



MISKOLCI EGYETEM
MŰSZAKI ANYAGTUDOMÁNYI KAR
TUDOMÁNYOS DIÁKKÖRI DOLGOZAT
3515 MISKOLC Egyetemváros



2D k- ϵ és 3D LES turbulencia modellek összehasonlítása mágnesesen kevert Ga-In olvadék numerikus szimulációja során

Készítette:

Nagy Csaba

II. éves Anyagmérnök MSc. hallgató

Konzulens:

Prof. Yves Fautrelle¹
professzor

Dr. Rónaföldi Arnold²
tudományos főmunkatárs

Dr. Roósz András³
egyetemi tanár

¹ Grenoble Institute of Technology, SIMAP/EPM Lab. – Franciaország

^{2,3} MTA-ME Anyagtudományi Kutatócsoport, Miskolc

2012. november

Köszönetnyilvánítás

"A Tudományos diákköri dolgozat a TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0008 jelű projekt részeként az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg."

Külön köszönet a SIMAP-EPM (Grenoble, Franciaország) laboratóriumnak.

Tartalomjegyzék

1	Bevezetés	1
2	A modellezni kívánt rendszer leírása	2
2.1	A kristályosító felépítése	2
2.2	A mágneses térben mozgó fémolvadék áramlástan leírása.....	3
2.3	Forgó mágneses térbe helyezett álló és forgó fémolvadéokra ható erő	4
3	A kutatáshoz használt szoftver, a FLUENT	6
4	A modellek felépítése, beállítása	9
4.1	Anyagjellemzők.....	9
4.2	Az olvadékot hajtó Lorenz erőter	9
4.3	RANS k- ϵ – geometria és beállítás	10
4.4	Large Eddy Simulation modellek	11
4.4.1	LES működése	11
4.4.2	A LES és a Kolmogorov elmélet összeférhetősége a vizsgált áramlással .	12
4.4.3	LES beállítása	14
4.5	Elmélet és előkészületek az összehasonlításokhoz	15
5	Eredmények	19
5.1	RANS modellek eredményei	19
5.2	LES eredmények és összehasonlítás a k- ϵ modellel	21
5.2.1	Szögsebesség	21
5.2.2	Primer áramlás – tangenciális sebességek	24
5.2.3	Szekunder áramlás.....	27
5.2.4	Turbulens kinetikus energia.....	33
5.3	LES eredmények összehasonlítása a Kolmogorov elmélettel	34
5.4	Turbulens energia elnyelődés – ϵ – összehasonlítása	37
6	További modellek.....	38

6.1	Magasabb gerjesztésű modell	38
6.2	Modell szabd felszínnel	40
7	Összefoglalás.....	43
8	Irodalomjegyzék.....	44

1 Bevezetés

A különböző áramlástani problémák matematikai és numerikus leírásai – bonyolultságuknál fogva – egyszerűsítéseket igényelnek, melyek megoldására számos turbulencia modellel álltak elő a tudósok. A legismertebb modellek:

- RANS – **R**eynolds **A**veraged **N**avier-**S**tokes (Reynolds Átlagolt Navier-Stokes)
 - Pl.: $k-\epsilon$ & $k-\omega$
- LES – **L**arge **E**ddy **S**imulation (Nagy örvény szimuláció)
 - Pl.: *Smagorinsky* modell – Kolmogorov és Taylor hipotézisei alapján
- DNS – **D**irect **N**umerical **S**imulation (Közvetlen numerikus szimuláció)

A RANS modellel az átlagos sebességértékek és az ingadozások adódnak össze. Ezek a modellek a legelterjedtebbek, különösen az ipari felhasználók körében. Segítségével gyorsan, viszonylag pontos eredményeket lehet kapni.

A LES modell numerikusan kettéválasztja az örvénylő teret. A turbulens frekvencia határértékének megfelelően képzi a nagy örvények (Large Eddy) és a kis örvények skáláját. Az elsőt közvetlenül, a másodikat SGS (**S**ub**g**rid **S**cale) modell segítségével határozza meg.

A DNS a teljes áramlási teret közvetlenül számítja ki. Éppen ezért, hatalmas technikai igénye van és ezek a számítások a leghosszabbak. Nagyrészt kutatási célokra alkalmazzák.

Korábbi munkámat [1] folytatva, újabb kétdimenziós $k-\epsilon$ modelleket, valamint háromdimenziós LES modelleket készítettem, az eredmények egymással és méréssel [2] való összehasonlítása végett. Ilyen összehasonlítást végzett Felten és csapata is [3]. Mágnesesen kevert olvadék áramlását vizsgálták ugyanezekkel a modellekkel, viszont ők téglatest alakú térben és a jelen korhoz mérten alacsony számítási ponttal (cellával).

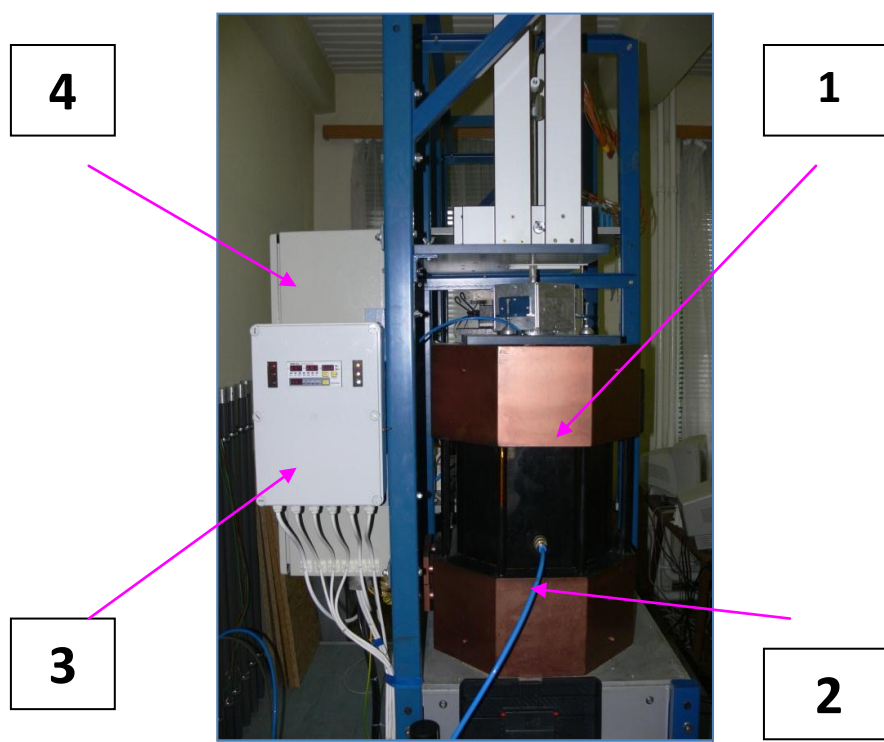
Az általam vizsgált tér hengeres alakú, mivel a kutatás az MTA-ME Anyagtudományi Kutatócsoport berendezésén [2] és Rónaföldi [2] mérésein alapszik. Fő célom a lehető legtöbb információt szerezni az olvadék hidrodinamikai tulajdonságairól ANSYS FLUENT 13.0 kereskedelmi szoftver segítségével, valamint megfelelő alapot képezni későbbi kristályosodási modellek kifejlesztéséhez.

2 A modellezni kívánt rendszer leírása

2.1 A kristályosító felépítése

Munkám alapjául Dr. Rónaföldi Arnold PhD értekezése [2] szolgált, melyben részletesen leírja a gép (1. ábra) felépítését és a működés elméleti hátterét. A berendezés főbb alkotóelemei (az említett értekezés alapján):

- Állványzat
- A kristályosító kemence hőfokszabályzóval
- MHD (magneto-hidrodinamikai) induktor
- Mintatartó hőelemekkel és tokozat a megtartására
- Víz hűtőközeget alkalmazó, szabályozható hűtőegység
- Tartalék hűtőegység
- A minta hűtőközegbe való leeresztését végző mechanizmus
- Az MHD induktor villamos tápegységei és a meddőenergia kompenzációjára szolgáló kondenzátorok
- Számítógépes adatgyűjtő rendszer



1. ábra. A berendezés (1. induktor, 2. vízhűtés, 3. hálózati multiméter, 4. kapocsszekrény)

A minta a kemencében megolvasztható, így erre külön berendezést nem kell alkalmazni. Az induktorban elhelyezett fémolvadékban (később: olvadék) a forgó mágneses tér hatására örvényáram keletkezik. Ezen áram hatására az álló olvadékhengerben Lenz törvénye alapján olyan irányultságú Lorenz-erő lép fel melynek nyomatéka, az őt kiváltó okot gátolni, megszüntetni igyekszik – az ok az álló olvadék – emiatt a fluidum forogni kezd. A forgó olvadékot leeresztik a hűtőközegként funkcionáló vízbe, ahol az megszilárdul (kristályosodik). A fordulatszám és a hőmérsékleti gradiens függvényében számos eltérő és eddig még nem ismert szövetszerkezet alakul ki. Modellem számára csak a forgás kialakulása lényeges – felfutás és beállítás a stacioner rotációs állapotba.

2.2 A mágneses térben mozgó fémolvadék áramlástan leírása

A kialakuló mágneses térrel és az általa okozott fémolvadék-áramlás leírásával az alkalmazott magneto-hidrodinamika foglalkozik. A „v” sebességgel mozgó – jelen esetben forgó fémolvadék – közegben érvényes elektrodinamikai Maxwell-egyenletek a következők ([2] alapján):

$$\bullet \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad /2.2.0.1/$$

$$\bullet \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad /2.2.0.2/$$

$$\bullet \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad /2.2.0.3/$$

$$\bullet \quad \operatorname{div} \vec{E} = 0 \quad /2.2.0.4/$$

$$\bullet \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \quad /2.2.0.5/$$

$$\bullet \quad \vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad /2.2.0.6/$$

Ahol:

- H mágneses térerősség
- J villamos vezetőképesség
- E villamos térerősség
- B mágneses indukció
- μ az áramló közeg mágneses permeabilitása
- σ az áramló közeg fajlagos villamos vezetőképessége
- v a közegáramlási sebesség

A fellépő elektromágneses erő a Lorenz erő, jele „ f ”, számítása:

$$\vec{f} = \vec{j} \times \vec{B} \quad /2.2.0.7/$$

A Lorenz-erővel és a Maxwell-egyenlettel kibővített Navier-Stokes egyenlet:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + [\vec{v} \text{ grad}] \vec{v} = g - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + u \Delta \vec{v} + \frac{\sigma}{\rho} \{[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}] \times \vec{B}\} \quad /2.2.0.8/$$

Ahol:

- t idő
- g az egységnyi tömegre vonatkoztatott tömegerő
- p a nyomás
- ρ a közeg sűrűsége
- u a közeg kinematikai viszkozitása

A kontinuitási egyenlet:

$$\text{div } v = 0 \quad /2.2.0.9/$$

A magneto-hidrodinamikai egyenletek instacioner, nemlineáris egyenletrendszer alkotnak, ezért megoldásukkor figyelembe kell venni a kezdeti- és peremfeltételeket.

2.3 Forgó mágneses térbe helyezett álló és forgó fémolvadéokra ható erő

A 2.1-es fejezetben említettek szerint, az álló fémolvadék hengert a forgó mágneses tér forgásba hozza. Az induktorban lévő összeállítás egy speciális elrendezés, mivel a mágneses tér B indukció vektora merőleges a fémolvadék-henger szimmetria tengelyére. Továbbá az olvadékoszlop szimmetria tengelye egybeesik forgási tengelyével.

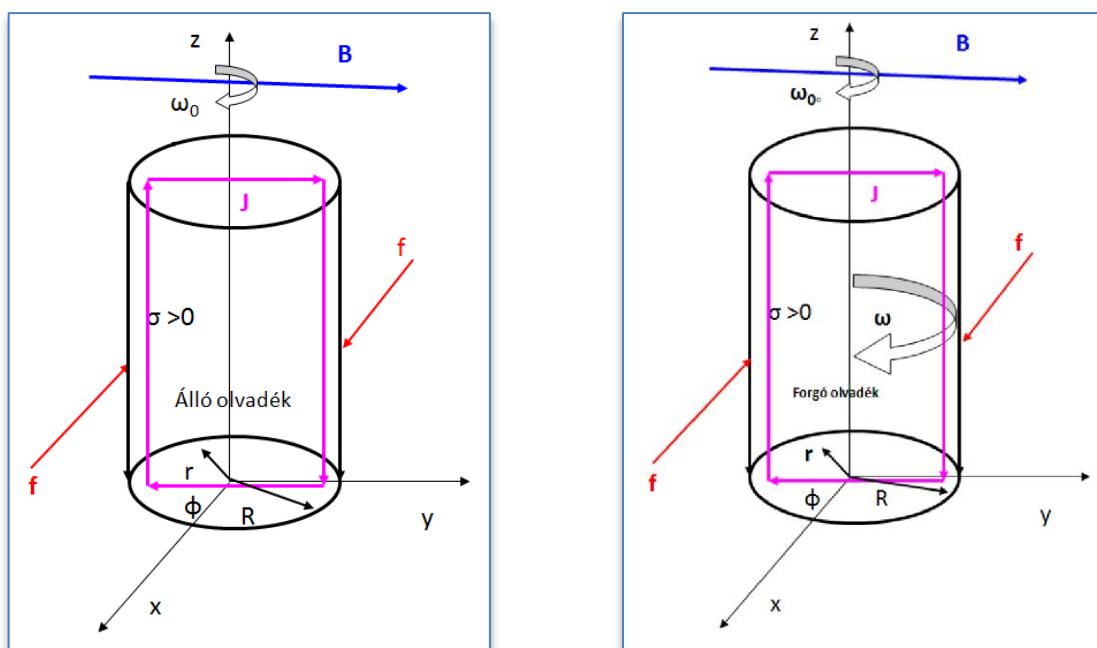
Az alapul vett disszertáció csak villamos szigetelőanyagból készült mintatartóban végzett kísérleteket említ, így modellem is erre az esetre épül. A szigetelő fal alkalmazásának célja, az hogy a mágneses tér megfelelően be tudjon hatolni a fémbe és mozgásra bírni azt. Vezető falú mintatartóban árnyékolási problémák jelentkeznek, kisebb lenne a behatolási

mélység, ergo kisebb hatásfokkal forgatná a tér az olvadékat. Az indukált Lorenz (2. ábra) erő abszolút értékének időátlaga E. Dahlberg (1972) szerint [4], álló olvadékra (végtelen hosszú közegre):

$$f = \frac{1}{2} \sigma B^2 r \omega_0 \quad /2.3.0.1/$$

Ahol:

- r az olvadékhenger elemi részének tengelytől való táolsága
- ω_0 a mágneses tér fordulatszáma (szinkronfordulat)



2. ábra. Kialakuló erőter álló és forgó olvadék esetén

Az összefüggés véges hosszúságú közeg esetén a következőképpen módosul:

$$f = \frac{1}{2} \sigma B^2 r \omega_0 \Phi_1\left(\frac{L}{R}\right) \quad /2.3.0.2/$$

- L olvadékhenger hossza
- R olvadékhenger sugara

Ha az $(L/R) > 4$, hatása elhanyagolható és alkalmazható az 2.10-es egyenlet. Forgó olvadék henger esetén a képlet a fluid ω szögsebességével módosul:

$$f = \frac{1}{2} \sigma B^2 r (\omega_0 - \omega) \quad /2.3.0.4/$$

A hossz hatása itt is elhanyagolható $(L/R) > 4$ esetén. A hengerre ható nyomaték:

$$M = 2fr = \sigma B^2 r^2 (\omega_0 - \omega) \quad /2.3.0.5/$$

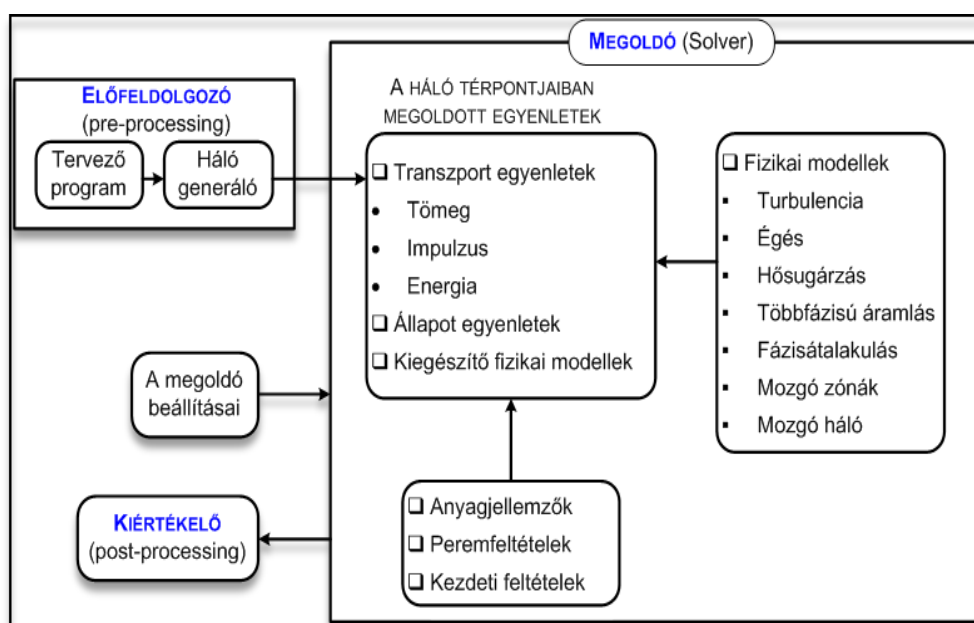
A maximális erőt illetve nyomatékot a $r=R$ érték felhasználásával kaphatjuk.

3 A kutatáshoz használt szoftver, a FLUENT

Az áramlás- és hőtechnikai feladatok numerikus modellezésére szolgáló eljárásokat összefoglaló néven CFD-nek (Computational Fluid Dynamics) nevezik. A CFD a folyadék- illetve gázáramlás, a hőtranszport, a hozzá kapcsolódó kémiai reakciók és egyéb jelenségek alkotta rendszerek számítógépes szimulációkon alapuló vizsgálatát jelenti [5].

A TDK dolgozatomban bemutatásra kerülő numerikus szimuláció elkészítéséhez a Tüzeléstani és Hőenergia Intézeti Tanszéken meglévő ANSYS FLUENT 13.0 kereskedelmi szoftvert alkalmaztam. A FLUENT egy áramlástani problémák megoldására szolgáló szoftver, amely széles körben használható az ipari problémák megoldásánál. A program alapvetően komplex geometriákkal határolt térben végbemenő hő- és áramlástani folyamatok modellezésére szolgál.

A CFD programok alapvetően három részből épülnek fel, ami egyben a numerikus szimuláció végrehajtásának menetét is meghatározza [6]. Ezek: az elő-feldolgozó, a megoldó és a kiértékelő modul (3. ábra). A FLUENT szoftvercsomag korábbi elő-feldolgozó szoftverét használtam a Gambit-et, mely a geometria és hálófelosztás létrehozásán túl lehetővé teszi a peremtípusok valamint a halmazállapotukban vagy anyagukban eltérő térbeli zónák létrehozását, önálló elnevezését is.



3. ábra. A szoftvercsomag felépítése

A FLUENT program a megoldó és kiértékelő modul is egyben, bár lehetőséget nyújt az adatok kiexportálására, így azok más programokkal történő grafikus ábrázolására is lehetőség kínálkozik.

A numerikus megoldás előkészítése több lépést igényel, pl.: a megoldó kiválasztását, anyagjellemzők beállítását, kezdeti és peremfeltételek megadását, stb. A helyes konfiguráció eltalálása nem egyszerű feladat, lévén hogy számos beépített modell és a bemenő adatok többféle megadási módja közül lehet választani és a valós viszonyoknak megfelelően kell a kezdeti és peremfeltételeket beállítani.

A numerikus megoldás előállításához bonyolult számításokra van szükség. A megoldó modul több egyenlettel dolgozik, melyek közül megemlítendő a kontinuitási egyenlet, az energia egyenlet, az impulzus megmaradás egyenlete, az anyagegyenletek, és sok esetben az ideális gáztörvény, valamint az ismert turbulencia modellek. A megmaradási egyenletek legáltalánosabb alakja a transzportegyenlet, melynek integrális formuláját mutatja a 3.1 egyenlet, melyben szereplő tagok a számítással meghatározandó ϕ keresett extenzív mennyiség különböző okok miatti megváltozását írják le. Balról jobbra haladva az egyes integrálok jelentése: tranziens tag (ϕ megváltozása az idő szerint), konvektív tag (ϕ megváltozása a mozgás során), diffúzív tag (ϕ megváltozása a határfelületen való áthaladás miatt), produkciós tag (ϕ megváltozás térbeli keletkezés vagy elnyelődés hatására) [7].

