

Nyugat-magyarországi Egyetem
Geoinformatikai Kar

Az Excel program lehetőségeinek bemutatása néhány matematikai geodéziai feladat megoldásán keresztül

Tudományos Diákköri Dolgozat

Konzulens:

dr. Bácsatyai László
egyetemi tanár

Készítette:

Szabó Ádám
Nappali tagozat
Földmérő és Földrendező
Mérnök BSc Szak
Földmérő szakirány

Székesfehérvár
2012

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
2. Az Excel tulajdonságai, lehetőségei:	2
2.1. Funkciók	2
2.1.1. Táblázatos jelleggel a főbb funkciók:	3
3. Felhasználhatósága a Geodéziában.	5
3.1. Mátrixokról és mátrixműveletekről:	9
3.2. Diagramok a geodéziában:.....	11
3.3. Hibakeresés	15
3.4. A feladatok megoldása során gyakran alkalmazott függvények:.....	17
4. A matematikai geodézi feladatok átfogó leírása.....	19
4.1.1. Geodézi feladatok leírása és ábrázolása gömbön és vetületben	19
4.1.2. Szintezési hálózat kiegyenlítése	19
4.1.3. Geoidkép meghatározása csillagászati szintezéssel.....	19
5. A feladatok bemutatása	20
5.1. 2.modul Geodézi feladatok leírása és ábrázolása gömbön és vetületben.....	20
5.2. 8.modul Szintezési hálózat kiegyenlítése.....	23
5.3. 11.modul Geoidkép meghatározása csillagászati szintezéssel.	25
6. Feladatok eredményei.	27
6.1. 2.modul	27
6.2. 8.modul	29
6.3. 11.modul	29
7. Matematikai szimulációval előállított alapadatok.	30
8. Összegzés	33
Irodalomjegyzék.....	34
Feladatkiírások:	34
Felhasznált irodalom:.....	34
Felhasznált online irodalom.....	34

1. Bevezetés

A feladatom matematikai geodéziai feladatok megoldása Excel program segítségével. A feladatokat a Vetülettan, Kiegyenlítő számítások, Felsőgeodézia tantárgy során megoldott feladatokból válogattam össze (mind a három tárgyból egy darabot).

A dolgozat teljes megértéséhez az olvasás mellett célszerű megnyitni a táblázatokat, ha ez nem lehetséges, akkor a mellékletek segítségével követni kell a leírtakat. Csak ebben az esetben lesznek érthetőek a képletekben használt hivatkozások.

A dolgozatban kitértem az Excel program alapvető tulajdonságaira, geodéziai felhasználhatóságára, a megoldandó feladatok rövid leírására, a feladatok megoldására, az eredmények összevetésére referencia adatokkal, végül alapadatok létrehozására.

A témából eredően a hangsúly az Excel program és a geodézia kapcsolatán van. Ez azt jelenti, hogy a elsődlegesen a program geodéziában alkalmazható lehetőségeit szerettem volna bemutatni, a feladatok megoldása csak ezen lehetőségek gyakorlati alkalmazása.

A feladatok elméleti hátterét nem taglalom, lévén nem ez a dolgozat lényege, ellenben az Excel ismertetése során az alapokkal is foglalkozom. Ennek oka, hogy a teljes megértéshez elengedhetetlen az alapvető funkciók ismerete, a függvények, cellák, képletek működése, a diagramok létrehozásának lépései.

2. Az Excel tulajdonságai, lehetőségei:¹

A Microsoft Excel rendelkezik mindazon alapvető funkciókkal, amelyekkel egy táblázatkezelőnek rendelkeznie kell. Egy cellarács minden alapja, számozott sorokkal és oszlopokkal. Az oszlopokat az angol ABC betűivel jelöli, A-tól egészen XFD-ig (16384db oszlop), a sorokat számokkal 1-től 1048576-ig. Leginkább statisztikai, tervezési, pénzügyi adatok kezelésére használják. Adatsorokat, hisztogramokat, diagramokat, sőt korlátozott 3D-s grafikus megjelenítéseket képes készíteni. Létezik programozási része is (VBA), ami lehetővé teszi a felhasználóknak, hogy különböző numerikus módszereket alkalmazzanak (differenciálegyenletek megoldása), sőt ezen számítások eredményéről jelentéseket is készíthetünk. A felület testreszabható, így komplett döntéstámogató rendszereket hozhatunk létre, saját interfésszel. Még ennél is bonyolultabb feladatokhoz is használható: készíthető olyan adatbázis, ami külső helyekről tölti fel magát (vagy frissíti), akár mérőműszerhez kapcsolva, így adva van, hogy akár a szakmánkban is kiválóan alkalmazható rendszereket hozunk létre ennek segítségével (mozgásvizsgálatok, mérnökgeodézia).

2.1.Funkciók



Az Excel fejléce 3 nagyobb részre tagolódik (a legtöbb funkció módosítható, eltüntethető, így ezeknek az elhelyezkedése is változhat, én most az alapesetet mutatnám be). Bal felső sarokban a gyorselérési eszköztár található, mely bővíthető az általunk gyakran használt funkciókkal. Középen a dokumentum neve látható, a jobb felső sarokban a szokásos Windows ikonok: tálcára helyezés, teljes képernyő (kis méret), kilépés.

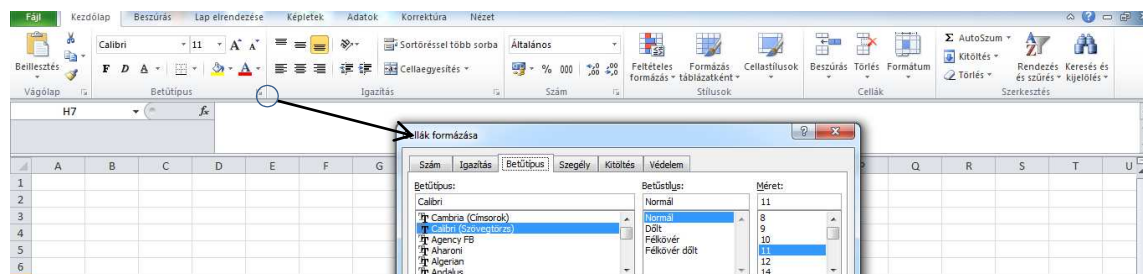
¹ http://en.wikipedia.org/wiki/Microsoft_Excel



A következő sávban találhatjuk a 2007-es verzió nagy újítását, a szalagos megoldást. Nem lenyíló menük és eszköztárak vannak, hanem a fontosabb funkciókat tematikusan elkülönítve fülekbe rendezik. Ráadásul ezek rugalmasak, például, ha egy képre kattintunk, akkor megjelenik a képszerkesztéssel kapcsolatos fül is.



Ahogy ezekre a fülekre kattintunk, előjönnek az adott csoportba sorolt lehetőségeink. Természetesen hely hiányában nem az összes opció jelenik meg, hanem az alul lévő fülek „kibontják” az adott részt és innentől elérhető minden funkció.



1. ábra Fejlés felépítés

2.1.1. Táblázatos jelleggel a főbb funkciók:

A táblázati felsorolásból látszik, hogy az Excel rendkívül sokrétű és felhasználóbarát funkcióval rendelkező program. Az is kitűnhet, hogy nem feltétlen a mérnöki szakmáknak fejlesztették, de a tulajdonságait hamar felismerve, és a lehetőségeket számba véve ezen a területen is gyorsan elterjedt az alkalmazása.

Kezdőlap	Vágólap	Műveletek, kezelés, formátummásoló
	Betűtípus	Méret, típus, formázás
	Igazítás	Cellákon belüli helyzet
	Szám	Cellákon belüli adatok formátuma
	Stílus	Formázási stílusok, feltételes formázás
	Cella	Beszúrás, törlés, méretek (formátum)
	Szerkesztés	Rendezés, szűrés, keresés
Beszúrás	Táblázatok	Kimutatás, táblázat
	Ábrák	Ábrák, képek
	Diagramok	Különböző típusú diagramok
	Értékgörbék	Cellákba illeszthető értékgörbék
	Szűrő	Adatok interaktív szűrése
	Hivatkozás	Hivatkozások kezelése
	Szöveg	Szövegdoz, élőfej, élőláb
Lap elrendezés	Szimbólum	Egyenletek, szimbólumok
	Témák	Témák, színek, effektusok
	Oldalbeállítás	Margó, tájolás, méret, töréspontok, háttér
	Papírméretnyi	Papírméret, cellaszélesség, magasság
	Munkalap-beállítások	Munkalapon megjelenő kiegészítő információk
Képletek	Elrendezés	Objektumok előre, hátra hozása, csoportosítás, igazítás
	Függvénytár	Függvénytípusok
	Definiált nevek	Nevek definiálása
	Képletvizsgálat	Elődök, utódok, képletek, hibaelLENŐRZÉS
Adatok	Számítás	Számítás beállításai
	Külső adatok átvétele	Egyéb helyről származó adatok átvétele
	Kapcsolatok	Adatkapcsolatok megjelenítése, kezelése
	Rendezés és szűrés	Adatok rendezése, szűrése
	Adateszközök	Szövegek oszlopokká konverziója, érvényesség megadása, összesítés
Korrektúra	Tagolás	Csoportosítás és ennek beállításai
	Nyelvi ellenőrzés	Helyesírás ellenőrzés, szinonimaszótár
	Nyelv	Fordítási lehetőségek
	Megjegyzések	Megjegyzések beszúrása, kezelése, széljegyzetek
Nézet	Változások	Védelmek, változások követése
	Munkafüzetek	Különböző nézet beállítások
	Megjelenítés	Kiegészítő, segítő lehetőségek beállítása
	Nagyítás	Méret növelés, csökkentés
	Ablak	Ablakok kezelése, felosztása, elrendezése
	Makrók	Makró készítés, kezelés

3. Felhasználhatósága a Geodéziában.

Saját tapasztalataim szerint rendkívül összetett munkára alkalmas ez a program. Mivel az alapkonceptiója rendkívül egyszerű, így aki a matematikai, geometriai alapokkal tisztában van, az úgy is használhatja, mint egy számológépet. Persze ennél jóval többre képes, de még ebben az esetben is van egy hatalmas előnye. Az a lehetősége, hogy hivatkozásokkal dolgozik a program, nagyon megkönnyíti egy egyszerű számítás véghezvitelét. Nem feltétlenül maga a számítás folyamata egyszerűsödik le (sőt legtöbb esetben talán a számológép még egyszerűbb is például a számunkra oly fontos szögekkel való műveletek itt kissé nehezebbek), hanem a hibakeresés, vagy javítás.

