



Határfelületi kapilláris erő vizsgálata különböző belső morfológiájú kapillárisok esetében

Készítette:

Korózs József

(másodéves BSc anyagmérnök hallgató)

Konzulens:

Prof. Dr. Kaptay György

tanszékvezető egyetemi tanár, osztályvezető (BAY-LOGI)

Fémtani, Képlékenyalakítási és Nanotechnológiai Intézet
Nanotechnológiai Kihelyezett Intézeti Tanszék

2012

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretném megköszönni tanáromnak és konzulensemnek **Prof. Dr. Kaptay Györgynek**, hogy egyáltalán lehetővé tette a dolgozat létrejöttét, és hogy bármikor is kerestem meg valamilyen problémával (ez lehet akár a dolgozattal kapcsolatos, akár más ügyben is) mindig szakított rá időt, hogy segítsen.

Az egyéni látásmódjával mindig adott valami új ötletet, ami új dolgokra sarkallt, vagy éppen az aktuális probléma megoldásában segített. Minden órán úgy adta le a tananyagot, hogy az az érdeklődőket további gondolatokra, ötletekre sarkallta, és ezeket az ötleteket jutalmazta is.

Örülök, hogy a szárnyai alatt tanulhatok, és remélem még sokáig lesz alkalmam tanulni tőle.

Köszönöm továbbá régi ismerősömnek, barátomnak, **Végh Ádámnak**, aki gyakorlatilag a második konzulensem volt. Akivel a viccelődésből felvetett témák egy része később megvalósításra is került. Ha elakadtam valamiben fordulhattam hozzá. Mindketten hasonló látásmóddal rendelkezünk, ezért ha valamilyen matematikai hibát sejtettem az eredményben, megmutattam neki, és ő rámutatott hol is hibáztam.

Kívánok az esedékes Záróvizsgájára sok szerencsét, bár tudom, hogy neki nincs rá szüksége.

Matematika tanáromnak is köszönöm, **Dr. Varga Péternek**, hogy megerősített sejtéseimben, és a tanórák alkalmával hozzájárult, hogy önállóan tudjam alkalmazni az átadott tudást.

Köszönöm a **TÁMOP 4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001** jelű pályázat keretében nyújtott támogatást.

Továbbá köszönöm mindenkinek, akivel megoszthattam ötleteimet, és meghallgattak.

**TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 "A Miskolci Egyetemen működő tudományos képzési
műhelyek összehangolt minőségi fejlesztése"**

Tartalomjegyzék

Tartalomjegyzék-----	1
1. Bevezetés-----	3
2. Irodalmi összefoglaló-----	5
2.1. Határfelületi kapilláris erő-----	5
2.2. Nanostrukturált felületek nedvesíthetősége és a kritikus peremszög-----	6
3. A téma kidolgozása-----	9
3.1. Penetráció számítása-----	9
3.1.1. Folyadék-gőz határfelületre merőleges falú kapilláris-----	9
3.1.1.1. A nyomás hatása a penetrációra-----	10
3.1.1.2. Hengeres kapilláris-----	10
3.1.1.3. Duplafalú hengeres kapilláris-----	11
3.1.1.4. Szálas kapilláris-----	11
3.1.2. Folyadék-gőz határfelületre nem merőleges falú kapilláris-----	12
3.1.2.1. Ferde hasábú kapilláris-----	12
3.1.2.2. Ferde, hengeres kapilláris-----	13
3.1.2.3. Általános forgásfelülettel határolt kapilláris-----	14
3.1.2.3.1. Általános forgásfelülettel határolt kapillárisban a nyomás hatása-----	15
3.1.2.3.2. Új mérési módszer a peremszög meghatározására-----	16
3.1.2.3.3. Kúpos kapilláris-----	19
3.1.2.3.3.1. A nyomás hatása kúpos kapillárisba való penetrációra-----	20
3.2. Penetráció porózus belső felületű kapillárisokban-----	21
3.2.1. Tórusz modell-----	21
3.2.2. Primitív rácsú modell-----	23
3.2.3. Szoros rácsú modell-----	25
3.3. A penetráció, mint transzportjelenség-----	26

3.4.	Nanostrukturált felületek nedvesíthetősége és a kritikus peremszög-----	28
3.4.1.	Egyenes hasábokkal strukturált felületek-----	30
3.4.1.1.	z oldalú, szabályos sokszög alapú egyenes hasábbal strukturált felület -----	32
3.4.2.	Ferde hengerekkel strukturált felület-----	33
3.4.3.	Általános forgásfelülettel strukturált felület -----	34
3.4.3.1.	Kúpokkal strukturált felületek -----	36
3.4.3.2.	Gömbökkel strukturált felületek -----	38
3.4.4.	Néhány példa az irodalomból nanostrukturált felületekre, és azok SEM képére---	40
4.	Összegzés -----	45
5.	Irodalomjegyzék -----	46

1. Bevezetés

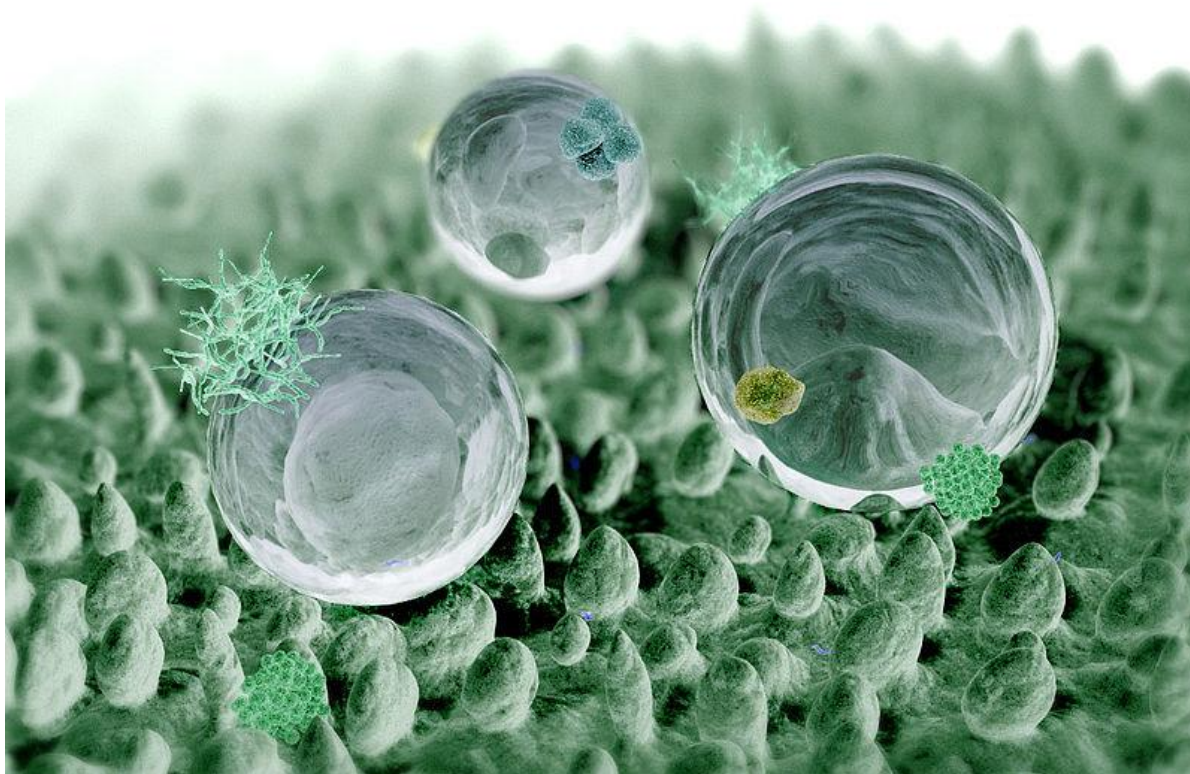
A tudomány és technológia fejlődése megkívánja az eddiginél sokkal pontosabb számításokat. Ha egy modellt a jelenlegi céloknak megfelelően fel tudunk állítani, akkor a kísérletek eredményét előre tudjuk jelezni. Jó modellezéssel nem csak időt, hanem pénzt is spórolunk azzal, hogy nem kell a kísérletek eredményeiről adatbázist létrehozni és számtalan mérést elvégezni, hanem egyszerűen egy formulát felhasználva megkapjuk a szükséges információt.

TDK dolgozatomban 2 alapvető célja van; összefoglalni a határfelületi kapilláris erőről meglévő ismereteket illetve egyenleteket, valamint általánosabb és új egyenletek levezetése, ezek jelentőségének és lehetséges felhasználási területeinek felismerése. Természetesen a teljesség igénye nélkül, mivel az túlmutatna ennek a dolgozatnak a keretein. Azt hiszem nem túlzok, ha azt állítom, hogy egy több száz oldalas könyvet lehetne írni a témáról.

A témák, amikkel foglalkozom dolgozatomban:

- kapilláris emelkedés (penetráció) számítása különböző belső morfológiájú kapillárisokban
- kapilláris emelkedés közelítése porózus belső felületű kapillárisokban, különböző modellek felállításával
- a kapilláris emelkedés, mint transzportfolyamat leírása
- nanostrukturált felületek nedvesíthetősége, valamint a kritikus peremszög csökkentésének lehetőségei

A határfelületi kapilláris jelenség olyan helyeken is előjön, ahol elsőre nem is gondolnánk, hogy szerepe van. Például a természet egyik találékony megoldása a felületek hidrofóbbá tételére, a Lótusz-effektus [1], ami gyakorlatilag a kapilláris jelenség egyik következménye. Itt a lótusz levél felületén nano mérettartományban lévő bolyhok találhatók, amelyek eredményezik, hogy a felülete víztaszítóvá válik.



Számítógépes grafika a lótosz levelének felületéről [1]

A képen látszik, hogy a vízcseppek nem hatolnak be a levél felületén lévő bolyhok közé. Mivel ha a levelet a felületén lévő bolyhokkal együtt egy kapillárisként fogjuk fel, akkor a víz peremszöge a sík levélen nagyobb, mint az itt létrejövő „kapillaris” kritikus peremszög. Az ilyen struktúrájú felületeknek nem csak az az előnye, hogy hidrofóbok, hanem egyúttal úgynevezett öntisztulásra is képesek. Mivel a szennyeződések nedvesíti a víz, ezért azok a vízcseppekhez ragadnak, a vízcseppek pedig le tudnak gurulni a felületről így tisztítva azt.

Sajnos ennek a hatásnak vannak korlátai. Először is a szuper-hidrofób jelleg csakis akkor érvényesül, ha a peremszög meghaladja a kritikus peremszöget. Ha kisebb nála, akkor éppen az ellenkezőjét érjük el. Ahelyett, hogy a peremszöget növelné, csökkenteni fogja, vagyis a felület szuper-hidrofil lesz. Képzeljük csak el, ha olyan felületeket tudunk létrehozni, amelyek minden elképzelhető folyadékot taszítanak, amivel kapcsolatba kerülhetnek. Például egy ablaküveg esetén; a tisztítása végtelenül egyszerűvé válik és kevésbé is koszolódik.

Természetesen ilyen felületek már vannak, de használhatóságukat korlátozza a kritikus peremszög. Ha tudjuk előre tervezni a kritikus peremszög értékét, akkor előre tudjuk tervezni melyik folyadékot fogja taszítani, és melyiket vonzani a nanostrukturált felület.

2. Irodalmi összefoglaló

2.1. Határfelületi kapilláris erő [2]

A határfelület jelenléte a rendszer szempontjából extra energiával jár, amit a határfelületi energiákkal jellemezhetünk. $\sigma_{\alpha/\beta} = \left[\frac{J}{m^2} \right]$ mennyiség azt jelöli, hogy α és β fázis határának jelenléte mekkora extra energiát jelent a rendszer szempontjából négyzetméterenként.

Egy rendszer összes felületi többletenergiáját megkapjuk, ha ezt a mennyiséget szorozzuk a felület nagyságával, és ezt összegezzük minden egyes határfelületre.

$$G_s = \sum_{\alpha/\beta} \sigma_{\alpha/\beta} A_{\alpha/\beta}$$

Az x irányban ható határfelületi erők általánosan kifejezhetők a következő egyenlettel:

$$F_\sigma = - \frac{dG_s}{dx}$$

Mint az egyenletből látszik a határfelületi erők iránya mindig ellentétes a határfelületi energia gradiensével. Tehát a rendszer a határfelületi energiák minimalizálására törekszik.

A határfelületi kapilláris jelenség esetén 3 fázisunk van. Egy szilárd (s), egy folyadék (l) és egy gőz (g). A határfelületi energiák konstansak, így a határfelületi erő csak a határfelületek nagysága által determinált.

Írjuk fel a rendszer összes felületi energiáját:

$$G_s = \left(A_{s/l}^o + A_{s/l}(x) \right) \sigma_{s/l} + \left(A_{s/g}^o + A_{s/g}(x) \right) \sigma_{s/g} + \left(A_{l/g}^o + A_{l/g}(x) \right) \sigma_{l/g}$$

Felhasználva a határfelületi erők egyenletét:

$$F_\sigma = - \left(\sigma_{s/l} \frac{dA_{s/l}(x)}{dx} + \sigma_{s/g} \frac{dA_{s/g}(x)}{dx} + \sigma_{l/g} \frac{dA_{l/g}(x)}{dx} \right)$$

A penetráció során amennyivel nő/csökken a szilárd-folyadék határfelület, annyival csökken/nő a szilárd-gőz határfelület nagysága.

$$\frac{dA_{s/l}}{dx} = -\frac{dA_{s/g}}{dx}$$

Innen, valamint a Young-egyenlet ($\cos \theta = \frac{\sigma_{s/g} - \sigma_{s/l}}{\sigma_{l/g}}$, ahol θ a peremszög) felhasználásával megkapjuk a határfelületi kapilláris erő általános egyenletét:

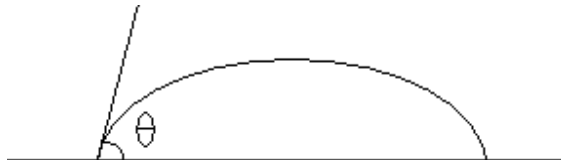
$$F_{\sigma}^{cap} = \sigma_{l/g} \left(\cos \theta \frac{dA_{s/l}}{dx} - \frac{dA_{l/g}}{dx} \right)$$

A későbbiekben ebből az egyenletből fogunk alapvetően kiindulni.

