyek a pénzügyi idősorok volatilitását becsülik. Ezek közül nyilván azok a megoldások a legegyszerűbbek, ahol a hozam volatilitását korábbi (historikus) adataiból igyekszünk előre jelezni. Amennyiben a $t+1$ -edik (holnapi) időpontra vonatkozó volatilitást az alábbi formulával becsüljük, akkor mintegy naiv előrejelzést adunk a jövőbeni kockázatra. (Brooks [2002])

¹² A továbbiakban, ha csak külön nem jelezzük, egy pénzügyi eszköz (befektetés) kockázatossága alatt, az adott eszköz (befektetés) árfolyamából számított hozam varianciáját értjük.

¹³ Érdekeség gyanánt megemlítjük, hogy a második forradalmi újításként számon tartott Black-Scholes-Merton formulában, az opció ár meghatározásának folyamatában szintén megjelenik a részvény-árfolyam volatilitása.

$$\sigma_{t+1}^2 = \frac{1}{t} \sum_{j=1}^t (r_j - \bar{r})^2$$

A megoldás előnye, hogy minden újabb empirikus hozam-érték újraértékeli a volatilitást, ugyanakkor nem biztos, hogy helytálló a feltevés, miszerint a jövőre nézve mindvégig azonos kockázatossággal kell számolnunk. Ezzel együtt a volatilitás historikus, ami tehát az árfolyam múltbeli változékonyságát méri adott időhorizont mellett, fontos kiinduló pontja, illetve benchmarkja lehet későbbi elemzésünknek. A következő ábrán jól látható, hogy a historikus volatilitás még 2008 nyarán sem jelezte a részvénypiaci buborék közelgő kidurranásának a veszélyét. Amennyiben tehát modellalkotásunk által sikerülne egy vagy több jellemző piaci körülmény, mindenekelőtt a kockázati szint, 2008 nyarat megelőző változását (növekedését) kimutatnunk, akkor elemzésünket eredményesnek tekinthetjük. Ez alapján megállapíthatjuk, hogy az egyszerű historikus volatilitási modell a bonyolultabb modellek alkalmas viszonyítási pontjaként, benchmarkjaként is funkcionál.

A 2.9 ábrán ennek megfelelően a(z) S&P 500 index alapján számított historikus volatilitás értékének alakulását láthatjuk.



2.9 ábra: A historikus volatilitás értéke 2008-ban az S&P 500 index alapján. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

Viszonylag gyorsan eljuthatunk az előbb látott egyszerű volatilitási modell egy kézenfekvő kiterjesztésig, ha meggondoljuk: indokolt lehet a felejtés beépítése a modellbe. Amennyiben el akarjuk érni, hogy a hozamok friss kilengései nagyobb szerepet kapjanak a volatilitás meghatározásában, mint a régi ingadozások, használhatjuk az *exponenciálisan súlyozott mozgóátlag* (EWMA) volatilitási modellt:

$$\sigma_{t+1}^2 = (1 - \lambda) \sum_{j=0}^{\infty} \lambda^{j-1} (r_{t-j} - \bar{r})^2,$$

ahol $0 \leq \lambda \leq 1$ a szokásos kisimító paraméter, melynek 1-hez közeli értéke gyors, 0-hoz közeli értéke lassú felejtést eredményez. (Brooks [2002])

Számos tanulmányra hivatkozva Brooks (2002) azt javasolja, hogy alkalmazzuk a $\lambda = 0,94$, $\bar{r} = 0$ helyettesítést, ami jelentősen egyszerűsíti az EWMA volatilitási modell használatát.

Az előbbieken bemutatott két modell alapvetően determinisztikus volt abban az értelemben, hogy becslés pillanatában rendelkezésre álló hozam adatok alapján meghatározott volatilitás a teljes jövőbeni időhorizonton érvényes maradt. Relatív egyszerű kiterjesztése ezeknek a modelleknek, ha megengedjük a volatilitás előrejelzési időhorizonton való változását, vagyis egy standard Box-Jenkins modellt alkalmazunk. Amennyiben a volatilitásról is feltételezzük, hogy autoregresszív (esetleg ARMA) folyamatból származik, akkor egyszerűen eljuthatunk az autoregresszív volatilitási modellekhez: (Rappai [2012])

$$\sigma_t^2 = \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \varepsilon_t.$$

Érdemes végiggondolnunk, hogy a problémát csak részben oldottuk meg, hiszen az előbbi modell igényli a korábbi időszakokra vonatkozó volatilitás értékeit is, amit egy külön számítással (esetleg modellezéssel) kell meghatároznunk. Mivel a tőzsdei adatszolgáltatás meglehetősen sajátosan közli az elmúlt időszak adatait, az elmúlt napok (időszakok) volatilitásának becslésére gyakran használatos az alábbi *terjedelem-becslőfüggvény* (*range-estimator*):

$$\sigma_t^2 = \ln \left(\frac{p_t^{high}}{p_t^{low}} \right),$$

ahol p_t^{high} , p_t^{low} rendre az adott nap legmagasabb, illetve legalacsonyabb árfolyam-értékét jelöli. A fenti formula így a napon belül elérhető maximális hozamot mutatja, ami ha nagy, akkor nagy volt az árfolyam-ingadozás (volatilitás) az adott napon, ha nulla, akkor a vizsgált napon a maximális és minimális árfolyam egybe esett, praktikusán ugyanazon az áron zajlott

a kereskedés. A volatilitás imént látott közelítését az előbbi ARMA modellben felhasználva, akár a legkisebb négyzetek módszerével becsülhetjük az autoregresszív volatilitási modell paramétereit. (Brooks [2002])

Az autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitású modell

Vegyük észre, hogy a volatilitás modellezése előzőleg úgy történt, mintha a kockázat egy önálló, mérhető változó lenne, melynek értéke a hozamtól, vagyis az árfolyammozgástól függetlenül határozódik meg. Ugyanakkor nem feledkezhetünk meg arról a felismerésről, amit a fejezet előző részében, a volatilitás csoportosulásakor tettünk: Miután a kockázat végső soron nem más, mint nem várt árfolyam-ingadozás, következésképpen a volatilitás meghatározása nem lehet független a sztochasztikus folyamat várható értékétől. Ebből a szempontból kimondottan érdekesnek találjuk, hogy a Markowitz előtti „primitív” időkben a pénzügyi kockázatot a várható hozam korrekciós tételének tekintették, a kockázattal kiigazított hozamokat pedig intuitív alapon határozták meg. (Szegő [2004])

Az első, mindmáig alkalmazott megoldás a fenti probléma kezelésére az ún. *autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitású* (*autoregressive conditional heteroscedasticity, ARCH*) modell, melyet 1982-ben Engle mutatott be elsőként. Engle ez által a pénzügyi ökonometria fókuszát is új irányba terelte. Miután a sztochasztikus folyamat feltételes várható értéknek meghatározása egyre inkább megoldhatatlan feladatnak tűnt, Engle az előrejelzési hibátág vizsgálatára irányította az elemzés figyelmét. (Darvas [2004]) A rendkívül gyorsan népszerűvé váló ARCH-modell, illetve annak különböző kiterjesztései, olyan *nemlineáris* modell(család), melyben a vizsgált eredményváltozó szóródása endogén módon, vagyis a modellen belül határozódik meg. Mindehhez az szükséges, hogy feladjuk a klasszikus legkisebb négyzetek módszerének alkalmazását. Könnyen belátható ugyanis, hogy amennyiben az eredményváltozó szórását a modellbecslés során minden időpontra újra becsüljük, akkor értéke korántsem lesz állandó, vagyis modellünk heteroszkedasztikus lesz. (Rappai [2012])

Az ARCH-modell széles körű alkalmazását kétség kívül elősegítette, hogy a pénzügyi idősorok számos jellegzetességére képes reflektálni. Mint ahogy azt az előbbieken már említettük, a pénzügyi idősorok esetén meglehetősen gyakori a volatilitás clustereződése, vagyis a kiugró értékek sűrűsödése. Mindez azt sugallja, hogy a mai kockázatoság függ a tegnaptól, vagyis pusztán a hozamok szóródását vizsgálva „lázás” periódusok, illetve nyugodt időszakok követik egymást. Ez az empirikus felismerés felvetett egy olyan

modellspecifikációt, melyben a volatilitás nagysága függ a korábbi változékonyságtól. Nézzük tehát, hogy milyen alkalmas modellspecifikációt takar az említett ARCH összefüggés. A könnyebb megértés érdekében induljunk ki a regressziós modell véletlen változójának¹⁴ feltételes varianciájából. (Varga [2001])

$$(\sigma_\varepsilon)_t^2 = \text{Var}(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) = E \left[(\varepsilon_t - E(\varepsilon_t))^2 \middle| \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots \right]$$

A korábbiaknak megfelelően $E(\varepsilon_t) = 0$, így:

$$(\sigma_\varepsilon)_t^2 = \text{Var}(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) = E[\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots].$$

Mivel az autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitású modellben (mint ahogy nevéből is következik) azt feltételezzük, hogy a véletlen változó alakulásában autoregresszivitás (kihasználva, hogy a véletlen változó várható értéke zérus, akár azt is mondhatjuk, hogy a volatilitásban autokorreláció) van, ezért felírhatjuk, hogy:

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2,$$

vagyis:

$$(\sigma_\varepsilon)_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + u_t,$$

ahol u_t a szokásos független és azonos eloszlású fehér zaj. Az imént látott modellt ARCH(1) modellnek nevezzük, tekintve, hogy mindössze elsőrendű késleltetést tartalmaz. Ne feledkezzünk meg eközben arról, hogy az előbbi egyenlet a becslendő modellünknek csak egy részét képezi, hiszen a teljes modell tartalmazza az eredményváltozó becslésére szolgáló egyenletet is, vagyis a teljes ARCH(1) modell a következőképpen írható le: (Greene [2003])

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt} + \varepsilon_t,$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, (\sigma_\varepsilon)_t^2),$$

$$(\sigma_\varepsilon)_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + u_t,$$

¹⁴ A feltételes, illetve feltétel nélküli variancia közötti különbség azonos módon értelmezhető, mint a feltételes, illetve feltétel nélküli várható érték.

ahol y az előrejelzendő változó, és $x_1, x_2, \dots, x_k$ a modell magyarázó változói. A fenti modell második egyenlete egy „technikai” összefüggést ír le, ahol a véletlen változó varianciájához rendelt index mutatja, hogy $(\sigma_\varepsilon)_t^2$ értéke időben változó sztochasztikus folyamatot követ. Az ARCH (1) modell kézenfekvően kiterjeszthető magasabb rendű késleltetésekkel is, vagyis

$$(\sigma_\varepsilon)_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + u_t,$$

aminek felhasználásával felírható az általános, ún. $ARCH(q)$ modell:

