

OTDK-DOLGOZAT

2015

**HARMADFOKÚ ÁRDISZKRIMINÁCIÓ HATÁSA ASZIMMETRIKUS
KÖLTSÉGVISZONYOKKAL RENDELKEZŐ STACKELBERG
DUOPÓLIUM ESETÉN**

**THE EFFECT OF THIRD DEGREE PRICE DISCRIMINATION IN THE
STACKELBERG COMPETITION WITH ASYMMETRIC FIRMS**

Kézirat lezárva: 2014. május 07.

TARTALOMJEGYZÉK

1. BEVEZETÉS	1
2. A MODELL LEVEZETÉSE	4
2.1. ÁRDISZKRIMINÁCIÓ NÉLKÜLI ESET:.....	4
2.2. ÁRDISZKRIMINÁCIÓVAL BŐVÍTETT ESET:	5
3. EREDMÉNYEK.....	14
4. JÓLÉTI ELEMZÉS.....	18
4.1. PROFITOK	18
4.1.1. Vezető vállalat profitja.....	19
4.1.1.1. Árdiszkrimináció nélküli eset:	19
4.1.1.2. Árdiszkriminációval bővített eset:	19
4.1.1.3. A profitok összehasonlítása:.....	20
4.1.2. Követő vállalat profitja	20
4.1.2.1. Árdiszkrimináció nélküli eset:	20
4.1.2.2. Árdiszkriminációval bővített eset:	21
4.1.2.3. A profitok összehasonlítása:.....	22
4.2. FOGYASZTÓI TÖBBLET	23
4.2.1. Árdiszkrimináció nélküli eset:	23
4.2.2. Árdiszkriminációval bővített eset:	24
4.2.3. A fogyasztói többletek összehasonlítása:.....	26
4.3. TELJES JÓLÉTI TÖBBLET	26
4.3.1. Árdiszkrimináció nélküli eset:	26

4.3.2. Árdiszkriminációval bővített eset:	26
4.3.3. A teljes jólét összehasonlítása:.....	27
5. ÖSSZEFOGLALÁS	28
IRODALOMJEGYZÉK.....	29

Ábrajegyzék

1. ábra: Fogasztói többlet árdiskrimináció nélkül	23
2. ábra: Fogasztói többlet árdiskriminációval	24

1. BEVEZETÉS

A vállalatok számos technikát alkalmaznak arra, hogy a lehető legmagasabb profitot ériék el termékük eladásával. A leggyakrabban használt módszerek közé tartoznak a mennyiségi árengedmények, a kétrészes árképzés valamint a különböző árukapcsolások. Ezekben az esetekben a vállalatok közvetett módon tudnak különböző árakat alkalmazni a különböző rezervációs árakkal rendelkező fogyasztókkal szemben. Az életben arra is láthatunk példát, hogy a vállalatok képesek beazonosítani a különböző értékelésű fogyasztókat, így közvetlenül alkalmazzák az árdiszkriminációt, vagyis ugyanazt a terméket különböző árakon kínálják a különböző értékelésű fogyasztóknak. Ilyen az első- illetve a harmadfokú árdiszkrimináció. Első fokú árdiszkriminációról akkor beszélünk, amikor a vállalatok minden egyes vevőtől a rezervációs árát kérik. Ebben az esetben a teljes fogyasztói többlet a piacon jelenlévő vállalatok (vagy vállalat) profitjává válik. Ahhoz, hogy a vállalatok alkalmazni tudják ezt a módszert, képesnek kell lenniük beazonosítani minden egyes fogyasztót. A gyakorlatban ez nagyon ritka, ezért az árdiszkriminációnak ez a formája a profitnövelésnek inkább csak ideális semmint valóságos technikája. Harmadfokú árdiszkrimináció esetén, a vállalatok képesek a fogyasztókat különböző csoportokba osztani, rangsorolni őket fizetési hajlandóságuk szerint. A profit növelésének ezt a módszerét a gyakorlatban is gyakrabban használják, gondoljunk csak például a különböző diák és nyugdíjas kedvezményekre, a hétköznapiokra és a hétvégekre szóló belépőjegyekre, vagy éppen a last-minute utakra.

Azonban a valóéletbeli példák közül, talán a légitársaságok által alkalmazott árképzés szemlélteti a legjobban az árdiszkriminációnak ezt a formáját. Ebben az iparágban a vállalatok nem csupán kettő vagy három árát, hanem gyakran ennek a többszörösét alkalmazzák. Ezen a piacon a terméket egy ülőhely jelenti egy adott járatra, egy adott időpontban. Az árdiszkrimináció alapját az szolgáltatja, hogy a légitársaságok esetében a fogyasztók különböző időpontokban lépnek a piacra és az értékelésük fordítottan arányos a vásárlás és a repülés között eltelt idő hosszúságával. Például: az üzletemberek csak az utazás előtt egy-két nappal, vagy egy-két órával döntenek el, hogy utazni fognak. Azért, hogy a kívánt helyszínre érkezzenek időben, hajlandóak sokkal magasabb árát fizetni, mint a turisták, akik a másik véglet. Az alacsonyabb rezervációs árral rendelkező turisták gyakran már az utazás előtt fél évvel tudják az útitervüket, ezért hamar le is foglalják a repülőjegyet. A lineáris kereslet miatt, folytonosságot feltételezünk ezek között a szélsőségek között. (Kutlu [2009] p. 2.)

Holmes [1989] összehasonlította a monopolista és a duopolista kibocsátásokat abban az esetben, amikor a piac kettő független részre osztható, vagyis harmadfokú árdiszkrimináció alkalmazható.

Hazeldine [2006] kiterjesztette a Cournot oligopol modellt arra az esetre, amikor a vállalatok különböző árakat szabnak meg a fogyasztók különböző csoportjainak számára, azok rezervációs ára szerint. Bizonyította, hogy az egyes árszinteken eladott mennyiségek mértani sorozat szerint növekednek. Az egy bizonyos áron eladott mennyiség N -szerese az azt megelőző alacsonyabb árkategóriában eladott mennyiségnek, ahol N a piacon szereplő vállalatok száma.