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV + \oint_A \rho \phi \vec{n} \cdot d\vec{A} = \oint_A \Gamma \nabla \phi \cdot d\vec{A} + \int_V S_\phi dV \quad /3.0.0.1/$$

Az alap- és az általunk kiválasztott megoldandó modellegyenletek zárt egyenletrendszerének megoldása diszkretizáció útján történik. Amennyiben olyan egyenlettel szeretnénk dolgozni, melyet a CFD program nem ismer, úgy lehetőség van az adatbázis bővítésére. Ezen egyenletek megoldása általában a térkoordináták és az idő folytonos függvényei, viszont a megoldás néhány egyszerű esettől eltekintve nem adható meg zárt alakban. Ezért a megoldást véges számú időpontban, és véges számú térbeli pontban értelmezett diszkrét értékekkel közelítjük, amit diszkretizációnak nevezünk [8].

Alapvetően három diszkretizációs eljárást különböztethetünk meg: a véges differenciák, a véges elemek, valamint a véges térfogatok módszerét. A FLUENT ez utóbbit alkalmazza. Ennek megfelelően az egyenletrendszert a térbeli cellák (elemek) mindegyikére ki kell számítani. Mivel a felírt egyenletrendszerben szereplő fizikai mennyiségek implicitái összefüggnek, így analitikus megoldás nem állítható elő. Ezért iteratív módon közelítjük a megoldást.

A kapott eredmények kiértékelésére több lehetőség is kínálkozik. Színes vektoros, kontúr és xy-grafikonos ábrák készíthetők. A fizikai mennyiségek térbeli eloszlása, minimuma, maximuma, átlaga konkrét számadatok formájában is lekérdezhetők a tér bármely pontjában. A FLUENT program alapvetően SI mértékegység rendszerben számol, de az adatok kiértékelése során lehetőség van más mértékegység rendszerek átváltására is.

A program széleskörű alkalmazhatóságát számos kutatás és publikáció igazolja, melyek többsége bárki számára az interneten is hozzáférhető. Példaként megemlíteném, hogy ipari alkalmazása a repülő szárnya körüli légáramlatok modellezésétől kezdve a kemencékben kialakuló égés modellezéséig, a fűtőtestben fellépő gőzképződéstől az üveggyártásig, a véráramlástól a félvezetőgyártásig, a tiszta terek tervezésétől a szennyvízkezelő telepekig számtalan helyen megfigyelhető. A szoftver még szélesebb körű elterjedését segítette, hogy képes modellezni a motorhengereken belüli tereket, akusztikát, áramlástechnikai gépeket és a többfázisú rendszereket is.

Sokirányú alkalmazása köszönhető mindazon előnyöknek, melyek a numerikus szimulációkra is érvényesek:

- lerövidíti a tervezési időt
- költségcsökkentő
- lehetővé teszi a gyártást megelőző előzetes elméleti vizsgálatokat
- lehetővé teszi olyan rendszerek tanulmányozását, ahol lehetetlen szabályozott kísérleteket végezni (nagy rendszereknél)
- lehetővé teszi bizonyos rendszerek kockázatos körülmények közötti vizsgálatát a normál teljesítmény határokon túl is (vészforgatókönyvek, biztonsági tanulmányok)
- lehetővé teszi az eredmények részletes elemzését

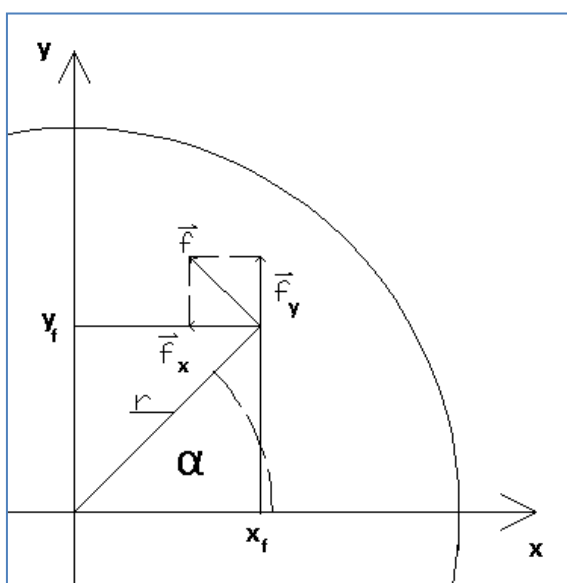
4 A modellek felépítése, beállítása

4.1 Anyagjellemzők

A korábbi valós mérések 75,5%Ga-24,5%In ötvözzel történtek. Ennek legfőbb oka, hogy az ötvözet már szobahőmérsékleten is olvadék állapotú. Más – például alumínium – olvadékkal a mérés nehézkes, drága és veszélyes lenne – a kb. 700 °C hőmérséklet miatt. A gallium ötvözzel végzett mérés kisminta modellnek is tekinthető [2]. A modellekben is alkalmazott anyag szükséges jellemzői:

- sűrűség $\rho = 6350 \text{ kg/m}^3$
- dinamikai viszkozitás $\eta = 0,00217 \text{ Pa}\cdot\text{s}$
- villamos vezetőképesség $\sigma = 3,58 \times 10^6 \text{ S/m}$

4.2 Az olvadékot hajtó Lorenz erőter



4. ábra. Az erőhatás irányának

A numerikus vizsgálat megfelelő elvégzése érdekében a /2.12/ egyenlet által leírt Lorenz erőter megadása szükséges. A választott cellaközéppontban ébredő erőhatás mértéke a helykoordináta (forgástengelytől való távolság) és a sebesség (olvadék szögsebesség) függvénye. Ez csakis UDF (*User Defined Function*) segítségével oldható meg. A C programnyelven írt forráskód segítségével tetszőleges mértékű, irányú, időbeli lefutású, stb. erőhatás adható meg – 2D esetén

közvetlenül tangenciális erőhatásként, melynek köszönhetően jelentősen leegyszerűsödik a forráskód. 3D-ben az erőhatás komponensei szükségesek – X és Y. Ebből fakadóan szögfüggvényekkel kell meghatározni az egyes komponensek nagyságát – 4. ábra.

$$\alpha = \arctg(y_f/x_f) \quad /4.2.1/$$

$$\vec{f}_x = -\vec{f} * \sin \alpha \quad /4.2.2/$$

$$\vec{f}_y = \vec{f} * \cos \alpha \quad /4.2.3/$$

4.3 RANS k- ϵ – geometria és beállítás

Az ipari felhasználók legkedveltebb modellje nevéből is fakadóan – RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) – a Reynolds szám és az áramlás sebességeinek átlagolása alapján működik. A turbulens viszkozitást, turbulens kinetikus energiát (k) és a turbulens energia elnyelődési szintjét (ϵ) ezek segítségével számítja ki. Ennek köszönhetően gyorsan és geometriára kevésbé érzékenyen képes viszonylag pontos eredményeket adni [8].

Az egyszerűségnek hála tengelyszimmetrikus rendszert is képezhetünk. A geometria így egy téglalap, melynek megfelelő oldaléle tengelyként definiálandó. Ezen tengely körül fogja a FLUENT numerikusan megforgatni a geometriát és leképezni a mintatartó hengert. A mérések során felhasznált mintatartó egy 60 mm magas 10 mm belső átmérőjű henger volt. Ezt a hengert a LES igényeiből fakadóan 30 mm-re csökkentettem. Az így kapott 2D geometria egy 5x30 mm-es téglalap 45000 (100 μ m) hexa cellával hálózva – 5. ábra.



5. ábra. A 2D geometria és hálózása

A RANS modell tulajdonságainak felderítése érdekében készítettem egy „standard” (később: STD) és egy „realizable” (később: EWT) változatot, utóbbit különleges fal közeli funkciókkal.

A beállítások tételelesen:

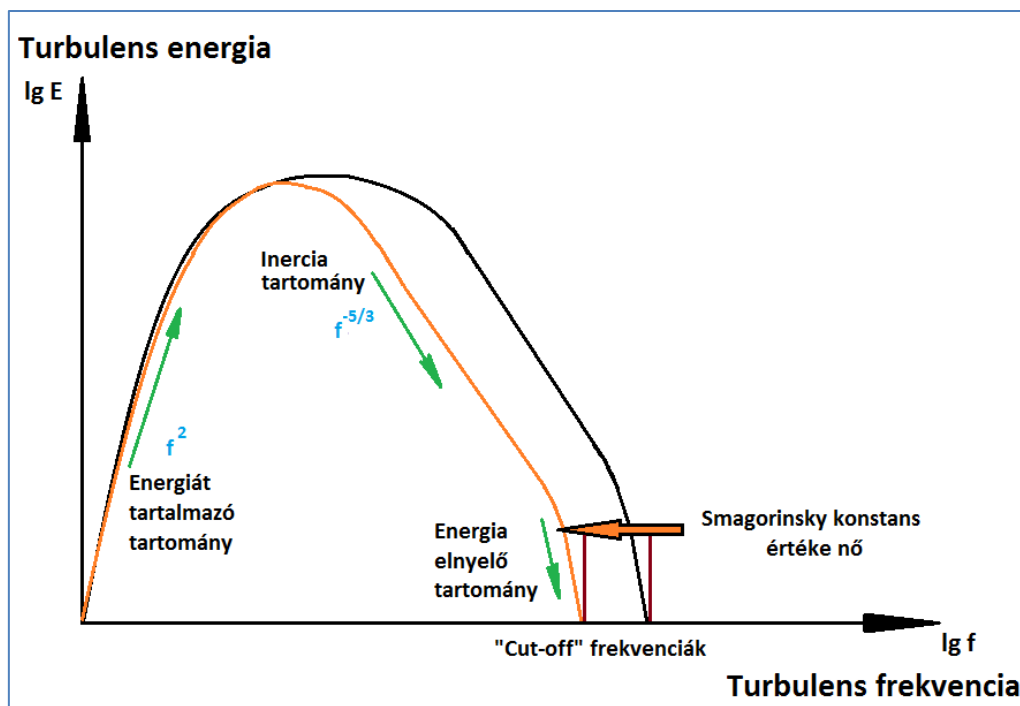
- Egyfázisú 2D Axisymmetric Swirl megoldó
 - 45000 hexa cella – 100 μ m cellaméret
- RANS Standard és Realizable k- ϵ turbulencia modell
 - Standard és Enhanced Wall Treatment fal közeli funkcióval
- Tangenciális erőter – UDF segítségével
 - $B = 22,6$ mT gerjesztés
 - $\omega_0 = 314$ rad/s ($2\pi \cdot 50$ Hz induktor frekvencia)
 - $f_{\max} = 2870,78$ N/m³ maximális hajtóerő

- 0,01 s időlépés

4.4 Large Eddy Simulation modellek

4.4.1 LES működése

A modell működésének megfelelő értelmezéséhez a 6. ábra nyújt segítséget, mely elméleti turbulencia spektrumokat mutat. A turbulens frekvencia az örvények mozgásának frekvenciája. Ezzel az örvények méretét is mutatja, mivel minél kisebb az adott örvény annál gyorsabban mozog – „örvénylik”. A turbulencia energiája a nagyobb örvényekből adódik át a kisebbeknek, mígnem a legkisebb méretűekben elnyelődik, vagy ha ez nem történik meg 100%-ban, hővé alakul. Sorban egymást követi az „Energia tartalmazó zóna” – az „Inercia tartomány” – majd az „Energia elnyelő szakasz”. Az elsőnek négyzetes menetű, az inercia zónának $(-5/3)$ hatványú vonallal követhető a görbéje. Utóbbi az ún. Kolmogorov skála.



6. ábra Turbulens spektrum

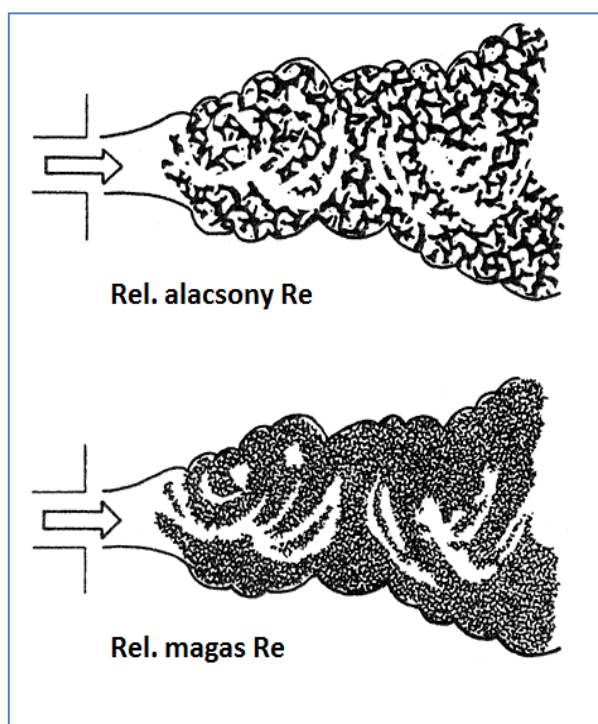
A LES modell a Smagorinsky konstans értékének függvényében levágja a kisörvényeket az áramlási térből, továbbá meghatároz egy határértéket a kis és a nagyörvények szimulációjára. A nagyörvények skálájába tartozó elemeket közvetlenül számítja, a kisörvényekét **Subgrid Scale** modell (SGS) segítségével szimulálja. Amennyiben a konstans (C_s) értéke nagyobb, több örvény kerül a kisörvények körébe és ezzel a szűrés

értéke is eltolódik – kevesebb örvényt modellez a gép – a „Cut-off” frekvencia alacsonyabb frekvencia értékhez tartozik.

A turbulencia különféle tulajdonságait, mérőszámait a megoldó közvetlenül nem adja meg. A sebességkomponensek ingadozása megfelelő beállításokkal monitorozható, de a turbulens kinetikus energiát, a turbulens energia elnyelődést és a turbulens spektrumot a futás közben elmentett adatok alapján, utómunkával kell meghatározni.

4.4.2 A LES és a Kolmogorov elmélet összeférhetősége a vizsgált áramlással

Kolmogorov elmélete alapvetően viszonylag magas Reynolds számú áramlások vizsgálatára alkalmas. A 7. ábra különböző mértékű Re számmal leírt sematikus áramlási képeket mutat. Minél nagyobb a Reynolds szám, annál kisebb méretű (és gyorsabb) örvények alakulnak ki. Ahhoz, hogy előzetesen eldönthessük megfelelő lesz-e a modell



7. ábra. Kiáramlás fúvókából relatíve alacsony és relatíve magas Reynolds szám esetén [9]

rendszerünk vizsgálatára, meg kell határozni egy közelítő értéket az áramlás Reynolds számára. Rónaföldi mérései alapján [2] ez elvégezhető. A Reynolds szám képlete hidraulikus átmérőre vonatkoztatva a következő:

$$Re = (u \cdot d) / \nu \quad /4.4.2.1/$$

Melyben:

- **c** az áramlási sebesség,
- **d** a hidraulikus átmérő,
- **ν** a kinematikai viszkozitás.

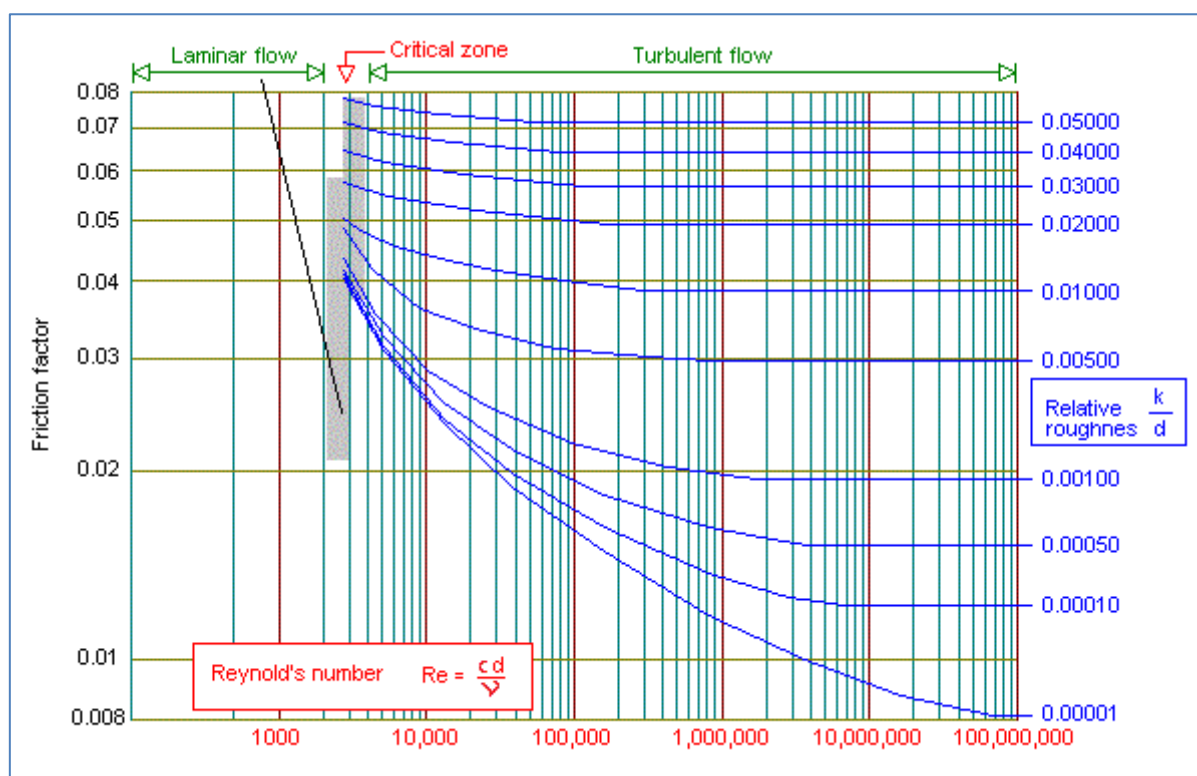
Az átlagos áramlási sebesség a mért szögsebességből visszaszámítható. Jelen esetben – az alkalmazott 22,6 mT gerjesztés esetén – a mért fordulatszám 38,83 rad/s. Ebből az áramlási sebesség átlagos értéke (5 mm sugár esetén):

$$u_{\text{átl}} = \omega \cdot r = 38,83 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0,005 \text{ m} = 0,19415 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad /4.4.2.2/$$

A hidraulikus átmérő értéke megegyezik a mintatartó átmérőjével, mely 10 mm. Az olvadék kinematikai viszkozitása $3,41 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$, így a Reynolds szám értéke /4.4.2.1/ szerint:

$$Re = (u \cdot d) / \nu = \frac{0,19415 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,01 \text{ m}}{3,41 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}} = 5693,55 \cong 5694$$

A Moody diagram – 8. ábra – segítségével meghatározható, hogy az áramlás turbulens vagy lamináris, vagy esetleg a kettő közötti átmeneti zónába tartozik. Az ábra eredetileg csőáramlás mérésével lett meghatározva, de alkalmazható más típusú áramlásokra is. Az $Re = 5694$ értékkel a turbulens zóna alsó határán fekszik a rendszer, mely szerint a Kolmogorov elmélet alkalmazható, de megfelelő körültekintést igényel a munka, mivel jelen Re alacsonynak minősül.



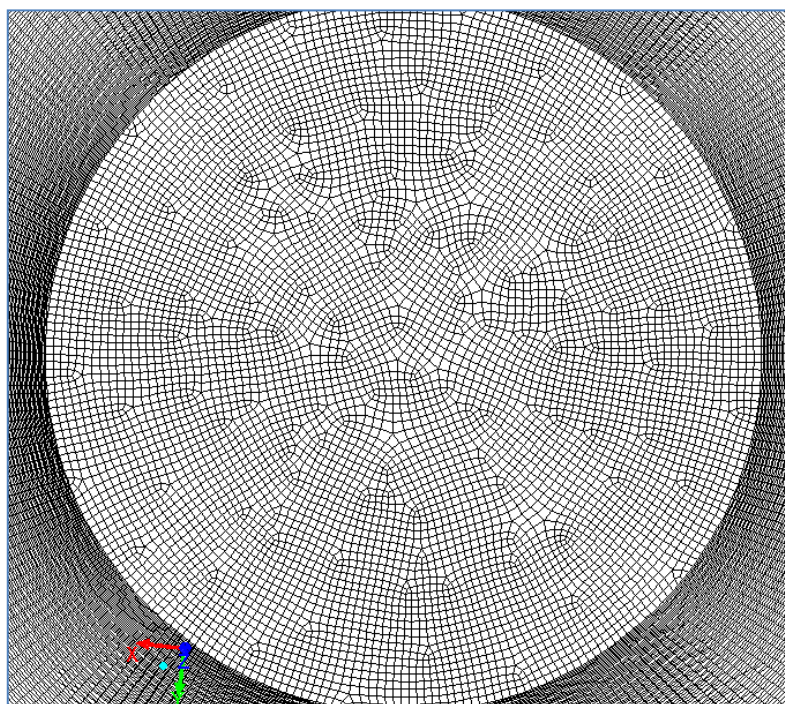
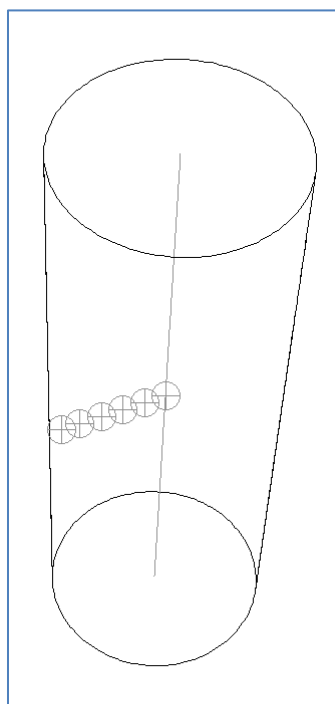
8. ábra. Moody diagram [10]

4.4.3 LES beállítása

Az alkalmazott geometria egy 10 mm átmérőjű és 30 mm magas primitív henger 0,5 és 2 millió cellával behálózva – 9. ábra. A két hálósűrűségen keresztül szeretném a modell „passzív szűrését” vizsgálni. Minél kisebb a cella, annál jobban képes felbontani az áramlást – csakúgy, mint egy monitor vagy televízió a képet. Éppen ezért háromféle LES modellt készítettem azonos mágneses gerjesztéssel – 1. táblázat.

