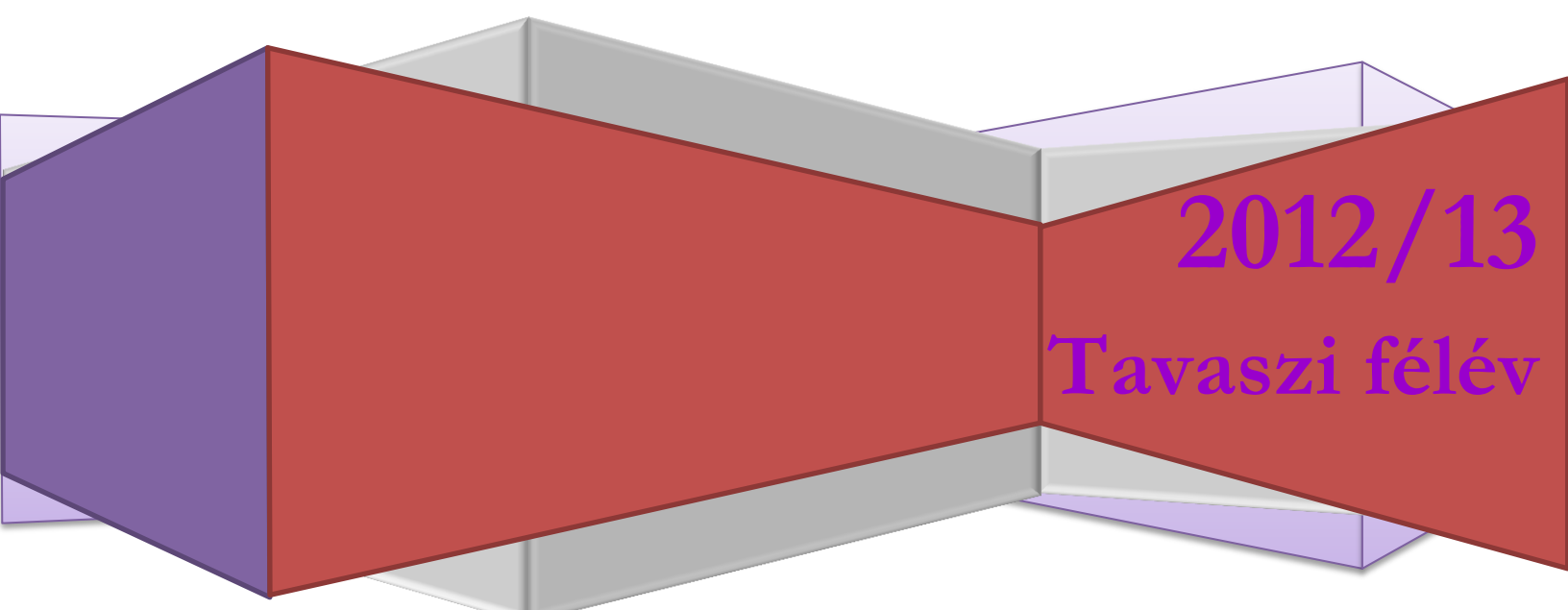


A fizikatanítás pedagógiája: Matematikai eszközök alkalmazása a fizika tanításában

TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT

Jelige: MRK-042



2012/13
Tavaszi félév

Tartalomjegyzék

Tartalomjegyzék	2
1. Bevezetés:	5
2. A módszer lényege a fizikát emelt szinten tanuló- illetve reáltagozatos osztály esetében:.....	6
2.1.) Matematikai formulák és azok magyarázata	6
2.1.1.) Példa: <i>Maxwell-egyenletek</i>	6
2.2.) Fogalmi váltások, fogalomrendszer.....	10
2.2.1.) Példák.....	11
➤ Példa1.: Csomag hazaszállítása	11
➤ Példa2.: Elektromos munka RLC-kör kondenzátorában	12
2.3.) Jelenségek, jelenségértelmezés.....	13
1. lépés: Mit láthatunk a mindennapi példában/a kísérletben/a fizika témájú (szituációs) játékban/olvashatunk az esettanulmányban?	14
2. lépés: Mit mutat be a látott jelenség? Milyen fizikai fogalmakat, mennyiségeket látunk megnyilvánulni? A fizika nyelvén mi a látott jelenség?	14
2.3.1.)Példák:	14
➤Példa1.: Potenciál	14
➤Példa2.: Kondenzátor	14
➤Példa3.: Árnyékolás.....	14
➤Példa4.: Párosítsuk össze a tipikus sebességértékeket!	14
2.4.) Jelenségmagyarázat	14
1. lépés: Mindennapi, közérthető magyarázat	14
2. lépés: Ugyanerre a jelenségre rámutató másik kísérlet keresése.....	14
3. lépés: Analógiát keresünk a jelenségre a fizika más területeiben és a kémiában.....	14
4. lépés: Elméleti fizika	164
➤ Példa: Maxwell-egyenletek.....	164
5. lépés: Levezetés.....	15
Példák:	15
➤Példa1.: Maxwell-egyenletek	15
➤Példa2.: Boltzmann-eloszlás.....	20
➤Példa3.: Szilárd testek térfogati hőtágulása.....	22
2.5.) A jelenségek mindennapi életben való megnyilvánulása és a történetiség	23
2.5.1.)Például:.....	24
➤ 1) Példa a fizika mindennapokban való megnyilvánulásaira és a történetiségre: Boltzmann-eloszlás a mindennapi életben, a Föld légkörvastagságának kiszámítása, az atomok eloszlásának mindennapi szemléltetése, a reakciósebesség mérése kísérlettel.....	24

➤ 2) Példa a fizika mindennapokban való megnyilvánulásaira: Szilárd testek térfogati hőtágulása	27
1. Hidak szerkezete	27
2. Csővezetékek szerkezete	27
3. Távfűtések belógása	27
4. Vasbeton az építkezéseknél	27
5. Vasúti sínek hézagjai	28
6. Szódászsifon	28
7. Fogtömés	28
➤ 3) Példa a tudománytörténeti háttérre: A kétféle tömeg	28
➤ 4) Példa a tudománytörténeti háttérre: Faraday, az elektromos és mágneses jelenségek összekapcsolása.....	29
2.6.) Problémamegoldás.....	30
2.6.1.)Konkrét példák:	32
➤ Példa1.: Ideális gáz izoterm tágulásakor felvett hő kiszámítása.....	31
➤ Példa2.: Példák kiterjedt testek sajátrezgéseire, állóhullámokra	32
o 1): Rezgő kötélen állandó távolságra lévő pontjainak fáziskülönbsége.....	32
o 2): Szabványosított acéllaprugó alaprezgéseinek hullámhossza és a felharmonikusok rezgésszámai	32
o 3): Furulya	33
o 4): Konszonáns-disszonáns.....	33
o 5): Oktáv	33
o 6): Húr leszorítása.....	33
➤ Példa3.: „Végtelen vezető síklap” elektromos mezőjének térerőssége	33
➤ Példa4.: Kirchhoff-törvények: áramok és az R ellenállásra jutó feszültség meghatározása egy kapcsolásban, ahol belső ellenállások is fellépnek.....	34
2.7.) Szintetizálás	35
2.8.) Számonkérés	36
3. A módszer lényege az általános- illetve humán tagozatos osztályok esetében:	37
3.1.) Problémavizsgálat.....	38
3.2.) Előzetes tudás vizsgálata	38
3.3.) A probléma megfogalmazása hétköznapi nyelven, a jelenségek mindennapi életben való egyéb megnyilvánulása és történetiség, a kérdések megkonstruálása.....	38
3.3.1.)Példák:	39
➤ Példa1) Digitális teodolit (távolságmérés lézerrel).....	39
➤ Példa 2) Tempomat és tachográf	39
➤ Példa 3) Boltzmann-eloszlás a mindennapi életben, és a Föld légkörvastagságának kiszámítása, az atomok eloszlásának mindennapi szemléltetése, a reakciósebesség mérése kísérlettel.....	40

➤ Példa 4) Hőtágulási jelenségek a mindennapokban.....	40
➤ Példa 5) Tükrök és lencsék	40
➤ Példa 6) Radiokarbonos kormeghatározás	42
3.4.) Megoldás vázlata	42
3.5.) Feladatlista (elvégezendő feladatok) időkerettel	43
3.6.) A hiányzó tudáselemek listájának és a célcsoportnak megfelelő matematikai apparátusnak megkonstruálása.....	43
1. lépés: Mindennapi, közérthető magyarázat	45
2. lépés: Ugyanerre a jelenségre rámutató másik kísérletek, témabeli analógiák magyarázata	45
3. lépés: Analógiát keresünk a fizika más területeiben és a kémiában.....	45
4. lépés: Elméleti magyarázat arra, miért azt láttuk, amit láttunk?	45
5. lépés: Az 1. lépésben kapott magyarázatot matematikai formába öntjük olyan szinten, amennyire a tanulók előképzettsége és világszemlélete engedi	45
3.7.) Megoldás leírása és annak helyességét igazoló dokumentumok gyűjteménye, ezek leadása/előadása	45
3.8.) Szintetizálás, összefoglalás	46
3.9.) Számonkérés	46
4) Diskusszió.....	47
Köszönetnyilvánítás	48
Függelék	49
Ábrajegyzék:	50
Források:	51

1. Bevezetés:

A fizikatanítás helyzete manapság nagyon rossz helyzetben van. A diákok nagy részének szemében a reáliák megfoghatatlanok, érthetetlenek, azt nyilatkozzák róluk, hogy gyengén megy nekik és hogy ez nem az ő világuk. Ennek egyik oka, hogy ezeken az órákon nagyrészt kudarcélményekkel szembesülnek sikerek helyett. E mellett a médiában és gyakran otthon is a természettudományok szidalmazását halják, így az ezen tárgyakkal való ellenszenv divatosnak is tekinthető. Az iskolák jó része sem támogatja a reál tárgyak oktatásának fejlesztését, sok helyen még kísérleti eszközöket sem biztosítanak a tanórákhoz.

Pedig a természettudományok világában temérdek izgalmas és érdekes van, általuk magyarázhatók a mindennapok történései, jelenségei, az események kapcsolata, maga a természet és az élet. Ha vesszük a fáradtságot, hogy megértsük őket, kincsekhez jutunk e szép tárgyak művelésekor.

A tanulóinkhoz közelebb vihetjük e tudományokat, ha megfelelő eszközökkel rendelkezünk. Például kísérletek, videók, animációk, és a Montessori-módszer¹ felhasználásával megfoghatóbbá tehetjük, és megszerethetjük az oly nehéznek és absztraktnak képzelt tárgyakat. Valamint ha a diákok látják, érzékelik a tananyagot, könnyebben is sajátítják el, értik meg azt.

A középiskolai tankönyvek és jelenleg leggyakrabban használt tanítási módszerek is meglehetősen szárazon, képlet orientálva, a különleges és érdekes részeket kihagyva ismertetik a fizikát. Így a gyerekek nem értik meg a fizikai fogalmak valódi jelentését, nem a fizikai jelenségeket látják, hanem csupán a matematikai reprezentációt, ami ugyan nagyon fontos fizika órán, de nem önmagában, hanem a fizikai fogalmak kialakításához vezető eszközként.

A fizika egy olyan tantárgy, ami megfelelően feldolgozva sokak fantáziáját felvillanyozhatja. S a matematikai eszközök használata pedig segíti a mélyebb megértést, a fizikai fogalmak kialakítását. Valamint a matematikának a fizikai fogalmak kialakításában való szerepének elemzésével azt is elérjük, hogy a gyerekek számára egy adott elvonatkoztatott matematikai apparátus megfoghatóbbá válik. Tehát a matematika, mint eszköz segíti a fizika módszertant, és visszahatva a kialakított fizikai fogalmak is segítik a matematika módszertant azzal, hogy valóságos megfogható jelentést adnak a száraz egyenleteknek, kifejezéseknek.

Persze csak akkor működik, ha az adott hallgatóságnak megfelelő szinten, ideális matematikai mélységben alkalmazzuk ezt az eljárást.

Érdekes, hasznos, és érthetőbbé teszi a tanulmányokat, ha kapcsolatot teremtünk a fizikán keresztül az egyes természettudományi tárgyak világa között. Épp ezért lenne jó, ha megvalósulna a fizika és matematika eszközök együttes, egymással korrelációban történő tanítása.

Dolgozatomban szeretnék bemutatni egy olyan módszert, ahogyan eljuthatunk a matematikai eszközök segítségével a fizikai fogalmak kialakításához, s megmutatni azt, hogy ezzel hogyan és miért értik meg jobban (mélyebben) a diákjaink a fizikát.

A módszerben a célcsoport beállítottságának függvényében differenciálunk, tehát más feldolgozási javaslat vonatkozik a fizikát emelt szinten tanuló- illetve reáltagozatos osztályokra és más az általános (nem reáltagozatosok, de nem is humán tagozatosok)- illetve humán tagozatos osztályokra. A kétféle feldolgozási javaslat együtt adja ki az általam javasolt módszert, mely a differenciálás miatt alkalmas minden célcsoport fizika tanulásához.

¹ ld. Függelék

2. A módszer lényege a fizikát emelt szinten tanuló- illetve reáltagozatos osztály esetében:

Adott **egy témakör** a fizika tanítása során (pl. Elektromosságtan, Termodinamika/Hőtan, stb.).

Témakör feldolgozásának szakaszai:

- 1) Matematikai formulák és azok magyarázata
- 2) Fogalmi váltások, fogalomrendszer
- 3) Jelenségek, jelenségértelmezés
- 4) Jelenségmagyarázat
- 5) A jelenségek mindennapi életben való megnyilvánulása és történetiség
- 6) Problémamegoldás
- 7) Szintetizálás
- 8) Számonkérés

2.1.) Matematikai formulák és azok magyarázata

Minden fizikai témakörhöz tartoznak matematikai formulák.

Ezeket az összefüggéseket sok tanár csak felírja a táblára (és esetleg egy keveset magyaráz hozzá), hogy aztán abba behelyettesítve számoljanak a középiskolások, ami azért rossz módszer, mert így a gyerekeknek fogalmuk sincs arról, hogy mit is számolnak valójában.

Ha fizikát emelt szinten tanuló diákokról vagy reáltagozatosokról van szó, a most tárgyalt módszerben is először felírjuk a matematikai formulát, ám a teljesség igényével (pl. integrális alakokban). Ezt követően az általános eljárással szemben -amennyire a középiskolás emelt szintű matematika tananyag mélysége engedi- részletesen megtárgyaljuk a matematikai formula magyarázatát. Ez segíteni fog a fizikai jelenségek értelmezésének megkonstruálásában.

Nézzünk néhány konkrét példát is!

2.1.1.) Példa: Maxwell-egyenletek

I. Maxwell-egyenlet/ Ampère-Maxwell-féle gerjesztési törvény

Integrális alakok:

$$c^2 \oint_G \underline{B} d\underline{s} = \int_F \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} d\underline{f} + \frac{1}{\varepsilon_0} \int_F \underline{j} d\underline{f} \quad (1)$$

$$\text{ahol } \underline{j} = \underline{j}_{\text{valós}} + \underline{j}_{\text{polarizációs}} + \underline{j}_{\text{mágneses}} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta V}$$

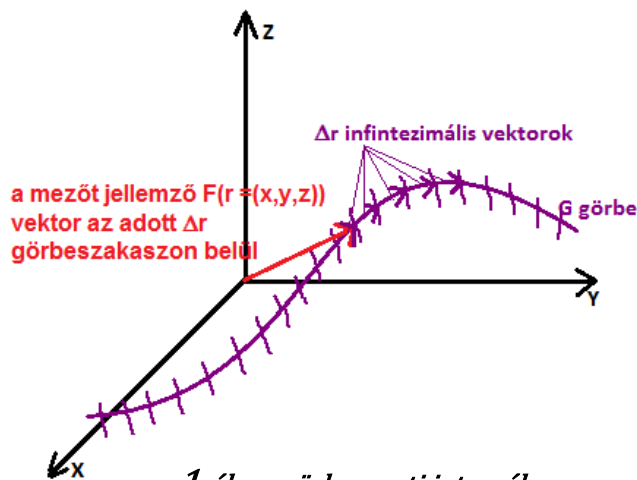
Valós paraméterekkel jellemzett alak, azaz a vákuumra vonatkozó egyenlet:

$$\oint_G \underline{H} d\underline{s} = \int_F \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} d\underline{f} + \int_F \underline{j}_{\text{valós}} d\underline{f} \quad (1.2)$$

Parciális derivált (idő szerint): Adott egy $f(x,y,z) \in R^3$ függvény. Ekkor f t-szerinti parciális deriváltja az a derivált, amit úgy kapunk, hogy f -et t-szerint úgy deriváljuk, hogy y -t és z -t konstansnak tekintjük. Jelölése: $\frac{\partial f}{\partial t}$.

Skálárszorzat: Az $\underline{u}=(u_1,u_2,u_3)$ és $\underline{v}=(v_1,v_2,v_3)$ (sor)vektorok skálárszorzatának nevezzük az $\underline{u} \cdot \underline{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3$ skalármennyiséget. Geometria jelentése: egymásra vett vetület hossza.

Vektormező: $\underline{V}: S \{ \neq \emptyset, \subset R^3 \} \rightarrow R^3$ függvényt S feletti vektormezőnek nevezzük.



1. ábra: görbementi integrál

Görbementi integrál: Legyen G görbe (vonall), ami egészében benne van $\underline{F}(\underline{r})$ vektormezőben.

G -t felosztjuk egyenlő $\Delta \underline{r}$ infinitezimális (kis egységnyi) vektorokra. Ezeket a $\Delta \underline{r}$ -eket úgy vesszük fel, hogy a vektormező homogén legyen az adott $\Delta \underline{r}$ helyeken belül (1. ábra).

Ez után összegezzük az egész G vonalra az $\underline{F}(\underline{r})$ vektormező és a $\Delta \underline{r}$ -ek skaláris szorzatát; így megkapjuk az adott G görbére vett görbe menti/vonalintegrált:

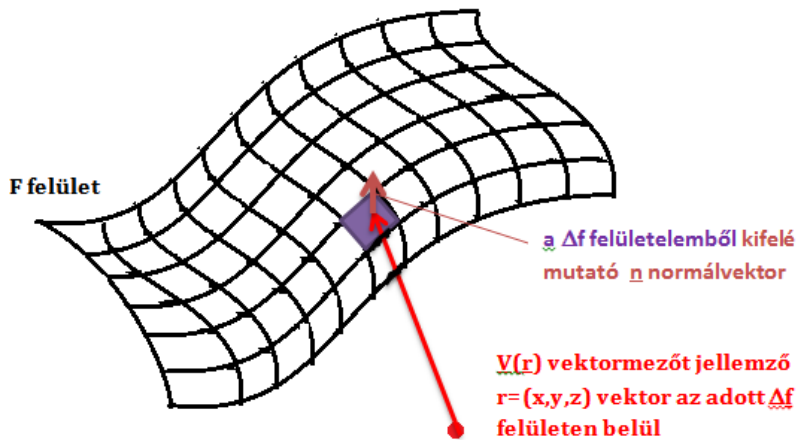
$$\sum_G \underline{F}(\underline{r} = (x, y, z)) \Delta \underline{r} = \int_G \underline{F}(\underline{r}) d\underline{r} = \int_G F_x \cdot dx + F_y \cdot dy + F_z \cdot dz$$

A fizikában például a munka kiszámításakor alkalmazzuk ezt a matematikai módszert. Egy G görbe mentén mozgó tömegponton az $\underline{F}$ erőter által végzett munka, mikor a tömegpont A pontból B pontba jut, megegyezik a két belső pontját (A -t és B -t) összekötő G görbe mentén vett görbementi integrállal..