Kutlu [2009] Hazeldine-hoz hasonló keretrendszerben vizsgálta a Stackelberg versenyt. Főbb eredményei közé tartozik, hogy a vezető vállalat csak a magas értékelésű fogyasztókat szolgálja ki, vagyis azokat, akik a legmagasabb rezervációs árral rendelkeznek. Ezzel szemben a követő egyenletesen terjeszti ki a kibocsátását az egyes csoportokban. Belátható tehát, hogy Stackelberg verseny esetén csupán a követő vállalat diszkriminálja árait, a vezető nem. Ezen túl megmutatta, hogy mind a vezető, mind a követő vállalat profitja magasabb ahhoz képest, amelyet az általános Stackelberg verseny során tudnának elérni. A standard modellhez képest a fogyasztói többlet alacsonyabb, azonban a teljes jólét magasabb árdiszkrimináció mellett. Mind Hazeldine, mind Kutlu szimmetrikus költségeket feltételezve dolgozott.

Mukherjee [2010] a szimmetrikus költségek feloldásával általánosította ezeket a modelleket, azonban bevezetett egy másik egyszerűsítést: Mukherjee $K=2$ darab árkategória mellett vizsgálta az árdiszkrimináció hatását Cournot és Stackelberg verseny alatt. Megmutatta, hogy Cournot duopólium esetén az első vállalat (amelyik a költséghatékonnyabb) átlagos bevétele alacsonyabb, míg a másik vállalaté (amelyik költséghátrányban van) magasabb árdiszkrimináció mellett, mint nélküle. Továbbá belátta azt is, hogy az átlagos iparági ár megegyezik az általános modellben alkalmazott árral, valamint árdiszkrimináció esetén az független a két vállalat közötti költségkülönbségtől. Mukherjee megmutatta, hogy Stackelberg duopólium esetén, aszimmetrikus költségek mellett, mindkét vállalat pozitív mennyiséget termel mindkét árkategóriába, azaz a vezető vállalat is alkalmaz árdiszkriminációt. Ezen túl igazolta azt is, hogy mindkettő vállalat nagyobb mennyiséget kínál

a magasabb rezervációs árral rendelkező csoport számára. Mukherjee a két fogyasztói csoport alkalmazását azzal magyarázta, hogy Hazeldine és Kutlu eredményei szerint az eredmények függetlenek attól, hogy hány árkategóriát alkalmaznak a vállalatok. Dolgozatomban látható lesz azonban, hogy aszimmetrikus költségek mellett ezek az eredmények árnyaltabbak K darab árkategória esetén.

Bakó és Kálec-Simon [2012] megvizsgálta a Cournot oligopol modellben az árdiszkrimináció hatását aszimmetrikus költségviszonyok mellett, K darab árkategóriával. Megmutatták, hogy a $(k+1)$ -edik árkategóriában értékesített mennyiség m -szerese az azt megelőző k -edik árkategóriában eladott mennyiségnek, ahol m a piacon lévő vállalatok számát jelöli. Ez összhangban áll Hazeldine [2006] szimmetrikus költségekre bemutatott eredményével. Továbbá belátták azt is, hogy a különböző termelési költségek mellett a vállalatok egyforma mennyiséget termelnek az első $(K-1)$ -edik árkategóriában, az aszimmetrikus költségekből adódó különbség csak az utolsó, legalacsonyabb rezervációs árral rendelkező fogyasztói csoportban jelentkezik. Ezen túl a kibocsátással súlyozott átlagár aszimmetrikus költségek mellett sem függ az árdiszkrimináció mértékétől, sőt megegyezik az általános modellben alkalmazott árral.

Látható, hogy az évek során, széles körben foglalkoztak az árdiszkrimináció hatásával, oligopol piacokon. Vizsgálták már a hatását Cournot és Stackelberg verseny alatt szimmetrikus költségekkel, K darab csoporttal. Később ezeket az eredményeket összehasonlították azzal az esettel, amikor a piacokon aszimmetrikus költségek vannak, de csak kettő darab árkategória. Megint egy másik tanulmányban megvizsgálták a hatását Cournot modellben, aszimmetrikus költségekkel és K darab árkategóriával. Mindeztidáig azonban nem született olyan modell, amelyben a harmadfokú árdiszkrimináció hatását vizsgálják, aszimmetrikus költségviszonyokkal rendelkező Stackelberg verseny alatt, K darab árkategóriával. Dolgozatom célja pótolni ezt a fennálló hiányt.

2. A MODELL LEVEZETÉSE

Tekintsünk egy olyan helyzetet, ahol egy vezető (L) és egy követő (F) vállalat alkot egy Stackelberg duopóliumot, amelyek homogén termékeket állítanak elő. Belépési korlátok nincsenek. Legyen c_L konstans határköltsége a vezető (L) és c_F a követő (F) vállalatnak, valamint legyen $a > c_F > c_L > 0$. Feltételezzük, hogy minden fogyasztó nullát vagy egyet vásárol a termékből, és a fogyasztás csupán a rezervációs ártól függ, így azok a fogyasztók, akiknek a rezervációsára magasabb a termék áránál, mind vásárolni fognak.

2.1. Árdiszkrimináció nélküli eset:

Először röviden ismertetem a Stackelberg verseny eredményeit árdiszkrimináció nélkül, aszimmetrikus költségekkel. Az inverz piaci keresleti függvény a következő formában adott:

$$P = a - q_L - q_F \quad (2.1)$$

ahol q_L a vezető vállalat és q_F a követő vállalat által kibocsátott mennyiséget, P pedig az árat jelöli. Az egyes vállalatok profit feltételei ekkor a következőképpen alakulnak:

$$\pi_L^S = (a - q_L - q_F - c_L)q_L \quad (2.2)$$

$$\pi_F^S = (a - q_L - q_F - c_F)q_F \quad (2.3)$$

A Stackelberg modell dinamikájából adódóan először a követő vállalat reakciófüggvényét határozzuk meg. A (2.3) egyenletet q_F változó szerint deriválva és átrendezve megkapjuk a követő vállalat reakció függvényét:

$$q_F = \frac{a - c_F}{2} - \frac{q_L}{2} \quad (2.4)$$

A (2.4) egyenletet visszahelyettesítve a (2.2) egyenletbe, majd azt q_L változó szerint deriválva és átrendezve megkapjuk a vezető vállalat egyensúlyi kibocsátását:

$$q_L = \frac{a - 2c_L + c_F}{2} = \frac{a - c_L}{2} + \frac{c_F - c_L}{2} \quad (2.5)$$

Ha a kezdeti $a > c_F > c_L$ feltétel teljesül, a vezető kibocsátása minden esetben pozitív.