1. táblázat. Az összehasonlításra készített LES modellek típusai

Modell neve	Cellaszám [db] és méret [μm]	Smagorinsky konstans (C_s)
Cs05	500 000 - 180	0,5
Cs02	500 000 - 180	0,2
2M	2 000 000 - 110	0,2



9. ábra. A három dimenziós geometria és a 2M modell hálózása

4.5 Elmélet és előkészületek az összehasonlításokhoz

A sebességkomponensek aktuális értékét időlépésenként a 9. ábra bal oldalán látható pontokon mentettem ki az utómunkákhoz. 2D esetén a pontok ugyanitt találhatóak, azonban a k-ε lehetőségeiből fakadóan két turbulens tulajdonság is mentésre kerül lépésről lépésre – a kinetikus energia és az energia elnyelődési szint. A 2. táblázat a mérési pontok nevét és elhelyezkedését mutatja.

2. táblázat. A mérési pontok adatai

Pont neve	Távolság a tengelytől (mm)	Magasság (mm)
p0	0	15
p1	1	15
p2	2	15
p3	3	15
p4	4	15
p48	4,8	15

A sebességkomponensek aktuális, átlagos és ingadozó értékeit is összehasonlítom. Az ingadozó érték az átlagtól való aktuális eltérést jelenti. „i” komponens esetén:

$$u'_i = \bar{u}_i - u_i^{akt} \quad /4.5.0.1/$$

A turbulens kinetikus energia (**k**) az ingadozások segítségével számítható:

$$k = \frac{1}{2} (u_{ax}'^2 + u_{tg}'^2 + u_{rad}'^2) \quad /4.5.0.2/$$

A turbulens energia elnyelődés (**ε**) mértékének meghatározására már bonyolultabb eset. Több lehetőség is nyílik a megoldásra. [3] alapján a /4.5.0.3/ integrállal számítható.

$$\varepsilon = 2\nu \int_0^{+\infty} \eta^2 E(\eta) d\eta. \quad /4.5.0.3/$$

Meghatározható továbbá a sebességadatok és a turbulens spektrum alapján. Az (általam elsődlegesen alkalmazott) második módszerhez be kell vezetnem a turbulencia hullámszámát és annak karakterisztikus értékét – η . A hullámszám a turbulens frekvenciából számítható – /4.5.4/ egyenlet.

$$\eta = 2\pi / u_{\text{atl}} \cdot f \quad /4.5.0.4/$$

A karakterisztikus hullámszám meghatározásához szükség van a turbulens spektrumra, mely a tangenciális sebesség ingadozás négyzetének Fourier transzformációjával képezhető. A transzformációhoz a 6 ponton ($p_0 \rightarrow p_{48}$) összegyűjtött sebességadatokat használtam.

$$\overline{(u'_{tg})^2} = \sum_{i=p_0}^{p_{48}} (u'_{tg})^2 \quad /4.5.0.5/$$

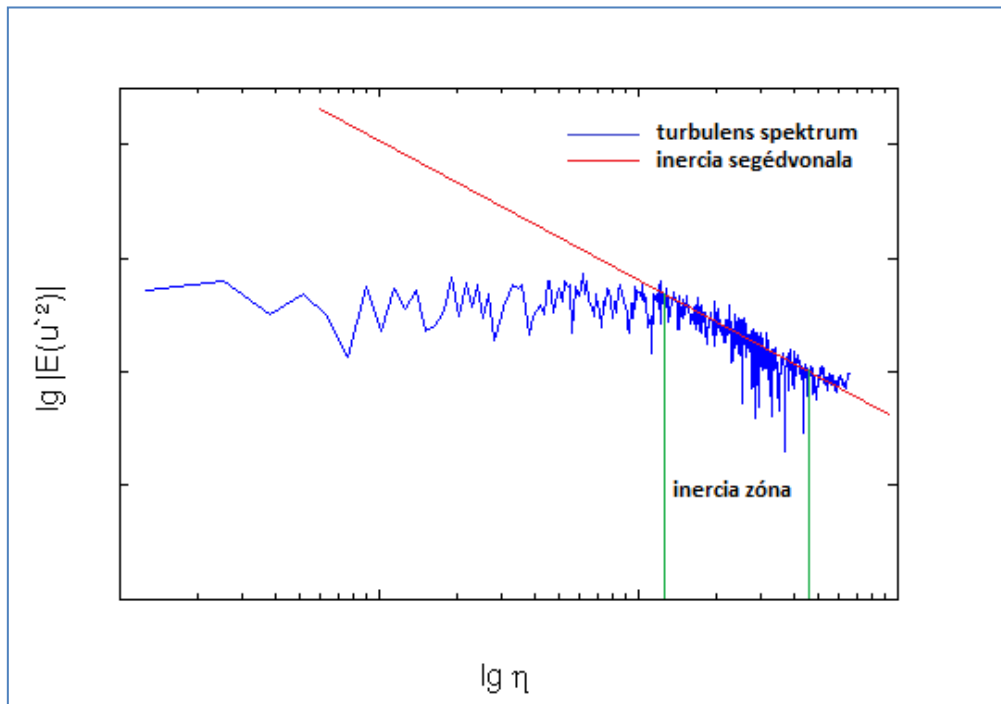
A transzformációval a turbulens energia adódik, melyet megfelelően illeszteni kell a turbulens frekvenciára vagy az abból számított hullámszámra. A gyorsabb munka miatt gyors Fourier transzformációt alkalmaztam. Az FFT elvégzéséhez a MATLAB programot használtam, mely során megadtam:

- a mintavételi frekvenciát
- a mintavételi időt,
- a jel hosszát,
- az idővektort,
- az FFT pontok számát.

Az FFT elvégzéséhez a 2 valamelyik hatványának megfelelő számú adatpont szükséges. Adott függvénnyel kiegészíthető a jel, de a lehető legkevesebb pontot kell hozzáadni, hogy ne befolyásoljuk azt.

Az említett karakterisztikus hullámszám a képzett turbulencia spektrumról határozható meg. Először is be kell határolni az inercia zónát. Későbbiekben látható lesz, hogy ez nem egyszerű feladat. A 10. ábra egy turbulens energia - turbulens hullámszám

görbét mutat. Az inercia zóna a görbe azon szakasza, mely követi az $E = \eta^{-5/3}$ „Kolmogorov” vonalat. Eszerint kell meghatározni a zóna határait. A karakterisztikus érték számításának legegyszerűbb módja az alsó és felső η érték átlagolása.



10. ábra. Turbulens energia – hullámszám spektrum

Tehát ε értékének meghatározásához előállítható a karakterisztikus hullámszám és ebből a karakterisztikus hullámhossz is:

$$\lambda = 2\pi/\eta \quad /4.5.0.6/$$

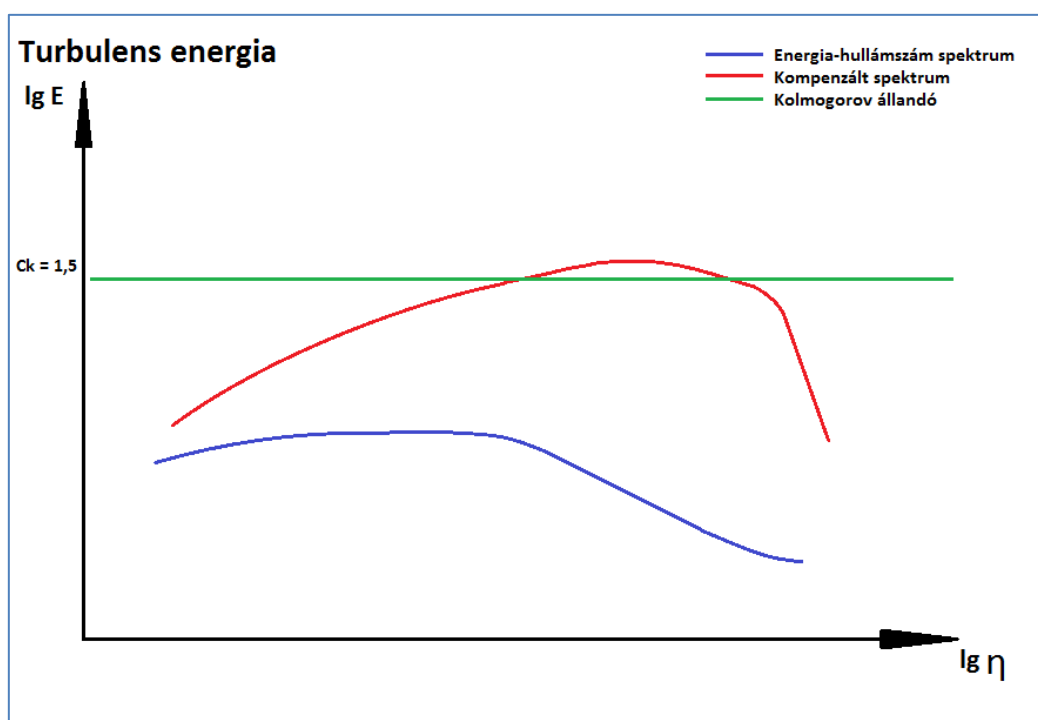
Az átlagsebesség felhasználásával a turbulens energia elnyelődésének mértéke:

$$\varepsilon = u'^3/\lambda \quad /4.5.0.7/$$

A spektrum ellenőrzését a kompenzált spektrum elkészítésével lehet megtenni. Az alábbi egyenlet szerint kell átalakítani a spektrumot:

$$E(\eta)_{komp} = E(\eta)\varepsilon^{-2/3}\eta^{5/3} \quad /4.5.0.8/$$

Az így kapott spektrumnak el kell érnie a teoretikus Kolmogorov állandó ($C_k = 1.5$) vonalát, kijelölve az inercia zónát. Elméleti spektrumokat mutat a 11. ábra.



11. ábra. Energia-hullámszám spektrum, a kompenzált spektrum és a Kolmogorov vonal

Az összehasonlítások érdekében ezeket a lépéseket tettem meg, de első lépésben a sebességkomponensek és a szögsebesség eredményeit vizsgáltam. A kompenzált spektrumot a 2M modell eredményeinek ellenőrzése céljából készítettem el. Rónaföldi [2] méréseivel való összehasonlítás érdekében a szögsebességet 15 mm magasságban a sugár mentén valamint a teljes térfogatban regisztráltam. /4.4.2.2/ átalakításával kapható a szögsebesség egyenlete:

$$\omega = v_t / r \quad /4.5.0.9/$$

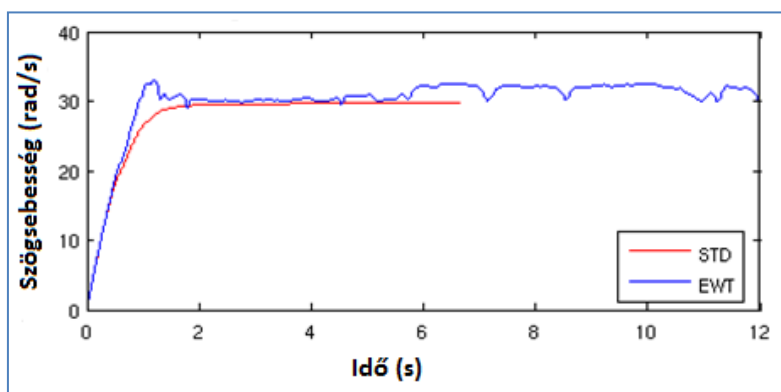
2D-ben közvetlenül rendelkezésemre áll a tangenciális sebesség komponens, míg 3D-ben a következő szerint kell számítani:

$$v_t = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad /4.5.0.10/$$

5 Eredmények

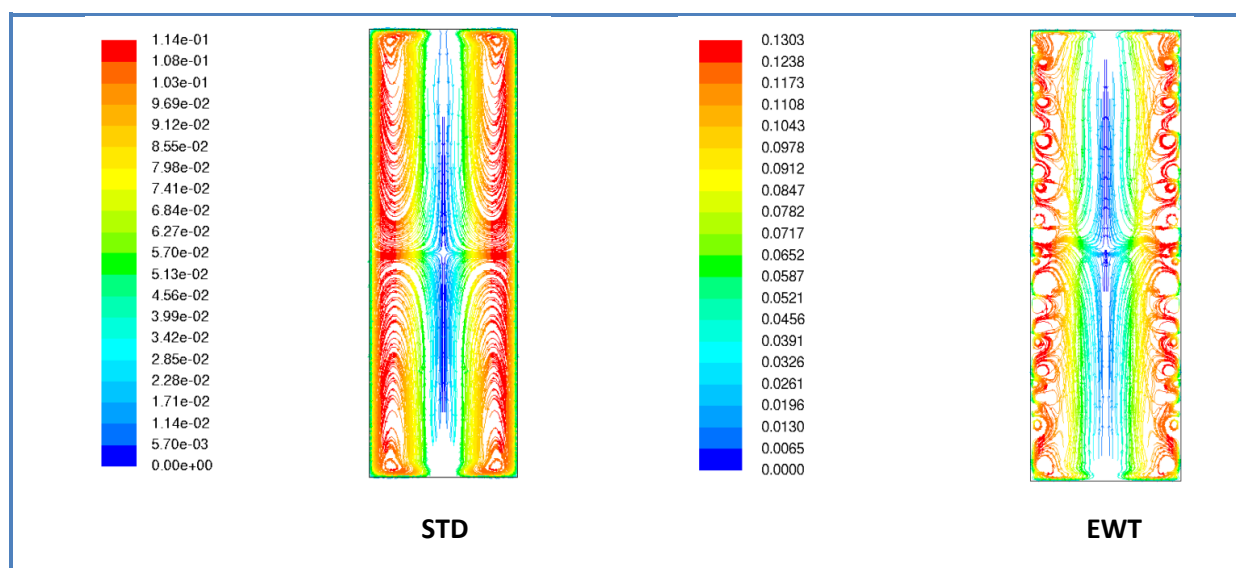
5.1 RANS modellek eredményei

A két modell közti legfőbb eltérést a 12. ábra mutatja. STD görbén semmiféle ingadozás nem jelentkezik, azonban a falsúrlódás miatt ez elvárható.



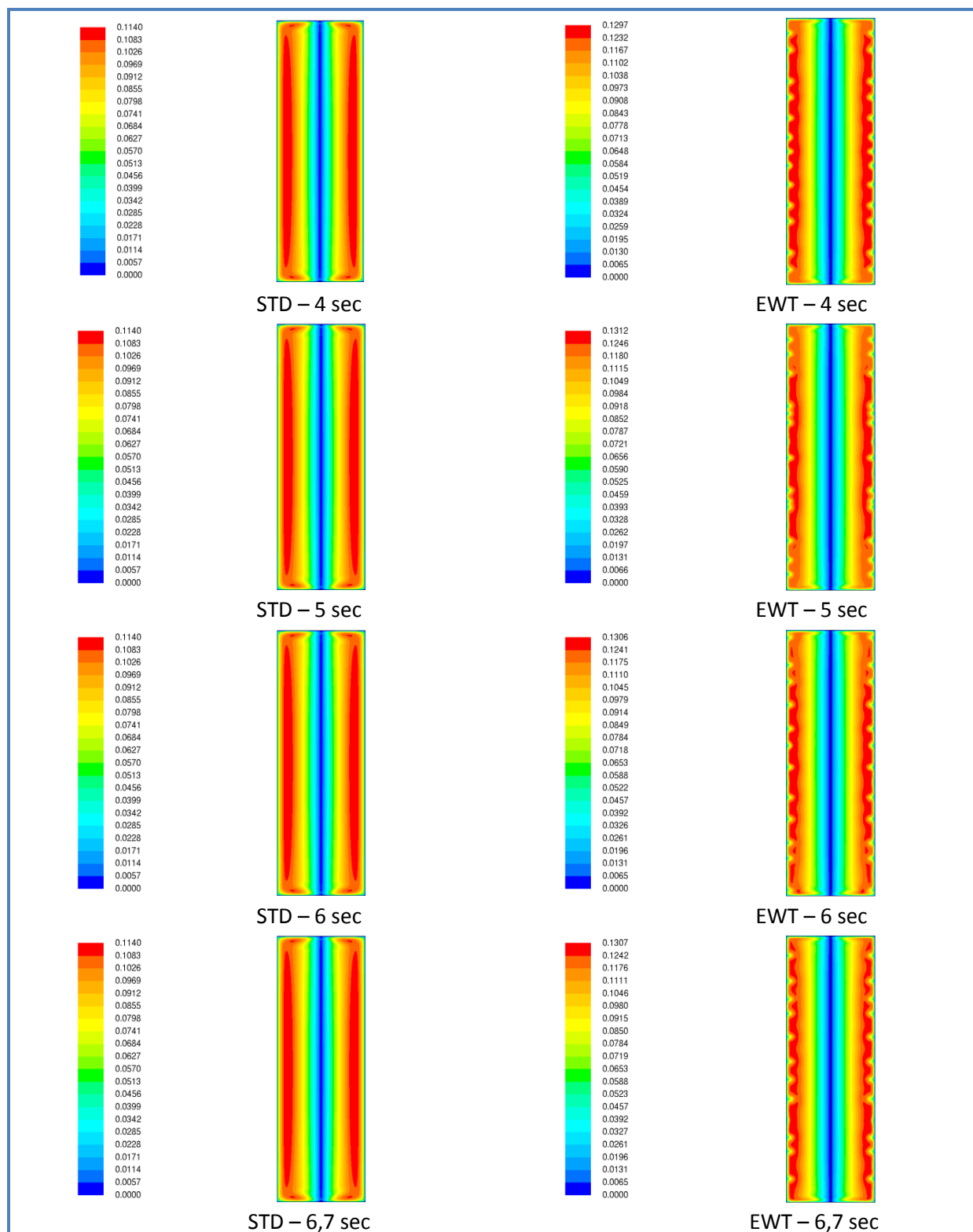
12. ábra. Szögsebesség az idő függvényében - k-ε modellek

Ennek fényében tekintsük meg az áramlási nyomvonalakat mindkét esetben – 13. ábra. Az EWT görbén jelentkező ingadozások a fal közelében kialakuló örvényekből adódnak. Mindkét esetben jelentkezik a Zimmermann által ismertetett pumpáló hatás [11], de az Enhanced Wall Treatment nélkül semmiféle örvény nem jön létre.



13. ábra. 2D modellek áramlási nyomvonalai

A 14. ábra a tangenciális sebesség eloszlását mutatja beállt áramlás esetén. Az STD-ben nincs változás az idő előrehaladtával, ellentétben az EWT modellel, ahol a fal mentén létrejövő örvények a pumpáló hatás irányába mozognak.



