

EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM
FÖLDRAJZ- ÉS FÖLDTUDOMÁNYI INTÉZET
GEOFIZIKAI ÉS ŰRTUDOMÁNYI TANSZÉK

A HŐMÉRSÉKLET- ÉS MÉLYSÉGFÜGGŐ VISZKOZITÁS HATÁSA A FÖLDKÖPENY- KONVEKCIÓRA

TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT



KÉSZÍTETTÉK:

FARKAS MÁRTON PÁL KUSLITS LUKÁCS BENEDEK

GEOFIZIKUS MESTERSZAK

TÉMAVEZETŐ:

DR. GALSA ATTILA

GEOFIZIKAI ÉS ŰRTUDOMÁNYI
TANSZÉK

BUDAPEST, 2013. JANUÁR 9.

Tartalomjegyzék

Absztrakt - Abstract	3
I. Bevezetés.....	5
I.1. A földköpeny-konvekcióról általában, módszerválasztás, a dolgozat célkitűzései	5
I.2. A termikus konvekció jelentősége és kvalitatív ismertetése	7
II. A termikus konvekció kvantitatív leírása: a numerikus módszer.....	12
II.1. A matematikai háttér	12
II.1.1. A Boussinesq–approximáció	12
II.1.2. Az egyenletrendszer dimenziótlanítása, a Rayleigh-szám	14
II.2. A numerikus modell.....	16
II.2.1. A modell geometriai felépítése, határfeltételek	16
II.2.2. A vizsgált dimenziótlan paraméterek	16
II.3. A numerikus modellfuttatások alaphelyzetének felállítása	19
III. Eredmények.....	21
III.1. A mélységfüggő viszkozitás következményei	21
III.2. A hőmérsékletfüggő viszkozitás hatásai	25
III.3. A kvázistacionárius állapot jellemzői	29
III.4. Köpenyszerű modellek	32
IV. Összefoglalás, következtetések	38
Hivatkozások	42
Köszönetnyilvánítás.....	45

Absztrakt

Véges elemes numerikus modellezést végeztünk, hogy megvizsgáljuk a mélység- és hőmérsékletfüggő viszkozitás hatását a Föld köpenyében zajló termikus konvekcióra. A számításokat egy kétdimenziós hengergyűrű tartományon végeztük Boussinesq–approximáció alkalmazásával.

Szisztematikus modellfuttatásokkal megállapítottuk, hogy ha a viszkozitás erősebben függ a mélységtől (nagyobb γ), akkor ez gátolja a konvekciót elsősorban a köpeny mélyebb zónáiban, ami visszafogja a magból jövő hőt, és hűti a köpenyt. A renyhe konvekció lassabb áramlást eredményez, és növeli a felszín mobilitását, mely az átlagos felszíni és köpenysebesség hányadosa. A viszkozitás erősebb hőmérsékletfüggésének (nagyobb δ) kvalitatíve ellenkező hatása van. A köpeny–mag határ felett, mely a köpeny legmelegebb része, a viszkozitás lecsökken, ami elősegíti a mag felőli hőtranszportot, míg a hideg, viszkózus felszín visszatartja a hőt. Így a köpeny felfűtődik, átlagos viszkozitása csökken, a creep folyás felgyorsul. A hideg, nagy viszkozitású felszíni réteg következtében a mobilitás csökken. A megfigyelt sebesség, hőmérséklet, hőfluxus és viszkozitás értékek hatványtörvény szerint függnak δ -tól.

További két modellszámítást végeztünk valósághűbb γ és δ viszkozitást skálázó faktorokkal. Az 1. modellben a viszkozitás exponenciálisan 100-szorosára nőtt a mélységgel, és 7 nagyságrenddel csökkent a hőmérséklettel a felszíntől a köpeny mag határig. A viszkozitás erős hőmérsékletfüggésének köszönhetően egy merev fedő formálódott a köpeny körül, ami hatékonyan mérsékelte a kilépő hőt, és egy forró köpenyt eredményezett. A 2. modell $\gamma=10$ és $\delta=10^6$ skálázási faktorokkal bírt, valamint egy 30-szoros viszkozitásugrás volt beépítve 660 km mélységben, mely visszatükrözte az olivin $\rightarrow$ perovszkit + magneziovizsitit ásványtani fázisátalakulás hatását. Az erősebb mélységfüggés (300) és a gyengébb hőmérsékletfüggés ($\delta=10^6$) miatt nem fejlődött merev fedőréteg a felszínen, melynek következtében alacsonyabb hőmérséklet, magasabb viszkozitás és kevésbé heves áramlási rendszer jellemezte a köpenykonvekciót.

Abstract

Finite element numerical modeling has been carried out in order to investigate the effect of the depth- and temperature-dependent viscosity on the thermal convection occurring in the Earth's mantle. Calculations were made in a 2D spherical shell domain applying Boussinesq approximation.

It was established by systematic model calculations that the stronger depth-dependence of the viscosity (higher γ) hinders the convection rather in the deeper zone of the mantle that retards the heat from the core and cools the mantle. The less vigorous convection results in slower flow and increases the mobility of the surface (the ratio of the average surface and mantle velocity). Stronger temperature-dependence of the viscosity (higher δ) has qualitatively the opposite effect. Above the core mantle boundary, which is the hottest part of the mantle, the viscosity decreases that facilitates the heat transport from the core. Whereas the cold, more viscous surface retards the heat. It warms up the mantle, decreases its average viscosity and accelerates the creep flow. Due to the cold and more viscous surface layer the mobility reduces. The observed velocity, temperature, heat flux and viscosity parameters show a power law function of δ .

Two additional numerical model calculations were made with more realistic γ and δ parameters scaling the depth- and temperature-dependence of the mantle convection. In model 1 the viscosity increased exponentially 100 times ($\gamma=100$) and decreased 7 orders of

magnitude ($\delta=10^7$) as the depth and temperature grew from the surface to the core, respectively. Owing to the strong temperature-dependence of the viscosity a rigid lid formed around the mantle that reduced the heat outcome effectively and resulted in a hot mantle. Model 2 had the viscosity scaling factors of $\gamma=10$ and $\delta=10^6$, and a 30 times viscosity jump was built in model at the depth of 660 km to reflect the effect of the olivine $\rightarrow$ perovskite + magnesiowustite mineralogical phase transition. Rigid lid did not evolved in model 2 because of the stronger depth-dependence (300) and the weaker temperature-dependence (10^6) of the viscosity. As a consequence, lower temperature, higher viscosity and less vigorous flow system characterized the mantle convection.

I. Bevezetés

I.1. A földköpeny-konvekcióról általában, módszerválasztás, a dolgozat célkitűzései

A földköpeny bolygónk összetettségéből és rejtélyességéből adódóan számos nemzetközi szeizmológiai, illetve geodinamikai kutatás középpontjában áll. Az utóbbi évtized laboratóriumi kísérletei (pl. DAVAILLE *et al.*, 2003; JELLINEK és MANGA, 2004), numerikus modelleredményei (pl. CSEREPES, 2002; DESCHAMPS és TACKLEY, 2008; GALSA és HEREIN, 2011), ásványfizikai vizsgálatai (pl. MURAKAMI *et al.*, 2004; TRØNNES, 2010) és szeizmikus tomográfiai kutatásai (pl. GARNERO *et al.*, 2007, LEI és ZHAO, 2006), továbbá ezek eredményeinek összevetése révén sokat fejlődött magáról a földköpenyről és az ott zajló folyamatokról alkotott képünk. Az eddigi kutatások alapján a Föld ezen összetett tartománya komplex és változékony geodinamikai folyamatok színhelye (pl.: a köpeny–mag határ (Core-Mantle Boundary, CMB) feletti ún. D"-réteg egyszerre „litoszféra-temető” és „hőoszlopbölcső” (JELLINEK és MANGA, 2004; TACKLEY, 2012a).

A folyamatok változékonysága kulcsfontosságú jellemző, ahogyan egész bolygónk, annak köpenye is állandó, meglehetősen heves átalakuláson mehet keresztül. Ahhoz azonban, hogy ezt a megállapítást tegyük, a hétköznapjainkban megszokott téridő nagyságrendektől el kell szakadnunk, bolygóméretben, és geológiai időskálán érdemes gondolkodnunk, a heves, folyadékra jellemző viselkedés ugyanis csakis kellően hosszú idő alatt figyelhető meg a köpenyben (GALSA *et al.*, 2008). Ezzel a rendszer legfontosabb reológiai ismervét határoztuk meg, amely kulcsfontosságú a köpenyben zajló, nagy tömegmozgások megértéséhez: a rövid időtartamú erőhatásokra szinte teljes egészében szilárd, rugalmas testként reagál. Ide tartoznak például a szeizmikus hullámok, az árapály, illetve a Föld sajátrezgései, melyek a nagy földrengések kipattanásakor mérhetők (CSEREPES, 2002). Ez alól csak a lokálisan olvadtnak tekinthető, illetve az olyan, parciálisan olvadt tartományok képezhetnek kivételt, mint az asztenoszféra, valamint a fentebb említett D"-réteg alsó tartománya (BERCOVICI, 2011). Csupán lassú, folytonos erőhatást vizsgálva tekinthető folyékonynak, viszkózusnak a földköpeny anyaga. Ilyen erőhatások nyomán fellépő jelenségek például a lemeztektonika, illetve a kontinenslemezek izosztatikus egyensúlya és kiemelkedése, melyek maguk is kulcsfontosságú szerepet tölthetnek be az anyagi jellemzők becslésében (BREVIK, 1994). A viszkózus és az elasztikus rendszerek közötti átmenetet számszerűsítő tényező az ún. Maxwell-féle relaxációs idő,

$$\tau = \frac{\eta}{\mu}, \quad (1)$$

ahol μ a közeg egyik Lamé-állandója (nyírási modulusa), míg η a dinamikai viszkozitása (BAILEY, 2006). Az anyagok deformációjának Maxwell-féle elmélete alapján tehát a földköpeny tulajdonképpen rendkívül lassan (ún. diffúziós és diszlokációs módon) folyik, relaxációs idejét pedig jelenleg 200 év körülire becsülik. Arra az erőhatásra tehát, ami ennél hosszabb ideig tart szünet nélkül, a köpenyanyag folyadékszerűen reagál (GALSA *et al.*, 2008). Azaz a viszkózus viselkedés a feszültség karakterisztikus idejét növelve egyre meghatározóbbá válik.

A földköpenyben kialakuló áramlási rendszer típusa számtalan fizikai és kémiai folyamat és paraméter függvénye. Egy ilyen fizikai jellemző például a fentebb tárgyalt idő vagy a saját, belső hőtermelés mértéke, de az úgynevezett anyagi paraméterek is jelentősen befolyásolják áramlás dinamikáját, mint például a köpeny anyagának hővezető-képessége, hőtágulási együtthatója és viszkozitása (1. táblázat). Ezek közül is a viszkozitás értéke a legbizonytalanabb - nagyságrendje is csupán hozzávetőlegesen ismert - maga is sok más tényező függvénye (TACKLEY, 2012a). Munkánk épp ezért a paraméterek közül a viszkozitás hatásának (csupán nagy vonalakban történő) feltérképezését tűzte ki célul, melynek módszerül szisztematikus numerikus modellfuttatás-sorozat szolgált.

A termikus konvekció azonban mint ahogy pl. laboratóriumi körülmények között, úgy numerikusan is csak számos megkötéssel modellezhető. Emiatt gyakran csak jól körülhatárolható problémákat vizsgálnak, nemritkán kétdimenziós tartományokban (pl. DAVAILLE *et al.*, 2003; CSEREPES, 2002; DESCHAMPS és TACKLEY, 2008; GALSA és CSEREPES, 2000; HEREIN *et al.*, 2008). Ezen dolgozat esetében is, a termikus konvekciót leíró csatolt parciális differenciálegyenlet-rendszer bonyolultsága és megoldásának időigénye miatt a szimuláció csak jelentős egyszerűsítések után végezhető el. Ezen egyszerűsítések közül talán a legszembeötlőbb a földköpeny-konvekció kétdimenziós vizsgálata, mely azonban jelentősen hozzájárulhat a rendszerben lejárló alapvető fizikai folyamatok gyorsabb és egyszerűbb megértéséhez (HEREIN *et al.*, 2008). Következésképpen, bár az áramlási rendszert befolyásoló összes tényező figyelembevétele még jelenleg is jócskán meghaladja a rendelkezésre álló számítástechnikai eszközök képességét, földköpenyben zajló áramlások modellezésének legsokoldalúbb eszköze a numerikus modellezés (GALSA *et al.*, 2008). Már itt szeretnénk hangsúlyozni, hogy jelen vizsgálatoknak nem a köpeny fejlődéstörténetének, evolúciójának szimulálása a célja, hanem annak megértése, hogy milyen hatással bír a

viszkózus reológia a földköpenyben zajló konvekció időbeli viselkedésére.

Jelen dolgozat alapját a COMSOL Multiphysics 3.5a verziószámú szoftverrel végzett numerikus modellezés szolgáltatja, amely során a számítások kétdimenziós hengergyűrű geometriában zajlottak. A szimulációk során az áramlási rendszer számos, időben változó paraméterét számítottuk (hőáram, hőmérséklet, sebesség, viszkozitás), miközben csak két paramétert, a viszkozitást, a skálázási faktorokat változtattuk (II.3.).

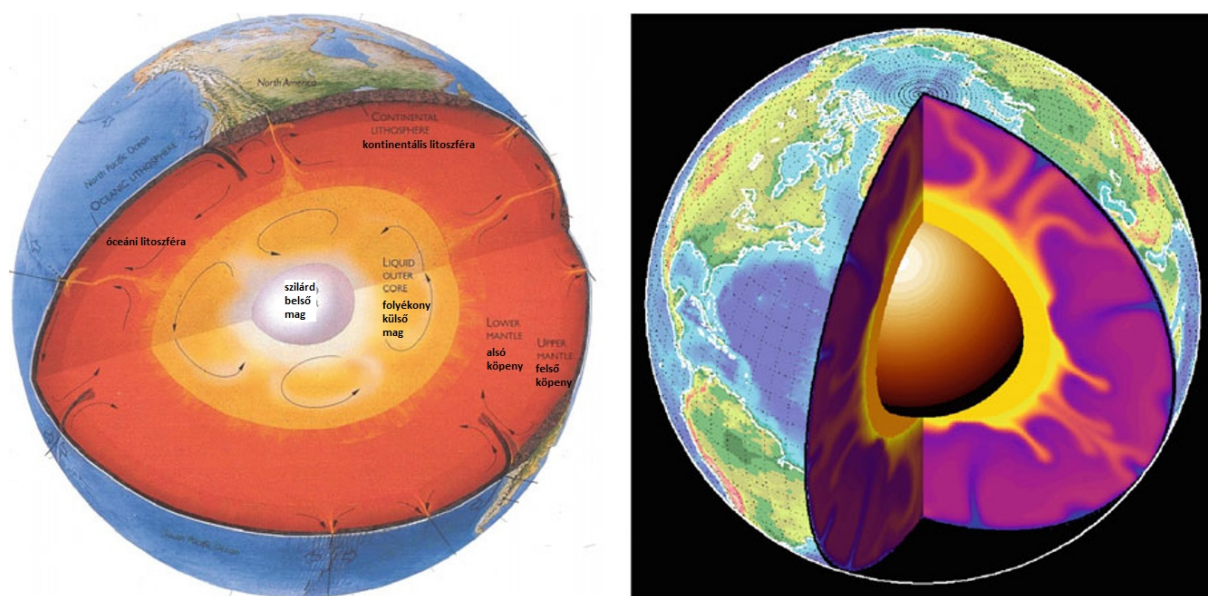
A numerikus modellsorozatban a viszkozitás csak két fizikai állapotjelzőtől, a hőmérséklettől, illetve a nyomástól függött. Utóbbi igen jó közelítéssel a mélység függvénye, hiszen a lassú (~cm/év) áramlás miatt a köpenyben a nyomás litosztatikusan emelkedik. Ezen függőség mértékének lépésről lépésre történő változtatásával adódott a szimuláció-sorozat. Nem lehet eléggé hangsúlyozni, hogy a numerikus vizsgálatok során rendszerint elengedhetetlen, hogy ha egy tényező hatását kívánjuk minél pontosabban feltérképezni, célszerű csak azt az egyet változtatni a modellezés alatt. Ez persze kényszerű egyszerűsítésekhez vezet, ám a számunkra rendelkezésre álló számítási kapacitás (és idő) korlátai is ebbe az ésszerű, ugyanakkor könnyebben kezelhető mederbe terelték a kutatás irányát.