A vezető vállalat kibocsátását visszahelyettesítve a követő vállalat reakciófüggvényébe, megkapjuk a követő vállalat egyensúlyi kibocsátását is:

$$q_F = \frac{a-3c_F+2c_L}{4} = \frac{1}{2} \frac{a-c_F}{2} - \frac{c_F-c_L}{2} \quad (2.6)$$

Ahhoz, hogy a követő vállalat kibocsátása pozitív legyen a következő egyenlőtlenségnek kell teljesülnie:

$$\frac{a+2c_L}{3} > c_F \quad (2.7)$$

Az egyensúlyi kibocsátásokat visszahelyettesítve az inverz keresleti függvénybe a piaci ár:

$$P = \frac{a+2c_L+c_F}{4} \quad (2.8)$$

2.2. Árdiszkriminációval bővített eset:

Most pedig megvizsgálom azt az esetet, amikor a vállalatok harmadfokú árdiszkriminációt alkalmaznak, azaz különböző árakat szabnak meg a fogyasztók egyes csoportjainak, a fizetési hajlandóságuk alapján. A korábbi feltevéseken túl feltesszük, hogy a vállalatok ismerik a fogyasztók értékelését és képesek meggátolni a termék újra értékesítését. A vállalatok felosztják a fogyasztókat K darab, különböző csoportra, azok rezervációs áraik szerint.

A termék ára a k -adik csoportban:

$$P^k = a - Q^k \quad (2.9)$$

ahol, $Q^k = \sum_{i=1}^k (q_L^i + q_F^i)$ a teljes eladott mennyiség minden csoportban egytől k -ig. Legyen $Q_L^j \equiv \sum_{i=1}^j q_L^i$, $Q_F^j \equiv \sum_{i=1}^j q_F^i$, $Q^j \equiv Q_L^j + Q_F^j$, $\alpha_1 \equiv a - c_L$, és $\alpha_2 \equiv a - c_F$.

Az általános modellhez hasonlóan először a követő vállalat döntési problémáját vezetem le:

A követő profitfüggvénye a következő:

$$\pi_F = (P^1 - c_F)q_F^1 + (P^2 - c_F)q_F^2 + \dots + (P^K - c_F)q_F^K$$

A megfelelő árakat és $\alpha_2 - t$ behelyettesítve, a profitfüggvény a következőképpen alakul:

$$\pi_F = (\alpha_2 - Q^1)q_F^1 + (\alpha_2 - Q^2)q_F^2 + \dots + (\alpha_2 - Q^K)q_F^K \quad (2.10)$$

q_F^j , $j=1,2,\dots,K$ változó szerint deriválva a (2.10) egyenletet megkapom a követő vállalat profitmaximumának első rendű feltételét a j -edik csoportban.

$$\frac{\partial \pi_F}{\partial q_F^j} = \alpha_2 - Q_F^K - q_F^j - Q_L^j = \alpha_2 - (Q_L^j + Q_F^K + q_F^j) = 0 \quad (2.11)$$

q_F^{j-1} , $j=2,3,\dots,K$ változó szerint deriválva a (2.10) egyenletet, felírom az első rendű feltételt a $(j-1)$ -edik árcsoportban is.

$$\frac{\partial \pi_F}{\partial q_F^{j-1}} = \alpha_2 - Q_F^K - q_F^{j-1} - Q_L^{j-1} = \alpha_2 - (Q_L^{j-1} + Q_F^K + q_F^{j-1}) = 0 \quad (2.12)$$

Ezután, a (2.11) egyenletből kivonom a (2.12) egyenletet:

$$\frac{\partial \pi_F}{\partial q_F^j} - \frac{\partial \pi_F}{\partial q_F^{j-1}} = -q_L^j - q_F^j + q_F^{j-1} = 0 \quad (2.13)$$

A (2.11) egyenletből levezethető a követő vállalat legjobb válasz függvénye (implicit módon megadva) az első árkategóriában, illetve a (2.13) egyenletből az összes többi csoportban.

$$q_F^1 = \alpha_2 - q_L^1 - Q_F^K$$

$$q_F^j = q_F^{j-1} - q_L^j \quad j=2,3,\dots,K \text{ esetén} \quad (2.14)$$

A (2.14) egyenletekből látszik, hogy a követő vállalat a második árkategóriától kezdve úgy választja meg a kibocsátását, hogy az éppen aktuális csoportban eladott teljes mennyiség (beleértve a vezető vállalat kibocsátását is) megegyezzen az eggyel korábbi kategóriában a követő vállalat által értékesített mennyiséggel.

A követő vállalat reakciófüggvényeit nem tudom csupán a vezető vállalat kibocsátásával kifejezni. A (2.14) egyenletekből tisztán látszik, hogy az első árkategóriában a követő kibocsátott mennyisége függ a vezető vállalat első árkategóriában kibocsátott

mennyiségétől és a követő vállalat összes többi árcsoportban kibocsátott mennyiségétől. A többi csoportban a követő egyensúlyi mennyisége függ a vezető vállalat ugyanabban a kategóriában kibocsátott mennyiségétől és a követő vállalat előző csoportban értékesített mennyiségétől.

Ha ezeket a reakciófüggvényeket ebben a formában helyettesítem vissza a vezető vállalat profitfüggvényébe, akkor a profitmaximalizáló kibocsátás megkereséséhez egy többszörösen implicit függvény deriválását kellene elvégeznem.

Dolgozatomban egy másik módszert választok az egyensúlyi kibocsátások meghatározásához. A követő vállalat reakció görbéinek veszem az inverzeit, azaz a vezető vállalat egyensúlyi kibocsátásait (q_L^1 és q_L^j) fejezem ki a követő vállalat kibocsátásainak függvényében. Ezeket az inverz reakciófüggvényeket visszahelyettesítem a vezető vállalat profitfüggvényébe, így azt a követő vállalat kibocsátásainak függvényében kapom meg. Ezután, a vezető vállalat profitfüggvényét a követő vállalat kibocsátásai szerint deriválva keresem meg az egyensúlyi kibocsátásokat.

Következő lépésben azt mutatom meg, hogy a fent bemutatott módszert használva nem követek el elvi hibát.