14. ábra. Tangenciális sebesség eloszlása az olvadék térfogatában – m/s

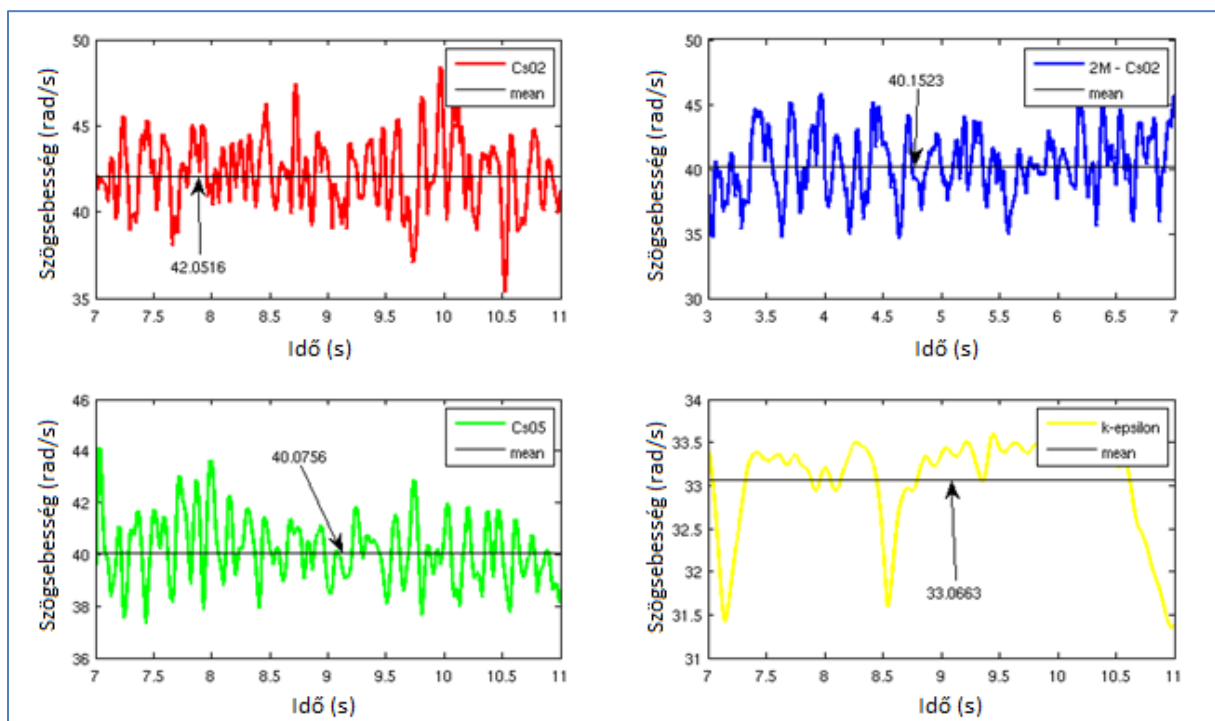
5.2 LES eredmények és összehasonlítás a k- ϵ modellel

Mint korábban említettem, három különböző LES modellt készítettem azonos gerjesztéssel a működési tulajdonságainak megfelelő felderítése céljából – 1 táblázat. Céljaim tételesen:

- A tengelyszimmetrikus modelltől való eltérések felderítése
 - ? Az áramlás feltehetően nem egészen tengelyszimmetrikus
- Smagorinsky konstans hatása
 - ? „Cut-off” határfrekvencia $\rightarrow$ a különböző mérettartományok határai
- Hálósűrűség befolyása
 - ? Áramlás felbontása $\rightarrow$ kisebb örvények képezhetőek sűrűbb modellel

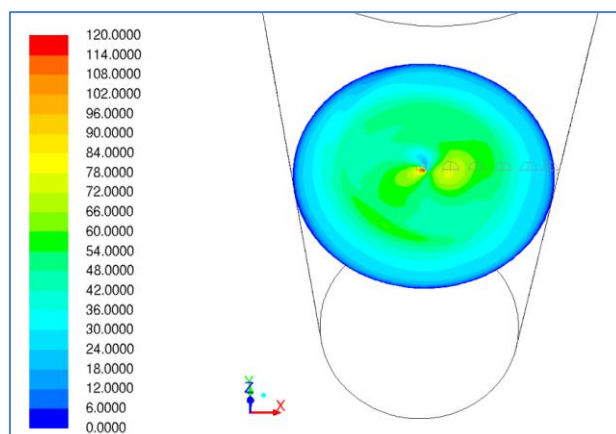
5.2.1 Szögsebesség

A LES modellek jelentősen eltérő eredményeket produkáltak. A szögsebesség időbeli alakulását a 15. ábra mutatja. Az ingadozások mértéke jóval nagyobb, mint a k- ϵ modell esetén, továbbá nagyobb frekvenciával is jelentkeznek.

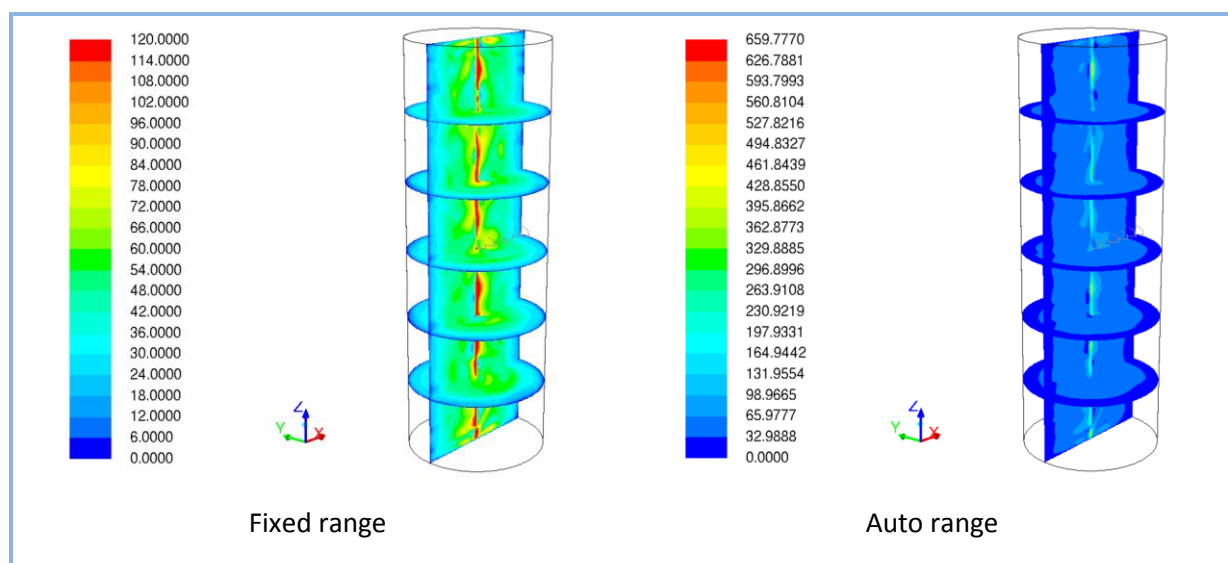


15. ábra. Szögsebesség (rad/s) időbeli alakulása beállt áramlás esetén mindhárom LES és az EWT modell esetében – sugár mentén gyűjtött adatok

Az adatokat 15 mm magasan, a sugár mentén gyűjtöttem, azonban a szögsebesség értékének eloszlása a sugár mentén eltérő, mint a hengeres olvadékoszlopban, ennek köszönhetően az átlag szögsebesség is eltérő lesz. A szögsebesség térbeli eloszlását a 16. ábra és a 17. ábra mutatja.

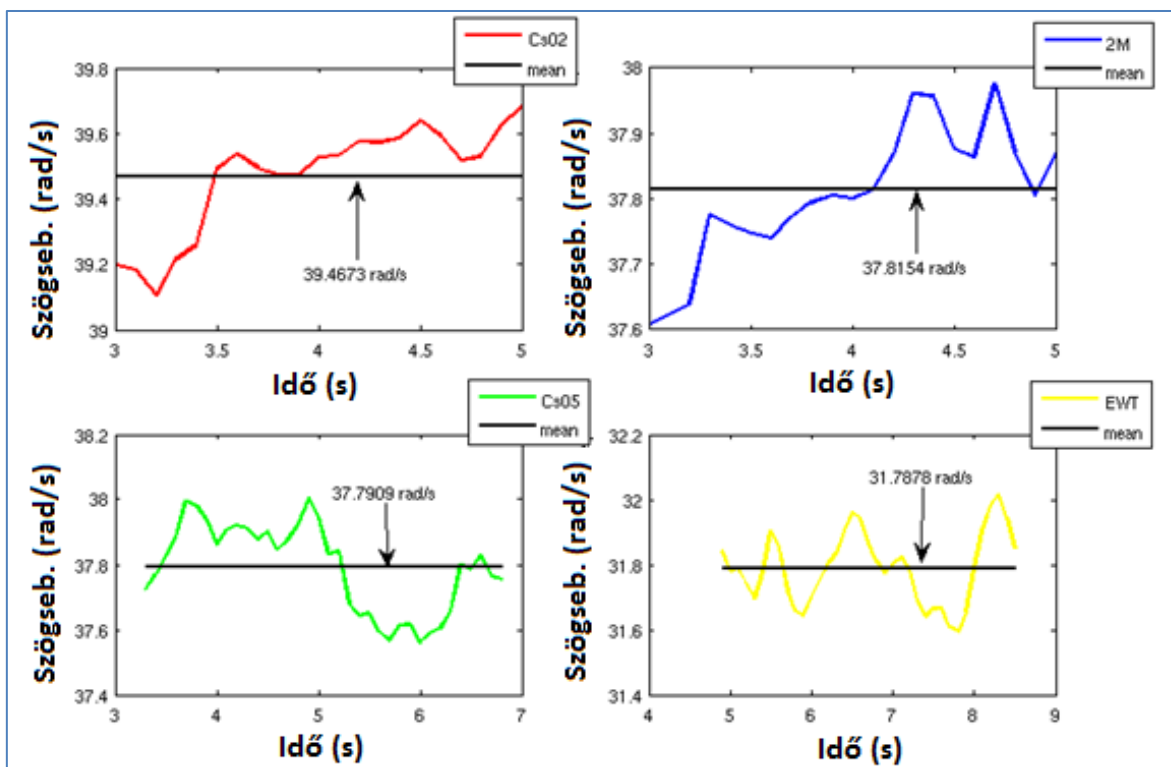


16. ábra. Szögsebesség térbeli eloszlása keresztirányú metszeten - 2M modell (rad/s)



17. ábra. Szögsebesség eloszlása az olvadék térfogatában - 2M modell (rad/s)

A tengely mentén jelentkező magasabb értékek az átlagolás során nagyobb mértékben szerepet játszanak a sugár mentén történő mérés esetében és így valótlan adatokat eredményeznek – 18. ábra. [2] mérései is a teljes térfogat átlagos szögsebességét eredményezték, így nekem is azt kell vizsgálnom, ha megfelelő összehasonlítást szeretnék végezni.



18. ábra. Szögsebesség (rad/s) időbeli alakulása - térfogati átlag alapján

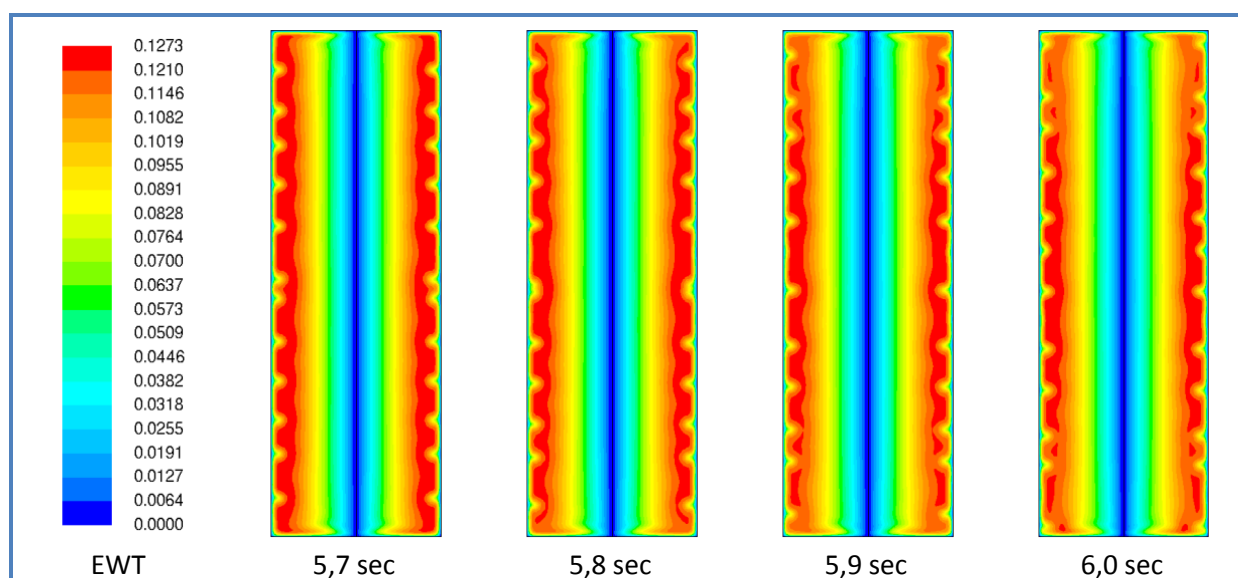
A sebességingadozások itt is jelentkeznek, viszont mindössze $\sim 1,5\%$ -ban. A mért és a szimulált szögsebesség adatokat – /4.5.0.8/ alapján – és azok relatív hibáit a 3. táblázat tartalmazza.

3. táblázat. Mért és szimulált szögsebesség értékek és relatív hibájuk

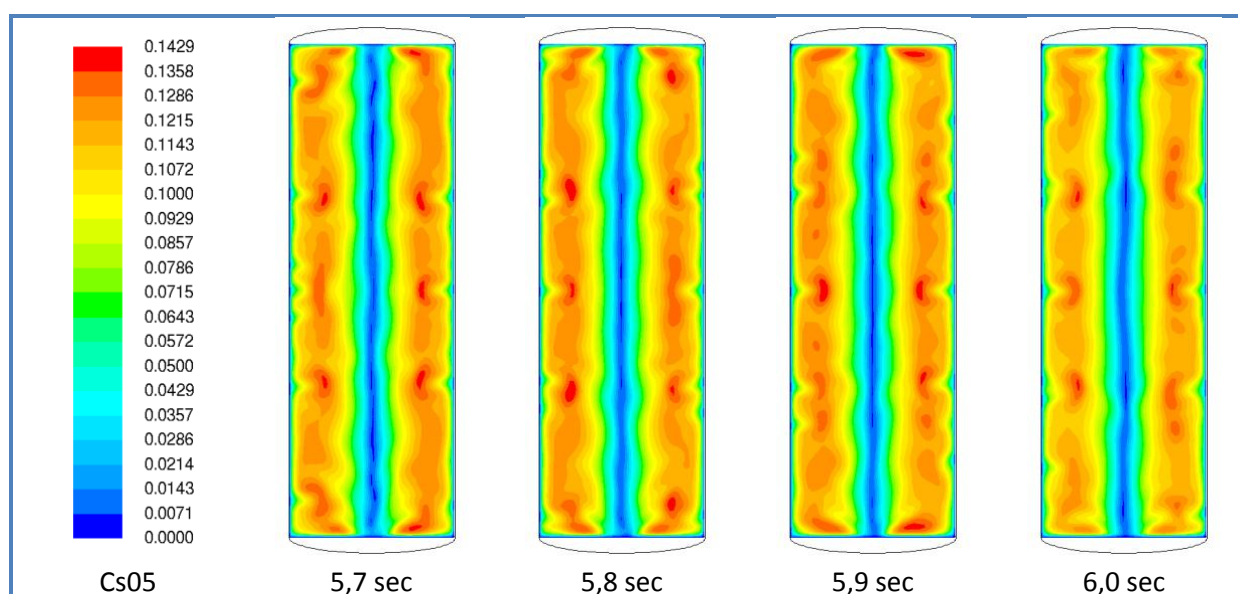
	ω (rad/sec)	Relatív hiba (%)
Mért	38,83	-
EWT	31,79	-18,14
Cs02	39,47	1,64
Cs05	37,79	-2,68
2M	37,82	-2,61

5.2.2 Primer áramlás – tangenciális sebességek

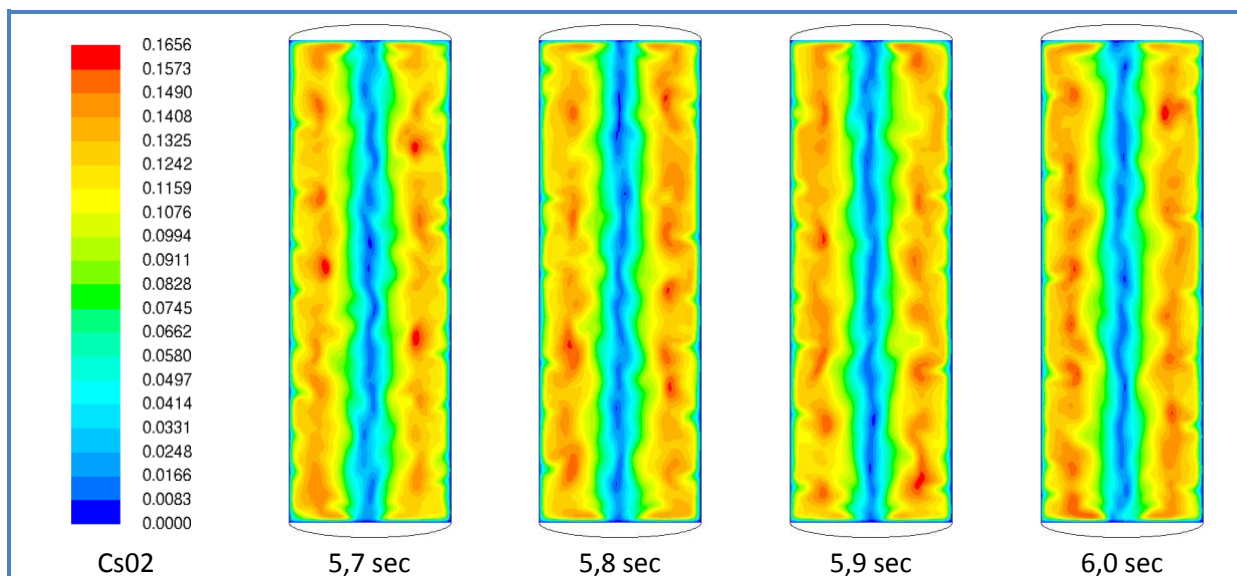
A 19. ábra – 22. ábra a tangenciális sebesség eloszlását mutatja mindegyik modell esetében, azonos időpillanatokban, fix színskála mellett. A LES modellek áramlási képe sokkal rendezetlenebb, mint a RANS modellé. Az EWT-ben semmiféle örvény nem jelentkezik a térfogatban; kizárólag a falsúrlódás által okozott kisméretű örvények jelentkezik. Érezhető a Reynolds átlagolás és a tengelyszimmetrikus modell hatása. A LES modellek sebességeloszlása több örvény jelentkezését sugallja. A Cs05 sokkal rendezettebbnek tűnik, mint a Cs02 vagy a 2M. Ennek oka a Smagorinsky konstans – és ezzel a „Cut-off” – és a hálósűrűség hatása. Több örvény jelentkezik, amely megzavarja a primer áramlást.



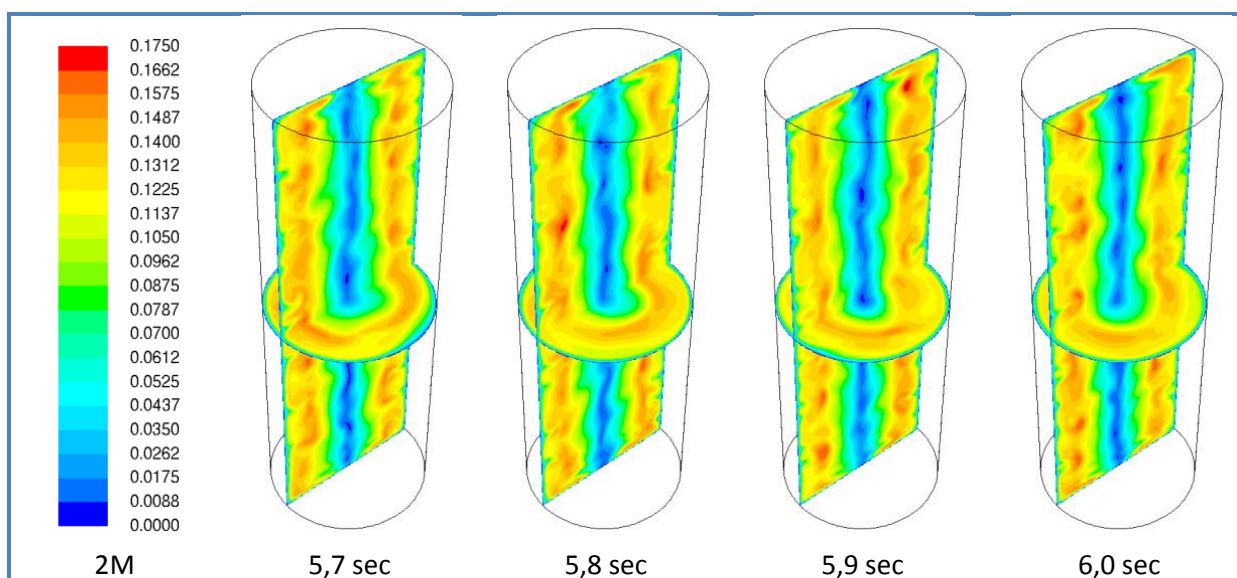
19. ábra. Tangenciális sebesség eloszlás (m/s) - EWT



20. ábra. Tangenciális sebesség eloszlás (m/s) - Cs05



21. ábra. Tangenciális sebesség eloszlás (m/s) - Cs02



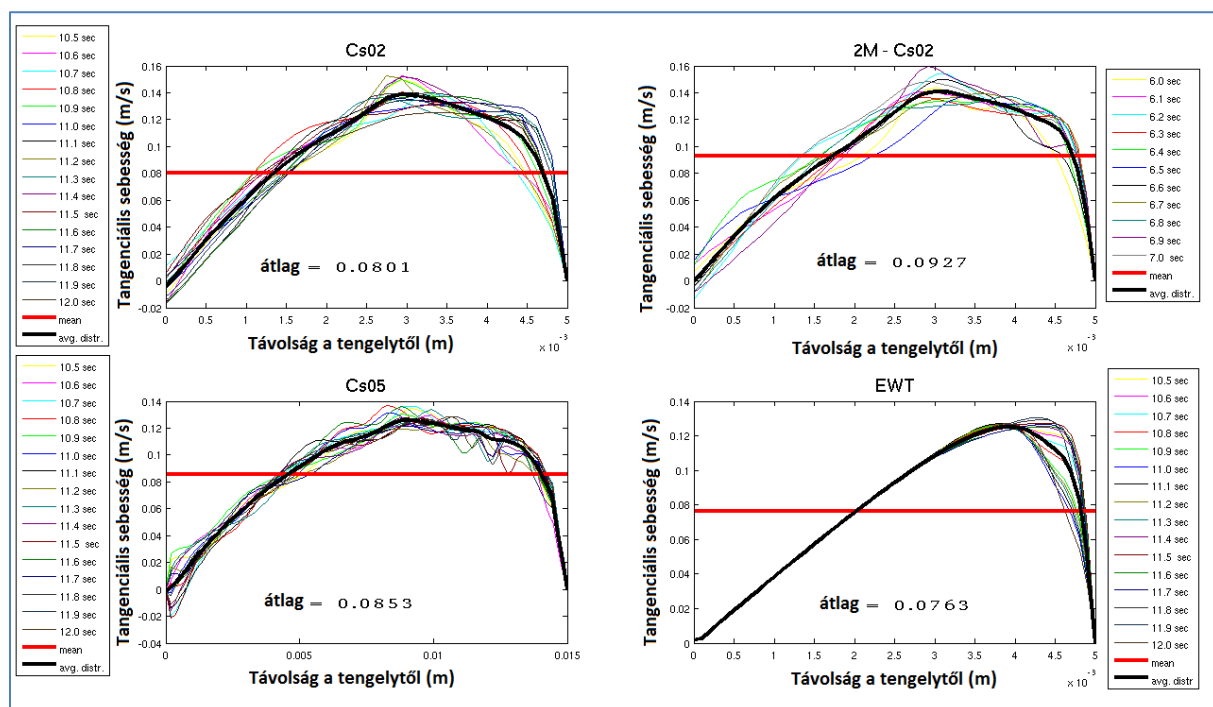
22. ábra. Tangenciális sebesség eloszlás (m/s) - 2M

A modellek átlag sebessége közel azonos, kb. 0,08-0,09 m/s, míg a maximális értékek eltérőek. Leglassabbnak mutatkozik az EWT. A Cs05 0,143 m/s, a Cs02 0,166, míg a 2M 0,175 m/s értéket is elér. A három LES modell sebességeit és egymáshoz viszonyított eltérésüket a 4. táblázat tartalmazza.