I.2. A termikus konvekció jelentősége és kvalitatív ismertetése

Általánosan elterjedt vélekedés, miszerint különös kettősség nyomja rá bélyegét a termikus konvekció fizikai folyamatának leírására: kvalitatívan igen egyszerűen magyarázható, értelmezhető, a számszerű jellemzés viszont (mint a későbbiekben látni fogjuk) bonyolultsága révén komoly nehézségekbe ütközik. A termikus konvekció hajtóerejét a hőmérséklet-különbség kiegyenlítődése (s így, mint minden fizikai folyamatban, az energia minimalizálására való törekvés). Jelentősen befolyásolhatja még a konvekció minőségét az áramló anyag kémiai tulajdonságai (összetétele, illetve ásványtani szerkezete – ide értve a fázisátalakulásokat), sőt az azt alkotó ásványszemcsék mérete is, illetve a rá jellemző közegparaméterek (ilyen pl. a viszkozitás) (BERCOVICI, 2011). A kvalitatív értelmezés nagyon egyszerű, ám annyiban nem megkerülhető, hogy fontos tisztázni: termikus konvekció alatt azt a hőszállítási folyamatot értjük, melynek során az anyag mozgásával terjeszti a hőt, olyan cellákban áramolva, melyek alja melegebb, teteje hidegebb. A feláramló meleg, ezért kis sűrűségű anyag a felső határ mentén lehül, így összehúzódik, sűrűsége megnő, leáramlik, az alsó határon pedig felmelegszik, majd újra felemelkedik. A konvekció ezen

nomenklatúrában tehát az advekció speciális esetét jelenti.

Annak, hogy a föld köpenyében is ez a jelenség zajlik (1. ábra), legnagyobb ismert jelentősége abban áll, hogy ez az egyik fő folyamat, amely a lemeztektonikát működteti (BERCOVICI, 2011). A litoszféra-lemezek és a velük együtt mozgó kontinensek maguk is részei a termikus konvekciónak, a szubdukciós zónában alátolódó, óceáni kőzetburok-részek képezik az áramlás leszálló ágát (FORTE, 2011). Sokáig magától értetődőnek tartották az ezen alapuló következtetést, hogy a fő felszálló anyagáramlás felszíni következményei a hátságok. Ez a vélekedés egészen a közelmúltig tartotta magát, a szeizmikus tomográfia módszerének köszönhetően azonban ma szinte biztosan kijelenthetjük, nem állja meg a helyét (SU *et al.*, 1992).



1. ábra: A földköpeny anyagmozgásainak sematikus (baloldali kép) illetve numerikus modellel történő (jobboldali kép) ábrázolása. A rajz inkább a korábbi elképzelést tükrözi: a köpeny aljáról induló feláramlások részben a hátságok alatt érik el a litoszférát, a lebukó lemezek pedig csupán az alsó köpenyig jutnak le, nem a mag határáig. Lamb és Sington ábrája nyomán (Bercovici, 2011).

Először az 1970-es évek kezdetén vetődött fel, hogy a köpeny mély tartományaiból felemelkedő anyagáramlatai, a köpenyhőoszlopok (mantle plumes) a forrófoltok (hotspots) alatt lehetnek, ami magyarázza azok addig érthetetlen vulkáni aktivitását, pozitív hőáram, geoid és topográfiai anomáliáját, valamint az óceáni szigetláncolatok létezését (így pl. a Hawaii-Emperor vagy a Gilbert-Marshall szigetcsoport felépítését) (MORGAN, 1971). A szeizmikus tomográfia sebességanomáliái igazolták az elméletet, megállapítva, hogy a forró foltok alatt nagy mélységbe nyúló – a PREM-modellhez képest (DZIEWONSKI és ANDERSON, 1981) – kis szeizmikus sebességű térségek helyezkednek el (MONTELLI *et al.*, 2004). Ezek sokszor egészen a köpeny–mag határig nyomon követhetők (2. ábra), míg,

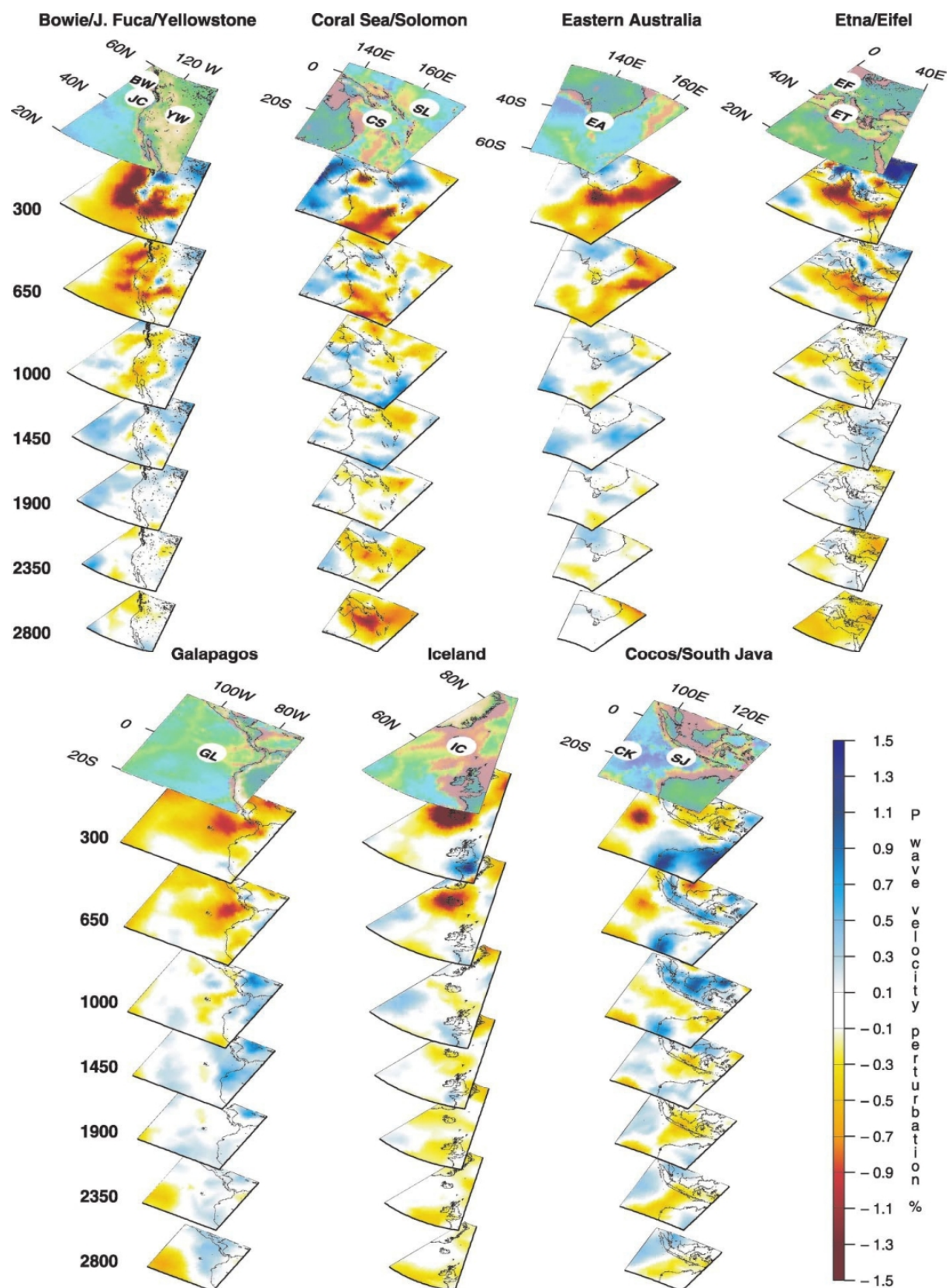
noha a hátságok tengelye alatt is találhatók ilyenek, azok csupán néhány 100 km-es mélységig terjednek. Megerősítik ezt a geokémiai kutatások is, melyek kimutatták, hogy a hátságoknál felszínre jutó bazaltos láva összetétele alapvetően eltér a forró foltokon vizsgálttól (HOFMANN, 1997).

Érdekes fizikai módszer még a szeizmikus tomográfia mellett a geoid topográfiához viszonyított arányának (GTR=geoid to topography ratio) elemzése, mely szintén alátámasztja a nagy kiterjedésű feláramlások létét. Például az egyik legújabb kutatási eredmény szerint, amelyik a GTR wavelet-transzformáció segítségével történő spektrálanalízisén alapul, a Hawaii-szigetek körüli aljzat-kiemelkedést is elsősorban a feláramlás szétterülő fejének forró anyaga, továbbá a helyi skálájú konvekció hozza létre (CADIO *et al.*, 2012).

A hátságok alatt jelentkező, kis mélységbeli kiterjedésű zónákban a sebesség csökkenése feltehetően a parciális olvadásnak tudható be (GALSA *et al.*, 2008), tehát besorolható a köpeny azon (egyedi területekre korlátozódó) részei közé, melyek gyorsabban folynak, képlékenyebbnek tekinthetők (I.1.). A parciális olvadás oka pedig a hátság alatt emelkedő köpenyanyagban fellépő nyomás csökkenése, az ún. dekompressziós mechanizmus. A hátságoknál észlelt távolodás, s így a parciális olvadás oka a litoszféralemezekre ható húzóerők okozzák, mely döntően a mélytengeri árkoknál szubdukálódó litoszféra saját súlyából származik.

Nem kérdés tehát, hogy a termikus konvekció legszembetűnőbb, és számunkra legjelentősebb megnyilvánulása a lemeztektonika, mellyel egységes rendszert alkot. Érdemes mindemellett megemlíteni, hogy a konvekció szabályozza bolygónk hűlését, illetve megfordítva: amiatt lép fel, mert nagy a hőmérséklet-különbség a köpeny–mag határ valamint a hideg felszín között. Segítségével hatékonyabban adja le bolygónk (primordiális, valamint radioaktív hőtermelésből származó) belső hőjét.

Érdekes és egyáltalán nem triviális megnyilvánulása a köpenyáramlásnak, hogy feltehetően hatással van a geomágneses dinamó működésére, és így a földi mágneses térre is. Mai szeizmológiai tudásunk szerint az alátolódó óceáni litoszféra jelentős része lejut a köpeny–mag határig, ahol környezetéhez képest sűrűbb anyagként halmozódik fel. Ez az összetételében sűrűbb, hidegebb anyag a köpeny–mag határon több százmillió évig megnöveli a magból származó hőáramot, s így befolyásolja a folyékony külső magban fellépő áramlásokat. A fémes külső magban kialakuló közel geosztrofikus áramlás pedig hatással van a földi mágneses térre. Másrésről, az összetételében sűrű tartomány a köpeny–mag határ felett gátolja a konvekciót, és így erőteljesen kihat a köpeny hőmérsékletére, melyen keresztül



2. ábra: A szeizmikus tomográfia révén kimutatható a forrófoltok alatt előforduló nagy mélységű, kis szeizmikus sebességű, ezért vélhetően meleg, kis sűrűségű, emelkedő tartományok (Montelli *et al.*, 2004).

a viszkozitásra, az átlagos áramlási sebességre, a felszíni hőáramra, sőt a külső és belső mag méretének változását is befolyásolhatja (TACKLEY, 2012a).

Ezzel együtt az is ismert, hogy a köpeny nem homogén összetételű, valamint ásványai különböző mélységtartományokban fázisátalakulásokon mennek keresztül. Ugyanakkor részben ezeknek, illetve a D'' rétegnek, és a másik, csökkent viszkozitású tartománynak, az asztenoszféranak köszönhetően, maga a földköpeny is övekre bontható. Mindezen tulajdonságok szerepe sem elhanyagolható, amennyiben a földköpenyre jellemző folyamatokat egészében, és összefüggéseiben szeretnénk látni, és maguk is kísérletek sorának tárgyát képezik (pl. DANNBERG és SOBOLEV, 2012; DESCHAMPS és TACKLEY 2008,2009; TACKLEY 2000b).

Összefoglalásul, habár a termikus konvekció, mint jelenség, minőségében nagy általánosságban egyszerűen értelmezhető, láthattuk, hogy a földköpenybeli megvalósulása minden valószínűség szerint minőségileg is jóval összetettebb, kölcsönhatásai is rendkívül bonyolultak, sokrétűek, ily módon alkotva összefüggő, interdiszciplináris rendszert. Itt mindezek közül számos éppen csak érintőlegesen bukkant elő, és szinte minden ide kötődő folyamat, jelenség és következményük vizsgálata önmagában is a földtudományos kutatás frontvonalát alkotja.

A következőkben több részben ismertetjük a modellezés tárgyalásához nélkülözhetetlen numerikus módszer fő elemeit. Elsőként a matematikai háttér kerül bemutatásra, amelyet a numerikus modell felépítésének tárgyalása követ. A matematikai háttérhez kapcsolódóan külön rész szól a szimuláció során vizsgált dimenziótlan mennyiségekről. Az alapok lefektetését az eredmények ismertetése követi, a fenti célkitűzéseknek megfelelően több különálló részben. Az eredmények bemutatása után a dolgozatot a numerikus szimuláció összefoglalása, illetve a tanulságok levonása és kitekintés zárja.

II. A termikus konvekció kvantitatív leírása: a numerikus módszer

II.1. A matematikai háttér

II.1.1. A Boussinesq–approximáció

A földköpenyben zajló termikus konvekció jelenségét leíró csatolt parciális differenciálegyenlet-rendszer elemei a tömegmegmaradást kifejező kontinuitási egyenlet (2), az impulzusmegmaradást leíró Navier-Stokes vektoregyenlet (3), amely Newton második törvénye folyadékokra felírva, valamint az energiamegmaradást biztosító hőtranszport egyenlet (4),

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \rho g e_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - u_i \frac{\partial T}{\partial x_i}, \quad (4)$$

ahol (2)-ben u_i az áramlási sebességek kétdimenziós vektora, x_i a térkoordináták. (3)-ban ρ a folyadék sűrűsége, g a gravitációs gyorsulás, $e_i=(0,0,1)$ függőlegesen lefelé mutató egységvektor, p a nyomás, σ_{ij} a deviatorikus feszültségtenzor, (4)-ben T a hőmérséklet és κ a hődiffuzivitás.

Mint ahogy arra a bevezetőben is utaltunk (I.1), a termikus földköpeny-konvekciót leíró (2)–(4) egyenletek egy annyira bonyolult és összetett rendszert alkotnak, hogy analitikus megoldásuk nem ismert, még numerikus módon történő kezelésük is csak közelítéssel lehetséges, így az egyenletrendszer egyszerűsítésére vagyunk szorítva. A termikus konvekció esetében a konvencionálisan használt közelítés a Boussinesq–approximáció. Ennek lényege, hogy az (2)–(4) egyenletekben a sűrűséget állandónak tekintjük, vagyis a közeget inkompresszibilisnek és izotermikusnak feltételezzük, ezáltal elhanyagoljuk a sűrűség nyomás- és hőmérsékletfüggését, kivéve (3)-ban a $\rho g e_i$ tömegerő tagban, hiszen a hőtágulás a termikus konvekció motorja, ahol a sűrűség hőmérsékletfüggését lineáris hőtágulásként ((5) egyenlet) vesszük figyelembe.

Kétdimenziós modelltartomány esetén öt ismeretlenre (ρ , p , T és u_i kétdimenziós vektor) négy egyenlet (két skalár- és egy vektorösszefüggés) jut, ezért az egyenletrendszerhez megoldásához nélkülözhetetlen az anyagi egyenlet, amely a sűrűség és a hőmérséklet közötti

lineáris kapcsolatot fejezi ki,

$$\rho = \rho_0 [1 - \alpha(T - T_0)], \quad (5)$$

ahol ρ_0 és T_0 a felszíni sűrűséget és hőmérsékletet jelöli, α a lineáris hőtágulási együttható. Az anyagi egyenlet egyértelműen kifejezi, hogy a hőmérséklet növekedtével a folyadék sűrűsége csökken.