2.2. Nanostrukturált felületek nedvesíthetősége és a kritikus peremszög

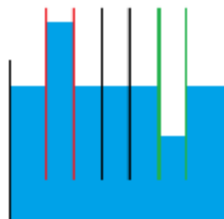
Peremszög (θ)

Egy nyugvó csepp sík, szilárd felülettel kontaktusban létrehozza az egyensúlyi alakját, a csepp érintkezési pontjának érintője és a sík felület által bezárt szöget peremszögnek (θ) nevezzük.



Kritikus peremszög (θ_{cr})

Kapilláris jelenségek tárgyalásánál kritikus peremszögnek nevezzük azt a peremszöget, ami fölött a folyadék nem hatol be a kapillárisba, és ami alatt a folyadék spontán hatol be a kapillárisba.



$$\theta < \theta_{cr}$$

$$\theta = \theta_{cr}$$

$$\theta > \theta_{cr}$$

Penetráció (kapilláris emelkedés)

A kapilláris emelkedés számításához figyelembe kell vennünk az összes rendszerre ható erőt.

$$\sum_i F_i = F_{\sigma}^{cap} + F_g = F_e$$

, ahol F_g a gravitációs erő

F_e az eredő erő

Ha az eredő erő nagysága 0, akkor a rendszer nyugalomban van, tehát az emelkedési magasság egyenlő az egyensúlyi emelkedési magassággal ($x = x_{egy}$).

Valamint ha az egyensúlyi emelkedési magasság egyenlő nullával, akkor a peremszög egyenlő a kritikus peremszöggel ($\theta = \theta_{cr}$).

Nanostrukturált felületek nedvesíthetősége [3, 4]

Az adhéziós energia definíció szerint [5] a szilárd-folyadék határfelület között a Dupré-egyenlettel számítható:

$$W = \sigma_{s/g} - \sigma_{s/l} + \sigma_{l/g} \quad \left[\frac{J}{m^2} \right]$$

Ha egy felületen nano méretű struktúrákat hozunk létre, akkor a felületen lévő nyugvó csepp adhéziós energiája megváltozik, mivel a szilárd-folyadék határfelület lecsökken, a szilárd-gőz pedig megnő (ha $\theta \geq \theta_{cr}$). Ekkor az adhéziós energia számítása:

$$W = f_{s/l} W^o$$

, ahol $f_{s/l}$ az új érintkező felület és a sík felület hányadosa („felületkitöltési tényező”)

W^o az adhéziós energia sík felületen

W az adhéziós energia a nanostrukturált felületen

Az egyenletet tudjuk használni akkor is, ha $\theta < \theta_{cr}$, de akkor a szilárd-folyadék határfelület nő meg és a szilárd-gőz csökken le. Ami azt eredményezi, hogy $f_{s/l}$ nagyobb lesz mint 1. Tehát nem hidrofóbabb, hanem hidrophilebb felületet kapunk.

Ha felhasználjuk a Young-egyenletet és a Dupré-egyenletet, akkor megkapjuk az úgynevezett Young-Dupré-egyenletet, amely segítségével számíthatjuk a nanostrukturált felületen érvényes peremszöget (más néven látszólagos peremszöget).

$$\cos \theta = f_{s/l}(1 + \cos \theta^o) - 1$$

, ahol θ^o a sík felületen érvényes peremszög

A θ értékét elsősorban a felületkitöltési tényező határozza meg.

Ha $\theta^o \geq \theta_{cr}$, akkor $f_{s/l} \leq 1$, ezért $\theta \geq \theta^o$. Tehát kevésbé nedvesíti a strukturált felületet.

$$\theta \geq \theta^o \geq \theta_{cr}$$

Ha $\theta^o < \theta_{cr}$, akkor $f_{s/l} > 1$, ezért $\theta < \theta^o$. Tehát jobban nedvesíti a strukturált felületet.

$$\theta < \theta^o < \theta_{cr}$$

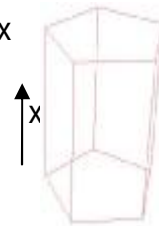
3. A téma kidolgozása

3.1. Penetráció számítása

3.1.1. Folyadék-gőz határfelületre merőleges falú kapilláris

Ebben a részben olyan morfológiai csoportra vonatkozóan fogom levezetni a kapilláris erő nagyságát, amelyekben a folyadék-gőz határfelület független az x iránytól.

Ahhoz, hogy ezt ki tudjuk számolni, szükségünk lesz a szilárd-folyadék határfelület változására x irányban. Mivel most gyakorlatilag egyenes hasábokról van szó, ez a terület és a magasság szorzata ($A_{s/l}(x) = A_{s/l}^0 + Kx$).



Most helyettesítsünk be a határfelületi kapilláris erő általános egyenletébe:

$$F_{\sigma}^{cap} = \sigma_{l/g} \left(\cos \theta \frac{dA_{s/l}}{dx} - \frac{dA_{l/g}}{dx} \right) = K \sigma_{l/g} \cos \theta$$

Ahhoz, hogy az egyensúlyi emelkedési magasságot is megkapjuk figyelembe kell vennünk a gravitációt is.

$$F_g = -\rho_l g V(x) = -\rho_l g A x$$

, ahol A a hasáb keresztmetszete (folyadék-gőz határfelület nagysága)

$V(x)$ a térfogat változása az x függvényében

Az eredőerő:
$$F_e = F_{\sigma}^{cap} + F_g = K \sigma_{l/g} \cos \theta - \rho_l g A x$$

Ha a rendszerre nem hat erő, akkor egyensúlyban van, tehát $x = x_{egy}$.

Ezt x_{egy} -ra megoldva:

$$x_{egy} = \frac{K \sigma_{l/g} \cos \theta}{A \rho_l g}$$

A kritikus peremszög pedig:

$$\theta_{cr} = 90^\circ$$

Tehát a három képlet, amire kíváncsiak voltunk:

$$F_{\sigma}^{cap} = K \sigma_{l/g} \cos \theta$$

$$x_{egy} = \frac{K \sigma_{l/g} \cos \theta}{A \rho_l g}$$

$$\theta_{cr} = 90^\circ$$

Észrevehető, hogy a képletek teljesen általánosak, tehát nincsen más dolgunk, ha egy ilyen kapillárisal találkozunk, mint megmondani a keresztmetszetét, és a belső kerületét.

3.1.1.1. A nyomás hatása a penetrációra

A penetrációra hatással van az is, hogyha extra nyomást hozunk a kapillárisban létre. Ami származhat abból, hogy a kapilláris milyen mélyen merül a folyadékfelszín alá, de abból is, hogy a folyadékfelszín és a kapilláris vége között nyomáskülönbség van. A folyadékfelszínen lévő légnyomás és a kapilláris végein lévő légnyomások különbségét jelöljük Δp -vel, a hidrosztatikai nyomást pedig p_h -val.

Az extra erő, ami a kapillárisban ébred:

$$F_p = Ap$$

,ahol $p = \Delta p + p_h$

Ekkor az egyensúlyi emelkedési magasság, valamint a kritikus peremszög az alábbiak szerint módosul:

$$x_{egy} = \frac{K\sigma_{l/g} \cos \theta}{A\rho_l g} + \frac{p}{\rho_l g} \qquad \cos \theta_{cr} = -\frac{Ap}{K\sigma_{l/g}}$$

Most nézzünk meg néhány morfológiát, amelyek előfordulhatnak a gyakorlatban, vagy jó modellként szolgálnak.

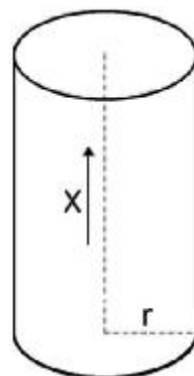
3.1.1.2. Hengeres kapilláris

Ez az a típus, amely leggyakrabban előfordul illetve az irodalomban is ezzel a modellel találkozunk általában. A metszeti kör kerületét és területét a sugár (r) függvényében tudjuk számolni.

$$K = 2r\pi \qquad A = r^2\pi$$

Ezek felhasználásával megkapjuk az irodalomban oly jól ismert összefüggéseket:

$$F_{\sigma}^{cap} = 2r\pi\sigma_{l/g} \cos \theta \qquad x_{egy} = \frac{2\sigma_{l/g} \cos \theta}{r\rho_l g} \qquad \theta_{cr} = 90^\circ$$



3.1.1.3. Duplafalú hengeres kapilláris

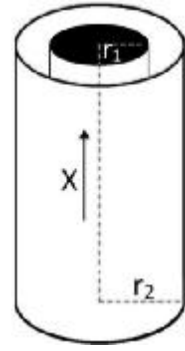
$$K = 2\pi(r_2 + r_1)$$

$$A = \pi(r_2^2 - r_1^2)$$

$$F_\sigma^{cap} = 2\pi(r_2 + r_1)\sigma_{l/g} \cos \theta$$

$$x_{egy} = \frac{2\sigma_{l/g} \cos \theta}{(r_2 - r_1)\rho_l g}$$

$$\theta_{cr} = 90^\circ$$

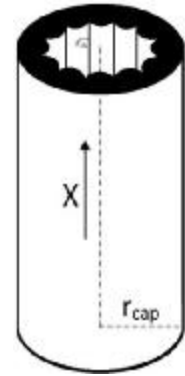


3.1.1.4. Szálas kapilláris

Ha a kapillárisunk egyforma szálakból épül fel, például üvegszálás vagy szénszálás anyagról van szó, akkor a kapilláris jelenségek a szállal párhuzamosan a következőképpen alakulnak:

$$K = (n - 2) r_{fib} \pi$$

$$A = n r_{fib}^2 \left(\cot\left(\frac{\pi}{n}\right) - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{n} \right)$$



A kerület mentén lévő szálak száma (n), a szálak sugara (r_{fib}) és a kapilláris sugara (r_{cap})

közt a következő összefüggés érvényes:

$$\sin\left(\frac{\pi}{n}\right) = \frac{r_{fib}}{r_{cap} - r_{fib}}$$

A kapott összefüggések:

$$F_\sigma^{cap} = (n - 2) r_{fib} \pi \sigma_{l/g} \cos \theta$$

$$x_{egy} = \frac{(n-2) \pi \sigma_{l/g} \cos \theta}{n r_{fib} \left(\cot\left(\frac{\pi}{n}\right) - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{n} \right) \rho_l g} \quad \theta_{cr} = 90^\circ$$

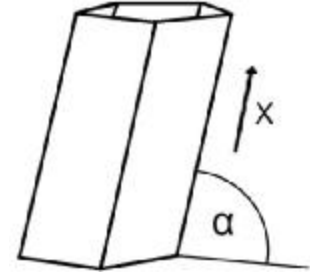
Természetesen, ha r_{fib} nullához tart, és ezzel együtt n pedig a végtelenhez, akkor visszkapjuk a hengeres kapillárisnál megismert összefüggéseket.

3.1.2. Folyadék-gőz határfelületre nem merőleges falú kapilláris

3.1.2.1. Ferde hasábú kapilláris

Most olyan kapillárisokra fogom levezetni az eddigi összefüggéseket, amelyeknél mint eddig is a folyadék-gőz határfelület nem függ a behatolástól. Ellenben a kapilláris fala itt már nem merőleges a folyadék-gőz határfelületre, hanem azzal tetszőleges α szöget zár be.

Ahhoz, hogy levezetéseinket kivitelezni tudjuk, szükségünk lesz a szilárd-folyadék határfelület változására x irányban. Ez hasonló, mint az előző részben, de az α szöget nem hagyhatjuk figyelmen kívül.



$$A_{s/l} = \frac{Kx}{\sin \alpha}$$

Behelyettesítve a kapilláris erő általános képletébe:

$$F_{\sigma}^{cap} = \sigma_{l/g} \left(\cos \theta \frac{dA_{s/l}}{dx} - \frac{dA_{l/g}}{dx} \right) = \frac{K \sigma_{l/g} \cos \theta}{\sin \alpha}$$

Az egyensúlyi emelkedési magasság számításához fel kell írunk a gravitációs erőt is, amely most már nem lesz ellentétes irányú a kapilláris erővel, hanem pontosan $90^\circ + \alpha$ szöget zár be vele. Az x irányban ható gravitációs erő nagysága:

$$F_g = -\rho_l g V(x) \sin \alpha$$

A térfogat x irányú függésére nem lesz hatással az, hogy α szöget zár be. Ez könnyen belátható a Cavalieri-elv segítségével, mely így hangzik: „Ha egy síkon két olyan test van, amelyek alapterülete egyenlő, és az alaplajjukkal párhuzamos bármely síkkal képzett síkmetszetük páronként egyenlő területű, akkor a két test térfogata egyenlő.”

Tehát a gravitációs erő:

$$F_g = -\rho_l g A x \sin \alpha$$

Az eredőerő:

$$F_e = \frac{K \sigma_{l/g} \cos \theta}{\sin \alpha} - \rho_l g A x \sin \alpha$$

Innentől már egyszerűen megadható a 3 képlet:

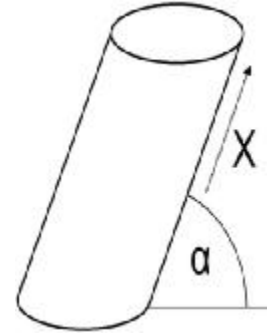
$$F_{\sigma}^{cap} = \frac{K \sigma_{l/g} \cos \theta}{\sin \alpha}$$

$$x_{egy} = \frac{K \sigma_{l/g} \cos \theta}{A \sin^2(\alpha) \rho_l g}$$

$$\theta_{cr} = 90^\circ$$

3.1.2.2. Ferde, hengeres kapilláris

Ha a felületi feszültség mérésére a kapilláris emelkedéses módszert választjuk előfordulhat, hogy az egyensúlyi emelkedési magasság olyan kicsi, hogy nehézkes a mérése. Ekkor alkalmazhatjuk azt a módszert, hogy a kapillárist megdöntjük ismert α szöggel és ezzel növelhetjük az emelkedési magasságot, amely ezáltal könnyebben mérhetővé válik.