4. táblázat. Maximális sebességek az áramlási térben és egymáshoz viszonyított eltérésük

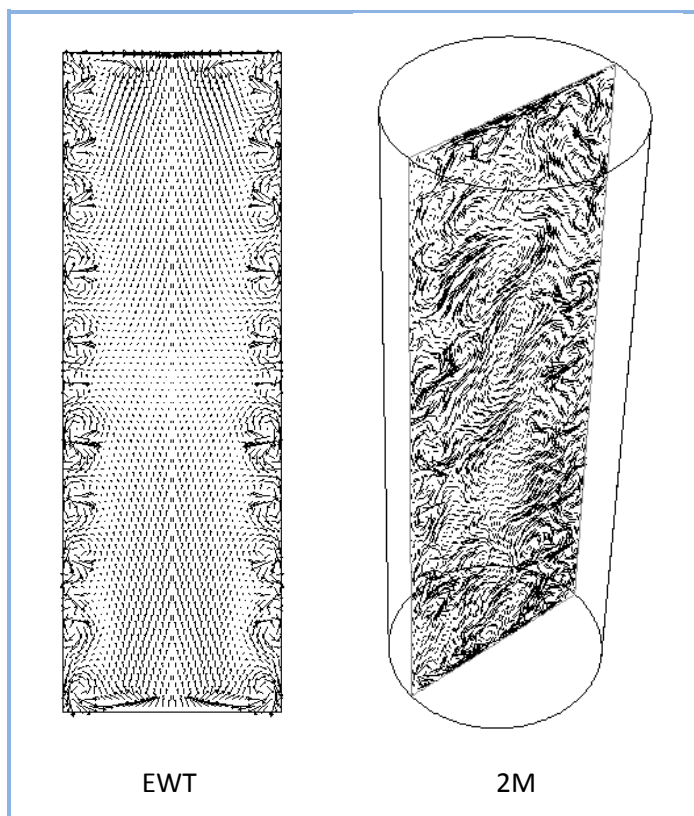
Modell	Max sebesség (m/s)	Eltérés Cs05-től (%)	Eltérés Cs02-től (%)
Cs05	0,1429	-	-
Cs02	0,1656	15,89	-
2M	0,1750	22,46	5,68

A rendezetlenség ellenőrzése érdekében a sugár menti sebességeloszlást is vizsgáltam, ugyanazon vonal mentén ahol a szögsebesség értékeket regisztráltam – 23. ábra.



23. ábra. Tangenciális sebesség (m/s) sugár menti eloszlása különböző időpillanatokban
Vastag piros vonal: átlag, vastag fekete vonal: átlagos eloszlás

A diagram tisztán mutatja, hogy 3 mm-ig nincs ingadozása a sebességértékeknek, annak ellenére, hogy a kialakuló metallosztatikus nyomáskülönbség és a falsúrlódás miatt az olvadékoszlop középső szakaszában is várható a turbulencia jelenléte. Ezt mutatja a 24. ábra EWT és 2M esetében. Belátható, hogy a faltól távolodva csak a LES generál örvényeket. Ennek alapján fontosnak tartom a további két sebességkomponens – axiális és radiális – vizsgálatát is.

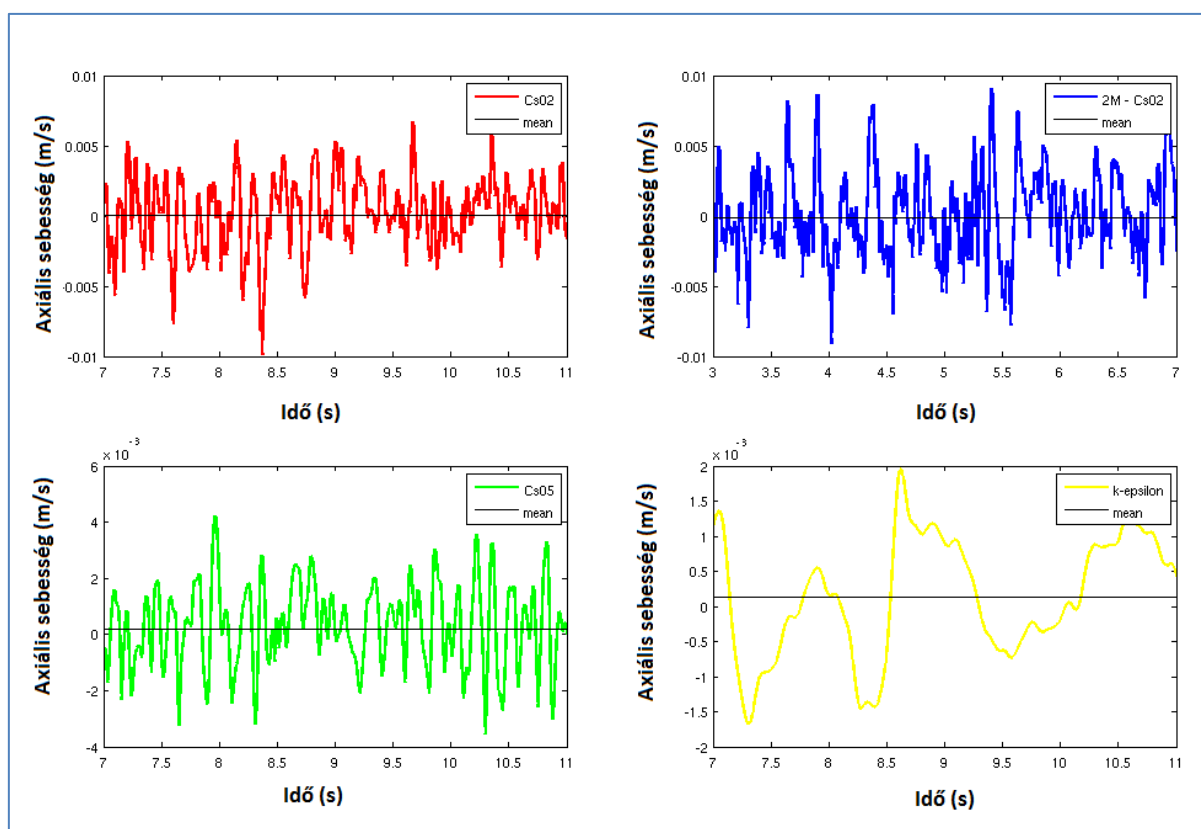


24. ábra. Szekunder áramlások vektorai függőleges metszetben

5.2.3 Szekunder áramlás

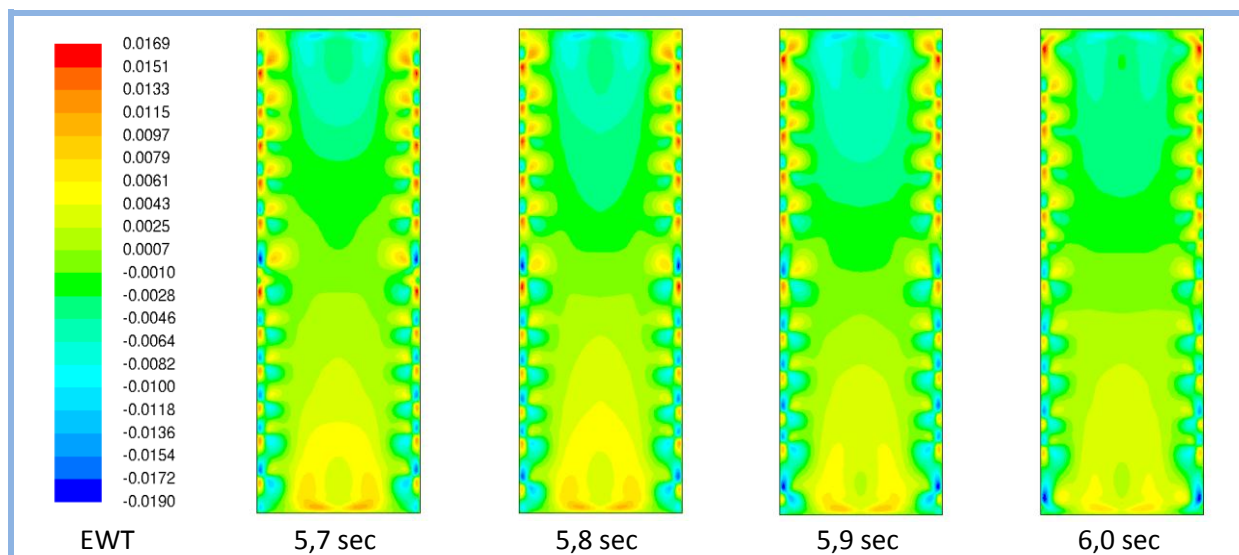
5.2.3.1 Axiális sebesség

Az axiális sebesség alakulását mutatja a 25. ábra a négy vizsgált modell esetében. A sebességek nagyságrendje alapján a Cs05+EWT és Cs02+2M párok képezhetők. A k- ϵ sokkal kevesebb és kisebb mértékű ingadozást mutat, mint a LES modellek – rendezettebbnek tűnik a modell.

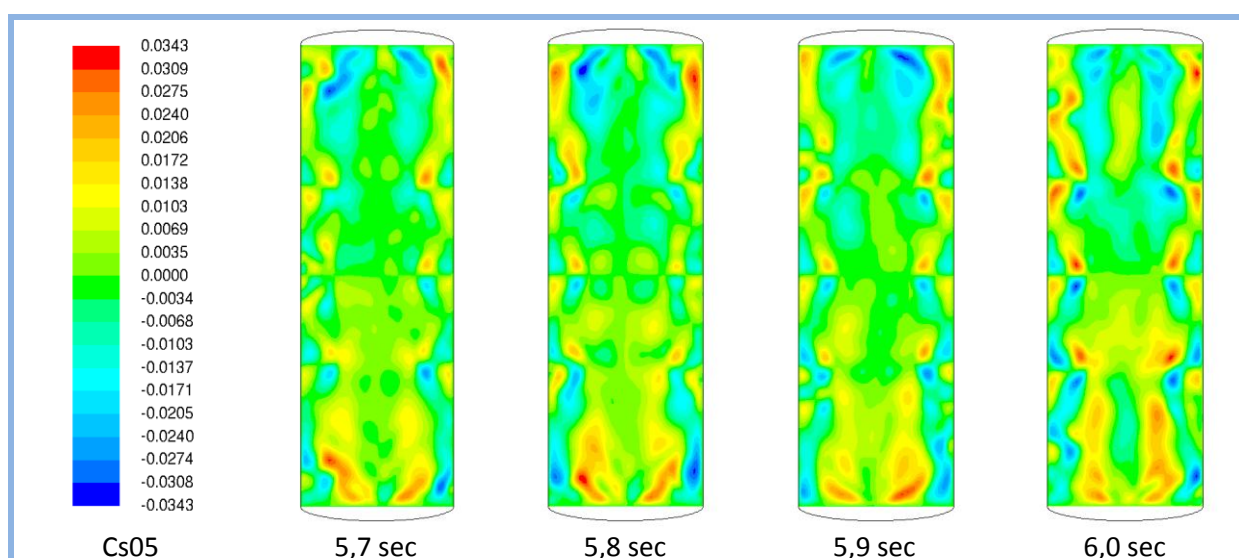


25. ábra. Axiális sebesség (m/s) időbeli alakulása – sugár menti átlag

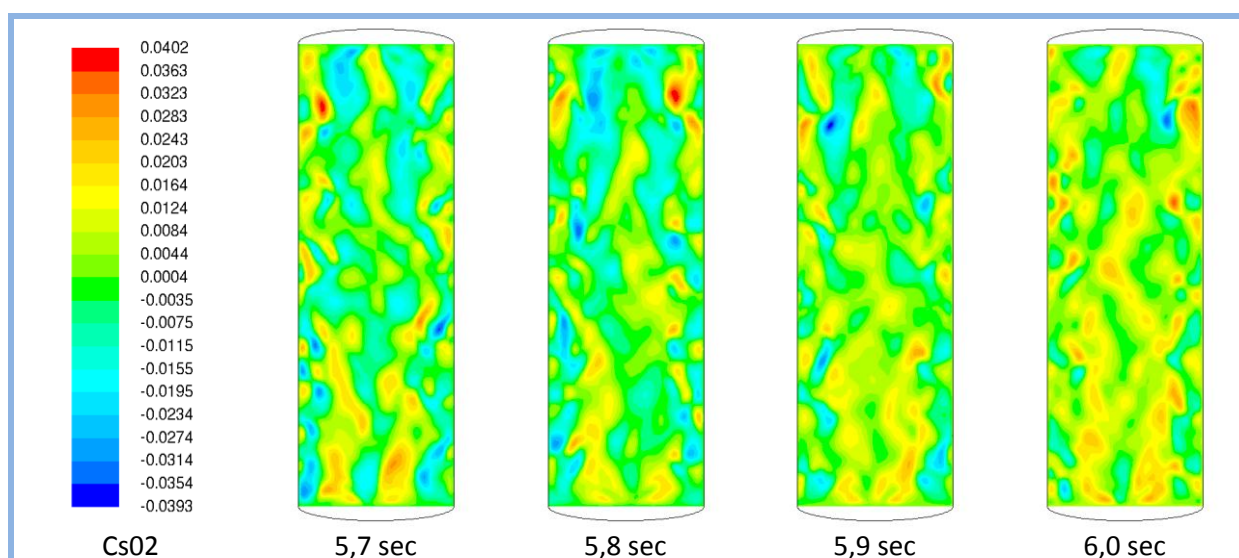
A rendezettség mértékét a sebességkomponens kontúros ábráiról és a sugár menti eloszlás vizsgálatából tudhatjuk meg a legegyszerűbben – 26. ábra - 29. ábra. A 30. ábra alapján belátható, hogy az axiális sebesség ingadozása elhanyagolható a RANS modell esetében, viszont a LES modellek sebességeloszlása rendezetlenül váltakozik. Ez az örvények térbeli mozgására utal.



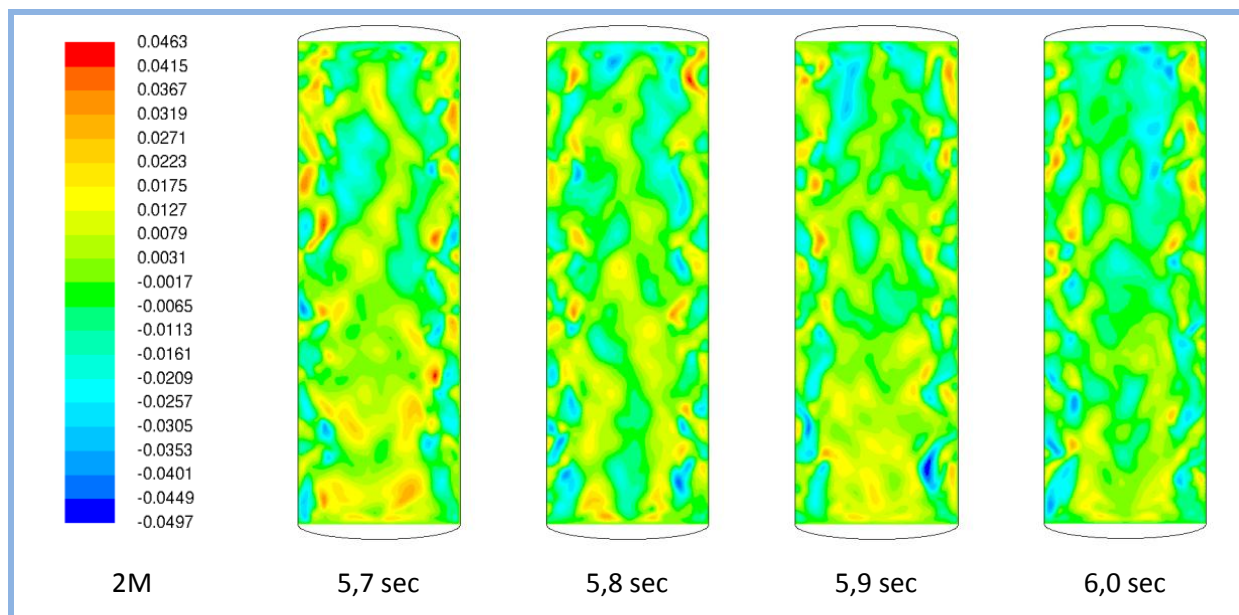
26. ábra. Axiális sebességeloszlás (m/s) különböző időpillanatokban - EWT modell



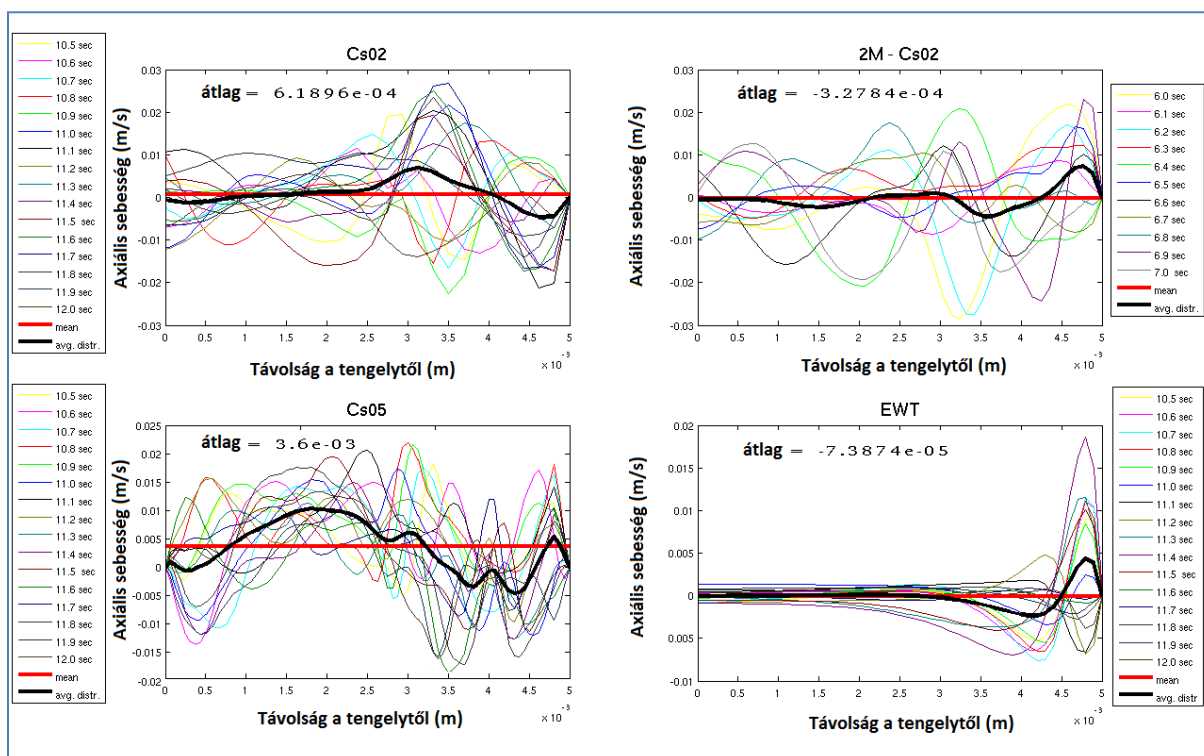
27. ábra. Axiális sebességeloszlás (m/s) különböző időpillanatokban - Cs05 modell