A modellszámításoknál legtöbbször a köpenyt newtoni reológiájának tekintjük, azaz a köpenyanyagban kialakuló sebességdeformáció egyenesen arányos az őt kiváltó feszültséggel. BERCOVICI (2003) megjegyzi, hogy ez csak részben igaz, ugyanis a folyadékszerű viselkedésért felelős diffúziós folyás newtoni reológiájának tekinthető, ugyanakkor a köpenyben szintén jelenlevő diszlokációs folyás már közel sem az (ekkor a deformáció a feszültség $n \cong 3$ -adik hatványával arányos). Összenyomhatatlannak tekintett folyadék és newtoni viszkózus reológia esetén tehát a deviatorikus feszülségtenzor

$$\sigma_{ij} = \eta \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right], \quad (6)$$

ahol η a köpeny dinamikai viszkozitását jelöli. Általános esetben a viszkozitás a nyomás és a hőmérséklet függvénye, a közöttük fennálló kapcsolatot a köpenyközetekre az Arrhenius-törvény jól közelíti (TACKLEY, 2012a):

$$\eta(p, T) = \eta_r e^{\frac{E^* + pV^*}{RT}}, \quad (7)$$

ahol E^* és V^* az aktivációs energia és térfogat, η_r a köpeny referencia viszkozitása, amelynek értéke a felsőköpenyre becsült átlagos viszkozitásnak felel meg (SCHUBERT *et al.*, 2001), T_0 hőmérsékleten és p_0 nyomáson, valamint R az univerzális gázállandó. Az $E^* + pV^*$ tagot gyakran aktivációs entalpiaként tüntetik fel (H^*) (CSEREPES, 2002).

A Boussinesq–approximáció (CHANDRASEKHAR, 1961) alapján tehát egy paramétert, a (3) egyenlet jobb oldalának első (tömegelő) tagjában lévő sűrűséget leszámítva minden más anyagi paramétert és a gravitációs gyorsulást állandónak tekintjük (1. táblázat), ezáltal biztosítva azt, hogy a Navier–Stokes-egyenleten keresztül az áramlási rendszert a hőmérséklet befolyásolja.

Az (2)–(6) egyenletrendszer numerikus megoldását a COMSOL Multiphysics 3.5a szoftvercsomaggal végeztük el, a program az alábbi konkrét egyenletek párhuzamos megoldását biztosítja,

$$\nabla \mathbf{u} = 0, \quad (8)$$

$$\rho_0 \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} \right] = \nabla \left[-p \mathbf{I} + \eta (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \right] + \mathbf{F}, \quad (9)$$

$$\rho_0 c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} \delta_{ts} + (\mathbf{u} \nabla) T \right] = K \Delta T, \quad (10)$$

ahol c_p az állandó nyomáson vett fajhő, K a hővezető-képesség, δ_{ts} az ún. időskálázási koefficiens, mellyel rugalmasan biztosítható, hogy az időfüggő megoldást másodperc helyett évmillióban kapjuk, $\mathbf{I}$ az egységmátrix és $\mathbf{F}$ a sugárirányú felhajtóerő, amely az áramlást hajtja. Utóbbi x irányú komponensét a hőtágulás befolyásolja,

$$F_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \rho_0 g [\alpha(T - T_0)], \quad (11)$$

az y irányú komponens ezzel teljesen analóg módon számítható. Az egyenletek kezdeti és határfeltételei a II.2.1. részben kerülnek kifejtésre.

Fizikai mennyiségek		
megnevezés	jelölés	érték
felszíni sűrűség	ρ_0	3300 kg/m ³
lineáris hőtágulási együttható	α	2·10 ⁻⁵ 1/K
gravitációs gyorsulás	g	10 m/s ²
köpeny referencia viszkozitása	η_r	2·10 ²¹ Pa·s
hődiffúziivitás	κ	10 ⁻⁶ m ² /s
hővezető-képesség	K	5,4 W/m·K
állandó nyomáson vett fajhő	c_p	1200 J/ kg·K
köpeny vastagsága	d	2,9·10 ⁶ m
köpeny–mag határ hőmérséklet	T_1	3183 K
felszíni hőmérséklet	T_0	283 K

1. táblázat: A numerikus modell állandó fizikai paramétereinek értékei.

II.1.2. Az egyenletrendszer dimenziótlanítása, a Rayleigh-szám

Mivel az előző részben ismertetett fizikai paraméterek (1. táblázat) pontos értékét nem ismerjük, így az ebből fakadó hiba mérséklésére az egyenleteket érdemes dimenziótlanítani. Ennek további hasznos tulajdonsága, hogy az áramlások méretskálától függetlenné válnak, tehát az azonos geometriával, határ és kezdeti feltételekkel, valamint dimenziótlan számokkal jellemzett rendszerek ugyanolyan áramlást írnak le. Ekképpen lehetséges az, hogy ilyen feltételek mellett különböző numerikus modellszámítások, illetve laboratóriumi kísérletek egymással összehasonlíthatók, eredményeik összevethetők (továbbá, hogy a Föld termikus

konvekciójának modellezésére is alkalmasak).

A Boussinesq–approximáció feltételeinek megfelelően elvégzett dimenziótlanítás után a termikus konvekciót egyetlen, független dimenziótlan paraméter jellemzi, a Rayleigh-szám (GALSA és LENKEY, 2007),

$$Ra = \frac{\text{"felhajtóerő"} \cdot d^3}{\text{"viszkózus erő"}} = \frac{\rho_0 \alpha g \Delta T d^3}{\kappa \eta}, \quad (12)$$

ahol ΔT a köpeny–mag határ (T_1) és a felszín (T_0) közötti hőmérséklet-különbség, d a köpeny vastagsága.

A Rayleigh-szám szoros kapcsolatban áll a termikus konvekció hevességével. Az áramlás megindulásának feltétele, hogy a Rayleigh-szám egy, a rendszerre jellemző kritikus értéket, a kritikus Rayleigh-számot (Ra_{krit}) meghaladja, amelyet RAYLEIGH (1916)

$$\frac{27}{4} \pi^4 \cong 657,5 \quad (13)$$

értékben határozott meg kétdimenziós, izotermikus és feszültségmentes, végtelen horizontális határral határolt közeg esetén. Ezen érték felett a hőtranszport már nem csak kondukción, de advekción is történik. DAVAILLE *et al.* (2003) laboratóriumi kísérletei alapján Ra_{krit} értéke hozzávetőlegesen 10^2 – 10^3 nagyságrendű, ezzel szemben az 1. táblázat megfelelő állandóit Ra képletébe helyettesítve $2,3 \cdot 10^7$ értéket kapunk, melyet a számítások során mindvégig rögzítve tartottunk. Tehát a földköpeny esetében szuperkritikus Rayleigh-számú konvekcióról beszélhetünk, mely kaotikus áramlást eredményez annak ellenére, hogy sebessége $\sim$ cm/év(!).

Mint ahogy azt a II.2.2. részben látni fogjuk, a numerikus modellezés során a termikus konvekciót nyolc különböző paraméterrel monitoroztuk. Mielőtt ezen paramétereket áttekintenénk, a numerikus modell geometriájának ismertetése következik.

II.2. A numerikus modell

II.2.1. A modell geometriai felépítése, határfeltételek

A tényleges numerikus modellezés megkezdése előtt az egyik legfontosabb feladat a vizsgálni kívánt jelenségnek megfelelő geometria megválasztása. Mivel a köpenyben zajló jelenségeket – mai tudásunk alapján – legjobban modellező szimulációk (pl. háromdimenziós gömbhéj geometria, összetett reológia, ásványtani fázisátmenetek) jelentősen meghaladják egy tudományos diákköri dolgozat kereteit, ezért érdemi egyszerűsítésekre lesz szükség. Habár léteznek a földköpenynek, mint komplex rendszernek a lehető legpontosabb modellezésére törekvő modellezések (pl. TACKLEY, 2011), ám ezeket jelen szakdolgozat során nem tárgyaljuk.

Kétdimenziós kompromisszumos megoldásnak, amelyben a valós viszonyokat legjobban megközelíthetően modellezhető a hőmérséklet- és mélységfüggő viszkozitás hatása a Föld termikus konvekciójára, legalkalmasabb a hengergyűrű geometria (cylindrical shell geometry). Ez egy végtelen hosszú henger tengelyirányára merőleges sík metszeteként áll elő, így a gyűrű síkjára merőlegesen az áramlás nem változik. A szintén kétdimenziós derékszögű vagy például henger geometriához képest lényeges különbség, hogy görbültsége révén alsó és felső határfelülete nem azonos, így ebből a szempontból a valós földköpenyt jobban közelíti. Jellegéből adódóan az áramlások számára rendelkezésre álló tér is nagyobb (HEREIN *et al.*, 2008). Végül érdemes még megjegyezni, hogy maga a geometria viszonylag egyszerű felépítésének köszönhetően könnyen előállítható.

A hengergyűrű külső része reprezentálja a Föld, míg a belső pedig a mag felszínét, amelyek 6370 km-es külső (R_0) és 3470 km-es belső sugárral (R_1) definiáltunk.

Ami a határfeltételeket illeti, a külső határok izotermikusak, míg a sebesség tekintetében szimmetrikusak.

II.2.2. A vizsgált dimenziótlan paraméterek

Ahogy a II.1.2. rész végén szerepelt, a futtatások során összesen nyolc különböző paramétert figyeltünk meg folyamatosan, melyek segítségével ún. monitorozó görbék (plot parameters) formájában követhetők a rendszerben bekövetkező változások az idő függvényében. A vizsgált paraméterek a következők: hőáram (2 db), négyzetes átlagsebesség (4 db), hőmérséklet (1 db) és viszkozitás (1 db).

Az idő függvényében folyamatosan mért mennyiségeket a II.2.1. részben ismertetett

okokból dimenziótlanítani érdemes, amelyekhez az 1. táblázatban feltüntetett konstans értékeket használtuk fel. A vizsgált dimenziótlan mennyiségek összefoglalva megtalálhatók a 2. táblázatban.

jelölés	jelentés
q_s	felszíni hőáram
q_{CMB}	köpeny–mag határon lévő hőáram
v_s	felszíni sebesség
v_{CMB}	sebesség a köpeny–mag határon
v	köpeny sebessége
v_s/v	felszín mobilitása
T	köpeny hőmérséklete
η	köpeny viszkozitása

2. táblázat: A vizsgált paraméterek.

A hőáramot a konduktív hőárammal, a

$$q = K \frac{\Delta T}{d} \quad (14)$$

összefüggés alapján dimenziótlanítjuk. A felszíni hőáram (q_s) dimenziótlanításához bevezetjük a mértékegység nélküli q_s' -t. Átrendezés után kapjuk, hogy

$$q_s' = \frac{d}{K \Delta T} q_s. \quad (15)$$

Ehhez hasonlóan definiálható q_{CMB}' , amely a köpeny–mag határra vonatkozó dimenziótlan hőáramot jelöli. A hőáramok összehasonlíthatóságának érdekében érdemes figyelembe venni, hogy felületük eltérő, ezért ezen hőáram értékeket a felszíni értékre skáláztuk át a köpeny–mag sugár (R_1) és a földi sugár (R_0) felhasználásával:

$$q_{CMB}' = \frac{d}{K \Delta T} q_{CMB} \frac{2\pi R_1}{2\pi R_0}. \quad (16)$$

Az átlagnégyzetes sebesség (v_{rms}) definíciója kétdimenziós V modelltartományon a következő:

$$v_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{V} \int_V u^2 + v^2 dV}, \quad (17)$$

dimenziótlanítása (v_{RMS}') a hődiffuzivitással (κ) és a köpenyvastagsággal (d) történik:

$$v_{RMS}' = \frac{v_{RMS} d}{\kappa}. \quad (18)$$

Az átlagnégyzetes sebességet esetünkben a teljes köpenyre (v'), valamint az alsó és felső határokra (v_S' , v_{CMB}') számítottuk ki. A litoszféralemezek mobilitását a

$$mobilitás = \frac{v_S'}{v_{RMS}'} \quad (19)$$

hányadossal kívánjuk érzékelteni.

A hőmérséklet dimenziótlanítását a következőképpen végeztük el:

$$T' = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}, \quad (20)$$

mellyel biztosítható, hogy T' dimenziótlan hőmérséklet mindig 0 és 1 között változzon.

A viszkozitás mélység- és hőmérsékletfüggését az Arrhenius-formulához (7) hasonló alakban építettük be, mely kisebb módosítással megfelel Tackley (2000b) által használt képletnek :

$$\eta(z, T) = \eta_0 \eta(z') \eta(T') = \eta_0 \exp(z' \ln(\gamma)) \cdot \exp\left(2 \ln(\delta) \left(\frac{1}{T'+1} - 1\right)\right), \quad (21)$$

ahol η_0 a köpeny felszíni viszkozitása, továbbá a köpeny dimenziótlan mélysége

$$z' = \frac{R_0 - r}{R_0 - R_1}, \quad (22)$$

ahol

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (23)$$

a vizsgált pont és a Föld középpontja közötti sugár a két Descartes-koordinátával kifejezve. A legfontosabb tényezők az általunk megválasztott skálázási faktorok: γ a mélység, δ a hőmérsékletfüggés erősségét befolyásolja. Mint ahogy az (21)-ből látható, a viszkozitás a faktorok logaritmusától exponenciálisan függ, vagyis ha például értéke 1000, akkor a viszkozitás ezerszeresére növekedik a mélységgel ($\gamma=1000$), vagy ezredrészére csökken a hőmérséklettel ($\delta=1000$).

A viszkozitás dimenziótlan formája pedig a

$$\eta' = \frac{\eta}{\eta_r} \quad (24)$$

normált alakot veszi fel.

A vizsgált paraméterek ismertetése után fontos megemlíteni, hogy az időt, mint paramétert szintén dimenziótlanítani kell, hogy a fentebb említett mennyiségeket az idő

függvényében ábrázolni és elemezni lehessen. Az idő dimenziótanítása – elfogadott módon – a hődiffúzió karakterisztikus idejével történik, azaz

$$t' = \frac{\kappa}{d^2} t, \quad (25)$$

ahol t' a dimenziótlan időt jelöli.

Mivel a továbbiakban csak dimenziótlan mennyiségekről lesz szó, így a t' jelölést nem tüntetjük fel.

II. 3. A numerikus modellfuttatások alaphelyzetének felállítása

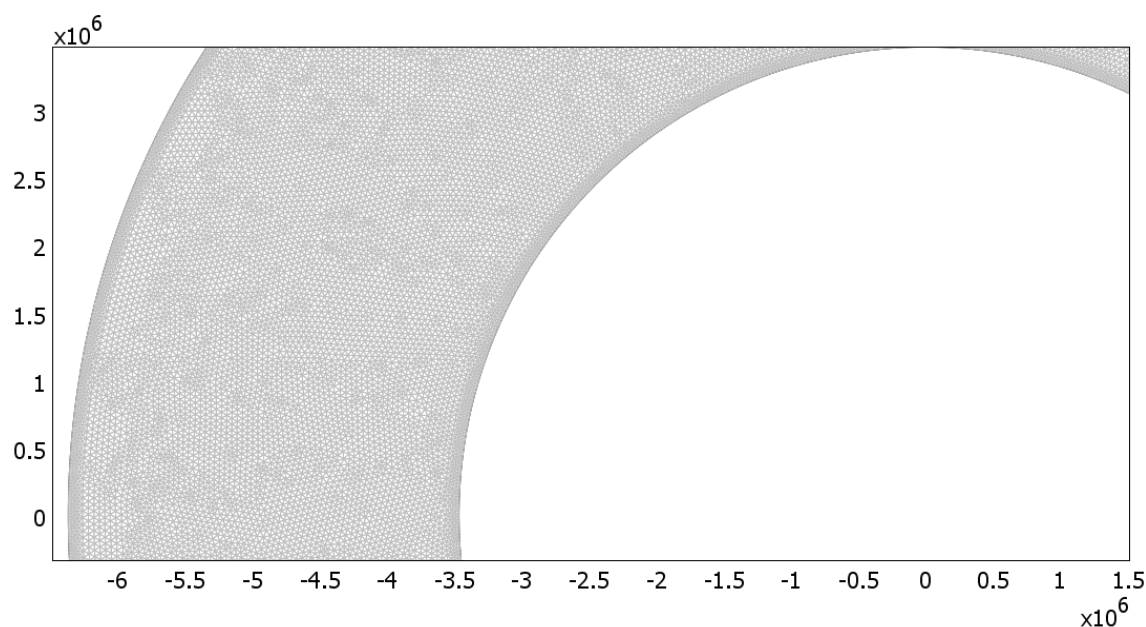
Miután felépítettük a geometriát, s a megfelelő határértékeket is megadtuk, még számos műveletet kell elvégezni, illetve feltételt kell megszabni, mielőtt megkezdhetnénk a tényleges modellezést.

