

Kardinalitás megértésének fejlesztése három éveseknél

Bevezetés

A munkámban bemutatom Krajcsi Attila által vezetett kutatás eredményeit, ami a gyerekek számfogalom megértését új megközelítésben vizsgálja. A kutatásban egy fejlesztő játék eredményességét teszteljük, ami az elképzelésünk szerint korábbra hozhatja a számok megértését a gyerekeknél. Az „Állatok etetése” feladat összekapcsolja azokat az alképességeket, amelyekkel a gyerekek három évesen már rendelkeznek, és más fejlesztő játékokkal szemben csak úgy oldható meg, ha a gyerekek számosságokat használnak, ezért eloszlatja a gyerek korábbi számnevekkel kapcsolatos félreértelmezéseit, ami feltételezésünk szerint a korábbi spontán belátást gátolja.

Elméleti háttér

Az alapprobléma

Gyerekeknél tipikusan egy teljes év szükséges ahhoz, hogy az első három számnév jelentését elsajátítsák, mindegyik új számnevet újabb néhány hónap alatt tanulva meg. Meglepő viszont, hogy amikor a négyhez érnek - általában a harmadik-negyedik év körül - fordulópontként megértik a számlálási listájukban található számnevek sorozatának értelmét (Biars & Siegler, 1984; Frye, Brasby, Lowe, Maroudas & Nicholls, 1989; Fuson, 1988; ; Le Corre, Van de Walle, Brannon & Carey, 2006; Mix, Sandhofer, & Baroody, 2005; Schaeffer és mtsai., 1974; Wagner & Walters, 1982; Wynn, 1990, 1992). A számlálás és a pontos mennyiségek kapcsolatát röviden a kardinalitás elvének nevezzük.

Mikortól képesek a pontos reprezentációra?

Lipton & Spelke (2005) kimutatták, hogy az óvodás gyerekek számterjedelmükön belüli számokat (ameddig számolni tudnak) szimbolikus számosságokként képezik le, de hasonló leképezést nem mutatnak a terjedelmükön kívül eső számoknál. A gyerekek először egy becslési feladatot kaptak, melyben 20-120 pontból álló halmazokat mutattak nekik és meg kellett becsülniük verbálisan, hogy mennyi pontot látnak. A becslések lineáris összefüggést mutattak a bemutatott számosságokkal a felnőtt mintában és azoknál a gyerekeknél, akik százig tudtak

számolni. Azok a gyerekek, akik nem tudtak hatvannál tovább számolni kizárólag a számterjedelmükön belül mutatták ezt a lineáris kapcsolatot. Ezek után a gyerekek egy összehasonlítási feladatot kaptak, ahol pont halmazokat mutattak nekik (az egyik kétszer akkor volt, mint a másik). Az volt a feladatuk, hogy válasszák ki azt a pont halmazt, amit szóban kértek tőlük. A teljesítményük itt is a véletlennél biztosabb volt a számterjedelmükön belül, de azon kívül már nem. Végül, a gyerekeknek mutattak két ponthalmazt (az egyik kétszer akkora, mint a másik) és elmondták, hogy az egyikben mennyi pont van, majd arra kérték a gyerekeket, hogy mondják meg mennyi van a másikban. A számlálási tartományukon belül majdnem mindig a megfelelő irányba állapították meg a becslésüket: a kisebb számnevet adtak válaszként, amikor az kisebb halmaz volt és nagyobb, amikor az a nagyobb halmaz volt. Ezzel szemben, amikor a számterjedelmükön kívül eső számokkal tesztelték őket a véletlennek megfelelő szinten használták a kisebb-nagyobb számneveket.

Ezek az eredmények azt bizonyítják, hogy a gyerekek akkor kezdenek a számnevekhez nem szimbolikus számosságokat társítani és így reprezentálni őket, amikor már megbízhatóan használják ezeket a szavakat (Lipton & Spelke, 2005).

A megértés sorrendje: először a számnevek egyedi jelentése vagy maga az elv?

Lényegi részét képezi a számnevek megértésének, hogy rájövünk minden egyes számnév egy olyan dimenzióra utal, amit leginkább számosság élményeként írhatunk le. Ezt az általános szabályt el kell különítenünk az egyes számnevek jelentésétől. A gyerekek a számnevek megismerésekor két konceptuálisan különböző feladattal szembesülnek: egyrészt rá kell jönniük mi az a dimenzió, amit az összes számnév képvisel (számosság), másrészt meg kell tanulniuk az összes számnév egyedi jelentését. Slusser & Sarnecka (2011) azt vizsgálják, hogy a gyerekek már az előtt megértik, hogy az összes számnév mennyiséget jelöl mielőtt elsajátítanak a kardinalitás elvét egyes számokra vonatkozóan (Wynn, 1992; Sarnecka & Gelman, 2004) vagy csak azután értik meg, hogy bizonyos már számoknál megértették (Condry & Spelke, 2008)? Az utóbbi elmélet támogatói szerint a gyerekek mielőtt kompetens számolókká válnak először azt értik meg, hogy az összes számnév mennyiséget jelöl és nem azt, hogy az egyes számnevek pontosan mely értékeket jelölik. Ebben az esetben, az a tudás, hogy a számnevek mennyiségeket jelölnek megkönnyíti az egyes számnevek pontos jelentésének is a megismerését. A másik elmélet képviselői szerint a gyerekek nem lennének képesek arra, hogy a számnévhez

számosságot társítsanak egészen addig amíg legalább a számnevek egy alcsoportján nem ismerték meg specifikus mennyiségi (kardinalis) jelentéseket. Ez a kérdés azért fontos, mert megválaszolásával közelebb juthatunk annak a megismeréséhez, hogy a gyerekek hogyan tanulják meg a fogalmak pontos jelentését és ezeket hogyan használhatjuk fel a nyelvi megismerés és fogalmi tanulás segítésére. A továbbiakban röviden összefoglalom Wynn (1992), Sarnecka & Gelman (2004) és Condry & Spelke (2008) azon eredményeit, melyek alapján állást foglaltak, valamint Slusser & Sarnecka (2011) azon kutatását, ami szintén állást foglal a vitában.