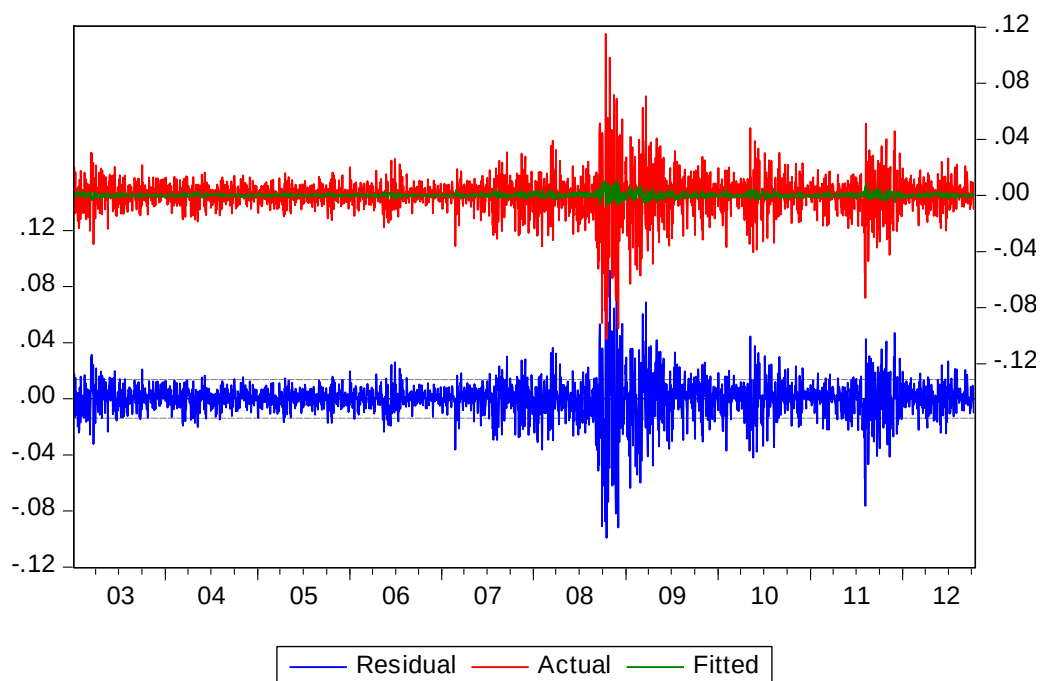
$$\begin{aligned} y_t &= \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt} + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &\sim N(0, (\sigma_\varepsilon)_t^2) \\ (\sigma_\varepsilon)_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + u_t \end{aligned}$$

Fontos, hogy felfigyeljünk a modell alkalmazhatóságának egy erőteljes korlátjára. Mivel a $(\sigma_\varepsilon)_t^2$ feltételes variancia definíció szerint mindig nemnegatív, továbbá $\varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2 \dots \varepsilon_{t-q}^2$ szintén nemnegatív értékek, így az előbb látott ARCH modellek csak akkor értelmezhetők, ha teljesül az ún. nemnegativitási feltétel, azaz

$$\forall \alpha_j \geq 0 \quad j = 0, 1, 2, \dots, q$$

A feltétel szükséges, de nem elégséges, ugyanakkor az ennél erősebb elégséges feltétellel itt nem foglalkozunk. (Rappai [2012])

Észrevehetjük, hogy az előzők során elméleti megfontolások alapján jutottunk el az ARCH modellekhez. Azért választottuk későbbi elemzésünk alapjául ezt a modellspecifikációt, mert az elméletileg megfelelt a hozamok alakulásáról, és a kockázatról alkotott elképzeléseinknek. Felmerül tehát a kérdés, vajon az empirikus adatok ismeretében ténylegesen indokolható-e az egyszerű lineáris modellnél nyilvánvalóan jóval bonyolultabb ARCH modell alkalmazása. Azt már előzőleg beláttuk, hogy az ARMA (1,1) modellben keletkező hibatagok időszora heteroszkedasztikus. Mennyiben rontja azonban mindez modellünk illeszkedését? Az alábbi ábrák és táblázatok alapján erre a kérdésre igyekszünk választ találni.



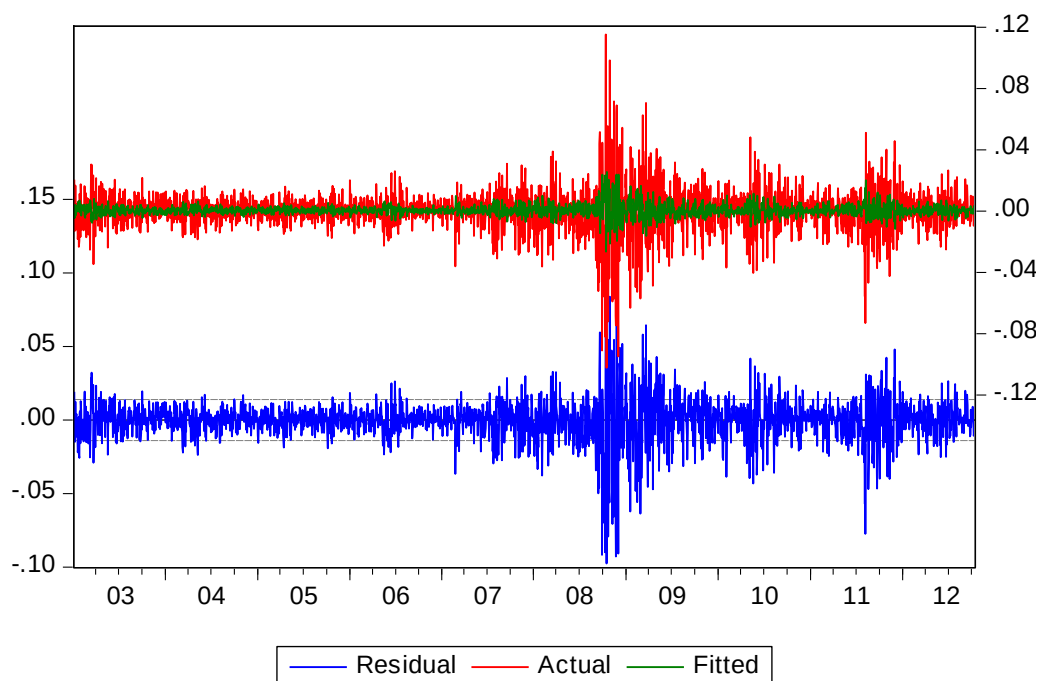
2.10 ábra: A(z) NYSE Co. index alapján számított napi hozamok becslése ARMA (1,1) modell alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

Az ARMA (1,1) modellspecifikáció eredménye.

2.2 táblázat

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000186	0.000235	0.793927	0.4273
AR(1)	0.385490	0.160000	2.409313	0.0161
MA(1)	-0.479915	0.152135	-3.154530	0.0016
R-squared	0.010479	Mean dependent var		0.000190
Adjusted R-squared	0.009674	S.D. dependent var		0.013830
S.E. of regression	0.013763	Akaike info criterion		-5.732457
Sum squared resid	0.465970	Schwarz criterion		-5.725381
Log likelihood	7062.520	Hannan-Quinn criter.		-5.729886
F-statistic	13.02535	Durbin-Watson stat		1.995613
Prob(F-statistic)	0.000002			

Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.



2.11 ábra: A(z) NYSE Co. index alapján számított napi hozamok becslése ARCH (1) modell alapján.
Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

Az ARCH (1) modellspecifikáció eredménye

2.4 táblázat

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000463	0.000167	2.779763	0.0054
AR(1)	-0.023516	0.034511	-0.681405	0.4956
MA(1)	-0.231855	0.034309	-6.757941	0.0000
Variance Equation				
C	0.000115	2.07E-06	55.45084	0.0000
RESID(-1)^2	0.463846	0.028300	16.39038	0.0000
R-squared	-0.016122	Mean dependent var		0.000190
Adjusted R-squared	-0.016948	S.D. dependent var		0.013830
S.E. of regression	0.013947	Akaike info criterion		-5.885312
Sum squared resid	0.478496	Schwarz criterion		-5.873520
Log likelihood	7252.762	Hannan-Quinn criter.		-5.881028
Durbin-Watson stat	1.685259			

Forrás: Saját szerkesztés Yahoo Finance (2012a) alapján.

A 2.10 és a 2.11 ábra összevetése alapján azt látjuk, hogy az ARCH (1) approximáció általában pontosabban közelíti az eredményváltozó tényleges értékét. A két modell illeszkedése közötti különbség főleg az idősor nagy hozamváltozásokat produkáló, „lázás”

szakaszában látványos. Az imént tett intuitív megfigyeléseinket az információs kritériumok értékei is egyöntetűen alátámasztják.

Noha az elmúlt két évtizedben az ARCH modellek meglehetősen széles körben alkalmazottá váltak, néhány specifikációs, illetve identifikációs problémát meg kell említenünk. Ezek szerint sok esetben igen nehéz eldönteni, hogy hányadrendű késleltetést alkalmazzunk, mivel erre vonatkozóan az elmélet kevés fogódzót ad. Azt is beláthatjuk, hogy az ARCH modelleket annál nehezebb kezelni, minél magasabb a késleltetés rendje. Ismét megemlítjük továbbá azt a nehézséget, amit a nemnegativitási feltétel esetleges sérülése jelenthet, hiszen ilyenkor – elvben – el kell vetni az ARCH specifikációt, miközben a volatilitás változását tapasztaljuk. (Brooks [2002])

Az imént látott problémák kiküszöbölése érdekében került sor az autoregresszív feltételes heteroskedaszticitási modell általánosítására, amit most röviden ismertetünk.

Az általánosított ARCH modell

Az általánosított autoregresszív heteroszedaszticitású modellt (*generalised autoregressive conditional heteroscedasticity model, GARCH*) egymástól függetlenül, ám szinte egy időben mutatta be Bollerslev (1986) és Taylor (1986). A modellben szereplő általánosítás lényege, hogy a véletlen változó nem konstans varianciáját magyarázó második egyenletben a t -edik időpontra vonatkozó volatilitás mellett, a becslt variancia késleltetett értéke is megjelenik. Alapesetben a modell alakja a következő: (Rappai [2012])

$$\begin{aligned} y_t &= \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt} + \varepsilon_t, \\ \varepsilon_t &\sim N(0, (\sigma_\varepsilon)_t^2), \\ (\sigma_\varepsilon)_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 (\sigma_\varepsilon)_{t-1}^2 + u_t. \end{aligned}$$

A fenti modellt GARCH (1,1) modellnek nevezzük, hiszen a volatilitást magyarázó második egyenletben mind a véletlen változó, mind a becslt variancia elsőrendű késleltetéssel szerepel.

A modellben endogén változóként szereplő $(\sigma_\varepsilon)_t^2$ feltételes varianciának nevezzük, hiszen értéke függ az egy periódussal korábbi értéktől, vagyis valamilyen múltbeli információ feltételezésével keletkezik. A GARCH modellben a véletlen változó becslt varianciája tehát három tényezőtől függ: egy hosszú távon érvényes átlagos értéktől (ezt reprezentálja α_0 a modellben), az előző időszaki volatilitásra (az eredményváltozó becslési hibájára) vonatkozó

információnktól $(\alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)$, továbbá magának a varianciának az elsőrendű késleltetésétől $(\gamma_1(\sigma_\varepsilon)_{t-1}^2)$.