Azzal, hogy egy hengert megdöntünk a síkmetszetei továbbiakban ellipszisek lesznek, melynek kerületére és területére van szükségünk.

$$K \approx \pi \left(3(a + b) - \sqrt{(3a + b)(a + 3b)} \right) \quad A = ab\pi$$

,ahol a és b a fél kis- ill. nagytengelyek

A fél kis tengely meg fog egyezni a henger sugarával ($a = r$), a fél nagytengely pedig az α szög függvénye lesz a következő módon: $b = \frac{r}{\sin \alpha}$

$$K \approx r\pi \left(3 \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha} \right) - \sqrt{3 + \frac{10}{\sin \alpha} + \frac{3}{\sin^2 \alpha}} \right) \quad A = \frac{r^2 \pi}{\sin \alpha}$$

Mostmár felírhatjuk a képleteket:

$$F_{\sigma}^{cap} \approx \frac{r\pi \left(3 \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha} \right) - \sqrt{3 + \frac{10}{\sin \alpha} + \frac{3}{\sin^2 \alpha}} \right) \sigma_{l/g} \cos \theta}{\sin \alpha}$$

$$x_{egy} \approx \frac{\left(3 \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha} \right) - \sqrt{3 + \frac{10}{\sin \alpha} + \frac{3}{\sin^2 \alpha}} \right) \sigma_{l/g} \cos \theta}{r \sin \alpha \rho_l g}$$

$$\theta_{cr} = 90^\circ$$

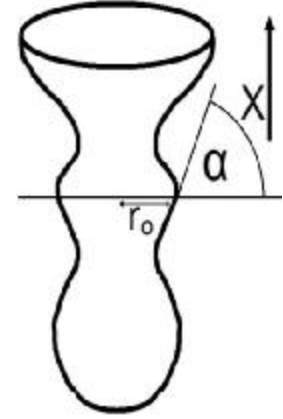
Sajnálatos módon van egy olyan probléma, hogy az ellipszis kerületét csak közelítőleg tudjuk meghatározni, nincs rá egzakt összefüggés.

Vizont ezt a kapilláris emelkedés mérést használhatjuk arra, hogy meghatározzuk az ellipszis kerületét, mivel az egyenletben minden más érték mérhető más módszerrel.

3.1.2.3. Általános forgásfelülettel határolt kapilláris

Alapvetően ez a típus egyelőre egy elméleti dolog, viszont később, a nanostrukturált felületek nedvesíthetőségénél hasznát fogjuk venni az itt megtapasztalt összefüggéseknek.

Eddigiekben olyan kapillárisokkal foglalkoztunk, amelyeknél a folyadék-gőz határfelület nem függött az emelkedési magasságtól. Ez az első eset amikor már ezt is figyelembe kell vennünk.



Ha a metszet sugarának változását x irányban $r(x)$ -szel jelöljük, akkor $A_{s/l}(x)$, valamint $A_{l/g}(x)$ a következőképpen néz ki:

$$A_{s/l}(x) = 2\pi \int_0^x r(x) \sqrt{1 + \left(\frac{dr(x)}{dx}\right)^2} dx \quad A_{l/g}(x) = \pi r(x)^2$$

A kapilláris erő:

$$F_{\sigma}^{cap} = 2\pi r(x) \sigma_{l/g} \left(\cos \theta \sqrt{1 + \left(\frac{dr(x)}{dx}\right)^2} - \frac{dr(x)}{dx} \right)$$

A gravitációs erő felírásánál elhanyagolást kell tennünk. Az, hogy a kapilláris fala csökkenti a gravitáció hatását, nem tudjuk általánosan felírni, csak hogyha elhanyagoljuk ezt a hatást.

$$F_g = -\rho_l g V(x) = -\rho_l g \pi \int_0^x r(x)^2 dx$$

Az általánosítás miatt nem tudunk x_{egy} -ra összefüggést kapni. A gravitációs erő képletében lévő integrál kifejezés miatt pedig a kritikus peremszöget sem tudjuk felírni. Viszont így is juthatunk értékes információkhoz. Ha elhanyagoljuk teljesen a gravitáció hatását, a kritikus peremszög megadható csak a felületi erőket figyelembe véve. Ehhez 1-2 dolgot észre kell vennünk:

$$\frac{dr(x)}{dx} = \tan \varphi, \quad \text{ahol } \varphi = 90^\circ - \alpha$$

tehát:

$$\frac{dr(x)}{dx} = \cot \alpha$$

Behelyettesítve a kapilláris erő képletébe, valamint azt 0-val egyenlővé téve megkapjuk, hogy a kritikus peremszög hogyan függ az α szögtől, ami gyakorlatilag x függvénye.

$$0 = 2\pi r(x)\sigma_{l/g} \left(\cos \theta_{cr} \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} - \cot \alpha \right)$$

$$0 = \cos \theta_{cr} \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} - \cot \alpha$$

$$0 = \cos \theta_{cr} \sqrt{\csc^2 \alpha} - \cot \alpha$$

$$\frac{\cos \theta_{cr}}{\sin \alpha} = \cot \alpha$$

$$\cos \theta_{cr} = \cos \alpha$$

$$\boxed{\theta_{cr} = \alpha}$$

Ez az összefüggés rendkívül fontos. Mivel ha körben, a kapilláris fala mentén, az érintőjének meredeksége megegyezik, akkor az α szög egyenlő lesz a kritikus peremszöggel.

A gravitáció hatásának elhanyagolása valójában egy praktikus megoldás, mivel ez a tag x -től függ, ezért általánosságban mondhatjuk, hogy a kritikus peremszög számításánál ki fog esni („ $x_{egy} = 0$ ”) (vagyis az integrálási határok egyenlők, így az integrál értéke 0).

Valamint megfigyelhető, hogy α egy x -től függő tag, így a penetráció során folyamatosan változik. Ez a felismerés sok mindenre lehetőséget ad.

3.1.2.3.1. Általános forgásfelülettel határolt kapillárisban a nyomás hatása

Változás az eredőerőben és a kritikus peremszögben lesz. A gravitációt továbbra is elhanyagoljuk. Az eredőerő:

$$F_e = F_{\sigma}^{cap} + F_g + F_p$$

, ahol F_p a p nyomás hatására létrejövő erő, amely így írható fel: $F_p = \pi r(x)^2 p$

Innen a kritikus peremszög az alábbi szerint módosul:

$$\cos \theta_{cr} = \cos \alpha - \frac{pr(x) \sin \alpha}{2\pi\sigma_{l/g}}$$

3.1.2.3.2. Új mérési módszer a peremszög meghatározására

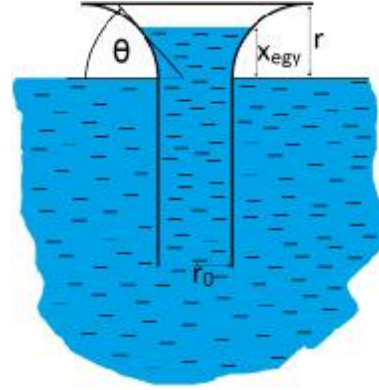
Az egyik lehetősége az előző összefüggésnek, miszerint $\theta_{cr} = \alpha$, hogy egy új mérési módszert dolgozzhatunk ki a peremszög meghatározására.

Ha a kapilláris alakja olyan, hogy az érintő folyamatosan változik és ezzel a kritikus peremszög, akkor ebben a tartományban mérhető a peremszög.

Vizsgáljuk ezt az elrendezést:

,ahol a kapilláris ilyen forgásfelülettel határolt. A folyadékból kiálló rész egy negyed kör forgásfelülete (negyed tórusz), a folyadékban lévő egy hengerfelület.

Ekkor a peremszög a következők szerint alakul:



$$\cos \theta = \frac{x_{egy}}{r} + \frac{\rho_l g \sqrt{r^2 - x_{egy}^2} \left((r_0^2 + 2r^2 + 2r_0 r) x_{egy} - \frac{x_{egy}^3}{3} - r(r_0 + r) \left(x + r \sin^{-1} \left(\frac{x_{egy}}{r} \right) \right) \right)}{2r\pi\sigma_{l/g} \left(r_0 + r - \sqrt{r^2 - x_{egy}^2} \right)} + \frac{p \sqrt{r^2 - x_{egy}^2} \left(r_0 + r - \sqrt{r^2 - x_{egy}^2} \right)}{2r\pi\sigma_{l/g}}$$

Mivel a kritikus peremszög egyenlő a peremszöggel, ezért ezen egyenlet alapján egy távolságmérés segítségével számítható a peremszög.

Ha a rendszer mérete elég kicsi, akkor a gravitációt hatása elhanyagolhatóan kicsi lesz a határfelületi jelenségekhez képest, ezért jól közelíthetjük a peremszög értékét. Valamint ekkor a felületi feszültség és a sűrűség is kiesik az egyenletből. A lényeg, hogy az egyenlet 2. tagja kicsi legyen. És ezt leginkább a rendszer méreteire vonatkozó tagokkal tudjuk befolyásolni.

Tehát ezek után nem marad más, mint a *távolságmérés és a rendszer méreteinek az ismerete a peremszög meghatározáshoz.*

Ez a konkrét elrendezés csakis a nedvesítő folyadékok peremszögének mérésére alkalmas.

Nézzünk egy példát:

Az anyagjellemzőket válasszuk a vizes oldatok nagyságrendileg jellemző értékeinek, az egyensúlyi emelkedési magasság pedig legyen $0,5 r$:

$$g \approx 10 \frac{m}{s^2}$$

$$\sigma_{l/g} \approx 0,1 \frac{J}{m^2}$$

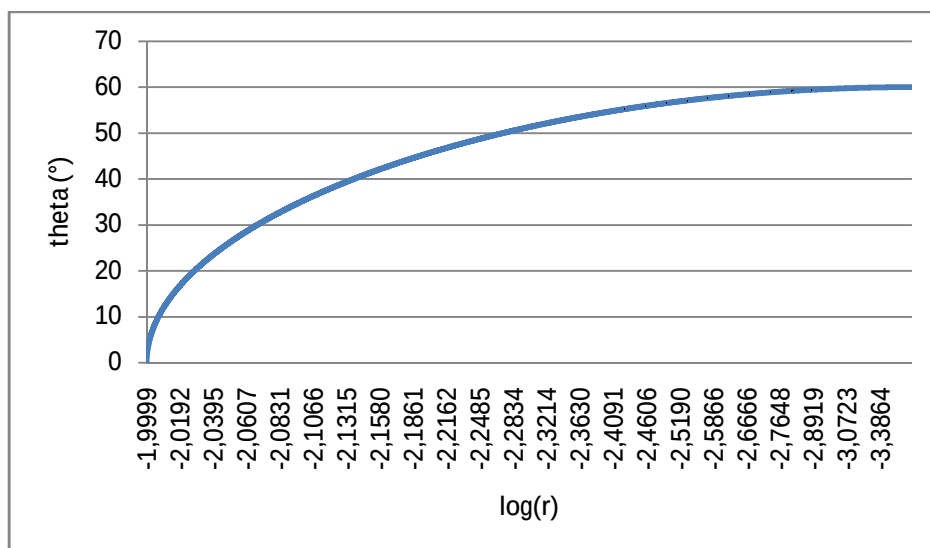
$$\rho_l \approx 1000 \frac{kg}{m^3}$$

$$r_0 = r$$

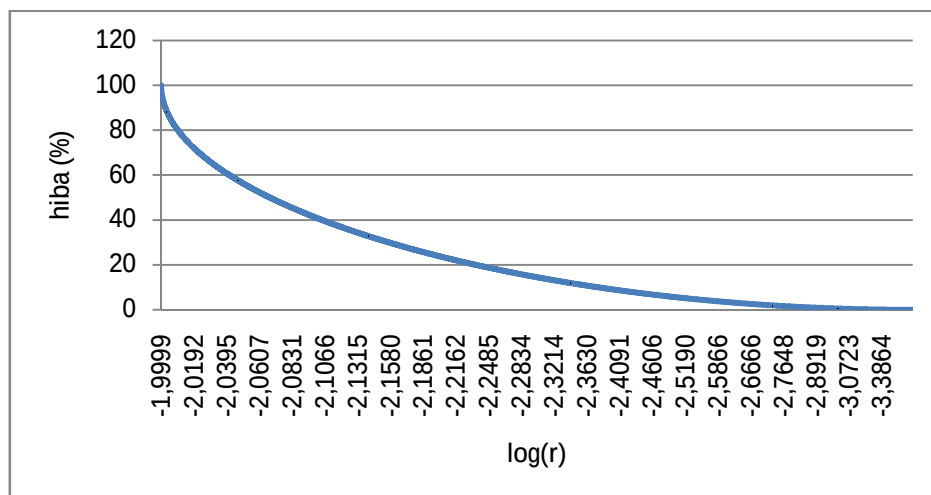
$$x_{egy} = \frac{r}{2}$$

Az egyszerűsített egyenlettel kapott peremszög 60° .

A valós peremszög a rendszer méretének függvényében:



Valamint az egyszerűsített egyenlet hibája a rendszer méretének függvényében:



Az eddigiekben használatos hevítő mikroszkópos mérések hibája jellemzően $\pm 5^\circ$.

A kapilláris emelkedéses mérés elméleti hibája (mérési hibát figyelmen kívül hagyva):

a rendszer jellemző mérete, r (mm)	hiba (%)	hiba ($^\circ$)
4,19	10	-6°
3,84	8,3	-5°
1,34	1	$-0,6^\circ$
0,42	0,1	$-0,06^\circ$
0,13	0,01	$-0,006^\circ$

Megfigyelhetjük, hogy 3,84 mm sugarú kapillárisnál már hasonló pontossággal mérhetünk, mint a hevítő mikroszkóppal. Egy megközelítőleg 1,5 mm sugarú kapilláris már-már analitikai pontossággal adja meg a peremszöget és még nem egy lehetetlenül kis méretről van szó. Valamint ha több méreten mérjük a peremszöget, amiből felállítunk egy diagramot, akkor egy megfelelő görbét ráillesztve a pontokra, extrapolálhatjuk a „0” méretű rendszerhez tartozó értéket, így megkapva a pontos értéket.

A pontosságon kívül ennek a mérésnek van egy másik előnye is, nevezetesen az, hogy „0°-nál kisebb peremszöget” is mérhetünk vele. Most itt álljunk meg egy kicsit. Mit is jelent az, hogy „0°-nál kisebb peremszög”?

A csepp alakjából következően ugyan nem mérhetünk a 0° és 180° közti szögtartományon kívül. De a fajlagos határfelületi energiák viszonya lehet olyan, hogy $\cos \theta$ értéke (Young-egyenlet) nagyobb, mint 1, vagy kisebb, mint -1. Igazából itt nem a peremszöget értelmezzük, hanem az adhéziós energiát.