A Maxwell-egyenletben az integrálra azért került kör, mert ezzel jelöljük azt, hogy egy zárt görbére nézzük a görbementi integrált. Az ilyen görbementi integrálokat **körintegrálnak** hívjuk.

Felületi integrál (fluxus): Legyen F felület, ami egészében benne van $\underline{V}(\underline{r})$ vektormezőben.

F -et felosztjuk egyenlő Δf infinitezimális felületekre, amelyek mindegyikéből kifelé mutat azok normálvektora. Ezeket a $\Delta \underline{f}$ -eket úgy vesszük fel, hogy a vektormező homogén legyen az adott Δf felületeken belül. Adott Δf felületelemre és normálvektorának szorzatára igaz, hogy: $\Delta f \cdot \underline{n} = \Delta f$ (2. ábra).



2. ábra: felületi integrál

Ez után összegezzük az egész F felületre a $\underline{V}(\underline{r})$ vektormező és a Δf -ek skaláris szorzatát; így megkapjuk az adott F felületre vett felületi integrált:

$$\sum_i \underline{V}(\underline{r}^{(i)}) \Delta f^{(i)} = \iint_F \underline{V}(\underline{r}) d\underline{f} = \int_F \underline{V}(\underline{r}) d\underline{f}$$

Rotáció(örvényesség,örvénysűrűség): Legyen $\underline{V}: S \{\neq \emptyset, \subset \mathbb{R}^3\} \rightarrow \mathbb{R}^3$ térbeli vektortér, $\underline{V} := (V_x, V_y, V_z)$.

A rotáció a vektoranalízis egyik differenciáloperátora. Azt a műveletet jelenti, mikor **formálisan** a $\underline{V}$ vektormezőt balról vektoriálisan megszorozzuk a parciális deriváltakból álló $\underline{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$ vektorral, ekkor a keresztszorzat definíciója alapján a rotáció formális determinánssként írható fel (ahol $\underline{e}_x$, $\underline{e}_y$ és $\underline{e}_z$ a bázisvektorok):

$$\underline{\nabla} \times \underline{V} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{e}_x & \underline{e}_y & \underline{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \\ \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \\ \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Valójában pedig parciális deriválások történnek, s ezek megfelelő különbségei adják meg a **vektormező** rotációvektorának komponenseit.

Differenciális (rotációs) alakok:

$$c^2 \text{rot } \underline{B} = \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon_0} \underline{j} \quad (1/c)$$

Valós paraméterekkel jellemzett alak (vákuumra):

$$\text{rot } \underline{H} = \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} + \underline{j}_{\text{valós}} \quad (1.2/c)$$

Látható, hogy ezek **vektoregyenletek**, hiszen a baloldalon a rotáció egy vektort ad, és a jobb oldalon is vektor áll 2 vektor összegének formájában.

II. Maxwell-egyenlet/Faraday-féle indukciós erőtvörvény

Integrális alak:

$$\oint_G \underline{E} d\underline{s} = - \int_F \frac{\partial \underline{B}}{\partial t} d\underline{f} \quad (2)$$

Differenciális alak:

$$\operatorname{rot} \underline{E} = - \frac{\partial \underline{B}}{\partial t} \quad (2/c)$$

Az I. Maxwell-egyenlethez hasonlóan ezek is vektoregyenletek.

III. Maxwell-egyenlet/Elektromos Gauss-törvény

Integrális alakok:

$$\oint_F \underline{E} d\underline{f} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV \quad (3)$$

$$\text{ahol } \rho = \rho_{\text{valós}} + \rho_{\text{polarizációs}} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V}$$

Valós paraméterekkel jellemzett integrális alak (vákuum esetére):

$$\oint_F \underline{D} d\underline{f} = \int_V \rho_{\text{valós}} dV \quad (3.2)$$

Térfogati integrál: Legyen V térfogat, ami egészében benne van a háromdimenziós tér azon tartományában, ahol $\underline{v}(x,y,z)$ vektormező értelmezve van.

V -et felosztjuk egyenlő ΔV infinitezimális térfogatelemekre. Ezeket a ΔV -ket úgy vesszük fel, hogy a vektormező homogén legyen az adott ΔV térfogatokon belül.

Minden ΔV_i térfogatelemben kiválasztunk egy $\rho_i = (x_i, y_i, z_i)$ pontot, és megszorozzuk a $\underline{v}(x,y,z)$ vektormező (x_i, y_i, z_i) pontban felvett értékével. Ezeket a szorzatokat összegezzük az egész V térfogatra. Így megkapjuk az adott térfogatra vett térfogati integrált. (Itt azért kell ezt az eljárást használni, mert nincsenek a térfogatból kifelé mutató elemi vektoraink, mint felület esetében voltak.)

$$\sum_i (x_i, y_i, z_i) \cdot \underline{v}(x_i, y_i, z_i) = \sum_i \rho_i \cdot \underline{v}(x_i, y_i, z_i) = \iiint_V \rho dV = \int_V \rho dV$$

Divergencia(forráserősség): Legyen $\underline{V}: S \{\neq \emptyset, \subset R^3\} \rightarrow R^3$ térbeli vektortér,

$$\underline{V} := (V_x, V_y, V_z).$$

A divergencia is a vektoranalízis differenciáloperátora. Azt a műveletet jelenti, mikor formálisan a $\underline{V} = (V_x, V_y, V_z)$ vektormezőt skalárisan megszorozzuk a parciális deriváltakból álló

$$\underline{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \text{ vektorral.}$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

A művelet tehát azt jelenti, hogy a mezőt jellemző vektor minden komponensét parciálisan deriváljuk a neki megfelelő komponens szerint (az első komponens x szerint, a másodikat y szerint, és a harmadikat z szerint), és az így kapott három értéket összeadjuk. A divergencia **skalár**.

Áramlástanban a divergencia megadja egy kis térfogatból kiáramló folyadék mennyiségét. A div pozitív, ha a térfogatelemben folyadékforrás található, és negatív, ha a térfogatelemben folyadéknyelő van. A div zérus, ha a térfogatelemben csak átáramlik a folyadék.

Differenciális alakok:

$$\text{div } \underline{E} = \underline{\nabla} \cdot \underline{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (3/c)$$

Valós paraméterekkel jellemzett alak (vákuumra):

$$\text{div } \underline{D} = \underline{\nabla} \cdot \underline{D} = \rho_{\text{val}} \quad (3.2/c)$$

Látható, hogy ezek **skaláregyenletek**, hiszen a baloldalon a divergencia egy skalár számot ad, és a jobb oldalon is skalárszám áll.

IV. Maxwell-egyenlet/Mágneses Gauss-törvény

Integrális alak

$$\oint_F \underline{B} \cdot d\underline{f} = 0 \quad (4)$$

Differenciális alak:

$$\text{div } \underline{B} = 0 \quad (4/c)$$

A Maxwell-egyenletekből levezethető az Elektromágnesség összes ismert összefüggése, törvénye.

Ha végig gondoljuk, érthető, hogy **Elektrosztatika** esetében az áramsűrűség helyére $\underline{j}=0$ -át és minden idő szerinti parciális derivált helyére is nullát írunk.

Stacionárius áram esetében feltételezzük, hogy az elektromos- és mágneses tér időben nem változik, azaz ekkor az idő szerinti parciális deriváltak lesznek csak nullák.

A Maxwell-egyenletekkel való számolás segítségével vizsgálhatjuk az **Elektromágneses hullámokat** is, az Elektromágneses hullámok létezését az egyenletrendszerből vezette le Maxwell.

2.2.) Fogalmi váltások, fogalomrendszer

Az adott témakörhöz tartozó matematikai formula valamilyen fizikai fogalmak közti kapcsolatot írja le. A második lépésben a tanítani kívánt fogalmakról kezdünk beszélni.

Nagyon fontos ezt úgy kezdeni, hogy felmérjük diákjaink előzetes tudását. Elképzelésem szerint ötletrohamok, beszélgetések, kiselőadások, szituációs játékok, a döntésfa, és a jövőkerék módszerével, valamint kísérletek elvégzésén vagy a hozzájuk kapcsolódó kísérleti esettanulmányokon keresztül felmérjük a gyerekek prekonceptióit.

Miután felmértük az előzetes tudást, levonjuk a következtetéseket, hogy milyen fogalmi váltásokat kell megtenni, és hogyan dolgozzuk fel a tananyagot.

A tanítás során kognitív konfliktust hozunk létre; rávilágítunk valóságbeli példák segítségével arra, hogy a fizikai fogalom és a gyermekekben élő fogalom ellentmondásban áll. El kell érünk, hogy a gyermekek is

felfigyeljenek erre az ellentmondásra, ehhez kérdéseket teszünk fel, csoportmunkát adunk, további beszélgetéseket indítványozunk, szituációs játékokat teremtünk, és kísérletezünk.

Reátagozatosok a tanulók esetében, a matematikát is segítségül hívhatjuk a jelenségmentált vizsgálatok mellett.

Nézzünk itt is néhány konkrét példát!

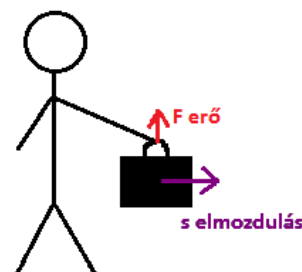
2.2.1.) Példák

➤ **Példa1.: Csomag hazaszállítása** olyan esetben, mikor a menetirány merőleges arra az irányra, amelyen irányban a szatyrot emeljük. Tehát **a szatyrot fölfelé emeljük, és előre haladunk** (3. ábra).

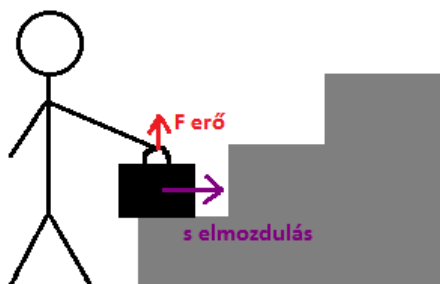
A tanulók azt állítják, hogy ekkor van munkavégzés, és a munka értéke az elemi erők nagyságainak és elemi elmozdulások nagyságainak szorzata az elmozdulás görbájére felösszegezve (intergálva).

Nézzük meg, hogy ahhoz, hogy az elképzéletek szerinti értéke legyen a W mennyiségnek, ami 2 vektormennyiség skalárszorzatának egy G görbére vett vonalintegrálja, milyen elrendezésben kell állnia a 2 vektornak!

Reátagozatosok már mondják is erre, hogy a 2 vektor párhuzamos és egyállású kell legyen.



3. ábra: csomag hazaszállítása



4. ábra: csomag lépcsőfokon való felhelyezésének vízszintes szakasza

De nézzük a következőt: lépcsőfokra teszünk fel egy nehéz testet.

Milyen szöget zár be az $\underline{F}$ erővektor és az $\underline{s}$ elmozdulás vektor a felhelyezés vízszintes szakaszában (amikor felfelé emeljük a testet és közben az előrébb kerül)? (4. ábra)

A diákok az ábráról vagy a megmutatott folyamatból látják, hogy derékszög a válasz.

Ennek ismeretében szorozzuk össze a 2 vektort skalárisan!

$$\underline{F} \cdot \underline{s} = |\underline{F}| \cdot |\underline{s}| \cdot \cos \varphi = F_x \cdot s_x + F_y \cdot s_y + F_z \cdot s_z = \text{skalár}$$

Ha $\cos \varphi = \cos 90^\circ = 0$, az egyik szorzótényező zérus. Nullát kapunk, nincs munkavégzés, értéke nem $W = \sum_i F_i \cdot s_i$.

Tehát nem elég azt mondanunk, hogy a munka az erő és elmozdulás szorzata, hanem az ezeket jellemző vektorok skalárszorzata, azaz egymásra vett vetülete.

Ezt a fizika nyelvén hogy fogalmazhatnánk meg? A munka az erő és az elmozdulás olyan szorzata, amikor az elmozdulást az erő irányára vetítjük. Ez ugyanaz, mintha azt mondanám: **a munka az erő és az elmozdulás erő irányába eső komponensének szorzata.**

Ez a fogalom már összhangban van a számítási eredményeinkkel.

Munka definíciója:

$$W = \sum_G \underline{F}(\underline{s} = (x, y, z)) \Delta \underline{s} = \int_G \underline{F}(\underline{s}) d\underline{s} = \int_G F_x \cdot dx + F_y \cdot dy + F_z \cdot dz \quad (5)$$

$G = \widehat{AB}$:

$$W_{AB} = \sum_A^B \underline{F}(\underline{s} = (x, y, z)) \Delta \underline{s} = \int_A^B \underline{F}(\underline{s}) d\underline{s} = \int_A^B F_x \cdot dx + F_y \cdot dy + F_z \cdot dz \quad (6)$$

➤ Példa2.: Elektromos munka RLC-kör kondenzátorában

A kondenzátort úgy töltjük fel, hogy annak egyik fegyverzetéről ΔQ töltésadagokat veszünk el folyamatosan, s visszük át a másik fegyverzetére.

Mekkora a munkavégzés?

Sok diák szerint nincs munkavégzés, mert az átvitt ΔQ töltésadagok maguktól is átvándorolnának a kondenzátor másik lemezére.

Vizsgáljuk, hogy állításotok szerinti esetben mekkora az integrál értéke!

Fejben végiggondolva a reátagozatosok válaszolják, hogy nullát kapunk az integrálra a jelenségértelmezés alapján.

Mivel ha nincs munkavégzés, a $W_{AB} = \int_A^B \underline{F}(\underline{s}) d\underline{s}$ integrál zérus (itt az AB út a kondenzátor fegyverzeteinek d távolsága).

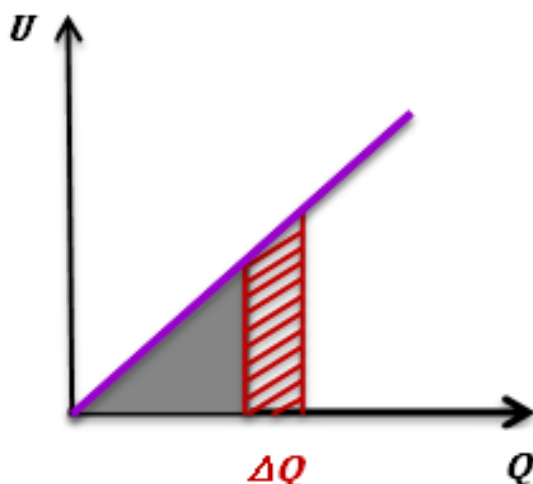
Gondoljuk át a problémát, és számoljuk ki a W integrált!

Mikor ΔQ töltésadagokat folyamatosan átvándoroltatunk egyik lemezről a másikra, minden egyes ΔQ töltésadag áthelyezése előtt van egy kialakult elektrosztatikus tér. Tehát ΔQ töltésadagot az addig már meglévő elektrosztatikus tér ellenében kell a másik fegyverzetre mozgatni.

Egy elektrosztatikus tér ellenében ΔQ töltésadagnak a kondenzátor fegyverzetei közt való átmozgatásához szükséges ΔW munka:

$$\Delta W = U' \cdot \Delta Q \quad (7)$$

ahol U' a lemezek közötti feszültség egy adott pillanatban.



5. ábra: elektromos munka RLC-kör kondenzátorában

U - Q diagramon ábrázolva az $U'(Q)$ függvényt (5. ábra) látható, hogy ez egy egyenes, ami az egyenes arányosság képe. Tehát ΔQ töltésadagok átvándoroltatásával lévén Q egyre nagyobb lesz, mindig nő a feszültség, tehát egyre nagyobb térerősségű elektrosztatikus tér ellenében kell dolgoznunk (amikor épp egy ΔQ töltésadag átvándoroltatása előtt vagyunk –tehát épp nem mozgatunk töltéseket-, akkor a tér pillanatnyilag sztatikus).

Amikor az átmozgatni kívánt összes ΔQ töltésadagot átvittük a másik lemezre, akkor U feszültség lesz. Az összes töltésadag átmozgatásakor végzett munka pedig az egyes töltésadagok átmozgatásakor végzett munkák összege:

$$W = \sum \Delta W = \sum U' \cdot \Delta Q \quad (8)$$

Ez integrális alakban:

$$\begin{aligned} W &= \int U(Q) \cdot dQ \xrightarrow{* U=\frac{Q}{C}} \int \frac{Q}{C} dQ = \frac{1}{C} \int Q \cdot dQ = \frac{1}{C} \frac{Q^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \\ &= \xrightarrow{* Q=CU} \frac{1}{2} QU = \\ &= \xrightarrow{* Q=CU} \frac{1}{2} CU^2 \quad (9) \end{aligned}$$

Tehát **az integrál kiszámolása után nem nullát kaptunk** (ha $Q \neq 0$, amit felteszünk); a valóságban nem zérus ez a függvény alatti terület.

Elképzelhető, hogy a diákok feltételezik, hogy rosszul számoltunk. Számoljuk ki az integrált többször ellenőrzésképp, és számoljunk konkrét feladatok számértékeinek ábrázolásával és integráljával is!

Az eredmény ellentmond a gyerekek korábbi feltételezéseivel.

A számítási eredményből következik, hogy **a kondenzátor lemezek közti töltésvándoroltatáskor van munkavégzés**. Ez az állítás összhangban van a fizikai interpretációval is.

Mikor a gyerekek felismerik, hogy ellentmondásba kerültek saját magukkal, és elhiszik, hogy tényleg nem átvérni akarjuk őket, nincs bűvész trükk, akkor megkezdődhet a **fogalmi váltás folyamata**. A gyerekek és a tanár együtt kialakítják a fogalom új értelmezését, megkonstruálják az új fogalmat. Ez egy csoporton belül sokszor differenciált, hiszen a gyerekekben más ütemben halad a fogalomkonstruálás folyamata. A folyamatot végigviszik minden a témakörhöz kapcsolódó aktuálisan szükséges fogalommal.

Fontos, hogy mikor a gyerekek ráismerek a saját magukkal való ellentmondásra, arra, hogy eddig szakmailag nem helyesen gondoltak valamit, biztosítsuk őket arról, hogy ez nem egy tragédia, nem szégyellni való rossz dolog, és nem kapnak érte megtorlást. Így ez után is meg merik majd fogalmazni gondolataikat a kérdéskörökről. Valamint ez a fajta hozzáállás, hosszú távon fejleszti önértékelésüket is.

Ha reáltagozatos osztályról van szó, akkor a tanulók az emelt szintű érettségire és a tovább tanulásra készülnek, így több fogalom megkonstruálása szükséges, némely fogalmat pedig mélyebb-apróbb részéig kell vizsgálni és megalkotni, mint ha olyan célcsoportról van szó, akik tudományos téren nem fognak továbbhaladni a fizika világában. A mindennapokban fontos fogalmakon és az emelt szintű érettségi fogalom-követelményrendszerén kívül lehetőleg a legtöbb fizikai fogalmat érintsük, amilyen mélységekben csak lehet, ez a felsőoktatási tanulmányaik során nagyon fontos és hasznos lesz diákjainknak.

2.3.) Jelenségek, jelenségértelmezés

Miután megkonstruáltuk a témakörhöz szükséges fogalmi rendszert, ezek felhasználásával kezdjük a szóban forgó témakör jelenségeiről beszélni.

1. lépés: Mit láthatunk a mindennapi példában/a kísérletben/a fizika témájú (szituációs) játékban/olvashatunk az esettanulmányban?

2. lépés: Mit mutat be a látott jelenség? Milyen fizikai fogalmakat, mennyiségeket látunk megnyilvánulni? A fizika nyelvén mi a látott jelenség?

A beszélgetés reálszakosainkkal részletes, absztrakt, egzakt.

Felírhatunk matematikai formulákat a fizikai mennyiségekre és azok megfigyelt összefüggéseire.