Nézzünk egy egyszerű tájékozást. Ha számológéppel, vagy akár kézzel számolunk és elgépeztünk egy alapadatot (távolságot, irányértéket), ennek hibája csak tájékozási szög számításánál derül ki, vagy még ott sem. Majd megtalálni, melyik a hibás érték, az is külön kihívás. A program lehetőséget ad a hivatkozások vizuális formában való követésére (elődök mutatása), ami a hibakeresést megkönnyíti. Átírva a megfelelő kiinduló adatot, a végeredmény valós időben módosul a helyes értékre.

Persze mondhatjuk, hogy egy jobb programozható számológéppel talán ez is megoldható, vagy kellő gyakorlattal a számítás sebessége ebben az esetben nem tér el kirívóan, de ott van az az eset, amikor komplex, összetett feladatokat kell megoldani, akár több munkafüzeten dolgozva, több száz kiinduló adattal, részeredményekkel. Ekkor már igazán kitűnik a program igazi felhasználóbarát volta.

Ki kell térni arra is, hogy az adatokat, amiket kiszámítottunk (koordináták), meg is jeleníthetjük a programban, persze eléggé egyszerűsített formában, de a hibakeresés szempontjából a beépített diagramkészítő elégségesen alkalmazható.

Jómagam az összes számítási feladatot ilyen módszerrel oldottam meg és nincs kétségem afelől, hogy talán egy kicsit egyszerűbb dolgom volt, mint társaimnak. Egyetlen negatívumot tudok felhozni a felhasználás ellen. Ez akkor fordul elő, ha úgy szeretnénk egy példát megoldani, hogy a kiinduló adatok helyére bármit beírva (persze bizonyos korlátok között) is kiadjon helyes eredményt. Ekkor, sajnos, már nem csak számológépként kell használni, hanem be kell építeni különféle vizsgálatokat, kivételek kezelésére alkalmazható szabályokat.

Vegyünk például a távolság és irányszög számítását két adott koordinátájú pont esetén. Ez egy alapfeladat, amivel rengeteg helyen találkozunk, ezért is építették be a számológépekbe is ennek az egyszerű kiszámítását. Ennek a számolása Excellel egy olyan kihívás volt elsőre, ami megszerettette velem a programot.

Kiinduló adatként vegyük az adott pontok koordinátáit: kezdőpontként $A(y_1; x_1)$, végpontként $B(y_2; x_2)$. Képezzük a különbségüket úgy, hogy a végpont koordinátáiból vonjuk ki a kezdőpont koordinátáit:

$$\Delta y = y_2 - y_1 \quad \Delta x = x_2 - x_1$$

Megtanultuk, hogy a két pont távolsága: $t_{AB} = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}$

Az A-ról B-re mutató irányszög kiszámítása kissé bonyolultabb, mert a geodéziában a szögek 0° - 360° közé esnek, ezért csak a főértéket kapjuk meg az alapképlettel. „Főérték alatt a szöget értjük, aminek függvényértéke abszolút értelemben megegyezik az irányszög szögfüggvényének abszolút értékével”². Jelöljük ezt a szöget α -val.

Az irányszögszámítás alapképlete: $\delta_{AB} = \tan^{-1} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Főérték számítása: $\alpha_{AB} = \tan^{-1} \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right|$

Miután megkaptuk a főértéket, a Δy , Δx értékek előjele alapján kellett következtetni az irányértékekre. Ha mindkettő előjele pozitív, $\delta_{AB} = \alpha_{AB}$ ha csak Δy pozitív, akkor $\delta_{AB} = 180^\circ - \alpha_{AB}$, ha csak Δx pozitív $\delta_{AB} = 360^\circ - \alpha_{AB}$, ha mindkettő negatív $\delta_{AB} = 180^\circ + \alpha_{AB}$. Ezt fejben könnyedén el lehet végezni és meghatározható a végleges irányszög.

Ha Excellel számítunk, mehetünk az egyszerűbb úton és mondhatjuk, hogy ismerjük az előjeleket és egy konstans értékkel változtatjuk az α -t. De ha nem akarjuk ezt a megoldást, akkor minden vizsgálatot be kell építeni a számítandó cellába. Itt kerülünk szembe azzal a problémával, hogy programozói szemlélet kell a feladatok ilyen úton való megoldásához, és nem utolsó sorban értenünk kell, mit csinálunk, mik a matematikai, geometriai, geodéziai feltételei egy-egy feladat megoldásának.

² [GEODÉZIA I jegyzet](#)

A két pont távolsága Excel függvénnyel:

=GYÖK((D9-D8)^2+(E9-E8)^2)**

Végpont irányszöge Excel függvénnyel:

=HA((D8=D9=IGAZ)*ÉS(D8=E9=IGAZ)*ÉS(D8=E8=IGAZ);"K=V";HA(D8=D9;HA(E8>E9;180;0);HA(E8=E9;HA(D8>D9;270;90);HA((D9-D8)>0;HA((E9-E8)>0;FOK(ARCTAN(ABS((D9-D8))/ABS((E9-E8)))));180-FOK(ARCTAN(ABS((D9-D8))/ABS((E9-E8)))));HA((E9-E8)<0;180+FOK(ARCTAN(ABS((D9-D8))/ABS((E9-E8)))));360-FOK(ARCTAN(ABS((D9-D8))/ABS((E9-E8))))))**

** (D8=y₁ D9=y₂ E8=x₁ E9=x₂ az előző jelölésekkel)

Látjuk, hogy első esetben csak formailag különbözik a kézi megoldástól, de lényegében ugyanaz. Az irányszögnél jönnek elő azok a problémák, amiket számítások fejben egyszerű eldönteni, de itt vizsgálatok beiktatásával lehet csak megoldani. Ha elemezzük ezt a függvényt, akkor látható, hogy többszörösen egymásba ágyazott, és a HA függvény hozza meg helyettünk a döntést.

Sorrendisége: megnézzük, hogy a két pont koordinátája nem egyezik-e meg, ha igen, akkor K=V (kezdőpont=végponttal), ha nem, akkor eldöntjük, hogy az y koordináták egyeznek-e, és ha igen, akkor 180° vagy 0° értéket kell-e kapnunk (0°=360° csak 0-val egyszerűbb számolni). Ezután vizsgáljuk az utolsó „speciális” esetet, hogy az x koordinátákkal mi a helyzet. Egyezés esetén itt is két megoldás lehetséges. 90° vagy 270° lehet a megoldás. Ha egyik sem lehetséges az előbb felsorolt végkimenetek közül, akkor következik a főértékek átszámítása a megfelelő szög negyedbe, így végeredménynek helyes irányszöget kapunk.

Itt szeretném még megjegyezni a szögekkel kapcsolatos kisebb problémát. A geodézia 3 módon használja fel a szögeket:

- 360-as fokrendszerben kapjuk meg általában a kiinduló adatokat, és ezeket várják el eredményként pl.: $60^{\circ}45'30''$
- egyszerű számításokhoz viszont a legkézenfekvőbb az egész fok kiírása további tizedes jegyekkel (Excelben én ezt használom, és csak a könnyebb átláthatóság kedvéért iratom ki 360-as rendszerben) pl.: $60,7583^{\circ}$
- viszont az Excel analitikus szögegységben (radiánban) számolja a szögfüggvényeket pl.: 1,06043

Tehát minden esetben, mikor kapunk alapadatnak valami szöget 360-as rendszerben, a saját munkánk megkönnyítése érdekében célszerű átváltani tizedfokos rendszerbe, és ahol kell egy RADIÁN, majd a továbbiakban egy FOK függvényt beiktatni.

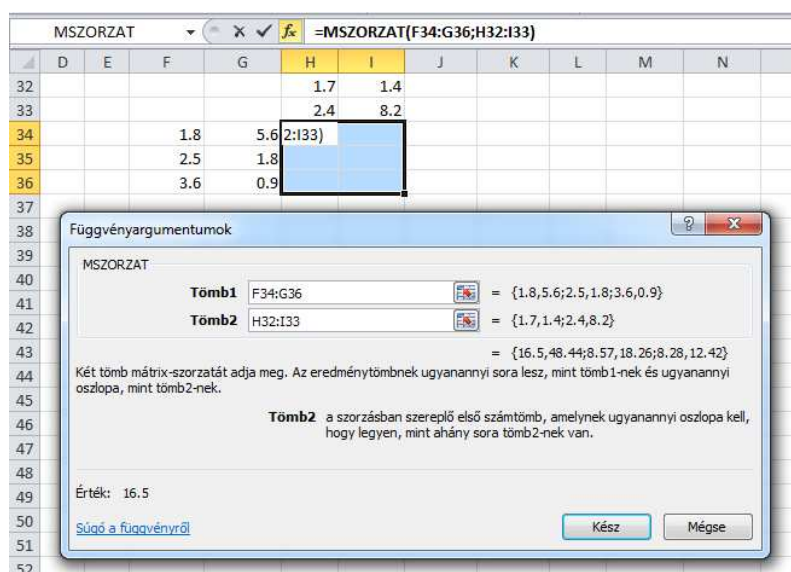
3.1.Mátrixokról és mátrixműveletekről:

Az Excel nem csak cellánként képes az adatokat kezelni, hanem tömbként is (pl: A1:B2 jelenti az A1,A2,B1,B2 cellákat). Legegyszerűbb példa a SZUM függvény használata. Mindkét esetben ugyanazokat a számokat adjuk meg, csak az első esetben egyesével számolunk, másodikkál tömbként. Az eredmény ugyanaz, csak a képlet más:

1	1
2	2
3	3
=SZUM(F32;F33;F34)	=SZUM(G32;G34)

Ezt bonyolíthatjuk is, hiszen adhatunk meg több tömböt, vagy keverve tömböket, cellákat is.

Ennek a lehetőségnek segítségével az Excel a mátrixokat is kiválóan képes kezelni. Kicsit körülményes a mátrix függvények használata. Első lépésként ki kell jelölni a végeredmény mátrix méretének megfelelő cellatartományt. Ezt kénytelenek vagyunk fejben elvégezni a mátrixszámítás során tanultak alapján. Majd az  (fx) ikonra kattintva előhozhatjuk a függvényvarázslót. Itt megadva a kívánt mátrix függvényt, kijelölhetjük a megfelelő argumentumokat. Itt nagyon kell figyelni azokra a kötelező szabályokra, melyek a mátrixműveleteknél előjöhetnek. (pl: mátrixok szorzata csak úgy lehetséges, ha az első mátrix oszlopainak száma megegyezik a második mátrix sorainak számával).



2. ábra Mátrixok használata

Miután ezzel megvolnánk, F2-t nyomunk majd CTR+SHIFT+ENTER-t. Innentől kezdve a végeredmény cellatartomány egy egységként kezelhető. Nem lehet a cellákat egyesével módosítani, áthelyezni, mert tömbreszként vannak jelen. Természetesen a mátrixfüggvényeket is lehetőségünk van egymásba ágyazni.