Matematikai kitérő

Hagyományos esetben a következő problémával állok szemben: Adott a vezető profitfüggvénye π_L és $q_F(q_L)$ szerint.

$$\pi_L(q_L, q_F(q_L))$$

Ezt a függvényt deriválom q_L (a vezető kibocsátása) szerint, és ahol a derivált értéke nullával egyenlő, ott található a profitfüggvény maximuma.

$$\frac{d\pi_L}{dq_L} = \frac{\partial \pi_L}{\partial q_L} + \frac{\partial \pi_L}{\partial q_F} \frac{dq_F}{dq_L} = 0 \quad (2.15)$$

Az új módszert alkalmazva a feladat a következőre módosul: Adott a vezető profitfüggvénye $\pi_L(q_F)$ és q_F szerint.

$$\pi_L(q_L(q_F), q_F)$$

Ezt a függvényt deriválom q_F (a követő kibocsátása) szerint, és ahol a derivált értéke nullával egyenlő, ott található a profitfüggvény maximuma.

$$\frac{d\pi_L}{dq_F} = \frac{\partial\pi_L}{\partial q_L} \frac{dq_L}{dq_F} + \frac{\partial\pi_L}{\partial q_F} = 0 \quad (2.16)$$

Azt kell megmutatnom, hogy a (2.15) és a (2.16) feltétel ekvivalens egymással. $q_F(q_L)$ és $q_L(q_F)$ egymás inverz függvényei, ezért $q_F(q_L(q_F)) \equiv q_F$ (tehát minden $q_F - re$ teljesül), ezért ennek az összetett függvénynek a teljes deriváltja egy¹.

$$q_F(q_L(q_F))' = q_F'(q_L(q_F))q_L'(q_F) = 1$$

Az egyenlet minden oldalát osztva $q_F'(q_L(q_F))$ -el.

$$q_L'(q_F) = \frac{1}{q_F'(q_L(q_F))}$$

Azaz:

$$\frac{dq_L}{dq_F} = \frac{1}{\frac{dq_F}{dq_L}(q_L(q_F))} \quad (2.17)$$

Ha a két függvény deriválható, akkor a (2.17) egyenletből az következik, hogy $\frac{dq_L}{dq_F} \neq 0$ (azaz $\frac{dq_F}{dq_L} \neq 0$ is igaz). Ezért a (2.15) egyenlet minden oldalát eloszthatom (szorozhatom) $\frac{dq_F}{dq_L}$ kifejezéssel.

$$\frac{d\pi_L}{dq_F} \frac{dq_L}{dq_F} = \frac{\partial\pi_L}{\partial q_L} \frac{dq_L}{dq_F} + \frac{\partial\pi_L}{\partial q_F} \frac{dq_F}{dq_L} \frac{dq_L}{dq_F} = 0 \frac{dq_L}{dq_F}$$

Elvégezve az egyszerűsítéseket a következőt kapom:

$$\frac{d\pi_L}{dq_F} = \frac{\partial\pi_L}{\partial q_L} \frac{dq_L}{dq_F} + \frac{\partial\pi_L}{\partial q_F} = 0$$

¹ Az inverz függvény differenciálhatóságától szóló tétel hasonlóan bizonyítható be.

Amely pontosan a (2.16) feltételt adja. Mivel a (2.15) és (2.16) feltétel ekvivalens egymással, nem követek el hibát, ha nem a megszokott módszer segítségével kívánom meghatározni a profitmaximalizáló kibocsátást.

Az egyensúly meghatározása

Visszatérve a profitmaximalizáló kibocsátás meghatározásához, a (2.14) egyenletekből felírom a követő vállalat reakciógörbéinek az inverz függvényeit:

$$\begin{aligned} q_L^1 &= \alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K \\ q_L^j &= q_F^{j-1} - q_F^j \quad j=2,3,\dots,K \text{ esetén} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Most megoldom a vezető vállalat profitmaximalizálási problémáját. A vezető profit függvénye a következő:

$$\pi_L = (P^1 - c_L)q_L^1 + (P^2 - c_L)q_L^2 + \dots + (P^K - c_L)q_L^K \quad (2.19)$$

Az inverz keresleti függvényeket és α_1 -et behelyettesítve a profitfüggvény a következőképpen alakul:

$$\pi_L = (\alpha_1 - Q^1)q_L^1 + (\alpha_1 - Q^2)q_L^2 + \dots + (\alpha_1 - Q^K)q_L^K$$

q_L^1 és q_L^j helyére behelyettesítve a (2.18) egyenleteket a következőt kapom:

$$\pi_L = (\alpha_1 - Q^1)(\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + (\alpha_1 - Q^2)(q_F^1 - q_F^2) + \dots + (\alpha_1 - Q^K)(q_F^{K-1} - q_F^K)$$

Q^j -t korábban definiáltam, $Q^j \equiv Q_L^j + Q_F^j$, ahol $Q_L^j \equiv \sum_{i=1}^j q_L^i$, és $Q_F^j \equiv \sum_{i=1}^j q_F^i$.

Továbbá q_L^1 és q_L^j helyére behelyettesítve a (2.18) egyenleteket a profit függvény a következő formában írható fel:

$$\begin{aligned}\pi_L = & (\alpha_1 - ((\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + q_F^1))(\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + \\ & \left(\alpha_1 - ((\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + q_F^1 + Q_F^1) \right) (q_F^1 - q_F^2) + \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & \left(\alpha_1 - ((\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + q_F^1 + Q_F^{K-1}) \right) (q_F^{K-1} - q_F^K)\end{aligned}$$

A belső zárójeleket felbontva a profitfüggvény a következőképp alakul:

$$\begin{aligned}\pi_L = & (\alpha_1 - \alpha_2 + q_F^1 + Q_F^K - q_F^1)(\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + \\ & (\alpha_1 - \alpha_2 + q_F^1 + Q_F^K - q_F^1 - Q_F^1)(q_F^1 - q_F^2) + \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & (\alpha_1 - \alpha_2 + q_F^1 + Q_F^K - q_F^1 - Q_F^{K-1})(q_F^{K-1} - q_F^K)\end{aligned}$$

Korábban definiáltam $\alpha_1 - et$ és $\alpha_2 - t$, ezek szerint $\alpha_1 - \alpha_2 = a - c_L - a + c_F = c_F - c_L$. Ezeket visszahelyettesítve a profitfüggvénybe:

$$\begin{aligned}\pi_L = & (\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K)(Q_F^K + c_F - c_L) + \\ & (q_F^1 - q_F^2)(Q_F^K + c_F - c_L - Q_F^1) + \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & (q_F^{K-1} - q_F^K)(Q_F^K + c_F - c_L - Q_F^{K-1})\end{aligned}$$