Pénzügyi idősorok modellezése esetén gyakran merül fel az igény, hogy ne időszakról időszakra változó varianciát használjunk, hanem egy értékkel jellemezzük a volatilitást, ami – mint láttuk – kockázatossággént interpretálható. Az ökonometria nyelvén mindez azt jelenti, hogy a feltételes variancia helyett szükséges egy konstans, feltétel nélküli variancia becslése is. A feltétel nélküli volatilitás könnyen meghatározható GARCH (1,1) modell esetén az alábbi formulával:

$$Var(\varepsilon_t) = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_1 + \gamma_1)}$$

,amennyiben $\alpha_1 + \gamma_1 < 1$. Abban az esetben, ha $\alpha_1 + \gamma_1 \geq 1$, az ún. variancia nem stacionaritás esetével állunk szemben. Megjegyezzük, hogy az ilyen modelleket szokás integrált GARCH modellnek, vagy IGARCH modellnek is nevezni. A variancia nem stacionaritás sokkal kevésbé interpretálható, mint a várható érték nem konstans volta, ugyanis például annak feltételezése, hogy a kockázat minden határon túl nő, nem túl szerencsés a pénzügyi modellekben, ugyanakkor a következőkben még találkozni fogunk e szokatlan jelenséggel.

A bemutatott GARCH (1,1) modell viszonylag egyszerűen kiterjeszthető magasabb rendű késleltetésekkel is, amit ha megteszünk, akkor eljutunk a GARCH (p,q) modellekhez: (Greene [2003])

$$\begin{aligned} y_t &= \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_k x_{kt} + \varepsilon_t, \\ \varepsilon_t &\sim N(0, (\sigma_\varepsilon)_t^2), \\ (\sigma_\varepsilon)_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \gamma_1 (\sigma_\varepsilon)_{t-1}^2 + \gamma_2 (\sigma_\varepsilon)_{t-2}^2 + \dots + \gamma_p (\sigma_\varepsilon)_{t-p}^2 + u_t, \end{aligned}$$

ahol q a késleltetett négyzetes hibát, p pedig a késleltetett becült variancia értéket jelöli. Természetesen GARCH (p,q) identifikáció esetén is felírható a feltétel nélküli variancia értéke.

$$Var(\varepsilon_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \left(\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \gamma_j \right)}$$

Az empirikus kutatások azt mutatják, hogy a fenti formulában viszonylag gyakran előfordul, hogy a nevező előjele negatív. Ezért a pénzügyi modellezés során általában, csakúgy, mint a fejezet következő részében látható modellünkben megelégszünk az egyszerűbb GARCH (1,1) specifikációval.

2.4 A technikai elemzés ökonometriai megalapozása

Miután a fejezet eddigi részében megismerkedtünk az elemzésünk elkészítéséhez szükséges fogalmakkal, illetve módszerekkel, elérkeztünk a modellalkotás fázisához. Lássuk, mennyiben segíthette volna a 2008 őszén bekövetkezett részvénytőzsdéi zuhanás előre jelzését egy GARCH regresszióra alapozott technikai elemzés?

A fejezet elején megfogalmazott kiindulási nullhipotézisünkben (H_0) azt feltételeztük, hogy a GARCH modellre alapozott technikai elemzés legalábbis rövid távon előre jelezhetne volna a 2008 őszén, pontosabban 2008 októberében, bekövetkezett nagymértékű árfolyamesést. Ezek szerint modellalkotásunk célja nem lehet más, mint legalább egy olyan jellemző piaci-kockázati körülmény azonosítása, amely az idősor viselkedésének *várható* megváltozását előre jelezhetne volna. Ökonometriai szóhasználatnál élve: a strukturális törés előzményeit keressük az idősorban. Az imént tett megfontolások tükrében látnunk kell, hogy az általunk vizsgált probléma természeténél fogva a rezsimváltó modellek irányába terel minket. Ezt a felismerést, koncepciót az által igyekszünk beültetni ökonometriai modellünkbe, hogy az ún. gördülő regresszió (rolling regression) technikáját alkalmazzuk modellalkotásunkban. Ezek szerint 2003 januárjától kezdve újabb és újabb egy éves idősorokat vizsgálunk oly módon, hogy a kezdő hónapot minden esetben egyel későbbre „gördítjük”. Így jutunk el 88 lépést¹⁵ követően a 2011 októberével kezdődő, tehát ez év októberével végződő, utolsó éves mintához. Azért döntöttünk az éves ablak (window) alkalmazása mellett, hogy ez által kiszűrjük az éven belüli szezonális esetleges zavaró hatását. A havi léptetés (step) használatát a későbbiekben indokoljuk.

Modellépítésünk első fázisában röviden bemutatjuk az általunk vizsgált adatállományt. Mivel elemzésünk fókuszában a részvénytőzsdéi történései állnak, így modellünket értelemszerűen a világ legnagyobb piaci kapitalizációval rendelkező értéktőzsdéinek vezető részvényindexeire alapoztuk. Az általunk vizsgált részvényindexek listáját az alábbiakban láthatjuk. (Yahoo! Finance [2012c])

Dow Jones Industrial Average (DJIA). Az Egyesült Államok 30 legfontosabb nagyvállalatának tőzsdei megítélését jellemzi. A Dow Jones Iparági Átlag index alapvetően a New York-i Érték-tőzsdetőzsdéhez köthető, valamint három, a technológiai szektorban

¹⁵ 2003. január 2. és 2012. október 12. között valójában 117 teljes hónap telt el, ám tőzsdei kereskedés csak hétköznapi napokon zajlott, és akkor sem mindig (munkaszüneti napok, különleges események, kereskedés felfüggesztése...). Az eltérést tehát a 25 napos „hónapok” okozzák.

meghatározó, vállalat által (Microsoft, Intel, Cisco) a NASDAQ is képviselteti magát. Az indexet 1896. május 26-án alapította a Wall Street Journal szerkesztője Charles Dow, és statisztikus barátja, üzlettársa Edward Jones. A DJIA alapítása óta a világ egyik legismertebb és legmeghatározóbb indexe, az USA gazdaságának megbízható barométere.

New York Stock Exchange Composite (NYSE Co.). A világ legnagyobb piaci kapitalizációjú értéktőzsdéjének hivatalos részvényindexe, amit 1965 végén alapítottak. Az indexkosár több mint 2000 vállalat részvényeit tartalmazza, ezek közül mintegy 1600 amerikai illetőségű, míg a többi jellemzően európai. Alacsony számuk ellenére az európai illetőségű vállalatok magas kapitalizációjuknál fogva jelentős szerepet játszanak az index alakulásában. Ez alapján a NYSE Composite indexet a világgazdaság állapotának egyik legjellemzőbb mértékének tekinthetjük.

Standard & Poor's 500 (S&P 500). A Dow Jones Iparági Átlaghoz hasonló „független” index, amit 1957-ben alapított a Standard & Poor's pénzügyi elemző-szolgáltató vállalat. Az index-kosár az 500 legnagyobb piaci értékű amerikai vállalat részvényeit tartalmazza, így a NYSE és a NASDAQ tőzsdékhez köthető.

NASDAQ Composite (NASDAQ Co.). A NASDAQ Composite a világ második legnagyobb piaci kapitalizációjú értéktőzsdéjének hivatalos részvényindexe. Az indexkosár mintegy 3000 TMT (technológia, média, telekommunikáció) szektorban versenyző cég részvényeit tartalmazza. Mivel a NASDAQ kereskedési rendszerében nem csak amerikai vállalatok papírai forognak, ezért az index a TMT szektor globális teljesítményét jelzi.

NIKKEI 225. A Tokiói Értéktőzsde, az Amerikán kívüli világ legnagyobb piaci kapitalizációval rendelkező börzéje. Ennek irányadó indexe a NIKKEI 225, ami a legjelentősebb japán cégek részvényeinek árfolyamát mutatja. Az index értékét 1950 óta közlik.

FTSE 100 ('Footsie 100'). Az indexkosár a Londoni Értéktőzsde 100 legnagyobb piaci értékű vállalatának részvényeit tartalmazza. Az index a Financial Times és a Londoni Értéktőzsde (London Stock Exchange) közös alapításában 1984-ban jött létre. Miután az Euronext 2007-ben összeolvadt a New York-i Értéktőzsdével, a Londoni Értéktőzsde Európa legnagyobb piaci kapitalizációjú tőzsdéjévé lépett elő.

Deutscher Aktienindex (DAX). A kontinentális Európa legjelentősebb börzéjének, a Frankfurti Értéktőzsdének a vezető indexe. A DAX indexkosara a 30 legnagyobb német vállalat részvényeinek árfolyamát jellemzi.

Megjegyezzük továbbá, hogy az általunk némiképp önkényesen kiválasztott indexkosarak értékének számítása nem feltétlenül azonos metodológia alapján történik. Jellemző a tisztán piaci kapitalizáción alapuló súlyozás, illetve a piacon ténylegesen forgó állományt jobban megragadó ún. közkézhányad¹⁶ (free float) alapú súlyozás alkalmazása. Ezzel együtt az összes fent látott index megegyezik abban, hogy valamilyen számítási-súlyozási módszer alapján az indexkosár tartalmát adó részvények átlagos árfolyamát jellemzi. Ez által lehetőségünk nyílik egyfajta napi átlagos árfolyamhozam megállapítására – tekintve, hogy az említett indexek értékét naponta közlik. Technikai elemzésünk ökonometriai hátterét tehát az alábbi GARCH (1,1) modell jelenti:

$$\begin{aligned} r_t &= c + \varepsilon_t, \\ \varepsilon_t &\sim N(0, (\sigma_\varepsilon)_t^2), \\ (\sigma_\varepsilon)_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 (\sigma_\varepsilon)_{t-1}^2 + u_t, \end{aligned}$$

ahol az első egyenlet eredményváltozója a választott index napi hozamát jelöli:

$$r_t = \ln \left(\frac{p_t^{DJIA}}{p_{t-1}^{DJIA}} \right).$$

A fenti modell alapján azt is láthatjuk, hogy az eredményváltozó előrejelzéséhez csupán egy konstans tagot használunk fel. Elemzésünk, ezáltal hipotézisellenőrzésünk, szempontjából ugyanis r_t feltételes várható értékének becslése csupán másodlagos. A különböző egy éves mintákon elvégzett gördülő GARCH regresszió segítségével tehát elsősorban olyan jellemző piaci-kockázati körülmény megváltozását szeretnénk azonosítani, mely a 2008 októberében történt részvénytőzsdéi összeomlást elővetíthette volna. Ehhez azonban még szükségünk van egy olyan intuitív kockázati mérték meghatározására, mely alakulását vizsgálva dönthetünk kiindulási nullhipotézisünk elfogadásáról, illetve elvetéséről. Döntésünk szerint, ezen intuitív

¹⁶ Azon tőzsdére bevezetett részvények aránya a teljes kibocsátott részvényeken belül, amelyeket meg lehet vásárolni a tőzsdén, vagyis nem az állam, az anyavállalat vagy valamilyen stratégiai befektető birtokol.