Condry és Spelke (2008) azt találták, hogy néhány egyedi számnév jelentését - leginkább az egy, kettő, három számneveket - korábban tanulják meg, mint azt, hogy a számnevek, mint osztály a számossággal állnak kapcsolatban. A feladatukban a három éveseknek két tárgy halmazát mutatták (két tálcán öt-öt bárány volt) majd megcímkézték az egyik halmazt („*Ezen a tálcán öt bárány van.*”). Ezután megváltoztatták a megcímkézett halmazt (átrendezték, vagy hozzá adtak egy bárányt), majd arra kérték a gyereket, hogy mutasson rá vagy az öt bárányt tartalmazó, vagy a hat bárányt tartalmazó tálcára. Azok a gyerekek, akik tudták hogyan kell számolni annak érdekében, hogy megmondhassák hány elemből áll a sorozat meg tudták érteni, hogy a számnév változása csak a számosságban történő változást fejezi ki. A véletlennek megfelelő szinten hoztak döntést, azok, akik még nem érték el a kardinalitás megértését. Egy másik feladatban az egyik tálcán kétszer annyi bárány volt, mint a másikon. Az egyik tálcán megnevezték a mennyiséget („*Ezen a tálcán öt bárány van.*”), majd a vizsgálat vezetője véghez vitt valamilyen változtatást a tárgyakon (átrendezte, megduplázta vagy megfelezte a tárgyak számát) vagy változatlanul hagyta őket. Ezután arra kérték a gyereket, hogy mutasson rá a megváltozott számú vagy a változatlan tálcára („*Kérlek mutass rá arra a tálcára ahol 5 bárányt látsz!*” vagy „*Rámutatnál arra a tálcára, ahol 10 bárányt látsz?*”). Ezt a feladatot a gyerekek csak akkor tudták helyesen megoldani, ha semmilyen változást nem hajtottak végre a címkézett halmazon. Bármilyen változtatást hajtottak végre a gyerekek azt állították, hogy az eredeti számnév címke is megváltozott. Azok a gyerekek, akik még nem értették meg a kardinalitás elvét, nem tudják a nagy számokat, mint az öt vagy tíz egyedi mennyiségekként kezelni. Ellenben, a kardinalitást megértését elérők az előbbihez hasonló feladatokban is jól szerepelnek (Lipton & Spelke, 2006).

Wynn (1992) kutatásában azonosította azokat a gyerekeket, akik ismerték az egy szó jelentését, de a többi számnevét nem (egy-ismerők). Bemutatott a gyerekeknek két képet: az egyiken egy tárgy volt, a másikon kettőtől-hatig terjedt a lehetséges tárgyak mennyisége. Ezután arra kérte a gyereket, hogy mutasson rá például a négy (*nem egy*) halat ábrázoló képre. A gyerekek megbízhatóan a több halat mutató képet választották, ami alapján Wynn azt a következtetést vonta le, hogy a gyerekek már megértették azt, hogy az összes számnév egy adott egyedi mennyiséget jelöl.

Sernecka és Gelman (2004) megismételte a fenti vizsgálatot az *átváltoztató gép* segítségével és azt találta, hogy a gyerekek (2,5 éves - 4 éves) az 5 és a 6 között is különbséget tudnak tenni. A gyerekeknek bemutattak 5 vagy 6 gombot, majd berakták egy dobozba, ahol valamilyen változtatást hajtottak végre rajtuk (hozzáadtak vagy elvettek egy gombot, máskor megrázták a dobozt), majd megkérdezték a gyerekeket anélkül, hogy újra megmutatták volna nekik a gombokat, hogy 5 vagy 6 van ezek után a dobozban. A gyerekek attól függetlenül, hogy értették-e a kardinalitás elvét vagy nem, úgy gondolták, hogy a számnévnek csak akkor kellett megváltoznia, ha elvettünk vagy hozzáadtunk az eredeti mennyiséghez. Egy másik feladatban a gyerekeknek bemutattak két, 6 golyóból álló halmazt az egyik esetben „*hat*”-nak a másik esetben „*sok*”-nak címkézve őket. Ezután az egyikhez hozzáadtak még 100 golyót és megkérdezték, hogy most melyik halmaz tartalmaz hatot vagy sokat (annak megfelelően kérdeztek, hogy először mivel címkézték a halmazt). Amikor azt kérdezték, hogy hol van sok golyó, az egy-ismerő gyerekek is azt a halmazt választották, amihez korábban hozzáadtak száz golyót. Amikor azt kérdezték, hogy melyik halmazban van hat golyó, azt választották, amit változatlanul hagytak, mert megértették, hogy ilyenkor a számnévnek is változatlannak kell maradnia. A harmadik feladatot viszont csak akkor tudták a gyerekek megoldani, ha megértették a kardinalitás elvét. Ebben a feladatban a gyerekeknek két halmazt mutattak be, ahol vagy megegyezett az elemek száma, vagy az egyikben egyel több volt (5 süti és 6 süti). Habár a gyerekek helyesen tudtak arról dönteni, hogy a két halmaz ugyanolyan vagy nem, abban már csak a kardinalitás elvét megértők tudtak helyesen dönteni, hogy az a halmaz, amire a vizsgálatvezető rámutat öt vagy hat elemből áll-e. Ezek az eredmények úgy értelmezhetőek Slusser és Sernecka (2011) szerint, hogy a gyerekek képesek a számneveket jelentésük alapján megkülönböztetni, valamint azt is értik, hogy egy halmazra mindaddig ugyanazt a számnév

címkét használjuk, amíg nem adunk hozzá vagy veszünk el belőle. Ezzel szemben azt már nem tudják, hogy hogyan terjesszék ki az egyik halmaznál használt számnevet egy másikra. Szerintük a kardinalitás elvének elsajátítása előtt a gyerekek rájönnek arra, hogy a számnevek jelentésükben különbözőek és csak akkor változnak egy halmazra vonatkozóan, ha teszünk hozzá vagy elveszünk belőle. Amikor egy gyereknek azt mondjuk, hogy ez a halmaz *öt* elemből áll, akkor a gyerek tudni fogja (mert azt tudja, hogy a számnevek mennyiségekre használjuk), hogy ez a címke addig nem változik amíg csak átrendezzük a halmazt, de nem veszünk el belőle, vagy adunk hozzá. Ezzel szemben, amikor egy másik halmazra is vonatkoztatni akarja ezt a számnevet, mint címkét ahhoz tudnia kell egy az egyhez megfeleltetni a két halmaz elemeit. Valamint értenie kell, hogy ez azt a jelentést hordozza magában, hogy a két halmaz a számosság dimenziója szerint megegyezik (Sernecka & Wright, 2011). A gyerekek ezek szerint tudhatják, hogy a számnevek mennyiségekre vonatkoznak anélkül, hogy ismernék annak a módját, hogy hogyan kapcsolhatnak egy számnevet egy halmazhoz vagy hogyan terjeszthetik ki egy számnév címkéjét egy másik halmazra is. Utóbbi kettőre majd a kardinalitás elvének elsajátításakor jönnek rá. Ezt az elképzelésüket alátámasztják az alábbi vizsgálatban kapott eredmények is.