Ehhez a méréshez ugyan már szükségesek az anyagjellemzők, de olyan értéket tudunk mérni, amit az eddigi módszerekkel képtelenek lettünk volna.

Egy példán keresztül bemutattam a peremszög mérésének egy egyszerű lehetőségét, de ez még kidolgozásra szorul, amit ebben a dolgozatban nem fejtek ki. Ez a téma egy külön Tudományos Diákköri munkát is kitesz.

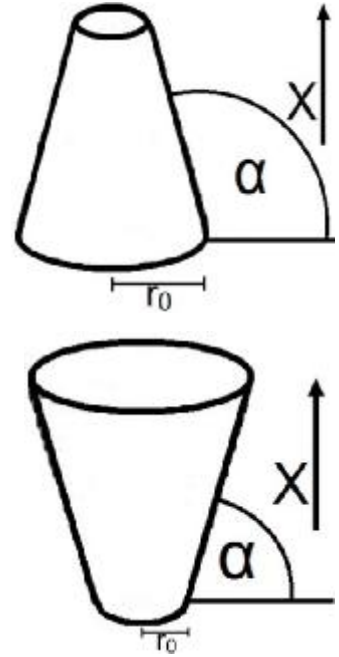
3.1.2.3.3. Kúpos kapilláris

Az előbbieken láthattuk, hogy forgásfelülettel határolt kapilláris esetén csak a sugár (r), x irányban történő változására van szükségünk az egyenletek felírásánál.

$$r(x) = r_0 + \cot(\alpha) x$$

$$F_\sigma^{cap} = \frac{2\pi\sigma_{l/g}}{\sin \alpha} (r_0 + \cot(\alpha) x)(\cos \theta - \cos \alpha)$$

$$F_g = -\rho_l g \pi \left(r_0^2 x + r_0 \cot(\alpha) x^2 + \frac{\cot^2(\alpha) x^3}{3} \right)$$



x_{egy} -re egy elég összetett kifejezést kapunk, mivel ez egy teljes harmadfokú egyenlet megoldása:

$$x_{egy} = \sqrt[3]{\frac{r_0^3}{2 \cot^3 \alpha} + \sqrt{\frac{r_0^6}{4 \cot^6 \alpha} + \frac{8\sigma_{l/g}^3}{\rho_l^3 g^3} \left(1 - \frac{3 \cos \theta}{\cos \alpha} + \frac{3 \cos^2 \theta}{\cos^2 \alpha} - \frac{\cos^3 \theta}{\cos^3 \alpha} \right)}} + \sqrt[3]{\frac{r_0^3}{2 \cot^3 \alpha} - \sqrt{\frac{r_0^6}{4 \cot^6 \alpha} + \frac{8\sigma_{l/g}^3}{\rho_l^3 g^3} \left(1 - \frac{3 \cos \theta}{\cos \alpha} + \frac{3 \cos^2 \theta}{\cos^2 \alpha} - \frac{\cos^3 \theta}{\cos^3 \alpha} \right)}} - \frac{r_0}{\cot \alpha}$$

A kritikus peremszöget itt nem az egyensúlyi emelkedési magasság nullává tételével számítottam, mivel az bonyolult lenne. Helyette inkább az eredőerő felírásakor nullával egyenlővé tettem azt, és egyúttal az összes x_{egy} helyére nullát írtam, amit csak meg kellett oldani θ_{cr} -ra.

$$\theta_{cr} = \alpha$$

,ahol az α nem függvénye a penetrációnak

3.1.2.3.3.1. A nyomás hatása kúpos kapillárisba való penetrációra

Az eredőerőhöz még hozzáadódik az F_p erő, ami p nyomás hatására jön létre.

$$F_p = \pi r(x)^2 p$$

Az egyensúlyi emelkedési magasság:

x_{egy}

$$= \sqrt[3]{\frac{r_0^3}{2 \cot^3 \alpha} + \frac{p}{\rho_l g} \left(\frac{p^2}{\rho_l^2 g^2} + \frac{3r_0^2}{2 \cot^2 \alpha} + \frac{3\sigma_{l/g}}{\rho_l g} \left(\frac{\cos \theta}{\cos \alpha} - 1 \right) \right)} + \sqrt{\left(\frac{r_0^3}{2 \cot^3 \alpha} + \frac{p}{\rho_l g} \left(\frac{p^2}{\rho_l^2 g^2} + \frac{3r_0^2}{2 \cot^2 \alpha} + \frac{3\sigma_{l/g}}{\rho_l g} \left(\frac{\cos \theta}{\cos \alpha} - 1 \right) \right) \right)^2 + \left(\frac{2\sigma_{l/g}}{\rho_l g} \left(1 - \frac{\cos \theta}{\cos \alpha} \right) - \frac{p^2}{\rho_l^2 g^2} \right)^3}$$

$$+ \sqrt[3]{\frac{r_0^3}{2 \cot^3 \alpha} + \frac{p}{\rho_l g} \left(\frac{p^2}{\rho_l^2 g^2} + \frac{3r_0^2}{2 \cot^2 \alpha} + \frac{3\sigma_{l/g}}{\rho_l g} \left(\frac{\cos \theta}{\cos \alpha} - 1 \right) \right)} - \sqrt{\left(\frac{r_0^3}{2 \cot^3 \alpha} + \frac{p}{\rho_l g} \left(\frac{p^2}{\rho_l^2 g^2} + \frac{3r_0^2}{2 \cot^2 \alpha} + \frac{3\sigma_{l/g}}{\rho_l g} \left(\frac{\cos \theta}{\cos \alpha} - 1 \right) \right) \right)^2 + \left(\frac{2\sigma_{l/g}}{\rho_l g} \left(1 - \frac{\cos \theta}{\cos \alpha} \right) - \frac{p^2}{\rho_l^2 g^2} \right)^3}$$

$$- \frac{r_0}{\cot \alpha} + \frac{3p}{\rho_l g}$$

A kritikus peremszög:

$$\cos \theta_{cr} = \cos \alpha - \frac{r_0 p \sin \alpha}{2\sigma_{l/g}}$$

3.2. Penetráció porózus belső felületű kapillárisokban

Az eddigi modellek azt feltételezték, hogy a kapilláris belső fala sík, de ez a természetben általában nem így van. Csakis akkor, ha az egykristályból épül fel. Más esetben egy szemcsés anyagról van szó. A szemcsék lehetnek gömbszerűek, tűsek, lemezesek, és ezekben természetesen más összefüggések érvényesek.

Ebben a fejezetben különböző modelleket állítok fel egyforma gömbszerű szemcsékből felépülő kapillárisok leírásához.

A módszerem alapvetően abból áll, hogy olyan modelleket vizsgállok, amelyeknek periodicitása van, ezzel kiküszöbölve a folyadék-gőz határfelület változását a penetráció irányában.

Valamint az egész számítást a hengeres kapillárisra vezetem vissza, így nem fogunk végtelenül (szó szerint végtelenül) bonyolult integrál kifejezésekbe ütközni. De a teljesség megkívánja, hogy ezeket a kifejezéseket is felírjam, az esetleges további lehetőségeket megalapozván.

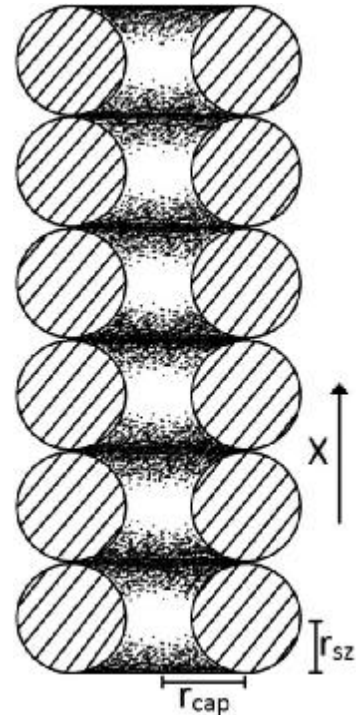
3.2.1. Tórusz modell

Első modellünkben, az egyszerűség kedvéért vizsgáljuk a szemcséket rétegenként egységként. Ezt legegyszerűbben úgy tehetjük meg, ha olyannak feltételezzük a belső morfológiát, mintha egyforma tóruszokat helyeznénk egymásra.

Általánosan így írhatnánk fel a szilárd-folyadék és a folyadék-gőz határfelületet:

$$A_{s/l}(x) = 2\pi \int_0^x r_{cap}(x) \sqrt{1 + \left(\frac{dr_{cap}(x)}{dx}\right)^2} dx$$

$$A_{l/g}(x) = \pi r_{cap}(x)^2$$



ahol $r_{cap}(x)$:

$$r_{cap}(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{2(2n-1)r_{sz}x - x^2 - ((2n-1)^2 - 1)r_{sz}^2} \right) + r_{cap}$$

Természetesen, mivel nem vagyunk számítógépek nem elvárható, hogy ilyen végtelen sorokat kezelni tudjunk.

Ezért azt fogjuk kiszámolni, hogy melyik 2 periódus között lesz az egyensúlyi folyadékszint.

Most csakis periódusokban fogunk gondolkodni.

A valódi morfológiánk 1 periódusának felületét jelöljük $A_{s/l(tórusz)}$ -szal, térfogatát pedig $V_{(tórusz)}$ -szal.

Ekkor bevezethetünk 2 konstans, ami az azonos magasságú és átmérőjű henger illetve tórusz felületének és térfogatának arányát adja meg.

$$f_1 = \frac{A_{s/l(tórusz)}}{A_{s/l(henger)}} \quad f_2 = \frac{V_{(tórusz)}}{V_{(henger)}}$$

$$F_{\sigma}^{cap} = \sigma_{l/g} \cos \theta \frac{df_1 A_{s/l(henger)}(x)}{dx}$$

$$F_g = -\rho_l g f_2 V_{(henger)}(x)$$

A konstansokat bevezetve a hengeres kapilláris levezetésébe megkaphatjuk egyszerűen egyenleteinket.

$$x_{egy} = \frac{2f_1 \sigma_{l/g} \cos \theta}{f_2 r_{cap} \rho_l g}$$

A kritikus peremszögről igazából nem kapunk különböző információt, mint az eddigiekben, mivel az attól függ, hogy honnan indítjuk a folyadékszintet (abban a pontban lévő érintő meredekségétől).

Mivel ennek az egyensúlyi emelkedési magasságnak nem tudjuk megmondani pontosan a bizonytalanságát, ezért egy kis átalakításra szorul a képlet, hogy egzaktabb megoldást kapjunk.

$$x_{egy} = \left[\frac{\frac{2f_1 \sigma_{l/g} \cos \theta}{f_2 r_{cap} \rho_l g}}{p} \right] p$$

, ahol $\left[\square \right]$ az egészrész függvényt jelenti

p a periódus nagyságát

És itt már tudjuk, hogy a valódi egyensúlyi emelkedési magasság x_{egy} és $x_{egy} + p$ közé esik.

Tehát minél kisebb a p értéke, annál kisebb a lehetséges hiba értéke.

A tóruszos modellünkre:

$$f_1 = \frac{4\pi r_{sz} (r_{cap} \frac{\pi}{2} - r_{sz})}{4\pi r_{sz} r_{cap}} = \frac{\pi}{2} - \frac{r_{sz}}{r_{cap}}$$

$$f_2 = \frac{r_{sz}^3 \pi \left(\frac{2r_{cap}^2}{r_{sz}^2} - \frac{\pi r_{cap}}{r_{sz}} + \frac{4}{3} \right)}{2\pi r_{sz} r_{cap}^2} = 1 - \frac{\pi r_{sz}}{2r_{cap}} + \frac{2r_{sz}^2}{3r_{cap}^2}$$

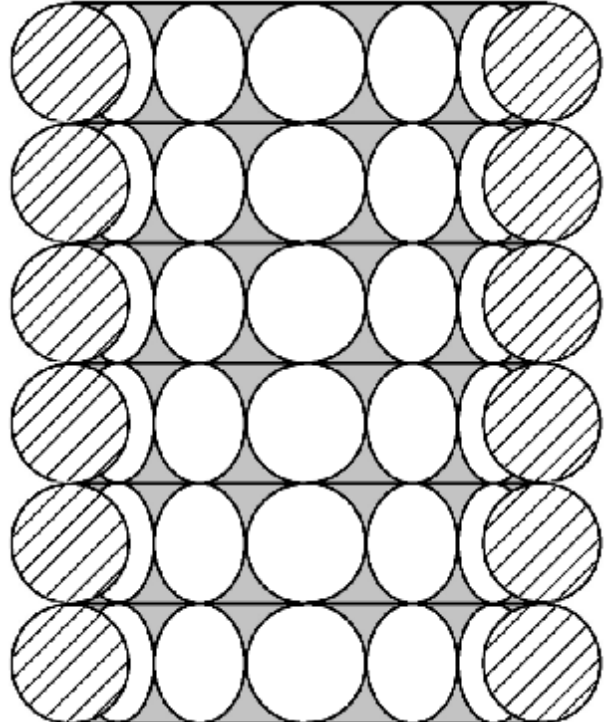
$$p = 2r_{sz}$$

3.2.2. Primitív rácsú modell

Az előzőleg levezetett közelítésben az a jó, hogy csupán 1 periódus térfogatára és felszínére van szükségünk.

Itt elhanyagoljuk azokat a felületeket, amelyek a szemcsék mátrixát adja.

És a 2 konstans bevezetésével közelíthetjük az egyensúlyi emelkedési magasságot.