Numerikus módszer révén, a termikus konvekciót leíró (2)–(6) egyenleteket a szoftver diszkrét módon tudja (csak) megoldani (I.1.). Erre szolgál a véges elem módszer (finite element method), amely, mint ahogy az a nevéből is következik, a tartományt véges számú és méretű elemre osztja, amelyek hézagmentesen fedik le az egész modellt, ezáltal egy hálót létrehozva annak felszínén (3. ábra). A szükséges finomítások elvégzése után (pl. különböző altartományokban különböző méretű és alakú elemekre lehet szükség) már meg lehet kezdeni a futtatást, amikor is a szoftver minden egyes elemre megoldja a (8) – (11) egyenleteket.

Jelen esetben a hálógeneráláshoz (meshing) háromszög (advancing front triangle) elemet használtunk fel. A véges elemű hálógenerálás a következőképpen zajlott le: a hengergyűrű tartományban az elemek maximális méretére 75 km, míg a felszín és a köpeny–mag határ mentén 50 km. Az eltérő minőségű diszkretizáció oka, hogy ott, ahol valószínűsíthetően termikus határréteg alakul ki, nagyobb felbontás lehet szükséges. Továbbá megjegyezzük, hogy a későbbiekben bemutatandó köpenyszerű modellek esetén a futtatások stabilizálása érdekében a tartományokban a legnagyobb elemméret 50 km, a határok mentén pedig 25 km. A szoftver az elemeket a határok mentén kezdi felépíteni, melyek mérete a tartomány belseje felé fokozatosan 1,3 szorosára nő, egészen az előre beállított maximális értékig. Az elemeken belül a sebesség megoldásának becsléséhez ún. Lagrange P_2 – P_1 , a hőmérsékletéhez Lagrange négyzetes interpolációs függvényt használtuk fel.

A hálógenerálás után tehát a szoftverrel el lehet kezdeni a futtatásokat. A számítások kezdeti feltétele egy olyan alapmodellnek szánt kvázistacionárius hőmérsékleteloszlás volt,

melyben $\gamma=\delta=1$ volt, vagyis a modell izoviskózus, azaz viszkozitása független mind a mélységtől, mind a hőmérséklettől. A kvázistacionárius értékek körüli fluktuációk jelentették egy-egy numerikus szimuláció végét. Mint ahogy az más tanulmányoknál is tapasztalható, a szimulációt ilyenkor már nem szükséges folytatni, mert a vizsgált (és számított) paraméterek statisztikai értelemben nem módosulnak (pl. DESCHAMPS és TACKLEY, 2008).



3. ábra: A geometria egy részlete hálógenerálás után. A koordináta tengelyek egysége méterben értendő. Az ábrán jól megfigyelhető a határokról induló, egészen a beállított maximális értékig tartó elemnagyságváltozás a tartományok közepe felé. A szoftver a hálógenerálás eredményeként a teljes geometriát több mint 100 000 különböző méretű elemmel fedte le.

A futtatásokat 200 millió évenként rögzítettük, illetve indítottuk újra. Egy ilyen szimuláció során a kezdeti lépés 1000 év, mely iterációs lépésenként megkétszereződik, de maximum 300.000 év.

A numerikus modellezések során két paramétert, δ , illetve γ skálázási tényezőket módosítottuk. A következőkben ezen alapuló futtatások eredményeit ismertetjük.

III. Eredmények

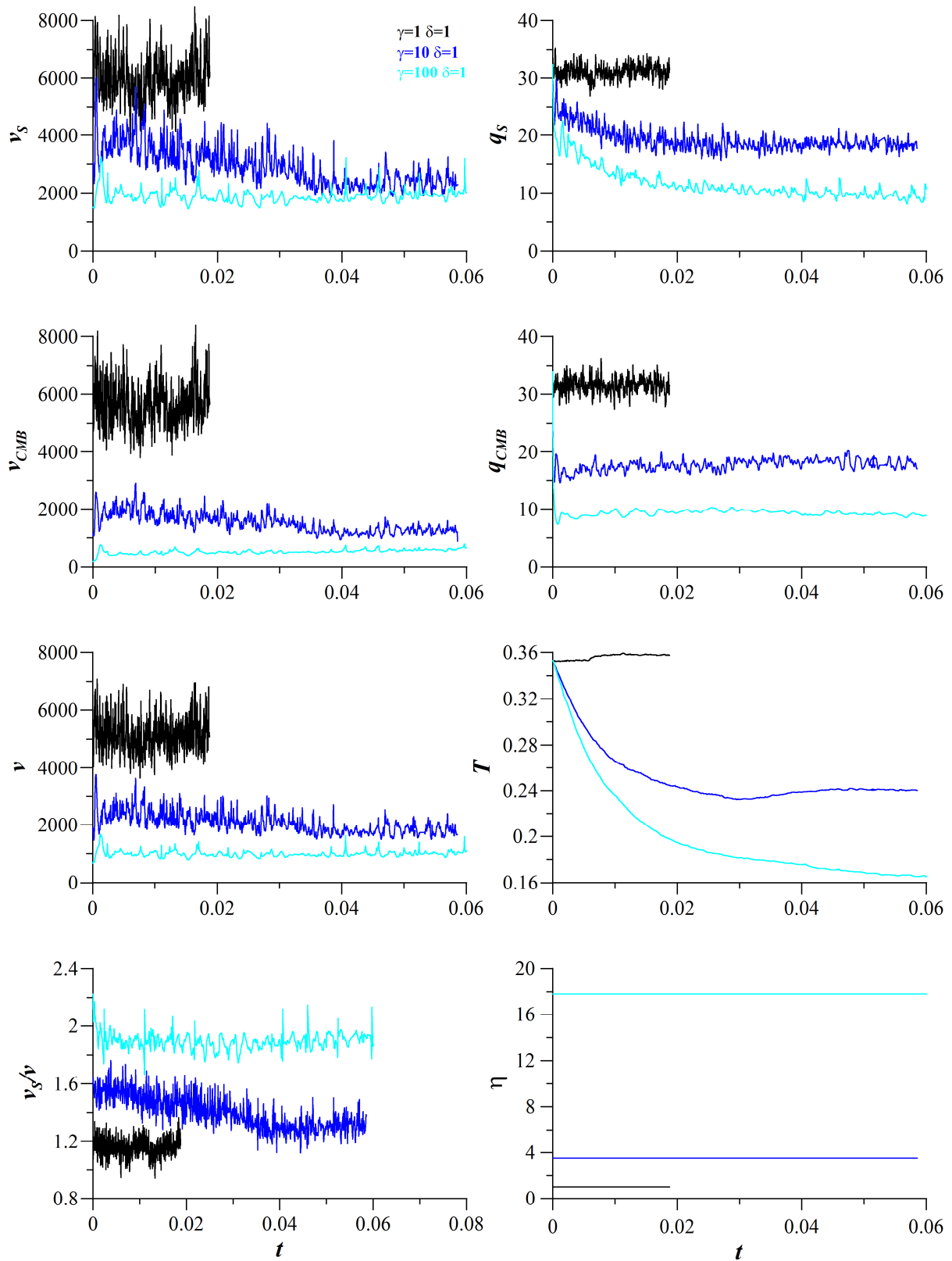
III.1. A mélységfüggő viszkozitás következményei

A viszkozitás mélységgel való változásának hatását három modell eredményeinek segítségével reprezentáljuk, melyekben a mélységfüggést jellemző faktor, $\gamma=1, 10$ és 100 értékeket vett fel, $\delta=1$ rögzítette érték mellett. Mindez azt jelenti, hogy a modellben a köpeny viszkozitása független a hőmérséklettől ($\delta=1$), ill. exponenciálisan $1-, 10-, 100$ -szorosára emelkedik a felszíntől a köpeny–mag határig. Fontos volt számunkra, hogy a számítások korlátait figyelembe véve legalább három különböző modellt vizsgáljunk meg, mivel a viszkozitás mélységbeli változása is kevésbé ismert (CRAMERI *et al.*, 2012).

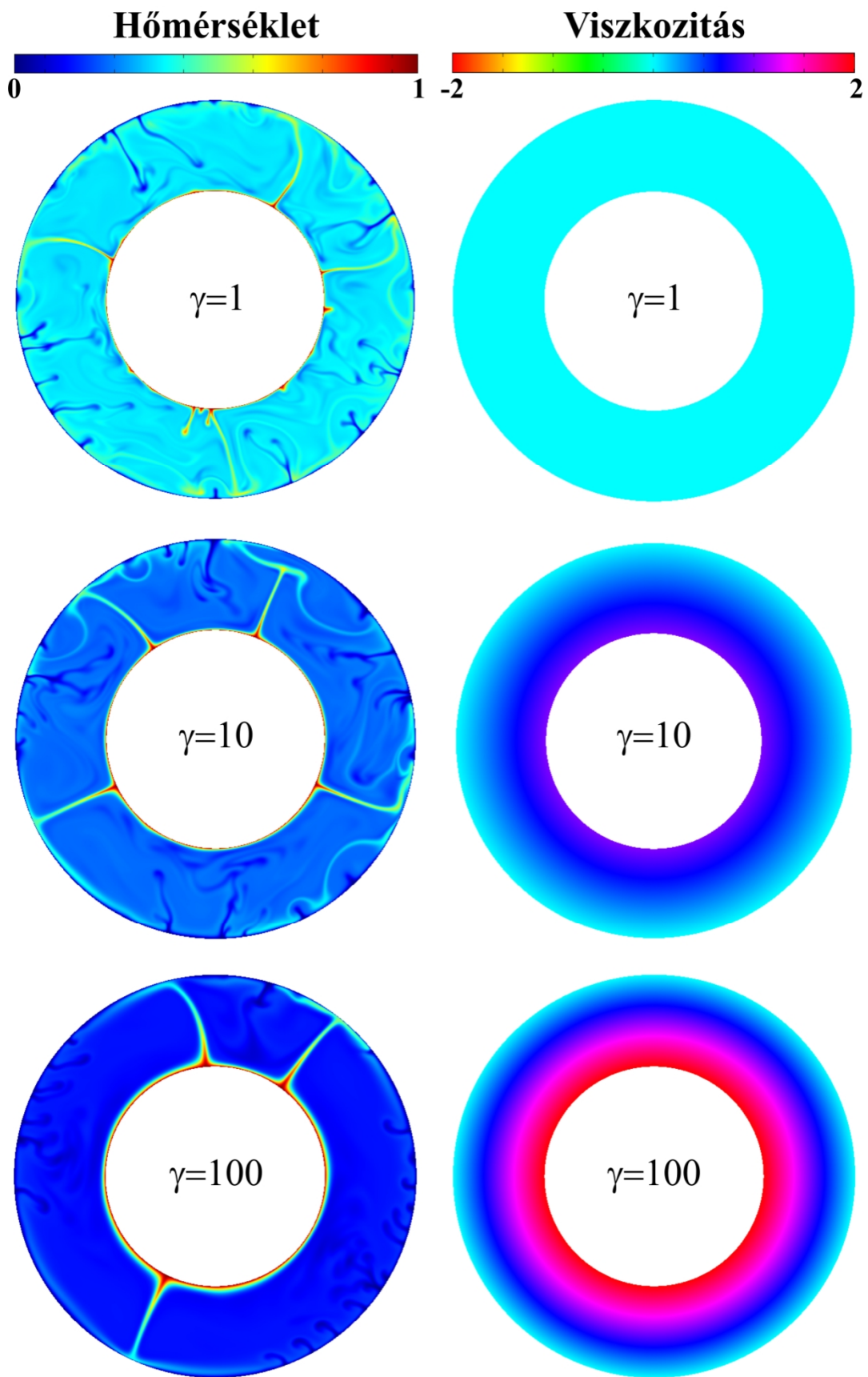
A megfigyelt paraméterek idősorain (4. ábra) jól látható, hogy az erősödő mélységfüggéssel (γ növekedtével) értelemszerűen a teljes köpeny átlagos viszkozitása is megnő, ennek révén pedig csökken az átlaghőmérséklet. A viszkozitás mélységgel történő növekedése azért eredményez hűlést, mivel a mag határán a viszkózusabb anyag gátolja a konvekciót, így mérsékli a hőtranszportot a felszínhez közeli alacsony viszkozitású anyaghoz képest (KUSLITS, 2012). Természetesen az egyensúly beálltával a felszíni és a magból érkező hőáram egyenlővé válik, ezen egyensúlynak azonban alacsonyabb átlagos hőmérséklet felel meg.

A sebességeket mutató idősorokon az látható, hogy a γ -val növekvő viszkózus ellenállás miatt a köpenyáramlás hevedése is lecsökken. Míg izoviskózus esetben ($\gamma=1$) a sebesség a felszínen és a köpeny–maghatáron hozzávetőlegesen állandó, addig γ növekedésével a v_S/v_{CMB} arány nő. Figyelemre méltó jelenség továbbá, hogy ezzel párhuzamosan az idősorok karakterisztikus frekvenciája és az oszcillációk amplitúdója is kisebb lesz, amely feltételezhetően az alacsonyabb effektív Rayleigh-számnak tudható be (CHRISTENSEN és YUEN, 1989). A mobilitás paraméter esetén azonban a grafikonok épp fordított sorrendben követik egymást, hiszen a mélység szerint növekvő viszkozitás révén a teljes tartományon erőteljesebben csökken az átlagsebesség, mint az alacsony viszkozitású felszín közelében.

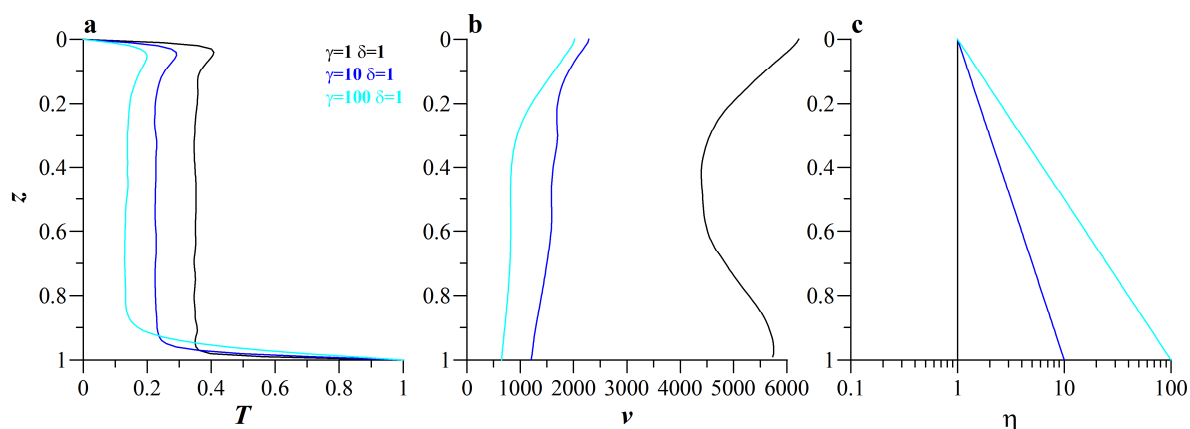
A hőmérséklet- és viszkozitáseloszlásokat bemutató 5. ábrán kivüláglik a mélységnövekmény változásának jellegzetes hatása: a γ növekedésével – a fentebb leírtaknak megfelelően – a rendszer hűl. Ezzel párhuzamosan mind kevesebb számú, nagyobb forrástartománnyal rendelkező hőoszlop alakul ki. Más szóval a köpenyfeláramlások horizontális karakterisztikus hullámhossza megnő. A mélységgel növekvő viszkozitás egy



4. ábra: A mélységfüggő viszkozitásmodell vizsgált paramétereinek idősorai. A viszkozitás független a hőmérséklettől ($\delta=1$).



5. ábra: A hőmérséklet (bal) és viszkozitás (jobb) eloszlása a három különböző mélységi tényező esetén, $\delta=1$ mellett. A viszkozitásskála $\log_{10}(\eta/\eta_r)$ egységben értendő.



6. ábra: A földköpeny (a) hőmérséklet-, (b) sebesség- és (c) viszkozitásprofilja mélységfüggő viszkozitás esetén.

másik jellemvonása, hogy a hőoszlopok átmérője felfelé csökken a viszkozitás mérséklődésével. Ez nyilvánvalóan a tömegmegmaradás következménye, hiszen ugyanakkora tömegtranszporthoz vékonyabb hőoszlop is elégséges nagyobb áramlási sebesség esetén. Megjegyezzük továbbá, hogy ezen modelleknél a viszkozitás időben állandó, hiszen az csak a mélység függvénye (lásd (21)).