Célszerű előbb a jelenséget szavakban, a fizika szókincsének felhasználásával megbeszélni, és ebben a szakaszban csak utána elővenni a matematikát, mint eszközt. Ha nem ilyen sorrendet választunk, előfordul, hogy a gyerekek nem vonatkoztatják el teljesen a látottakat a matematikai formalizmustól. Ekkor lehet, hogy a jelenség matematikáját kiválóan és mélyen tudják, de a fizikai lényegét csak alapjaiban, nem egzaktul. Ennek következménye az, hogy a tanítványok teljes körű precizitással meg tudják oldani a számításos feladatokat, de nem tudatos teljesen, mit is számolnak ténylegesen. Ha szóbeli esszé jellegű feladatban kapják meg ugyanazt a problémát, sokszor szakmailag láthatóan gyengébb eredményt érnek el.

2.3.1.)Példák:

Elektromosságtani példák:²

➤ **Példa1.:** Potenciál

Van-e értelme egy test potenciáljáról beszélni?

➤ **Példa2.:** Kondenzátor

Mit mondhatunk egy olyan koncentrikus gömbpárról, amelynek a belső gömbjét leföldelték (vékony vezeték kibújtatásával), és a külső gömbtől elszigetelték? Használható-e kondenzátorként?

➤ **Példa3.:** Árnyékolás

Lehet-e belülről árnyékolni (töltést fémhálóval körülvenni úgy, hogy a hálón kívül ne érződjön a töltés hatása) földeléssel?

➤ **Példa4.:** Párosítsuk össze a tipikus sebességértékeket! ³

- | | |
|------------------------------|-------------|
| 1. andalgó pár a parton | a) 93 m/s |
| 2. a hang sebessége | b) 3 km/h |
| 3. ahaj növekedési sebessége | c) 13,8 m/s |
| 4. rövidtávfutás rekordja | d) 36 km/h |
| 5. autó sebessége városban | e) 3 nm/s |

2.4.) Jelenségmagyarázat

Megbeszéltük magát a jelenséget. Már beszélhetünk arról, mi a szóban forgó jelenség magyarázata.

1. lépés: Először célszerű mindennapi, közérthető „konyhanyelven” megalkotni, hogy mi a magyarázat.

Természetesen itt a megalkotáson nem azt értem, hogy a tanár frontálisan elmondja a gyerekeknek, hogy „Azt *kell* látni, hogy ez azért történik...”, hanem arról, hogy a diákok és a tanár Montessori-módszerek segítségével megkonstruálják a jelenség magyarázatát.

² A példák *Holics László, Fizika III. c. könyvéből* származnak.

³ A példa *Fülöp Csilla* tanári PhD hallgatótól származik

A közérthető magyarázat után az elég sokemlű ismert szakszó-repertoár segítségével is interpretáljuk a jelenséget.

Azért csak utóbbiként tesszük ezt meg, hogy a diákok ne csak a fizika nyelvén tudják leírni, azt, ami lejátszódott, hanem tudják azt is, hogy ez a szaknyelvi mondathalmaz milyen egyszerűen leírható mindennapi folyamatot jelöl. Hiszen sok fizikai fogalom nem látható dolog, nem beszélünk róla a mindennapokban, de általában van mindennaposan használatos szinonimájuk vagy hozzájuk kapcsolódó mindennapi fogalom. Az, hogy előbb a mindennapi magyarázat kerül előtérbe, célszerű azért is, mert így ha egy átlagos embernek (nem reáltagozatosnak) kell elmagyarázni a jelenség okát, ez a folyamat eszükbe tud jutni a diákoknak.

2. lépés: Mi után megtörtént a magyarázat megtalálása, ugyanerre a jelenségre rámutató másik kísérletet keresünk.

Ez segíti a fizika világára vonatkozó átfogó kép kialakulását.

3. lépés: Analógiát keresünk a jelenségre a fizika más területeiben és a kémiában.

Így egyrészt szintén az átfogó tudás kialakulását segítünk, másrészt így lehet komplex a fizika és kémia, a természettudományok világa a gyerekek szemében, tudásában.

4. lépés: Elméleti fizika

Ekkor kerülhetnek sorra az elméleti magyarázatok.

➤Példa: Maxwell-egyenletek

I.Maxwell-egyenlet/ Ampère-Maxwell-féle gerjesztési törvény

Integrális alakok:

$$c^2 \oint_G \underline{B} d\underline{s} = \int_F \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} d\underline{f} + \frac{1}{\varepsilon_0} \int_F \underline{j} d\underline{f} \quad (1)$$

$$\text{ahol } \underline{j} = \underline{j}_{\text{valós}} + \underline{j}_{\text{polarizációs}} + \underline{j}_{\text{mágneses}} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta V}$$

$$\oint_G \underline{H} d\underline{s} = \int_F \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} d\underline{f} + \int_F \underline{j}_{\text{val}} d\underline{f} \quad (1.2)$$

Differenciális (rotációs) alakok:

$$c^2 \text{rot } \underline{B} = \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0} \underline{j} \quad (1/c)$$

$$\text{rot } \underline{H} = \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} + \underline{j}_{\text{valós}} \quad (1.2/c)$$

A vektoregyenletek elméleti szinten azt fejezik ki, hogy az áram és az időben változó elektromos tér mágneses teret kelt.

II. Maxwell-egyenlet/Faraday-féle indukciós erőtvény

Integrális alak:

$$\oint_G \underline{E} d\underline{s} = - \int_F \frac{\partial \underline{B}}{\partial t} d\underline{f} \quad (2)$$

Differenciális alak:

$$\operatorname{rot} \underline{E} = - \frac{\partial \underline{B}}{\partial t} \quad (2/c)$$

A vektoregyenletek elméleti szinten azt fejezik ki, hogy az időben változó mágneses tér elektromos teret kelt.

III. Maxwell-egyenlet/Elektromos Gauss-törvény

Integrális alakok:

$$\oint_F \underline{E} d\underline{f} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV \quad (3)$$

ahol $\rho = \rho_{\text{valós}} + \rho_{\text{polarizációs}} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V}$

$$\oint_F \underline{E} d\underline{f} = \int_V \operatorname{div} \underline{E} dV = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV \quad (3/b)$$

Differenciális alakok:

$$\operatorname{div} \underline{E} = \underline{\nabla} \cdot \underline{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (3/c)$$

$$\operatorname{div} \underline{D} = \underline{\nabla} \cdot \underline{D} = \rho_{\text{valós}} \quad (3.2/c)$$

A skaláregyenletek elméleti szinten azt fejezik ki, hogy az elektromos tér forrásai a töltések.

IV. Maxwell-egyenlet/Mágneses Gauss-törvény

Integrális alak

$$\oint_F \underline{B} d\underline{f} = 0 \quad (4)$$

Differenciális alak:

$$\operatorname{div} \underline{B} = 0 \quad (4/c)$$

A skaláregyenletek elméleti szinten azt a kísérleti tényt fejezik ki, hogy mágneses töltés (monopólus) nem létezik.

5. lépés: Levezetés

Most kerülhetnek sorra levezetések absztrakt matematikai jelrendszerben. Itt magyarázzuk meg a matematika nyelvén, hogy mit láttunk, és mért az történik, amit leírtunk.

Annak, hogy a matematikai levezetésre csak ekkor térünk rá, ugyanaz a magyarázata, mint a 3) pont 2. lépésének végén; nem matematika órán vagyunk, a matematika csak eszközként segít a fizika megértésében.

Példák:

➤ Példa1.: Maxwell-egyenletek

I. Maxwell-egyenlet/ Ampère-Maxwell-féle gerjesztési törvény

Integrális alak:

$$c^2 \oint_G \underline{B} d\underline{s} = \int_F \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} d\underline{f} + \frac{1}{\varepsilon_0} \int_F \underline{j} d\underline{f} \quad (1)$$

$$\text{ahol } \underline{j} = \underline{j}_{\text{valós}} + \underline{j}_{\text{polarizált}} + \underline{j}_{\text{mágneses}} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta V}$$

De a fenti egyenletben $\underline{B}$ paraméter $\notin \mathbb{R}^3 \Rightarrow$ új $\underline{H}$ paraméter bevezetése, ami $\in \mathbb{R}^3$, így könnyebb lesz számolni. Tehát a **valós paraméterekkel jellemzett integrális alak:**

$$\oint_G \underline{H} d\underline{s} = \int_F \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} d\underline{f} + \int_F \underline{j}_{\text{val}} d\underline{f} \quad (1.2)$$

A speciális alak a **vákuumra vonatkozó** egyenleteket jelenti.

A Maxwell-egyenlet 2 alakjára Stokes-tételt alkalmazunk.

Stokes-tétel: Tetszőleges $\underline{v}$ vektor zárt G görbe menti vonalintegrálja egyenlő a $\underline{v}$ vektor rotációjának G görbe által bezárt F felületre merőleges $d\underline{f}$ komponensének F felületre vett felületi integráljával ($d\underline{f}$ a felületre merőleges infinitezimális-egységnyi nagyságú- vektor):

$$\boxed{\oint_G \underline{v} d\underline{r} = \int_F \text{rot } \underline{v} d\underline{f}}$$

Tehát a tétel egymásba alakít különböző dimenziójú integrálokat, így összekapcsolja a vonalintegrál és a felületi integrál fogalmát, továbbá lehetőséget ad integrális egyenletek differenciális alakra hozására. A tétel alkalmazásakor az F zárt felület külső oldaláról nézve pozitív szögirányban kell venni a (kör)vonalintegrált.

Tehát az I. Maxwell-egyenlet 2 alakjára alkalmazva a megmagyarázott Stokes-tételt:

Az (1) egyenlet BAL OLDALA megváltozik:

$$c^2 \oint_G \underline{B} d\underline{s} = c^2 \int_F \text{rot } \underline{B} d\underline{f}$$

Így az egyenlet a következő alakot ölti:

$$c^2 \oint_G \underline{B} d\underline{s} = c^2 \int_F \text{rot } \underline{B} d\underline{f} = \int_F \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} d\underline{f} + \frac{1}{\varepsilon_0} \int_F \underline{j} d\underline{f} \quad (1/b)$$

Itt már mindkét oldalon felületi integrál van, és az integrálok megegyeznek, aminek szükséges következménye, hogy az integrandusoknak is meg kell egyezniük. Tehát az egyenlet tovább alakítható, megkapjuk az **I. Maxwell-egyenlet általános differenciális (rotációs) alakját**:

$$c^2 \text{rot } \underline{B} = \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_0} \underline{j} \quad (1/c)$$

Az (1.2) egyenlet jobb oldala is megváltozik a Stokes-tétel alkalmazásakor:

$$\oint_G \underline{H} d\underline{s} = \int_F \text{rot } \underline{H} d\underline{f}$$

Visszaírva:

$$\oint_G \underline{H} d\underline{s} = \int_F \text{rot } \underline{H} d\underline{f} = \int_F \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} d\underline{f} + \int_F \underline{j}_{\text{valós}} d\underline{f} \quad (1.2/b)$$

Tehát az **I. Maxwell-egyenlet** valós paraméterekkel jellemzett differenciális alakja (vákuumra):

$$\text{rot } \underline{H} = \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} + \underline{j}_{\text{valós}} \quad (1.2/c)$$

Látható, hogy ez egy vektoregyenlet, hiszen a baloldalon a rotáció egy vektort ad, és a jobb oldalon is vektor áll 2 vektor összegének formájában.

II. Maxwell-egyenlet/Faraday-féle indukciós erőtvény

Integrális alak:

$$\oint_G \underline{E} d\underline{s} = - \int_F \frac{\partial \underline{B}}{\partial t} d\underline{f} \quad (2)$$

Az I. Maxwell-egyenlet mintájára megadható a **vektoregyenlet differenciális alakja**:

$$\oint_G \underline{E} d\underline{s} = \int_F \text{rot } \underline{E} d\underline{f} = - \int_F \frac{\partial \underline{B}}{\partial t} d\underline{f} \quad (2/b)$$

$$\text{rot } \underline{E} = - \frac{\partial \underline{B}}{\partial t} \quad (2/c)$$

III. Maxwell-egyenlet/Elektromos Gauss-törvény

Integrális alak:

$$\oint_F \underline{E} d\underline{f} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV \quad (3)$$

$$\text{ahol } \rho = \rho_{\text{valós}} + \rho_{\text{polarizáció}} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V}$$

Az I. Maxwell-egyenlethez hasonlóan itt $\underline{E}$ paraméter $\notin \mathbb{R}^3 \Rightarrow$ új $\underline{D}$ paraméter bevezetése, ami $\in \mathbb{R}^3$. Így a **valós paraméterekkel jellemzett integrális alak**:

$$\oint_F \underline{D} d\mathbf{f} = \int_V \rho_{valós} dV \quad (3.2)$$

Így itt is a **vákuum esetére** igaz egyenletet kapjuk.

A Maxwell-egyenlet 2 alakjára Gauss-Osztrogradskij-tételt alkalmazunk.

Gauss-Osztrogradskij-tétel(divergenciatétel): Tetszőleges $\underline{v}$ vektor tetszőleges zárt F felületre merőleges $d\mathbf{f}$ komponensének felületi integrálja egyenlő a $\underline{v}$ vektor divergenciájának F felület által határolt V térfogatra vett térfogati integráljával ($d\mathbf{f}$ a felületre merőleges infinitezimális-egységnyi nagyságú- vektor):

$$\oint_F \underline{v} d\mathbf{f} = \int_V \text{div } \underline{v} dV$$

A Stokes-tételhez hasonlóan a Gauss-tétel is egymásba alakít különböző dimenziójú integrálokat. Ez által kapcsolja össze felületi integrál és a térfogati integrál fogalmát., továbbá szintén lehetőséget ad integrális egyenletek differenciális alakra hozására.

Tehát a III. Maxwell-egyenlet 2 alakjára alkalmazva a megmagyarázott Gauss-Osztrogradskij - tételt:

A (3) egyenlet JOBB OLDALA megváltozik:

$$\oint_F \underline{E} d\mathbf{f} = \int_V \text{div } \underline{E} dV$$

Így az egyenlet a következő alakot ölti:

$$\oint_F \underline{E} d\mathbf{f} = \int_V \text{div } \underline{E} dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV \quad (3/b)$$

Itt már mindkét oldalon térfogati integrál van, és az integrálok megegyeznek, aminek szükséges következménye, hogy az integrandusoknak is meg kell egyezniük. Tehát az egyenlet tovább alakítható, megkapjuk a **III. Maxwell-egyenlet általános differenciális alakját**:

$$\text{div } \underline{E} = \underline{\nabla} \cdot \underline{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3/c)$$

A (3.2) egyenlet jobb oldala is megváltozik a Gauss-Osztrogradskij-tétel alkalmazásakor:

$$\oint_F \underline{D} d\mathbf{f} = \int_V \text{div } \underline{D} dV$$

Visszaírva:

$$\oint_F \underline{D} d\mathbf{f} = \int_V \text{div } \underline{D} dV = \int_V \rho_{val} dV \quad (3.2/b)$$

Tehát a **III. Maxwell-egyenlet** valós paraméterekkel jellemzett differenciális alakja (vákuumra):

$$\operatorname{div} \underline{D} = \underline{\nabla} \cdot \underline{D} = \rho_{val} \quad (3.2/c)$$

Látható, hogy ez egy **skaláregyenlet**, hiszen a baloldalon a divergencia egy skalár számot ad, és a jobb oldalon is skalárszám áll.

IV. Maxwell-egyenlet/Mágneses Gauss-törvény

Integrális alak

$$\oint_F \underline{B} \cdot d\underline{f} = 0 \quad (4)$$

A III. Maxwell-egyenlet mintájára megadható a skaláregyenlet **differenciális alakja**:

$$\oint_F \underline{B} \cdot d\underline{f} = \int_V \operatorname{div} \underline{B} dV = 0 \quad (4/b)$$

Egy zérus konstans szorzót nem tartalmazó integrál akkor és csak akkor nulla, ha az integrandus értéke nulla:

$$\operatorname{div} \underline{B} = 0 \quad (4/c)$$

➤ Példa2.: Boltzmann-eloszlás⁴

Az előbb vektoranalízis levezetésekben való alkalmazására láthattunk példát. Nézzünk egy másik esetet, amikor a logaritmus-azonosságokat használunk a levezetésben. Most a fizikai témakör sem Elektromosságtan, hanem Statisztikus fizika. A Statisztikus fizika elemei jelenleg nem részei a középiskolai tananyagnak, pedig a diákok előképzettsége bőven lehetővé tenné ezt. A Statisztikus fizika egy olyan témakör, ami szemléletesen, analógiákkal tárgyalva sokak fantáziáját felvillanyozhatja. Ráadásul kapcsolatot teremt a fizika és a kémia világa között. Ezért lenne jó, ha bizonyos elemek sorra kerülnének ebből a témakörből a fizika órákon.

Állítás: Energiaeloszlás\ Boltzmann-eloszlás

T hőmérsékletű testben átlagosan $N(\varepsilon)$ atom rendelkezik ε energiával, ahol $N(\varepsilon)$:

$$N(\varepsilon) = N(0) \cdot e^{-\varepsilon/kT}$$

Levezetés:

Tapasztalat:

$$w(\varepsilon) \sim Y(E - \varepsilon) \quad (10)$$

Számítsuk ki $w(0) \mid w(\varepsilon)$ arányt!

$$w(0) \mid w(\varepsilon) = \xrightarrow{(10) \text{ összefüggés miatt}} = Y(E) \mid Y(E - \varepsilon) \quad (11)$$

⁴ A példa Tóth Eszter, *Fizika IV.* c. könyvének felhasználásával készült.

Az egyenlet jobb oldalán lévő hányados fizikai jelentése az, mintha a maradék test a „kezdeti” $E-\varepsilon$ energiájú állapotból $Q=\varepsilon$ energia felvételével jutott volna el az E energiájú „későbbi” állapotba.

Az előbbi interpretáció miatt felhasználhatunk egy hőmérsékletre vonatkozó összefüggést, miszerint:

$$T = \frac{Q}{k\Delta \ln Y}$$

A hőmérséklet az anyaghalmazok energialeadó képességének számszerű jellemzője. Önmagától az az anyaghalmaz ad át Q energiát a másiknak, amelyiknek nagyobb a T hőmérséklete.

A felvett Q energia T hőmérsékleten Q/kT -vel változtatja meg a mikroeloszlásszám logaritmusát:

$$\Delta \ln Y = \frac{Q}{kT} \quad (12)$$

A két mikroeloszlás-számunk most $Y(E)$ és $Y(E-\varepsilon)$ ezek logaritmusának változása (különbsége):

$$\begin{aligned} \Delta \ln Y = \ln(Y(E)) - \ln(Y(E-\varepsilon)) &= \xrightarrow{\text{logaritmus azonosság miatt}} \ln\left(\frac{Y(E)}{Y(E-\varepsilon)}\right) = \\ &\xrightarrow{(12)\text{ egyenlet miatt}} \frac{Q}{kT} = \\ &\xrightarrow{\text{mivel } Q=\varepsilon} \frac{\varepsilon}{kT} \end{aligned} \quad (13)$$

(13)-at a logaritmus szabályaival e alapú hatványra emeljük (hogy a természetes alapú logaritmus eltűnjön):

$$\Delta \ln Y = \ln(Y(E)) - \ln(Y(E-\varepsilon)) = \ln\left(\frac{Y(E)}{Y(E-\varepsilon)}\right) = \frac{\varepsilon}{kT} \quad /e^{\wedge}$$

$$\frac{Y(E)}{Y(E-\varepsilon)} = e^{\frac{\varepsilon}{kT}} \quad (14)$$

A (14) egyenletbe (11) egyenletet beírva:

$$\frac{Y(E)}{Y(E-\varepsilon)} = \frac{w(0)}{w(\varepsilon)} = e^{\frac{\varepsilon}{kT}} \quad (15)$$

Tehát $e^{\varepsilon/kT}$ -vel nagyobb valószínűséggel van zérusenergiájú állapotban a test valamely tetszőleges atomja, mint ε energiájú állapotban.