Következő lépésként $Q_F^K - t$ és $(c_F - c_L) - t$ kiemelem

$$\begin{aligned}\pi_L = & ((\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + (q_F^1 - q_F^2) + (q_F^2 - q_F^3) + \dots + (q_F^{K-1} - q_F^K))Q_F^K + \\ & ((\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + (q_F^1 - q_F^2) + (q_F^2 - q_F^3) + \dots + (q_F^{K-1} - q_F^K))(c_F - c_L) - \\ & ((q_F^1 - q_F^2)Q_F^1 + (q_F^2 - q_F^3)Q_F^2 + \dots + (q_F^{K-1} - q_F^K)Q_F^{K-1})\end{aligned}$$

A zárójelekben lévő kifejezés egyszerűbb alakra is hozható:

$$\begin{aligned}\pi_L = & (\alpha_2 - Q_F^K - q_F^K)Q_F^K + (\alpha_2 - Q_F^K - q_F^K)(c_F - c_L) \\ & - ((q_F^1 - q_F^2)Q_F^1 + (q_F^2 - q_F^3)Q_F^2 + \dots + (q_F^{K-1} - q_F^K)Q_F^{K-1})\end{aligned}$$

Végül a profitfüggvény az alábbi formában írható fel:

$$\pi_L = (\alpha_2 - Q_F^K)Q_F^K + (\alpha_2 - Q_F^K - q_F^K)(c_F - c_L) - \sum_{k=1}^K (q_F^k)^2 \quad (2.20)$$

A (2.20) egyenletből már tisztán látszik, hogy az utolsó, K-adik árkategóriában más lesz az elsőrendű feltétel. Ha a (2.20) egyenletet deriválom q_F^j változó szerint, megkapom a vezető vállalat profitmaximumának elsőrendű feltételeit:

$j=1,2,\dots,K-1(j \neq K)$ esetén:

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^j} = \alpha_2 - 2(Q_F^K + q_F^j) - c_F + c_L = 0 \quad (2.21)$$

$j=K$ esetén:

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^K} = \alpha_2 - 2(Q_F^K + q_F^K) - c_F + c_L - c_F + c_L = 0 \quad (2.22)$$

A (2.21) elsőrendű feltételt felírva $q_F^{j-1} - re$:

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^{j-1}} = \alpha_2 - 2(Q_F^K + q_F^{j-1}) - c_F + c_L = 0 \quad (2.23)$$

Ha a (2.21) egyenletből kivonom a (2.23) egyenletet azt kapom, hogy a követő vállalat j -edik árkategóriában meghatározott mennyisége éppen egyenlő az eggyel korábbi csoportban meghatározott mennyiséggel, az utolsó árkategóriát leszámítva ($j \neq K$):

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^j} - \frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^{j-1}} = -2q_F^j + 2q_F^{j-1} = 0$$

$$q_F^j = q_F^{j-1} \quad (2.24)$$

Illetve a (2.21) egyenletből kivonva a (2.22) egyenletet azt kapom, hogy:

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^j} - \frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^K} = -2q_F^j + 2q_F^K + c_F - c_L = 0$$

$$q_F^K = q_F^j - \frac{c_F - c_L}{2} \quad (2.25)$$

A követő vállalat csoportonkénti kibocsátását összegezve megkapjuk a követő vállalat teljes kibocsátást. A (2.24) és a (2.25) egyenletekből látszik, hogy minden kategóriában azonos mennyiséget értékesít a vállalat, kivéve az utolsót. A teljes kibocsátás ezért a következőképpen írható fel:

$$Q_F^K = (K - 1)q_F^j + q_F^K$$

A (2.25) egyenletből az is látszik, hogy az utolsó csoportban értékesített mennyiség függ a többi kategóriában értékesített mennyiségtől. Ha a $q_F^K - ra$ kapott (2.25) egyenletet behelyettesítem, majd $q_F^j - t$ kiemelem, a követő vállalat teljes kibocsátása egyszerűbben is felírható:

$$Q_F^K = Kq_F^j - \frac{c_F - c_L}{2} \quad (2.26)$$

A (2.21) egyenletbe behelyettesítve a (2.26) egyenletet a következőt kapom:

$$a - c_F - 2 \left(Kq_F^j - \frac{c_F - c_L}{2} \right) - 2q_F^j - c_F + c_L = 0$$

Ezt egyszerűsítve és rendezve a megkapom a követő vállalat optimális kibocsátását a j-edik árkategóriában:

$$q_F^j = \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} \quad (2.27)$$

Ezt az eredményt visszahelyettesítve a korábban kapott (2.25) egyenletbe megkapom a követő vállalat optimális kibocsátását az utolsó K-adik árkategóriában:

$$q_F^K = \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{c_F-c_L}{2} \quad (2.28)$$

Ismerve a követő vállalat egyensúlyi kibocsátását minden egyes csoportban, meghatározható a követő vállalat teljes kibocsátása is:

$$Q_F^K = \frac{K}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{c_F-c_L}{2} \quad (2.29)$$

A (2.18) egyenletekbe visszahelyettesítve a most kapott egyensúlyi kibocsátásokat, megkapom a vezető vállalat optimális kibocsátását:

$$q_L^1 = \frac{a-c_L}{2} \quad (2.30)$$

j=2,3,...,K-1 és j≠K esetén

$$q_L^j = q_F^{j-1} - q_F^j = 0 \quad (2.31)$$

j=K esetén

$$q_L^K = q_F^{K-1} - q_F^K = \frac{a-c_F}{2(K+1)} - \frac{a-c_F}{2(K+1)} + \frac{c_F-c_L}{2}$$

$$q_L^K = \frac{c_F-c_L}{2} \quad (2.32)$$

A vezető kibocsátásait összegezve megkapom a vállalat teljes kibocsátását:

$$Q_L^K = \frac{a-c_L}{2} + \frac{c_F-c_L}{2} \quad (2.33)$$

A j -edik árkategóriában a teljes, iparági kibocsátás a következőképpen írható fel:

$$Q^j = \frac{a-c_L}{2} + \frac{j}{K+1} \frac{a-c_F}{2} \quad (2.34)$$

A piaci árak pedig:

$$P^j = a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{j}{K+1} \frac{a-c_F}{2} \quad (2.35)$$