A hőmérséklet-mélységprofilokon (6.a ábra) egyértelműen megfigyelhető a rendszer hűlése, amelyet a cellamag-hőmérsékletek eltolódása is mutat. Érdekes felhívni a figyelmet arra, hogy intenzívebb mélységfüggés esetén a termikus határrétegek – ahol a hőmérséklet-változás döntő mértékben történik – megvastagodnak, természetesen elsősorban az alsó, mélyebb határnál. A mélységfüggés erősödésével – ahogy ezt már az idősorokon is láthattuk – az áramlási sebesség csökken (6.b ábra), s e csökkenés erőteljesebben jelentkezik a mélyebb, nagyobb viszkozitású tartományokban. A viszkozitás az alapmodellben konstans a mélység szerint is, a másik két esetben pedig tisztán exponenciális (azaz logaritmikus skálán lineáris) változást követ (6.c ábra).

III.2. A hőmérsékletfüggő viszkozitás hatásai

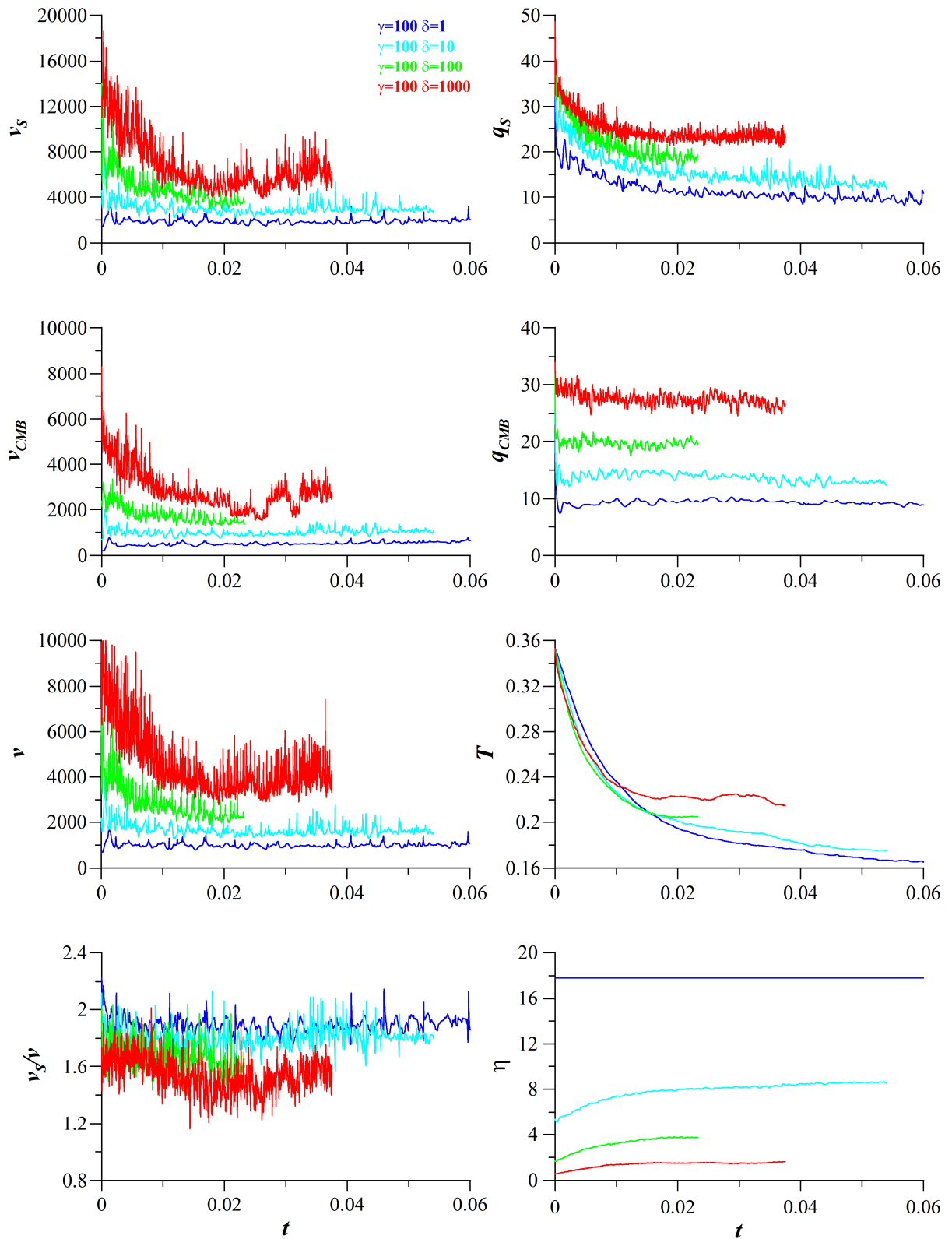
A viszkozitás hőmérsékletfüggését a δ skálázási faktor segítségével vizsgáltuk meg, $\delta=1-1000$ értékek között nagyságrendenkénti lépésekkel $\gamma=100$ rögzített érték mellett. Mindez azt jelenti, hogy míg a viszkozitás 100-szorosára emelkedett a mélységgel, addig 1, 10-ed, 100-ad, 1000-ed részére csökkent a hőmérséklet emelkedésével. γ és δ együttes hatását így négy modellszámításon keresztül mutatjuk be.

Az idősorokat megvizsgálva (7. ábra) azonnal megállapítható, hogy δ hatása éppen ellentétes az előző fejezetben tárgyalt γ -val (4. ábra), ami a (21) viszkozitásfüggvény alapján elvárt.

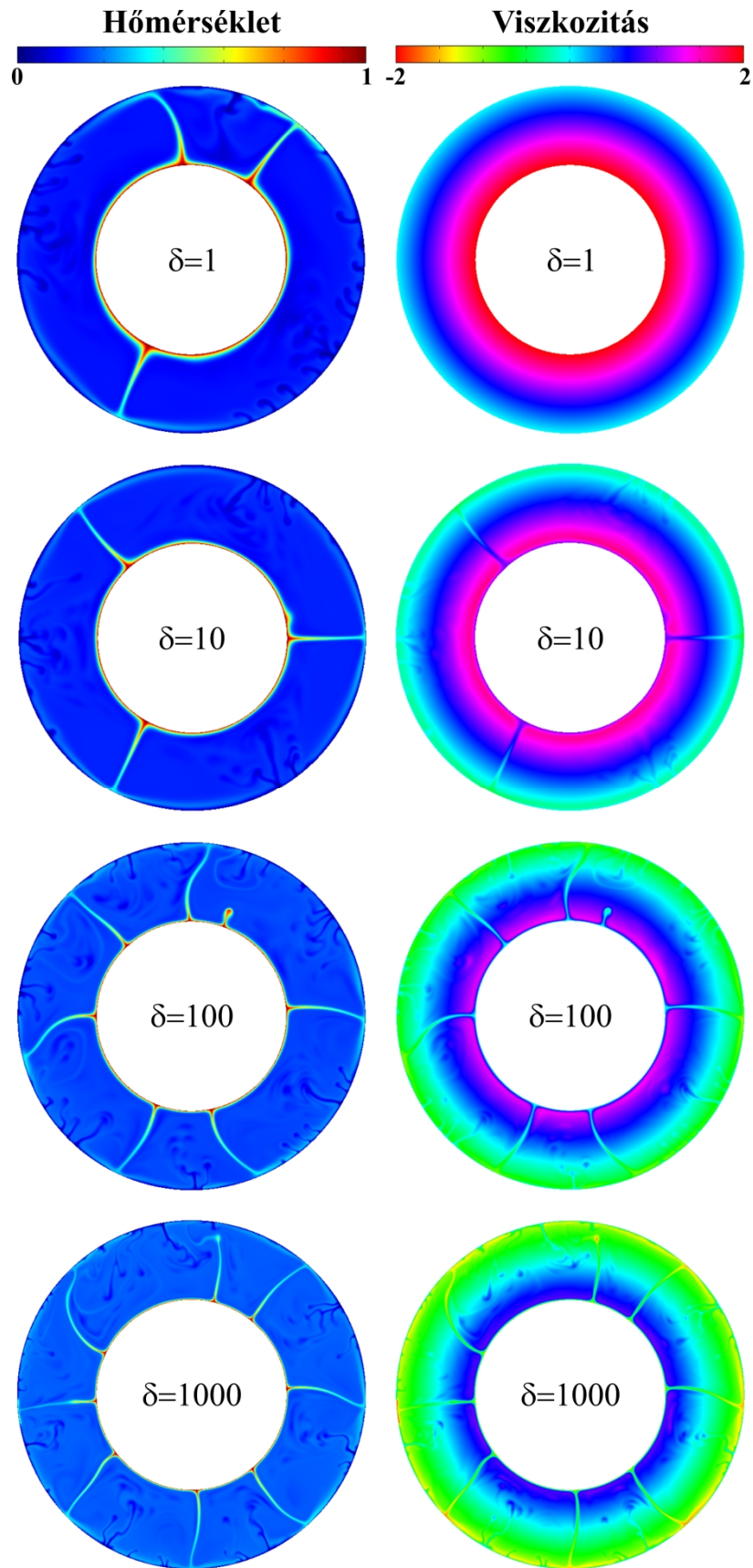
A mélységfüggő viszkozitás esetében egyre nagyobb nagyságrendű γ -t választva a rendszer hűlése figyelhető meg, ezzel szemben a hőmérsékletfüggésnél a rendszer melegedését tapasztaljuk (7. ábra). Ennek oka hasonló az előző fejezetben tárgyalthoz, azonban δ növekedtével a viszkozitás egyre fokozottabban csökken a hőmérséklettel. Így a meleg köpeny–mag határon egy alacsony, míg a hideg felszín közelében egy magas viszkozitású réteg alakul ki. Tehát a köpeny alsó, meleg tartományaiban a konvekció hevesebbé, a hőtranszport hatékonyabbá válik a felszínhez képest, mely egyre magasabb egyensúlyi hőmérsékletet eredményez. Mindemellett az is jól érzékelhető, hogy az átlagos hőmérséklet minden modellben csökken a kezdeti állapothoz képest, mely azt mondja számunkra, hogy globálisan a mélységfüggés erőteljesebben befolyásolja a rendszert, mint a hőmérsékletfüggés. Mivel a viszkozitás immár a hőmérséklet függvénye is, ezért a köpeny viszkozitása időben is változik (lásd (21)), erősebb hőmérsékletfüggés (nagyobb δ) alacsonyabb átlagviszkozitást eredményez.

Ahogy δ növekedtével a hőmérséklet emelkedik, úgy a termikus konvekció is hevesebbé válik. Erősebb hőmérsékletfüggésnél gyorsabb áramlás tapasztalható a teljes köpenyben éppúgy, mint a felszínen, vagy a köpeny–mag határon. A felszín mobilitása (v_s/v) ugyanakkor csökken, hiszen a hideg felszín mentén egy nagyobb viszkozitású réteg kezd kifejlődni, ellentétben a γ növelésénél tapasztalttal (vö. 4. ábra).

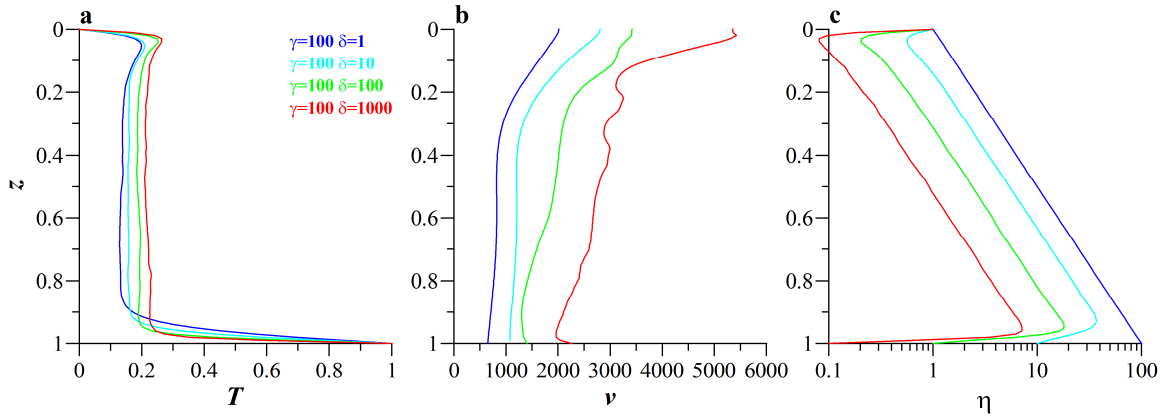
A monitorozott paraméterek idősoraiban fentebb leírtak jól követhetők a 8. ábrán is. A hőmérséklet-eloszlás ábrákon láthatjuk, hogy a kvázistacionárius állapot rendre magasabb hőmérsékleten áll be, ahogy δ értékét növeljük. Az ábráson továbbá megfigyelhető, hogy ugyanezen skálafaktor változtatása esetén a köpeny–mag határ menti magasabb hőmérsékletű „réteg” kivékonyodik, a feláramlások száma megnövekszik, vastagságuk csökken. Ráadásul a meleg feláramlások egyben alacsony viszkozitású anyagot is jelentenek, míg a hideg



7. ábra: A hőmérsékletfüggő viszkozitásmodell vizsgált paramétereinek idősorai. A viszkozitás 100-szorosára emelkedik a mélységgel, $\gamma=100$.



8. ábra: Hőmérséklet (baloldalt) és viszkozitás-viszonyok a három különböző mélységi tényező esetén, $\gamma=100$ mellett, kvázistacionárius állapot elérésekor. A viszkozitásskála $\log_{10}(\eta/\eta_r)$ egységben értendő.



9. ábra: A földköpeny (a) hőmérséklet-, (b) sebesség- és (c) viszkozitásprofilja hőmérsékletfüggő viszkozitás esetén.

leáramlások viszkozitása nagyobb.

A viszkozitás tehát az alsóbb tartományokban lecsökken, így több hő tud bejutni a köpenybe, a rendszer felmelegszik. Ehhez járul hozzá a felszínközeli hideg, ezért nagy viszkozitású réteg kialakulása, melynek következtében a felszíni áramlás lassabb lesz, így kevesebb hő tud eltávozni a rendszerből (CRAMERI *et al.*, 2012; DESCHAMPS és TACKLEY, 2008; KUSLITS, 2012; TACKLEY, 2000a; TACKLEY, 2000b).

A horizontálisan átlagolt hőmérsékletprofil szerint (9.a ábra) a modelltartomány átlagos hőmérséklete jóval kisebb, mint az alapesetben ($\gamma=\delta=1$, $T=0,36$), mely az erős mélységfüggés következménye ($\gamma=100$). Ahogy a hőmérsékletfüggés erősödik, $\delta=1$ 1000-re nő, úgy a cellamag felmelegszik, mellyel együtt jár a felső termikus határréteg erősödése, az alsó gyengülése. A csökkenő viszkozitás nagyobb áramlási sebességet idéz elő, s ezen hevesebb konvekció a termikus határrétegek elvékonyodásában is jelentkezik. Érdeemes felhívni a figyelmet a $\gamma=100$, $\delta=1000$ sebességprofilon (9.b ábra) való letörésre a felszín közelében. Ez vélhetően a felső 100 km-ben megjelenő hideg, nagy viszkozitású réteg lassú áramlásának hatása. Ez előre vetíti, hogy $\delta \gg 100$ esetben elérhető egy olyan "merev", nagy viszkozitású fedő, melynek viselkedése összevethető a lemezekével.

A mélységnek és a hőmérsékletnek a viszkozitásprofilra gyakorolt hatását jól illusztrálja a 9.c ábra. A köpeny túlnyomó részében a nyomás növekedése dominál, s ezzel egy exponenciálisan növekvő viszkozitást produkál. Azonban a felszín és a köpeny–mag határ közelében, ahol a hőmérséklet hirtelen változik, ott a hőmérséklet viszkozitáscsökkentő szerepe az elsődleges, mellyel két csökkent viszkozitású zónát hoz létre, az asztenoszférát (felső) és a D"-réteg alját (alsó).

III.3. A kvázistacionárius állapot jellemzői

Mint ahogy azt a II.3. fejezet végén is megemlítettük, a kilenc modellszámítás addig futott, míg a mért paraméterek elérték kvázistacionárius állapotukat. Tapasztalatunk alapján a modell átlagos hőmérséklete változik a leglassabban, ezért ezt tekintettük irányadónak. A rendszer kvázistacionárius, egyensúlyi állapotba jutott, ha a hőmérséklet már nem mutatott érdemi változást az időben. Ennek az állapotnak a kezdetétől számítottuk a paraméterek időátlagát és a hozzájuk tartozó szórásokat.