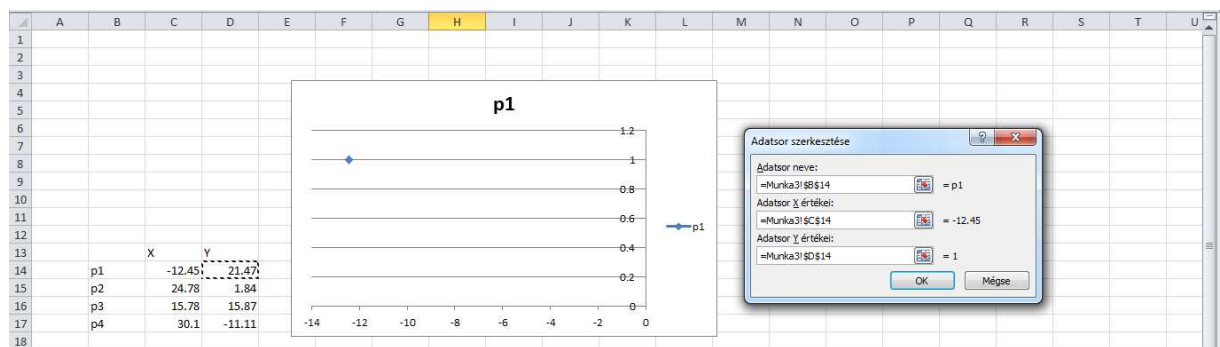
Ilyen esetekben fokozottan kell figyelni a végeredmény tartomány alakjára:

MSZORZAT ✖ ✓ <i>f_x</i> =transzponálás(mszorzat(F34:G36;H32:I33))									
	D	E	F	G	H	I	J	K	L
29									
30									
31									
32					1.7	1.4			
33					2.4	8.2			
34			1.8	5.6	16.5	48.44			
35			2.5	1.8	8.57	18.26			
36			3.6	0.9	8.28	12.42			
37									

3. ábra Egymásba ágyazott mátrixok

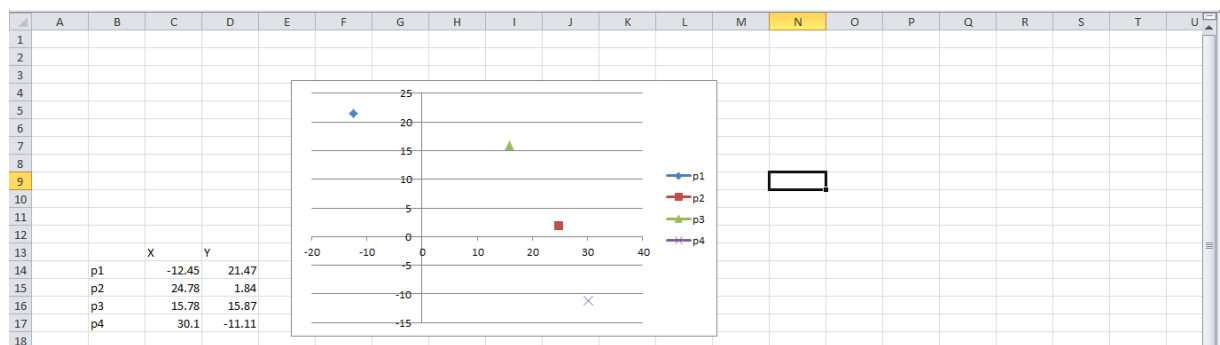
3.2. Diagrammok a geodéziában:

A beépített diagramvarázsló kiválóan alkalmas néhány geodéziai feladat ábrázolására is, mivel koordinátákkal dolgozunk, legtöbbször 2 dimenzióban. Erre a célra kiválóan megfelel bármely pontdiagram, de ha össze is kívánjuk kötni, célszerűbb elsőre a „pont vonalakkal és jelölőkkel” nevűt választani. A rétegszemléletű gondolkodás itt is célravezető lehet, mert így gondolkodva, megkíméljük magunkat több későbbi problémától. Persze ez elég sok plusz munkával jár, de jóval látványosabb és szebben formázott állományokat hozhatunk létre. Első lépésként mindig célszerű behívni a pontokat. Ha a későbbiekben szükségünk lesz a pontszámok megjelenítésére is, akkor kénytelenek vagyunk a következő lépések szerint cselekedni. Beszúrás-> Diagramok-> Pont-> vonalakkal és jelölőkkel-> (Diagrameszközök-> Tervezés->) Adatok kijelölése-> Hozzáadás, majd egyesével minden pontszámot, koordinátát.



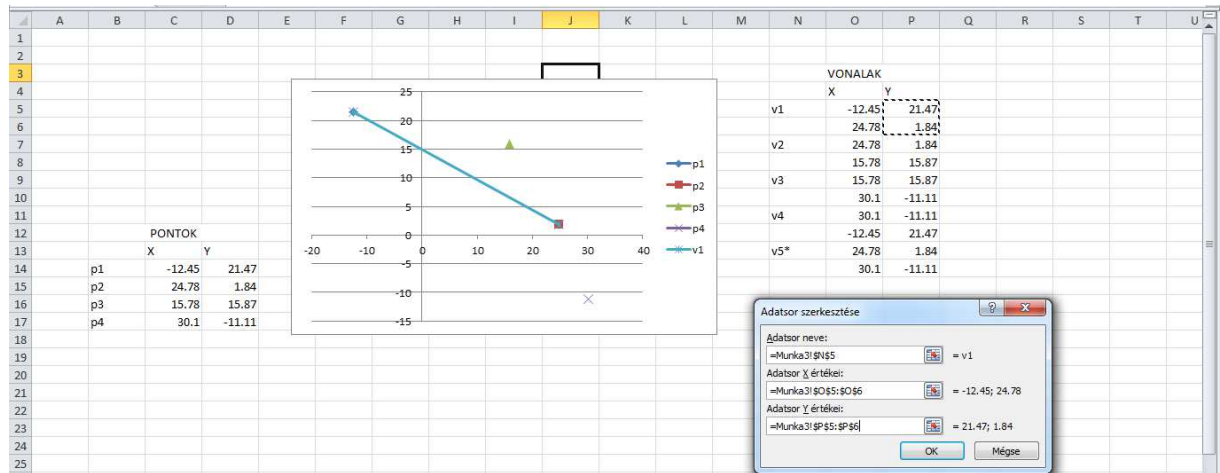
4. ábra Diagramszerkesztés I.

Végeredményként meg lesznek a pontjaink jelenítve. Fontos, hogy figyeljünk a koordinátatengelyekre, mert itt a geodéziai helyett a matematikában megszokott jelölések vannak. Most nem a geodéziai jelölést használom.

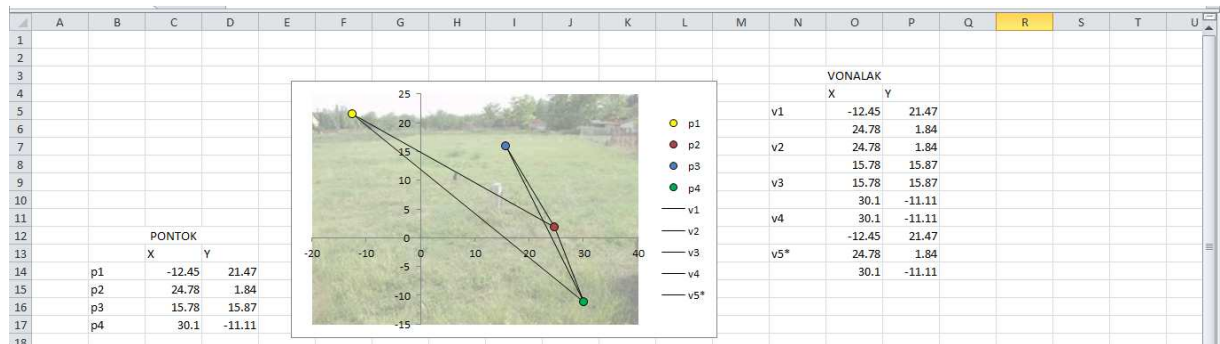


5. ábra Diagramszerkesztés II.

Ha össze kívánjuk kötni a pontokat, akkor kénytelenek vagyunk tömbként behívni őket. Amennyiben sorban egy sokszög mentén haladunk, megtehetjük, hogy az első pontot utolsóként is behívva az egészet egyben kezeljük, de ugyancsak formázási, hibakeresési okokból pontpáronként javaslom a vonalak kezelését. Ehhez nincs más dolgunk, mint hivatkozásokkal létrehozni a vonalakat, lebontva kezdő és végpontra.

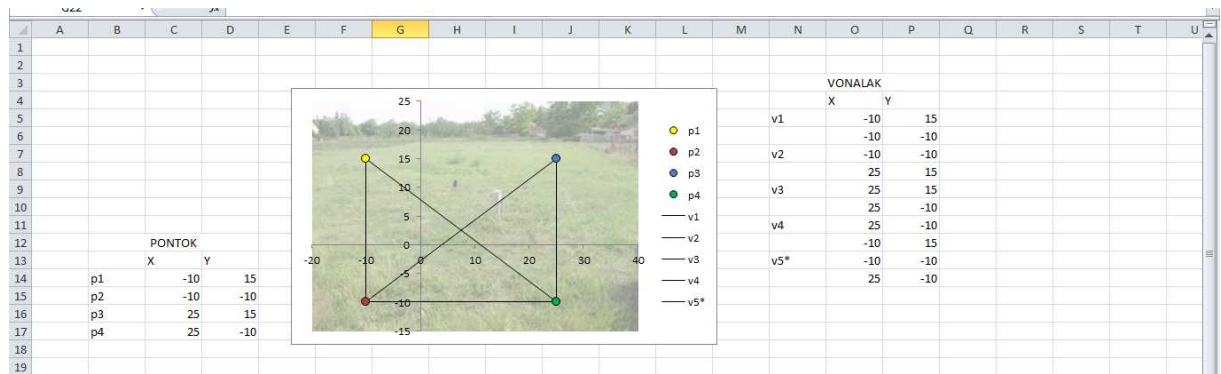


6. ábra Diagramszerkesztés III.



7. ábra Diagramszerkesztés IV.

A háttérbe behívhatunk képeket, mint egy raszteres állományt, így téve még látványosabbá az alkalmazást. Megadhatunk átfedési értékeket, a tengelyek metszéspontjait testre szabhatjuk, így „lekötve” a diagramot.



8. ábra Diagramszerkesztés V.