3. EREDMÉNYEK

Az egyensúlyi kibocsátások és a piaci árak még egyszer egy helyen:

$$\begin{aligned} q_L^1 &= \frac{a-c_L}{2} \\ q_L^j &= 0 & j=2,3,\dots,K-1 \\ q_L^K &= \frac{c_F-c_L}{2} \\ Q_L^K &= \frac{a-c_L}{2} + \frac{c_F-c_L}{2} \\ q_F^j &= \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} & j=1,2,\dots,K-1 \\ q_F^K &= \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{c_F-c_L}{2} \\ Q_F^K &= \frac{K}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{c_F-c_L}{2} \\ P^j &= a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{j}{K+1} \frac{a-c_F}{2} \end{aligned} \quad (3.1)$$

1. Állítás: A vezető vállalat csak az első (legmagasabb) és az utolsó (legalacsonyabb) árkategóriába termel.

Az 1. állítás szemben áll Kutlu [2009] eredményével, amely azt mutatja meg, hogy a vezető vállalat csak a legmagasabb értékelésű fogyasztóknak termel. Aszimmetrikus költségek mellett tehát nem igaz, hogy a vezető vállalat nem alkalmaz árdiszkriminációt.

Az 1. állítás azonban Mukherjee [2010] eredményével sem ekvivalens. Mukherjee [2010] megmutatta $K=2$ árkatégória esetén, hogy aszimmetrikus költségek mellett a vezető vállalat is alkalmaz árdiszkriminációt, hiszen mindkettő árkatégoriába termel outputot. Az erre vonatkozó eredmény K darab árkatégória esetén azonban láthatóan árnyaltabb: A vezető vállalat valóban nem csak az első (legmagasabb) árkatégoriába termel, azonban nem végez teljes értékű árdiszkriminációt, hiszen az elsőn kívül csak az utolsó (legalacsonyabb) árkatégoriába kínál a termékéből, a többi köztes csoportba nem.

A vezető vállalat első árkatégoriába termelt mennyisége megegyezik azzal a kibocsátási szinttel, amelyet akkor kínál, ha szimmetrikus költségviszonyok vannak a modellben. Ha a vezető vállalat egyedül működne a piacon (monopolistaként) és nem alkalmazna árdiszkriminációt, akkor azt a mennyiséget termelné, amit jelen esetben termel az első árkatégoriában: $\frac{a-c_L}{2}$. A vezető vállalat a költségelőnyéből származó többlet kibocsátását a K -adik, utolsó árkatégoriában értékesíti. Ezen kívül az iparági kibocsátása megegyezik az árdiszkrimináció nélküli esetben termelt mennyiséggel.

Az egyensúlyi kibocsátásokat ismerve felvetődik egy fontos kérdés: A vezető vállalat, amely elsőként dönt a kibocsátásáról, a költségaszimmetriából adódó előnyt miért az utolsó (legalacsonyabb) árkatégoriában érvényesíti? A kérdésre a válasz a követő vállalat reakció függvényéből olvasható ki. Mivel a vállalatok informáltságát illetően nem éltem feltevessel, azt a legegyszerűbb esetet vizsgáltam, amikor a vállalatok tökéletesen ismerik a másik vállalat technológiáját, költségfüggvényét. A vezető vállalat tehát ismeri a követő reakció függvényét, így azt figyelembe veszi, amikor meghozza a döntését a profitmaximalizáló kibocsátásáról. A folyamat rendkívül hasonlít Kutlu [2009] tanulmányában megfogalmazotthoz, ahol szimmetrikus költségviszonyok vannak: A vezető vállalat az első (legmagasabb) árkatégoriába a monopolista kibocsátást határozza meg és hagyja a követőt diszkriminálni árait. A többi árkatégoriába nem termel a vezető, hiszen ismeri a követő vállalat reakcióját. A (2.14) egyenletekből, azaz a követő vállalat reakciófüggvényeiből látszik, hogy ha a vezető vállalat kiterjeszti eladásait a többi árkatégoriára, akkor a követőt ezzel arra készíti, hogy növelje kibocsátását az első árkatégoriában. Ennek tudatában a vezető vállalat csak az első csoportba termel. Kutlu [2009] tanulmányában ezt a folyamatot írta le, szimmetrikus költségviszonyok mellett. Dolgozatomban azonban aszimmetrikus költségekkel rendelkeznek a vállalatok, pontosabban a vezető vállalat költségelőnyben van a követővel szemben. Ez a

költségelőny arra készteti a vezető vállalatot, hogy többet termeljen, mint szimmetrikus esetben. A vezető vállalat a költségelőnyéből adódó többletkibocsátását ($\frac{c_F - c_L}{2}$) az utolsó árkategóriában értékesíti, hiszen ez hat a legkevésbé az első árkategóriára. Ha a vezető vállalat az utolsó előtti kategóriában értékesítené a többlet kibocsátását, akkor a követő vállalat a reakciógörbéje szerint az utolsó két árkategóriában $q_F^{K-1} = q_F^K = \frac{1}{K+1} \frac{a - c_F}{2} - \frac{c_F - c_L}{2}$ mennyiséget termelne. Ezáltal a követő teljes kibocsátása csökkenne, ami arra ösztönözné a követőt, hogy növelje kibocsátást az első csoportban. Mivel a vezető számára fontosabb az első kategóriában elért nyereség, ezt a többlet kibocsátást a legkevésbé fontos csoportban értékesíti.

2. Állítás: A követő vállalat egyenletesen terjeszti ki a kibocsátását az első (K-1) árkategóriába, az utolsó, legalacsonyabb értékelésű fogyasztókkal rendelkező csoportba azonban más mennyiséget kínál.

A 2. állítás szemben áll Kutlu [2009] eredményével, amely azt mutatja meg, hogy a követő egyenlő mennyiséget értékesít minden árkategóriában. A költség aszimmetria azt okozza, hogy a követő vállalat (amelyik költséghátrányban van) az utolsó csoportba kevesebb mennyiséget kínál. Az utolsó árkategóriában a vezető többlet kibocsátása (a szimmetrikus esethez képest, ahol ez a mennyiség nullával egyenlő) éppen megegyezik azzal a mennyiséggel, amellyel a követő kevesebbet kínál ennek a fogyasztói csoportnak. A költség aszimmetriából adódó különbségek tehát, az utolsó árkategóriában jelentkeznek.