A 10. ábrán látható átlagok mintázata jó betekintést enged a vártak megfelelő (III.1. és III.2.) változásokba: a sebességértékek γ -val fordított arányban csökkennek, míg δ -val nőnek. A belőlük származtatott mobilitás mennyiség kivételt képez ez alól, a korábbiakban tárgyaltak (III.1.) szerint a felszínre és a teljes tartományra átlagolt sebesség aránya nagyobb γ esetén nő meg, nagyobb δ esetén kis mértékben ugyan, de csökken. Említésre méltó jelenség, hogy a hőmérsékletfüggési tényező növelése nagyobb szórásokat is eredményez a sebességátlagokra, mivel a nagyobb effektív Rayleigh-szám növeli a sebességek egyensúly körüli oszcillációjának amplitúdóját (III.1.). Érdekes, hogy a hőmérséklet nem nő drasztikusan δ szerint, ám jelentősen visszaesik, ha a mélységgel történő növekedés erősödik. Az átlagos viszkozitás értelemszerűen nő γ -val, és ha azonos γ érték mellett változtattuk a δ -tényezőt, az eredmény jelentős csökkenés. Ha $\gamma=10$, akkor δ egy nagyságrenddel, ha $\gamma=100$, két nagyságrenddel történő növekedése hozzávetőlegesen visszaadja a $\gamma=10$, $\delta=1$ esetén kapott értékeket, a viszkozitás (21) formulájának megfelelően. A hőáramok teljesen hasonlóan reagálnak a faktorok változtatására mind a maghatáron, mind a felszínen: meredeken nőnek δ -val és jelentősen csökkennek γ -val (kb 10 dimenziótlan egység nagyságrendenként).

A 10. ábra összefoglalja a kilenc modellszámítás kvázistacionárius végeredményeit minden megfigyelt paraméter esetében δ függvényében különböző γ értékek mellett. A köpeny viszkozitásának mélység- és hőmérsékletfüggését szabályzó skálafaktorok hatása ezen ábrán jól követhető. A mélységfüggés erősödésével (γ növekedésével) a viszkozitás a köpenyben lefelé haladva nő, ami gátolja a magból érkező hőtranszportot a felszíni hőáramhoz képest, így a köpeny egy alacsonyabb egyensúlyi hőmérsékleten áll be. Az egyensúly beállta után természetesen a felszíni és a mag felőli hőáram megegyezik. Értelemszerűen a mélységgel növekvő viszkozitás nagyobb átlagos viszkozitást eredményez, mely visszafogja a termikus konvekciót (csökkenti az effektív Rayleigh-számot), így mérsékli az áramlási sebességet éppúgy a teljes köpenyben, mind a felszínen, vagy a mag határon. A felszín mobilitása hozzávetőlegesen 1-ről 2-re nő, hiszen a mélységgel növekvő viszkozitás

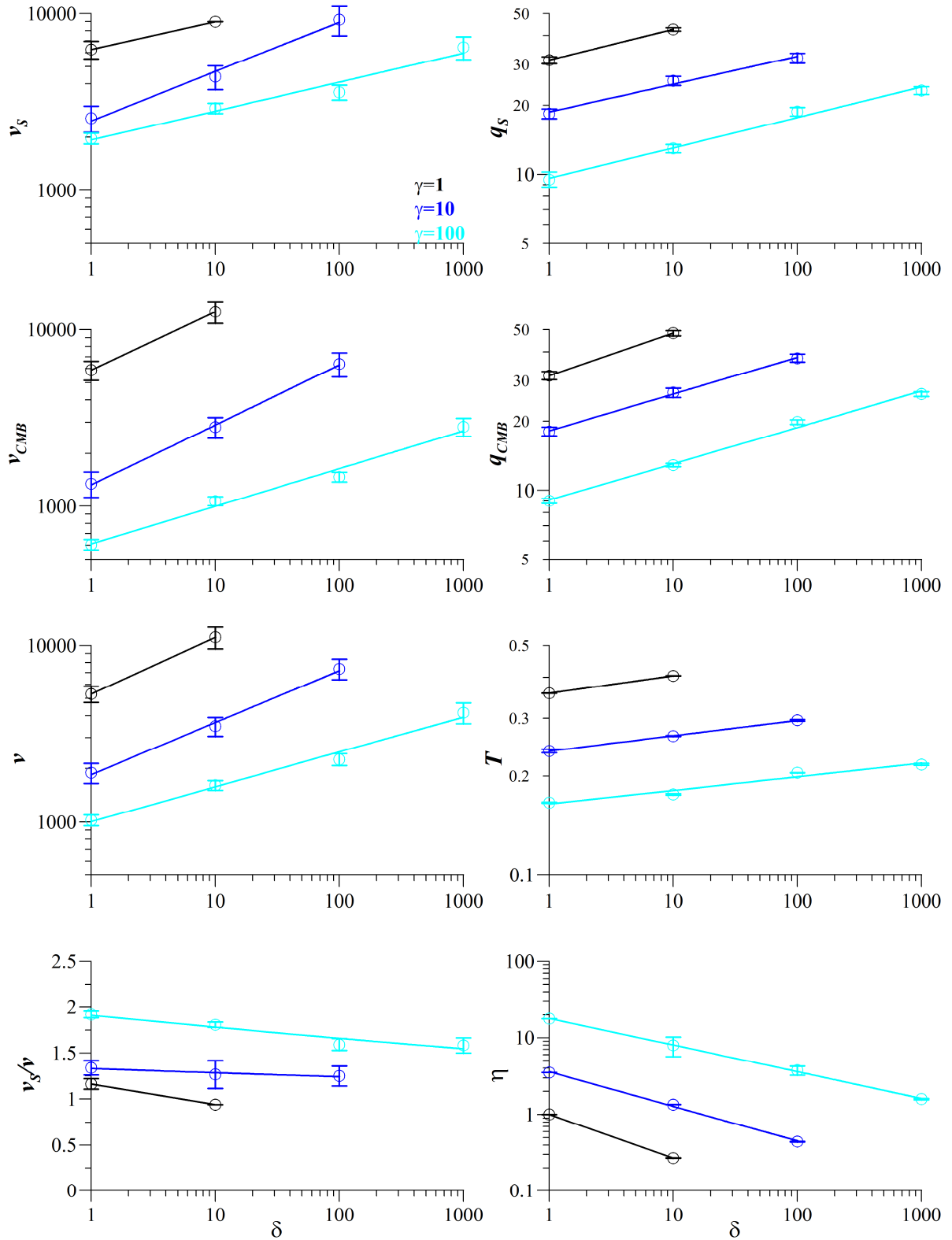
elsősorban a mélyebb tartományban fejti ki hatását.

A viszkozitás hőmérsékletfüggésének erősödésével kvalitatíve ellentétes folyamatok tapasztalhatóak. A meleg köpeny–mag határ mentén a viszkozitás lecsökken, mely megkönnyíti a magból érkező hőtranszportot a hideg, ezért nagy viszkozitású felszínhez képest. Ennek megfelelően az egyensúlyi hőmérséklet emelkedik δ növekedtével. A csökkenő viszkozitás megkönnyíti az áramlást, a konvekció hevessége nő (az effektív Rayleigh-szám emelkedik), a sebesség nő a teljes köpenyben és a határokon egyaránt. Mivel a hőmérsékletfüggés erősödésével a hideg felszín egyre viszkózusabbá válik, ezért a felszín mobilitása csökken. A folyamat előre jelzi, hogy jóval erősebb hőmérsékletfüggés esetén a felszínközeli tartomány viszkozitás oly mértékben megnő, hogy egy merev fedő alakul ki (rigid lid regime (SOLOMATOV, 1994), amely nem vesz részt a köpenyáramlásban, e termikus konvekció alatta zajlik.

A monitorozott paraméterekre minden egyes γ érték mellett hatványfüggvényt illesztettünk, a 3. táblázat közli a konvencionálisan megfigyelt fizikai jellemzőkre, mint a felszíni hőáram, átlagnégyzetes sebesség és átlagos hőmérséklet, vonatkozó illesztési paramétereket.

Paraméter	γ	a	b
q_s	1	31,32	0,134
	10	18,69	0,120
	100	9,63	0,132
v	1	5305	0,322
	10	1850	0,295
	100	1005	0,197
T	1	0,357	0,053
	10	0,238	0,047
	100	0,165	0,041

3. táblázat: A megfigyelt fizikai változók kvázistacionárius értékeire illesztett hatványfüggvény paraméterei $a \cdot \delta^b$ alakban.



10. ábra: Az egyensúlyi állapotot elért modellek paramétereinek átlagai és a hozzájuk tartozó időbeli szórásuk δ függvényében, γ különböző értékei mellett.

III.4. Köpenyszerű modellek

Az előző fejezetekben szereplő modellek legfontosabb jellemzője, hogy azokban a viszkozitás mélység- és/vagy hőmérsékletfüggésének, azaz a skálázási faktorok hatásának, illetve a kialakuló áramlási folyamatoknak a tanulmányozása volt a fő cél. Ezért ott különös figyelmet szenteltünk a numerikus modellek szisztematikusságára. Jelen fejezet során viszont a következőkben ismertetett két modellben adott γ és δ értékek hatásán felül további beállításokat is alkalmaztunk, mivel itt a valósnak vélt földköpenyhez jobban hasonlító modellek felállítása volt elsődleges célunk. Laboratóriumi kísérletek eredményeinek és a numerikus modellezési gyakorlatnak megfelelően (MCNAMARA és ZHONG, 2005) a köpenyanyagnak sokkal erősebb hőmérsékletfüggését feltételeztük, így a II.3. fejezetben már említett finomabb rácsfelbontás vált szükségessé. Ennek következményeként mind a számítási erőforrásigény (~12 GB memória), mind a számítási idő (3-4 hónap!) jelentősen megnőtt, ezért a kvázistacionárius állapotot nem tudtuk minden megfigyelt változó esetében elérni.

A 4. táblázat közli a skálázási faktorok, valamint a köpeny felszíni viszkozitásának (η_0) értékét a két modell esetében. A referenciaviszkozitás megváltoztatását az indokolta, hogy az erős hőmérsékletfüggés irreálisztikusan lecsökkentené a köpeny átlagos viszkozitását. Törekedtünk arra, hogy a felső köpeny átlagos viszkozitása a kanonikus 10^{21} Pa·s körül maradjon. A $\gamma=10$, $\delta=10^6$ szimulációnál 660 km-es mélységben harmincszoros viszkozitásugrást építettünk be egy Heaviside-függvény segítségével. Szeizmológiai eredmények és ásványfizikai laborkísérletek alapján 660 km-es mélységben következik be az olivin (γ -spinell) $\rightarrow$ perovszkit+magneziovüsztit ásványtani fázisátalakulás (KATSURA és ITO, 1989). Valószínűsíthető, hogy a nagyobb merevségű fázis magasabb viszkozitással rendelkezik (MCNAMARA és ZHONG, 2005).

$\gamma=100, \delta=10^7$	
η_0	$1 \cdot 10^{25}$ Pa·s
$\gamma=10, \delta=10^6, 660 \times 30$	
η_0	$1 \cdot 10^{24}$ Pa·s

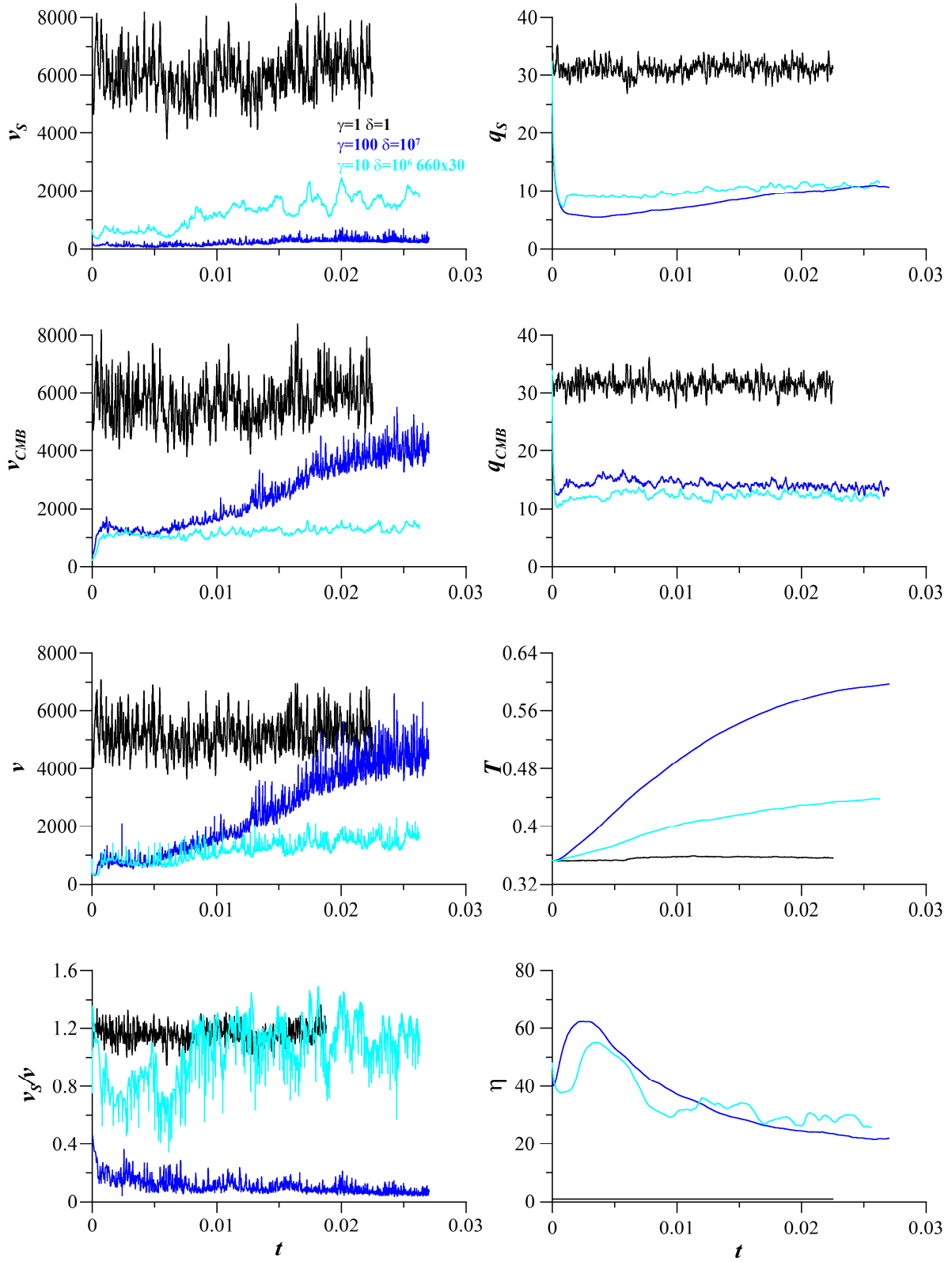
4. táblázat: A fejezetben szereplő két numerikus számítás felszíni viszkozításai.