Ha készen vagyunk, már csak a formázást kell elvégezni. Színekkel, vonaltípusokkal, jelölőkkel, nyilakkal, lehet az ábrát megfelelő és esztétikus módon elkészíteni. Rendkívül hasznos és kényelmes megoldás a hivatkozások használata, mert így bármilyen adatváltozásról valós időben grafikusán is meggyőződhetünk.

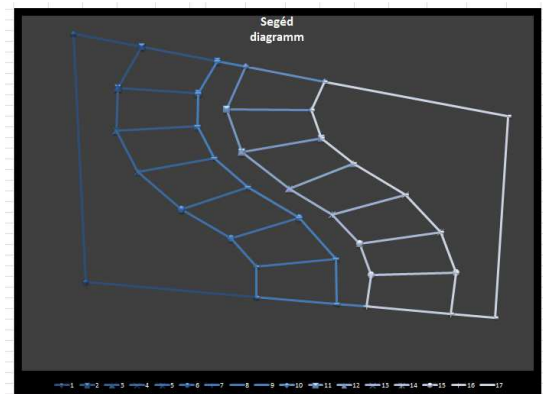
Két saját készítésű példán talán jobban lehet szemléltetni a bemutatottak hasznosságát. Ezeket a diagramokat Nagyméretarányú térképezés II. tantárgy keretein belül készítettem. Fő céljuk az esetleges hibák kiszűrése, rosszul számított pontok kimutatása, és a teljes alakzat egyben, grafikusán, valós időben változtathatóan való szemlélése.

A feladat kiszámításához egy n változó érték volt megadva, ezt változtattam.

1. esetben



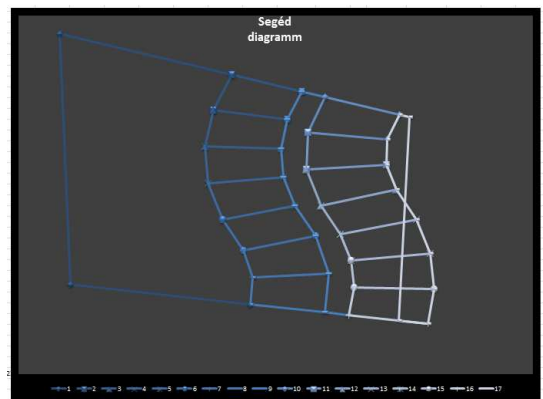
24 (saját értékem)



15

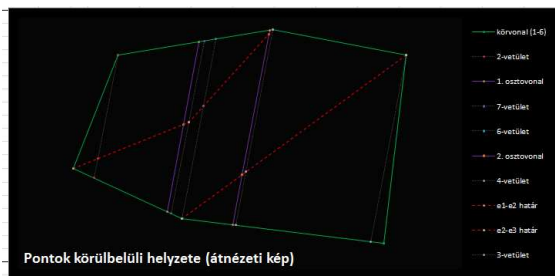


-20

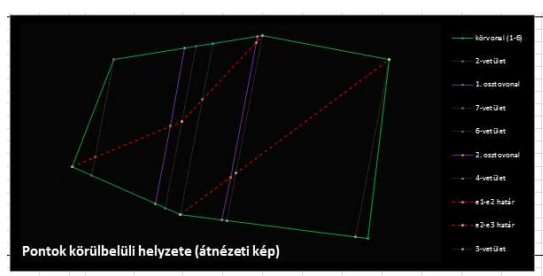


120

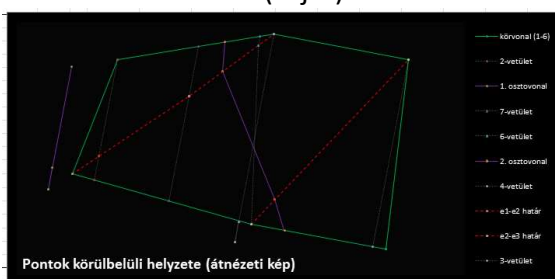
2. esetben



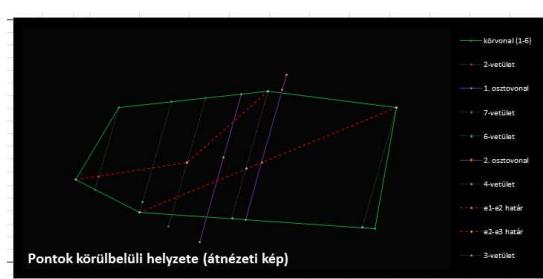
24 (saját)



15



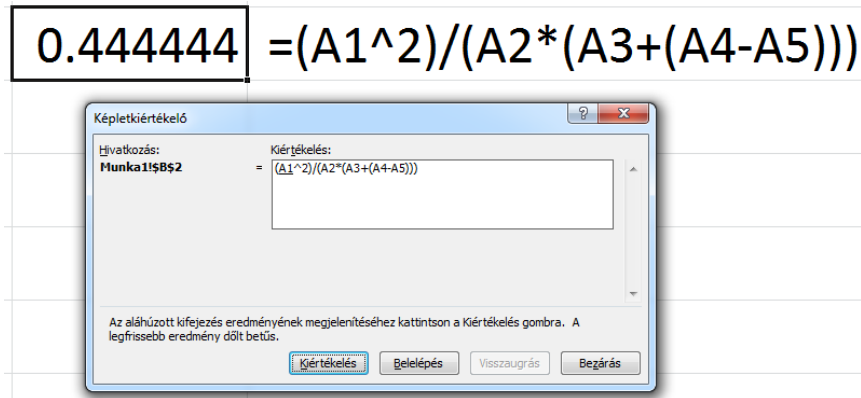
-100



100

3.3.Hibakeresés

Több funkció is segítségünkre lehet a hibakeresésben. Egy bonyolultabb képlet esetén hasznos lehet az a beépített funkció, amit képletkiértékelésnek nevezünk.

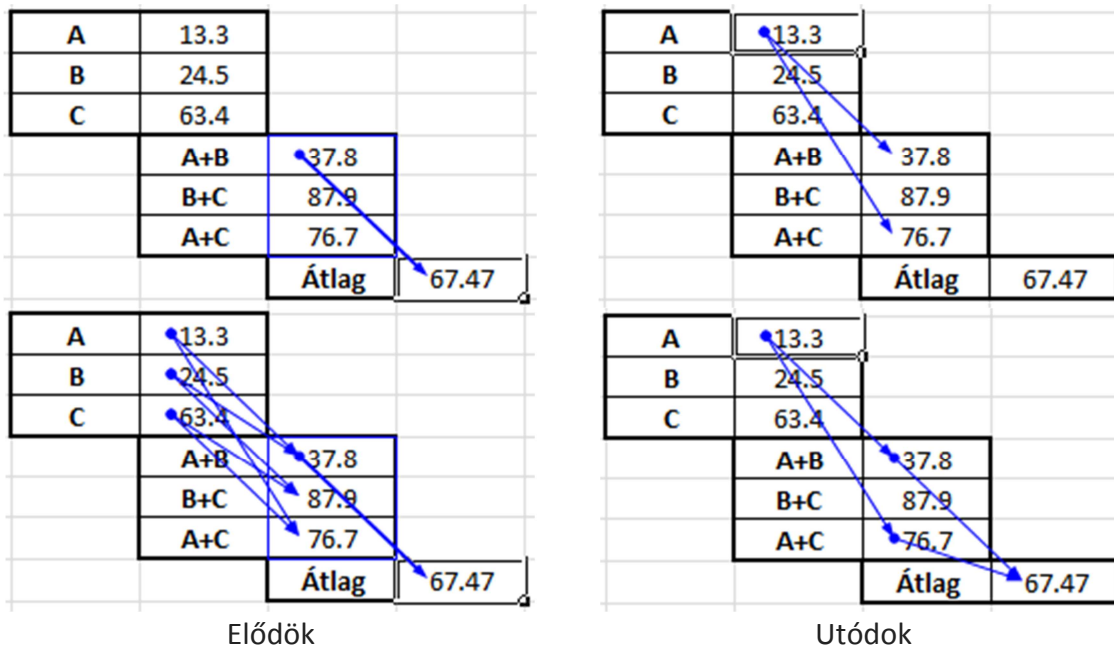


9. ábra Képletkiértékelő

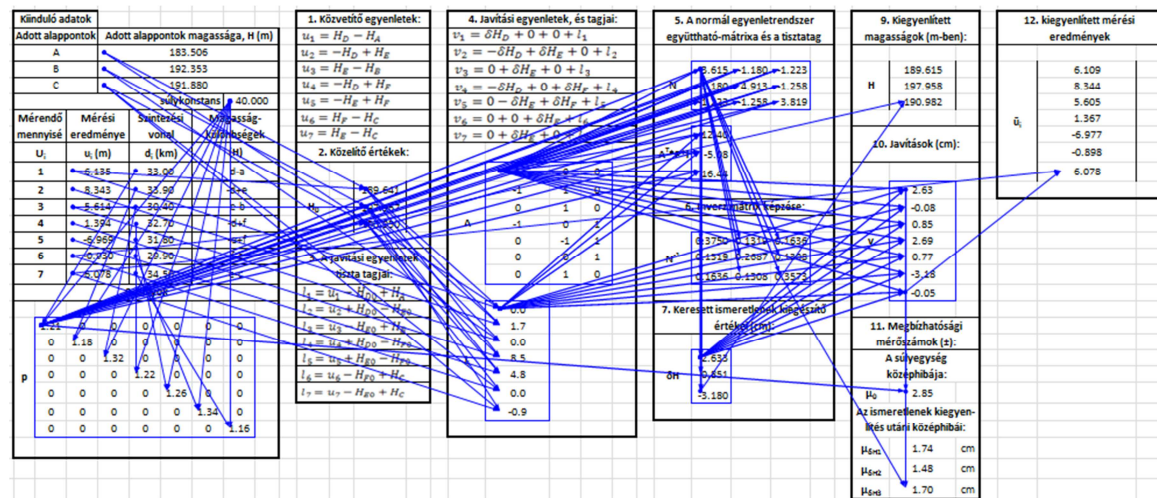
A kiértékelés gombra kattintva végig lehet követni az egész számítást lépésről-lépésre. Különösen hasznos, ha nem vagyunk biztosak a műveletek sorrendiségében, vagy a zárójelek mennyisége összezavar minket.

Amennyiben kapunk egy véleményünk szerint hibás adatot, a részeredmények birtokában végigkövethetjük a számítás lépéseit visszafelé haladva, hogy megkereshessük, hol az eltérés. Ezt a funkciót az elődök mutatása segítségével érhetjük el. Ha arra vagyunk kíváncsiak, hogy egy érték változása melyik utána következő számra hat, az utódok mutatása adhat segítséget.