Slusser & Sarnecka (2011) gyerekeknek (2,5 éves - 4 éves) olyan képeket mutatott, ahol 4,5,8,10 mennyiségben különféle színű teknős vagy virág volt, ami lehetett “szomorú” vagy “boldog”. A gyerekeknek bemutattak egy képet majd a számnevet kimondva címkézték a képet. Ezután arra kérték a gyereket, hogy két kép közül válassza ki azt amelyiken ugyanannyi teknős van (ugyanazt a számnevet használták, mint az előbb). A próbák másik felében arra kérték a gyereket, hogy szín vagy hangulat alapján döntsenek. A gyerekeknek azt mondták, hogy nem kell számolniuk. Ezután a gyerekekkel az “Adj X tárgyat” feladatot végezték el, ami jelenleg a legmegbízhatóbb mérőeszköz az aktuális számmegértés felmérésére (a “Módszer” részben a feladat pontosabb leírása megtalálható). Az eredmények azt mutatják, hogy a gyerekek nem tudják a számneveket mennyiség alapján (négy, öt, nyolc, tíz) kiterjeszteni egyik halmazról a másikra, egészen addig, amíg el nem érik a kardinalitás megértését. Nem a feladat megértésével vagy általában egy fogalom kiterjesztésével volt a nehézségük, mert a színek és hangulatok alapján pontos döntéseket tudtak hozni. A kardinalitás elv tudók számolás nélkül is megértették azt, hogy két ugyanannyi elemből álló halmazt ugyanazzal a számnévvel címkézzük.

A számosság megértésének mechanizmusa és a szubitizáció

A következő kérdésünk az lehet, hogy mi a mechanizmus, melynek segítségével a gyerekek megtalálják azt a dimenziót, ami az összes számnévben közös: a *számosságot*.

Gyerekek hajlamosak általánosítani a tárgyak nevét az alakjuk alapján (Landau, Smith & Jones, 1988; Soja, Carey & Spelke, 1991). Ez konzisztens azzal, hogy alap szintű főneveket használjuk azokra a példányokra, melyeknek hasonló alakjuk van (Samuelson & Smith, 1999). Ez a kategorizáció a nyelvtanhoz kötött. Az angolban a főnevek szintaktikailag külön kategóriákba különülnek az alapján, hogy megszámlálhatóak vagy nem. A megszámlálható főnevek diszkrét kvantifikátorokból állnak és van többes számuk, míg a sokaságot jelző főnevek (például a *csorda*) folytonos mennyiségeket jelölnek és nincs többes számuk. Amikor egy új tárgy nevét mutatjuk be az előbbiből, akkor az alak alapján történő kategorizáció megnövekszik, míg ha az utóbbi keretben történik a bemutatás csökkenni fog. Cantrell & Smith (2012) azt állítják, hogy erős kapcsolatot feltételezhetünk egy példányról való gondolkodásban és az alakjára irányuló figyelem között. Habár a világ többi nyelve különbözik abban, hogy hogyan teszik elkülöníthetővé a példányokat, a legtöbb kutatást afelé mutat a korán elsajátított főnévi kategóriák kapcsán, hogy van kapcsolat a tárgyak, mint egyedi példányok konceptualizációja és alak alapján történő kategorizáció között (Gathercole & Min, 1997; Imai & Gentrner, 1997; Li, Dunham & Carey, 2009). Ez alapján Cantrell & Smith (2012) megfogalmazta azt a hipotézis, hogy bármely faktor, ami csökkenti annak a valószínűségét, hogy valamit egyedülálló példányként kategorizáljunk, az az alak alapján történő kategorizációt is csökkenteni fogja. Kutatásukban egy egyedülálló tárgyat megszámlálható tárgyként neveztek el (angolban: *a tiso*) majd megkérték a gyerekeket/felnőtteket arra, hogy keressék meg a tisokat (angolban: *“Find the tisos!”*) idő korlát nélkül. Amikor a halmaz több, mint négy elemből állt akkor sem a gyerekek sem a felnőttek nem választották az alakban illeszkedő halmazt. Ez azért lehetséges, mert kevésbé voltak képesek arra, hogy egyedként identifikálják az elemeket. Ilyenkor az alak sokkal kevésbé fontos, hogy az egyes egyedeket kategorizálhassuk, sokkal inkább az egész halmaz tulajdonságaira figyelnek, mint a szín, textúra vagy a számosság. Az egészre irányul a figyelem és nem az egyes példányokra, ezért az individuációnál fontos faktorok, mint az alak kevésbé lesz kiugró.

Azért fontos ez az eredmény, mert más kutatás is sejteti, hogy külön folyamataink vannak kis és nagy halmazok mennyiségének megállapítására. Cantrell & Smith (2012) kutatása is azt mutatja, hogy míg négy elemig pontos a halmaz megkülönböztetés, összehasonlítás és adott mennyiség felfogása, addig a nagy mennyiségeknél már csak becsülni tudunk. Azt láthattuk Slusser & Sarnecka (2011) vizsgálatánál is, hogy a gyerekek először megtanulják a mennyiségi jelentését az első néhány számnak, az egynek, kettőnek esetleg a háromnak, de más kutatók is hasonló véleményt képviselnek (Bermejo, 1996; Fuson, 1988; LeCorre & Carey, 2007; Sarnecka & Gelman, 2004; Wagner & Walters, 1982; Wynn, 1990). Ezeket a mennyiségeket számolás nélkül ismerik fel, de az nem teljesen letisztázott a szakirodalomban, hogy a nagy mennyiségeket hogyan észlelik. Egyesek szerint a gyerekek tudják, hogy a nagy halmazok különböznek a kis halmazoktól, de arra már nem képesek, hogy a nagyobb halmazok között különbséget tegyenek (LeCorre & Carry, 2007). Mások azt állítják, hogy a gyerekek rendelkeznek a nagyobb mennyiségekre specializálódott pontatlan érzékkel (Sarnecka & Gelman, 2004; Spelke & Tsivkin, 2001). Abban viszont elég nagy egyetértés van, hogy a kis mennyiségeket számolás nélkül is képesek felismerni jóval korábban, hogy nagy mennyiségeket tudnának címkézni vagy megértenék a kardinalitás elvét. Ez a képesség nemcsak a gyerekekre jellemző, a felnőttek is a kis halmazokat (kevesebb, mint 4 tárgy) viszonylag gyorsan meg tudják számolni. Pontok számolásakor a személyek nagyjából 4-ig viszonylag gyorsan megállapítják egy halmaz számosságát, míg 4 után már sokkal lassabb lesz a számolásuk. Míg 4-ig minden egyes új pont hozzáadása körülbelül 60-80 ezredmásodperccel növeli a reakcióidőt, addig 4 fölött már átlagosan 200-250 ezredmásodperccel több időt fog jelenteni egy újabb pont hozzáadása. Vagyis a pontok számolásának reakcióidejét megjelenítő függvény kis számoknál jóval laposabb, mint nagyobb számoknál (Krajcsi, 2003). Ezt a jelenséget szubitizációnak hívjuk és a különféle szerzők más-más magyarázatot találtak a jelenség okára.