A konstansok:

$$f_1 = \frac{2(2r_{sz} - nr_{cap}) \int_0^{2r_{sz}} \cos^{-1} \left(\frac{r_{cap}}{2\sqrt{x(2r_{sz} - x)}} \right) dx + 4r_{cap}r_{sz}\pi}{4\pi r_{sz}r_{cap}}$$

ahol az integrál:

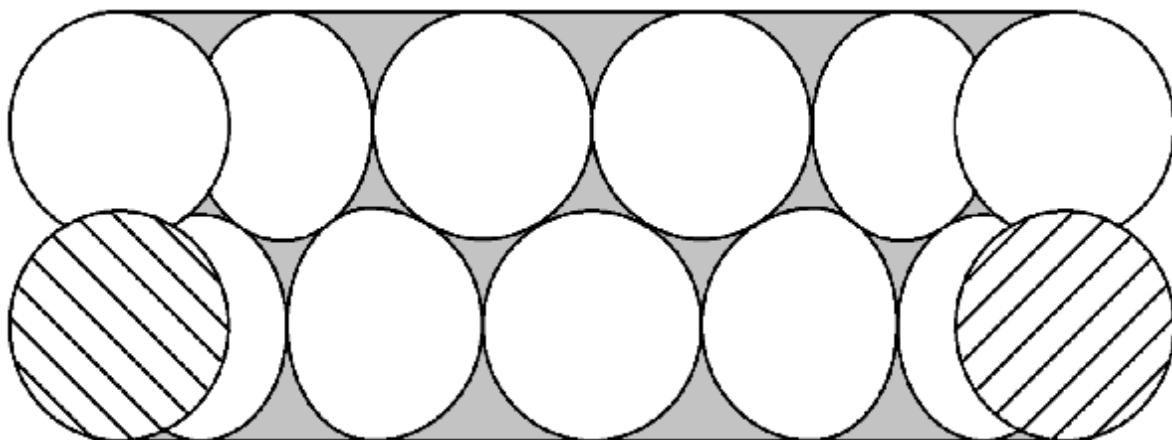
$$\begin{aligned} \int \cos^{-1} \left(\frac{1}{2\sqrt{\frac{x(\frac{2r}{c} - \frac{x}{c})}{c}}} \right) dx = \\ \left(c \sqrt{-\frac{c^2 + 4x(x - 2r)}{c^2}} \left(c \log \left(\sqrt{c^2 + 4x(x - 2r)} - 2r + 2x \right) - \right. \right. \\ \left. \left. 2r \log \left(c \sqrt{c^2 + 4x(x - 2r)} + c^2 + 4r(x - 2r) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. 2r \log(x - 2r) \right) \right) / \\ \left(2\sqrt{c^2 + 4x(x - 2r)} \right) + x \cos^{-1} \left(\frac{1}{2\sqrt{-\frac{x(x - 2r)}{c^2}}} \right) + \text{constant} \end{aligned}$$

$\cos^{-1}(x)$ is the inverse cosine function
 $\log(x)$ is the natural logarithm $c = r_{cap}, r = r_{sz}$

$$\begin{aligned} f_2 = 2\pi r_{sz}r_{cap}^2 - \frac{\int_0^{2r_{sz}} \cos^{-1} \left(\frac{r_{cap}}{2\sqrt{x(2r_{sz} - x)}} \right) (2x(2r_{sz} - x) + r_{cap}^2) dx}{2\pi r_{sz}r_{cap}^2} \\ - \frac{r_{cap} \int_0^{2r_{sz}} \sqrt{x(2r_{sz} - x) - r_{cap}^2} + \frac{r_{cap}^3}{\sqrt{x(2r_{sz} - x)}} - \frac{r_{cap}^4}{4x(2r_{sz} - x)} dx}{2\pi r_{sz}r_{cap}^2} \end{aligned}$$

$$p = 2r_{sz}$$

3.2.3. Szoros rácsú modell



Az f_1 és az f_2 megegyezik az előzővel, csak a p értéke más.

$$p = \sqrt{3}r_{sz}$$

3.3. A penetráció, mint transzportjelenség

Az eddigi számítások során minden alkalommal fel kellett írunk az eredőerőt ahhoz, hogy valamilyen eredményre jussunk. Majd nullával egyenlővé tettük. Viszont a viszkozitást elhanyagoltuk, mert az eddigiekben az egyensúlyt nem befolyásolta, jelen esetben pedig túlságosan bonyolulttá tenné. Tehát továbbra sem számolunk vele, így ezek csak kis viszkozitású folyadékokra érvényes összefüggések.

Most nem fogjuk nullával egyenlővé tenni az eredőerőt, hanem Newton után használjuk, hogy:

$$F_e = m \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

a) Folyadék-gőz határfelületre merőleges falú kapillárisra a tömeg általánosan:

$$m = \rho_l A x(t)$$

Tehát az alábbi differenciál egyenletet írhatjuk fel:

$$\rho_l A x(t) \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \rho_l g A x(t) - K \sigma_{l/g} \cos \theta = 0$$

A differenciálegyenletet megoldva, valamint az alábbi helyettesítéseket alkalmazva:

$$a = \rho_l A$$

$$b = \rho_l g A$$

$$c = K \sigma_{l/g} \cos \theta$$

$$t = \pm \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{\frac{2c}{a} \ln|x| - \frac{2b}{a} x + C_1}}$$

,ahol C_1 az integrálási állandó, amit az alapján határozhatunk meg, hogyha $x = x_{egy}$, akkor a rendszer sebessége nulla

$$C_1 = \frac{2K\sigma_{l/g} \cos \theta}{A\rho_l} \left(1 - \ln \left| \frac{K\sigma_{l/g} \cos \theta}{A\rho_l g} \right| \right)$$

Egzakt megoldás nem adható az integrálra, csak numerikusan használható az egyenlet.

Ha figyelembe vesszük a nyomáskülönbséget is:

$$\rho_l A x(t) \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \rho_l g A x(t) - K \sigma_{l/g} \cos \theta - pA = 0$$

$$c = K \sigma_{l/g} \cos \theta + pA$$

$$C_1 = \frac{2K\sigma_{l/g} \cos \theta}{A\rho_l} \left(1 - \ln \left| \frac{K\sigma_{l/g} \cos \theta}{A\rho_l g} \right| \right) - \frac{2p}{\rho_l} \ln \left| \frac{K\sigma_{l/g} \cos \theta}{A\rho_l g} \right|$$

b) Ferde hasábú kapillárisra, ami változik az egyenes hasábhöz képest:

A differenciálegyenlet:

$$\rho_l A x(t) \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \rho_l g A \sin \alpha x(t) - \frac{K \sigma_{l/g} \cos \theta}{\sin \alpha} = 0$$

A helyettesítések:

$$b = \rho_l g A \sin \alpha$$

$$c = \frac{K \sigma_{l/g} \cos \theta}{\sin \alpha}$$

Az integrálási állandó:

$$C_1 = \frac{2K \sigma_{l/g} \cos \theta}{A \rho_l \sin \alpha} \left(1 - \ln \left| \frac{K \sigma_{l/g} \cos \theta}{A \rho_l g \sin^2 \alpha} \right| \right)$$

A nyomáskülönbség hatása:

A differenciálegyenlet:

$$\rho_l A x(t) \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \rho_l g A \sin \alpha x(t) - \frac{K \sigma_{l/g} \cos \theta}{\sin \alpha} - p A = 0$$

A helyettesítés:

$$c = \frac{K \sigma_{l/g} \cos \theta}{\sin \alpha} + p A$$

Az integrálási állandó:

$$C_1 = \frac{2K \sigma_{l/g} \cos \theta}{A \rho_l \sin \alpha} \left(1 - \ln \left| \frac{K \sigma_{l/g} \cos \theta}{A \rho_l g \sin^2 \alpha} \right| \right) - \frac{2p}{\rho_l} \ln \left| \frac{K \sigma_{l/g} \cos \theta}{A \rho_l g \sin^2 \alpha} \right|$$

3.4. Nanostrukturált felületek nedvesíthetősége és a kritikus peremszög

A nanostrukturált felületek nedvesíthetőségénél a kapilláris jelenség meghatározó szerepű. Azzal, hogy különböző alakzatokat hozunk létre a felületen, befolyásolni tudjuk, hogy 1-1 folyadék milyen látszólagos peremszöggel nedvesíti, vagy éppen nem nedvesíti a felületet.

Ez nagyon hasznosnak bizonyul nagyon sok helyen. Csak néhány példa; öntisztuló felületek, például üvegek, amelyekre nem szárad rá a vízkő. Magasabb épületek esetén igen hasznos lehet, mert nincs szükség „légtornász” ablaktisztítókra. Heterogén csíráképződés során a bevitt szemcsék struktúrájával befolyásolni tudjuk, mennyire nedvesíti azt a folyadék/olvadék. Így a kritikus csíráméretet tág határok közt megválaszthatjuk a megfelelő nedvesíthetőséggel, valamint szuper-hidrofób csírák illetve szemcsék létrehozásával túlhűtött folyadékokat állíthatunk elő.

Alapvetően a nanostrukturált felületek nedvesíthetőségét a Young-Dupré-egyenlet írja le:

$$\cos \theta = f_{s/l}(1 + \cos \theta^o) - 1$$

,ahol $f_{s/l}$ a felületkitöltési tényező

θ a strukturált felületen érvényes peremszög

θ^o a sík felületen érvényes peremszög

A technológiák elsődleges célja, hogy minél kisebb felületkitöltési tényezőjű struktúrát állítsanak elő, mert ezzel növelhető a látszólagos peremszög értéke. Itt kell megjegyezni, hogy egy strukturált felületen, ha a sík felületen érvényes peremszög nem haladja meg a kritikus peremszöget, akkor behatol a pórusokba, és 1-nél nagyobb felületkitöltési tényezőt kapunk. Ami azt eredményezi; ahelyett hogy növeltük volna a látszólagos peremszöget, még kisebb lesz.

Azzal, hogy ritkábban hozunk létre a felületen „oszlopokat” illetve lyukakat, ugyan csökkenthető a felületkitöltés, de a folyadék-gőz határfelület belógása miatt hozzáérhet a szubsztráthoz, ami a felületkitöltés növekedését eredményezi.

Tehát egy fontos paraméter még az, hogy mekkora az a legnagyobb távolság, amit a határfelületnek át kell hidalnia. Ezt d_{max} -sal fogjuk jelölni a következőkben.

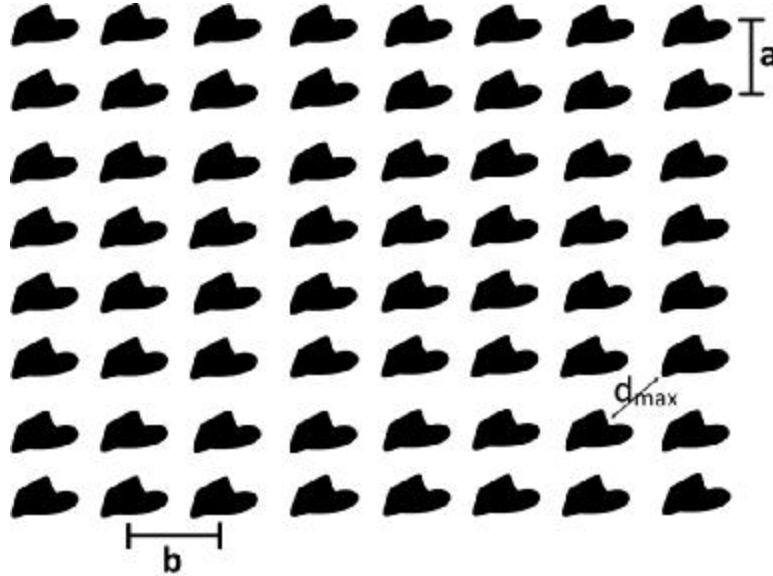
Alapvetően megkülönböztethetünk 2 féle nanostrukturált felületet; az egyik, amelyiken kiálló részek vannak, a másik amelyiken „lyukak” találhatóak.

Dolgozatomban többféle struktúrát írok le kritikus peremszög, d_{max} , illetve felületkitöltés szempontjából. Az x vektor ezen túl a szubsztrát irányába mutat. Az egyensúlyi behatolási mélységet az egyszerű esetekben nincs értelme számolnunk, mivel a kapilláris erő és a gravitációs erő vektorának iránya megegyezik, tehát ha behatol a folyadék a pórusokba, akkor azokat egyből kitölti. Ennek az lesz a feltétele, hogy a kritikus peremszög állandó legyen a penetráció során. Ekkor a megnövekvő hidrosztatikai nyomás hatására a valóságban nőni fog a kritikus peremszög. Tehát ekkor már ahhoz, hogy megálljon a penetráció, nem elég a 0 helyen érvényes peremszög fölé emelkednie a peremszögnek (pl.: hőmérséklet, vagy koncentráció változás hatására), hanem attól valamivel nagyobb peremszög szükséges.

Viszont majd látjuk, hogy általánosságban a kritikus peremszög függvénye a behatolási mélységnek. Ha a kritikus peremszög tág határok közt dinamikusan változik a penetráció során, akkor jól meghatározható a megállás pontos helye, így a felületkitöltés is számítható, amiből pedig a nanostrukturált felületen érvényes, úgynevezett látszólagos peremszöget tudjuk számítani.

3.4.1. Egyenes hasábokkal strukturált felületek

a) Kiálló hasábok



Vegyünk egy felületet, amelyen n darab ilyen alapú egyenes hasáb található.

A folyadék-gőz határfelület nem függvénye az x iránynak, tehát: $\frac{dA_{l/g}(x)}{dx} = 0$

A szilárd-folyadék határfelület így írható fel: $A_{s/l}(x) = n(A + Kx)$, ahol A és K a hasáb párhuzamos síkmetszetének területe és kerülete.

Ekkor a kapilláris erő:

$$F_{\sigma}^{cap} = nK\sigma_{l/g} \cos \theta$$

A gravitáció igazából ebben a mérettartományban elhanyagolható, de a pontosság kedvéért írjuk fel.

Osszuk 2 részre a gravitációs erőt. Egyik, ami a penetráció során beáramlott folyadék térfogatából adódik $F_{g(p)}$, a másik, ami a felület fölött lévő csepp nagyságából származó hidrosztatikai vagy más nyomásból adódik $F_{g(h)}$.

$$F_{g(p)} = \rho_l g x (A_f - nA)$$

$$F_{g(h)} = p(A_f - nA)$$

, ahol A_f a felületünk nagysága, amely felírható így: $A_f = nab$

p a hidrosztatikai nyomás, vagy más forrásból származó nyomás (pl. amikor a felületre cseppen a csepp, a lassulás közben nyomást fejt ki a felületre)

A kritikus peremszög alapvetően 90°, viszont erre a nyomás az alábbiak szerint van hatással:

$$\cos \theta_{cr} = -\frac{p(ab - A)}{K\sigma_{l/g}}$$

A felületkitöltési tényező:

$$f_{s/l} = \frac{A}{ab}$$

b) Bemetszett hasábok

Elviekben ez teljesen megegyezik az előző esettel.