Egy példán keresztül bemutatom mindkét funkciót:



Természetesen vannak esetek, amikor a hivatkozások láncolata grafikusán már nem könnyen értelmezhető eredményt ad.



10. ábra Képletvizsgálat

3.4.A feladatok megoldása során gyakran alkalmazott függvények:

KEREKÍTÉS (szám; mennyi számjegyre kerekítsen)	Számítja a szám kerekített értékét adott számjegyre, 0-nál egészre, negatív számnál a tizedesponttól balra.
KEREK.LE (szám; mennyi számjegyre kerekítsen)	Számot lefelé (0 felé) kerekíti a számjegyekre ugyanaz a szabály, mint a KEREKÍTÉS függvényénél.
SIN ()	Egy radiánban megadott szög szinuszát számítja ki.
RADIÁN ()	Egy fokban (tizedfokban) megadott szög értékét számítja át radiánba.
COS ()	Egy radiánban megadott szög koszinuszát számítja ki.
GYÖK ()	Egy szám négyzetgyökét számítja ki
FOK ()	Egy szám radiánban adott értékét fokba (tizedfokba) számítja át
ARCCOS ()	Egy szám arkusz koszinusz értékét számítja ki radiánban (0-PI tartományban)
ARCSIN ()	Egy szám arkusz szinusz értékét számítja ki radiánban (-PI/2 – PI/2 tartományban)
HA (logikai vizsgálat; érték igaz esetén; érték hamis esetén)	Egy feltétel alapján dönt, hogy igaz, vagy hamis az érték, majd ennek megfelelően cselekszik. Függvényargumentumok: • logikai vizsgálat: olyan érték mely lehet igaz vagy hamis • érték igaz esetén: amennyiben az előző igaz ezt az értéket írja ki • érték hamis esetén: amennyiben az előző hamis ezt az értéket írja ki
PI ()	A Pi értékét adja meg 15 jegy élességgel. (nincs argumentuma)
SZUM ()	Az argumentumban lévő számokat összeadja (lehetnek cellatartományok, de cellák is). Maximum 255 argumentum lehet egyesével kijelölve.
MSZORZAT ()	Két tömb mátrix szorzatát adja eredményül. A kapott cellatartománynak ugyanannyi sora lesz, mint az első mátrixnak és ugyanannyi sora, mint a másodiknak. Az argumentumoknál úgy kell megadni a két tömböt, hogy az elsőnek ugyanannyi oszlopa legyen, mint a másodiknak ahány sora.
TRANSZPONÁLÁS ()	A megadott tartományt transzponálja. Felcseréli az oszlopokat a sorokkal.
ABS ()	Egy szám abszolút értékét adja eredményül.
INVERZ.MÁTRIX ()	Egy tömbben lévő mátrix inverz mátrixát adja eredményül. Csak négyzetes lehet a mátrix.
MAX ()	Egy tartományban, vagy bizonyos számok közül a legnagyobbat adja meg eredményül.
MIN ()	Egy tartományban, vagy bizonyos számok közül a legkisebbet adja meg eredményül.

Fontos megjegyezni, hogy a függvények mellett képleteket is alkalmazhatunk. Ezekben a következő alapműveleteket végezhetjük el (elvégzés sorrendje egyezik a matematikában tanultakkal): hatványozás (^), szorzás (*), osztás (/), összeadás (+), kivonás (-). A sorrendiség zárójelekkel tetszőlegesen változtatható. Minden képlet, függvény, hivatkozás egyenlőség jellel (=) kezdődik. A hivatkozásoknak 3 fajtája lehetséges:

- relatív esetén a hivatkozó cellával együtt „mozog” a hivatkozott cella (A1)
- abszolút esetén a hivatkozott cella le lesz „kötve” a továbbiakban (\$A\$1)
- vegyes esetben csak adott irányban „mozog” a hivatkozás (\$A1 csak vízszintesen; A\$1 csak függőlegesen)

A hivatkozó cellákat másolva () a következőket kaphatjuk:

	A	B	C	D	E	F	G		A	B	C	D	E	F	G	H
1	11	21	31						1	11	21	31				
2	12	22	32						2	12	22	32				
3	13	23	33						3	13	23	33				
4									4							
5									5							
6	relatív				abszolút				6	relatív				abszolút		
7	11	21	31		11	11	11		7	=A1	=B1	=C1		=\$A\$1	=\$A\$1	=\$A\$1
8	12	22	32		11	11	11		8	=A2	=B2	=C2		=\$A\$1	=\$A\$1	=\$A\$1
9	13	23	33		11	11	11		9	=A3	=B3	=C3		=\$A\$1	=\$A\$1	=\$A\$1
10									10							
11	vegyes				vegyes				11	vegyes				vegyes		
12	11	11	11		11	21	31		12	=\$A1	=\$A1	=\$A1		=A\$1	=B\$1	=C\$1
13	12	12	12		11	21	31		13	=\$A2	=\$A2	=\$A2		=A\$1	=B\$1	=C\$1
14	13	13	13		11	21	31		14	=\$A3	=\$A3	=\$A3		=A\$1	=B\$1	=C\$1

Az alapműveletekre egy egyszerű példa:

	A	B	C
1	2	4.333333	=A1^2/A2*A3+A4-A5
2	3	0.444444	=(A1^2)/(A2*(A3+(A4-A5)))
3	4		
4	5		
5	6		

11. ábra Alapműveletek

Első esetben: hatványozás, osztás, szorzás, összeadás, kivonás. Második esetben hatványozás, kivonás, összeadás, szorzás, osztás.

4. A matematikai geodéziai feladatok átfogó leírása

A feladatok általam használt pontos leírása megtalálható az alábbi weboldalon a Matematikai geodéziai számítások moduljaiban. Ezek a feladatok a NYME-GEO Vetülettan, Kiegyenlítő számítások, Felsőgeodézia tantárgyaiban szerepelnek és kiinduló adatoknak a példafeladat adatait használom fel.³

4.1.1. Geodéziai vonal és ábrázolása gömbön és vetületben

A feladat számítási része, hogy egy adott pontból kiinduló adott azimuttal rendelkező gömbi geodéziai vonalat meghatározzunk. Ezt legjegyszerűbben úgy oldhatjuk meg, hogy a vonal kitüntetett pontjainak földrajzi koordinátáit számítjuk ki. A számított pontokat ábrázolni is kell egy axonometrikus gömbi ábrán és a síkon is (megfelelő vetületben). Az ehhez szükséges számítások elvégzése is a feladat része („térbeli” és síkkoordináták).

4.1.2. Szintezési hálózat kiegyenlítése

Adott szintezési hálózatban néhány pont magassága, és a hálózatban a magasságkülönbségek. Számítandóak a súlyok, a súlyegység középphibája, az ismeretlen magasságok, és középphibáik, javítások. A feladatot mátrixok segítségével kell megoldani.

4.1.3. Geoidkép meghatározása csillagászati szintezéssel

Adottak egy rácsháló elhelyezkedésben meridián- és harántirányú, függővonal elhajlások. Keressük a sarokpontokban a geoidunduláció értékeket, majd meg kell szerkeszteni a geoidképet.

³ <http://egeo.geo.info.hu/mod/folder/view.php?id=25>

5. A feladatok bemutatása

A feladatok bemutatása a példafeladatok alapján történik. Ezek megoldásai megtalálhatóak a matematikai geodéziai számítások modulokban a Támop weboldalon, valamint a leadandó CD mellékleten is megtalálhatóak.

Ahol többször használok egy fajta függvényt, ott mindig a legelső használat esetét illeszttem be. Mindenhol törekedtem arra, hogy bármilyen reális adattal helyesen lefusson a számítás. A jelöléseknél a képletekben próbáltam arra törekedni, hogy egyezzenek az Excel jelölésekkel, de formai eltérések lehetségesek.

A táblázatba foglalt képletek a sorrendiséget is tükrözik, tehát a feladat megoldása közben a lépések egymás utánisága is következik ebből. Sajnos nem mindenhol sikerült a képleteket olyan esztétikus formában közölni, ahogy szerettem volna, de mindenhol követhetőek.

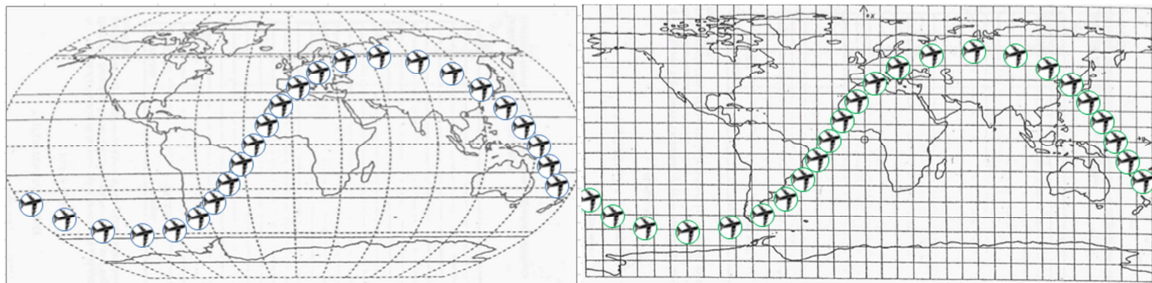
5.1. 2.modul Geodéziai vonal és ábrázolása gömbön és vetületben

Legfontosabb alapadatunk a kiinduló azimut (α). Adottak továbbá a Liszt Ferenc reptér (Ferihegy), gömbi koordinátái.