A vezető vállalat az első és az utolsó árkategóriába pozitív outputot termel, ha a kezdeti $a > c_F > c_L$ feltétel teljesül, míg a köztes árkategóriákba nem termel. A vezető teljes kibocsátása megegyezik az árdiszkrimináció nélküli esetben termelt mennyiséggel.

Ahhoz, hogy a követő vállalat a K-adik árkategóriában is pozitív mennyiséget termeljen, az alábbi egyenlőtlenségnek kell teljesülnie:

$$\frac{1}{K+1} \frac{a - c_F}{2} > \frac{c_F - c_L}{2}$$

Ezt átrendezve a következő egyenlőtlenséget kapom:

$$c_F < \frac{a + (K+1)c_L}{K+2} \quad (3.2)$$

Ha $0 < c_F < \frac{a+(K+1)c_L}{K+2}$, a követő vállalat minden árkategóriába pozitív mennyiséget kínál, ezen túl ebben az esetben a követő vállalat teljes kibocsátása nagyobb, mint az árdiszkrimináció nélküli esetben.

Ha $\frac{a+(K+1)c_L}{K+2} < c_F < \frac{a+2c_L}{3}$, a követő vállalat az utolsó árkategóriába nem termel pozitív mennyiséget, csak az első (K-1) csoportba.

Ha $c_F > \frac{a+2c_L}{3}$, a követő vállalat csak az első (K-1) árkategóriába termel, az utolsóba nem, míg az árdiszkrimináció nélküli esetben a követő egyáltalán nem termel.

Következő lépésben azt mutatom meg, hogyan alakulnak az egyensúlyi kibocsátások és árak, ha K helyett K+1 különböző fogyasztói csoport van.

$$q_L^1 = \frac{a-c_L}{2}$$

$$q_L^j = 0 \quad j=2,3,\dots,K$$

$$q_L^{K+1} = \frac{c_F-c_L}{2}$$

$$Q_L^{K+1} = \frac{a-c_L}{2} + \frac{c_F-c_L}{2}$$

$$q_F^j = \frac{1}{K+2} \frac{a-c_F}{2} \quad j=1,2,\dots,K$$

$$q_F^{K+1} = \frac{1}{K+2} \frac{a-c_F}{2} - \frac{c_F-c_L}{2}$$

$$Q_F^{K+1} = \frac{K+1}{K+2} \frac{a-c_F}{2} - \frac{c_F-c_L}{2}$$

$$P^j = a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{j}{K+2} \frac{a-c_F}{2} \quad (3.3)$$

Egy újabb árkategória bevezetésének hatására a vezető vállalat egyensúlyi kibocsátásai változatlanok maradnak, így a teljes kibocsátása sem változik. A követő vállalat az egyes csoportok számára kisebb mennyiséget értékesít egy újabb kategória bevezetésének hatására, ugyanakkor a teljes kibocsátása növekszik. Ehhez elegendő annyit belátni, hogy $\frac{K+1}{K+2} > \frac{K}{K+1}$ azaz $(K+1)^2 > K(K+2)$. Ez az egyenlőtlenség minden $K > 1$ esetén teljesül, tehát igaz,

hogy a követő iparági kibocsátása növekszik minden egyes újabb árkategória bevezetésének hatására. Mivel a vezető iparági kibocsátása változatlan marad, a követőé pedig növekszik, az is elmondható, hogy a kettő vállalat által együtt termelt mennyiség is növekszik.

Az újabb kategóriák bevezetésének hatására az egyes fogyasztói csoportok számára meghatározott ár is emelkedik. Ha K értéke tart a végtelenbe, az első csoportban alkalmazott ár tart a monopolista árhoz $\left(\frac{a+c_L}{2}\right)$, az utolsó csoportban alkalmazott ár pedig tart a határkölségek átlagához $\left(\frac{c_L+c_F}{2}\right)$, ez az eredmény egyébként kísértetiesen hasonlít a versenyzői árhoz, ami a határkölséggel egyenlő.

4. JÓLÉTI ELEMZÉS

Ebben a részben azt vizsgálom meg, hogyan alakulnak a vállalati profitok, a fogyasztói többlet és a teljes jólét az árdiszkriminációval bővített modellben. Elsőként megmutatom az általános modell eredményeit, ez után az árdiszkriminációval bővített modell eredményeit, majd összehasonlítom azokat. Végül azt is megvizsgálom, mi történik akkor, ha az árkategóriák számát növelem. A jóléti elemzés során csak azzal az esettel foglalkozom, amikor $c_L < c_F < \frac{a+(K+1)c_L}{K+2}$, azaz a követő vállalat minden árkategóriába pozitív mennyiséget kínál és a teljes iparági kibocsátás meghaladja az árdiszkrimináció nélküli esetben kibocsátott mennyiséget.

4.1. Profitok

Elsőként a termelői többletre gyakorolt hatást vizsgálom meg. Ezen belül is a vezető vállalat nyereségének a vizsgálatával kezdem, majd ezután következik a követő vállalaté.

A számolások során, olyan összevonásokat fogok használni, amelyek azt követelik meg, hogy a piaci árat ne az összevont alakban (2.34) adjam meg. A számolás során mindvégig az inverz keresleti függvényt fogom használni, amikor az egyensúlyi árra lesz szükségem, azonban ez nem okoz módszertani hibát, hiszen azok ekvivalensek egymással.