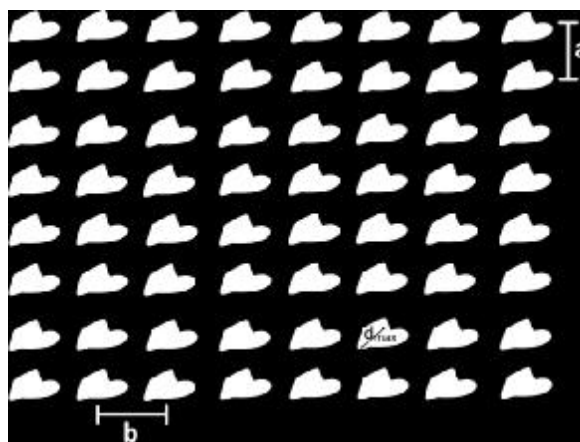
$$F_{\sigma}^{cap} = nK\sigma_{l/g} \cos \theta$$

$$F_{g(p)} = n\rho_l g x A$$

$$F_{g(h)} = npA$$

$$\cos \theta_{cr} = -\frac{pA}{K\sigma_{l/g}}$$

$$f_{s/l} = 1 - \frac{A}{ab}$$



3.4.1.1. z oldalú, szabályos sokszög alapú egyenes hasábbal strukturált felület



Az előző általános egyenletekből kiderül, mint már megszokhattuk az előző fejezetekben, hogy a kerületre illetve az alap területére van szükségünk az egyenletek felírásához.

Jelöljük r -rel a köré írható kör sugarát.

$$A = \frac{zr^2 \sin\left(\frac{360^\circ}{z}\right)}{2} \qquad K = 2r \sin\left(\frac{180^\circ}{z}\right)$$

A kritikus peremszög, ha behelyettesítjük a 2 kifejezést:

$$\cos \theta_{cr} = - \frac{p \left(ab - \frac{zr^2 \sin\left(\frac{360^\circ}{z}\right)}{2} \right)}{2r\sigma_{l/g} \sin\left(\frac{180^\circ}{z}\right)}$$

Most megpróbálom a sokszög alapú hasábok közül megkeresni azt, amelyiknél a legkisebb felületkitöltés valósítható meg, ugyanazon d_{max} mellett.

$$f_{s/l} = \frac{zr^2 \sin\left(\frac{360^\circ}{z}\right)}{2ab}$$

$$d_{max} = \sqrt{a^2 + b^2} - 2r \cos\left(\frac{180^\circ}{z}\right)$$

Az $f_{s/l}$ kifejezhető d_{max} -szal.

$$f_{s/l} = \frac{(\sqrt{a^2 + b^2} - d_{max})^2}{4ab} z \tan\left(\frac{180^\circ}{z}\right)$$

Deriváljuk z szerint és egyenlővé tesszük nullával.

$$\sin\left(\frac{360^\circ}{z}\right) = \frac{360^\circ}{z}$$

Ez teljesül akkor, ha z végtelenbe tart, mert ekkor a tört értéke tart a nullához, és $\sin 0^\circ = 0$.

Tehát az optimális felületkitöltéssel a kör homlokfelületű struktúrák rendelkeznek.

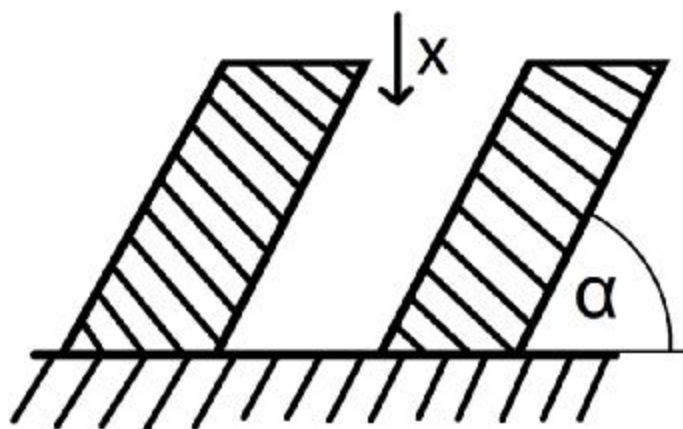
Ekkor a kritikus peremszög, a felületkitöltés és a d_{max} :

$$\cos \theta_{cr} = -\frac{p(ab - r^2\pi)}{2r\pi\sigma_{l/g}} \quad f_{s/l} = \frac{r^2\pi}{ab} \quad d_{max} = \sqrt{a^2 + b^2} - 2r$$

Mivel bebizonyosodott, hogy az optimális a kör homlokfelületű struktúra, ezért specifikusan ilyenekkel fogok foglalkozni elsősorban.

3.4.2. Ferde hengerekkel strukturált felület

a) Kiálló hengerek



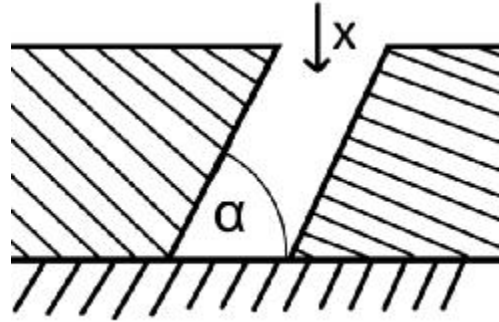
A folyadék-gőz határfelület nem függ a behatolástól, tehát még viszonylag könnyű dolgunk van. A ferde hasábokat továbbra is egy $a \times b$ oldalú rács rácspontjain helyezzük el. A kritikus peremszög viszonylag könnyen kifejezhető:

$$\cos \theta_{cr} = -\frac{p(ab - r^2\pi) \sin^2 \alpha}{2r\pi\sigma_{l/g}}$$

Belátható, hogy a felületkitöltés és a d_{max} teljesen megegyezik az előzővel, mivel a homlokfelületen nem változtattunk. Talán azt meg kell említeni, hogy itt a folyadék-gőz határfelület belógása kisebb d_{max} esetén is plusz kontaktust eredményezhet a szilárd felülettel, ami növeli a felületkitöltés nagyságát (az α szögű hajlás miatt).

b) Bemetszett hengerek

Igazából ez nem jelent túlságosan más dolgot, csak a teljesség kedvéért írom le a 3 paraméter meghatározását.



$$\cos \theta_{cr} = -\frac{pr \sin^2 \alpha}{2\sigma_{l/g}}$$

$$f_{s/l} = 1 - \frac{r^2 \pi}{ab}$$

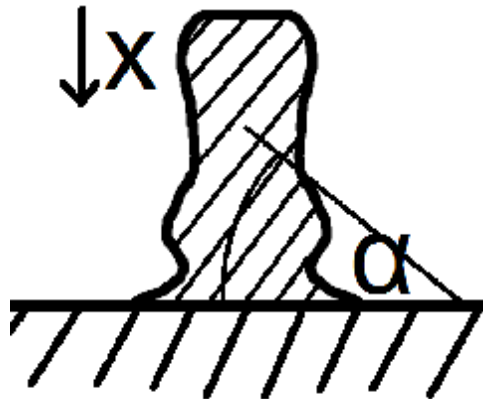
$$d_{max} = 2r$$

3.4.3. Általános forgásfelülettel strukturált felület

Hasonlóan fogunk eljárni, mint az általános forgásfelülettel határolt kapilláris esetében. Viszont itt megegyezik a gravitáció illetve a határfelületi erő iránya, tehát a gravitáció hatása növelni fogja a kritikus peremszöget.

a) Kiálló forgásfelületek

A folyadék-gőz és a szilárd-folyadék határfelület így írható általánosan:



$$A_{l/g}(x) = nab - n\pi r(x)^2$$

$$A_{s/l}(x) = nr_0^2 \pi + n2\pi \int_0^x r(x) \sqrt{1 + \frac{dr(x)}{dx}} dx$$

Valamint ugyanazt a felismerést felhasználva, mint az előzőekben; a gravitációt elhanyagolva és az extra nyomást figyelembe véve kapjuk a kritikus peremszöget.

$$\cos \theta_{cr} = \cos \alpha - \frac{p(ab - \pi r(x)^2) \sin \alpha}{2\pi r(x) \sigma_{l/g}}$$

A felületkitöltési tényezőt ha felírjuk, feltűnik, hogy az többé nem állandó, hanem mivel a kritikus peremszög a penetráció során dinamikusan változik, így a felületkitöltési tényező is változik.

$$f_{s/l} = \frac{A_{s/l}(x)}{nab}$$

Ez lehetőséget ad nekünk arra, hogy definiáljunk egy olyan peremszöget, amivel ha rendelkezik a folyadék, akkor a strukturált felület nincs rá hatással.

Mi is indokolja ezt?

Egészen egyszerűen, ha megnézzük a nanostrukturált felületek nedvesíthetőségére vonatkozó Young-Dupré-egyenletet kiderül, hogyha $f_{s/l} = 1$, az a sík állapottal egyezik meg, vagyis a peremszög ugyanaz lesz. Eddig erről nem beszélhattünk, mert ha meghaladta a kritikus peremszöget a peremszög értéke, a folyadék spontán elöntötte a réseket.

$$f_{s/l} = \frac{r_0^2 \pi + 2\pi \int_0^x r(x) \sqrt{1 + \frac{dr(x)}{dx}} dx}{ab} = 1$$

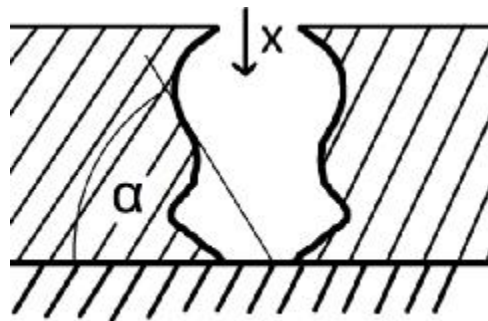
Ebből kifejezhetünk egy határmélységet x_{lim} , amelyet a kritikus peremszög képletében felhasználva kapunk egy határ peremszöget (θ_{lim}).

$$\cos \theta_{lim} = \cos \alpha(x_{lim}) - \frac{p(ab - \pi r(x_{lim})^2) \sin \alpha}{2\pi r(x_{lim}) \sigma_{l/g}}$$

A gravitációt ugyan elhanyagoltuk, de a konkrét számításoknál, azt is figyelembe kell venni, és behelyettesíteni az x_{lim} értékét.

b) Bemetszett forgásfelületek

Folyadék-gőz és szilárd-folyadék határfelületek:



$$A_{l/g}(x) = n\pi r(x)^2$$

$$A_{s/l}(x) = nab - nr_0^2 \pi + n2\pi \int_0^x r(x) \sqrt{1 + \frac{dr(x)}{dx}} dx$$

A kritikus peremszög:

$$\cos \theta_{cr} = \cos \alpha - \frac{pr(x) \sin \alpha}{2\sigma_{l/g}}$$

Felületkitöltés:

$$f_{s/l} = \frac{ab - r_0^2 \pi + 2\pi \int_0^x r(x) \sqrt{1 + \frac{dr(x)}{dx}} dx}{ab}$$

A határ peremszöget az eddigieknek megfelelően definiálhatjuk:

$$\frac{ab - r_0^2 \pi + 2\pi \int_0^{x_{lim}} r(x_{lim}) \sqrt{1 + \frac{dr(x_{lim})}{dx_{lim}}} dx_{lim}}{ab} = 1$$

$$\cos \theta_{lim} = \cos \alpha(x_{lim}) - \frac{pr(x_{lim}) \sin \alpha}{2\sigma_{l/g}}$$

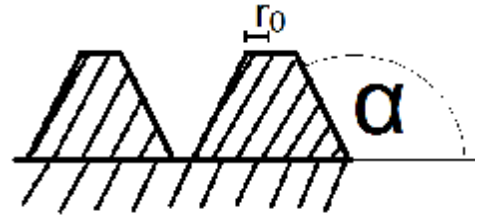
3.4.3.1. Kúpokkal strukturált felületek

Azzal, hogy különböző nyílásszögű kúpokat hozunk létre a felületen, tudjuk legegyszerűbben befolyásolni a kritikus peremszöget.

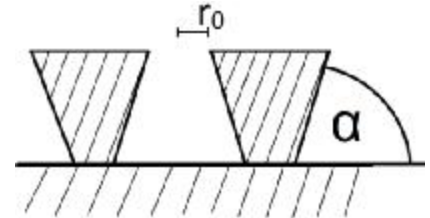
Itt megkülönböztethetünk 2 fajtát. Ha alapjával lefelé hozunk létre kúpot, a kritikus peremszög nagyobb lesz mint 90°, viszont ha csúcsával lefelé hozunk létre, akkor a kritikus peremszög kisebb lesz, mint 90°. Az utóbbi, amit kihasználhatunk szuperhidrofób felületek létrehozásánál. Ennek a korlátja az, hogy a kúp alkotója és a szubsztrát felülete közti szög lesz megközelítőleg a kritikus a peremszög, és így itt nem tudjuk 0°-ra csökkenteni a kritikus peremszöget.

a) Kiálló kúpok

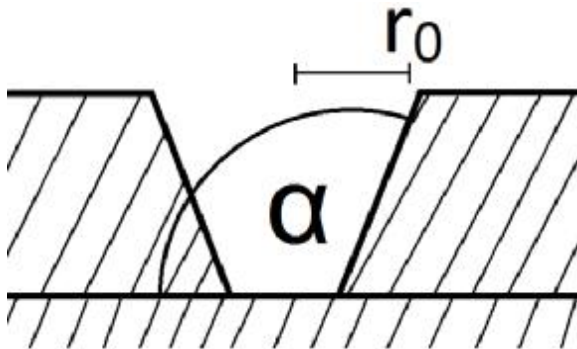
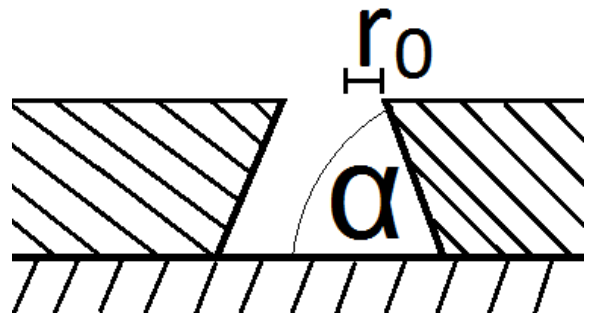
Kritikus peremszög:



$$\cos \theta_{cr} = \cos \alpha - \frac{p(ab - (r_0 - x \cot \alpha)^2 \pi) \sin \alpha}{2\pi r_0 \sigma_{l/g}}$$



b) Bemetszett kúpok



Kritikus peremszög:

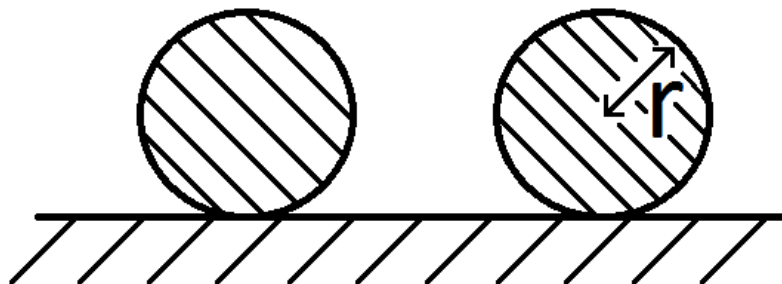
$$\cos \theta_{cr} = \cos \alpha - \frac{p(r_0 + x \cot \alpha) \sin \alpha}{2\sigma_{l/g}}$$

3.4.3.2. Gömbökkel strukturált felületek

Konkrétan itt arra kell gondolnunk, hogy a sík felületből (szubsztrátból) kiálló „szemcsék” vannak, vagy a sík felület alatt van egy „gömbszerű” pórus, amely akár keletkezhet melegítés/oldás hatására, vagy gáz zárványt metszettünk el a sík felület létrehozásakor. Melegítésen értsük azt, hogy a felületbe olyan szemcsék nyomódtak bele, vagy ott zárványok vannak, amelyeknek olvadáspontja alacsonyabb, mint a mátrix anyagé, és onnan olvadás után kifolytak, elpárologtak, vagy szublimáltak. Oldáson értsük azt, hogy esetlegesen a penetráló folyadék oldja a zárványokat (pl.: só kristály zárványokat a víz jól oldja), vagy a felület kimunkálása során érintkezett olyan folyadékkal, amely kioldotta belőle az anyagot.