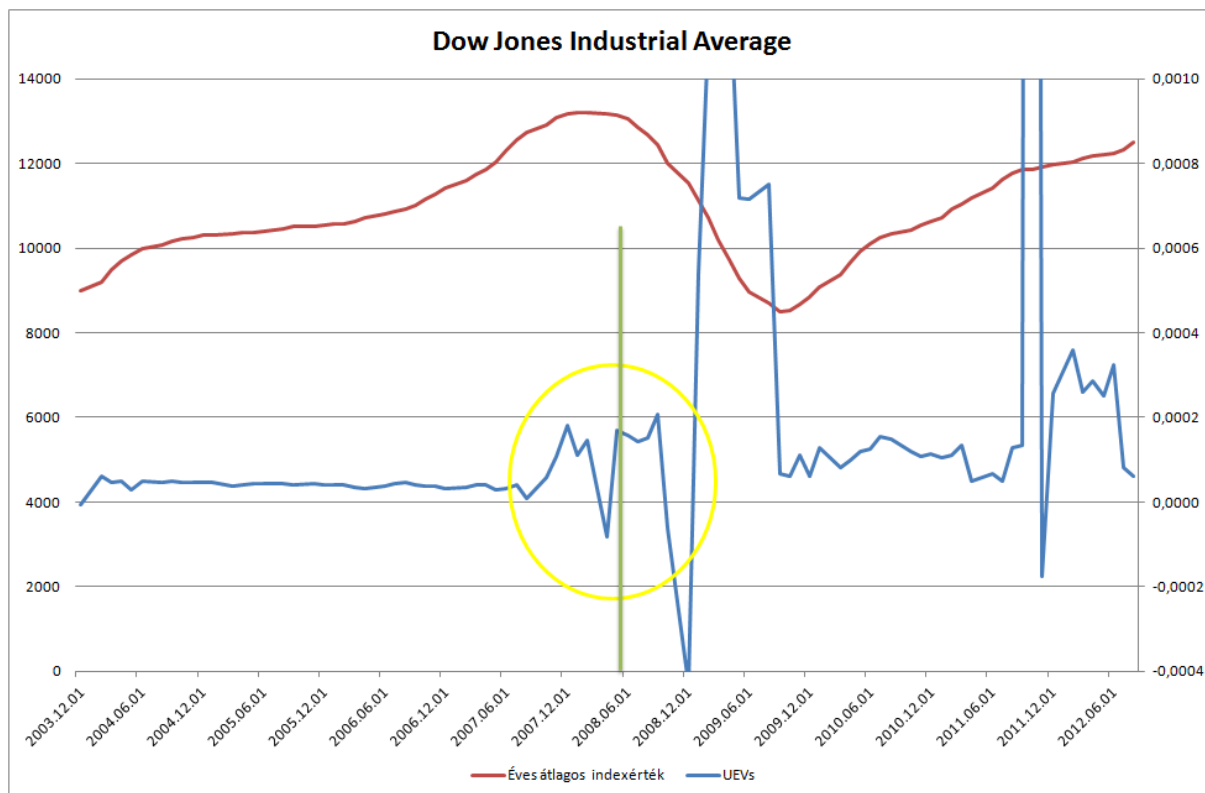
kockázati mérték szerepét a fejezetben előzőleg megismert feltétel nélküli variancia tölti be elemzésünkben. Technikai elemzésünk szempontjából ugyanis a feltétel nélküli variancia számos kedvező tulajdonsággal bír. Ezek szerint értéke minden éves időszak esetén könnyen meghatározható a modellspecifikáció alapján, az alábbi ismert formula szerint.

$$(\sigma_\varepsilon)_t^2 = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_1 + \gamma_1)}$$

Ez az érték továbbá a vizsgált időszak egészét jellemzi kockázatosság szempontjából, mivel a fenti egyenlet jobb oldalán álló kifejezés időben állandó. A gördülő regresszió által vizsgált újabb és újabb éves időszakokhoz tehát egyértelműen hozzárendelhető a feltétel nélküli variancia értéke, ami az adott időszak egészének kockázatosságát jellemzi. Mivel a gördülő regresszióban egy havi léptetést alkalmazunk, ezért az egyes minták kockázatossága csupán első és utolsó hónapuk kockázatosságát tekintve különbözik egymástól. Az egymást követő léptetések során ugyanis a különböző éves minták kezdete mindig egy hónappal (25 nappal) későbbre kerül. Azért döntöttünk tehát a havi léptetés használata mellett, mert úgy gondoltuk: ez az a legrövidebb időszak, mialatt a kockázati szint szignifikáns változása kimutatható. Az előzőek alapján a feltétel nélküli variancia értékének kismértékű változása is a kockázatosság relatív jelentős növekedését/csökkenését jelzi. Elemzésünk alapgondolata tehát a pénzügyi idősorok két, fent említett jellegzetességére épít. Előzőleg láttuk, hogy a pénzügyi idősorokat a variancia csoportosulása jellemzi. Ezek szerint megkülönböztethetünk kockázatos („lázás”) és nyugodt periódusokat az idősoron belül. Elemzésünkben ennek megfelelően a részvénytőkepiac 2008 őszét megelőző „belázasodását” szeretnénk kimutatni. Azt is láthattuk, hogy a pénzügyi piacokon a kockázat és a hozam között összefüggés, trade-off van: a hosszantartó, markáns árfolyamrendek egyre inkább megérlelik a trendfordulót. Ez utóbbi megállapítás ugyancsak nagyon fontos lesz technikai elemzésünk szempontjából. (Rappai [2012]) Ennek tükrében arra számítunk ugyanis, hogy a részvényárfolyamoknak létezik egy ún. „természetes” növekedési rátája, ami a kockázatosság szinte állandó, remélhetőleg kellően alacsony szintjét feltételezi. A részvénytőkepiaci buborék kidurranása előtt tehát a feltétel nélküli variancia értékének egyre növekvő mértékű változására számítunk. Sőt, a részvénytőkepiac nagymértékű visszaesését látva azt sem zárjuk ki, hogy a variancia nem stacionárius, vagyis minden szinten túl növekvő, esetével is találkozunk majd, amennyiben $\alpha_1 + \gamma_1 \geq 1$ teljesül.

A fejezet utolsó részében a technikai elemzés lényegi részét képező grafikonok (chartok) elemzése útján igyekszünk meggyőződni előzetes feltevéseink igazságtartalmáról.

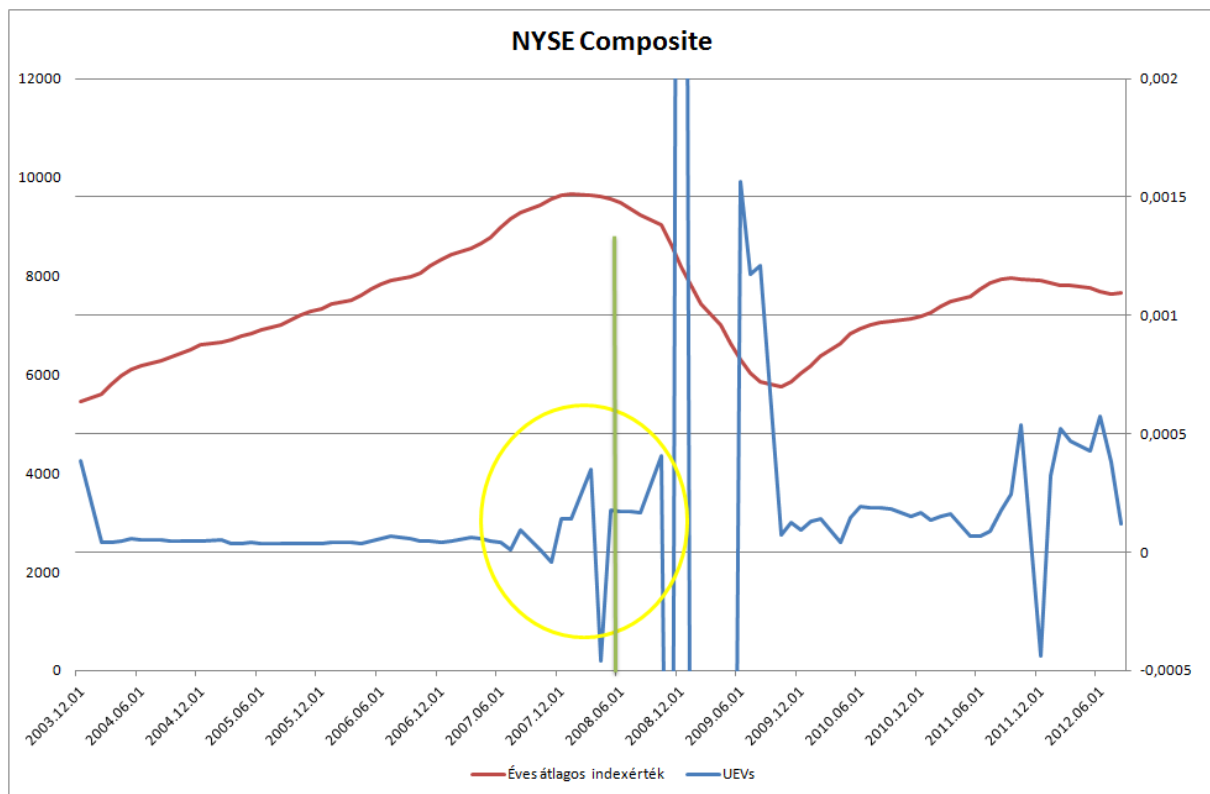
3.5 A chartista elemzés következtetései



2.12 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása a(z) DJIA index alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.



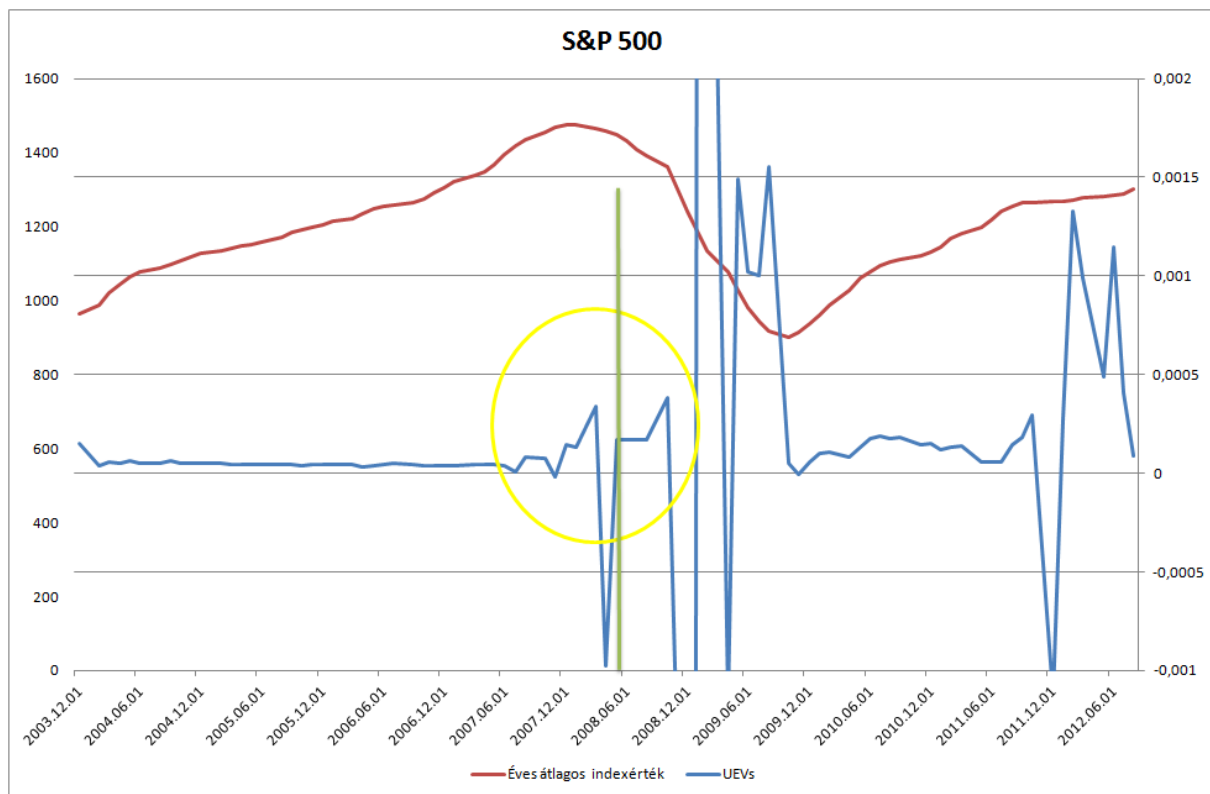
2.13 ábra: A(z) DJIA index alakulása 2007. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).