28. ábra. Axiális sebességeloszlás (m/s) különböző időpillanatokban - Cs02 modell



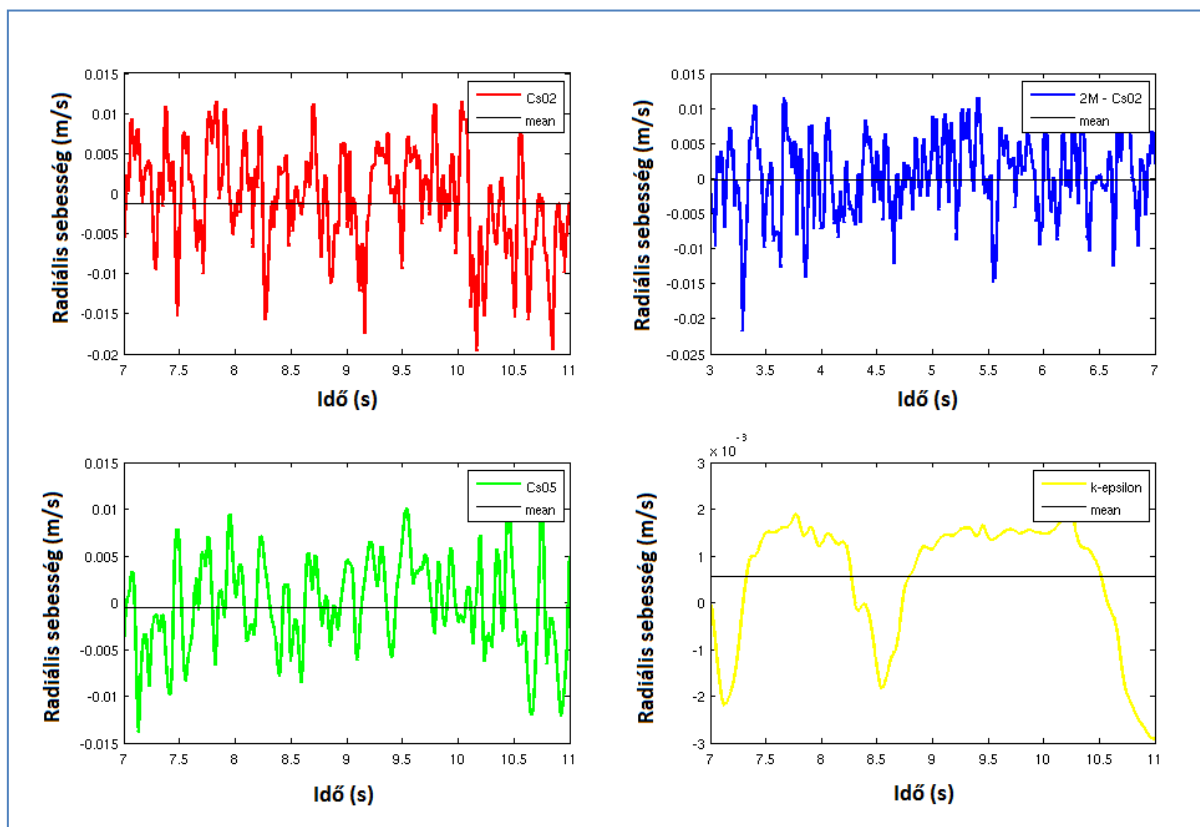
29. ábra. Axális sebességeloszlás (m/s) különböző időpillanatokba - 2M modell



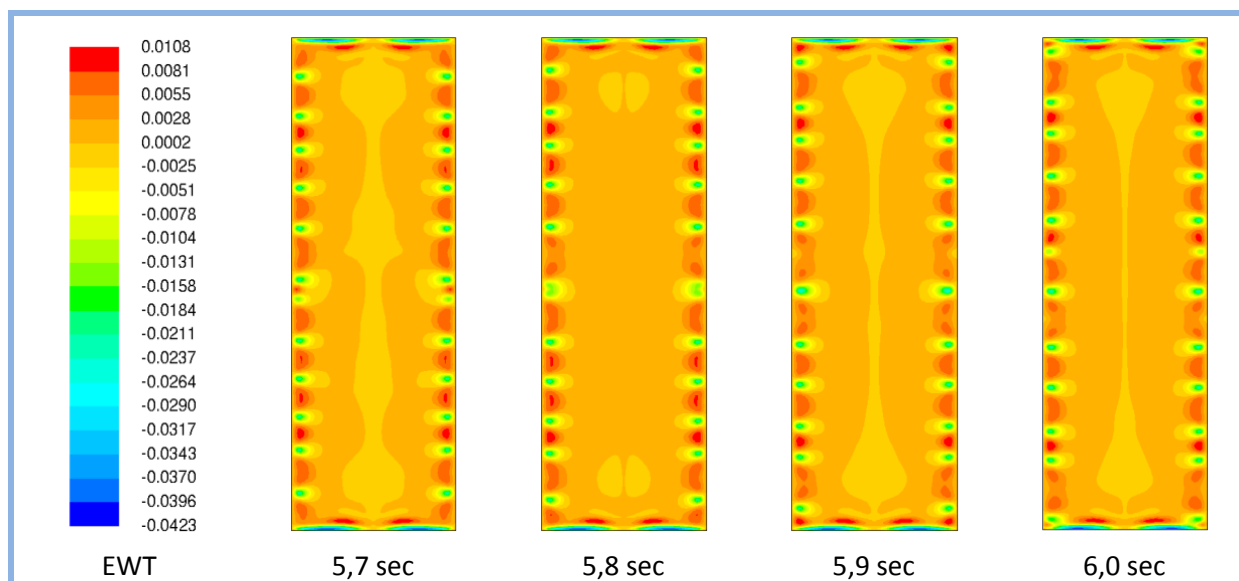
30. ábra. Axális sebesség eloszlása (m/s) a sugár mentén különböző időpillanatokban
Vastag piros vonal: átlag, Vastag fekete vonal: átlagos eloszlás

5.2.3.2 Radiális sebesség

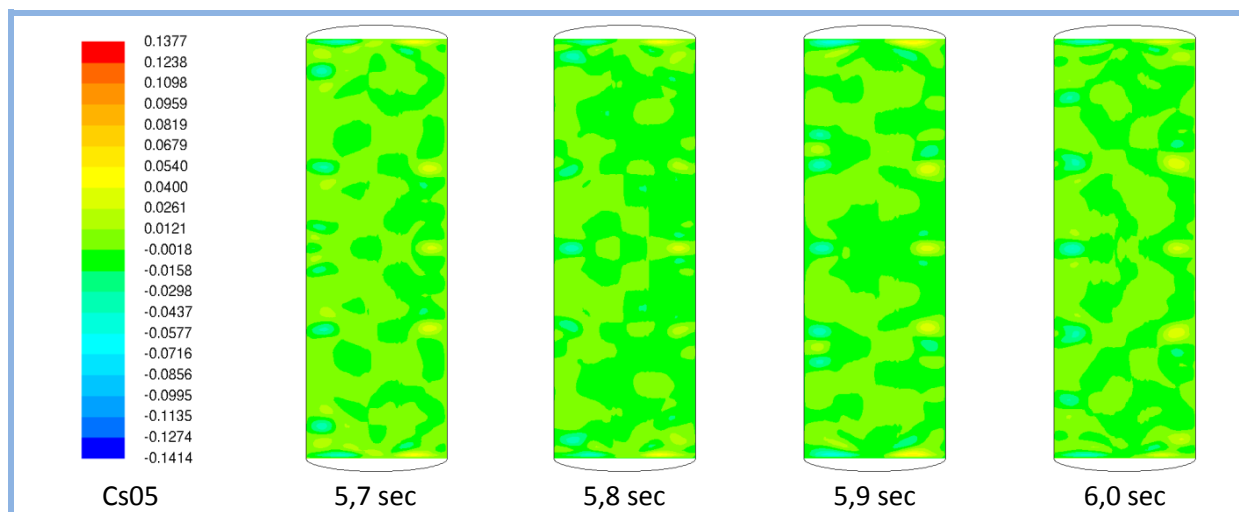
A radiális sebesség értékei és ingadozásai megegyeznek a három LES modellben. EWT esetében minimális ingadozás képződik – 31. ábra. A hasonlóság az áramlási képeken is mutatkozik – 32. ábra - 35. ábra. A legösszetettebb képet újra a 2M és a Cs02 modell mutatja.



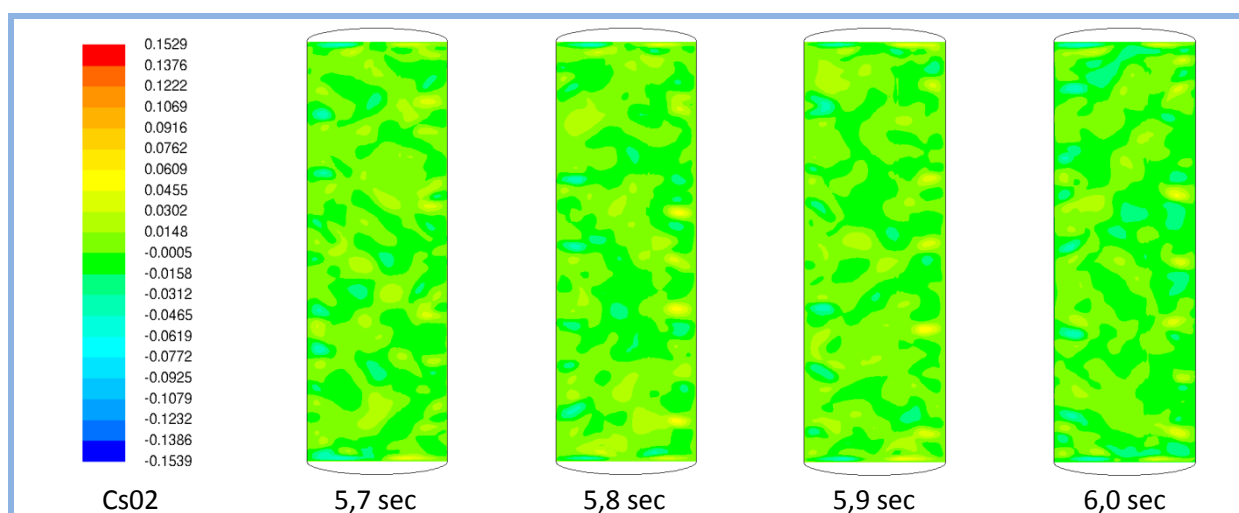
31. ábra. Átlagos radiális sebesség (m/s) időbeli alakulása a sugár mentén



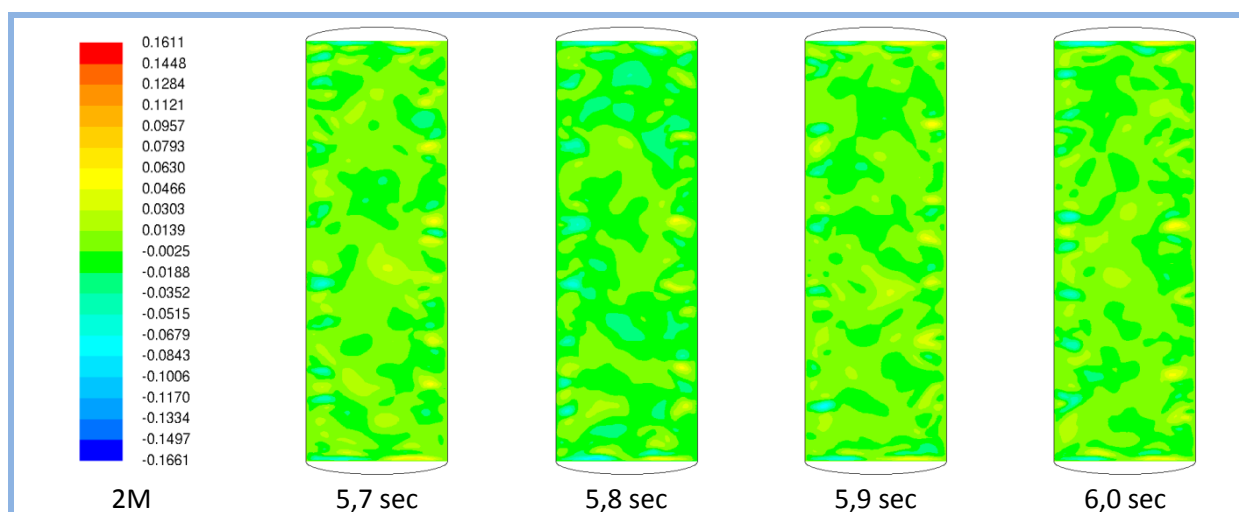
32. ábra. Radiális sebességeloszlás (m/s) különböző időpillanatokban - EWT modell



33. ábra. Radiális sebességeloszlás (m/s) különböző időpillanatokban - Cs05 modell

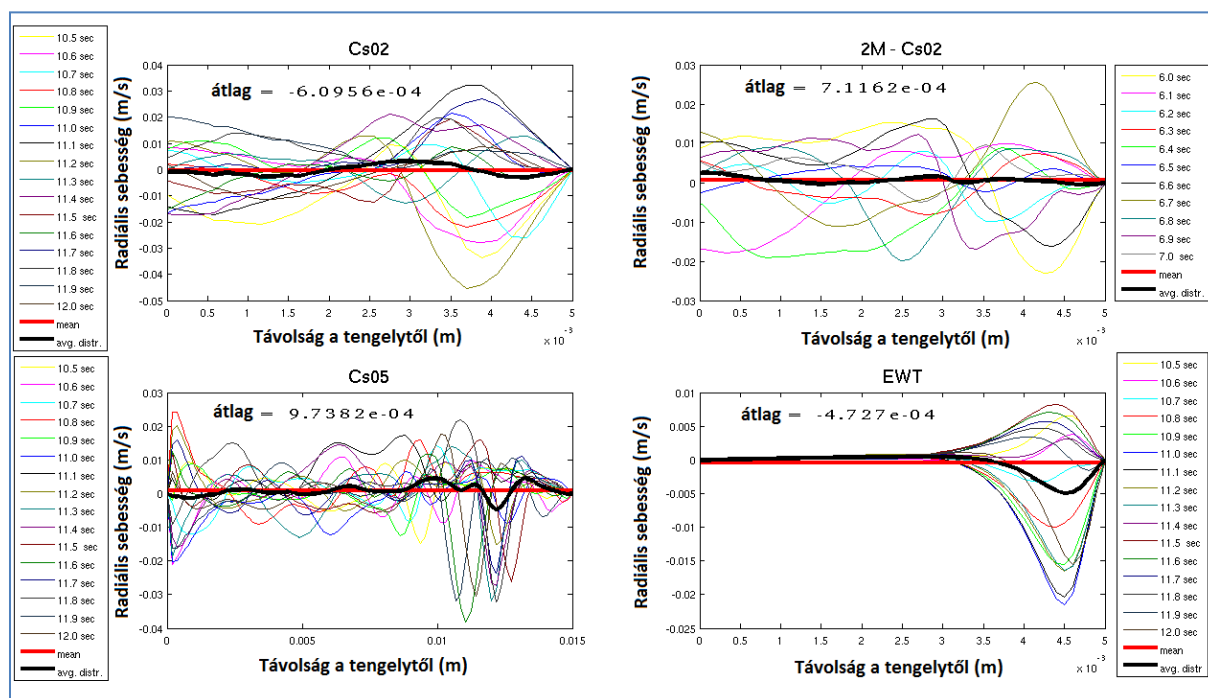


34. ábra. Radiális sebességeloszlás (m/s) különböző időpillanatokban - Cs02 modell



35. ábra. Radiális sebességeloszlás (m/s) különböző időpillanatokban – 2M modell

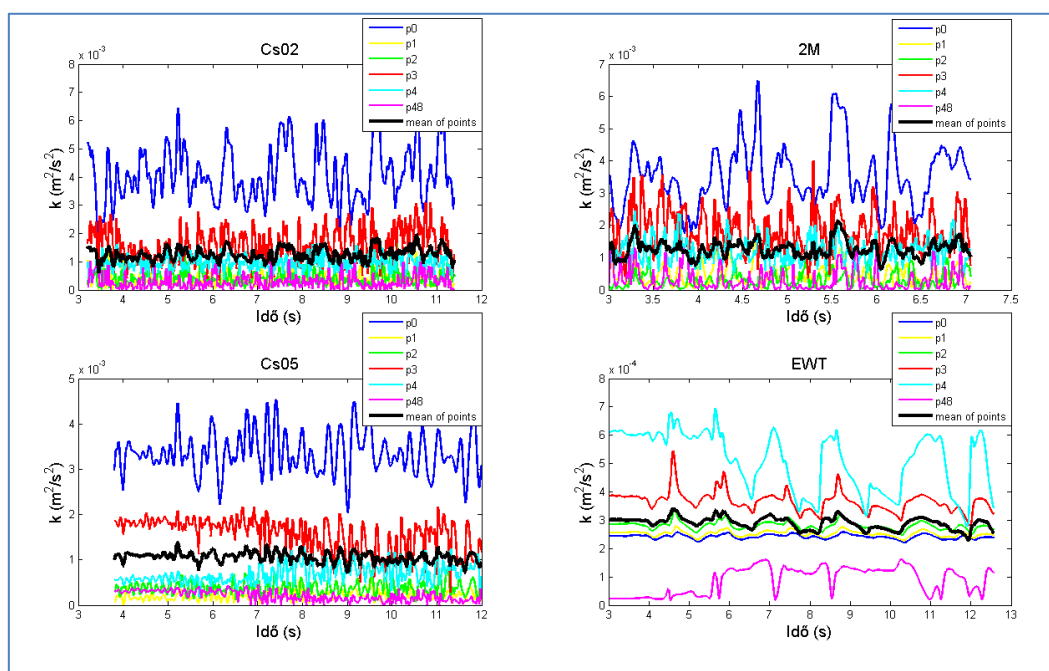
A sugár menti eloszlást (36. ábra) tekintve az EWT modellben csak 3 mm-től jelentkezik ingadozás, úgy, mint a primer áramlás esetében. A Cs05 modell egyfajta átmeneti rendszernek tekinthető az EWT és a pontosabb LES modellek között, azonban a tengely mentén is létrejön az ingadozás, jelezve az örvények jelenlétét. A Cs02 és 2M modellek nem mutatnak semmiféle szabályszerűséget.



36. ábra. Radiális sebesség (m/s) sugár menti eloszlása különböző időpillanatokban
Vastag piros vonal: átlag, vastag fekete vonal: átlagos eloszlás

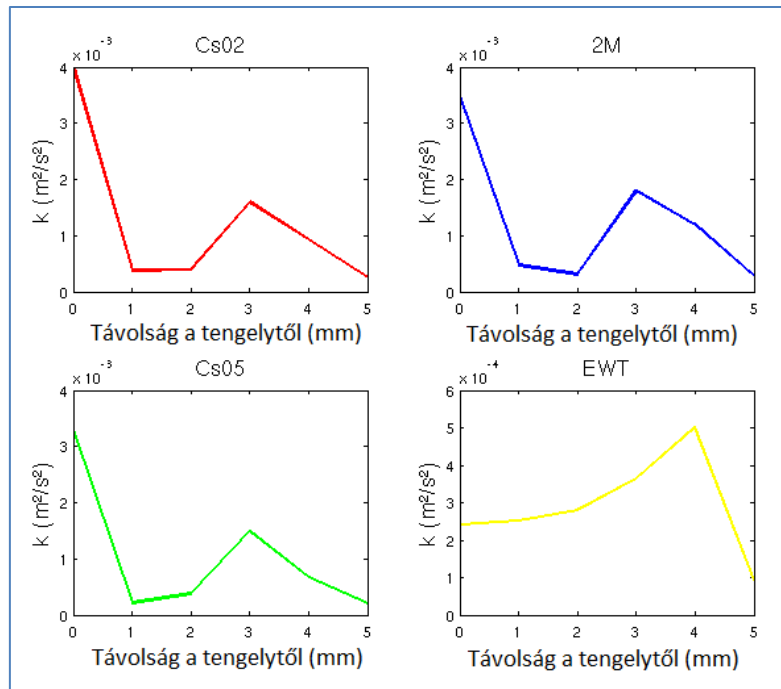
5.2.4 Turbulens kinetikus energia

A turbulens kinetikus energia időbeli alakulását mutatja a 37. ábra. A Large Eddy modellek kb. 3,5x nagyobb értéket mutatnak – /4.5.0.2/ alapján ez nem is meglepő, mivel alapvetően lassabb áramlás alakul ki RANS modellt (EWT) alkalmazva, kisebbek lesznek a sebességingadozások is és így a kinetikus energia is. Cs05 valamivel kisebb átlagos energiát mutat a többi LES modellhez képest.