A (15) egyenletet átrendezve:

$$\frac{w(0)}{w(\varepsilon)} = e^{\frac{\varepsilon}{kT}} \quad / \cdot \frac{w(\varepsilon)}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}}}$$

$$\frac{w(0)}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}}} = w(0) \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} = w(\varepsilon) \quad (16)$$

A (16) egyenlet 1 atomra adja meg az ε energiával rendelkezés valószínűségét.

Ennek alapján N atomos kristályban az ε energiával rendelkező atomok száma

$$N(\varepsilon) = N \cdot w(\varepsilon) = N \cdot w(0) \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} = N(0) \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \quad (17)$$

eloszlással adható meg. Ez volt a levezetendő állításunk.

➤ Példa3.: Szilárd testek térfogati hőtágulása

A logaritmus-azonosságok levezetésben való használatára vonatkozó példa után lássunk egy olyan levezetést, ami a Binomiális-tételt használja fel. Ez a levezetés jó példa arra, hogy a fizikában sokszor elhanyagolásokat teszünk, hiszen egy szám, ami a matematikában nullától különböző érték lehet a fizikai valóságban lényegtelenül kicsi, elhanyagolandó mennyiség.

$$V = a \cdot b \cdot c = V_0(1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta T) \quad (18)$$

Legyen $V_0 = a_0 \cdot b_0 \cdot c_0$, ahol a 3 szorzótényező a téglatest eredeti állapotában a 3 él hosszúsága. És legyen $V = a \cdot b \cdot c$, ahol pedig a 3 szorzótényező a téglatest hőtágulás utáni állapotában a 3 él hosszúsága.

A térfogati hőtágulás során a test egyes élei külön-külön lineáris hőtáguláson mennek keresztül; ez matematikai formulával:

$$\begin{aligned} V &= a \cdot b \cdot c = (a_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)) \cdot (b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)) \cdot (c_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)) \\ &= a_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \cdot b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \cdot c_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \\ &= a_0 \cdot b_0 \cdot c_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \\ &= a_0 \cdot b_0 \cdot c_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)^3 \\ &= V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)^3. \end{aligned} \quad (19)$$

Az egyenlet jobb oldalán zárójelben lévő $(1 + \alpha \cdot \Delta T)^3$ kifejezés egy kéttagú összeg köbre emelése, ami átírható a **Binomiális-tétel** felhasználásával:

$$\begin{aligned} (e + f)^n &= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot e^{n-k} \cdot f^k = \\ &= 1 \cdot e^n \cdot f^0 + n \cdot e^{n-1} \cdot f^1 + \dots + \binom{n}{n-1} \cdot e^{n-(n-1)=1} \cdot f^{n-1} + \binom{n}{n} \cdot e^0 \cdot f^n \end{aligned}$$

Ahol:

$$\binom{n}{0} = 1 \quad \leftarrow \text{Állítás}$$

$$\binom{n}{1} = n \quad \leftarrow n \text{ elem közül 1 elemet } n \text{ féleképp tudunk kiválasztani}$$

$$\binom{n}{n} = 1 \quad \leftarrow a \text{ sorrendiség figyelembevétele nélkül } n \text{ elem közül } n \text{ elemet } 1 \text{ féleképp tudunk kiválasztani}$$

Tehát:

$$\begin{aligned}
 (1 + \alpha \cdot \Delta T)^3 &= \sum_{k=0}^{n=3} \binom{n}{k} \cdot 1^{n-k} \cdot (\alpha \cdot \Delta T)^k = \\
 &= 1^3 + 3 \cdot 1^2 \cdot (\alpha \cdot \Delta T)^1 + \binom{3}{2} \cdot 1^1 \cdot (\alpha \cdot \Delta T)^2 + 1 \cdot 1^0 \cdot (\alpha \cdot \Delta T)^3 = \\
 &= 1 + 3 \cdot (\alpha \cdot \Delta T) + 3 \cdot (\alpha \cdot \Delta T)^2 + (\alpha \cdot \Delta T)^3 \\
 \left(\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \Rightarrow \binom{3}{2} = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} = 3 \right)
 \end{aligned}$$

Ezt visszaírva a (19) egyenletbe:

$$V = a \cdot b \cdot c = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)^3 = V_0(1 + 3 \cdot (\alpha \cdot \Delta T) + 3 \cdot (\alpha \cdot \Delta T)^2 + (\alpha \cdot \Delta T)^3)$$

Ha $\Delta T \in [0, 10^2 \text{ K}]$ (azaz a hőmérsékletváltozás nem túl nagy)

$$\Rightarrow 3 \cdot (\alpha \cdot \Delta T)^2 \approx 10^{-6} \text{ és } (\alpha \cdot \Delta T)^3 \approx 10^{-9}$$

az utolsó két tag nagyságrendje alapján nullához tart, elhanyagolható.

Így az egyenlet utolsó két tagja elhagyható:

$$V = a \cdot b \cdot c = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)^3 \cong V_0(1 + 3 \cdot (\alpha \cdot \Delta T)) = V_0(1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta T) \quad (18)$$

Azaz elmondható, hogy nem túl nagy hőmérséklet-változás esetén a szilárd testek β térfogati hőtágulási együtthatójára: $\beta \approx 3\alpha$.

Ha egy üreges test valamelyik élének mérete sokkal nagyobb a többinél (mondjuk hosszú csövek esetén), akkor az üreges edényben lévő anyag lineáris hőtágulása megadható az (18) képlet átrendezésével: $\alpha \approx \frac{\beta}{3}$.

A fentivel analóg módon megadható a felületi (négyzetes) hőtágulási együttható is, amivel felírható az elhanyagolható keresztmetszetű testek felületnagyságának (A terület) hőmérséklet-függése: $A = A_0(1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta T)$.

2.5.) A jelenségek mindennapi életben való megnyilvánulása és történetiség

A jelenség megmagyarázása után megkeressük annak mindennapi életben való megnyilvánulását.

Esetünkben nyilván más szavakkal térünk át a fizika óra világából a mindennapi életbe, mint egy a reáliák világában kevésbé „szakértő” csoportnál tennénk, de a végén ugyanazon mondatokhoz kellene jutnunk a másik esetről is.

Az is fontos, hogy jelenségekhez kapcsolódó megjelenő konfliktusokat és a társadalomtudományi vonatkoztatásokat is beemeljük a tanórába. Ugyanis nem elég a természettudományok világában otthonosan mozogni, szükséges a mindennapokban való kiigazodás is.

Továbbá fontos és érdekes, ha megnézzük az adott jelenség tudománytörténeti hátterét. Ez azért jó, mert így a jelenség mesészerű leírása is közelebb kerül az erőteljesen szakmaiság-orientált csoporthoz. Valamint így a reálisokhoz közelebb visszük a történelmet is, amit sokszor ők nem kedvelnek.

2.5.1.)Például:

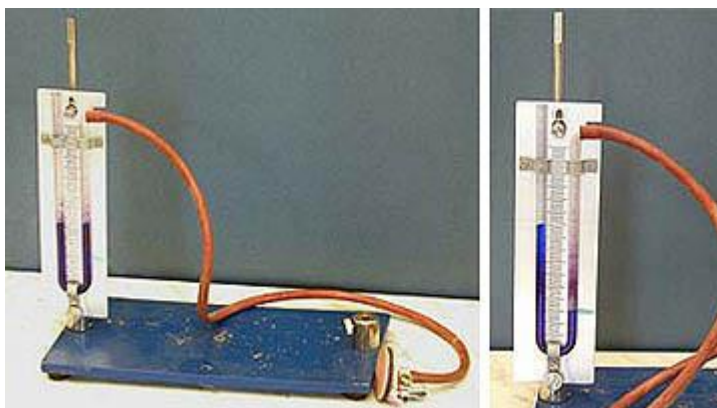
➤ 1) Példa a fizika mindennapokban való megnyilvánulásaira és a történetiségre:

Boltzmann-eloszlás a mindennapi életben, a Föld légkörvastagságának kiszámítása, az atomok eloszlásának mindennapi szemléltetése, a reakciósebesség mérése kísérlettel

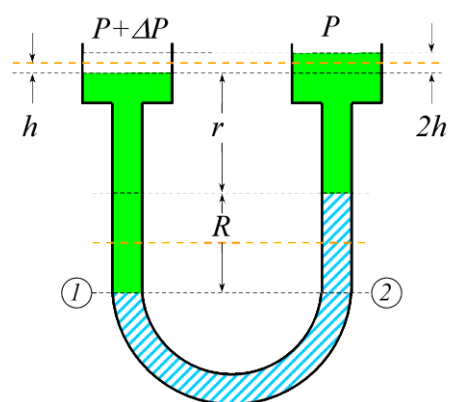
A 2.4. pont 5. lépésében levezettük a Boltzmann-eloszlást, de nem beszéltünk annak mindennapi megjelenéséről és történetiségéről. Most tegyük meg ezt.

A természetben jelentős példa a Boltzmann-eloszlásra a barometrikus magasságformula. A tengerszinttől fölfelé haladva változik a levegő nyomása, csökken a magasság függvényében. A levegő sűrűsége és nyomása fölfelé haladva kb. 5,5 km-enként megfeleződik. Ezért kell a hegymászóknak a Himalája csúcsának (8000 m) megmászásakor oxigénmaszkot viselniük, ott a levegő sűrűsége a tengerszinti viszonyokhoz képest már csak 35%.

A barometrikus magasságformula egy nyomásmérő (manométer, barométer) segítségével akár az ELTE TTK épületében vagy egy magasabb házban is kimérhető. A referenciaszinten egyforma magasságúra állítjuk a manométer/barométer U alakú csövének két ágában a folyadékszintet, megjelöljük ezeket vagy felírjuk az adatokat. Fölfelé haladva a szintek változni fognak (6. ábra). A tetőig minden emeleten megjelöljük a szinteket vagy felírjuk a leolvasott nyomásértékeket (7. ábra). Nyomásadatainkat a magasság függvényében ábrázolva (*p-h grafikon*) exponenciális függést kapunk, az adatokra exponenciális görbe illeszthető.



6. ábra: manométer és a vízoszlopok magasságának megváltozása



7. ábra: a vízoszlopok magasságváltozásából a nyomás értékének leolvasása

A sűrűségváltozás következtében fölfelé haladva a felettünk lévő levegő tömege is csökken, a sűrűséggel arányosan. Tehát a légkör teljes tömegének fele 5,5 km alatt, 75%-a (azaz a fele és még a felének az 50%-a) 5,5×2=11 km alatt, 99%-a pedig a hétszeres feleződés alatt, 38,5 km magasság alatt található ($x \times (100\% - (50\%)^7) = x \times (1 - 0,5^7) = 0,9922$). Felső éles határa viszont nincs a folyamatosan ritkuló légkörnek. Addig ritkul folyamatosan, míg Naprendszerünk bolygóközi részecskesűrűség-értékét eléri részecskesűrűsége. Számításokkal megkapható, hogy **a légkör határa közelítőleg 300-400 km** magasan van, aminek helyességét bizonyítja az a tény, hogy a műholdaknak körübelül ilyen magasságban kell repülniük ahhoz, hogy a Föld légköre már ne akadályozza őket mozgásunkban.

A Boltzmann-eloszlás a **Statisztikus fizika** egyik fontos összefüggése. A Statisztikus fizika a Hőtan (Termodinamika) jelenségeit tárgyalja részecskesokaság felfogásban. Mik is az alapjai ennek a diszciplínának?

Ha billiárd asztalon a fehér golyóval meglökjük a kezdetben háromszög-elrendezésben elhelyezett álló színes golyókat. Az ekkor látottakat visszafelé játszva nemigen tudnánk elképzelni a felvétel valós mivoltát, itt irreverzibilis folyamatról beszélünk. Ekkor ugyanis azt látjuk, hogy a meglökött 15 golyó hirtelen szétlökődés után véletlenszerű eloszlást vesz fel. Ütközéstől ütközésig egy-egy golyó szabadon gurul, ütközéskor pedig megtörik addigi mozgásának pályája, s ez utóbbi történést jól leírják a dinamikai törvények. Ez egy golyóra átlátható is, de mikor nagyon sok elemű halmazt akarunk leírni, akkor az elemek számának növekedésével egyre lehetetlenebb egyszerre követni és leírni minden egyes elem mozgását. Gyakorlatilag rendszertelennek látjuk a golyók mozgását, ha egyszerre nézzük az összeset.

Ezért a nagyon sok elemű halmazok leírásában nem is próbáljuk meg minden egyes elem (atom) mozgásának nyomon követését, úgy sem menne és értelmetlen is volna (nem kell tudni, hogy a szoba levegőjének melyik részecskéje jut éppen a tüdönkbe, csak legyen elegendő oxigén a lélegzéshez), helyette feltételezzük a világ nagyon nagy számú elemi összetevőinek, pl. az atomoknak „teljesen rendszertelen” viselkedését.

Ezt az új természet leírására szolgáló stratégiát Ludwig Boltzmann osztrák fizikus kezdeményezte. **Boltzmann** és az angol **James Clark Maxwell** hasonló felfogású elméleteiből megszületett Statisztikus fizika, ami **Rudolf Clausius** munkásságára, a molekuláris hőelméletre építkezett. Az új szemlélettel, ami a mechanikától igencsak eltér, a sok atomból, molekulából összetett anyaghalmazok, a részecskesokaság fizikája, viselkedése leírható. Megadható általa, hogy hogyan alakul a gáz sűrűsége, nyomása vagy egy test hőmérséklete, stb.

A barometrikus magasságformulához hasonlóan a **reakciósebességi állandót megadó Arrhenius-egyenlet** is exponenciálisfüggést, Boltzmann-eloszlást ad.

Végezzük el a következő kísérletet: öntsünk össze szobahőmérsékletű vízben ($T_1=290\text{K}$) fixírsót sósavoldattal, és írjuk le a reakció idejét! A kísérletben kénkiválás (az oldat megsárgul) jelzi, hogy végbe ment a reakció (8. ábra).



6. ábra: Arrhenius-egyenlet kimérése

Ismételjük meg a kísérletet melegebb hőmérsékletű vízben ($T_2=330\text{K}$), ekkor is írjuk le a reakció idejét! Végezzük el a kísérletet további hőmérsékletpontokban is a szobahőmérséklet alatt és –felett!

Jegyezzük fel a hőmérsékleteket és a reakcióidőket!

Páratlan számú adatpárunk legyen! Ha ábrázoljuk e számot a hőmérséklet negatív reciprokának hatványán, a hőmérséklet függvényében (x tengely: T , y tengely: $y = e^{-\frac{1}{T}}$), a következő grafikont kapjuk:

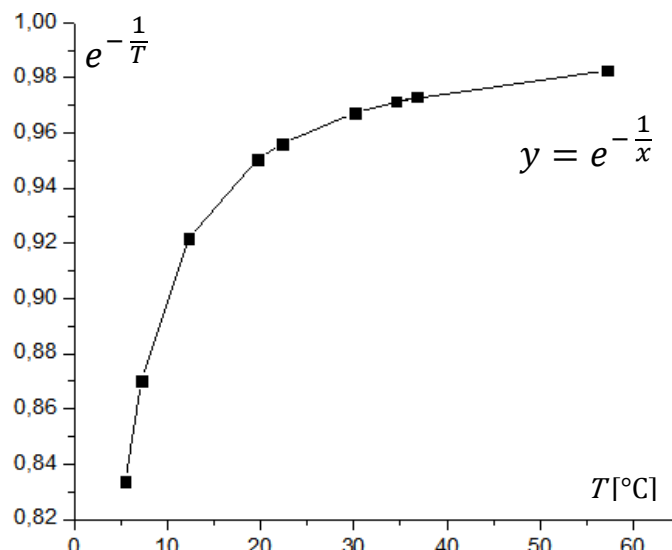
Az Arrhenius-egyenlet $y = e^{-\frac{1}{T}}$ -től egy konstans szorzóban és egy kitevőben lévő $\frac{E_n}{k_B}$ konstans szorzóban különbözik.

E_n az aktiválási energiát jelöli, k_B pedig a Boltzmann-állandót.

Tehát az Arrhenius-egyenlet:

$$k_r = e^{-\frac{E_n}{k_B} \cdot \frac{1}{T}}$$

Ahol k_r a reakciósebességi állandó.



7. ábra: e szám ábrázolása a hőmérséklet negatív reciprokának hatványán, a hőmérséklet függvényében

A reakciósebességi együtthatót leíró egyenlet mindkét oldalának természetes alapú logaritmusát véve:

$$\ln(k_r) = -\frac{E_n}{k_B} \cdot \frac{1}{T}$$

A fizikában gyakori eljárás a függvények linearizálása, mert így látszik jól adott mennyiségek közti arányosság, és az így kapott egyenes meredeksége megadja valamilyen fizikai mennyiség értékét.

Ebben az esetben, akkor kapunk egyenest, ha a reakciósebességi állandó természetes alapú logaritmusát a hőmérséklet reciprokának függvényében ábrázoljuk. Az egyenes meredeksége ilyenkor: $-\frac{E_n}{k_B}$.

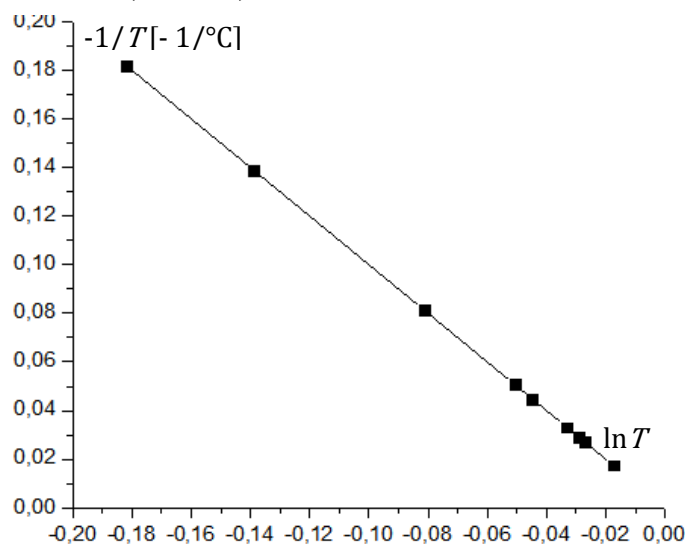
A Boltzmann-állandó nagysága ismert. A meredekség értékét felszorozva ezzel, és a kapott szám negatív szorosát véve az **E_n aktiválási energiát** kapjuk az adott anyagra vonatkozóan.

Demonstrációként a 9. ábrán szereplő grafikon linearizálása (10. ábra):

$$x = T \rightarrow x^* = \ln T$$

$$y = e^{-\frac{1}{T}} \rightarrow y^* = \ln(e^{-\frac{1}{T}}) = -\frac{1}{T}$$

Természetesen csak akkor kapjuk az előbb leírt egyenes arányosság görbét, ha az adott reakcióra teljesül, hogy reakciósebességi állandója az Arrhenius-egyenlet szerint viselkedik.