2.14 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása a(z) NYSE Co. index alapján.
 Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.



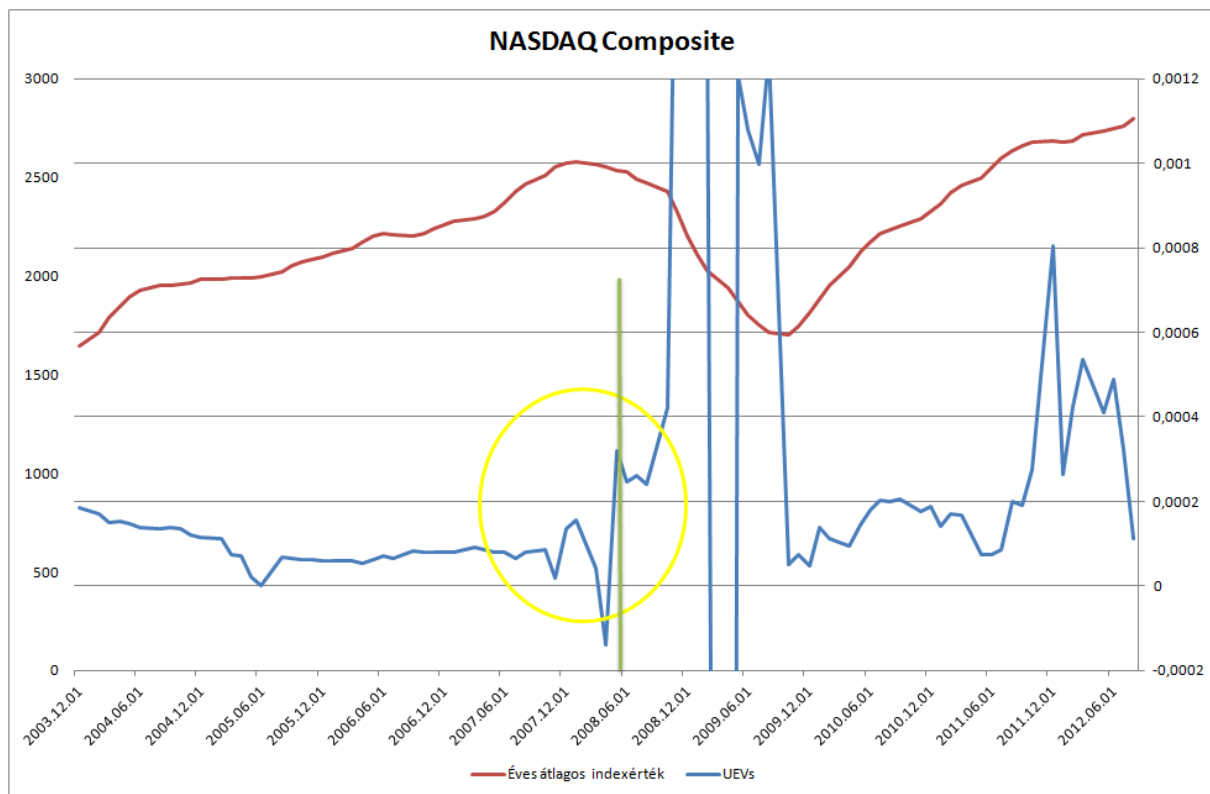
2.15 ábra: A(z) NYSE Co. index alakulása 2007. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).



2.16 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása a(z) S&P 500 index alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.



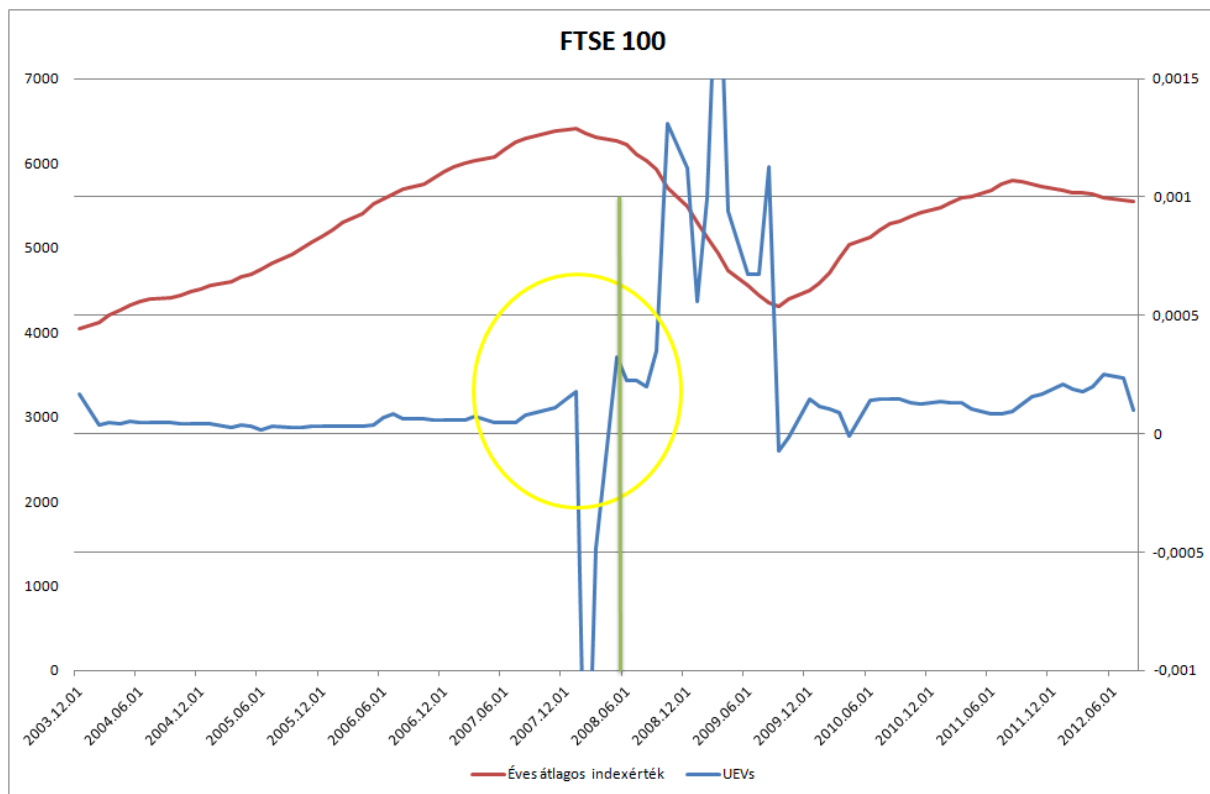
2.17 ábra: A(z) S&P 500 index alakulása 2007. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).



2.18 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása a(z) NASDAQ Co. index alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.



2.19 ábra: A(z) NASDAQ Co. index alakulása 2007. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).



2.20 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása a(z) FTSE 100 index alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.



2.21 ábra: A(z) FTSE 100 index alakulása 2007. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

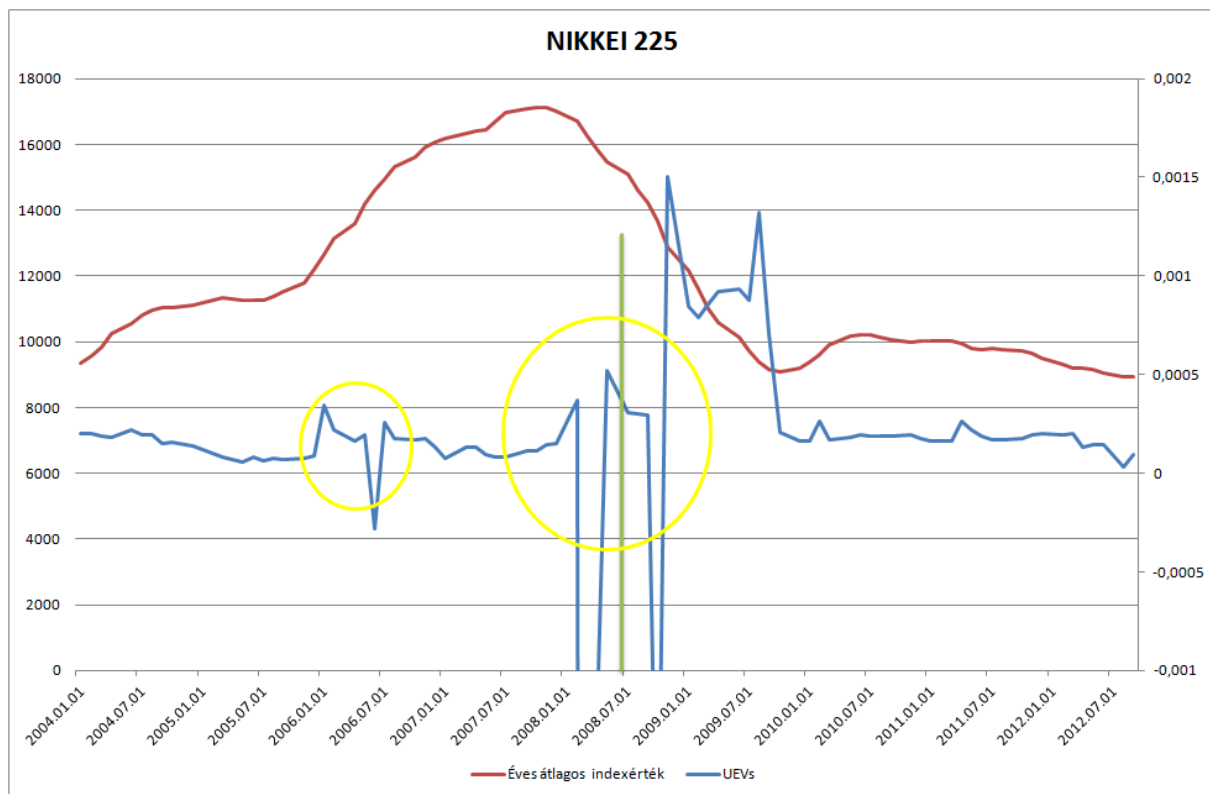
A saját szerkesztésű fenti ábrákon kék vonallal jelöltük a feltétel nélküli variancia értékének alakulását, míg a piros vonallal az adott éves időszak átlagos árfolyamértékét szemléltettük. Tekintve, hogy az általunk vizsgált sztochasztikus folyamat diszkrét paraméterterű, ezért a vonaldiagram alkalmazása kissé félrevezető lehet. Ne feledjük azonban, hogy az éves mozgó („gördülő”) ablakokhoz tartozó feltétel nélküli variancia értékek az adott év egészét jellemzik kockázatosság szempontjából. A vízszintes tengelyen szereplő dátumok ennek megfelelően az egyes ablakokhoz tartozó egy éves periódusok végét jelölik. Ezek szerint az első általunk vizsgált év (250 nap) utolsó napja 12 havi (25 napos) léptetést követően egy újabb éves ablak kezdetét jelenti majd. Azt látjuk tehát, hogy a havi léptetéssel keletkező éves periódusok kockázatossága jelentős átfedésben van egymással, annak változása a különböző periódusok utolsó hónapjához köthető¹⁷. A fenti ábrákon hasonlóan ábrázoltuk az egyes éves mintákhoz tartozó átlagos indexértékeket (árfolyamértékeket). Észrevehetjük, hogy az UEV értékekhez hasonlóan, az egymást követő éves időszakok átlagos indexértékei (átlagárfolyamai) is csupán első és utolsó hónapukban különböznek egymástól. Tekintve, hogy az éves átlagos indexérték a 12 havi átlag számtani középértékeként adódik, ezért azt is mondhatjuk, hogy egy 12 tagú mozgóátlag-simítást alkalmaztunk a havi átlagárfolyamok idősorán. Ez által sikerült elérnünk, hogy a trendfordulót a 2008 októberében történt drasztikus árfolyameséssel azonosíthassuk. A saját szerkesztésű ábrák alatt látható grafikonok a különböző indexek értékének változását 2007 elejétől 2008 végéig mutatják. Ezek alapján láthatjuk, hogy bár a részvényárfolyamok már a jelzálogpiaci válság kialakulását követően csökkenésnek indultak, azonban e csökkenés mértéke jelentősen elmaradt a 2008 októberében bekövetkezett árfolyameséstől.