A számok megértésére Dehaene (2003) szerint három különféle reprezentációt használunk. Ezek közül az egyik az analóg mennyiség-reprezentáció, amit a mentális számegyenesnek is neveznek. Ebben a reprezentációban a jel annál „nagyobb”, minél nagyobb értéket képvisel, ahogyan egy a vonalzó is reprezentálja a számosságot. Az analóg mennyiségrendszer reprezentációja zajos, mert nem tudja pontosan tárolni az értékeket. A zaj mértéke arányos a jellel: minél nagyobb jelet kell tárolnia, annál nagyobb a jelhez kapcsolódó zaj. Ezért ez a rendszer csak pontatlanul

reprezentációra képes, de azt valós értékekkel teszi. A szubitizációt az analóg rendszer pontatlan reprezentációjával magyarázzák egyes szerzők. Mivel a reprezentáció a jellel arányos zajt tartalmaz, ezért a viszonylag nagyobb számok pontos meghatározásakor ez a rendszer nehézségekbe ütközik, és a nagy számok detektálása viszonylag lassabb (Gallistel & Gelman, 2000; Wynn, 1998).

Pylyshyn szerint (Trick & Pylyshyn, 1994) a vizuális index lehet felelős a gyors számolásért, mert a vizuális rendszerünk is csak 4 tárgyat képes biztosan figyelni, követni. Elképzelése szerint a számlálás lassulása azért történik, mert a rendszer korlátozott kapacitású és a számolás ott fog lassulni, ahol a rendszer kapacitásának felső határát eléri. A szubitizáció szerinte a vizuális rendszerünk figyelmi korlátának mellékterméke.

A vizuális index elmélet magyarázata csak a vizuális rendszerre érvényes, míg az analóg mennyiség reprezentáció a pontok számolásán kívül az arab számokra és a betűkkel kiírt számokra is érvényes lehet. Krajcsi (2003a) vizsgálatában a személyeknek azt kellett eldöntenie, hogy két mennyiség egyezik-e. Mindegyik mennyiség lehetett pont, arab szám vagy írott szám (*“Egyforma-e a ’9’ vagy ’nyolc’?”*). A két ingert egymás után láthatták, ami a második ingert ellenőrzésének feleltethető meg (eldöntik, hogy adott értéket képvisel-e). Az eredmények szerint a szubitizációs görbe csak a pontoknál jelentkezett, ezzel szemben az arab számoknál vagy betűknél nem volt ilyen hatás. Krajcsi (2003b) szerint ez azt jelenti, hogy a szubitizáció a vizuális rendszer korlátából fakad és nem a mentális számegyenes pontatlan reprezentációjából. Ennek ellenére a vita nem zárult le, mert nincsenek végső bizonyítékok egyik oldal számára sem.

A szubitizáció magyarázatára Krajcsi, Szabó & Mórocz (megjelenés alatt) a mintázat felismerés modellt javasolják, miszerint a tárgyak elrendezése kritikus tulajdonság a tárgyak számolásának sebessége szempontjából. Az elmélet szerint, amikor látunk néhány tárgyat akkor azok mennyiségének meghatározását a mintázat felismerése adja, mert csupán ez is elég ahhoz, hogy a megfelelő szám címkéjét előhívjuk (például: háromszög – 3, négyzet – 4). A vizsgálatban a résztvevőknek tárgyakat kellett számolniuk, melyek vagy egy szimmetrikus és jól ismert elrendezésben (kanonikus mintázatban) vagy véletlenszerű mintázatban helyezkedtek el. Ez eredményeik azt mutatták, hogy a résztvevők akkor is képesek voltak szubitizálni, ha 4 tárgynál

többet láttak, pusztán arra volt szükség, hogy a tárgyak kanonikusan legyenek elrendezve. Az eredményeik azt a következtetést vonták le, hogy az alakzat felismerő rendszer 5 alatt bármilyen halmazt ismert alakzatra tud átalakítani, míg 4 fölött ez az átalakítás csak korlátozottan működik. Szerintük a szubitizáció négyes korláta pontosan illeszkedik a felismerő rendszer hasonlóságdetekciójának korlátához, ami megerősíti, hogy a szubitizáció és a mintázat felismerés azonos mechanizmuson alapul.

A szubitizáció képessé teheti a gyereket arra, hogy úgy címkézzon meg egy halmazt, hogy ne kelljen valójában mennyiséget társítani mellé. Ugyanabban az időben tanulják meg a számnév listát, mint amikor kis halmazokat kezdenek címkézni, de mindezt anélkül, hogy rájönnének arra, hogy a két képesség kapcsolatban van egymással (Fuson, 1988; Mix és mtsai., 1974; Wynn, 1990, 1992). Mix és munkatársai szerint (2012) ha a gyerek képes egy három elemből álló halmaz megszámlálására és háromnak címkézni a halmazt, akkor könnyen észreveheti, hogy a számlálás ugyanahhoz a szóhoz vezet, ami az egész halmaz címkéje is. Ez az átfedés csak kis mennyiségekre érvényes, mert ezek egyaránt felismerhetők számlálással és számlálás nélkül is. Habár ez az átfedés jelezheti a kapcsolatot a két dolog között, önmagában még nem lenne elegendő, hogy megtörténjen a pontos megértés. A szerkezet feltérképezése egy olyan összehasonlító mechanizmus, ami alapján előtűnik az, ami két entitásban közös. Ezzel a módszerrel az emberek képesek olyan hasonlósági dimenziókat is észlelni, amik újak és nem annyira nyilvánvalóak. A számlálás és a mennyiség megfeleltetésekor is ugyanez a mechanizmus működik. Először a gyerek csak azt észleli, hogy a halmazra kimondott címke és számlálás közben kimondott utolsó szó ugyanaz. További összehasonlításkor észreveheti, hogy megszámlált és a címkézett halmaz mennyiség szempontjából is ugyanannyi, egymásnak egy az egyhez megfeleltethetőek. Ezáltal arra jön rá, hogy az utolsónak kimondott szó és a címkézésre használt számnév ugyanazt a jelentést közvetíti, így megérti a kardinalitás elvét egy számra vonatkozóan. Ahhoz, hogy általánosítani tudjon legalább néhány számnévnél meg kell tennie ezt a felfedezést (Mix és mtsai., 2012).