Adott a gömbi íveknek megfelelő középponti szög, ami 15° ($\Delta\theta$), konkrét értékei: 1-nél 15° , 2-nél 30° , ... 24-nél 360° . Végül adottak az ábrák méretei, melyekhez a saját adataimat használtam fel, átírhatóak saját méretekre is melyeket nyomtatás után mérünk le az ábrákról (R_x, R_y, R_z, E, M). Felhasznált képletek:

Számítás eleme	Képlet	Excel képlet, függvény
Gömbi pólustáv. az első pontban	$\phi_1 = 90^\circ - \varphi_1$	=90-G4
Gömbi pólustáv.	$\cos \phi_n = \cos \phi_{n-1} * \cos \theta_{n-1} + \sin \phi_{n-1} * \sin \theta_{n-1} * \cos \alpha$	=FOK(ARCCOS(COS(RADIÁN(F\$9))*COS(RADIÁN(E10))+SIN(RADIÁN(F\$9))*SIN(RADIÁN(E10))*COS(RADIÁN(G\$6))))
Földrajzi szélesség	$\varphi_n = 90^\circ - \phi_n$	=90-F9
Azimut szinusza az első pontban	$\sin \alpha$	=SIN(RADIÁN(G6))

Azimutok szinuszainak számítása	$\sin \alpha_{n,n+1} = \sin \alpha_{n-1,n} * \frac{\sin \phi_{n-1}}{\sin \phi_n}$	$=N10*(\text{SIN}(\text{RADIÁN}(M9)))/\text{SIN}(\text{RADIÁN}(M10))$
Földrajzi hosszúság különbségek	$\Delta \lambda_{n,n+1} = \sin^{-1} \left(\sin \alpha_{n,n+1} * \frac{\sin \Delta \theta}{\sin \phi_{n+1}} \right)$	$=\text{FOK}(\text{ARCSIN}(((\text{SIN}(\text{RADIÁN}(O\$8))))/(\text{SIN}(\text{RADIÁN}(M10))))*N10))$
Földrajzi hosszúság	$\lambda_{n+1} = \lambda_n + \Delta \lambda_{n,n+1}$	$=\text{HA}(((\text{HA}((P9+O10)>180;(P9+O10))-360;(P9+O10))))<-180;((\text{HA}((P9+O10)>180;(P9+O10))-360;(P9+O10))))+360;((\text{HA}((P9+O10)>180;(P9+O10))-360;(P9+O10))))$
Gömb axonometrikus rajzi koordinátái	$X = R_x * \cos \varphi * \cos \lambda$	$=U\$6*\text{COS}(\text{RADIÁN}(G9))*\text{COS}(\text{RADIÁN}(P9))$
	$Y = R_y * \cos \varphi * \sin \lambda$	$=V\$6*\text{COS}(\text{RADIÁN}(G9))*\text{SIN}(\text{RADIÁN}(P9))$
	$Z = R_z * \sin \varphi$	$=W\$6*\text{SIN}(\text{RADIÁN}(G9))$
Képzetes vetületi koordináták számítása síkban	$y = \frac{\sqrt{3} * \cos \left(\sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{3} * \varphi_{rad}}{\pi} \right) \right) * R_y * \lambda}{2}$	$=(\text{GYÖK}(3)*\text{COS}(\text{ARCSIN}((\text{GYÖK}(3)*\text{RADIÁN}(G9))/\text{PI}()))*Z\$6*\text{RADIÁN}(P9))/2$
	$x = R_x * \varphi$	$=Z\$7*\text{RADIÁN}(G9)$
Valódi vetületi koordináták számítása síkban	$y = R_y * \lambda$	$=AB\$6*\text{RADIÁN}(P9)$
	$x = R_x * \varphi$	$=AB\$7*\text{RADIÁN}(G9)$
Képzetes	$R_y = \frac{E}{\sqrt{3} * \pi}$	$=Z4/(\text{GYÖK}(3)*\text{PI}())$
	$R_x = \frac{M}{\pi}$	$=Z5/\text{PI}()$
Valódi	$R_y = \frac{E}{2 * \pi}$	$=AB4/(2*\text{PI}())$
	$R_x = \frac{M}{\pi}$	$=AB5/\text{PI}()$



12. ábra Repülőgép útvonal

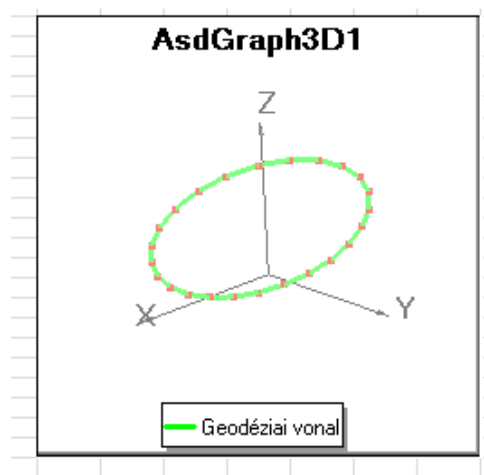
Két dologra szeretnék kitérni még. Az egyik, hogy úgy építettem fel a megoldást, hogy bármilyen azimuttal számoljon a táblázat, de sajnos matematikai korlátai vannak a 352-360, 0-8, és a 172-188 fok közötti intervallumban. Más értékekkel az ábra, és a 25-ös pont koordinátáinak egyezése szerint kijön a helyes eredmény. A másik dolog, hogy a földrajzi hosszúságnál egy többszörös HA függvény beépítésére került sor. Ennek oka, hogy ha a végösszeg nagyobb, mint 180°, le kell vonni 360°-ot, ha kisebb, akkor marad. Ha ez az érték viszont kisebb, mint -180°, hozzá kell adni 360°-at, ellenkező esetben marad. Csak ennek segítségével, lehet elérni egy képletben, hogy bármely szögnegyed felé is indul el a repülő azonos azimuttal, visszaérjen a kiindulási pontra (kivétel az előbb említett esetek).

Mindezek ellenére a számítás helyesen lefut 0-180-360 fok megadása esetén is

$$=HA(((HA(x>180;x-360;x))<-180;((HA(x>180;x-360;x))+360;((HA(x>180;x-360;x))))$$

A beépített diagramokat használtam a 2D-s megjelenítéshez.

A 3D-s megjelenítéshez egy külön Bővítmény ajánlok, aminek a próbaverziója ingyenesen letölthető a gyártó oldaláról. Ennek segítségével sikerült az ábrázolást is valós időben megoldani. A modul neve Excel Grapher⁴. Sajnos időkorlátja miatt csak ezt az elkészült ábrát tudom bemutatni. (a CD mellékleten sem található meg)



13. ábra 3D ábrázolás

⁴ Gyártó honlapja: <http://www.threedify.com/en/home>

5.2. 8.modul Szintezési hálózat kiegyenlítése.

Első lépésként megszerkesztettem a számításhoz szükséges adatok kezelésére és megjelenítésére szolgáló táblázatot.

A feladat megoldásakor törekedtem arra, hogy a lépéseket a lehető legegyszerűbben mátrix függvények segítségével oldjam meg. A táblázatban az egyértelműség kedvéért szerepelnek bizonyos adatok, melyek a számításban nem vesznek részt, csak a teljesség kedvéért és a feladat megértése, a számítás menetének követhetősége miatt kerültek bele.

Felhasznált alapadatok: alappontok magassága H , mérési eredmények u , szintezési vonal hossza d . Felhasznált képletek:

Számítás eleme	Képlet	Excel képlet, függvény
Súlyok	$p_i = \text{súlykonstans}/d_i$	=I7/F11
Közelítő értékek	$H_{D0} = H_A + u_1$ $H_{E0} = H_B + u_3$ $H_{F0} = H_C + u_6$	=E4+D11 =E5+D13 =E6+D16
Javítási egyenletéből származtatható I mátrix	$u_1 - H_{D0} + H_A$ $u_2 + H_{D0} - H_{E0}$ $u_3 - H_{E0} + H_B$ $l_i = u_4 + H_{D0} - H_{F0}$ $u_5 + H_{E0} - H_{F0}$ $u_6 - H_{F0} + H_C$ $u_7 - H_{E0} + H_C$	=(D11-N12+E4)*100 =(D12+N12-N13)*100 =(D13-N13+E5)*100 =(D14+N12-N14)*100 =(D15+N13-N14)*100 =(D16-N14+E6)*100 =(D17-N13+E6)*100
A normál egyenletrendszer együttható-mátrixa	$N_{3,3} = A_{3,7}^T * P_{7,7} * A_{7,3}$	=MSZORZAT(MSZORZAT(TRANSZPONÁLÁS(R11:T17);C20:I26);R11:T17)
A tisztatag vektor	$A_{3,7}^T * P_{7,7} * I_{7,1}$	=MSZORZAT(MSZORZAT(TRANSZPONÁLÁS(R11:T17);C20:I26);R19:R25)
A normál egyenletrendszer együttható-mátrixának inverze	$N_{3,3}^{-1}$	=INVERZ.MÁTRIX(X5:Z7)
A keresett ismeretlenek kiegészítő értékei	$\delta H_{3,1} = -N_{3,3}^{-1} * (A_{3,7}^T * P_{7,7} * I_{7,1})$	=MSZORZAT(-1*(X15:Z17);X9:X11)
Kiegyenlített magasságok	$\bar{H}_{3,1} = H_{0,3,1} - \delta H_{3,1}$	=N12-X22/100 =N13-X23/100 =N14-X24/100
Javítások	$v_1 = \delta H_D + 0 + 0 + l_1$ $v_2 = -\delta H_D + \delta H_E + 0 + l_2$ $v_3 = 0 + \delta H_E + 0 + l_3$ $v_4 = -\delta H_D + 0 + \delta H_F + l_4$ $v_5 = 0 - \delta H_E + \delta H_F + l_5$ $v_6 = 0 + 0 + \delta H_F + l_6$ $v_7 = 0 + \delta H_E + 0 + l_7$	=(MSZORZAT(R11:T17;X22:X24))+(R19:R25)
Súlyegység középhibája	$\mu_0^2 = v_{1,7}^T * P_{7,7} * v_{7,1}$	=GYÖK((MSZORZAT(MSZORZAT(TRANSZPONÁLÁS(AD12:AD18);C20:I26);AD12:AD18))/(7-3))
Az ismeretlenek kiegyenlítés utáni középhibái	$\mu_{\delta H_i} = \mu_0 * \sqrt{Q_{ii}}$	=AD\$24*GYÖK(X15)
Kiegyenlített mérési eredmények	$\bar{u}_i = u_i - v_i$	=D11-AD12/100

A képletekben szereplő konstansok, nagyrészt a mértékegységek átváltásából adódnak.

5.3.11.modul Geoidkép meghatározása csillagászati szintezéssel.

Először az alapadatokat foglaltam táblázatba melyek: sarokpontok földrajzi koordinátái (ϕ, λ) az IUGG67 ellipszoidon, valamint a függővonal elhajlási értékek a rácspontokon (ξ, η). Felhasznált képletek:

Számítás eleme	Képlet	Excel képlet, függvény
lineáris interpoláció η esetén lineáris interpoláció ξ esetén		$=((\$E15-\$E14)/5)+H11$ $=HA(\$H9<\$M9;H9+(\$M9-\$H9)/5;H9-(\$H9-\$M9)/5)$
	$c = 10^5 * \frac{R}{2 * \rho' * \rho''}$	$=10^5 * C19 / (2 * C17 * C18)$
Geoidunduláció $N_0=0$	$N = N_0 + c * \sum_{i=0}^k (\eta_i + \eta_{i+1}) * \Delta\lambda * \cos \varphi$	$=\$C\$20 * (H11+I11) * \cos(\text{RADIÁN}(\$F\$5)) * \$D\$9 + H18$
Geoidunduláció $N_0=0$	$N = N_0 + c * \sum_{i=0}^k (\xi_i + \xi_{i+1}) * \Delta\varphi$	$=\$C\$20 * (H9+H8) * \$D\$8 + H18$

A második típusú lineáris interpolációnál azért használtam ezt a bonyolult képletet, mert vizsgálni kellett, hogy az előző adott értékhez hozzáadjuk, vagy kivonjuk a különbség ötödét.