Az előző saját szerkesztésű ábrák tanúsága szerint a feltétel nélküli variancia viselkedése már 2007 őszétől kedve jelentős változást mutatott. Értéke innentől kezdve időszakról időszakra változott, ami tartós és egyértelmű eltérést jelzett az előző időszakok tendenciájához képest. 2007 nyaráig ugyanis az UEV értékek kvázi állandóságát figyelhetjük meg. Bár egy-egy időszakot érintő kisebb eltérést észrevehetünk (így például a 2.18 ábrán 2005 első felében), ezek a változások csak átmenetiek voltak: a feltétel nélküli variancia értéke néhány hónapot, azaz „gördítést” követően visszatért korábbi állandó szintjére. Ezzel szemben, 2007 őszétől kezdve azt látjuk, hogy a feltétel nélküli variancia értéke már folyamatosan változott: Előbb hónapról hónapra nőtt, majd 2008 nyarat megelőzően már a nemnegativitási feltétel sérülését, azaz a variancia nem stacionaritás jelenségét tapasztaljuk. Mindez azért fontos számunkra, mert a fenti ábrák mindegyikén jól látható, amint a variancia már 2008 júniusát (zöld vonallal

¹⁷ Jóllehet az $(i+1)$ -edik ablak első és utolsó hónapjában is különbözik az i -edik éves periódustól, ám az $(i+1)$ -edik éves időszak elejéről kimaradó hónap korábban már 12 alkalommal szerepelt a vizsgálatban.

jelölve) elveszítette stacionárius jellegét, ami a kockázat minden határon túli növekedését jelezte előre. A fenti ábrák tanúsága szerint a részvénypiac már 2007 őszétől kezdve egy súlyos krónikus fertőzés tüneteit mutatta, jól látható a kezdeti, lappangó „láz” fokozatos növekedése. 2008 tavaszának legvégén, a negatív UEV értékek által jelzett strukturális törés már hónapokkal a Lehman Brothers bukása előtt figyelmeztetett bennünket a minden eddiginél nagyobb (vö. minden határon túli) kockázat veszélyére. Technikai elemzésünk tehát megerősíteni látszik az elméleti megfontolásokon alapuló előzetes feltevésünket, miszerint a GARCH regresszióra alapozott technikai elemzés segíthetett volna a 2008 októberében történt drasztikus árfolyamesés előrejelzésében. Ezt a kockázat, mint jellemző piaci körülmény, szintjének tartós növekedése, majd annak véges természetének megváltozása mutatja.

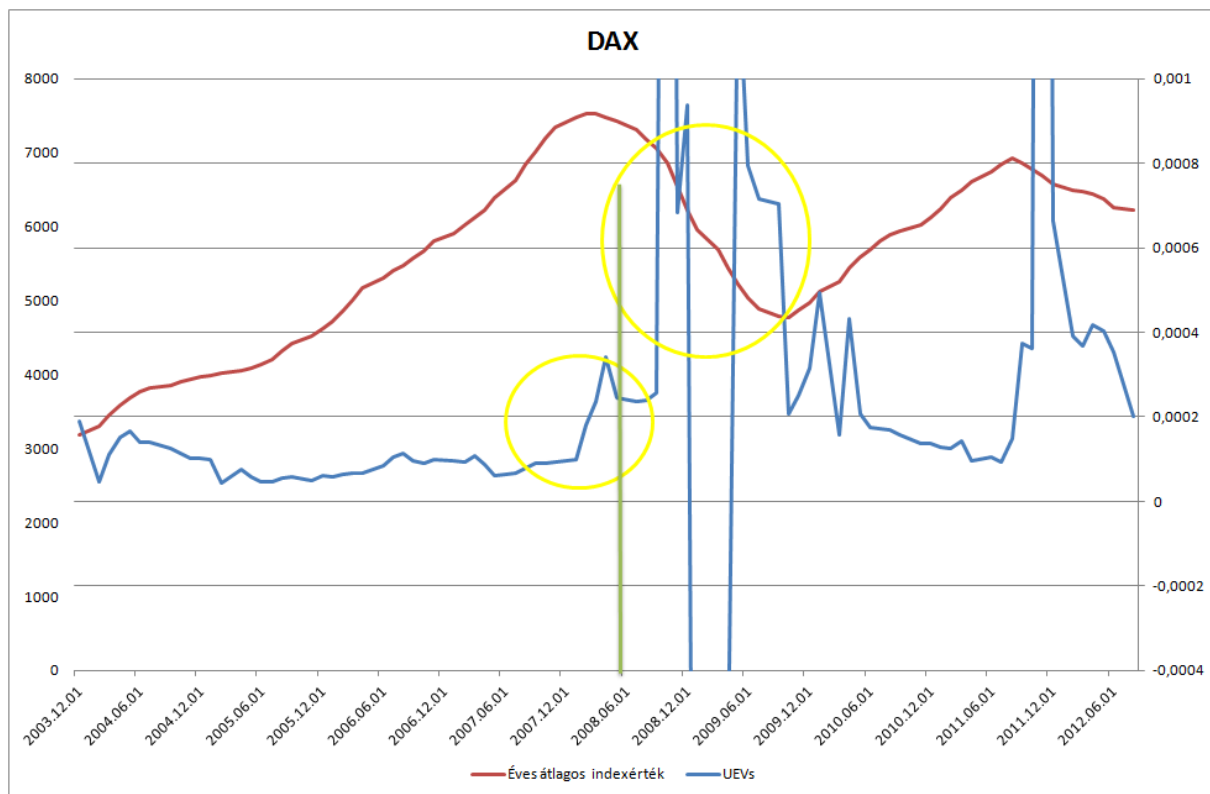
Az eddig látottak alapján úgy tűnik tehát, kiindulási nullhipotézisünket fenntartások nélkül, vagyis a másodfajú hiba elkövetésének kvázi zéró valószínűsége mellett, elfogadhatjuk. Mindezt természetesen magunk sem érezzük éppen reálisnak. Ne feledjük: Az ökonometriai modellezés a közgazdaságtan, tehát egy eredendően határozatlan jellegű társadalomtudomány metodológiáját adja. Ez által természetesen feltételezzük a másodfajú hiba elkövetésének pozitív valószínűségét, lehetőségét. Megjegyezzük, hogy a Heisenberg-féle határozatlansági tétel értelmében a természeti világ működése sem determinisztikus. Az elemi részecske viselkedését leíró állapottényezők értéke ugyanis éppúgy sztochasztikus folyamatot követ, mint a részvényárfolyam, illetve árfolyamhozamok időszora. Másképpen: az elektron is kevert stratégiát játszik. Ez a felismerés mára alaposan beépült a természettudományok elméleti rendszerébe. (Mérő [2007]) Ökonometriai elemzésünk korrektségét, szakmaiságát szem előtt tartva bemutatjuk annak korlátjait, illetve a számunkra is elgondolkodtató ellentmondásait.



2.22 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása a(z) NIKKEI 225 index alapján.
Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján..



2.23 ábra: A(z) NIKKEI 225 index alakulása 2006. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).



2.24 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása a(z) DAX index alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

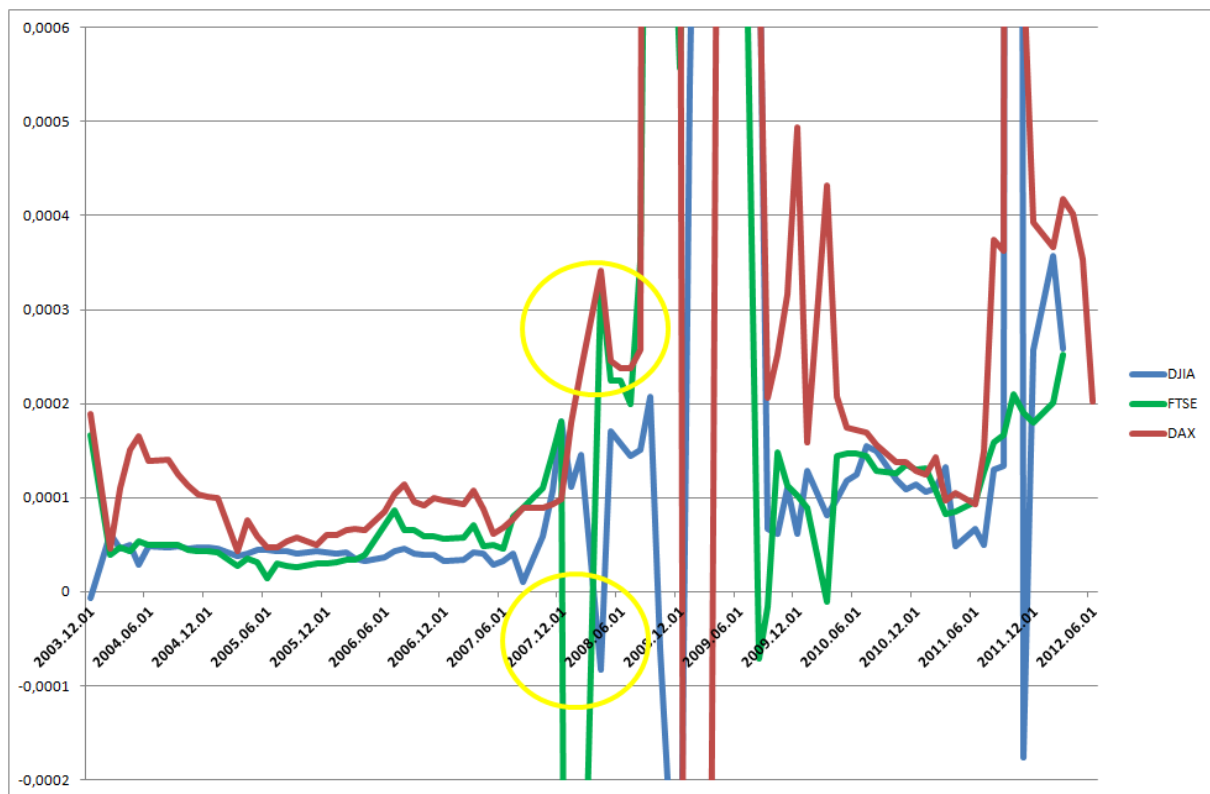


2.25 ábra: A(z) DAX index alakulása 2007. január 2-ától 2009. január 2-ig. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