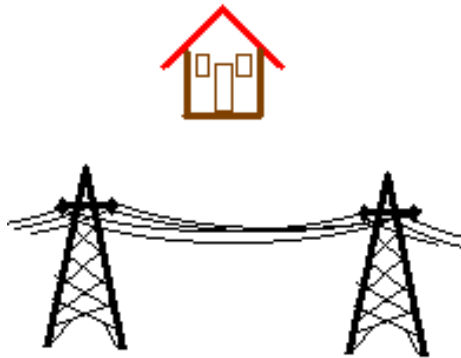


8. ábra: a 9. ábra linearizált görbéje

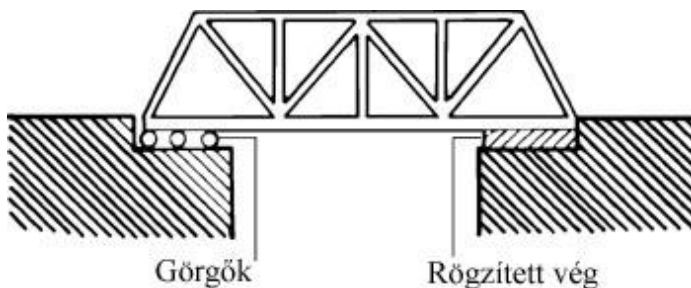
➤ 2) Példa a fizika mindennapokban való megnyilvánulásaira:

Szilárd testek térfogati hőtágulása

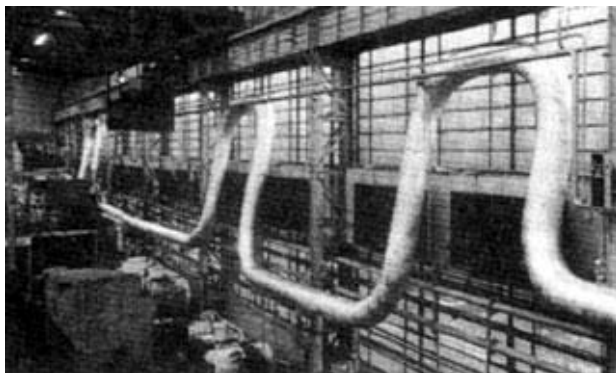
A 2.4. pont 5. lépésében levezettük a szilárd testek rétfogati hőtágulására vonatkozó formulát, de nem beszéltünk annak mindennapi megjelenéséről. Most tegyük meg ezt.



9. ábra: hidak szerkezete



10. ábra: csővezetékek szerkezete



11. ábra: távvezetékek belógása

4. Vasbeton az építkezéseknél

Miért használják pont ezt a két anyagot?

Az építkezések során gyakran használnak vasbetont a szerkezetek készítéséhez. Ennek oka az, hogy a vasnak és a betonnak közel azonos a hőtágulási együtthatója, így közel azonos mértékben tágul és húzódik össze hőmérsékletváltozások során. Emiatt nem fognak fellépni a szerkezetben belső feszítő erők az eltérő tágulások miatt, épp marad az épület. További előnye az ötvözésnek, hogy a vas húzószilárdsága és a beton nyomószilárdsága is érvényesülni tud így.

1. Hidak szerkezete

A hidak szerkezete hogyan áll kapcsolatban a hőtágulással?

Hidaknál az egymáshoz kapcsolódó elemek esetében hőtágulási hézagot hagynak, mert ha nem így tennének, az egyes hídelemek nem tudnának szabadon tágulni és összehúzódni, a hídszerkezet sérülne. Korábban a hidak egyik oldalát rögzítették, a másik oldalát görgőkkel látták el. (11. ábra)

2. Csővezetékek szerkezete

A csővezetékek szerkezete hogyan áll kapcsolatban a hőtágulással?

Csővezetékek esetében helyenként ún. lírát (kanyarulatot) tesznek a rendszerbe (12. ábra). Az ekkor fellépő mechanikai feszültségek lényegesen kisebbek a nyújtott állapot esetében fellépőknél, tehát nem fognak amiatt eltörni a csövek, mert megfeszültek.

3. Távvezetékek belógása

A távvezetékek belógása hogyan kapcsolódik a hőtáguláshoz?

Távvezetékeknél ügyelnek arra, hogy a vezetékek belógása legyen, hogy az esetleges hőtágulás következtében ne feszüljön meg és szakadjon el az. (13. ábra)

5. Vasúti sínek hézagjai?

Miért voltak korábban hézagok a vasúti sínek között?

Korábban hézagokat hagytak a vasúti sínek között, hogy a síndarabok szabadon tágulhassanak és húzódhassanak össze a hőmérséklet függvényében. A vonatok ütemesen zakatoltak, mikor átugrottak ezeken a hézagokon. Napjainkban már összehegesztik és erős betontalpakhoz is rögzítik a síneket, erre azért van szükség, mert így már a hőtáguláskor fellépő erőknek ellen tud állni a szerkezet. Nagy melegben a nem megfelelően méretezett vagy rögzített sínek elhajlanak.

6. Szódásszifon

Hogyan kapcsolódik a hőtáguláshoz ez a tárgy?

A szódásszifon (14. ábra) behelyezésekor „odafagy” a kezünk a tartályhoz. Ez azért van, mert adiabatikus tágulás megy végbe, ami a környezettől való hőelvonással jár.



12. ábra: szódásszifonok

7. Fogtömés

Hogyan kapcsolódik a hőtáguláshoz a fogtömés?

Fontos, hogy a fogtömések olyan anyagból készüljenek, melynek hőtágulási együtthatója közel azonos a fog anyagának hőtágulási együtthatójával. Ez azért fontos, mert így nem fog „szétrobbanni” tömött fogunk, ha melegebb környezete, és nem lesz hézagos tömésünk ellenkező esetben. Például amalgám tömés esetén nem teljesen azonos a két anyag hőtágulási együtthatója, ezért időközönként (kb. 5 évente) cserélni kell a tömést.

➤ 3) Példa a tudománytörténeti háttérre: A kétféle tömeg⁵

„A mechanika alapvető fogalmai közül Galilei egy egyszerű mozgás esetében tisztázta a sebesség és megsejtette a gyorsulás fogalmát és tulajdonképpen az erőt is, megadta a matematikai leírást. Ebben a vonatkozásban igen szerencsésnek nevezhető a szabadeséssel való foglalkozása. Ugyanakkor épp ennél a mozgásnál találkozunk egy meghökkentő és a későbbiekben igen nagy szerepet játszó ténnyel. Ha arra gondolunk ugyanis, hogy az arisztotelészi dinamika helyett - miszerint a nagy erő nagy sebességet okoz, tehát egy nagy súly nagy sebességgel esik - be akarjuk vezetni az új dinamikát, ami szerint a nagy erő nem nagy sebességet, hanem nagy sebességváltozást okoz, akkor megdöbbentő az a kísérleti tény, hogy a nehéz test, amely kétségtelenül nagy erőt jelent, ugyanakkora gyorsulással esik a szabadesésénél, mint egy könnyű test. Galilei egyik levelezőpartnere, Giovanni Battista Baliani érezte meg a dolog lényegét. Rámutatott arra, hogy a test súlya kettős szerepű: egyrészt ágens, ma úgy mondanánk, hogy ható jellegű, másrészt tehetetlen jellegű. Ma már tudjuk, hogy az állandó gyorsulás úgy jön létre, hogy a kétféle tömeg arányos egymással.

Két test közül arról, amelyiknek könnyebb megváltoztatni a sebességét, kisebb erő kell hozzá, azt mondhatjuk, hogy kisebb a tehetetlensége. A testeket tehetetlenségük szempontjából sorba lehet rendezni,

⁵ Az írás Dr. Radnóti Katalin – *A fizika története dióhéjban* című publikációjából származik

és számot rendelni hozzájuk, mégpedig úgy, hogy a nagyobbhoz a nagyobb számot kapcsoljuk. Elegendő egy önkényesen kiválasztott és egységnyiinek tekintett test tehetetlenségéhez hasonlítani a többi test tehetetlenségét.

A testeknek egy másik tulajdonsága az, hogy maguk körül gravitációt keltenek és képesek is a gravitációs hatást fogadni. A kísérleti tapasztalat az, hogy minden szabadon eső test azonos gyorsulással esik a gravitációs vonzás hatására. Ez csak úgy lehetséges, hogy a testek tehetetlensége és gravitáló képessége arányos egymással, mivel a kétszer, háromszor stb. akkora tehetetlenségű testen csak a kétszer, háromszor stb. akkora erőhatás hozhat létre azonos gyorsulást.

A tehetetlen és a gravitáló tömeg közti különbséget úgy lehet érzékeltetni, hogy milyen körülmények közt érezzük az egyiket, illetve a másikat. Ha kézbe vesszünk egy nehéz fémgolyót, és azt lógatjuk, akkor amit a karizmainkban érzünk az a test gravitáló, vagy súlyos tömegétől függ. Ha a golyót rátesszük egy teljesen sima vízszintes lapra, akkor kiküszöböljük a súlyos tömeget. Amennyiben ezt a tömeget az asztalon egy egyenes mentén ide-oda mozgatjuk, akkor az az erő, amit ilyenkor kifejtünk, a tehetetlen tömeggel van kapcsolatban.

Idézet Galilei: Discorsi című munkájából az egyenletesen változó mozgás vizsgálatával kapcsolatban:

"Egy körülbelül tíz méter hosszú, fél méter széles és három hüvelyk vastag deszka keskenyebbik oldalába egy hornyot vájtunk, egy hüvelyknél kissé szélesebbet ... nagyon simára készítettük .. és benne egy nagyon kemény, kerek és sima fémgolyót engedtünk gurulni. Miután az említett lejtőt ferdén helyeztük, miközben az egyik végét két-három méterrel a vízszintes fölé emeltük, legurultattuk a golyót a horonyban, és megfigyeltük azt az időt is, a mindjárt ismertetendő módon, amennyire a golyónak a lefutáshoz szüksége volt, miközben ugyanezt a megfigyelést újra és újra megismételve elvégeztük, hogy biztosak legyünk az idő mérését illetően: a legkisebb különbséget sem találtuk, még egy pulzusidő tizedét sem. Majd ugyanazon golyót a horony negyed hosszúságú részén futtattuk végig, és amikor az időt megmértük, mindig pontosan az előző idő felét kaptuk.

És ami az idő mérését illeti: felakasztottunk egy tekintélyes vödröt vízzel tele, jó magasra, amelynek aljából, egy nyíláson keresztül, a víz vékony fonál alakjában folydogált, ezt a vizet fogtuk fel egy kis edényben, amíg a golyó a lejtőt vagy annak egy részét befutotta. Időről időre megmértük ezen kis vízmennyiséget, melyeket így gyűjtöttünk, egy igen pontos mérlegen. Ezek súlyának különbsége és viszonya pontosan az idők különbségét és viszonyát adta; és ezt oly pontossággal, hogy - bármennyiszer is ismételtük meg a kísérleteket, soha nem tértek el egymástól."

A Discorsi Galilei legértékesebb és a tudomány további fejlődése szempontjából legnagyobb hatású munkája. Az 1633-ban ellene konstruált egyházi per utáni házi őrizetben írta. Galileit II. János Pál pápa nemrégiben rehabilitálta, vagyis felmentette, mintegy négyszáz év elmúltával, az ellene felhozott vádak alól."

➤ 4) Példa a tudománytörténeti háttérre:

Faraday, az elektromos és mágneses jelenségek összekapcsolása⁶

„Michael Faraday volt az, aki az elektromos és mágneses jelenségekre vonatkozó klasszikus kutatásokat betetőzte. Az elektromágneses jelenségek kísérleti vizsgálatában betöltött szerepe Galilei szerepéhez hasonlítható. 1791-ben született London közelében, egy kovácsmester fiaként. Családja szegény volt ahhoz, hogy taníttassa, ezért 13 éves korában kifutófiú lett egy könyvesboltban, ahol egy év múlva

⁶ Az írás Dr. Radnóti Katalin – *A fizika története dióhéjban* című publikációjából származik

könyvkötőinas lett. Faraday a boltba került könyvek közül sokat el is olvasott, ami szenvedélyes érdeklődést keltett benne a természettudományok iránt. Éppen húsz éves korában, utolsó tanoncévében (amikor Galvani és Volta felfedezései még igencsak frissek voltak), a következő sorokat írja egyik régi barátjának:

"Nemrégiben néhány egyszerű galvanikus kísérletet végeztem csupán azért, hogy magam előtt is szemléltessem a tudomány alapelveit. Knightékhez mentem, hogy egy kis pénzhez jussak, és emlékeztem rá, hogy formálható horganyuk van. Vásároltam ebből egy keveset. Vajon láttál-e már horganyt? Az első adagot a létező legvékonyabb darabokban kaptam, laposra hengerelve. Ez elég vékony volt elektromos pálcának, amint mondták, vagy De Luc elektromos oszlopnak, amint én azelőtt neveztem. Ebből korongokat alakítottam, ezekből és vörösréz-ből egy kis telepet készítettem. Az első telep hét pár lemezt tartalmazott!!! Ezek mérete egyenként félpenny mérete nagyságú volt!!!

Én? Uram, én saját magam hét darab egyenként félpenny nagyságú korongot vágtam ki. Hét darab félpennyssel fedtem be ezeket, és közéjük hét vagy helyesebben hat nátrium-kloriddal átitatott papírdarabot helyeztem!!! De ne neved, kedves Abott, inkább figyeld mi volt a hatása ennek az egyszerű készüléknek. Elegendő volt magnézium-szulfát szétbontásához - ami a legnagyobb mértékben meglepett, mert nem volt, nem lehetett fogalmam arról, hogy ez az anyag erre használható. Egy gondolat villant fel agyamban, elmondom. El tudod-e képzelni, hogy a réz bontotta szét szét a szulfátot - vagyis annak az oldatba merített részét? Biztosra veszem, hogy ez galvanikus folyamat volt, mert mindkét dróton rövid időn belül gázbuborékok fedték, és apró részecskékhez hasonló igen kicsi buborékok folytonos áramlása járta át az oldatot a negatív drótból kiindulva. Hogy a szulfát bomlott szét, azt az bizonyította, hogy a világos oldat két óra alatt zavarossá vált: magnézium volt benne szuszpendálva."

Ez volt az elektrolízisként ismert jelenség első leírása, melynek mennyiségi törvényszerűségei Faraday nevéhez fűződnek. Az elektrolízis felfedezése után Humphry Davy, az ismert kémikus laboratóriumában dolgozott egészen haláláig. Először mint Davy segédje, később, mint munkatársa, majd Davy halála után, mint utódja. Számos közleményt írt különböző tudományos folyóiratokba, de legfigyelemreméltóbb dokumentum a Naplója, amelyet 1820-tól 1862-ig folyamatosan vezetett. Ebből idézzük talán egyik legfontosabb felfedezésének, az elektromos indukciónak a leírását:"

2.6.) Problémamegoldás

Ez emelt szintű matematikával történik.

Lehetőség szerint próbáljunk az emelt szintű matematika anyagon is túlmutató szintre jutni a feladatmegoldások közepette, ugyanis a fizika –mindkét érettségi szinten- szinte mindig több matematikát igényel a matematika órán tanultaknál. Próbáljunk az integrálszámítás mélyebb berkeibe is betekinteni, paraméteresen megadott görbékkel (így polárkoordinátákkal is) számolni, egyszerűbb differenciálegyenleteket megoldani, vektoranalízist tanulmányozni.

A számolás a reáلتagozatosokat olyan világba engedi be, ahol otthonosan mozognak, így könnyebben rögzülnek és ülepednek le fejükben az eddig tanultak. Feladatmegoldás közben van idejük és terük végiggondolni mindazt, amit eddig feldolgoztunk.

Az egyetemi tanulmányaikhoz is fontos lesz ez diákjainknak.

A feladatmegoldást érdekesebbé tehetjük az adott osztályon belüli differenciálással, csoportmunkával.

A csoportok által megoldott feladatok lehetnek:

- azonos feladatok
- különböző feladatok, melyek azonos végeredményre vezetnek
- különböző feladatok, melyek különböző részeredményre vezetnek; ekkor a részeredményekből megkapjuk a komplex megoldást, azaz **mozaik-módszert** alkalmazunk.

Fontos, hogy először csak számításos feladatokat oldjunk meg ennek magyarázata ugyanaz, mint a 3) pont 2. lépésének végén; nem matematika órán vagyunk, a matematika csak eszközként segít a fizika megértésében. Viszont itt azért vesszük előrébb a matematikával megoldható feladatokat, hogy eleinte megteremtsük az otthonos környezetet a reál beállítottságú diákoknak, amiből átvezetjük őket a problémamegoldás színterére.

Később a nem számításos feladatoknál is többféle eljárás alkalmazása lehetséges:

- kísérletezés egyénileg
- kísérletezés csoportokban
- kísérletezés közösen
- szakértői csoportokra bontás módszere, a **puzzle-módszer**
- szituációs játék
- megfigyelés
- esettanulmány-módszer
- projekt
- megbeszélés, beszélgetés, vita

Diákjaink a fizika és a matematika kontextusaiban kiválóan mozognak, de szeretnénk azt is elérni, hogy a mindennapi témákhoz kapcsolódó feladatok is közelebb kerüljenek hozzájuk. Ezért jó, ha feladatok megfogalmazásakor, merítünk TV-sorozatokból, könyvekből.

„A konstruktivista pedagógiai elképzelések szerint akkor válik igazán eredményessé a gyerekek egyéni tanulási folyamata, ha minél többféle elképzelést, modellt megismernek, és a feladatok, problémák megfogalmazásakor, megoldásakor kialakuló beszélgetéseken, vitákon egyre pontosabbá válhat saját tudásuk.”⁷

2.6.1.)Konkrét példák:

➤ Példa1.: Ideális gáz izoterm tágulásakor felvett hő kiszámítása

Egy tartályban lévő gáz V_1 térfogatról V_2 térfogatra tágul, a hőmérséklet $T=állandó$.

Attól függetlenül, hogy a gáz hőmérséklete nem nő, a tartályba hőt kell vezetni ahhoz, hogy az izoterm tágulás bekövetkezzen.

A felvett Q hőmennyiség értéke a Termodinamika I. főtételenek segítségével adható meg.

$$\Delta E_b = Q + W \quad (20)$$

Mivel izoterm folyamatról van szó:

$$\Delta E_b = 0$$

Tehát:

$$\Delta E_b = 0 = Q + W$$

⁷ M.Nádasi, 2001.

Átrendezve:

$$Q = -W \quad (21)$$

Mivel a folyamat tágulás $\Rightarrow Q > 0$

(14) szerint Q és W előjele ellentétes, és az előbbi miatt Q pozitív $\Rightarrow W$ negatív

(ami a jelenséggel is összeegyeztethető, mert a gáz tágulásakor a gáz végez munkát -nem pedig mi végzünk a gázon- tehát a gáz munkája negatív előjelű)

Azaz a munka abszolútértéke egyenlő lesz a felvett hőmennyiséggel:

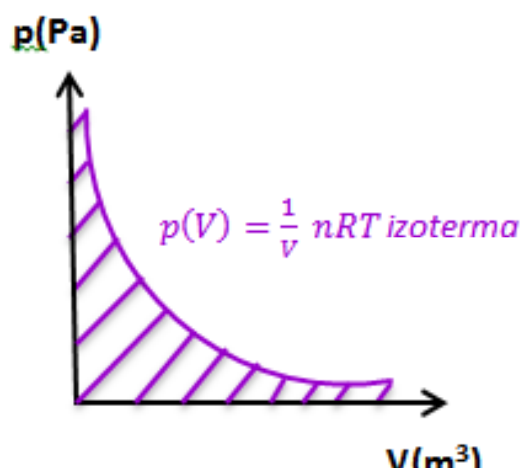
$$Q = |W| \quad (22)$$

A Q hőmennyiséget most nem tudjuk a kalorimetriából ismert $Q = c \cdot m \cdot \Delta T$ képlettel megadni, mert $\Delta T = 0$.

Viszont a gáz által végzett W munka abszolútértéke megadható, ha felrajzoljuk a p - V diagramot és kiintegráljuk a az izoterma grafikon alatti területet V_1 és V_2 között (15. ábra).