Ekkor ott marad nekünk egy „gömbszerű” rés, amely strukturált felületként viselkedik, és így a látszólagos peremszöget módosítja.

a) Kiálló gömbök



A kritikus peremszög itt már dinamikusan változik a teljes peremszög tartományban ($0^\circ - 180^\circ$). Vagyis majdnem a teljes szögtartományban, mert ha figyelembe vesszük a nyomás hatását is, akkor arra juthatunk, hogy kisebb peremszög esetén éri el a teljes kitöltést a folyadék, mint a 0° .

$$\cos \theta_{cr} = \cos(\alpha(x)) - \frac{\rho_l g x \left(ab - \pi x \left(r - \frac{x}{3} \right) \right) \sin \alpha}{2\pi \sigma_{l/g}} - \frac{p(ab - x(2r - x)\pi) \sin \alpha}{2\pi \sigma_{l/g}}$$

Az α itt már függvénye x -nek a következő módon:

$$\cot \alpha = \frac{r - x}{\sqrt{x(2r - x)}}$$

Itt már lenne értelme egyensúlyi behatolást számolnunk. A dolgunk annyi lenne, hogy a kritikus peremszög egyenletébe az x helyére x_{egy} -t, θ_{cr} helyére θ -t írva, abból kifejezzük x_{egy} -t. Ezt nem teszem most meg, mert teljes harmadfokú egyenletre vezetne.

A felületkitöltés a penetráció függvénye, tehát más peremszögű folyadéknak más felületkitöltési tényező lesz érvényben.

$$\cos \theta = f_{s/l}(x)(1 + \cos \theta^o) - 1$$

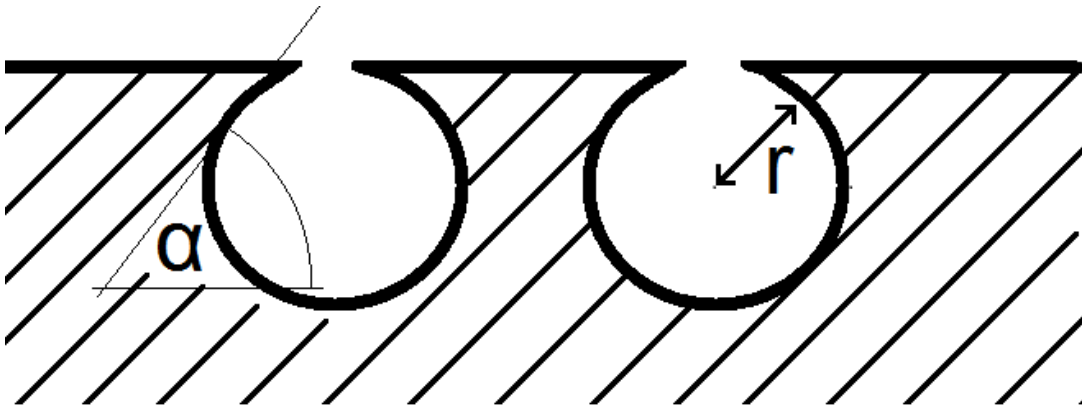
$$f_{s/l} = \frac{2rx\pi}{ab}$$

A határmélység:

$$x_{lim} = \frac{ab}{2r\pi}$$

b) Bemetszett gömbök

$$r(x) = r_0 + \sqrt{x(2r - x)}$$

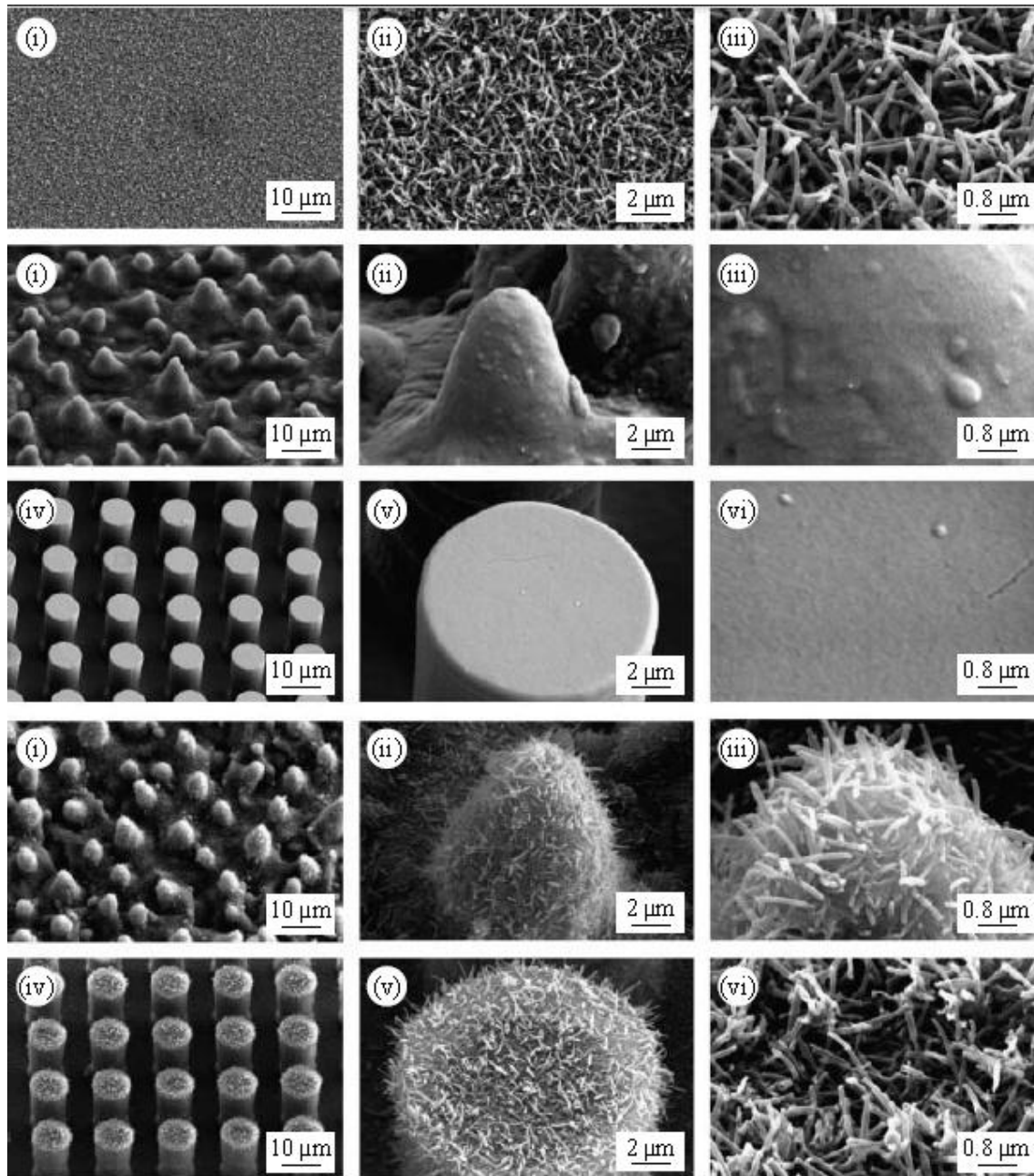


$$\cos \theta_{cr} = \cos \alpha - \frac{\rho_l g \left(ab - \pi \int_0^x \left(r_0 + \sqrt{x(2r - x)} \right)^2 dx \right) \left(r - \frac{x}{3} \right) \sin \alpha}{2\sigma_{l/g} \sqrt{x(2r - x)}} - \frac{p \left(r_0 + \sqrt{x(2r - x)} \right) \sin \alpha}{2\sigma_{l/g}}$$

$$f_{s/l} = \frac{ab - r_0^2 \pi + 2\pi r x}{ab}$$

$$x_{lim} = \frac{r_0^2}{2r}$$

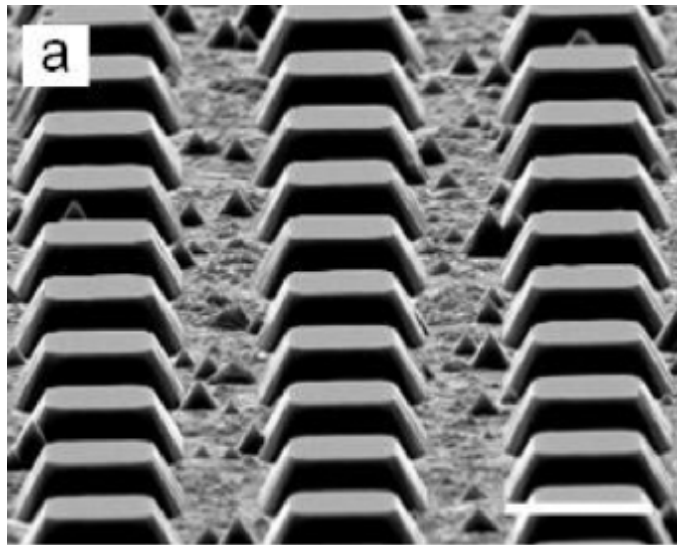
3.4.4. Néhány példa az irodalomból nanostrukturált felületekre, és azok SEM képére



Néhány strukturált felület SEM képe [7]

Ezekben a felületekben a közös az, hogy a felületkitöltés próbálják csökkenteni, viszont közben a kritikus peremszög vagy változatlan marad, vagy nő. Igazából pedig jobb lenne csökkenteni a kritikus peremszöget, mert akkor több fajta folyadék látszólagos peremszögét tudná emelni a strukturált felület.

a)

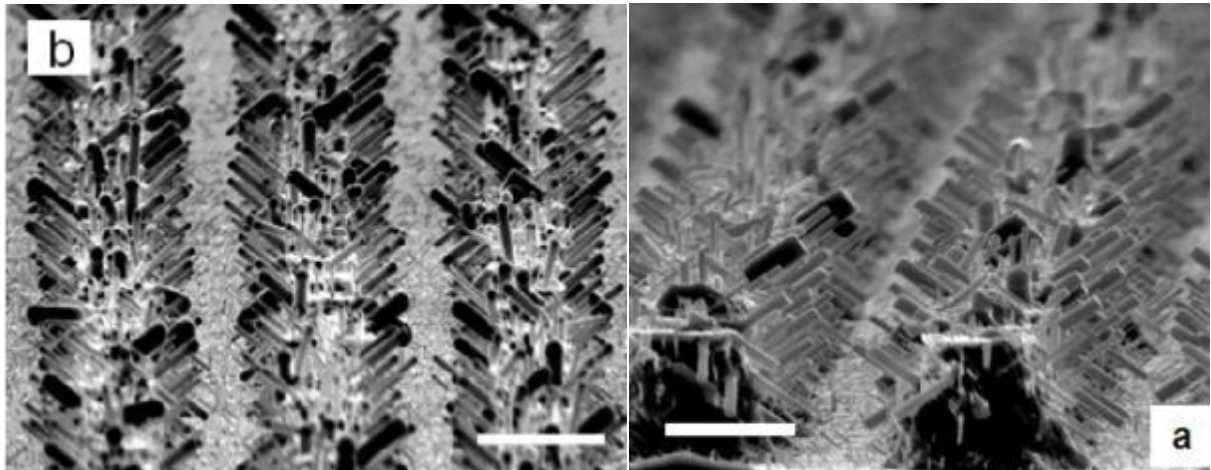


KOH-os maratással kialakított Si szigetek, (100) Miller-indexű szubsztráton, SiO_2 bevonattal [6]

Ennek a felületnek a bemutatása határfelületi erők szempontjából viszonylag könnyen megvalósítható, mivel a struktúra rendezetten helyezkedik el.