Az előző két saját szerkesztésű ábra tanulsága, bár alapvetően nem mond ellent korábban tett megállapításunknak, miszerint a nullhipotézist elfogadtuk, mégis felhívja figyelmünket elemzésünk korlátjaira. Ez által a másodfajú hiba elkövetésének veszélyére. A 2.22 ábrán, ahol a NIKKEI 225 index alapján ábrázoltuk a feltétel nélküli variancia értékének alakulását, két szembe tűnő változást tapasztalunk az előző négy hasonló tartalmú ábrához képest. Először is azt látjuk, hogy a variancia egyszer már 2006 első felében is elveszítette stacionárius jellegét, másodszor pedig azt, hogy a második, a 2008 októberében bekövetkező zuhanást előre vetítő „figyelmeztetés” valamelyest később érkezett. Ezzel együtt az imént látottak nem cáfolják meg elemzésünk végkövetkeztetését: A feltétel nélküli variancia 2006 elején tapasztalt tartós növekedését, ugyanis éppúgy az árfolyamok nagymértékű esése követte, mint ahogy az később 2008 októberében „nagyban” is lejátszódott.

A 2.24 ábrán, ahol a DAX index alapján vizsgáltuk a kérdéses jelenséget, az eddigieknél jóval aggasztóbb eltéréseket figyelhetünk meg. Azt látjuk ugyanis, hogy a variancia mindvégig stacionárius marad. Bár a kockázat mértéke 2008 elejétől kezdve fokozatosan emelkedett, mégsem látunk olyan feltűnő és egyértelmű „vészjelzést”, ami egy minden eddigit felülmúló árfolyamesést elkerülhetővé tenne. Ráadásul, a 2008 januárjában történt, ugyancsak nagyon jelentős visszaesés a kockázati szint bármi nemű változása mellett ment végbe. Bár az imént látottak kétség kívül elbizonytalanítanak bennünket, elemzésünk alapvető mondanivalójában továbbra is biztosak vagyunk. Azt ugyanis nehéz volna állítani, hogy ez utóbbi esetben a variancia (kockázat) jellemző viselkedésének megváltozása ne jelezte volna a részvénypiaci árfolyam-zuhanás közeledtét. Ez esetben csupán e jelzés erőssége maradt el az eddig látottakétól. Azt láttuk tehát, hogy a DAX index esetében a kockázat kevésbé tekinthető olyan piaci körülménynek, melyre technikai elemzésünkben támaszkodhatnánk.

Vajon mi állhat ennek hátterében, milyen *fundamentális* tényezőkkel tudnánk alátámasztani előző észrevételünket? Ez utóbbi kérdésünk megválaszolásakor ugyancsak a grafikonelemzés módszerére támaszkodunk, hiszen tudjuk: sok esetben akár egy szemléletes ábra is sokat segíthet az elvont, ha úgy tetszik fundamentális, összefüggések megértésében.



2.26 ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása a vezető részvényindexek alapján. Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.



2.27 ábra: A(z) DJIA index alakulása az elmúlt öt év folyamán. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).



2. 28 ábra: A(z) DAX index alakulása az elmúlt öt év folyamán. Forrás: Yahoo! Finance (2012b).

Az előző oldalon látott ábrák tanúsága szerint az angolszász országok értéktőzsdéinek vezető indexei alapján számított variancia értékek minden vizsgált időszakban alacsonyabbak voltak, mint a DAX esetében. Ezzel teljes összhangban, a 2.27 és a 2.28 ábra összevetése alapján is megállapíthatjuk, hogy bár a kontinentális Európa vezető indexe alapvetően együtt mozog az amerikai benchmark indexszel¹⁸ (itt DJIA), kilengései jól láthatóan erőteljesebbek, élesebbek annál. A variancia valószínűsíthetően létező előrejelző ereje ezek szerint annál kisebb, minél nagyobb a vizsgált rendszer egészét jellemző, szisztematikus kockázat szintje. Mindez egybeesik az összehasonlító közgazdaságtan magyarázatával. Ezek szerint ugyanis az angolszász típusú gazdasági rendszerekben a részvényalapú finanszírozásnak jóval nagyobb jelentősége, hagyománya van, mint a kontinentális európai modellben, ahol inkább a hitelfinanszírozás meghatározó. Ez alapján nem meglepő tehát, hogy az angolszász országok befektetői jobban, alaposabban megtanulták a részvénytulajdonlással járó kockázatok kezelését. Továbbá az sem, hogy ezek a befektetők, nagyobb tapasztalatuk birtokában, jobban viselik a részvények birtoklásával járó kockázatokat. A kockázatkerülés viszonylag alacsonyabb szintje pedig a gyakorlatban úgy mutatkozik meg, hogy a befektetők csökkenő trend láttán is nehezebben veszítik el optimizmusukat, ezáltal nehezebben válnak meg papírjaiktól. Ez a fajta befektetői attitűd pedig összességében a piac nyugodtabb mozgását, így a rendszer szintű kockázat alacsonyabb szintjét eredményezi. (Szabó [2006])

Mindez még akkor is igaz, ha a befektetői optimizmus az egyes egyének szintjén sok esetben súlyos veszteségek formájában realizálódik. Előbbi észrevételünkre reflektálandó dolgozatunk második fejezetét André Kostolany, a tőzsdepszichológia nagy tudású mesterének idézetével zárjuk, aminek mondanivalóját a szöveget záró kitekintésben is igyekszünk szem előtt tartani.

„Köztudott, hogy a legtöbb befektető azért nem akar veszteséggel túladni a papírokon, mert nem akarnak veszteséget elkönyvelni.”¹⁹

¹⁸ Azért választottuk a Dow Jones Iparági Átlagot, mert a DAX-hoz hasonlóan az is csupán 30 vállalat részvényeit tartalmazza. Így az amerikai benchmark index kevésbé hektikus mozgása nem magyarázható az indexkosár bővebb tartalmával.

¹⁹ Kostolany, A. (2006): Több mint pénz és mohó vágy. Győr: Lexecon Kiadó. 89.o.

AZ ÖKONOMETRIAI MODELLEZÉS HATÁRAI

„A tapasztalat a legrangosabb diploma”

/André Kostolany/

3.1 A kockázati modellek kihívásai

A dolgozat előző fejezetében azt láttuk, hogy a GRACH modellre alapozott technikai elemzés valószínűsíthetően előre jelezhetette volna a részvénytőkepiaci árfolyamok 2008 őszi zuhanását. Felmerül bennünk a kérdés: Amennyiben megállapításunk helytálló, akkor a legmodernebb ökonometriai módszerek által támogatott kockázatkezelési modellek miért nem előzték meg a bajt? Dolgozatunk záró fejezetében érintőlegesen az iménti kérdésfelvetéssel foglalkozunk.

Eddigi tapasztalataink alapján azt látjuk, hogy a pénzügyi buborékok általában akkor szoktak kidurranni, amikor a piac fontos szereplői ráeszmélnek arra, hogy irreálisak az általuk tartott eszközök, így például a magas kamatozású bővlikötvények, vagy bizonyos derivatívák (pl. CDOk), árát meghatározó jövőbeni pénzáramok nagyságára vonatkozó várakozásaik. A valóság előbb utóbb természetesen visszavág, hogy visszaszerezze tekintélyét. Így történt ez 2008 őszén is az irracionális túlbujánzás időszakát követően. Azt is láthattuk, hogy az összeomlás jóval rövidebb időszak alatt ment végbe, mint ahogy a részvényárak növekedése megvalósult. Ez alapján megállapíthatjuk, hogy a piacon a félelem a legnagyobb erő. (Kostolany [1990])

Legyenek tehát bármennyire is bonyolultak kockázati és gazdasági modelljeink, ahhoz még mindig túlságosan egyszerűek, hogy a világgazdaságot irányító fontos változók teljes skáláját figyelembe vegyék. Ehhez ráadásul a magyarázó változók körébe azokat a nehezen mérhető, értelmezhető pszichológiai tényezőket is be kellene vonnunk, amik csak nagyon ritkán fejtik ki hatásukat, akkor viszont akár több éves trendeket képesek felülírni. A modell ugyanis nem más, mint a valóság fontos összefüggéseit leíró, következőképp bizonyos kevésbé fontosnak vélt részlettől eltekintő absztrakció. Sajnos azonban az ördög olykor tényleg a részletekben rejlik. Mindez a pénzügyi idősorokat jellemző leptokurtózis ismeretében hatványozottan is igaz. Ezzel szemben azt látjuk, hogy napjaink kockázati modelljei az esetek többségében a kockázatot érték (Value at Risk) elemzési rendszerét használják a varianciával szemben. Márpedig ez a kezdetleges kvantilis alapú kockázati mérték (Quantile-based Risk Measure) egyáltalán nem képes kezelni a vastag szélű eloszlások jellemző problémáját: Az empirikus hozameloszlás/veszteségeloszlás szélén lévő extrém értékek nagyobb relatív gyakorisággal fordulnak elő, mint a modellépítés alapjául szolgáló normális eloszlás esetében. Így az ún.