Az izoterma egyenlete az ideális gázok állapotegyenletének átrendezésével adható meg:

$$\begin{aligned} p \cdot V &= n \cdot R \cdot T \quad /: V \\ p(V) &= \frac{1}{V} nRT \end{aligned} \quad (23)$$



13. ábra: kiintegrálendő p - V diagram alatti terület

Így az integrál, azaz a felvett hőmennyiség értéke:

$$\begin{aligned} Q = |W| &= \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} nRT dV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV = nRT \cdot [\ln V]_{V_1}^{V_2} \\ &= nRT \cdot (\ln V_2 - \ln V_1) = nRT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \end{aligned} \quad (24)$$

➤ Példa2.: Példák kiterjedt testek sajátrezgéseire, állóhullámokra⁸

- **1): Rezgő kötél állandó távolságra lévő pontjainak fáziskülönbsége**

Egy kötél végét 5 Hz-es rezgésben tartjuk. a hullám $60 \frac{m}{s}$ -os sebességgel terjed a kötélen.

Mekkora fáziskülönbséggel rezegnek a kötélnék egymástól $\Delta x = 10m$ távolságra lévő pontjai?

- **2): Satuba fogott acéllaprugó alaprezgéseinek hullámhossza és a felharmonikusok rezgésszámai**

Vékony acéllaprugót satuba fogunk. Megpendítve hangot ad.

⁸ A példák Holics László, Fizika III. c. könyvéből származnak.

Vajon mekkora az alaprezgések hullámhosszai? Hogyan aránylanak egymáshoz a felharmonikusok rezgésszámai?

○ **3): Furulya**

Vajon hogyan működik a furulya?

○ **4): Konszonáns-disszonáns**

Ha egyszerre szólal meg különböző hangforrásokon 2 vagy több olyan hang, amelyeknek rezgésszámaránya 1:2, 1:3, 2:3, 3:4, konszonánsnak érezzük őket, ha rezgésszámarányuk 1,2:3, 7:11, disszonánst érzünk őket.

Vajon mi lehet ennek az oka?

○ **5): Oktáv**

Egy hangnak és nála 2-szer nagyobb rezgésszámú hangnak hangközét oktávnak nevezzük.

Miért ez a legerősebb konszonancia a különböző magasságú hangok között?

○ **6): Húr leszorítása**

Egy húr 400 Hz alaphérvenciával rezeg.

Hol kell leszorítani, hogy 800 Hz, illetve 1200 Hz hérvenciájú hangot (rengéseket) adjon?

➤ **Példa3.: „Végtelen vezető sík” elektromos mezőjének térvérőssége⁹**

Határozzuk meg a „végtelen vezető sík” elektromos mezőjének térvérősségét, ha a területegység töltése $\sigma \frac{C}{m^2}$! (16. ábra)

Megoldás:

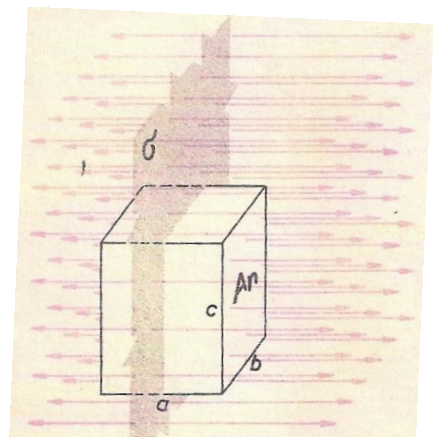
Először beszéljük meg, mit jelent a végtelen vezető sík!

Ha lehetne végtelen síklatot készíteni, és azt elektromos töltéssel ellátni, annak a sík szimmetriája miatt (nincs kitüntetett pontja) mindenütt egyforma lenne a töltéeloszlása, és a tér minden pontjában azonos nagyságú és a síkra merőleges térvérősségvektorú homogén mező lenne jelen.

A mező bármely pontjában a térvérősségvektort a sík összes pontjában elhelyezkedő töltés együttesen határozza meg.

Ha a végtelen nagyságú síklat helyett egy valóságos, véges nagyságú síklemezt (pl. körlemezt vagy négyzetet) veszünk, annak közepe táján, a lemez síkjától nem túl messze lévő pontban a mező majdnem olyan, mint amelyet az előbbi képzeletbeli végtelen sík hozott volna létre (ha az ún. felületi töltéssűrűségük megegyezik).

Mivel érvényes a ponttöltés mezőjének térvérősségére az $\frac{1}{r^2}$ -es távolságfüggés, ha felbontjuk ΔQ ponttöltésekre a képzeletbeli töltéeloszlásnak a végtelen sík távoli pontjaiban lévő tagjait, ezek nullához tartanak, azaz elhanyagolható nagyságú térvérősség-komponenseket szolgáltatnak a vizsgált (végtelen távoli) pontban.



14. ábra: „végtelen vezető sík” elektromos mezőjének térvérőssége

⁹ A példák *Holics László, Fizika III. c. könyvéből* származnak.

(Ráadásul minél messzebb vannak, annál „laposabb” szögben hajlanak a sírkhoz, ezért a szimmetrikus helyzetben lévő töltések párosításával kapott összegvektorok az összetevőknél sokszorosan kisebbek.)

Tehát ha egy végtelen körlapból kivágunk egy r sugarú körlemez a kör közepe táján nem messze a kör síkjától (d távolság $\ll r$), akkor lényegében ugyanolyan lesz az elektromos mező akár eltávolítjuk a körlemezen kívüli végtelen síkrészt, akár nem, hiszen az nem járul hozzá számottevően a vizsgált pontban a mező kialakulásához.

Ezek ismeretében alkalmazzuk az elektromos Gauss-tételt egy alkalmasan választott derékszögű hasábra:

$$N_E = \frac{1}{\varepsilon_0} Q = \frac{1}{\varepsilon_0} \sigma bc$$

ahol $bc = A$, a hasáb által a síkból kimetszett terület

A térerősség a hasáb felületénél (és így az előbbi okfejtés szerint mindenütt):

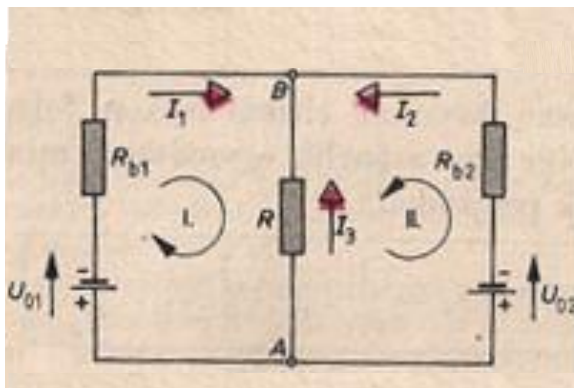
mivel a fluxus a sík 2 félterében

$$E = \frac{\Psi}{A} = \frac{\text{egyenlően oszlik meg: } \Psi = \frac{N_E}{2}}{A} = \frac{N_E}{2bc} = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma}{2} = \text{konstans.}$$

➤ **Példa4.: Kirchhoff-törvények: áramok és az R ellenállásra jutó feszültség meghatározása egy kapcsolásban, ahol belső ellenállások is fellépnek¹⁰**

Egy kapcsolásban az egyes telepek belső feszültségei: $U_{01}=24\text{ V}$, $U_{02}=22\text{ V}$, belső ellenállásai: $R_{b1}=R_{b2}=0,4\ \Omega$, a terhelő ellenállás: $R=10\ \Omega$. (17. ábra)

Határozzuk meg az ágáramokat és az R ellenállásra jutó feszültséget!



15. ábra: kapcsolási rajz

Megoldás:

A hálózatnak 3 ága van, ezek ismeretlen I_1 , I_2 és I_3 áramának irányának irányát tetszőleges vettük fel.

2 hurokegyenletet és egy csomóponti egyenletet tudunk felírni, amely a 3 ismeretlent meghatározza:

Az 1. hurokra:

$$U_{01} + I_1 \cdot R_{b1} - I_3 \cdot R = 0$$

A 2. hurokra:

$$U_{02} + I_2 \cdot R_{b2} - I_3 \cdot R = 0$$

¹⁰ A példa Holics László, Fizika III. c. könyvéből származik.

A B csomópontra:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0.$$

Az utolsó egyenletből I_1 -et kifejezve:

$$I_1 = -I_2 - I_3 = -(I_2 + I_3)$$

És az első egyenletbe ezt beírva:

$$U_{01} + I_1 \cdot R_{b1} - I_3 \cdot R = U_{01} - (I_2 + I_3) \cdot R_{b1} - I_3 \cdot R = 0$$

Az első egyenletnek ezen alakját a második egyenlettel összeadva:

$$\begin{aligned} & U_{01} - (I_2 + I_3) \cdot R_{b1} - I_3 \cdot R = 0 \\ + & \underline{U_{02} + I_2 \cdot R_{b2} - I_3 \cdot R = 0} \\ & [U_{01} + U_{02}] + [-(I_2 + I_3) \cdot R_{b1} + I_2 \cdot R_{b2}] - [2I_3 \cdot R] = 0 \end{aligned}$$

Az értékeket behelyettesítve:

$$[24V + 22V] + [-(I_2 + I_3) \cdot 0,4 \Omega + I_2 \cdot 0,4 \Omega] - [2I_3 \cdot 10 \Omega] = 0$$

$$[46V] + [-0,4 \cdot I_3] - [2I_3 \cdot 10 \Omega] = 0$$

$$46V - (10 \cdot 2\Omega + 0,4)I_3 = 0$$

$$(10 \cdot 2\Omega + 0,4\Omega)I_3 = 46V$$

Tehát:

$$I_3 = \frac{46V}{(10 \cdot 2 + 0,4)\Omega} = \frac{46V}{20,4\Omega} = 2,255 A$$

(I_3 pozitív, tehát valóságos iránya az előre felvett iránnyal egyezik.)

Az első egyenletből kifejezzük I_1 -et és beírjuk az összefüggésbe az előbb megkapott I_3 -at:

$$U_{01} + I_1 \cdot R_{b1} - I_3 \cdot R = 0$$

$$I_1 \cdot R_{b1} = -(U_{01} + -I_3 \cdot R) = -U_{01} + I_3 \cdot R$$

Tehát:

$$I_1 = \frac{-U_{01} + I_3 \cdot R}{R_{b1}} = \frac{-24V + 2,255A \cdot 10\Omega}{0,4\Omega} = \frac{-24V + 22,55V}{0,4\Omega} = \frac{-1,45V}{0,4\Omega} = -3,625 A$$

(A valóságos iránya tehát az előre felvett áramiránnyal ellentétes.)

A második egyenletbe behelyettesítjük az I_1 és I_3 értékét, amivel megkapjuk I_2 -t:

$$U_{02} + I_2 \cdot R_{b2} - I_3 \cdot R = 0$$

$$I_2 \cdot R_{b2} = -(U_{02} - I_3 \cdot R) = -U_{02} + I_3 \cdot R = I_3 \cdot R - U_{02}$$

Így:

$$I_2 = \frac{I_3 \cdot R - U_{02}}{R_{b2}} = \frac{2,255A \cdot 10\Omega - 22V}{0,4\Omega} = \frac{0,55V}{0,4\Omega} = 1,375 A.$$

2.7.) Szintetizálás

Itt történik meg a tananyag összefoglalása, egységbe rendezése, áttekintése, szinopszisa.

Elképzeléseim szerint ez 2 tanórát ölel fel. Itt sincs frontális tanítás (ha nem hagyományos módszerekkel dolgozunk), megbeszéljük a gyerekekkel, hogy mit is gondolnak az adott témakörrel. Felvetjük, hogy

különböző fogalmak és jelenségek közül melyik melyikkel áll a legszorosabb kapcsolatban, melyik kevésbé szorosban. Önállóan, csoportokban vagy együtt kísérletezünk. Kirándulás alkalmával (pl. Elektromágnesség esetében ellátogathatunk az Elektrotechnikai Múzeumba) megnézzük a tanultak egyik jelentős megnyilvánulását. Fizika témájú szituációs játékokat teremtünk, ismét felrajzolunk egy jövőkereket, ötletrohamot tartunk, döntésfát írunk fel, kiselőadásokat tartunk, csoportmunkát és páros munkát teremtünk. Azaz hasonló módszereket alkalmazunk, mint az előzetes tudás felmérésénél, így felszínre kerülnek az esetleges homályos részek, körvonalazódnak a felmerülő kérdések, amikre közösen választ találhatunk. Az összefoglalás végén célszerű néhány komplex, absztrakt feladatot megoldani.

2.8.) Számonkérés

Nem hagyományos módszerek szerint dolgozva a számonkérés beszélgetés, projekt, kiselőadás, stb. formájában történik. Emelt szinteseknél vagyunk, tehát a számonkérés alatt problémamegoldást értek, a korábbiak szerint a Montessori-módszer keretei között, viszont a probléma szakmai, absztrakt és egzakt. A feladat(ok) szintje legalább az emelt szintű érettségi színvonalával ekvivalens, de lehetőség szerint, a csoport megkonstruált tudásának függvényében maximálisan mutasson túl az emelt szintű követelményrendszeren.

3. A módszer lényege az általános- illetve humán tagozatos osztályok esetében:

Adott **egy témakör** a fizika tanítása során (pl. Termodinamika/Hőtan).

Ez esetben **probléma alapú tanulást** (PAT, angolul problem-based learning: PBL) alkalmazunk. A kifejezést leginkább a matematika módszertan használja. Ez sem hagyományos módszer. Lényege, hogy nem feladatokat vagy előadott tananyagot dolgozunk fel, hanem kijelölünk egy problémát, problémakört. A tanulás ekkor azért válik aktívvá, mert nem mondja meg a tanár, hogy mi a tanulás szakmai tartalma, hanem a gyerekek fedezik fel és konstruálják meg azt annak segítségével, hogy megtalálják, mire van szükségük a probléma megoldásához.

Bizonyos források szerint a PAT speciális esete a kutatásalapú tanulás (KAT), amikor a kitűzött probléma megoldásához kísérletezésre, természettudományos szemléletű vizsgálódásra is szükség van.

A PAT sokban fejleszti tanulóinkat, és lehetőséget ad nekik új tereken kiteljesedni:

- megvizsgálhatják és kipróbálhatják azt, amit tudnak; az előzetes tudásukat és azt, amit megkonstruáltak
- maguk fedezhetik fel, hogy mit kell még megkonstruálniuk tudásukban
- a módszer alkalmazása közben fejlődik szociális- és kommunikációs készségük
- megtanít a megfelelő vitázási stratégiára: azaz megtanulják, hogyan és milyen stílusban mondják ki és védjék meg az álláspontjukat bizonyítékok felsorakoztatásával és megalapozott érvekkel úgy, hogy ezzel meggyőzzenek másokat
- kevésbé okoz szorongást egy probléma megoldása, ugyanis rugalmasabbá válnak az információk feldolgozásában és a köteleességek teljesítésének eljárásában
- rendszeresen alkalmazzák a mindennapokban később szükséges képességeiket, gyakorolják ezek elemeit

A PAT lépései:

- 1) A probléma körüljárása
- 2) Előzetes tudás-lista
- 3) Probléma átfogalmazása saját nyelvre
- 4) Lehetséges megoldások listája
- 5) Elvégzendő feladat lista időkeretekkel
- 6) Hiányzó tudáselemek listája
- 7) Megoldás leírása és azok helyességét igazoló dokumentumok gyűjteménye, valamint ezek leadása
- 8) Teljesítmény átnézése

A reáلتagozatosokhoz hasonlóan itt is felírhatjuk és kifejthetjük a témakör feldolgozásának szakaszait, itt az előbbiek alapján a problémaalapú tanulás eszményei szerint gondolkozunk.

A probléma alapú tanulás elveinek fényében és az előbb felsorolt lépések alapján ezúttal is bemutatok egy feldolgozási javaslatot (ami sokban hasonlít a sztenderd PAT-lépéseihez).

Témakör feldolgozásának szakaszai:

- 1) Problémavizsgálat, jelenségvizsgálat
- 2) Előzetes tudás vizsgálata
- 3) A probléma megfogalmazása saját nyelven, a jelenségek mindennapi életben való egyéb megnyilvánulása és történetiség, a kérdések megkonstruálása
- 4) Megoldás vázlata

- 5) Feladatlista (elvégezendő feladatok) időkerettel
- 6) A hiányzó tudáselemek listájának és a célcsoportnak megfelelő matematikai apparátusnak megkonstruálása
- 7) Megoldás leírása és annak helyességét igazoló dokumentumok gyűjteménye, ezek leadása
- 8) Szintetizálás, összefoglalás
- 9) Számonkérés

A feldolgozási szakaszok általános kifejtése:

3.1.) Problémavizsgálat

Minden fizikai témakörben vannak problémák és jelenségek.

Kiragadunk egy mindennapi problémát, jelenséget. S elkezdjük azt szemlélni és megfogalmazni, mit láttunk, mi történt.

3.2.) Előzetes tudás vizsgálata

Az előbbi problémával, jelenséggel kapcsolatban felmérjük, hogy mi jut eszébe a gyerekeknek, esetleg a látottak háttéréről, okáról is szót ejthetünk, ha a diákjaink kezdeményezik.

Az előzetes tudás felmérése elképzeléseim szerint ötletrohamok, beszélgetések, kiselőadások, szituációs játékok, a döntéshozatal, a jövőképek módszerével, kísérletek elvégzésén vagy a hozzájuk kapcsolódó kísérleti esettanulmányokon keresztül történik.

Mi után közösen felmértük az előzetes tudást, a tanár levonja a következtetéseket, hogy milyen fogalmi váltások elérése a cél és milyen megközelítésből érdemes feldolgozni a tananyagot.

3.3.) A probléma megfogalmazása hétköznapi nyelven, a jelenségek mindennapi életben való egyéb megnyilvánulása és történetiség, a kérdések megkonstruálása

A feltárt előzetes tudásra építve, azt felhasználva átfogalmazzuk a probléma, jelenség leírását a diákok számára érthető nyelvre.

Ha a jelenségértelmezésben a tudományos nézettel nem ekvivalens a diákok képe, kognitív konfliktust hozunk létre, a valóságbeli példa segítségével elérjük azt, hogy diákjaink rájöjjenek, a fizikai fogalom és az általuk birtokolt fogalom ellentmondásban áll. Kérdéseket fogalmazunk meg, másféle mindennapi életben való megnyilvánulását is vizsgáljuk a problémának/jelenségnek, csoportmunkát folytatunk, további beszélgetéseket tartunk, további nagy mennyiségű kísérletet és mindennapi példát tartalmazó szituációs játékkal és játékkal elérjük, hogy a gyermekek is felfigyeljenek erre az ellentmondásra.

Az ellentmondást feloldjuk. Feltárjuk az ellentmondás okát, s azt, hogy az ellentmondás két ága közül a valóságbeli problémák, kísérletek, példák alapján melyik lehet helytálló. S így megkapjuk a tudományos nézettel egyenértékű, esetleg más szavakkal megfogalmazott probléma- vagy jelenségleírást.

Mikor már ténylegesen tudjuk, hogy mi a probléma, jelenség, megkonstruáljuk a kérdéseket, amik felmerülhetnek.

Leírtuk a jelenséget, keressünk meg a mindennapi életben való egyéb megnyilvánulásait és analógiákat.

A reáliák talaján bizonytalanul mozgó tanulóinknak segítséget jelenthet a probléma/jelenség történeti tárgyalása a látottak- és a kérdések megfogalmazásában is. Meseszerűséget, könnyedséget és biztonságot ad számukra egy történelmi vagy más humán tárgyhoz kapcsolódó kitekintés, sokkal jobban bele tudnak helyezkedni a problémába. Így nem érzik, hogy a számukra ellenszenves természettudományok világában barangolnak. Oldódik bennük a szorongás, ami a reáltudományok feladatköréhez tartozó feladat megoldása miatt léphet fel.

3.3.1.)Példák:

➤ Példa1) Digitális teodolit (távolságmérés lézerrel)



16. ábra: digitális teodolit

Elemezzük az eszköz működését!