Mivel az Excel cellákkal dolgozik, de a feladatban rácspontokra vonatkoznak az adatok, ezért úgy gondoltam látványosabb lenne, ha ezt nemcsak a geoidundulációkkal

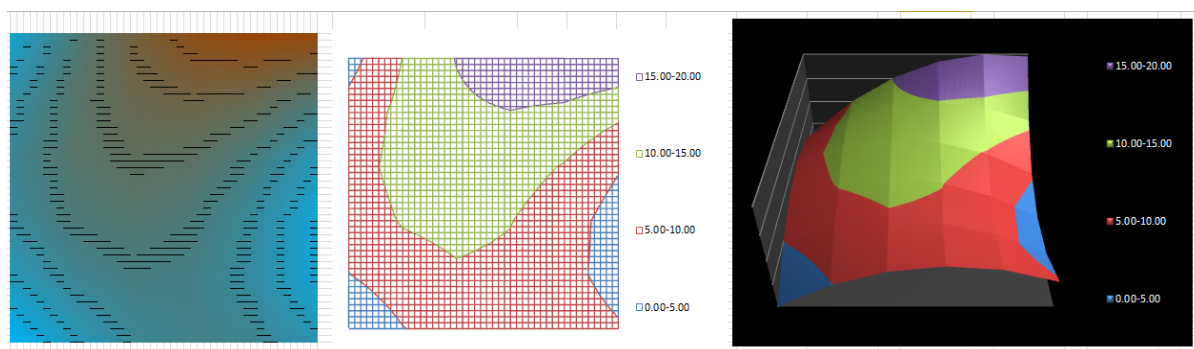
ábrázolnánk így, hanem a kiinduló adatokkal is. Ezért a diagramvarázsló segítségével szerkesztettem egy rácson alapuló ábrázolást az alapadatoknak is. (21. ábra)

Az ábrához a felhasznált értékeket egy külön segéd táblázatban táblázatba (Ábrázoláshoz) gyűjtöttem ki.

31; $\xi=2.6$ 17.33 46.50	32; $\xi=1$ 17.40 46.50	33; $\xi=0.6$ 17.47 46.50	34; $\xi=2.3$ 17.53 46.50	35; $\xi=3.9$ 17.60 46.50	36; $\xi=5.5$ 17.67 46.50
25; $\xi=1.4$ 17.33 46.47	26; $\xi=0.4$ 17.40 46.47	27; $\xi=0.7$ 17.47 46.47	28; $\xi=1.8$ 17.53 46.47	29; $\xi=2.9$ 17.60 46.47	30; $\xi=3.9$ 17.67 46.47
19; $\xi=0.2$ 17.33 46.43	20; $\xi=0.3$ 17.40 46.43	21; $\xi=0.8$ 17.47 46.43	22; $\xi=1.3$ 17.53 46.43	23; $\xi=1.8$ 17.60 46.43	24; $\xi=2.3$ 17.67 46.43
13; $\xi=0.9$ 17.33 46.40	14; $\xi=0.9$ 17.40 46.40	15; $\xi=0.9$ 17.47 46.40	16; $\xi=0.8$ 17.53 46.40	17; $\xi=0.8$ 17.60 46.40	18; $\xi=0.8$ 17.67 46.40
7; $\xi=2.1$ 17.33 46.37	8; $\xi=1.5$ 17.40 46.37	9; $\xi=0.9$ 17.47 46.37	10; $\xi=0.4$ 17.53 46.37	11; $\xi=0.2$ 17.60 46.37	12; $\xi=0.8$ 17.67 46.37
1; $\xi=3.3; \eta=2.3$ 17.33 46.33	2; $\xi=2.2; \eta=1.6$ 17.40 46.33	3; $\xi=1; \eta=0.8$ 17.47 46.33	4; $\xi=0.1; \eta=0.1$ 17.53 46.33	5; $\xi=1.3; \eta=0.7$ 17.60 46.33	6; $\xi=2.4; \eta=1.4$ 17.67 46.33

14. ábra Rácspontos ábra

A végeredmény ábrázolásánál a plasztikusság kedvéért a számított geoidundulációk közé lineáris interpolációval még 9 rácspontot létrehoztam. Három módszerrel végeztem el az ábrázolást. Első módszerrel raszter jellegűen oldottam meg az adatkezelést. Feltételes formázás segítségével formáztam a végeredmény cellákat, a legkisebb értékhez kéket, a legnagyobbhoz barnát rendelve, majd ugyanezt a funkciót használva hét „szintvonalat” is adtam hozzá. Ezek úgy készültek, hogy a minimum-maximum értéket 8 részre osztva a 7 elválasztó értékhez képeztem egy tartományt a minimum - maximum különbség mértékét figyelembe véve, majd ezt a tartományt jelöltem ki, mint feltételt a formázáshoz. A második, harmadik módszer csak kinézetében tér el. Mindkettő a diagramvarázslóval készült, csak egyik felülnézetben másik axonometrikusan ábrázolja ugyanazt. A diagram típusa térhatású drótváz és felület. A színezés alapján lehet az értékeket elkülöníteni, valamint a jelkulcsból számszerűsíteni. A szintek 5-ösével vannak elkülönítve, ezért állhat elő az az eset, hogy egyik feladatnál csak pár szín van, máshol pedig 10 is lehet.



15. ábra Geoidundulációs értékek

6. Feladatok eredményei.

Miután elkészítettem minden táblázatot, szeretném összefoglalni a tapasztalatokat, a feladatkiírásban megfogalmazott célokhoz képest történő változásokat, végül a konkrét példafeladatok végeredménybeli eltéréseit. A műszaki leírások elkészítésére nem térek ki, mivel a dolgozat célja nem a feladatokban szereplő elméleti háttér bemutatása. Amennyiben nincs „konkrét” végeredménye a feladatnak, ott egy olyan értéket hasonlítok össze, amihez a lehető legtöbb adatot fel kellett használni (a leghosszabb úton jutottunk el a konkrét számhoz).

6.1. 2.modul

Kiinduló adatok, számítások eredményei, geodéziai vonal szerkesztése gömbön, és vetületben mind elkészültek. Változás annyi volt, hogy a gömbi ábrázolást csak ennél az egy (0-s) példafeladatnál tudtam megcsinálni, továbbá minden esetben ábrázoltam valódi, és képzetes vetületben is.

Az összefoglaló táblázatot nem tartottam szükségesnek, mert az Excel amúgy táblázatos formában dolgozik, továbbá az országokat sem kerestem ki, lévén az ábrázolás után egy térkép segítségével megtörténhet.

A kiinduló adatoknál szükséges volt bizonyos méreteket megadni az ábrázoláshoz, ezek a saját számításomban nem egyeznek a Támop jegyzetben megadott értékekkel. Sajnos az ábrázoláskor nem lehet hivatkozásokkal megadni a diagram bizonyos adatait (maximális, minimális méretek a koordinátatengelyek irányába), ezért nem tudom bemutatni, hogy ezek a méretek megegyeznek. A saját adataimból történő ábrázolás helyessége viszont bizonyíthatja, hogy a számítás jó (a repülőgép visszatér a kiinduló pontra, mely ránézésre Magyarországon található).

Hogy mégis kapjunk valami referenciát, részeredményeket hasonlítok össze, melyekből következnek az ábrázoláshoz szükséges adatok.

A részeredmények egyezősége:

φ tizedfokban		λ tizedfokban	
47,42	47,42	19,25	19,25
54,99	54,99	40,07	40,07
57,77	57,77	66,88	66,88
54,61	54,61	93,43	93,43
46,80	46,80	113,79	113,79
36,37	36,37	128,29	128,29
24,62	24,62	139,16	139,16
12,23	12,23	148,10	148,10
-0,42	-0,42	156,21	156,21
-13,07	-13,07	164,36	164,36
-25,43	-25,43	173,38	173,38
-37,11	-37,11	-175,57	-175,57
-47,42	-47,42	-160,75	-160,75
-54,99	-54,99	-139,93	-139,93
-57,77	-57,77	-113,12	-113,12
-54,61	-54,61	-86,57	-86,57
-46,80	-46,80	-66,21	-66,21
-36,37	-36,37	-51,71	-51,71
-24,62	-24,62	-40,84	-40,84
-12,23	-12,23	-31,90	-31,90
0,42	0,42	-23,79	-23,79
13,07	13,07	-15,64	-15,64
25,43	25,43	-6,62	-6,62
37,11	37,11	4,43	4,43
47,42	47,42	19,25	19,25

6.2. 8.modul

Kiinduló adatok, számítások, részeredmények elkészültek, az összefoglaló táblázat nem, mert az Excel táblázatokkal dolgozik, így nem láttam szükségesnek. Néhány helyen eltérnek a részeredmények, ennek ellenére az eredmények:

	Jegyzetből	Számításból
Kiegyenített mérési eredmények	6.109 8.344 5.605 1.367 -6.977 -0.898 6.078	6.109 8.344 5.605 1.367 -6.977 -0.898 6.078
Középhibák	$\mu_0 = 2,85$ $\mu\delta H1 = \pm 1,75 \text{ cm}$ $\mu\delta H2 = \pm 1,48 \text{ cm}$ $\mu\delta H3 = \pm 1,70 \text{ cm}$	$\mu_0 = 2,85$ $\mu\delta H1 = \pm 1,74 \text{ cm}$ $\mu\delta H2 = \pm 1,48 \text{ cm}$ $\mu\delta H3 = \pm 1,70 \text{ cm}$

6.3.11.modul

Kiindulási adatok, számítások, rácsháló interpolált értékei, geoidundulációk, ábrázolás. Az ábrázolást többféle módszerrel oldottam meg, és a rácspontok sűrűségét lineáris interpolációval növeltem, a plasztikusabb hatás kedvéért. A többi feladatrész elkészítettem, de EOVS rendszerbe nem transzformáltam, mert külső program kellett volna hozzá.