A számmegértés jelenségének klasszikus magyarázata

A kardinalitás elv megértésével kapcsolatos nehézségeket a szakirodalomban népszerű analóg mennyiség rendszer képviselői sem tudják megfelelően magyarázni. Fentebb már röviden

összefoglaltuk az analóg mennyiségi rendszer jellemzőit, de ezt most a könnyebb áttekinthetőség érdekében kiegészítjük. Tehát azt tudjuk, hogy a reprezentációban a zaj mértéke arányos a jellel: minél nagyobb jelet kell tárolnia, annál nagyobb a jelhez kapcsolódó zaj. Két mennyiség észlelt különbségének ezért függ a két mennyiség arányától. Minél nagyobb szám jelenik meg bemenetként annál pontatlanabb a jel, ami aktiválódik a mentális számegyenesen. Ez a jel pontatlanság a Weber-törvényt követi. Weber-törvény egy az érzékelés-észlelés folyamatára vonatkozó pszichofiziológiai törvény, mely szerint minél nagyobb egy észlelt jel valós intenzitása, annál nagyobb változás szükséges a jel erősségében, hogy annak változását észleljük. Ezt az elvet követve két halmaz elemeinek megkülönböztetésénél azonos gyorsasággal és pontossággal dolgozunk fel azonos arányú halmazokat (például az 1 és 2 elemszámú halmazt a 10 és 20 elemszámúhoz hasonlóan) (Dehaene, 2003). Piazza (2010) szerint a gyerekeknél a kardinalitás megértése az analóg mennyiség rendszerrel együtt fejlődik, ami feltételezi azt is, hogy a Weber-állandó olyan ütemben fejlődik, mint a számmegértés, de erre vonatkozóan még a szakirodalomban nincsenek meggyőző adatok. Az elmélet igazából az 1, 2, 3 megértésének fejlődését magyarázza, mert ezek elég kis értékek ahhoz (kicsi lesz a zaj is), hogy a rendszer pontosan reprezentálja őket. Viszont az elmélet nem tudja azt magyarázni, hogy a 4-nél miért van áttörés, valamint mi történik közben és utána. Arra sincsen értelmezés, hogy az 1 megértése miért későn jelenik meg, miközben a kétszeres különbséget a csecsemők már detektálják korábban is. Probléma emellett az is, hogy nem általánosítható a folytonos mennyiség reprezentáció diszkrét tárgyakra, ami a pontos számolásnál nélkülözhetetlen. Mivel az analóg mennyiség rendszer nem ad kielégítő választ ezekre a jelenségekre továbbra is kérdés marad, hogy mégis miért tart a gyerekeknek olyan sokáig az első három számnév elsajátítása és a négyes szám elsajátításakor milyen változás történik bennük? Valamint feltehetjük azt a kérdését is, hogy lehet-e fejleszteni a számmegértést?

Fejleszthető-e a számmegértés?

Mix és munkatársai (2012) szerint a felnőttől érkező információ jelentős szerepet tölt be a kardinalitás elvének elsajátításának segítségével. Ha a felnőtt bemutatja a címkét és a számlálást úgy, hogy közben optimalizálja az összehasonlító mechanizmus feltételeit, akkor a gyerek sokkal korábban értheti meg a kardinalitás elvét, mint egyedül. A szerzők 3,5 évesekkel próbáltak ki négyféle tréning módszert. Minden esetben egy képes könyvet nézegettek a gyerekekkel, ahol a

képek felén kis mennyiségben voltak a tárgyak a másik felén pedig nagyobb mennyiségben. Az összehasonlító módszerben először megmondták, hogy hány elemből áll a kép majd utána rögtön meg is számolták az elemeket. A számolási módszernél csak megszámozták az elemeket, míg a címkézi helyzetben csak a számnevet mondták ki a képnél. A negyedik módszernél az esetek felében a számolási módszert, a másik felében pedig a címkézési módszert használták. A kontroll helyzetben új szavakat tanultak nem numerikus jellegzetességekről. A gyerekeknek minden esetben azt kellett megismételnie, amit a felnőtt korábban bemutatott. Azok a gyerekek, akik korábban nem értették a kardinalitás elvét csak a három héten át tartó összehasonlító módszer alkalmazása után mutattak fejlődést az „Adj X tárgyat” feladatban.

Saját elmélet

Az a legérdekesebb a kérdéskörben, hogy a gyerekek már korábban is készen állnának arra kognitív szinten, hogy megértsék a kardinalitás elvét. Ahogy azt már fentebb is említettük, rendelkeznek a szükséges alképességekkel, csupán integrálni nem tudják őket. Születésüktől fogva képesek a tárgyakat diszkrét példányokként reprezentálni (individuáció), korán képesek fix szimbólum sorozatok megtanulására (versikék vagy a számlista) és az egy az egyhez rendelés sem okoz nekik nehézséget – mégsem képesek a számok megértésére.

A hipotézisünk szerint a gyerekek azért nem tudnak korábban elvonatkoztatni egy szabályosságot a számnév sorozatból, mert az egyes címkék nem numerikus jelentéssel bírnak számukra. Félreértelmezik az első három számot, de más mechanizmusok segítségével képesek megoldani azokat a feladatokat, ahol egyet, kettőt vagy hármat kell produkálniuk. Elméletünk ezen pontjai mind beilleszthetők a fentebb tárgyalt elméletekbe, miszerint először a számnevek egy alcsoportján kell megismerniük a specifikus mennyiségi (kardinalis) jelentéseket (Bermejo, 1996; Fuson, 1988; LeCorre & Carey, 2007; Sarnecka & Gelman, 2004; Wagner & Walters, 1982; Wynn, 1990), kis mennyiségeket számolás nélkül is képesek felismerni (Cantrell & Smith, 2012; Gallistel & Gelman, 2000; Wynn, 1998; Trick & Phylyshyn, 1994; Krajcsi, 2003; Krajcsi, Szabó & Mórocz, megjelenés alatt), ismerhetik a számnév sorozatot, de nem feltétlenül fognak ehhez társítani numerikus jelentést (Lipton & Spelke, 2005).

Feltételezésünk szerint az első két számhoz nem numerikus jelentést társítanak. A gyerek elképzelhető, hogy az 1 szám helyett az “egy” szót identifikációnak gondolja, egy kategória

tetszőleges példányát érti alatta. A „kettő” szót pedig párként értelmezheti, ami a természetben elég gyakori, hogy külön fogalom lehessen, és a gyerek mindennapjaiban is gyakran megjelenik (*„Most felhúzzuk az egyik cipőt, most a másikat is.”*). Tehát hiába lesz képes az „egy” mennyiség produkciójára, ami a külső megfigyelőként helyes megoldásnak tűnik, valójában nem mennyiséget fog érteni alatta. Ugyanígy a „kettő” számnév félreértelmezése is adhat helyes eredményt, de a háttérben lévő értelmezés nem szolgálja a kardinalitás elvének megértését. Bár „három” szóra már nem lesz preferált alternatív értelmezése a gyerekeknek, de képes lehet három tárgyat adni, ha erre kérjük, mert háromszög alakzatként érti a a három tárgyat. Így mégha egy vonalban vannak felsorakoztatva a tárgyak, akkor is képes lesz alakzatba forgatni őket. Emiatt, amikor megtanulja a hármas szó értelmét, az általános szabályt a kardinalitásra vonatkozóan még nem lesz képes elvonatkoztatni. Ez csak a „négy” szó megértése után következhet be, amit már nem tud sehogyan másképpen értelmezni csak, mint számosság. Azt láthattuk, hogy az alakzat detekció is csak eddig a határig működik, innentől kezdve a nagyobb mennyiségeknél kénytelen lesz a számolást használni eszközként ha pontosan akarja megoldani a feladatot.