Digitális teodolitot (18. ábra) akkor használunk, ha hozzáférhetetlen méreteket szeretnénk meghatározni, távoli tárgyak vagy épületek esetében. A készülék 20-40 méter távolságig használható. Lézertáv mérő található távcsőjében, ez a természetes felületekről való lézertáv visszaverődés alapján mér távolságot. Sokféle mérési-számítási metódust végezhetünk vele, például ellenőrizhetjük építmények és falak függőlegességét, párhuzamosságát, vagy mérhetjük két egymástól elérhetetlen távoli pont távolságát.

Mara József találmányának köszönhetően vízből készült „vízprizma” fénytörése segítségével az eszköz akkor is vízszintes lézertáv bocsát ki, ha maga nem vízszintesen áll.

➤ Példa 2) Tempomat és tachográf

Mire használják az eszközöket, miért fontosak és hogyan működnek?

Tempomat (19. ábra): A modern gépkocsik sebességszabályzó alkatrésze. Biztosítja azt, hogy az autó akkor is állandó sebességgel haladjon, ha az útviszonyok változnak. Tárolja és tartja a vezető által kijelölt sebességértéket, amit a vezető növelhet, csökkenthet, vagy a legutoljára tárolt sebességet is választhatja. A berendezés rendelkezik kikapcsoló gombbal, fék- vagy tengelykapcsoló pedállal, ezekkel lehet leállítani.

Ez hosszú utakon, mikor sokáig kell figyelni, nagyon hasznos a járművezető számára. Nagy forgalomban és csúszós utakon nem ajánlott használni az eszközt biztonsági okokból.



17. ábra: tempomat

Tachográf (20. ábra): Szintén autók alkatrésze. Adatrögzítésre, sebességírásra használják. A mérőműszerben van egy papírkorong, erre rajzol a sebességgel arányos jelet egy írószerkezet. A kör középpontjától annál távolabb lesz a jel, minél nagyobb a sebesség. Adott sebesség értékét koncentrikus körök mutatják. A korong 24 óra alatt fordul körbe.



18. ábra: tachográf

Az eszköz alkalmas arra, hogy ellenőrizték a kötelező pihenőidők betartását (mikor a jelek $0 \frac{km}{h}$ sebességnek megfelelő körre kerülnek).

Magyarországon 2006-tól kötelező a tachográf használata minden autóbusz és teherautó esetében. A meteorok a Föld légkörébe nagy sebességgel belépő kisebb-nagyobb égitestek. Ezek 80-100 km magasan a gázrészecskékkal ütközve felizzanak, miközben haladásuk mentén a körülöttük lévő levegőt is felmelegítik. A hullócsillag ez a jelenség. A föld légkörébe így belépő kisebb égitestek megsemmisülnek, a nagyobbak a földfelszínt is elérhetik. A fölfelszínt elérő meteorok a meteoritok.

➤ **Példa 3) Boltzmann-eloszlás a mindennapi életben, és a Föld légkörvastagságának kiszámítása, az atomok eloszlásának mindennapi szemléltetése, a reakciósebesség mérése kísérlettel**

A reáلتagozatosoknál a 2.5.1.)-ben „1) Példa a fizika mindennapokban való megnyilvánulásaira és a történetiségre: Boltzmann-eloszlás a mindennapi életben, a Föld légkörvastagságának kiszámítása, az atomok eloszlásának mindennapi szemléltetése, a reakciósebesség mérése kísérlettel” címszó alatt leírtak alkalmasak humán- és általános tagozatosok probléma alapú tanulásához is. Ez által a fizikából továbbtanulni nem kívánók is ismeretekhez jutnak az érdekes Statisztikus fizika témaköréből. A legjobb, ha a gyerekek végzik el a kísérletet, rögzítik az összetartozó adatpárokat, és számítógéppel illesztik rá az exponenciálist.

➤ **Példa 4) Hőtágulási jelenségek a mindennapokban**

A reáلتagozatosoknál a 2.5.1.)-ben „2) Példa a fizika mindennapokban való megnyilvánulásaira: Szilárd testek térfogati hőtágulása” címszó alatt említett példák kiválóak humán- és általános tagozatosok probléma alapú tanulásához is. Így ez esetben is feldolgozásra kerül a hőtágulás és a hőtágulási együttható fogalma.

➤ **Példa 5) Tükrök és lencsék**

Milyen típusú tükör a kozmetikai/borotválkozó tükör és milyen a visszapiillantó tükör?

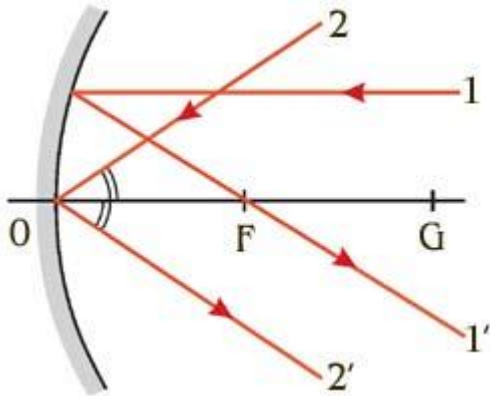
Milyen típusú lencséről beszélünk a mikroszkóp, a nagyító, a Kepler-féle távcső, és a szemüveg esetében? Rajzoljuk fel, szerkesszük meg és értelmezzük ezek közül a tükrök képalkotását!¹¹

A kozmetikai/borotválkozó tükör homorú tükör, a visszapiillantó tükör domború tükör.

Gyűjtőlencsék a mikroszkóp, nagyító, Kepler-féle távcső, távollátó szemüveg. Szórólencse a közellátó szemüveg.

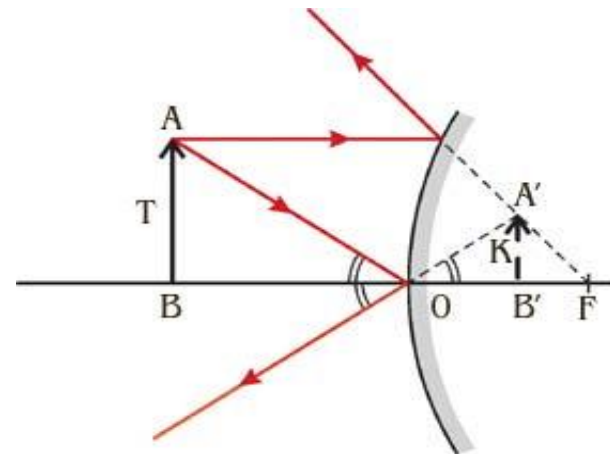
¹¹ A képalkotással kapcsolatos információk a <http://tudasbazis.sulinet.hu> –ról származik

„A domború tükör könnyen szerkeszthető nevezetes fénysugarai (21. ábra)



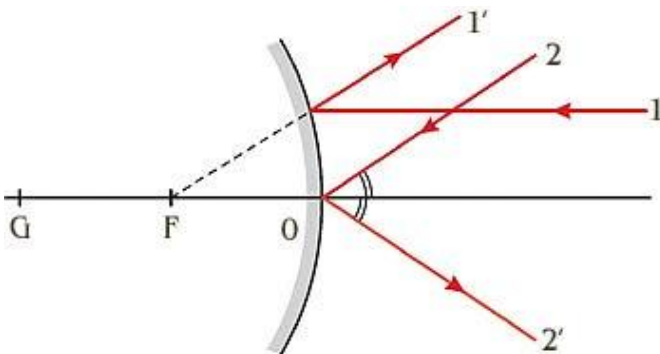
19. ábra: domború tükör nevezetes sugármenetei

A nevezetes sugármenetek segítségével meg is szerkesztettük domború gömbtükör előtt álló tárgy képét (22. ábra). Természetesen az A-ból kiinduló és a tükröt elérő minden fénysugár úgy verődik vissza, hogy meghosszabbításuk az A' képpontban metszik egymást a tükör mögött. A kép látszólagosságát a „képnél” szaggatott rajzolással jeleztük. A keletkezett kép: látszólagos, a tárggyal azonos állású, kicsinyített.



20. ábra: domború tükör megszerkesztett képalkotása

A homorú tükör könnyen szerkeszthető nevezetes fénysugarai (23. ábra):



21. ábra homorú tükör nevezetes sugármenetei

1. Az optikai tengellyel párhuzamos fénysugár a visszaverődés után a gyújtóponton halad át.
2. Az optikai középpontba beeső fénysugár az optikai tengelyre szimmetrikusan verődik vissza.

Homorú gömbtükör elé elhelyezett gyertya fordított képét ernyőn felfoghatjuk. A gyertya mozgásával az ernyőt is el kell mozdítanunk, hogy ismét éles képet kapjunk. Távolról közelítsük a gyertyát a homorú tükörhöz és keressük meg az ernyő mozgásával az éles képet. Figyeljük meg, hogyan változik a kép nagysága és állása közben.

A távoli tárgyról fordított állású kicsinyített képet kapunk a tükör közelében. A gyertyát közelítve a tükörhöz, a kép távolodik, és mérete növekszik. Amikor a képtávolság és a tárgytávolság egyenlő, akkor a kép és a tárgy nagysága is egyenlő. A gyertyát tovább közelítve a kép nagyított lesz. A fókusz távolságon belül elhelyezett tárgyról nagyított, egyenes állású képet kapunk. Ez a kép a tükör

mögött van, ernyőn nem fogható fel, látszólagos kép.” A homorú tükör előtt álló tárgy képe is a nevezetes sugármenetek segítségével szerkeszthető meg az előző szerkesztés mintájára.

A domború és homorú tükör képének összehasonlítása (24. ábra) :



22. ábra: domború tükör (balra) és homorú tükör (jobbra) képalkotása

➤ Példa 6) Radiokarbonos kormeghatározás

Mi a radioaktív kormeghatározás lényege?

A kozmikus sugárzás hatására keletkezik a 14-es szénizotóp. Egyenletesen elkeveredik a légkörben a légáramlás miatt. Felezési ideje viszonylag hosszú. Az élő szervezetekbe táplálkozás által kerülnek a radioaktív szénizotópokból. A légkör 14-es szénizotópjait a növények a széndioxiddal együtt fotoszintetizálják. Minden élő szervezetben megegyezik a 14-es szénizotóp koncentrációja. A két szénizotóp (14-es és 12-es) aránya minden élő szervezetben ugyanaz, mint a légkörben lévő koncentrációarány. Egy élő szervezet elpusztulásakor a 14-es szénizotóp β^- -bomlással bomlani kezd, aránya csökken. A bomlás aktivitásának mérése lehetőséget ad régészeti leletek korának meghatározására. Megméri a bennük megmaradt 14-es izotóp aktivitását, az élő szervezetekben lévő 14-es izotóp aktivitása pedig ismert: 15,2 bomlás/grammperc.

Radiokarbonsámlnál a bomlások száma és a maradék radioaktív magok száma arányos egymással. Az aktivitás:

$$A = \frac{\ln 2}{T} N.$$

Ahol A az aktivitás, T a felezési idő, N a még el nem bomlott atomok száma.

3.4.) Megoldás vázlata

Már megvan a probléma és a kérdések, kezdjük el a feladat megoldását azzal, hogy megadjuk a megoldás vázlatát.

A megoldás vázlata lehet rajzos, képi, folyamatábra, számítógépes, szituációs játékban is előadhatjuk, el is énekelhetjük, versbe önthetjük, de le is írhatjuk vázlatosan a hagyományos eljáráshoz hasonlóan. A megoldásvázlatot megalkothatjuk közösen, de egyedül, párosával vagy csoportmunkában is.

3.5.) Feladatlista (elvégzendő feladatok) időkerettel

Már tudjuk, hogy hogyan épül fel a megoldási tervünk. Alkossuk meg azt a listát, hogy milyen feladatok elvégzése szükséges ahhoz, hogy ezt a megoldást meg is kapjuk.

Ezen lista formája ugyanúgy sokrétű lehet, mint a megoldás vázlata.

Azt, hogy az adott feladatokra mennyi időnk van, mennyi időt igényelnek, szintén tüntessük fel ebben a feladatlistában.

3.6.) A hiányzó tudáselemek listájának és a célcsoportnak megfelelő matematikai apparátusnak megkonstruálása

A feladatlista alapján látható, hogy vannak homályos részek, hiányzó tudáselemek, ismeretanyagok. Először ezeket a feladatlistához hasonlóan felsoroljuk valamilyen formában, valamilyen módszerrel.

A hiányzó tudáselemek minden más ismerethez hasonlóan megkonstruálhatók, a gyerekek meg tudják alkotni maguknak.

Ekkor következik a szükséges fogalmak megbeszélése. Először a gyerekek előzetes tudásképét vizsgáljuk ezúttal is. Ez alapján a jelenségértelmezésnél ismertetett módon rávilágítunk arra, hogy néhol ellentmondás rejlik a gyerekek elképzeléseiben ezúttal a fogalmakat illetően. Mikor a gyerekek felismerik, hogy ellentmondásba kerültek saját magukkal, és elhiszik, hogy tényleg nem átverni akarjuk őket, nincs bűvész trükk, akkor megkezdődhet a fogalmi váltás folyamata. A gyerekek és a tanár együtt kialakítják az új értelmezését a fogalomnak, megkonstruálják az új fogalmat. Ez csoporton belül sokszor differenciált, hiszen a gyerekekben más ütemben halad a fogalomkonstruálás folyamata. A folyamatot, eljárást elvégezzük minden a célcsoportnak az adott témakörhöz kapcsolódó aktuálisan szükséges fogalom esetében. S így átforgatódik az adott fogalomról élő kép a diákjainkban. Nyilván lesznek olyan fogalmak, amiknél nem kell megtenni a fogalmi váltást, hiszen már megfelelő gondolataik vannak róla a diákoknak.

Ha általános gimnáziumi osztályról van szó, nem kell mélységeiben erőltetni a fogalmi váltás folyamatában a matematikát szerepét, de a reáلتagozatosok esetében 2) pontnál említett első példa téglalapterület esetében integrálás nélküli területszámítással, illetve az utóbbi példa több tanári közreműködéssel bevezethető, valamint más alkalmas példák is a kísérleti és jelenségorientált vizsgálatok mellett olyan osztályokban, ahol kevésbé idegenkednek a gyerekek a matematikától.

Ha egy csoportnál matematikát is alkalmazunk, akkor fontos, hogy előbb a jelenséget szavakban, a fizika szókincsének felhasználásával beszéltük meg, és utána vesszük elő a matematikát, mint eszközt. Ha nem ilyen sorrendet választunk, előfordul, hogy a gyerekek nem vonatkoztatják el a látottakat a matematikai formalizmustól. Ebből lesz később képletmagolás. Továbbá az is egy negatív következmény, hogy a tanítványok meg tudnak oldani egy számításos feladatot, de fogalmuk sincs róla, mit is számolnak ténylegesen azon túl, hogy kijön, pl. az $F=250\text{N}$. Sokszor még a mértékegységet is lejegyzik, így egyáltalán nem tűnik úgy, mintha tudnák, hogy fizika feladatot oldottak meg, s nem egy matematika órai egyenletet.

Ha humán tagozatos osztályról vagy szakközépiskolai osztályról van szó, kerüljük azt, hogy a fogalmi váltásban matematikát alkalmazunk, mert csak jobban megzavarja a diákokat, nem értenek belőle semmit, és még inkább elidegenednek az adott fogalomtól, tárgykörtől.

Milyen fogalmakat is kell megtanulniuk diákjainknak?

- Általános gimnáziumi osztály esetében a mindennapi életben fontos fogalmakat vegyük elő függetlenül attól, hogy milyen szintű követelményrendszerhez tartozik, valamint a középszintű érettségi fogalomrendszerét oktassuk. Több előismerettel rendelkező osztály esetében az emelt szintű fogalomrendszerből is válogathatunk e mellett; ajánlatos az egyszerűbb és érdekesebb fogalmakat kijelölni.
- Humán tagozatos és szakközépiskolai osztály esetében nyilvánvalóan kevesebb előismerettel rendelkeznek a gyerekek. Ekkor, ha minden egyes középszintű követelményrendszerben szereplő fogalmat meg akarnánk alkotni, a gyerekek kevernék őket bizonyos számú fogalom után, nem igazodnának ki az általuk megkonstruált fogalomrendszerben sem. Cél ekkor a középszintű fogalomrendszer lehető legtöbb elemének a középszintnek megfelelő mélységig történő megkonstruálása előnyben részesítve a mindennapi életben fontos fogalmakat. Ha az emelt szintű vagy a kiegészítő anyagot jelentő fogalomrendszerben van a mindennapi életben jelentősen megnyilvánuló fogalom, azt is emeljük be a helyi tantervbe! Nem történik tragédia, ha azok a gyerekek, akik szakmailag a fizikával később semmit sem akarnak kezdeni, nem tanulnak meg valamilyen középszinten szereplő, de a való életben ritka jelenségről. Viszont az igenis probléma, ha nem hallanak valamilyen mindennapi életben jelentős fogalomról és nem ismerik azt, legyen az közép szintű, emelt szintű vagy a kiegészítő anyag része. Például nukleáris technika...

Ugyanebben a szakaszban történik meg a használatos mennyiségek között felmerülő összefüggések megkonstruálása. Az általam előnyben részesített módszerben természetesen itt sem az történik, hogy a tanár frontális előadás formájában elmondja, hogy az adott összefüggés fennáll, amit a diákoknak el kell fogadni. Hanem a diákok kísérletek közben, a jelenségek, a problémák, a mindennapi példák elemzésekor felfedezik az összefüggéseket, tehát a gyerekek maguk konstruálják meg.

Ha általános gimnáziumi osztályról van szó, akkor az összefüggéseket leíró matematikai formulát a középiskolai matematika anyagnak megfelelő mélységben, a teljesség igénye nélkül írjuk fel (itt nem használunk integrális alakokat, több előismerettel rendelkező osztály esetében esetleg szummás alakokkal próbálkozhatunk). Ezt követően a reáلتagozatosok esetében ismerttetett 1) pont második részéhez hasonlóan szintén részletesen megtárgyaljuk a matematikai formulát (ami a legtöbb tanórán jelenleg nem történik meg), de itt olyan mélységben amennyire a középiskolás közép szintű matematika tananyag engedi.

Ha humán tagozatos vagy szakközépiskolai osztályról van szó, a matematikai formulák csak a legegyszerűbb módon, vagy azoknak csak kis hányada kerül felírásra. A humán beállítottságú diákjaink fizika óráin a lehető legnagyobb mértékben kerüljük az általuk elutasított matematikai formulákat. De amilyen matematikai formulákat felírunk, azokat próbáljuk részletesebben megbeszélni, megmutatni a diákoknak, hogy mi haszna van az adott matematika anyagrésznek a mindennapokban; ezzel oldjuk a matematika miatt érzett szorongásukat és a tárgy iránt érzett ellenszenvet.

Megbeszéltük az 1) pontban, hogy mit is láttunk a szóban forgó jelenségekben. Már ismerjük a szükséges fogalmakat és összefüggéseket is, így megtörténhet a jelenségek okainak tárgyalása, amikor megbeszéljük, miért az történik, amit láttunk.

Hogy milyen szempontok szerint, milyen szóhasználat, milyen mélységig és milyen matematikai eszközökkel magyarázzuk a beszélgetés alatt látottakat, teljes mértékben a célközönségtől függ.

1. lépés: Először a mindennapi, közérthető „konyhanyelven” alkotjuk meg, hogy mi a magyarázat.

(Természetesen megalkotáson itt sem azt értem, hogy a tanár frontálisan elmondja a gyerekeknek, hogy „Azt kell látni, hogy ez azért történik...”, hanem a diákok és a tanár a reformpedagógia módszereinek segítségével megkonstruálják a jelenség magyarázatát.)

A közérthető magyarázat után a diákok által ismert fogalomrendszerben keressük meg a magyarázatot. Humán tagozatos- és szakközépiskolai tanulók esetében ez csak kis mértékben tér el a köznyelvtől.