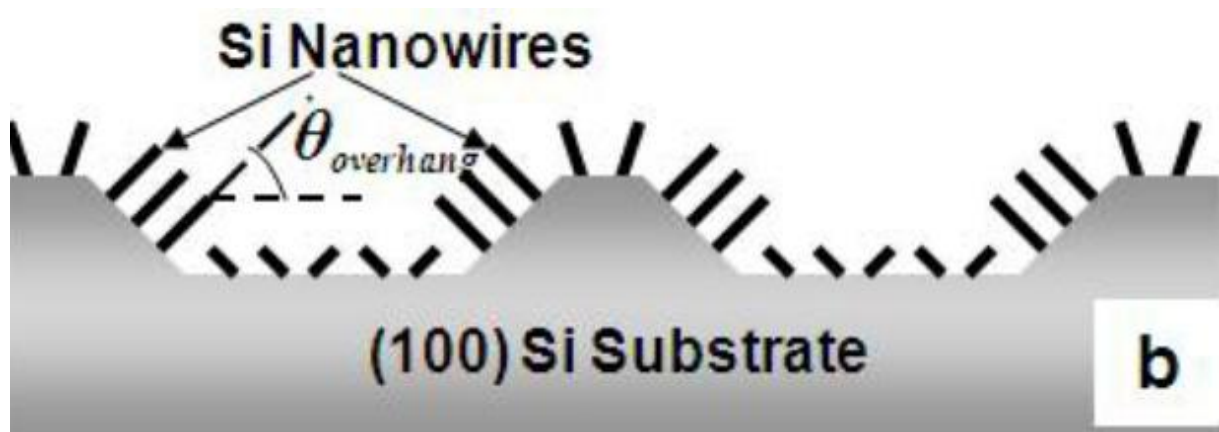
A kiálló struktúrák metszetét tekinthetjük téglalapoknak, és ezt felhasználva minden kiszámolható.

b)



Si szigetekre, Si nanoszálak vannak növesztve [6]

Erre már nem nagyon tudnánk mit kapni az egyenletekből, mivel a szálak elhelyezkedése teljesen véletlenszerű.



Sematikus ábra a Si szigetek metszetéről [6]

Az ábrában jelölt kritikus peremszög ($\theta_{overhang}$) nem teljesen igaz így. A felületre növesztett szálak nem a kritikus peremszögre vannak igazából hatással, hanem a felületkitöltésre. Mivel a szálak átlagban túlnyúlnak a bordán, ezért a felületet felfoghatjuk, mint egy ferde hasábokkal strukturált felület. És mint az előzőekben láttuk attól, hogy ferde hasábokat hozunk létre, még a kritikus peremszög 90° marad.

A kritikus peremszög inkább egy másik elvet követve határozható meg. Mivel a szálak homlokfelülete nagyjából követi a bordás struktúra vonalát, így a homlokfelületet felfogva folyamatos felületként a hozzá húzott érintővel, határozható meg a kritikus peremszög. Tehát éppen ellenkező dolog történik, mint az ábrán jelölve; a kritikus peremszög nagyobb lesz, mint 90° .

Ha megvizsgáljuk csupán a kapilláris erő általános képletét még jobban megérthetjük, miért is alakul így a kritikus peremszög.

$$F_\sigma^{cap} = \sigma_{l/g} \left(\cos \theta \frac{dA_{s/l}}{dx} - \frac{dA_{l/g}}{dx} \right)$$

A szilárd-folyadék határfelület gradiense pozitív, a folyadék-gőz határfelületé negatív (egyre több szilárd-folyadék határfelületünk van és egyre kevesebb folyadék-gőz határfelületünk).

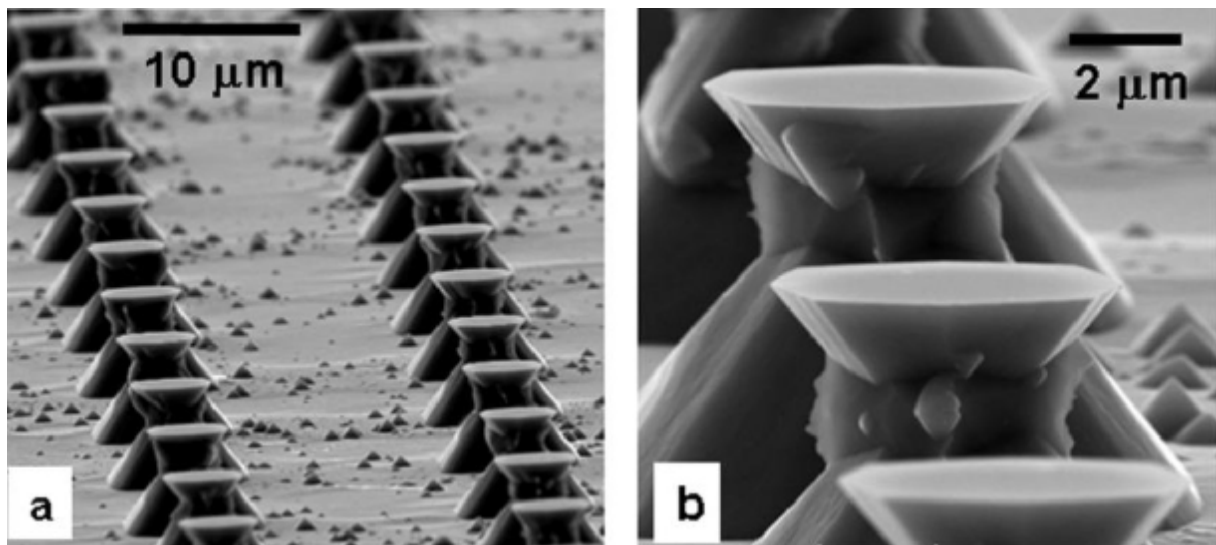
Az előjeleket felhasználva mondhatjuk, hogy:

$$\cos \theta_{cr} < 0$$

Tehát:

$$\theta_{cr} > 90^\circ$$

c)

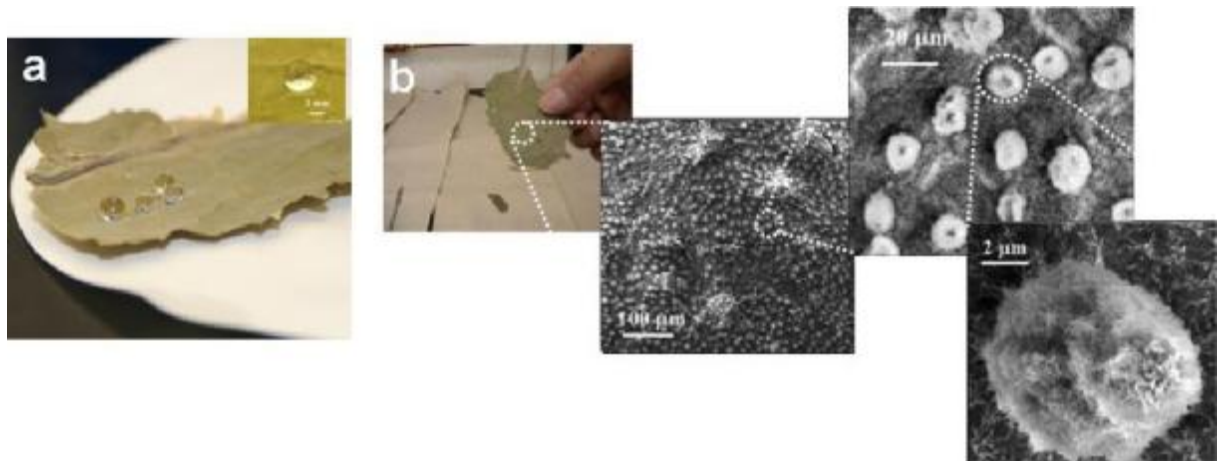


Összetett Si pilléres szerkezet [6]

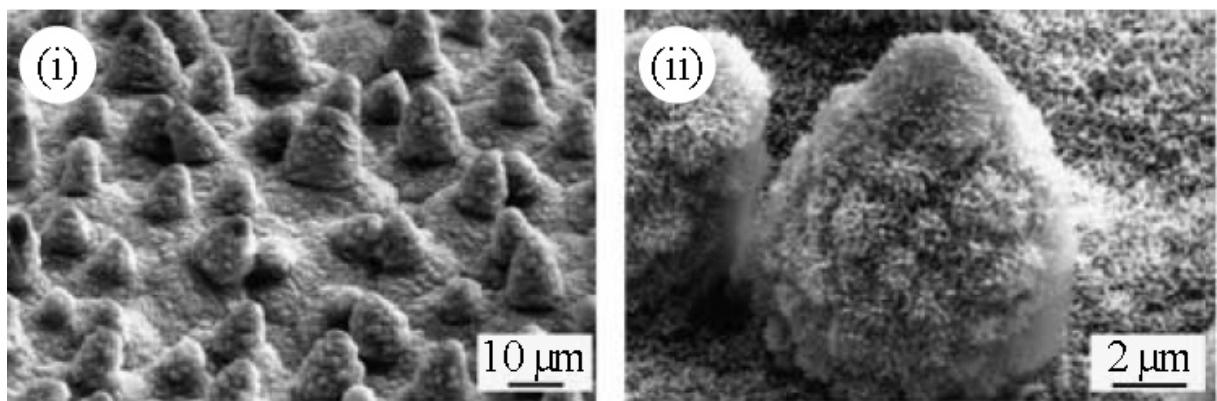
A struktúrában az a nagyszerű, hogy úgy viselkedik alapvetően, mintha csak a felső kúp lenne, viszont sokkal stabilabban rögzített a felületen a nagyobb alapfelület miatt. A kritikus peremszög, mint az előzőekben láttuk a felső kúp alkotója és a szubsztrát által bezárt szöggel egyenlő.

Ez a struktúra biztosítja a kritikus peremszög csökkentését, valamint elég kicsi felületkitöltés valósítható meg és mégis az alaplappal nagyobb lehet, mint a homlokfelület.

d)



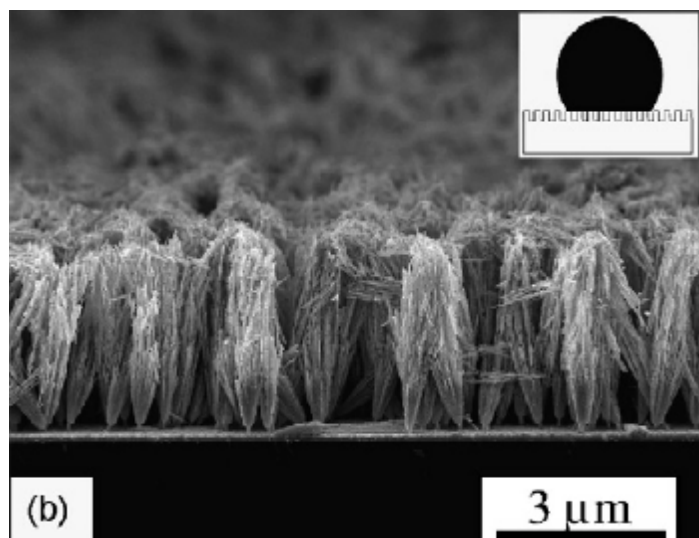
Lótusz levél nedvesítése, a bolyhok elhelyezkedése, 1 db bolyh képe [6, 7]



A lótusz levele híresen hidrofób felület, mivel nagyon kicsi felületkitöltést valósít meg, így nagyon nagy látszólagos peremszögek tapasztalhatóak. De a kritikus peremszög 90° -nál nagyobb kell hogy legyen a bolyhok kúpos struktúrájából adódóan.

e)

Ez egy egyszerű, alacsony felületkitöltést megvalósító felületi struktúra, amely a kritikus peremszögre gyakorlatilag nincs hatással.



ZnO oszlopok [8]

4. Összegzés

Az egyensúlyi emelkedési magasság meghatározásához sikeresen vezettem le sokkal általánosabb egyenletek, mint az eddig ismertek. Ezek akár egyszerűbben megjegyezhetők is, és egy kis geometriával széles morfológiai skálán felhasználható.

A dolgozatom legfőbb eredménye a kritikus peremszög meghatározásának általános formája, ami ezentúl lehetőségek tárházát nyitja meg.

A peremszög mérésére további elrendezések vizsgálata szükséges, és az elrendezések optimalizálásával minimalizálható a gravitáció hatása.

A porózus kapillárisok emelkedési magasságnak számítására kialakított modellt a jövőben szeretném kísérletekkel is igazolni, és megtalálni az optimális modellt, amellyel a hiba minimalizálható.

Valamint ez a modell felhasználható tömbi porózus anyagokba történő penetráció számítására, amelyet szintén kísérletekkel szeretnék bizonyítani.

A nanostrukturált felületek nedvesíthetőségét megmutattam, milyen módon függ a kritikus peremszögtől. Igazából azok a struktúrák érdekesek, amelyeknél a kritikus peremszög az x irány függvényében változik.

Végeztem több számítást is, mint amit a dolgozatban bemutatam, de azok még nem állnak bemutatásra készen. Viszont azt találtam, hogyha a felületen csúcsával lefelé álló, z oldalszámú gúlákat hozunk létre, a kritikus peremszög nem egyszerűen egy definiált érintő szögével lesz egyenlő, hanem máshogy alakul. Ezt beláthatjuk végső soron, mivel csak akkor érvényes a $\theta_{cr} = \alpha(x)$ egyenlet, ha adott x behatolásnál az érintő szöge a szilárd-folyadék-gőz határvonal minden egyes pontjában megegyezik. Tehát a z oldalú gúla lehetőséget adhat a kritikus peremszög 0° -ra csökkentésére, vagy éppen 180° -ra növelésére.

5. Irodalomjegyzék

- [1] http://en.wikipedia.org/wiki/Lotus_effect
- [2] G. Kaptay, Classification and general derivation of interfacial forces, acting on phases, situated in the bulk, or at the interface of other phases, Journal of Materials Science Vol. XL (2005) p. 2125 – 2131
- [3] A.B.D. Cassie and S. Baxter, Wettability of porous surfaces, Transaction of the Faraday Society Vol. XL (1944) p. 546-551
- [4] Robert N. Wenzel, Resistance of solid surfaces to wetting by water, Industrial and Engineering Chemistry Vol. XXVIII. NO. 8 (1936) p. 988-994
- [5] G. Kaptay, Kerámiával erősített fémmátrixú kompozitok gyártásának határfelületi vonatkozásai I. A határfelületi kritériumok levezetése, Jövőnk anyagai, technológiái, p. 201-208
- [6] Liangliang Cao, Superhydrophobic surface: design, fabrication, and application, University of Pittsburgh Swanson School of Engineering, Doctor os Philosophy Dissertation (2010 sept. 16.)
- [7] Bharat Bhushan, Yong Chae Jung and Kerstin Koch, Micro-, nano- and hierarchical structures for superhydrophobicity, self-cleaning and low adhesion, Philosophical Transactions of Royal Society A (2002) Vol. 367 p. 1931-1972
- [8] V. Khranovskyy, T. Ekblad, R. Yakimova and L. Hultman, Surface morphology effects on the light-controlled wettability of ZnO nanostructures, Elsevier Applied Surface Science Vol. 258 (2012) p. 8146-8152