„farokesemények” bekövetkezésének gyakorisága és jelentősége a valóságban jóval nagyobb annál, mint ahogy azt a VaR alapú kockázati modellek jelzik. Bár az újabb kvantilis alapú kockázati mérőszámok, így például a feltételes kockázatot érték (**Conditional Value at Risk**) már sikerrel orvosolják az iménti problémát, azok széleskörű gyakorlati alkalmazása egyelőre várat magára. Annak ellenére, hogy a modellalkotásunkban általunk is használt variancia, egyéb gyengeségei okán²⁰, egyre inkább kiszorulni látszik a modern kockázatmenedzsment gyakorlatából, az előbbi problémát ugyanakkor sikerrel orvosolja. A variancia elméletén álló kockázati modell ugyanis a négyzetre emelés által „bünteti” a nagy előrejelzési hibával járó kiugró hozam-, illetve veszteségértékeket. Más kérdés, hogy az empirikus hozameloszlás csúcsossága, illetve jellemzően negatív (bal oldali) ferdesége esetén önmagában a variancia értéke sem jellemzi korrekt módon a szóban forgó befektetés kockázatosságát. (Dowd, K. – Blake D. [2006]) Portfoliószemléletben gondolkodva a probléma nagyon hasonló. A fellendülés idején a jól bevált megfigyelés érvényesül: a diverzifikáció csökkenti a nem szisztematikus kockázatot. A fellendülés időszakában a számítógépek csak úgy ontották a történelmi adatokat, és keresték a negatív korrelációt a kereskedésre alkalmas eszközök árai között. Arra utaló jelek után kutattak, hogy miként lehet a befektetési portfóliókat megkímélni a gazdaság kilengéseitől. Amikor ezeknek az eszközöknek az árai, ahelyett, hogy egymás mozgását ellensúlyozták volna, 2007. augusztus 9-én és azt követően egységesen esni kezdtek, minekután gyakorlatilag az összes kockázati tőke-besorolásban hatalmas veszteségek következtek be. (Greenspan [2009])

Ezzel együtt sem gondoljuk azt, hogy a kockázatmenedzsment és az ökonometria előrejelzés jelenlegi rendszere nem a valóságon alapul: A diverzifikáció előnyeire vonatkozó számítások kétségkívül helytállóak a kockázati modellekben, a részletes makro-ökonometria modellek alkalmazása pedig legalábbis fegyelmezettségre kényszeríti az előrejelzés készítőit. Az már egy másik kérdés, hogy vajon a reál-üzleti és pénzügyi ciklusokat ábrázoló modellek miért nem tudják kezelni azokat az ösztönös emberi reakciókat, amik hatására a piac az eufória állapotából hirtelen átlendül a félelem állapotába. Ez a fajta hullámvész ugyanis nemzedékről nemzedékre ismétlődik anélkül, hogy levonnánk belőle a szükséges tanulságokat. Láthatjuk, hogy a részvénypiaci buborék pontosan úgy fújódott fel és durrant ki ez alkalommal is, mint a XVIII. század elejétől bármikor, vagyis a modern piacok megjelenése óta minden válságos alkalommal. Sajnálatos módon ezeket az ösztönös reakciókat, amiket John Maynard Keynes „állati szellemnek” nevezett, mind a mai napi hajlamosak vagyunk egyszerűen irracionálisnak

²⁰ A variancia akkor és csak akkor megfelelő (koherens) kockázati mérték, amennyiben a hozameloszlás (veszteségeloszlás) szimmetrikus (elliptikus).

titulálni. Előrejelzéseink készítésekor talán nem azzal kellene foglalkoznunk, hogy valamely emberi reakció racionális-e vagy sem, hanem pusztán azzal, hogy az vajon megfigyelhető-e, és szisztematikus-e. Mindazonáltal, még ha sikerülne is beépítenünk modellünkbe az „állati szellem” alkalmas helyettesítő változóját, a válságok előrejelzése továbbra is problematikus volna. A strukturális törés ugyanis természetéből adódóan meglepetésszerűen következik be; a várt események nagy részét az arbitrázs folyamatok sikerrel elhárítják. Viszont ha úgy van, ahogy azt gyanítjuk, akkor az euforikus időszakokat kialakulásuk közben nagyon nehéz elnyomni, s addig nem is fognak összeomlani, amíg a spekulációs láz önmagától le nem csitul. A kockázatmenedzsment tehát csak olyan mértékben lehet képes meghosszabbítani a befektetői optimizmus időszakát, amilyen mértékben képes felismerni azt. A növekedési várakozások állandóságát jelentő tökéletességet azonban jó eséllyel soha nem fogjuk elérni. Előbb-utóbb minden módszer és erőfeszítés kudarcot vall majd, mégpedig akkor, amikor a nyugtalanító valóság kimutatja foga fehérjét és bekövetkezik a váratlan strukturális törés, amit ma úgy hívunk: válság. Mindez pedig ismét csak azt üzeni számunkra, hogy legyen bár a közgazdaságtan elméleti rendszere bármennyire is módszertani megalapozottságú, az általa vizsgált problémák továbbra is emberi, illetve társadalmi döntések alapján határozódnak meg. (Hámmori [1998])

„Csak egy társadalomtudomány létezik. Ami a közgazdaság-tudomány átható erejét adja, az, hogy analitikus kategóriáink – a szűkösség, a költségek, a preferenciák, a lehetőségek stb. – tényleg univerzálisan alkalmazhatók... A közgazdaság-tudomány ily módon valóban a társadalomtudomány egyetemes grammatikája. Az éremnek van azonban egy másik oldala is. Miközben a tudományos munkát az antropológiában, a szociológiában és hasonlóknak egyre kevésbé lehet megkülönböztetni a közgazdaságtantól, a közgazdászoknak más oldalról mind jobban fel kell figyelniük arra, hogy milyen mértékben korlátozza őket csőllátásuk az emberi természetnek és a társadalmi interakcióknak a megértésében.”²¹

²¹ Hirshleifer, J. (1985): The Expanding Domain of Economics. The American Economic Review, Vol. 75. No. 6. December. pp. 53-68.

IRODALOMJEGYZÉK

- Bessenyei István (1995): A gazdasági növekedés alapvető elméletei. Pécs, JPTE KTK.
- Bélyácz Iván (2009): Befektetési döntések megalapozása. Budapest, AULA Kiadó.
- Blanchard, O. (2009a): The State of Macro. *Annual Review of Economics*, Vol.1. No. 1., 1-20. pp.
- Blanchard, O. (2009b): Sustaining a Global Recovery. *Finance & Development*, Vol. 46. No. 3., 8-12. pp.
- Bollerslev, T. (1986): Generalised Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, Vol. 31. No. 3., 307-327. pp.
- Bródy András (2009): A pénz cseréje pénzre. Pénzbőség és pénzszűke. *Közgazdasági Szemle*, LVI. évf., 2009. december sz., 1110–1124. old.
- Brooks, C. (2002): Introductory econometrics for finance. Cambridge University Press.
- Darvas Zsolt (2004): Robert F. Engle és Clive W. J. Granger, a 2003. évi közgazdasági Nobel-díjasok. *Statisztikai Szemle*, 82. évf. 3. sz., 296-319. old.
- Darvas Zsolt (2005): Bevezetés az idősorelemzés fogalmaiba. (Kézirat) Budapest, Budapesti Corvinus Egyetem.
- Dowd, K. – Blake D. (2006): After VaR: The Theory, Estimation, and Insurance Applications of Quantile-Based Risk Measures. *The Journal of Risk and Insurance*, Vol. 73. No. 2., 193-229. pp
- Engle, R. F. (1982): Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, Vol. 50. No. 4., 987-1007. pp.
- Greene, W. H. (2003): Econometric Analysis. New Jersey, Prentice Hall.
- Greenspan, A. (2009): A zűrzavar kora. Kalandozások az új világban. Budapest, HVG Kiadó.
- Gujarati, D. (2004): Basic Econometrics. New York, The McGraw – Hill Companies.
- Hamilton, J. D. (1994): Time Series Analysis. New Jersey, Princeton University Press.
- Hámori Balázs (szerk.) (1998): Érzelemgazdaságtan. A közgazdasági elemzés kiterjesztése. Budapest, Kossuth Kiadó.

- Hirshleifer, J. (1985): The Expanding Domain of Economics. *The American Economic Review*, Vol. 75. No. 6. December. pp. 53-68.
- Holton, G. A. (2004): Defining Risk. *Financial Analysts Journal*, Vol. 60. No. 6., 19-25. pp.
- Hunyadi László (1994): Egységgyökök és tesztjeik. *Sigma*, 25. évf. 3. sz., 135-164. old.
- Hunyadi László (2001): Statisztikai következtetésemélet közgazdászoknak. Budapest, KSH.
- Jarque, C.M. – Bera, A.K. (1987): A Test for Normality of Observations and Regression Residuals. *International Statistical Review*, Vol. 55. No. 2., 163-172. pp.
- Király Júlia – Nagy Márton – Szabó E. Viktor (2008): Egy különleges eseménysorozat elemzése – a másodrendű jelzáloghitel-piaci válság és (hazai) következményei. *Közgazdasági Szemle*, LV. évf., 2008. július–augusztus sz., 573–621. old.
- Kostolany, A. (1990): A pénz és a tőzsde csodavilága. Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
- Kostolany, A. (2006): Több mint pénz és mohó vágy. Győr, Lexecon Kiadó.
- Maddala, G. S. (2004): Bevezetés az ökonometriába, Budapest, Nemzeti Tankönyvkiadó.
- Mayer-Foulkes, D. A. (2009): Long-Term Fundamentals of the 2008 Economic Crisis. *Global Economy Journal*, Vol. 9. Iss. 4, Art. 6.
- Mellár Tamás (2010): Válaszút előtt a makroökonómia? (Kézirat) PTE KTK.
- Mérő László (2007): Mindenki másképp egyforma. Budapest, Tericum Kiadó.
- Mundruczó György (1981): Alkalmazott regressziószámítás. Budapest, Akadémiai Kiadó.
- Pintér József – Rappai Gábor (szerk.) (2007): Statisztika. Pécs, PTE KTK.
- Rappai Gábor (2004): A hozam-idősorok természetéről. (In Vita L. (szerk.): Egy reneszánsz statisztikus.) Budapest, KSH.
- Rappai Gábor (2012): Bevezető pénzügyi ökonometria. (Kézirat) PTE KTK.
- Rappaport, A. (2002): A tulajdonosi érték: Útmutató vállalatvezetőknek és befektetőknek. Budapest, Alinea.
- Szabó Katalin (2006): Összehasonlító közgazdaságtan. Budapest, AULA Kiadó.
- Szegő, G. (2004): On the (Non)Acceptance of Innovations. In: Szegő, G. (ed): Risk Measures for the 21st Century. John Wiley & Sons.

- Taylor, S. J. (1986): Forecasting the Volatility of Currency Exchange Rates. *International Journal of Forecasting*, Vol. 3. No. 1., 159-170. pp.
- Varga József (2001): Pénz- és tőkepiaci idősorok sztochasztikus volatilitási modelljei. *Sigma*, 32. évf. 1-2. sz., 69-84. old.
- Varga József (2012): A sztochasztikus pénzügyi matematika alapjai. Valószínűség-elméleti alapok. (Kézirat) PTE KTK
- White, H. (1980): A Heteroskedasticity – Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity. *Econometrica*, Vol. 48. No. 4., 817-838. pp.
- Wold, H. (1938): A Study in the Analysis of Stationary Time Series. Stockholm, Almqvist and Wiksell.

- Bernanke, B. (2009): Reflections on a Year of Crisis. (Remark) Federal Reserve Bank of Kansas City's Annual Economic Symposium. Letöltve: <http://www.federalreserve.gov/newsevents/speech/bernanke20090821a.htm> 2012. november 4.
- Yahoo! Finance (2012a): Historical Prices. Letöltve: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=%5EDJA+Historical+Prices> 2012. október 27.
- Yahoo! Finance (2012b): Interactive Charts. Letöltve: <http://finance.yahoo.com/echarts?s=%5EDJA+Interactive#symbol=%5Edja;range=1y;compare=;indicator=volume;charttype=area;crosshair=on;ohlcvalues=0;logscale=off;source=undefined>; 2012. november 12.
- Yahoo! Finance (2012c): Quotes Summary. Letöltve: <http://finance.yahoo.com/q?s=%5ENYA> 2012. október 28.