2. lépés: Mi után megtaláltuk a magyarázatot, ugyanerre a jelenségre rámutató másik (3. pont 3. szakaszában említett) kísérleteket, témabeli analógiákat is megmagyarázzuk ez alapján.

Ez segíti a fizika világára vonatkozó átfogó kép kialakulását, és ami még fontosabb fejleszti a komplex látásmódot, a mindennapi problémák közti kapcsolat megtalálását, az analógiákban való gondolkodást.

3. lépés: Analógiát keresünk a jelenségekre a fizika más területeiben és a kémiában.

Így egyrészt szintén az átfogó tudás kialakulását segítünk, másrészt így lehet komplex a fizika és kémia, a természettudományok világa a gyerekek szemében. Tehát ismételten a komplex látásmódot és az analógiákban való gondolkodást fejlesztettük.

4. lépés: Elméleti magyarázat arra, miért azt láttuk, amit láttunk?

Általános tagozat esetében a kevésbé elméleti magyarázatú jelenségek elméleti okát megkeressük, illetve amit lehet, a hétköznapi nyelv elméletével megmagyarázunk.

Humán tagozat és szakközépiskola esetében csak hétköznapi nyelven beszélünk a kísérlet elméletéről vagy semmilyen formában sem. A mindennapi életben e diákoknak nem lesz szükségük az elméleti magyarázatokra, csak a jelenség interpretálására. (Ez a kérdéskör jelenleg szakmai vita tárgya.)

5. lépés: Az 1. lépésben kapott magyarázatot matematikai formába öntjük olyan szinten, amennyire a tanulók előképzettsége és világszemlélete engedi.

Általános- és humán tagozatos diákoknál csak olyan mélységig matematikázzunk, amennyire a befogadó réteg ezt lehetővé teszi. Ekkor nincs szükség a kapott magyarázat levezetésére, pláne humán beállítottságú gyerekekkel. Több előismerettel rendelkező általános gimnáziumi osztállynál az egyszerűbb levezetésekkel próbálkozhatunk.

3.7.) Megoldás leírása és annak helyességét igazoló dokumentumok gyűjteménye, ezek leadása/előadása

Megvan a probléma elemzése, megoldása, magyarázata. Ezt valamilyen formában rögzítjük, a gyerekeknek adjuk meg a szabadságot a 4) ponthoz hasonlóan a formaiságot illetően.

A problémaelemzésben vagy ahhoz csatolva szerepeljen annak helyességét igazoló dokumentumok gyűjteménye.

Ezt a diákok adják le vagy adják elő valamilyen formában.

A témakört végigvizsgáltuk a probléma alapú tanulás elve szerint, aminek lehet része többek között konkrét feladatmegoldás is.

Ezt követően ugyanúgy járunk el, ahogy azt a reáلتagozatos osztályok esetében ismertettem, leszámítva hogy ezúttal nem fogunk komplex, absztrakt feladatokat megoldani; más lesz a feladatok szintje és célja.

3.8.) Szintetizálás, összefoglalás

Ekkor történik meg a tananyag összefoglalása, szintézise, egységbe rendezése, áttekintése, szinopszisa.

Elképzeléseim szerint ez 2 tanórát ölel fel. Itt sincs frontális tanítás (ha nem hagyományos módszerekkel dolgozunk), megbeszéljük a gyerekekkel, hogy mit is gondolnak az adott témaköréről. Felvetjük, hogy különböző fogalmak és jelenségek közül melyik melyikkel áll a legszorosabb kapcsolatban, melyik kevésbé szorosban. Önállóan, csoportokban vagy együtt kísérletezünk. Kirándulás alkalmával (pl. Elektromágnesség esetében ellátogathatunk az Elektrotechnikai Múzeumba) is megnézhetjük a korábban tárgyalt problémák jelentős megnyilvánulásait. Az előzetes tudás felmérésénél használtakat ismét alkalmazzuk: fizika témájú szituációs játékokat teremtünk, ismét felrajzolunk egy jövőképet, ötletrohamot tartunk, döntésfát írunk fel, kiselőadásokat tartunk, csoportmunkát és páros munkát teremtünk. Így felszínre kerülnek az esetleges homályos részek, körvonalazódnak a felmerülő kérdések, amikre közösen választ találhatunk.

Az összefoglalás végén oldhatunk meg feladatokat attól függően, hogy a célcsoport ezt milyen mértékben és milyen formában igényli, s attól függően, hogyan felel ez meg világnézetüknek, látásmódjuknak, képességeiknek.

3.9.) Számonkérés

Nem hagyományos módszerek szerint dolgozva a számonkérés beszélgetés, projekt, kiselőadás, stb. formájában történik. A számonkérés alatt e célcsoportoknál mindennapi problémamegoldást értek, általános gimnáziumi osztályok esetében a lehető legnagyobb mennyiségben szakmai témákra is kitekintve a Montessori-módszer keretei között. A probléma itt nem mélyen szakmai, nem absztrakt és nem egzakt.

A feladat(ok) szintje:

- Általános gimnáziumi osztály esetében a mindennapokkal kapcsolatos feladatokon kívül a közép szintű érettségi színvonalával ekvivalens. Lehetőség szerint, a csoport megkonstruált tudásának függvényében túlmutathat a közép szintű követelményrendszeren.
- Humán tagozatosok és szakközépiskolások esetében zömmel mindennapokkal kapcsolatos egyszerűbb feladatokat oldunk meg. Lehetőség szerint e mellett próbálunk a közép szintű követelményrendszer elemeiből is válogatni.

4) Diszkusszió

TDK-dolgozatomban ismertettem egy lehetséges tanítási módszert példákkal, melyben a célcsoport beállítottságának függvényében differenciált a tananyag és a tanulási mód.

Általános pedagógiai módszert vezettem elő. A leírás elmondja, hogy véleményem szerint milyen módon lehetne feldolgozni a tananyagot. A példák pedig demonstrálják, hogy a leírt pedagógiai módszere gyakorlatban hogyan jelenik meg. Ezért különül el végig dolgozatomban a pedagógiai- és a fizikai-matematikai rész.

A matematikai eszközöknek jelentős szerepe van a fizikai fogalmak kialakításában, hiszen reáltagozatos osztály esetében a fizika tananyagok feldolgozásának alapja és szerves része a matematikai apparátus. A diákok jobban el tudnak mélyülni az adott témakörben. Azért is szükséges a matematika lehető legmélyebb ismerete, mert felsőoktatási tanulmányaik során a reál beállítottságú gyerekeknek ez létfontosságú, hiszen megfelelő alapok nélkül nehezen vennék fel az ütemet az egyetemi órákon. És hiába tud egy diák fizika feladatot kiválóan megoldani, ha fizikai kontextus nélkül hozzá sem tud kezdeni, vagy fordítva. Továbbá a módszerrel elérjük, hogy a tanulók ténylegesen tudják, mikor mit számolnak, ismerik, hogy a tanult törvények mit jelentenek, mi az alapjuk és hogyan épülnek fel. Valamint ténylegesen értelmezni tudják a mindennapi és absztrakt jelenségeket és fogalmakat.

Humán- és általános tagozatos osztályok esetében a probléma alapú tanulás eszméit követve azt kívánjuk elérni, hogy a gyerekek ne gyűlöljék a tantárgyat, és legyen megfelelő képük a fizika világáról. Esetükben főként mindennapi problémák megoldására kerül sor. A matematikát csak a célcsoport igényeinek megfelelő mértékben vonjuk be a tanulási folyamatba.

Reál- és humán tagozatos diákoknál is a számukra megfelelő feldolgozási módot alkalmazzuk, így a módszerre lehet sikeres mindkét esetben.

További feladatként a módszert szeretném továbbfejleszteni, konkrét óravázlatokat készíteni, a pedagógiai ajánlásokat is megtölteni szakmai tartalommal.

Köszönetnyilvánítás

Köszönöm témavezetőmnek, hogy bízott bennem, bármikor számíthattam rá, időt szakított rám és foglalkozott velem, inspirált, segítette és ellenőrizte munkámat, szakmailag és emberileg támogatott, tanácsival és ötleteivel protezsált, biztatott, és minden létező szempontból hozzá járult fejlődésemhez.

Továbbá köszönöm volt Véges matematika tanáromnak, aki bizonyosságot adott számomra arról, hogy jó döntés volt második szakként a matematika mellett döntenem.

Függelék

Montessori-módszer

A Montessori-pedagógia az egyik jellegzetes reformpedagógiai irányzat.

Dr. Maria Montessori az első orvosnő volt, a XIX. század második felében Olaszországban született, és az ott lévő Római Orvostudományi Egyetemen szerzett diplomát. Pedagógus és pszichológus is volt. Eleinte árva gyermekeket vett szárnyai alá, és tanította meg őket írni és olvasni. Megfigyelte a hátrányos helyzetű gyermekek attitűdjeit, és lejegyezte ezeket tanulási módjaikkal egyetemben. A konklúzió fényében új módszert hozott létre, ami új technikákat és új eszközök készítését is magában foglalt. Koncepcióit kipróbálta a gyakorlatban, és annak előnyös elemeit tovább fejlesztette. Az új átfogó nevelési metódusban helyet kapott az elméleti tudás fejlesztése mellett a gyakorlati élet- és a szociális helyzetekben való megnyilvánulás fejlesztése is. A módszer a gyermekek tanulási folyamatában és mindennapi életükben is hasznukra vált. Ezzel például a természettudományok területére vonatkozóan ugyanolyan hasznos ismeretek szerezhetők, mint a mindennapi élethez kapcsolódóan. Maria Montessori temérdek könyvet és cikket írt elképzeléseiről. Eszméi hatalmas sikert arattak, előadások tartására hívták különböző országokba, és világszerte hozták létre az elvei szerint működő oktatási intézményeket. Módszerének alkalmazása minden időben- és kultúrában megállja a helyét.

A Montessori-pedagógia alapgondolata szerint a legfontosabb: *„A gyermek tisztelete, mert Maria Montessori szerint minden gyermekben él a cselekvési vágy és a világ megismerésének igénye, ennél fogva biztosítani kell számukra a spontán, szabad tevékenység lehetőségeit, a megfelelő környezetet. A gyermek maga végezzen el mindent, ami fejlődését elősegíti, önmaga alkossa meg képzetét, fejlessze érzékszerveit, építse fel tudatát. A nevelő nem 'informátor' hanem a tanulók individuális önművelési folyamatának háttérében tevékenykedő 'organizátor.' Az öntevékenységhez, a pedagógiai célok megvalósításához szükségesek a nevelés tartalmát hordozó, önerősítésre, önfejlesztésre épülő speciális fejlesztő eszközök, amelyekkel a gyermek szabadon, saját időbeosztása szerint tevékenykedik, szem előtt tartva társai érdekeit.”*¹²

Tehát gondolatai szerint diákjaink spontán módon, élvezettel és természetesen tanulnak. Minden gyerek belülről motivált a tanulásra, produktívvá és kreatívvá válik a megfelelő tanulási környezetben. A jó tanulási környezet inspiráló és változó, elősegíti az önuralom, az együttműködés, a rend, a tisztelet, a felelősség és a türelem fejlődését. Ebben a környezetben harmonikusan, félelem nélkül tudnak dolgozni diákjaink.

Középpontban a gondosan megtervezett és felépített környezetben szabadon tevékenykedő gyermek áll. Így ezt az elképzelést követve diákjainknak nagy önállósága van tevékenységeik megválasztásában. Érvényesülni tud egyediségük, eltérő fejlődési ütemük, és igényeik. A tanulók játszva tanulnak, több sikerélményben lehet részük, így megváltozik a tanuláshoz és az adott tárgyhoz való hozzáállásuk. Nincsenek valódi hibák, hiszen a diákok önmagukat ellenőrzik és javítják. Saját belső törekvéseiknek kell eleget tenniük mások követelményrendszere helyett, eközben megismerik saját erősségeiket és gyengeségeiket, és megtanulják elfogadni magukat. Megjelenik a gyerekekben a hasznosság érzése, az a tudat, hogy fontosak a közösség számára. Fejlődik felelősségérzetük, és a képességük mások különbözőségének tolerálására. Mindenki saját határait feszegeti, s ha ez sikerül, büszkéek lehetnek az eredményre.

¹² Idézet forrása: *Pedagógiák az ezredfordulón Szöveggyűjtemény, Eötvös József Könyvkiadó, 1998.*

Ábrajegyzék:

1. ábra: görbementi integrál	8
2. ábra: felületi inetgrál	9
3. ábra: csomag hazaszállítása	12
4. ábra: csomag lépcsőfokon való felhelyezésének vízszintes szakasza	12
5. ábra: elektromos munka RLC-kör kondenzátorában	13
8. ábra: Arrhenius-egyenlet kimérése	26
9. ábra: e szám ábrázolása a hőmérséklet negatív reciprokának hatványán, a hőmérséklet függvényében	27
10. ábra: a 9. ábra linearizált görbéje	27
11. ábra: hidak szerkezete	28
12. ábra: csővezetékek szerkezete	28
13. ábra: távvezetékek belógása	28
14. ábra: szódásszifonok	29
15. ábra: kiintegrálendő p-V diagram alatti terület	33
16. ábra: „végtelen vezető síklap” elektromos mezőjének térerőssége	34
17. ábra: kapcsolási rajz	35
18. ábra: digitális teodolit	40
19. ábra: tempomat	40
20. ábra: tachográf	41
21. ábra: domború tükör nevezetes sugármenetei	42
22. ábra: domború tükör megszerkesztett képalkotása	42
23. ábra homorú tükör nevezetes sugármenetei	42
24. ábra: domború tükör (balra) és homorú tükör (jobbra) képalkotása	43

Források:

- Dr. Radnóti Katalin- Dr. Nahalka István- Dr. Wágner Éva- Poór István: A fizikatanítás pedagógiája, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002
- *Glaserfeld, E. v. (1995): Radical Constructivism. A Way of Knowing and Learning. The Palmer Press; London, Washington D. C.*
- Dr. Halász T.- Dr. Jurisits J.- Dr. Szűcs J.: Fizika tankönyvcsalád 9., 10., és 11. osztályosoknak, 11-12. osztályos közép-és emeltszintű érettségire készülőknek, Mozaik kiadó, 2008
- Gulyás J. - Markovits T. -Szalóki D. -Varga A.: Fizika I.-III. középiskolák számára, Műszaki kiadó, 2008
- Gulyás J. - Markovits T. -Szalóki D. -Varga A.: Fizika, Modern fizika, Calibra kiadó, 1996
- Dr. Balogh Lászlóné.: Fizika I.-II. szakközépiskoláknak, Műszaki kiadó 2003 ill. 2006
- Dr. Tóth Eszter: Fizika IV., Tankönyvkiadó, 1984
- Dr. Holics László: Fizika III., Tankönyvkiadó, 1984
- Dr. Holics László: Fizika, Akadémiai kiadó, 2009
- Gulyás J.- Rácz M.- Tomcsányi P.- Varga A.: Fizika, Ennyit kellene tudnod fizikából, Panem-Akkord kiadó, 2007
- Fülöp (Kiss) Csilla: 19. oldalon található 4. példa
- Pedagógiák az ezredfordulón Szöveggyűjtemény, Eötvös József Könyvkiadó, 1998.

Elektronikus források:

(Mindegyik esetében az utolsó megtekintés dátuma 2012.11.28.)

- Radnóti Katalin: Projektoktatás. A konstruktivista pedagógia alapjai
<http://members.iif.hu/rad8012/pedagogia/Projektoktatas-konstruktivizmus.ppt>
- Radnóti Katalin, Kiss Csilla: A konstruktivista tanulásmélet bemutatása a mechanika példáján keresztül című publikáció
<http://metal.elte.hu/~radkat/menu/kezdo.htm>
- Radnóti Katalin: A fizika története dióhéjban című publikáció
<http://members.iif.hu/rad8012/hallgatok/fiz-tort.doc>

- Metz, D. és Stinner, A. A New Perspective for Teaching Physics in the 21st Century. Alberta Science Education Journal, 36(2), 8-15. Az Interneten 2012.07.10-én: http://sc.teachers.ab.ca/SiteCollectionDocuments/SC.teachers.ab.ca/Alberta%20Science%20Teacher/ScienceTeacherBackIssues/435db34af6834b47b65314045ee49956ASEJ_v36_2.pdf#page=8
- Exline, J. (2004): *Inquiry-based Learning: Explanation. Concept to Classroom. Workshop: Inquiry-based Learning.* <http://www.thirteen.org/edonline/concept2class/inquiry/index.html>
- http://jgypk-gyp.suexid.hu/jegyzet/.../Differencialt_ oktatás.doc
- <http://www.gyermekekehaza.hu/differencialtokt.html>
- <http://www.studygs.net/magyar/pbl.htm>
- http://pezsgo.web.elte.hu/publikaciok/ikt_pisa.pdf
- www.staff.u-szeged.hu/~gymolnar/MGy2004-2.pdf
- <http://epa.oszk.hu/00000/00011/00153/pdf/2010-12.pdf>
- http://epa.oszk.hu/00000/00011/00097/pdf/iskolakultura_EPA00011_2005_10_031-043.pdf
- <http://hu.wikipedia.org/wiki/Stokes-t%C3%A9tel>
- http://www.math.bme.hu/~simonk/msc/mscjegyzet_2012_10_12.pdf
- <http://www.math.klte.hu/~kozma/vektoranalizis.pdf>
- <http://hu.wikipedia.org/wiki/Rot%C3%A1ci%C3%B3>
- <http://www.uni-miskolc.hu/evml/database/downloads/integral/foa/harmas-integral.pdf>
- http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0033_SCORM_GEFIT6102/sco_08_02.htm
- http://www.electro.uni-miskolc.hu/kutatas/elektromagneses_uj.pdf
- <http://tudasbazis.sulinet.hu/hu/termesztudomanyok/fizika/fizika-10-evfolyam/a-hotan-masodik-fotetele/megfordithato-es-nem-megfordithato-folyamatok>
- <http://hu.wikipedia.org/wiki/Boltzmann-eloszl%C3%A1s>
- <http://hu.wikipedia.org/wiki/Arrhenius-egyenlet>
- <http://metal.elte.hu/~phexp/doc/fgm/e15.htm>
- <http://www.kfki.hu/chemonet/hun/eloado/jce/arrhenius.html>
- http://hu.wikipedia.org/wiki/Binomi%C3%A1lis_t%C3%A9tel
- <http://meip.x5.hu/files/1661>

- http://vili.pmmf.hu/jegyzet/elektrom/emt_1_17.htm
- <http://www.alterna.hu/content/mi-a-montessori-modszer-lenyege>
- http://hu.wikipedia.org/wiki/Maria_Montessori#Pedag.C3.B3gi.C3.A1j.C3.A1nak_alapt.C3.A9zise
- <http://www.montessoriovi.hu/pedagogia.html>
- http://tempomatszereles.hu/audi/a6_4b/tempomat-c240.html
- http://www.aetrcontrol.hu/Szolgalatasok/Tachograf_korongok
- <http://termtud.akg.hu/okt/8/5/851.htm>
- <http://tudasbazis.sulinet.hu/hu/termesztudomanyok/fizika/fizika-10-evfolyam/hotagulas-a-mindennapokban/hidak-hotagulas-elleni-vedelme>
- <http://turanyi-tuzep.hu/?p=termek&termek=78&e7-66-vasbeton-fodemgerenda->
- http://retro.network.hu/kepek/retro_a_konyhaban/a_ket_klasszikus_szodas_szifon
- <http://www.szekeres-dental.com/hu/content/behandlung.php>
- http://www.chem.mtu.edu/~fmorriso/cm310/Homework_1_2003.html
- <http://tudasbazis.sulinet.hu/hu/termesztudomanyok/fizika/fizika-9-evfolyam/deformalhato-testek-mechanikaja/a-hidrosztatikai-nyomas-kozlekedoedenyek>