37. ábra. Turbulens kinetikus energia az idő függvényében
Vastag fekete vonal: pontok átlaga

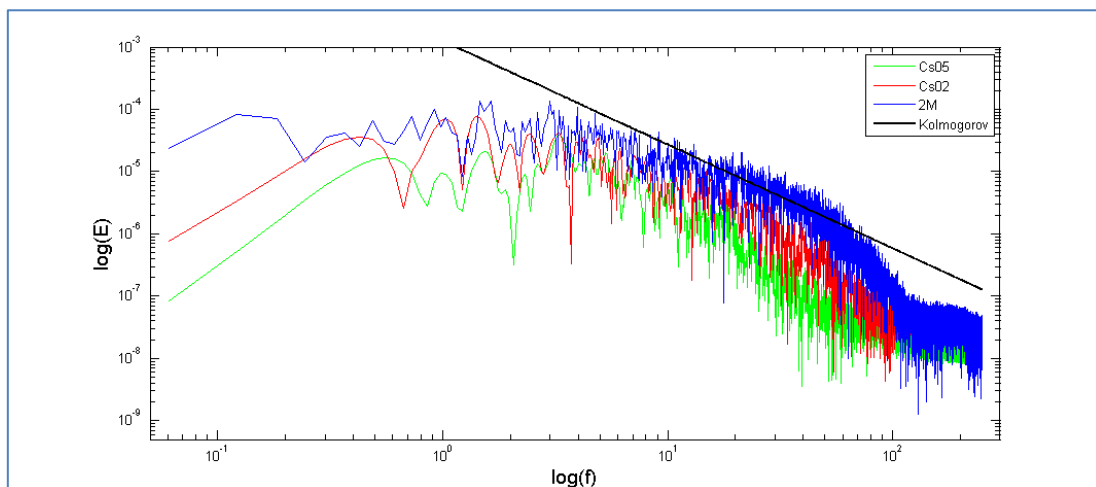
A legnagyobb érték a p0-n jelentkezik a LES modellekben, de érdemes jobban kivizsgálni a sugár menti eloszlást - 38. ábra. Látható, az 5.2.2 fejezetben említett örvényeloszlás. EWT-ben a fal mentén jelentkezik az energiamaximum, míg a LES modellekben ez a tengely mentén adódik, továbbá egy másik csúcs is található 3 mm-nél. Ez is bizonyítja, hogy az EWT áramlása a fal közeli zónát kivéve laminárisnak tekinthető, míg a LES jelentősen összetettebb áramlást generál.



38. ábra. Átlagos turbulens kinetikus energia sugár menti eloszlása

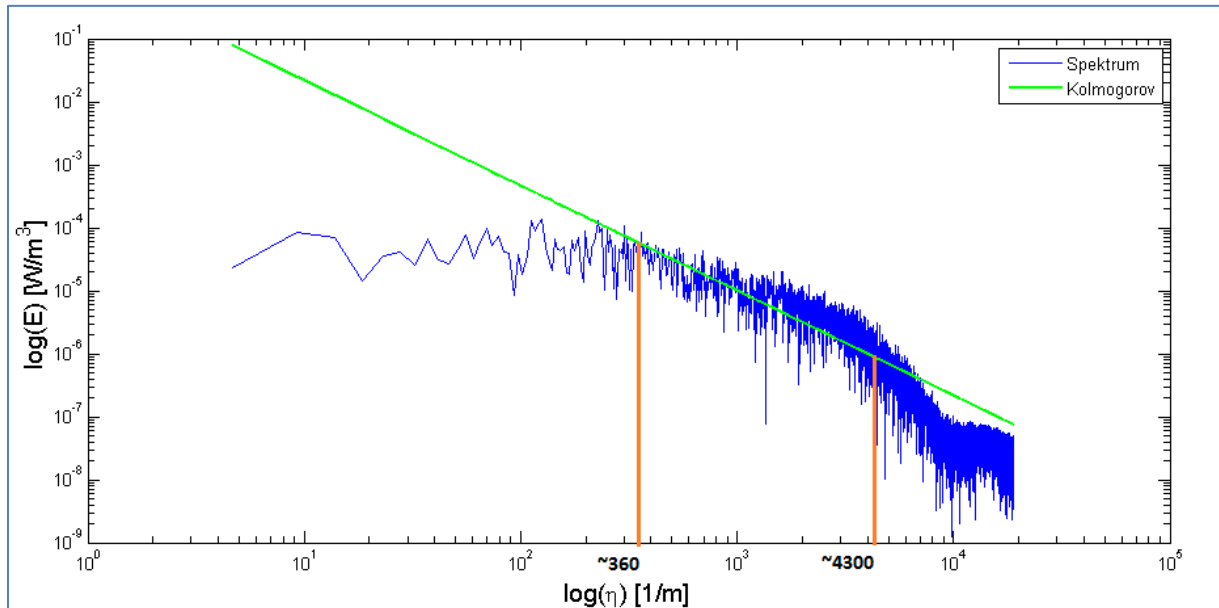
5.3 LES eredmények összehasonlítása a Kolmogorov elmélettel

Mindhárom LES modell turbulens frekvencia spektrumát mutatja a 39. ábra, melyeket a 4.5 fejezetben leírtak alapján készítettem el. A Cs05 modell spektruma kezd el a leghamarabb ereszkedni, bizonyítva a Smagorinsky konstans hatását. 2M a leginkább kiszélesedő és a legnagyobb inercia zónával rendelkező modell. Sokkal intenzívebb csökkenést mutat az elnyelődési zóna – bizonyítva az erőteljesebb áramlást – tehát a hálósűrűségnek jelentős szerepe van az örvények felbontásában (az alkalmazott két háló sűrűséget tekintve).



39. ábra. Turbulens frekvencia spektrumok

A kompenzált spektrumot a legpontosabb modellhez – 2M – készítettem el. Az inercia zóna behatárolásához és a karakterisztikus hullámhossz előállításához a Taylor hipotézis segítségével valósítottam meg a hullámszám (η) spektrumot – 40. ábra.



40. ábra. 2M modell turbulens hullámszám spektruma

Az inercia zóna kb 360 és 4300 [1/m] között található. A karakterisztikus értéket legegyszerűbben a két érték átlagolásával kaphatjuk meg, így a karakterisztikus hullámszám:

$$\eta = \frac{360 + 4300}{2} = 2330 \frac{1}{m}$$

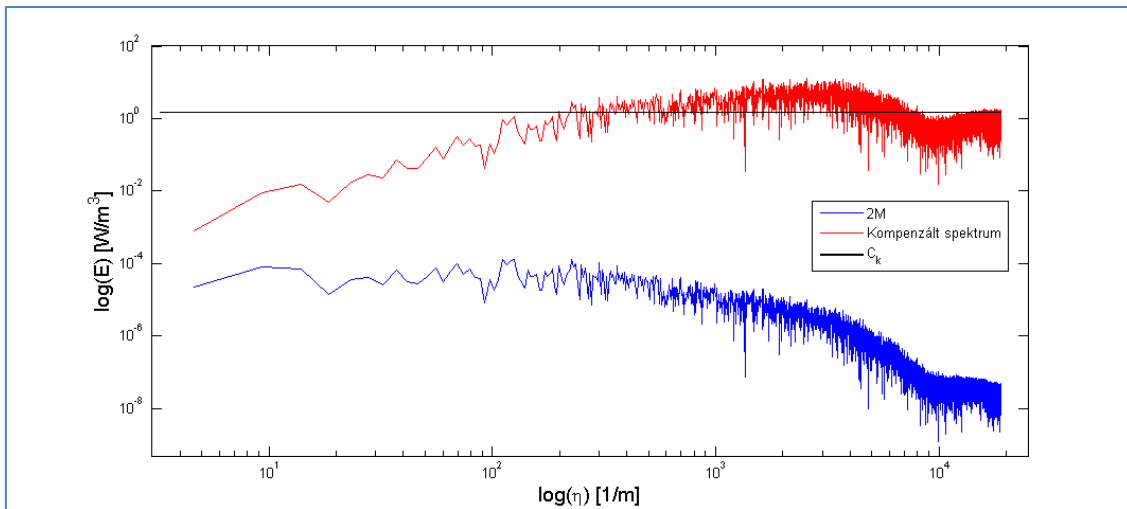
Ebből a karakterisztikus hullámhossz (λ) /4.5.0.6/ szerint:

$$\lambda = 2\pi/\eta = 2\pi/2330 = 0,0027 \text{ m}$$

A turbulens energia elnyelődési szintje (ε) /4.5.0.7/ szerint:

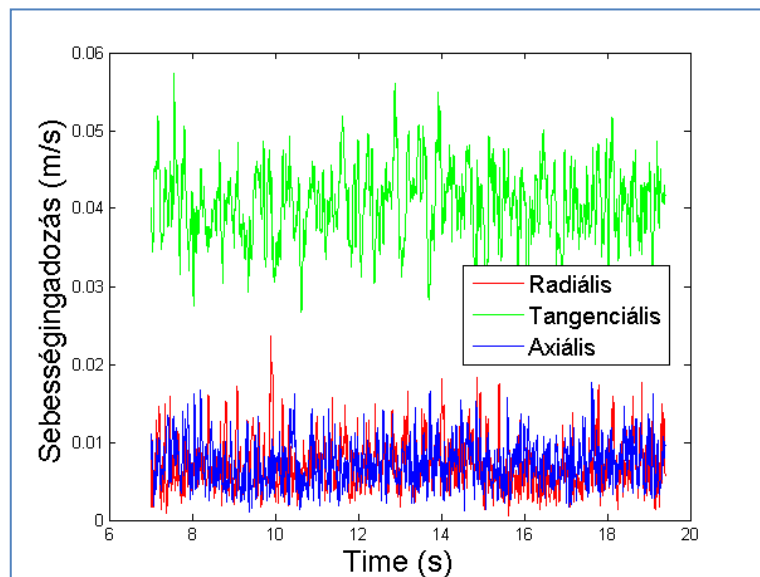
$$\varepsilon = u'^3/\lambda = 0,0478^3/0,00271 = 0,0403 \frac{m^2}{s^3}$$

Így már megfelelő mennyiségű adattal rendelkezem a kompenzált spektrum elkészítéséhez - 41. ábra.



41. ábra. 2M modell hullámhossz- és kompenzált hullámhossz spektruma

A kompenzált spektrum az inercia zónának megfelelően metszi a Kolmogorov állandó vonalát, így a modell megfelelőnek tekinthető. Az elmélet tökéletes illeszthetősége érdekében ellenőrizni kell az örvényeket anizotrópia szempontjából. A 42. ábra a három sebesség komponens ingadozását mutatja az idő függvényében – 2M modell. A szekunder áramlások (radiális és



42. ábra. Sebesség-ingadozások az idő függvényében - 2M modell

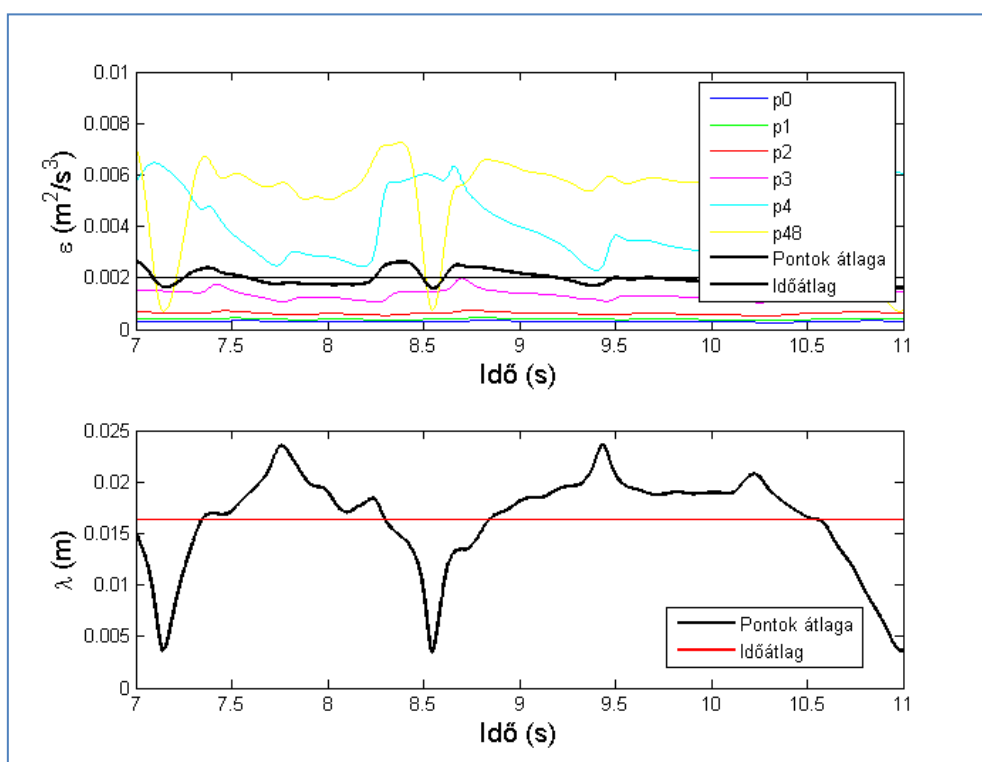
axiális) izotrópok, viszont a primer (tangenciális) komponens ingadozása kb. 5,5x nagyobb a többinél – 5. táblázat. Ez a kényszerített áramlás hatása; axiális és radiális hajtóerő nem jelentkezik az olvadékban. Ezek alapján a turbulens áramlás izotrópnak tekinthető.

5. táblázat. Átlagos sebesség-ingadozások - 2M

Sebességkomponens	Ingadozás (m/s)
Axiális	0,0074
Radiális	0,0072
Tangenciális	0,0402

5.4 Turbulens energia elnyelődés – ϵ – összehasonlítása

Az k- ϵ modell turbulens energia elnyelődési szintje kb. huszada a LES modellben számítottéhoz képest – $0,0403 \text{ m}^2/\text{s}^3$ 2M, valamint $0,002 \text{ m}^2/\text{s}^3$ EWT esetében (43. ábra). Mivel az energia elnyelődés a legkisebb méretű örvények által folyik, érdemes megtekinteni a turbulens hullámhossz adatokat. A karakterisztikus hullámhossz a 2M modellben $0,0027 \text{ m}$ -nek adódott, míg a k- ϵ modellben átlagosan $0,0164 \text{ m}$. Ezek szerint a LES modell sokkal nagyobb mértékben képes felbontani az áramlást.



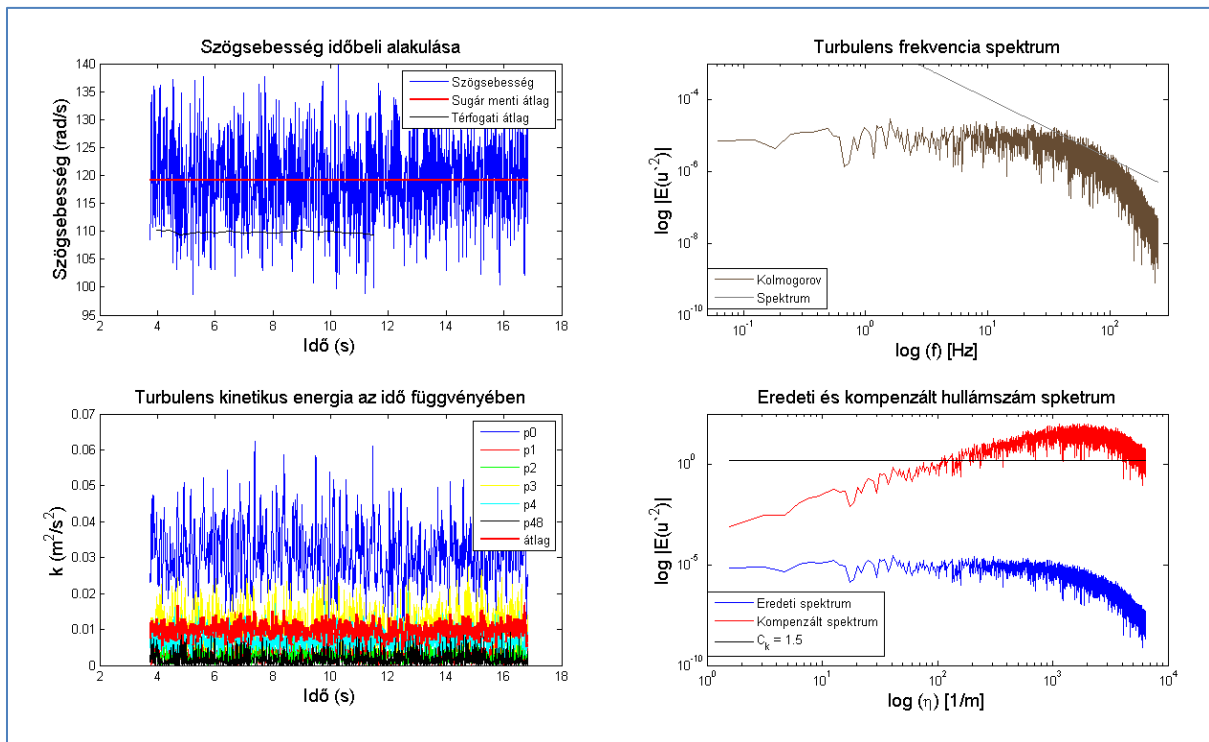
43. ábra. Turbulens energia elnyelődés és a turbulens hullámhossz az EWT modellben

6 További modellek

6.1 Magasabb gerjesztésű modell

Korábban számos mágneses gerjesztés mellett futtattam 2D modelleket [1], mivel csak így lehet teljesen felderíteni a modell tulajdonságait. Egy LES modell számítási időigénye nyolc-tízszerese egy egyszerű 2D k- ϵ modellének, így egyetlen magasabb gerjesztésű modellt volt időm lefuttatni. Beállításai a $B = 57,4 \text{ mT}$ gerjesztést kivéve megegyeznek a 2M modell beállításával. Az összehasonlítást csak a 2M-hez viszonyítva végzem.

A szögsebesség időbeli alakulását (és ezzel a primer áramlás ingadozását), a turbulens kinetikus energiát valamint a turbulencia spektrumokat a 44. ábra mutatja.

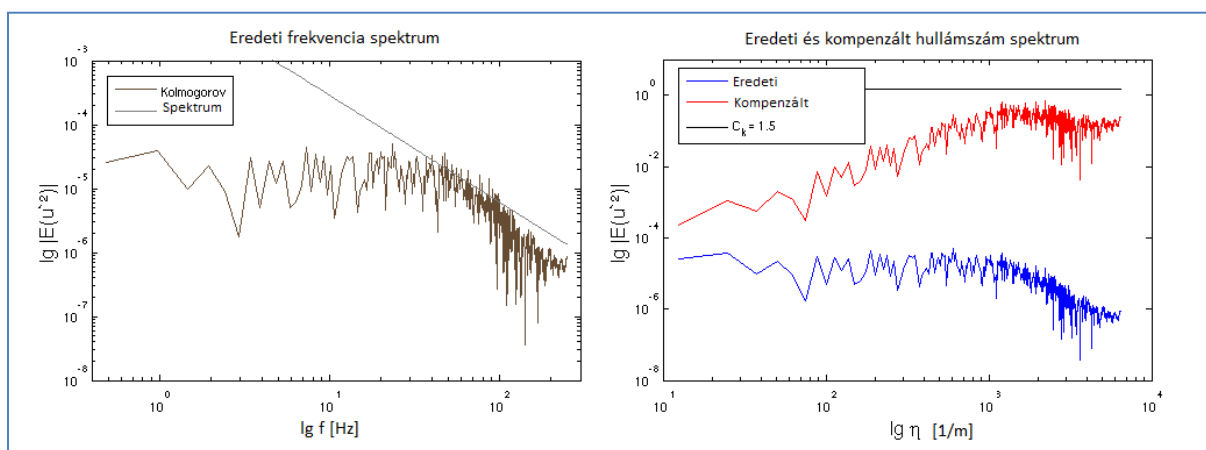


44. ábra. Szögsebesség és turbulens kinetikus energia az idő függvényében, valamint turbulencia spektrumok a magasabb gerjesztésű modell esetében

A szögsebesség térfogati átlaga 109,85 rad/s, ami a mért 106,5 rad/s-hoz képest hasonlóan pontosnak tekinthető, mint a többi LES modell esetében. Az eltérés mindössze 3,15%.