Hipotézisünk szerint, ha egy feladat kifejezetten a félreértelmezés tisztázására koncentrálna akkor a kardinalitás megértésének elérését korábbra hozhatnánk. Bár Mix és munkatársai (2012) is alkalmazott tréninget a gyerekeknél, az általunk használt feladat tisztázza a gyerek félrértéseit és sokkal rövidebb idő alatt, akár egy alkalom után is képes a kardinalitás elv belátását indukálni a gyerekekben. Az „Állatok etetése” feladat különlegessége más fejlesztő feladatokhoz képest, hogy nem lehet másképp megoldani, csak ha számosságokként viszonyul a gyerek a számnevekhez, ezért tényleg számolnia kell. Más feladatoknál elég lehet, ha a gyerek csak eljátssza mintha számolna (bár rámutat az egyes példányokra lehet, hogy valamelyikre többször vagy valamelyiket éppen, hogy kihagyja, esetleg véletlenszerűen mondja számneveket), mert csak a felnőtt-gyerek interakción van a hangsúly és nem a számokkal kapcsolatos tudás pontos és adekvát átadásán és elsajátításán.

Módszer

Résztvevők

Kutatásunkhoz budapesti óvodákat kerestünk meg. A mintánk 41 gyerekből tevődik össze (3 - 3,5 év), 18 lány és 23 fiú, akik még nem érték el a kardinalitást. A kutatás során 22 gyereket kellett kizárnunk, mert figyelem vagy motiváció hiány miatt meg kellett szakítanunk a mérést. A mérés során a feladat felvételének módszerében minőségi változásokat iktattunk be, aminek jelentős hatása volt a gyerekek produkciójára is. Az ezzel kapcsolatos részleteket a “Kutatás menete” és az “Eredmények” részben pontosabban ismertetjük.

Kutatás során használt feladatok: A feladatok megszakítás nélkül megközelítőleg 40 percet vesznek igénybe. Szünetet a gyerekek igényeinek megfelelően érdemes beiktatni.

Számsor ismerete: Ezzel a feladattal azt mérjük fel, hogy a gyerek meddig ismeri a számneveket megbízhatóan akár, mint jelentés nélküli címkéket. A vizsgálat vezetője megkérdezi a gyereket, hogy meddig tud számolni, majd lejegyzí az utolsó értéket, amiben biztos volt a gyerek.

Adj X tárgyat! (Wynn, 1990, 1992): Ezzel a feladattal mérjük fel a gyerek aktuális számmegértését. A mérést végző személy megkéri a gyereket, hogy az elé helyezett nagyobb kupac golyóból adjon adott mennyiséget (1-től 6-ig). Ezt a hat számot egymás után kétszer, véletlen sorrendben kérdezzük meg a gyerektől, így optimális esetben 16 próba lesz. A mérést végző személy a következő instrukciókat mondja: *„Ebben a feladatban arra vagyok kíváncsi, hogy milyen ügyesen tudod kiválasztani ezeket a labdákat. Tudnál nekem adni X labdát? Csak tedd ide elé.”* A számneveket nem egymás után, növekvő sorrendben mondjuk. A mérés során visszajelzést nem adunk a gyerekeknek arra vonatkozóan, hogy helyesen vagy rosszul oldotta meg a feladatot, csak megköszönjük az adott próba elvégzését. Az ezt követő fejlesztő feladatban csak azok a gyerekek vehetnek részt, akik még nem értették meg a kardinalitás elvét, aki nem tudott négynél több golyót is pontosan adni, amikor arra kérték. A mérést csak az egy-, kettő- és háromismerőkkel folytatjuk.

Állatok etetése: Ennek a feladat a célja, hogy megértessük a gyerekekkel a számok használatát így eljuttassuk a kardinalitás megértésének fázisához. A mérést vezető személy kirak a gyerek elé adott mennyiségben játék állatokat. A gyerekek feladata az, hogy egy távolabbi helyről állat eledelt jelképező golyókat hozzon az állatoknak (1.ábra). Fontos, hogy ne lássa a másik helyről az asztalt, ahol az állatok vannak, mert így a nagyobb mennyiségeknél nem fogja tudni munkamemóriából megoldani a feladatot így az állatok pontos számára kell emlékeznie és nem az egyes állatokat fogja megjegyezni. A feladat három szakaszból áll.

Az első szakaszban ismertetjük a gyerekekkel az etetés szabályait: (1) minden állatnak vinnie kell enni, (2) minden állatnak csak egy ennivalót adhat, (3) minden állatnak egyszerre kell vinnie enni, (4) ha több vagy kevesebb ennivalót visz, mint amennyi állat van, akkor az állatok össze fognak veszni az ételen. Ebben a szakaszban egytől, négyig gyakoroljuk a mennyiségeket és megengedjük, hogy javítsanak, ha nem megfelelő mennyiséget hoztak adott próbában.

A második szakaszban egytől - hatig bemutatjuk a gyerekeknek az etetés hatékonyabb módját számokkal. Először megszámloljuk az állatokat hangosan („Egy állat, két állat...”) majd kijelentjük, hogy adott mennyiségű ennivalót kell hoznunk. Ezután az ételt egyesével felszedjük, miközben ismét hangosan számolunk („Egy ennivaló, két ennivaló...”). Végül az állatok elé egyesével lerakjuk a golyókat és következőket mondjuk: „Egy ennivaló egy állatnak, két ennivaló két állatnak...”.

A harmadik szakaszban a gyerekek gyakorolhatják az újonnan tanult elveket három állattól kezdődően.

Ez a feladat megszakítás nélkül körülbelül 20 percet vesz igénybe.



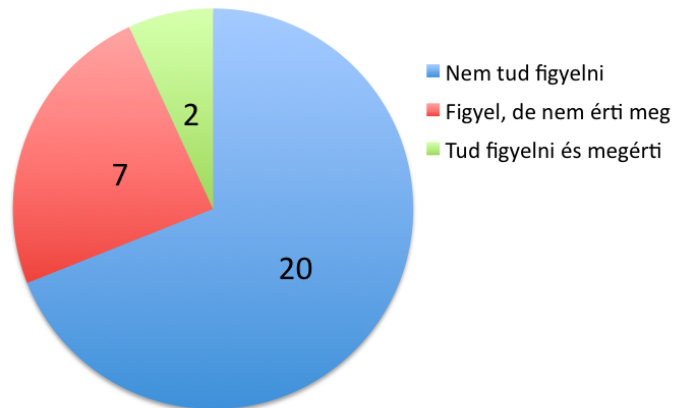
1. ábra Illusztráció az állatok etetésénél használt eszközökre

Adj X tárgyat!: A második pontban ismertetett feladatot ismételtén felvesszük a gyerekekkel, annak érdekében, hogy ellenőrizzük valódi megértés történt-e. A második mérésakor már csak a három feletti értékeket teszteljük.