Geoidundulációk összehasonlításai:

3.15	10.10	15.23	18.51	19.96	19.55	3.15	10.10	15.22	18.49	19.93	19.53
6.77	11.30	14.01	14.87	13.90	11.07	6.76	11.30	14.00	14.86	13.88	11.06
8.26	11.37	12.65	12.09	9.69	5.44	8.26	11.37	12.64	12.07	9.67	5.43
7.63	10.31	11.16	10.16	7.33	2.65	7.63	10.31	11.15	10.15	7.31	2.64
4.88	8.12	9.53	9.09	6.82	2.70	4.88	8.12	9.52	9.08	6.81	2.69
0.00	4.80	7.76	8.88	8.16	5.60	0.00	4.79	7.75	8.87	8.15	5.59

7. Matematikai szimulációval előállított alapadatok.

Egy egyszerű példán keresztül szeretném bemutatni az Excel azon funkcióit melyek, segíthetnek a feladatokhoz alapadatokat előállítani. Egyrészt használhatjuk a beépített lehetőségeket, másrészt matematikai úton is megközelíthetjük a feladatot.

Példafeladat: Adott távolságot két részletben mérünk meg különböző eszközökkel (optikai távmérővel, és mérőszalaggal). Kiinduló adataink a mért távolságok (d_1, d_2), a távolságok súlyai (p_1, p_2), valamint a súlyegység középhibája (μ_0). Keressük a teljes távolságot (d) és a távolság középhibáját (μ_d).

Kiinduló adatok			Számított értékek		
d1	25.3	m	d	37.4	m
d2	12.1	m	$\mu_1 (\pm)$	3.5	cm
p1	1	cm ⁻²	$\mu_2 (\pm)$	2.5	cm
p2	2	cm ⁻²	$\mu_d (\pm)$	4.3	cm
μ_0	3.5		d = 37.4 m $\pm$ 4.3 cm		

16 ábra Példafeladat

Az első megoldáshoz kiválasztjuk valamelyik végeredményt, amelyiket meg szeretnénk változtatni. Esetünkben legyen a μ_d érték, amit 4.0-ra kívánunk csökkenteni. Kijelöljük a cellát, majd az Adatok fülön az adateszközök közt a lehetőségelemzésen belül a célérték keresésre kattintunk.

Kiinduló adatok			Számított értékek		
d1	25.3	m	d	37.4	m
d2	12.1	m	$\mu_1 (\pm)$	3.5	cm
p1	1	cm ⁻²	$\mu_2 (\pm)$	2.5	cm
p2	2	cm ⁻²	$\mu_d (\pm)$	4.3	cm
μ_0	3.5		d = 37.4 m $\pm$ 4.3 cm		

Célérték keresése

Célcella: F6

Célérték: 4.0

Módosuló cella: \$C\$6

OK Mégse

17 ábra Célérték keresés

Megadjuk a célértéket, és azt a cellát, amit szeretnénk, hogy úgy módosuljon, hogy megkapjuk a kívánt célt (p_2). Az OK gomb megnyomása után az Excel elkezd visszafelé számolni, majd ad egy olyan eredményt, ami a célértéket adja végeredménynek. 100 interpoláció alatt próbál eredményre jutni (beállításfüggő). Amennyiben nem sikerülne, próbáljunk egy másik értéket megadni.

Kiinduló adatok			Számított értékek		
d1	25.3	m	d	37.4	m
d2	12.1	m	$\mu_1 (\pm)$	3.5	cm
p1	1	cm ⁻²	$\mu_2 (\pm)$	1.9	cm
p2	3.2646	cm ⁻²	$\mu d (\pm)$	4.0	cm
μ_0	3.5		d = 37.4 m $\pm$ 4 cm		

?

X

Célérték állapota

Célérték-keresés F6 cellára:

Megoldás található.

Lépés

Szünet

Célérték: 4

Aktuális érték: 4.0

OK

Mégse

18 ábra Megoldás

Tapasztalatom szerint néha egészen irreális, de matematikailag helyes eredmények is kijöhetnek, továbbá minél bonyolultabb, hosszabb a számítás menete annál nehezebben használható. És hatalmas hátránya, hogy csak olyan cellára hivatkozhatunk, amiben egy konstans szám van.

A másik megoldás az Excel VÉL() függvényének használatán alapul. A feladata, hogy egy 0-1 közé eső véletlen, egyenletes eloszlású számot generáljon minden újraszámolásakor a munkalapnak. Ki lehet a mindenkori újraszámolást küszöbölni, ha a képlet beírása után F9-et nyomunk.

Első dolgunk meghatározni, melyik értéket szeretnénk megkapni. Ezt én +1 vagy -1 közt határoztam meg a kiemelt referenciaadathoz (p_2) képest. A $=VÉL()*(J2-J3)+J3$ képlettel a maximális és minimális érték közé szorítottam a véletlenül generált számot. Majd a feladat megoldásakor alkalmazott képletek alapján visszaszámoljuk a változtatni kívánt adatot (p_2), úgy hogy a nem változó adatok konstansok. Esetünkben sajnos a gyökvonás miatt, ha a véletlen számunk túl kicsi, hibaüzenetet kapunk, de megfelelő számú újraszámítás után előbb-utóbb kapunk helyes megoldást.

Előzetes						Végleges					
Kiinduló adatok			Számított értékek			Kiinduló adatok			Számított értékek		
d1	25.30	m	d	37.40	m	d1	25.30	m	d	37.40	m
d2	12.10	m	$\mu_1 (\pm)$	3.50	cm	d2	12.10	m	$\mu_1 (\pm)$	3.50	cm
p1	1.00	cm ⁻²	$\mu_2 (\pm)$	2.47	cm	p1	1.00	cm ⁻²	$\mu_2 (\pm)$	1.62	cm
p2	2.00	cm ⁻²	$\mu_d (\pm)$	4.29	cm	p2	1.00	cm ⁻²	$\mu_d (\pm)$	3.86	cm
μ_0	3.50		d = 37.4 m $\pm$ 4.29 cm			μ_0	3.50		d = 37.4 m $\pm$ 3.86 cm		

19. ábra Véletlen szám megoldás

Persze ez rettentő körülményes, ha bonyolult és hosszas feladatot készítünk, de ilyen esetekben kifizetődő. Ráadásul, ha esetleg több változóval dolgozunk, akkor is kaphatunk jó megoldásokat, csak többször kell frissíteni a munkalapot, vagy a HA függvények segítségével be kell iktatni vizsgálatokat.

8. Összegzés

Reményeim szerint sikerült bemutatnom, hogy az Excel egy hasznos és egyszerű munkója lehet a jövő földmérőinek. Mind a számítások, mind az ábrázolásban rejlő lehetőségek teszik megfelelővé a programot a szakmában való felhasználhatóságra.

Részletesen kitértem azokra a lehetőségekre, amiket a program kínál a matematikai geodéziai számítások elvégzésére. Bemutattam az alapvető funkciókat melyek megkönnyítik a feladatok megoldását:

- felhasznált függvények
- mátrixműveletek
- diagramok tervezése
- hibakeresés
- szimulációk

Az eredmények összehasonlításából kitűnik, hogy az általam használt kerekítések, vagy esetleg a több tizedesjegy élességgel történő számítás miatt lehetnek eltérések. Fontos figyelembe venni, hogy a cellaformázás lehetőségeivel élve mindig csak adott élességgel írtam ki az eredményeket (részeredményeket).

A dolgozat elkészítése során rengeteg új tapasztalatot szereztem. Megismerkedtem új függvényekkel, megoldásokkal, és reményeim szerint a feladatmegoldás során bővülő ismereteimet kamatoztathatom a szakdolgozatomban is.

A dolgozat a **TALENTUM – Hallgatói tehetséggondozás feltételrendszerének fejlesztése a Nyugat-magyarországi Egyetemen c. TÁMOP – 4.2.2. B – 10/1 – 2010 – 0018** számú projekt keretében, az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

Irodalomjegyzék

Feladatkiírások:

Dr. Bácsatyi László MATEMATIKAI GEODÉZIAI SZÁMÍTÁSOK 2011 TÁMOP modulok (02,08,11)

<http://egeo.geo.info.hu/mod/folder/view.php?id=25>

Felhasznált irodalom:

Excel Súgó és útmutató (be van építve az Excel programba)

Csepregi et al, 2009. GEODÉZIA I.

Bácsatyi László 2005 MAGYARORSZÁGI VETÜLETEK Sopron

http://www.geo.info.hu/geodezia/dokumentumok/geod-vettan/magyarorszgi_vetletek.pdf

Bácsatyi László 2012 VETÜLETTAN jegyzet Székesfehérvár

http://www.geo.info.hu/geodezia/dokumentumok/geod-vettan/vetulettan_2012.pdf

Bácsatyi László 2012 KIEGYENLÍTŐ SZÁMÍTÁSOK jegyzet Székesfehérvár

http://www.geo.info.hu/geodezia/dokumentumok/kiegyenltq_szmtsok_jegyzet_2012.pdf

Bácsatyi László 2012 FELSŐGEODÉZIA jegyzet Székesfehérvár

http://www.geo.info.hu/geodezia/dokumentumok/geod-felsogeod/felsogeodezia_2010.pdf

Felhasznált online irodalom

<http://www.excelexpert.hu/excel-tippek.html>

http://en.wikipedia.org/wiki/Microsoft_Excel

<http://www.threedify.com/en/3d-design-and-modelling/office-add-on/excel-xyz>

Mellékletek

- 2. modul
- 8. modul
- 11. modul
- 11. modul (ábrázolás)

CD mellékletek:

- TÁBLÁZATOK (feladatok megoldása, mintapéldák)
- SZÖVEGES ÁLLOMÁNYOK (nyomtatott anyagok)
- FELADATOK (pdf formátumban a modulok, melyeket használtam)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI
1																																			
2																																			
3																																			
4																																			
5																																			
6																																			
7																																			
8																																			
9																																			
10																																			
11																																			
12																																			
13																																			
14																																			
15																																			
16																																			
17																																			
18																																			
19																																			
20																																			
21																																			
22																																			
23																																			
24																																			
25																																			
26																																			
27																																			
28																																			
29																																			
30																																			
31																																			
32																																			
33																																			

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI
1																																			
2																																			
3																																			
4																																			
5																																			
6																																			
7																																			
8																																			
9																																			
10																																			
11																																			
12																																			
13																																			
14																																			
15																																			
16																																			
17																																			
18																																			
19																																			
20																																			
21																																			
22																																			
23																																			
24																																			
25																																			
26																																			
27																																			
28																																			
29																																			
30																																			

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL			
1																																									
2																																									
3																																									
4																																									
5																																									
6																																									
7																																									
8																																									
9																																									
10																																									
11																																									
12																																									
13																																									
14																																									
15																																									
16																																									
17																																									
18																																									
19																																									
20																																									
21																																									
22																																									
23																																									
24																																									
25																																									
26																																									
27																																									
28																																									
29																																									
30																																									
31																																									
32																																									
33																																									
34																																									
35																																									
36																																									