A gyorsabb keverés (0,271 m/s átlagos tangenciális sebesség) hatására kb. 10x annyi energia tárolódik az áramlásban, mint a 2M modellben. 0,0098 m²/s² turbulens kinetikus energia keletkezik átlagosan az örvények által. Az energia elnyelődési szintje, $\epsilon = 4,724 \times 10^{-4}$

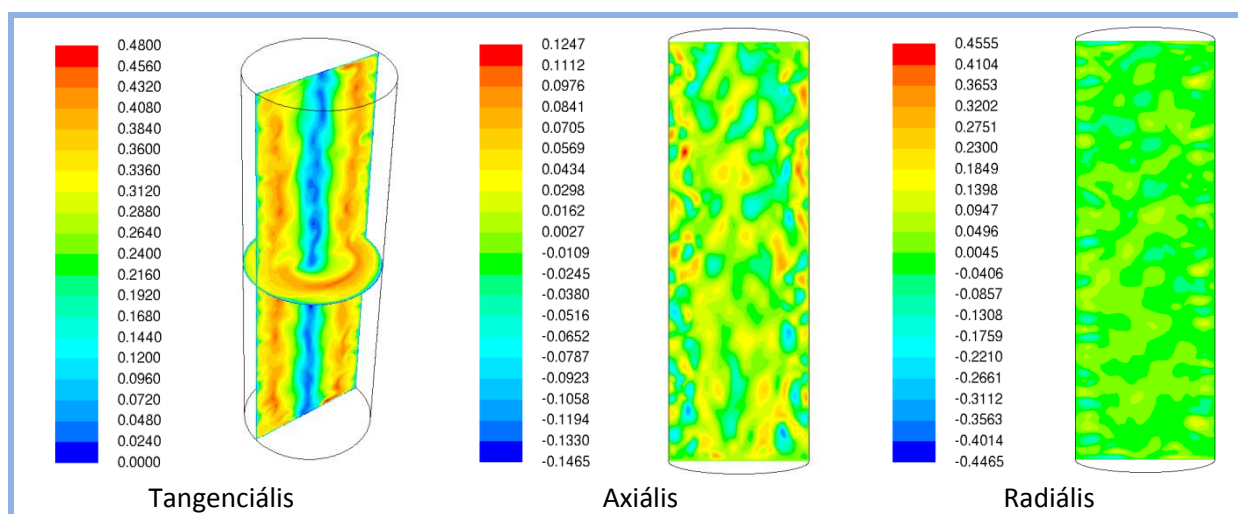
m^2/s^3 . A meglehetősen alacsony érték a keskeny inercia zóna alapján várható is volt. Érdekes szem előtt tartani, hogy az adott spektrumokat és az energia elnyelődést 1-2 perces futásidőkből érdemes számítani, mivel ennyi időre is szükség lehet, hogy az áramlás teljes egészében kialakulhasson. A 45. ábra. Turbulens spektrumok 8,2 s valós idő alapján – 4096 pont ábra alapján belátható, hogy mennyit változnak a turbulens spektrumok, ha több pontot használunk fel a Fourier transzformációhoz.



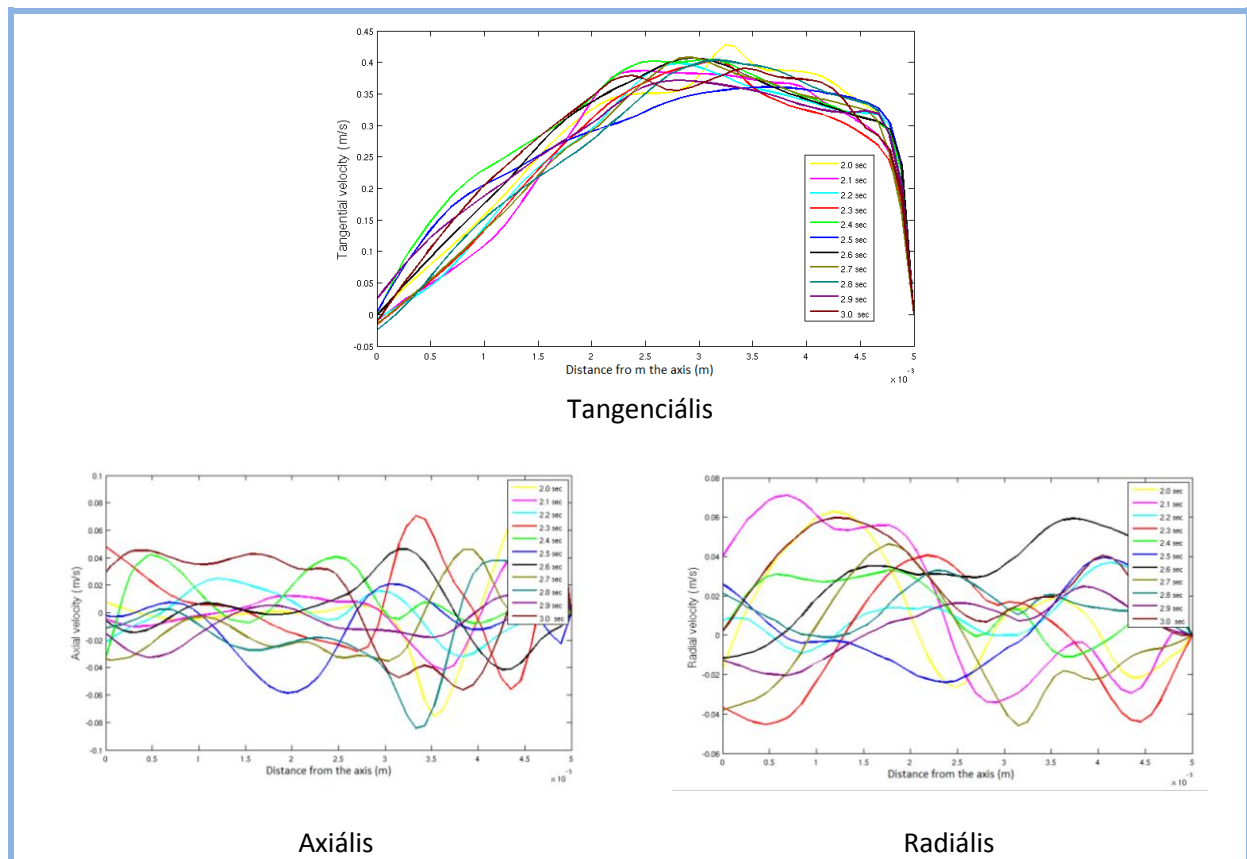
45. ábra. Turbulens spektrumok 8,2 s valós idő alapján – 4096 pont

A frekvencia spektrum egy nagyságrenddel kisebb frekvenciát ér el alacsonyabb pontszám esetén, valamint a kompenzált spektrum sem éri el az egyezmények Kolmogorov állandó vonalát. A pontos eredmények elérése érdekében mind a 2M, mind pedig e modellt tovább kell futtatni a későbbiekben.

A sebességkomponensek sugár menti és térfogati eloszlásai azonos profilokat mutatnak, mint a többi LES modellben - 46. ábra & 47. ábra.



46. ábra. Sebességkomponensek eloszlása az olvadékból – 57,4 mT



47. ábra. Sugár menti sebességkomponens-eloszlások - 57,4 mT

6.2 Modell szabad felszínnel

Korábban szabad felszínnel is készítettem 2D k- ϵ modelleket [12]. Ez esetben kétfázisú rendszert hoztam létre – VOF (Volume Of Fluid) többfázisú megoldóval. A többfázisú megoldó miatt a Lorenz-erőtér UDF-e is átalakításra szorult, ugyanis meg kellett jelölni, hogy melyik fázisra hat az erőter.

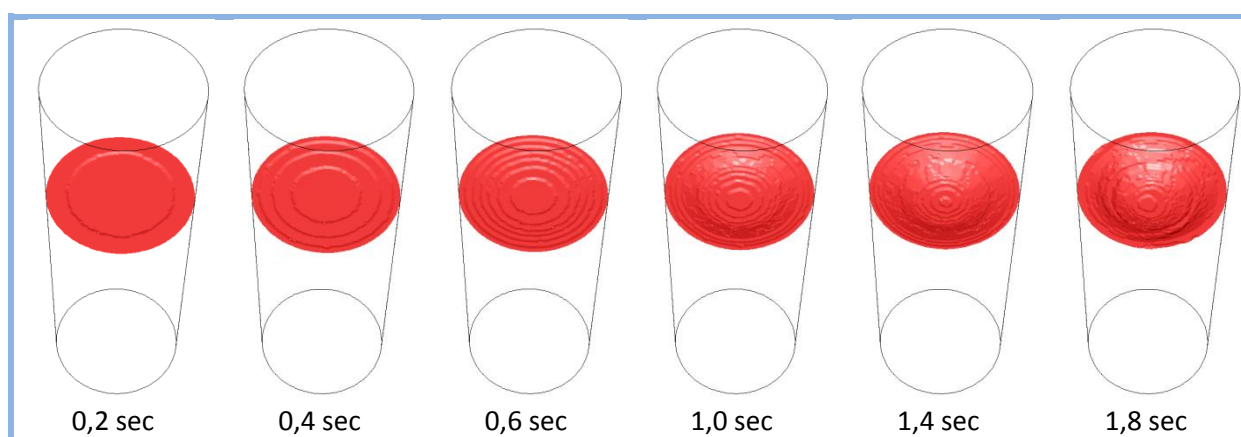
Mivel hosszabb távon is használni kívánom a Large Eddy-t, a szabad felszín hatását is vizsgálnom kellett. A beállítások megegyeztek a 2M ($B = 22,6$ mT) beállításával, kivéve:

- a VOF Multiphase megoldót,
- a bővített UDF-et,
- valamint a mintatartó tetejét,
 - nyitott fedél – „pressure inlet” zérus nyomással.

A szabad felszín középpontjának süllyedése – 48. ábra – a mérhető paraméter, mellyel ellenőrizhető a modell működése. Az alábbi egyenlet segítségével számítható, hogy mekkora lesz a távolság a szabad felszín legmagasabb és legalacsonyabb pontja között adott mintatartó sugár és olvadék szögsebesség mellett:

$$d_f = \frac{R^2 \omega^2}{2g} \quad /6.2.0.1/$$

- d_f távolság a felszín legmagasabb és legalacsonyabb pontja között
- R mintatartó sugara



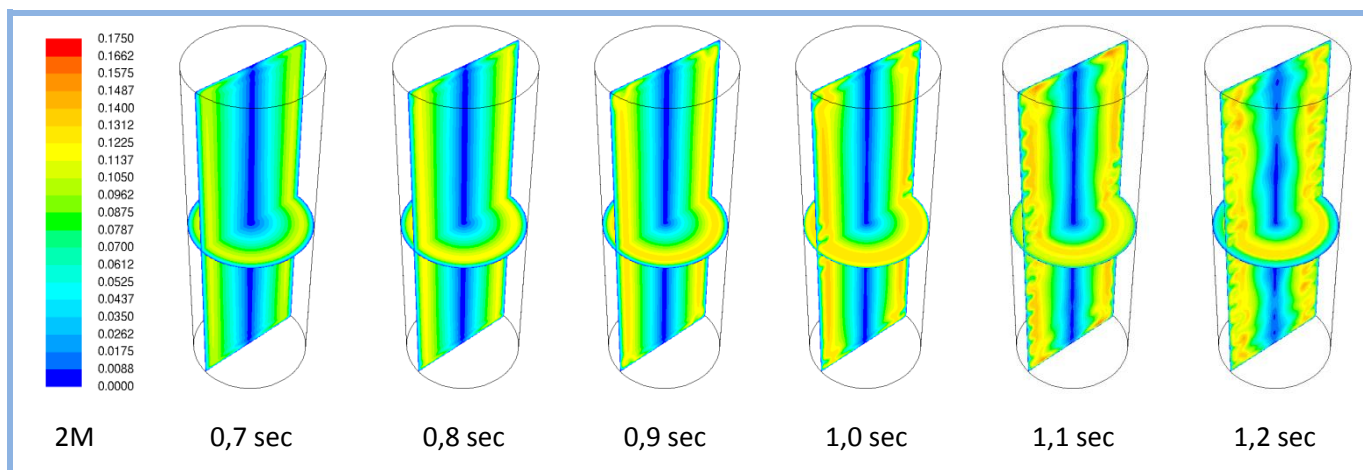
48. ábra. A felszín deformációja az áramlás beállása során

A mért és számított szögsebesség valamint a szabad felszín és szimulált hibája a 6. táblázat látható.

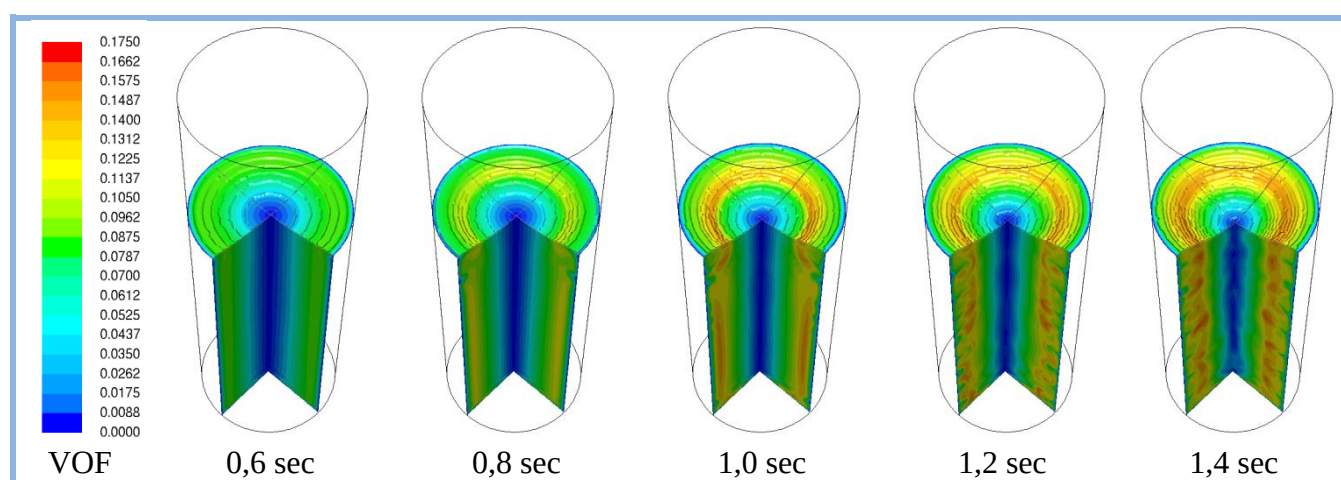
6. táblázat. A VOF modell szögsebessége, szabad felszínének mérete és azok hibája

	ω (rad/sec)	Relatív hiba (%)	d_f (mm)	Relatív hiba (%)
Mért	38,83	-	-	-
VOF	38,47	0,94	2,06	-
ω alapján számítva	-	-	1,89	8,30

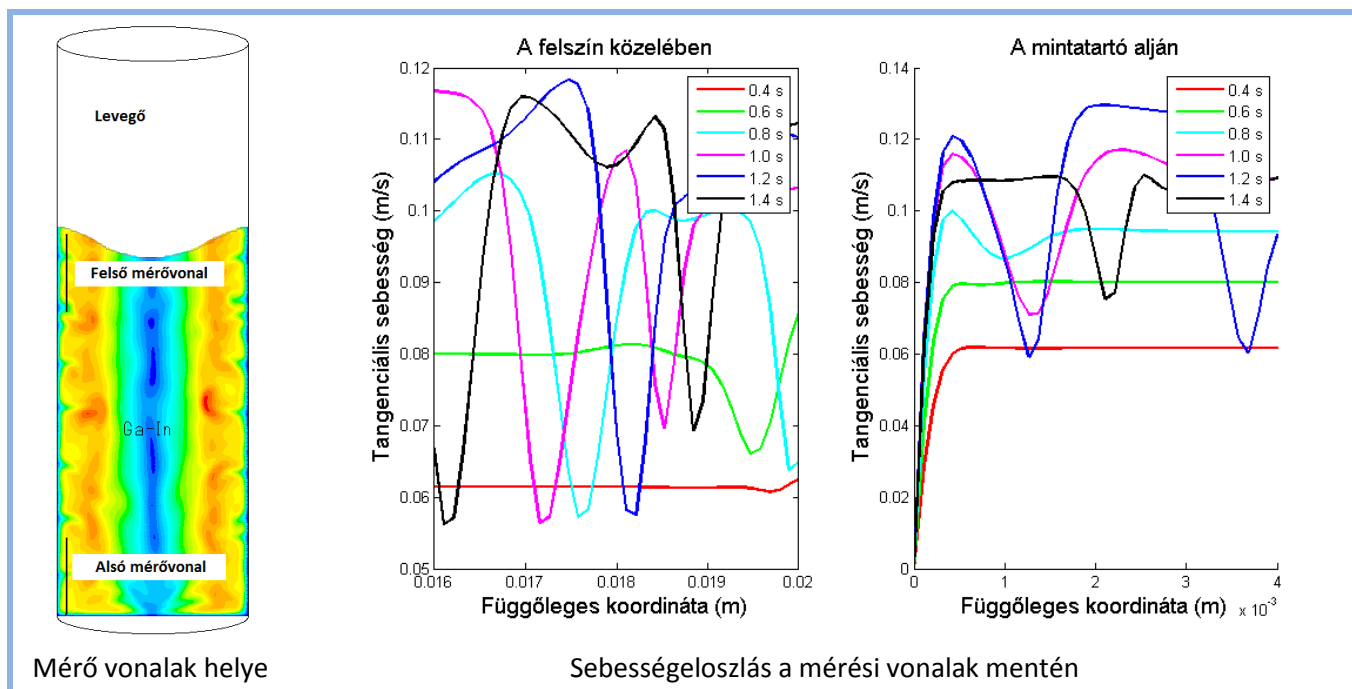
A szabad felszín egyedül a turbulencia kialakulását befolyásolja. Közelében 0,2 másodperccel hamarabb jelentkezik a nyírás, mely létrehozza az örvényeket – 49. ábra → 51. ábra.



49. ábra. Az áramlás beállása - 2M



50. ábra. Áramlás beállása – VOF



51. ábra. Sebességeloszlások a szabad felszín és a mintatartó közelében

7 Összefoglalás

Számos szimulációt végeztem a megfelelő turbulencia modell kiválasztása érdekében, hogy későbbi kristályosítási modelljeimnek megfelelő alapod adhasson MHD keveréssel létrehozott áramlás esetén. A $k-\epsilon$ modell túlzottan egyszerűsített eredményeket nyújtott, különösképpen különleges fal közeli funkciók nélkül. A Large Eddy Simulation modellek meglehetősen részletes áramlási képeket hoztak létre, melyek a valóságot sokkal inkább tükrözik, mint a $k-\epsilon$ modell által létrehozott egyenletes sebességeloszlás. A dolgozatban leírt eredmények alapján $110\text{ }\mu\text{m}$ cellaméret felett nem érdemes dolgozni – érdemes lehet inkább még sűrűbb felosztást létrehozni – valamint a Smagorinsky konstans értékét $0,2$ felé nem érdemes emelni, inkább az alatt kell tartani. Az első kristályosodási modelleket kétdimenziós tengelyszimmetrikus modellként érdemes kezelni, így a továbbiakban egy egyedi 2D LES turbulencia modell kifejlesztése az elsődleges cél.

8 Irodalomjegyzék

- [1] Cs. Nagy, A. Rónaföldi, A. Roósz: Comparison of measured and numerically simulated angular velocity of magnetically stirred liquid Ga-In alloy. Materials Science Forum. Kézirat. (2012)
- [2] A. Rónaföldi: Forgó mágneses mezős magneto-hidrodinamikai keverővel ellátott kristályosító berendezés kifejlesztése és vizsgálata. PhD értekezés. Miskolc. (2008)
- [3] F. Felten, Y. Fautrelle, Y. Du Terrail, O. Metais: Numerical Modelling of Electromagnetically-Driven Turbulent Flows Using LES Methods. App. Math. Modelling, vol. 28, n°1, p. 15-27. (2004)
- [4] E. Dahlberg: On the action of a rotating magnetic field on a conducting liquid. AB Atomenerg. Sweden. Rep AE-447. (1972)
- [5] H. K. VERSTEEG, W. MALALASEKERA: An introduction to computational fluid dynamics, The finite volume method. Longman Group Ltd. Malaysia. (1995)
- [6] L. Gyulai: Bevezetés a CFD világába a Transzportfolyamatok modellezése által a FLUENT szoftvercsomag alkalmazásával. Oktatási segédlet. Miskolc. (2009)
- [7] S. Szentgyörgyi, K. Molnár, M. Parti: Transzportfolyamatok. Tankönyvkiadó. Budapest. (1986)
- [8] L. Baranyi, L. Kalmár, L. Könözy: Hő- és áramlástan feladatok numerikus modellezése. HEFOP. Miskolci Egyetem. (2005)
- [9] A. Bakker: Lecture 9 - Kolmogorov's Theory, Applied Computational Fluid Dynamics. © Fluent Inc. (2002)
- [10] <http://www.coolit.co.za/pipeflow/bigpipe.htm>
- [11] Zimmermann, G; Weiss, A; Mbaya, Z.: Effect of forced melt flow on microstructure evolution in AlSi7Mg0.6 alloy during directional solidification, Materials Science and Engineering A 413–414 (2005) 236–242
- [12] Cs. Nagy, A. Rónaföldi, L. Gyulai, A. Roósz: Mágneses fémolvadék keverés numerikus szimulációja. MicroCAD 2012. Miskolc-Egyetemváros.