Kutatás menete: A kutatást két fázisra bonthatjuk. Az első mérés sorozatnál, 29 gyerek esetében még nem iktattunk be szüneteket módszeresen a feladatok közé, csupán abbahagytuk a mérést és engedték, hogy valami mással foglalkozzon a gyerek, vagy pihenésképpen a mérést végző személy beszélgetett a gyerekekkel. Ennek hatására sok gyerekekkel kellett korábban megszakítanunk a mérést, mert elfáradtak lettek vagy motiválatlanná váltak. A második mérés sorozatnál megkértük a gyerekeket, hogy azonnal jelezzék, ha pihennének és alapvetően is 15 percenként szünetet iktattunk be, amikor a vizsgálat vezetője visszavitte a gyereket a terembe. Ez a mérés szempontjából nem jelentett idő veszteséget, mert párhuzamosan foglalkoztunk a gyerekekkel. Mivel ez egy gyerekekre vonatkoztatva legfeljebb fél óra pihenőt jelentett, minden gyerek megfelelően emlékezett a korábbi ülésben történetekre.

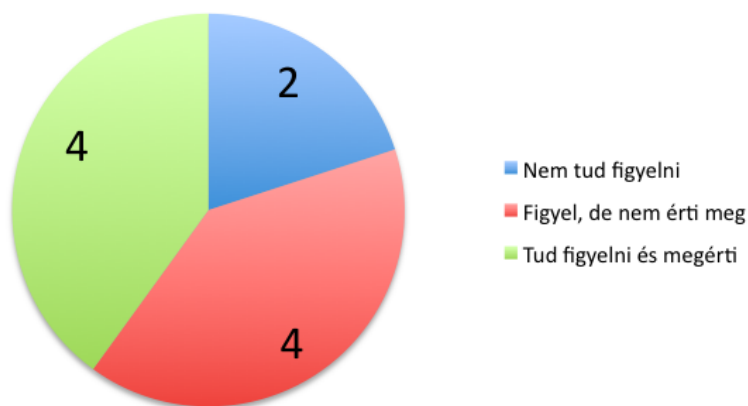
Eredmények

A szünetek beiktatása előtt 2 gyereknél értük el a kardinalitás megértését, 7 gyereknél nem sikerült fejlődést elérnünk a módszerrel és 20 gyereknél korábban kellett befejeznünk a teszt felvételt (2. ábra).



2. ábra A gyerekek eredményei a szünetek beiktatása előtt

A szünetek beiktatása után 4 gyerekkel sikerült megértetni a kardinalitás elvét, 4 gyereknek nem sikerült megtanítani a kardinalitás elvét és csak 2 gyereknél kellett korábban befejezni a mérést (3. ábra).



3. ábra A gyerekek eredményei a szünetek beiktatása után

Az adatokat SPSS Statistics 17 programmal elemeztük és Khi-négyzet próbát alkalmaztunk. A próba eredménye $\chi^2(2, N = 39) = 9.12, p = .01$ azt jelzi, hogy a két csoport (a szüneteket módszeresen és a szüneteket módszeresen nem tartó gyerekek) gyakoriságaiban különbözik abból a szempontból, hogy iktattunk-e be szünetet a mérésbe. Ez alapján azt mondhatjuk, hogy a szüneteknek volt hatása arra, hogy kevesebb gyereket kellett kizárnunk.

Diszkusszió

Eredmények alapján elmondhatjuk, hogy a szünetek beiktatása után sokkal hatékonyabbá vált a feladat. Az eredmények így is jelentősek, hiszen meglepően gyorsan, mindössze egy alkalom elegendő volt 6 gyereknél ahhoz, hogy megértsék a kardinalitás elvét. A Slusser és Sernecka (2011) szerint bár a keresztmetszeti kutatások azt a benyomást kelthetik, hogy éles, jól elkülöníthető határ húzódik a fogalmi rendszerek közötti váltáskor, és a kardinalitás elvének megértése hirtelen történik, valójában a gyakorlatban több időt igényel a váltás. Erre bizonyítékul azt a jelenséget hozzák fel, hogy a három- és négy-tudók ismerete a számnevek és mennyiségek közti kapcsolatról még nagyon törekeny mielőtt megértik a kardinalitás elvét, de azért jobban teljesítenek a számokkal kapcsolatos feladatokban, mint az egy- vagy kettő-tudók, ezért őket a kardinalitás elv részleges ismerőinek nevezik (Sernecka & Carey, 2008). Mix és munkatársai (2012) is három hét után tapasztalt fejlődést a gyerekeknél. Az ő általuk kritikusnak tartott szempont az „Állatok etetése” feladatnál is teljesült: a címkézés és számolás helyzete megfelelően elkülönült ahhoz, hogy a gyerek saját maga kapcsolhassa össze őket, emelet az általunk feltételezett félreértelmezéseket is korrigálta. Azok a gyerekek, akiknél nem sikerült fejlődést elérnünk, viszont a figyelmüket fenn tudták tartani, több tréning hatására lehetséges, hogy megértették volna a kardinalitást, ezt a jövőben érdemes lenne kipróbálni. Értelmezhetjük úgy az eredményeket, hogy az egyéntől függhet, hogy mennyire hirtelen következik be a megértés, mert különböző szinteken lehetnek közel a belátáshoz. Azoknál a gyerekeknél viszont, akik közel állnak a megértéshez tapasztalataink szerint ilyenkor valódi és hirtelen belátás történik a gyerekeknél, mert viselkedésükből izgalom és öröm sugárzik, újabb értékekkel akarják kipróbálni a játékot.

Feltehető a kérdés, hogy miért jó az óvodásoknak, ha korábban értik meg a számokat, hiszen lehetséges, hogy a természet szándékosan használja ezt a sorrendet a tanulásban. Mivel a pontos számok az olvasáshoz hasonlóan nem részei a természetes repertoárunknak, nem valószínű, hogy a kötött sorrend szükséges lenne az optimális fejlődéshez, szemben más képességekkel, mint például a járás és a nyelv. Mivel minden alképességgel rendelkeznek a gyerekek és mi csupán a félreértelmezett szavakat tisztázzuk, így nem hagyunk ki számokhoz vezető építőköveket.