Mivel δ értéke több nagyságrenddel meghaladja γ -t, így a III.2 fejezetben tárgyalt hőmérsékletfüggő-viszkozitásnál megfigyelttekkel (8. és 9. ábra) párhuzamosíthatók a 11. és 12. ábrán látottak. A több nagyságrendnyi különbség révén a 11. ábrán világosan látható a modelltartomány felmelegedése, mely –mint azt lejjebb látni fogjuk- a kialakuló merev fedőnek a következménye. Ennek megfelelően a felszín mobilitása az összes futtatásnál e két

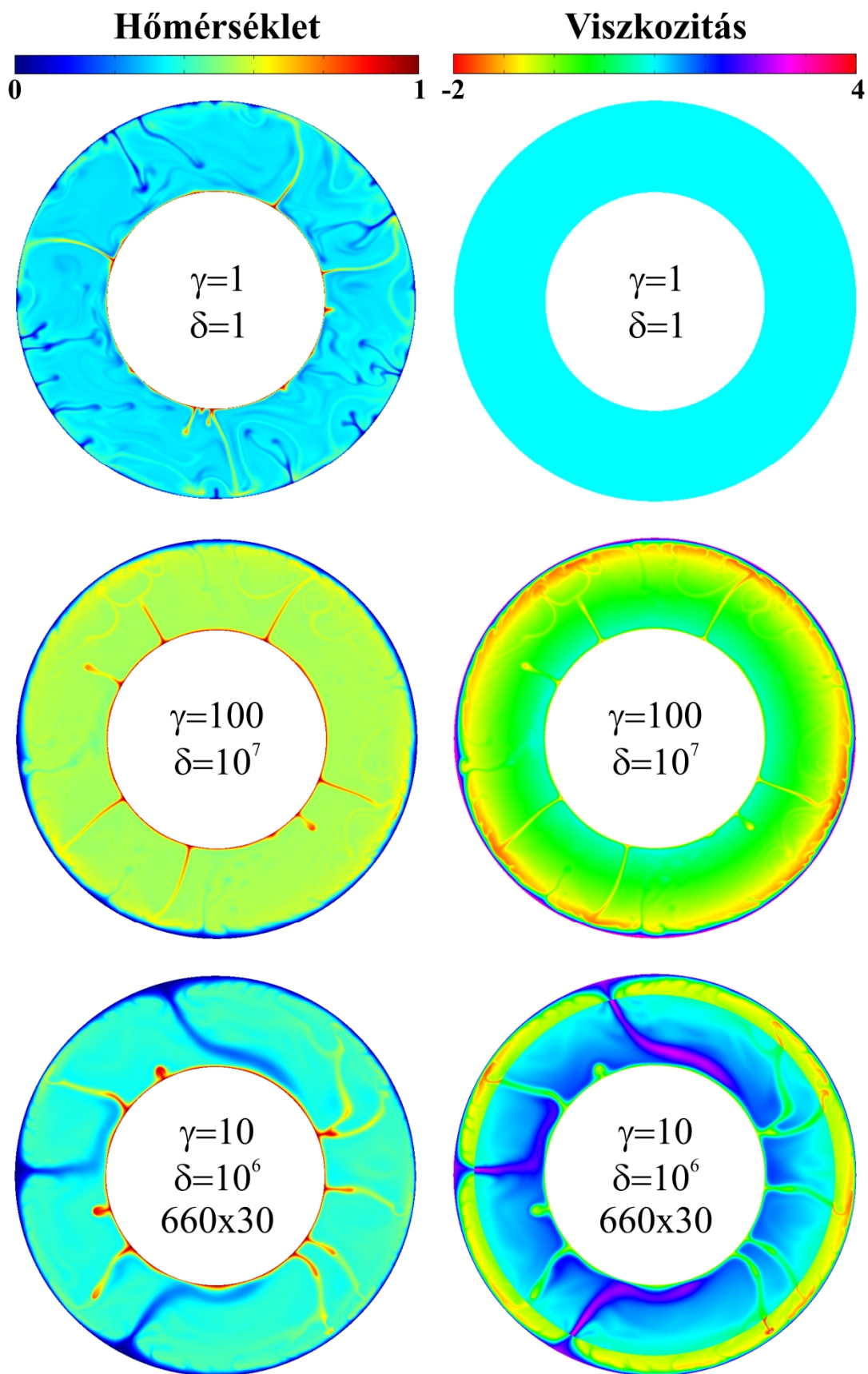
modell esetében a legalacsonyabb, Továbbá a köpeny–mag határ menti sebesség és hőáram paraméterek ennek megfelelően a felszíni értékekhez képest nagyobb értékeket mutatnak. Mint ahogy azt elvártuk, a $\gamma=10$, $\delta=10^6$ modell 660 km-es mélységében beépített viszkozitásugrás révén a rendszer viszkozitása a futtatás elején csökken, később a többi hasonló futtatásnak megfelelően növekszik, majd éri el végül a kvázistacionárius állapotot.

A *II. ábra* idősorain viszonyításként feltüntettük az alapmodell ($\gamma=\delta=1$) idősorait is. A határokon fellépő hőáram erősen csökken, melyből arra következtethetünk, hogy még ilyen jelentős hőmérsékletfüggő viszkozitás ($\delta=10^6$, 10^7) esetén is globálisan fontos a mélységfüggés szerepe (100-, illetve 300-szoros növekedés a köpeny–mag határig). Ugyanakkor a köpeny érdemi felmelegedését annak tulajdonítjuk, hogy a hideg felszín mentén egy emelt viszkozitású tartomány alakul ki, mely fedőként megnehezíti a hő kijutását. A hőmérséklet emelkedésével a köpeny viszkozitása csökken, így mind hevesebb konvekció alakul ki. Az áramlási sebesség nő a köpeny nagy részében, így a köpeny–mag határon is. A legszembeötlőbb különbség az eddigi modellekhez képest a felszíni sebesség drasztikus csökkenése, mely egyértelműen a merev fedő kialakulása, illetve megjelenése.

A mobilitás idősora azt mutatja, hogy a 30-szoros viszkozitásugrást tartalmazó modellnél a felszíni sebesség hozzávetőlegesen megegyezik a köpenybeli sebességgel. A nagy ingadozások a felszíni sebesség epizodikus megnövekedését, mérséklődést mutatják. A mélységgel 300-szorosára növekvő viszkozitás képes megakadályozni a merev fedő kialakulását még $\delta=10^6$ hőmérsékletfüggés esetén is. Ezzel szemben a másik modellben, ahol a mélységgel csupán egy nagyságrenddel nő, de a hőmérséklettel hét nagyságrenddel csökken a köpeny viszkozitása egyértelműen kimutatható a felszíni merev fedő hatása, hiszen a felszín mobilitása 0,1–0,2 közötti.



11. ábra: A köpenyszerű modellek vizsgált paramétereinek idősorai.



12. ábra: Hőmérséklet- és viszkozitásviszonyok, két különböző modell kvázistacionárius állapota esetén. A viszkozitásskála $\log_{10}(\eta/\eta_r)$ egységben értendő.

A 12. ábra az alapmodell és a két köpenyszerű modell hőmérséklet- és viszkozitáseloszlását érzékelteti egy-egy pillanatfelvétel segítségével. A 660x30-as modell képviseli a legnagyobb átlagos viszkozitást legfőképpen az alsó köpenyben. A viszkozitásugrás miatt a feláramlások jelentősen elvékonyodnak, és felgyorsulnak a felső köpenybe érve. A legnagyobb viszkozitású tartományok a felszín mentén, illetve a leáramló „lemezek” belsejében találhatóak. A hideg leáramlások eljutnak a köpeny–mag határig, ahol szétterülnek, s nagy viszkozitásuknál fogva visszafogják a feláramlások kialakulását. Ez összevág azzal a képpel, mely szerint a felszíni forrófoltok távol helyezkednek el a szubdukciós zónáktól.

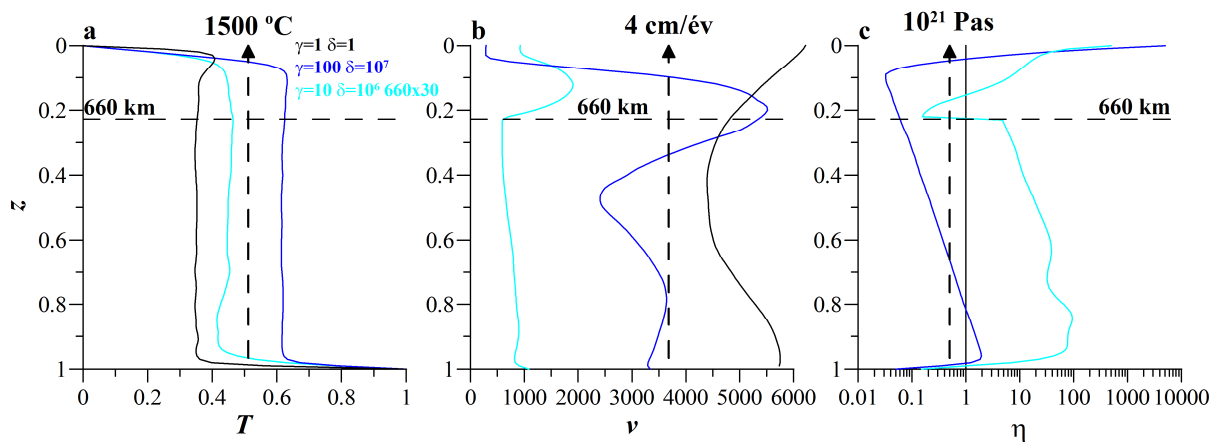
A $\gamma=100$, $\delta=10^7$ modell jól érzékelhetően magasabb hőmérsékletű, mely a felszínen kialakuló körülbelül 100 km vastag hideg, nagy viszkozitású fedő következménye. Ez megakadályozza a vertikális hőszállítást, s láthatóan nem vesz részt a termikus konvekcióban. Érdekes rá felhívni a figyelmet, hogy ebben a modellben is kialakul egy csökkent viszkozitású réteg közvetlenül a „merev” fedő alatt, azonban itt spontán módon, a megrekedő meleg feláramlások miatt.

Mindkét modellben közös, hogy a feláramlások számok nő (karakterisztikus hullámhossza csökken) az alapmodellhez képest. Ezt azzal magyarázzuk, hogy a köpenyoszlopok forrástartománya, a köpeny–mag határ viszkozitása jelentősen lecsökken (vö. 8. ábra). Másik hangsúlyozni kívánt felismerés, hogy a felső köpenyben kialakult csökkent viszkozitású zónában (asztenoszférában) – legyen az spontán, vagy paraméterekkel vezérelt viszkozitásugrás következménye – egy belső, úgynevezett kiskálája áramlási szerkezet (small scale convection) alakul ki. Ez elsősorban a viszkozitáseloszlásban érhető tetten, a felső köpenyre szorítókozó nagyviszkozitású leáramlások egymástól néhány 100 km-re fejlődnek ki, s sodródnak a globális köpenyáramlásban a teljes köpenyoszlopoktól a fő leáramlási tartományokig. Ezek szerint az erős hőmérsékletfüggéssel bíró modellek támogatják egy együtt létező teljes- és felső köpeny konvekciós áramlási rendszer kialakulását. Megemlítjük továbbá, hogy az erős hőmérsékletfüggéssel bíró modellekben megszülető feláramlások geometriája eltér más modellekétől, a köpenyoszlopnak egy magas hőmérsékletű úgynevezett „gombafeje” alakul ki (KELLOG és KING, 1997), melyben az alacsony viszkozitás miatt belső konvekció zajlik (lásd 12. ábra, 660x30 modell, hőmérsékleteloszlás 9 és 11 óránál).

A horizontálisan átlagolt mélységprofilok (13. ábra) számszerűen mutatják az előzőekben elmondottakat. A viszkozitásgörbén (13.c ábra) jól látszik a nagy viszkozitású felszíni réteg megléte, s az alatta elhelyezkedő csökkent viszkozitású asztenoszféra, utóbbi

átlagosan 10^{21} Pa·s értékkel. A viszkozitásugrás nyilvánvaló a 660x30 modellben, s mindkettőben az alsó köpenyben bekövetkező viszkozitásnövekedés, mint a nyomás hatása. Az alsó termikus határréteg egy második viszkozitásminimumot eredményez kevéssel a köpeny–mag határ felett.

A $\gamma=100$, $\delta=10^7$ modellben erőteljesebb a felszíni fedő hatása, ezért melegebb köpenyt idéz elő, mely egyet jelent a felső termikus határréteg erősödésével és az alsó gyengülésével (13.a ábra). A sebességprofilok (13.b ábra) is megerősítik az eddig elmondottakat: nagy viszkozítású fedő miatt lassú felszíni áramlás, majd a csökkent viszkozítású asztenoszférában a konvekció maximális sebességgel jellemezhető. Ezalatt köpeny a viszkozitás mélységgel történő növekedése miatt alacsonyabb áramlási sebességgel bír. A D''-réteg második asztenoszférájában az áramlás kismértékben felgyorsul. A valós köpennyel való összehasonlíthatóság miatt a 13. ábrán feltüntettünk néhány, a földköpeny-konvekcióra jellemző értéket.



13. ábra: A földköpeny (a) hőmérséklet-, (b) sebesség- és (c) viszkozitásprofilja köpenyszerű modellek esetén. A tájékozódást segítő a profilok mellett a 660 km-es viszkozitásugrás mélységét, illetve a földköpenyre jellemző néhány dimenziós mennyiségeket is feltüntettünk.

IV. Összefoglalás, következtetések

A kutatás során a Föld köpenyében zajló termikus konvekció numerikus modellezését végeztük el a COMSOL Multiphysics 3.5a véges elemes szoftverrel. A vizsgálat alatt arra a kérdésre kerestük a választ, hogy a mélység- (nyomás-), illetve a hőmérsékletfüggő viszkozitás hogyan befolyásolja az áramlás jellegét, illetve a megfigyelt fizikai paramétereket. A numerikus számításokat kétdimenziós hengergyűrű tartományon végeztük a termikus konvekciót leíró egyszerűsített egyenletrendszer, az ún. Boussinesq-approximáció alkalmazásával. A kutatómunkát két eltérő részre osztottuk, egyrészt szisztematikusan megvizsgáltuk a mélység- (γ) és hőmérsékletfüggést (δ) szabályozó skálázási faktorok hatását. Másrészt két komplexebb, köpenyszerű modellt felépítve analógiát kerestünk a szimulációk és a köpenybeli áramlási rendszer között.

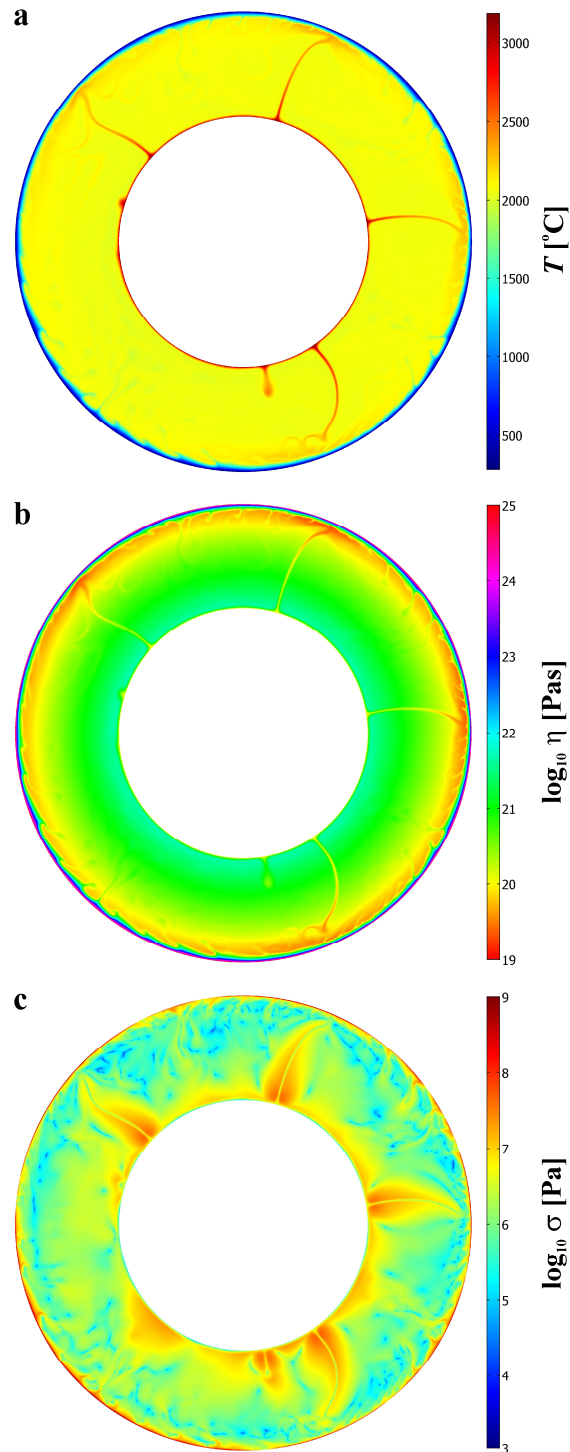
A szisztematikus modellsorozatban kilenc számítást hajtottunk végre, melyben egyértelműen feltérképeztük γ és δ hatását. Megállapítható, hogy a viszkozitás mélységfüggésének erősödésével (γ növekedésével) a magból származó hőtranszport lecsökken a felszínhez képest, ezért a köpeny alacsonyabb egyensúlyi hőmérsékletet vesz fel. Nagyobb viszkozitás alacsonyabb áramlási sebességet idéz elő – elsősorban a mélyebb rétegekben –, s így a felszíni sebesség arányaiban nő az átlagos köpenysebességhez képest, azaz a felszín mobilitása fokozódik.

A hőmérsékletfüggés erősödésekor (δ növelésével) minőségileg ellenkező folyamatokat tapasztaltunk. A meleg köpeny–mag határ mentén a viszkozitás lecsökken, ezért a magból hatékonyabban áramlik hő a köpenybe, mint ahogy az a felszínen távozik. Ennek eredményeképpen a köpeny felmelegszik, így viszkozitása lecsökken, mely a konvekció hevességének növekedéséhez vezet. Utóbbi alól kivétel a felszínközeli hideg tartomány, ahol egy nagyviszkózitású réteg alakul ki, mely csökkenti a felszín mobilitását, és mérsékli a felszíni hőáramot.

A kutatás során sikerrel állítottunk elő két olyan mélység- és erősen hőmérsékletfüggő modellt, melyet érdemes volt összevetni a köpenyre jellemző paraméterekkel. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy itt a hőmérsékletfüggés értéke olyan erős volt ($\delta=10^6$ és 10^7), melyet – habár még nem éri el a laboratóriumban tapasztalt értékeket – eddig numerikus modellezés során nem használtak. A két modelltől összességében elmondható, hogy a hőmérsékletfüggés következtében melegebb köpenyt alakít ki, ugyanakkor a felszíni hőáramot a viszkozitás mélységfüggése mérsékli. Döntően ez hat az áramlási sebességre is, a konvekció hevességét ez redukálja. A felszíni sebességet, azonban, már egyértelműen a hőmérsékletfüggés

dominálja. A hideg felszín mentén kialakul egy nagyviszkózitású réteg, mely az egyik modell esetén ($\gamma=100$, $\delta=10^7$) merev fedőréteget formál. A nagy viszkózitású merev fedő mobilitása alig 10%-a a többi modellének, így az nem vesz részt a termikus konvekcióban.

A modellfuttatások kvázistacionárius végeredményeit összehasonlítva a valós Föld paramétereivel megállapíthatjuk, hogy a köpenyszerű modellek jól közelítik a



14. ábra: A $\gamma=100$, $\delta=10^7$ modell kvázistacionárius végállapotának pillanatfelvétele. A dimenziós (a) hőmérséklettér, valamint (b) a dinamikus viszkózitás és (c) a feszültség második invariánsának tízes alapú logaritmusai.

valóságot. A köpeny belső hőmérséklete 1400–1700 °C közötti értéket mutat; az átlagos áramlási sebesség 1–5 cm/év, mely megfelel a tipikus lemeztektonikai sebességeknek; a felső köpeny viszkozitása a 10^{21} Pa·s nagyságrendhez közeli, mely összhangban van a jégkorszak utáni térszínemelkedésből számított értékkel; a felszíni hőáram mértékére 60 mW/m² adódott.

Meg kell említeni azonban, hogy a pusztán hőmérséklet- és mélységfüggő viszkozitást alkalmazó, newtoni reológiára épülő számítások eredményeként ugyan kialakulhat összefüggő litoszféra, de az soha nem bomlik fel élesen lehatárolható lemezekre. Az ilyen egyszerű szimulációk nem lehetnek tehát képesek az önkonzisztens módon fejlődő lemeztektonika modellezésére, amely viszont a valóságos termikus konvekció leglényegesebb következménye (I.2.) (TACKLEY, 2000a; TACKLEY, 2000b). Ez annak tudható be, hogy a deformáció azon módja hiányzik a számításunkban felhasznált apparátusból, amely éles lemezhatárokkal tagolhatja a litoszférát (TACKLEY, 2000a). Emellett a mozgó litoszféaelemek nem csak a valósághű kép kialakítása miatt lényegesek, alapvető hatással vannak a köpenykonvekció dinamikájára is. Hatásuk igen sokrétű lehet, csak említés szintjén: a leérkező lemezek segítik a köpenyoszlopok képződését (TACKLEY, 2012b); alattuk a viszkozitás megnövekszik a kőzettest nyomása miatt (CRAMERI *et al.*, 2012), valamint a felsőköpeny hőmérsékletét befolyásolhatja a kontinensek miatt ott megrekedt hőmennyiség, ami szuperkontinens kialakulása esetén az alatta zajló konvekció elszigetelése miatt jelentős melegedéshez vezethet az általa lefedett tartományban (ROLF *et al.*, 2012).

A lemezek kialakításához tehát feltétlenül nem-newtoni reológia alkalmazása szükséges. Megtehető ez például úgy, hogy a programban közvetlenül kiszámítjuk a deformációs sebességtenzort, s így már mód nyílna a feszültségtenzorral való kapcsolatot, azaz a reológiát szabályozni. Első lépésként egy általunk megválasztott határfeszültség (yield stress) bevezetése tűnik ígéretesnek, mely a kőzetek törési, illetve folyási feszültségénél nem engedne meg nagyobb feszültséget. Ennek numerikus implementációja általában a viszkozitás maximalizálásával történik. Ennek révén várhatóan bonyolultabb, realisztikusabb, esetleg törhetőbb reológiához juthatnánk. A változtatásnak már elegendőnek kell lennie ahhoz, hogy (legalábbis első közelítésben) lemezszerű viselkedést tapasztaljunk (TACKLEY, 2000a). Első lépésként a $\gamma=100$, $\delta=10^7$ modell esetén kiszámítottuk az köpenyáramlások által keltett feszültségteret. A 14. ábra a modell kvázistacionárius végállapotának egy pillanatfelvétele, melyben már dimenziósítva mutatjuk a hőmérsékletteret, valamint a dinamikai viszkozitás és a feszültség második invariánsának (σ) tízes alapú logaritmusát. Utóbbi jól mutatja, hogy – elképzelésünknek megfelelően – a maximális feszültség (~100 MPa) a felszín közelében, a

nagy viszkozitású fedőrétegben alakul ki. Ez az érték mennyiségileg is megfelel a mások által tapasztaltaknak (pl. TACKLEY, 2000a). Némileg (0,5–1 nagyságrenddel) kisebb feszültség észlelhető a fel- és leáramlások környezetében, ahol jelentős a sebességgradiens. Utóbbi a mélységgel nő a viszkozitás emelkedése miatt.

Számtalan kísérlet született már a nem-newtoni reológia hatásainak elemzésére (CSEREPES, 1982; CHRISTENSEN és YUEN, 1989), a termikus konvekció és a lemezmozgás minél összetettebb együttes modellezésére és kölcsönhatásuk vizsgálatára, amelyeket áttekintve határfeszültség bevezetése minden esetben elengedhetetlen volt (pl.: CRAMERI *et al.*, 2012; ROLF *et al.*, 2012; STEIN *et al.*, 2004; TACKLEY, 2000a). Ugyanakkor azt is meg kell állapítani, hogy a köpeny reológiájának numerikus megvalósítása egyelőre megoldatlan feladat. Olyan szimuláció tehát, melyben a litoszféralemezek valósághűen formálódnak, „öregednek”, buknak alá, melyben a diffúziós és diszlokációs folyásmechanizmusok együtt deformálják az anyagot, melyben az egyes ásványtani fázisok reológiája – pl. víz-, vastartalomtól függően – változik, nem létezik.

Nem szabad ugyanakkor említés nélkül hagyni azt sem, hogy a köpeny reológiája fontos, de mégis csak egy paraméter a köpenyben zajló áramlások megértéséhez. Rengeteg olyan tényező létezik, amelyeket a mostani modellsorozatban elhanyagoltunk (II.1.1. és II.1.2.), illetve beépítettünk a peremértékekbe (II.2.1.). Ezeket tekintve mai ismereteink szerint a belső hőtermelés (pl.: DESCHAMPS és TACKLEY, 2009), az ásványtani fázisátmenetek (pl. DANNBERG és SOBOLEV, 2012) figyelmen kívül hagyása, valamint az anyagi paraméterek közül a hőtágulás, és a hővezető-képesség állandóként való figyelembe vétele tekinthetők a legjelentősebb egyszerűsítéseknek (TACKLEY, 2012a).

Hivatkozások

- Bailey, R. C., 2006. Large time-step numerical modelling of the flow of Maxwell materials. *Geophysical Journal International*, 164(2): 460-466.
- Bercovici, D., 2003. The generation of plate tectonics from mantle convection. *Earth and Planetary Science Letters*, 205: 107-121.
- Bercovici, D., 2011. Mantle Convection. In: H.K. Gupta (szerk.). *Encyclopedia of Earth Sciences Series*. Springer Netherlands, pp. 832-851.
- Brevik, E. C., 1994. Isostatic rebound in the lake Agassiz basin since the late Wisconsinan. MSc. diplomamunka, University of North Dakota., pp. 131.
- Cadio, C., Ballmer, M. D., Panet, I., Diamant, M. és Ribe, N., 2012. New constraints on the origin of the Hawaiian swell from wavelet analysis of the geoid to topography ratio. *Earth and Planetary Science Letters*, 359-360(2012): 40-54.
- Chandrasekhar, S., 1961. *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*. Clarendon Press, Oxford, 652 pp.
- Christensen, U. R. és Yuen, D. A., 1989. Time-Dependent Convection With Non-Newtonian Viscosity. *Journal of Geophysical Research*, 94(B1): 814-820.
- Crameri, F., Tackley, P. J., Meilick, I., Gerya, T. V. és Kaus, B. J. P., 2012. A free plate surface and weak oceanic crust produce single-sided subduction on Earth. *Geophysical Research Letters*, 39(L03306): 1-7.
- Cserepes, L., 1982. Numerical studies of non-Newtonian mantle convection. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 30(1982): 49-61.
- Cserepes, L., 2002. Convective Motions in the Mantle. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica*, 37(1): 3-27.
- Dannberg, J. és Sobolev, S. V., 2012. Dynamics of thermo-chemical mantle plumes and their influence on surface topography. *European Geoscience Union General Assembly 2012*, Bécs, Ausztria, 2012. április 22-27., p. 6310.
- Davaille, A., Le Bars, M. és Carbonne, C., 2003. Thermal convection in a heterogeneous mantle. *Comptes Rendus Geoscience*, 335(1): 141-156.
- Deschamps, F. és Tackley, P.J., 2008. Searching for models of thermo-chemical convection that explain probabilistic tomography: I. Principles and influence of rheological parameters. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 171(1-4): 357-373.
- Deschamps, F. és Tackley, P.J., 2009. Searching for models of thermo-chemical convection that explain probabilistic tomography. II—Influence of physical and compositional parameters. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 176(1-2): 1-18.
- Dziewonski, A.M. és Anderson, D.L., 1981. Preliminary reference Earth model. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 25(4): 297-356.
- Forte, A. M., 2011. Plate driving forces. In: H.K. Gupta (szerk.). *Encyclopedia of Earth Sciences Series*. Springer Netherlands, pp. 977-982.
- Galsa, A. és Cserepes, L., 2000. The number of hotspots in mantle convection: Effect of depth-dependent viscosity and internal heating in two-dimensional models. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica*, 35(4): 383-396.
- Galsa, A. és Herein, M., 2011. The Effect of the Disintegration of Chemical Stratification on the Time-dependent Behavior of the Earth's Mantle. *COMSOL Conference 2011* (Stuttgart, Németország, október 26-28., 2011), 1-7.
- Galsa, A. és Lenkey, L., 2007. Quantitative investigation of physical properties of mantle plumes in three-dimensional numerical models. *Physics of Fluids*, 19(11): 1-13.
- Galsa, A., Lenkey, L., Süle, B. és Herein, M., 2008. A földköpenyben zajló konvekcióról. *Magyar Geofizika*, 49(2): 75-87.

- Garnero, E.J., Lay, T. és McNamara, A., 2007. Implications of lower-mantle structural heterogeneity for the existence and nature of whole-mantle plumes. *Geological Society of America Special Papers*, 430: 79-101.
- Herein, M., Galsa, A., Lenkey, L. és Süle, B., 2008. Termikus földköpeny-konvekció kétdimenziós numerikus modellezése különböző geometriák esetén. *Magyar Geofizika*, 49(3): 111-123.
- Hofmann, A.W., 1997. Mantle geochemistry: The message from oceanic volcanism: *Nature*, (385): 219–229.
- Jellinek, A.M. és Manga, M., 2004. Links between long-lived hot spots, mantle plumes, D", and plate tectonics. *Reviews of Geophysics*, 42(3): RG3002.
- Katsura, T. és Ito, E., 1989. The system $\text{Mg}_2\text{SiO}_4\text{--Fe}_2\text{SiO}_4$ at high pressures and temperatures: Precise determination of stabilities of olivine, modified spinel, and spinel. *J. Geophys. Res.*, 94: 15663–15670.
- Kellog, L. H. és King, S. D., 1997. The effect of temperature dependent viscosity on the structure of new plumes in the mantle: Results of a finite element model in a spherical, axisymmetric shell. *Earth and Planetary Science Letters*, 148: 13–26.
- Kuslits, L. B., 2012. Viszkózus reológia és a földköpeny-konvekció kapcsolata. BSc szakdolgozat. Eötvös Loránd Tudományegyetem, Budapest, Magyarország. 48 pp.
- Lei, J. és Zhao, D., 2006. Global P-wave tomography: On the effect of various mantle and core phases. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 154(1): 44-69.
- McNamara, A.K. és Zhong, S., 2005. Thermochemical structures beneath Africa and the Pacific Ocean. *Nature*, 437: 1136–1139.
- Montelli, R., Nolet, G., Dahlen, F. A., Masters, G., Engdahl, E. R. és Hung, S. H., 2004. Finite-Frequency Tomography Reveals a Variety of Plumes in the Mantle. *Science* 303(5656): 338-343.
- Morgan, W. J., 1971. Convection Plumes in the Lower Mantle. *Nature* 230(5288): 42-43.
- Murakami, M., Hirose, K., Kawamura, K., Sata, N. és Ohishi, Y., 2004. Post-Perovskite Phase Transition in MgSiO_3 . *Science*, 304(5672): 855-858.
- Rayleigh, L., 1916. LIX. On convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the under side. *Philosophical Magazine Series 6*, 32(192): 529-546.
- Rolf, T., Coltice, N. és Tackley, P. J., 2012. Linking continental drift, plate tectonics and the thermal state of the Earth's mantle. *Earth and Planetary Science Letters*, 351-352(2012): 134-146.
- Schubert G., Turcotte, D. L. és Olson, P., 2001. Mantle convection in the Earth and planets, Cambridge University Press, Cambridge, 940.
- Solomatov, V. S., 1994. Scaling of temperature- and stress-dependent viscosity convection. *Phys. Fluids*, 7(2): 299–274.
- Stein, C., Schmalzl, J. és Hansen, U., 2004. The effect of rheological parameters on plate behaviour in a self-consistent model of mantle convection. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 142(3–4): 225-255.
- Su, W.-J., Woodward, R. L. és Dziewonski, A. M., 1992. Deep origin of mid-ocean-ridge seismic velocity anomalies. *Nature* 360(6400): 149-152.
- Tackley, P. J., 2000.^a Self-consistent generation of tectonic plates in time-dependent, three-dimensional mantle convection simulations. 1. Pseudoplastic yielding. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 1(8): 1-45.
- Tackley, P. J., 2000.^b Self-consistent generation of tectonic plates in time-dependent, three-dimensional mantle convection simulations. 2. Strain weakening and asthenosphere. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. 1(8):1-39.

- Tackley, P. J., 2011. Living dead slabs in 3-D: The dynamics of compositionally-stratified slabs entering a “slab graveyard” above the core-mantle boundary. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 188(3–4): 150-162.
- Tackley, P. J., 2012.^a Dynamics and evolution of the deep mantle resulting from thermal, chemical, phase and melting effects. *Earth-Science Reviews* 110(1–4): 1-25.
- Tackley, P. J., 2012.^b The death of slabs and segregation of basalt at the CMB: Influence of various things. European Geoscience Union General Assembly 2012, 2012. április 22-27.
- Trønnes, R., 2010. Structure, mineralogy and dynamics of the lowermost mantle. *Mineralogy and Petrology*, 99(3): 243-261.

Köszönetnyilvánítás

Hálás köszönettel tartozunk témavezetőnknek, Galsa Attilának, az alapmodell megalkotójának, ki hónapokon át útmutatásaival segítette munkánkat, továbbá figyelmes, gyors, és alapos lektori munkájáért. Emellett köszönjük a kari forduló során elhangzott javaslatokat, kritikákat, melyeket igyekeztünk megfogadni, figyelembe venni. A jelen kutatás a TÁMOP 4.2.4.A-1 kiemelt projekt keretében meghirdetett ösztöndíj-támogatásnak köszönhetően valósult meg, a magyar állam és az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával. A kutatást továbbá támogatta az OTKA a K-72665 sz. pályázat keretén belül.