Sokan értenek azzal egyet, hogy óvodás korban jobb lenne, ha a gyerekek játszanának és nem erőltetnénk a kognitív funkcióikat viszont amikor elkezdik az iskolát már elfogadhatónak találjuk a tréningeket. Ez egy éles váltás a gyerekekkel kapcsolatos elvárások szempontjából, ami nem feltétlenül optimális. Ha korábban elsajátítják a gyerekek a számok helyes használatát, akkor sokkal több idejük lesz mélyebben megismerkedni a számokkal. Emellett mivel a számok mindennapjainkban elkerülhetetlenül ott vannak, a számnevek értelmessé és jelentésselivé válása magabiztosságot adhat a gyerekeknek és megerősítő jellegűvé válhat.

A javuló eredmények ellenére a kutatásban további fejlesztéseket is hajtunk végre. Tervezzük az óvodásokkal megtanítani a számlistát mielőtt megkezdjük a méréseket. A címkék ismerete nélkülözhetetlen ahhoz, hogy a számokról kommunikáljunk a gyerekekkel, de a három éveseket az óvodában a beszoktatásuk ideje alatt formálisan nem tanítják. Az eddigi méréseknél csak az otthonról hozott tudásra támaszkodhattunk, amiben viszont jelentős egyéni különbségek mutatkoztak.

Mivel a fejlesztő feladat mindössze 20 perc, indokolt lehet többet tréningezni azokat a gyerekeket, akiknél látszik, hogy a határán vannak a megértésnek, csak több gyakorlásra lenne szükségük.

Végül a legnagyobb változtatásunk, hogy az off-line módszert egy számítógépes programmal helyettesítjük, ami az előtesztelés tapasztalatai szerint sokkal jobban bevonja a gyerekeket a játékba ezért sokkal motiváltabbak a tanulásban.

Felhasznált szakirodalom

Bermejo, V. (1996). Cardinality development and counting. *Developmental Psychology*, 32, 263–268, doi:10.1037/0012-1649.32.2.263.

Berteletti, I., Lucangeli, D., Piazza, M., Dehaene, S. & Zorzi, M. (2010). Numerical estimation in preschoolers- *Developmental Psychology*, 46(2), 545-551.

Briars, D., & Siegler, R. (1984). A featural analysis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology*, 20, 607–618.

Cantrell L. & Smith L. B. (2012). Set size, individuation, and attention to shape. *Cognition*.

Condry, K. F., & Spelke, E. S. (2008). The development of language and abstract concepts: The case of natural number. *Journal of Experimental Psychology: General*, 137, 22–38.

Dehaene, S. (2003). A számérzék: Miként alkotja meg az elme a matematikát? Osiris Kiadó, Budapest.

Fuson, K. C. (1988). Children's counting and conceptions of number. New York, NY: Springer-Verlag.

Frye, D., Braisby, N., Lowe, J., Maroudas, C., & Nicholls, J. (1989). Young children's understanding of counting and cardinality. *Child Development*, 60, 1158–1171.

Imai, M., & Gentner, D. (1997). A cross-linguistic study of early word meaning: Universal ontology and linguistic influence. *Cognition*, 62, 169–200.

Gallistel, C. R., & Gelman, R. (2000). Non-verbal numerical cognition: From reals to integers. *Trends in Cognitive Science*, 4, 59 – 65.

Gathercole, V. C. M., & Min, H. (1997). Word meaning biases or languagespecific effects? Evidence from Spanish and Korean. *First Language*, 17, 31–56.

Krajcsi, A. (2003a). Numerikus képességek. *Erdélyi Pszichológiai Szemle*, 4 (4), 331-382.

Krajcsi A. (2003b). Az analóg mennyiség rendszer vagy a vizuális index következménye a szubitizáció? Tizedik Magyar Látás Szimpózium, Pécs.

Krajcsi, A., Szabó, E., & Mórocz, I. Á. (megjelenés alatt). Subitizing is sensitive to the arrangement of objects. *Experimental Psychology*.

Landau, B., Smith, L. B., & Jones, S. S. (1988). The importance of shape in early lexical learning. *Cognitive Development*, 3, 299–321.

Le Corre, M., Van de Walle, G., Brannon, E. M., & Carey, S. (2006). Re-visiting the competence/performance debate in the acquisition of the counting principles. *Cognitive Psychology*, 52, 130–169.

LeCorre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition*, 105, 395–438.

Li, P., Dunham, Y., & Carey, S. (2009). Of substance: The nature of language effects on entity construal. *Cognitive Psychology*, 58, 487–524.

Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2005). Preschool children's mapping of number words to nonsymbolic numerosities. *Child Development*.

Lipton, J. S., Spelke, E. S. (2006). Preschool children master the logic of number word meanings. *Cognition*, 98, B57–B66.

Mix, K. S., Sandhofer, C. M., & Baroody, A. (2005). Number words and number concepts: The interplay of verbal and nonverbal processes in early quantitative development. In R. V. Kail

(Ed.), *Advances in child development and behavior* (pp. 305–345). New York, NY: Academic Press.

Mix, S. K., Sandhofer, C. M., Moore, J. A. & Russel, Ch. (2012). Acquisition of the cardinal word principle: The role of input. *Early Childhood Research Quarterly*, 27, 274-283.

Pylyshyn, Z.W. (2001). Visual indexes, preconceptual objects, and situated vision. *Cognition*, 80, 127-158.

Samuelson, L. K., & Smith, L. B. (1999). Early noun vocabularies: Do ontology, category structure, and syntax correspond? *Cognition*, 71, 1–33.

Sarnecka, B., & Gelman, S. (2004). Six does not just mean a lot: Preschoolers see number words as specific. *Cognition*, 92, 329–352.

Sarnecka, B. W., & Wright, C. E. (2011). The exact-numbers idea: Concepts of cardinality and equinumerosity in development. Unpublished manuscript, University of California, Irvine.

Schaeffer, B., Eggleston, V. H., & Scott, J. L. (1974). Number development in young children. *Cognitive Psychology*, 6, 357–379.

Slusser, E. B. & Sarnecka, B. W. (2011) *Journal of Experimental Child Psychology*, 110,38–51.

Soja, N. N., Carey, S., & Spelke, E. S. (1991). Ontological categories guide young children's inductions of word meaning: Object terms and substance terms. *Cognition*, 38, 179–211.

Spelke, E. S., & Tsivkin, S. (2001). Innate knowledge and conceptual change: Space and number. In M. Bowerman, & S. C. Levinson (Eds.), *Language acquisition and conceptual development* (pp. 70–97). New York, NY: Cambridge University Press.

Wagner, S., & Walters, J. (1982). A longitudinal analysis of early number concepts. In G. Foreman (Ed.), *Action and thought: From sensorimotor schemes to symbolic operations* (pp. 137–161). New York: Academic Press.

Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, 36, 155–193.

Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24, 220–251.