4.1.1. Vezető vállalat profitja

4.1.1.1. Árdiszkrimináció nélküli eset:

$$\pi_L^S = (P - c_L)q_L = \left(a - \frac{a+c_F-2c_L}{2} - \frac{a+2c_L-3c_F}{4} - c_L\right)q_L$$

$$\pi_L^S = \frac{(a+c_F-2c_L)^2}{8}$$

amelyet az összehasonlíthatóság kedvéért átrendezve a következőt kapom:

$$\pi_L^S = \frac{(a-c_L)^2 + (c_F-c_L)^2}{4} - \frac{1}{2} \frac{(a-c_F)^2}{4} \quad (4.1)$$

4.1.1.2. Árdiszkriminációval bővített eset:

$$\begin{aligned} \pi_L^{PD} &= (P^1 - c_L)q_L^1 + (P^K - c_L)q_L^K \\ &= (a - q_L^1 - q_F^1 - c_L)q_L^1 + (a - q_L^K - q_F^K - Q_F^K - c_L)q_L^K \end{aligned}$$

Behelyettesítem a korábban kapott egyensúlyi kibocsátásokat:

$$\begin{aligned} \pi_L^{PD} &= \left(a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - c_L\right) \frac{a-c_L}{2} \\ &+ \left(a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{c_F-c_L}{2} - \frac{K}{K+1} \frac{a-c_F}{2} + \frac{c_F-c_L}{2} - c_L\right) \frac{c_F-c_L}{2} \end{aligned}$$

Mivel $a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{c_F-c_L}{2} + \frac{c_F-c_L}{2} - c_L = \frac{2a-a+c_L-c_F+c_L+c_F-c_L-2c_L}{2} = \frac{a-c_F}{2} + \frac{c_F-c_L}{2}$ és $\frac{a-c_F}{2} - t$ megszorozhatom $\frac{K+1}{K+1} - el$ a profit függvény a következő alakban is felírható:

$$\pi_L^{PD} = \left(\frac{a-c_L}{2} - \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right) \frac{a-c_L}{2} + \left(\frac{K+1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{K}{K+1} \frac{a-c_F}{2} + \frac{c_F-c_L}{2}\right) \frac{c_F-c_L}{2}$$

A zárójel felbontását követően azt kapom, hogy:

$$\pi_L^{PD} = \frac{(a-c_L)^2}{4} - \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{4(K+1)} + \frac{(a-c_F)(c_F-c_L)}{4(K+1)} + \frac{(c_F-c_L)(c_F-c_L)}{4}$$

Következő lépésben összevonom azokat a törtet, amelyeknek közös a nevezője. Mivel $-\frac{(a-c_L)(a-c_F)}{4(K+1)} + \frac{(a-c_F)(c_F-c_L)}{4(K+1)} = -\frac{(a-c_L)(a-c_F)}{4(K+1)} - \frac{(a-c_F)(c_L-c_F)}{4(K+1)} = -\frac{(a-c_F)(a-c_L+c_L-c_F)}{4(K+1)}$, ezért a profit függvény végleges forámaja:

$$\pi_L^{PD} = \frac{(a-c_L)^2 + (c_F-c_L)^2}{4} - \frac{1}{K+1} \frac{(a-c_F)^2}{4} \quad (4.2)$$

4.1.1.3. A profitok összehasonlítása:

$$\pi_L^{PD} > \pi_L^S$$

$$\frac{(a-c_L)^2 + (c_F-c_L)^2}{4} - \frac{1}{K+1} \frac{(a-c_F)^2}{4} > \frac{(a-c_L)^2 + (c_F-c_L)^2}{4} - \frac{1}{2} \frac{(a-c_F)^2}{4} \quad (4.3)$$

A vezető vállalat profitja árdiszkriminációval bővített esetben nagyobb, mint az általános modellben. Ha az árkategóriák számát növeljük, a vezető profitja növekszik. Ezen felül, ha K tart a végtelenbe, a vezető vállalat profitja tart a következő kifejezéshez: $\frac{(a-c_L)^2 + (c_F-c_L)^2}{4}$. Szimmetrikus költségek ($c = c_L = c_F$) esetén ez a határérték a monopolista profitot jelentené: $\frac{(a-c)^2}{4}$. Aszimmetrikus költségek esetén ez a határérték meghaladja a monopolista profitot, sőt a vezető vállalat költségelőnyének növekedésével egyre nagyobb mértékben haladja meg azt.

4.1.2. Követő vállalat profitja

4.1.2.1. Árdiszkrimináció nélküli eset:

$$\pi_F^S = (P - c_F)q_F = \left(a - \frac{a+c_F-2c_L}{2} - \frac{a+2c_L-3c_F}{4} - c_F \right) q_F$$

$$\pi_F^S = \frac{(a+2c_L-3c_F)^2}{16}$$

amelyet az összehasonlíthatóság kedvéért átrendezve a következőt kapom:

$$\pi_F^S = \frac{(a+c_L-2c_F)^2 + (c_F-c_L)^2}{8} - \frac{1}{2} \frac{(a-c_F)^2}{8} \quad (4.4)$$

4.1.2.2. Árdiszkriminációval bővített eset:

$$\begin{aligned}\pi_F &= (P^1 - c_F)q_F^1 + (P^2 - c_F)q_F^2 + \dots + (P^K - c_F)q_F^K = \\ &= (a - q_L^1 - q_F^j - c_F)q_F^j + (a - q_L^1 - 2q_F^j - c_F)q_F^j + \dots + (a - q_L^1 - (K-1)q_F^j - \\ &c_F)q_F^j + \left(a - q_L^1 - q_L^K - Kq_F^j + \frac{c_F - c_L}{2} - c_F\right)\left(q_F^j - \frac{c_F - c_L}{2}\right)\end{aligned}$$

Kiemelem $q_F^j - t$, illetve felhasználok a következőt: $-q_F^j - 2q_F^j - 3q_F^j - \dots - Kq_F^j = -\frac{K(K+1)}{2}q_F^j$, ekkor a következőt kapom:

$$\begin{aligned}\pi_F &= \left[Ka - Kc_F - Kq_L^1 - \frac{K(K+1)}{2}q_F^j + \frac{c_F - c_L}{2} - q_L^K\right]q_F^j \\ &\quad - \left[a - q_L^1 - q_L^K - Kq_F^j + \frac{c_F - c_L}{2} - c_F\right]\frac{c_F - c_L}{2}\end{aligned}$$

Behelyettesítem a korábban kapott egyensúlyi kibocsátásokat:

$$\begin{aligned}\pi_F &= \left[K(a - c_F) - K\frac{a - c_L}{2} - \frac{K(K+1)}{2}\frac{a - c_F}{2(K+1)} + \frac{c_F - c_L}{2} - \frac{c_F - c_L}{2}\right]\frac{a - c_F}{2(K+1)} \\ &\quad - \left[a - c_F - \frac{a - c_L}{2} - K\frac{a - c_F}{2(K+1)} + \frac{c_F - c_L}{2} - \frac{c_F - c_L}{2}\right]\frac{c_F - c_L}{2}\end{aligned}$$

Egyszerűsítek $(K+1)$ -el ahol lehet, illetve közös nevezőre hozom a törteket. A második zárójelben $(a - c_F) - et$ megszorozom $\frac{2(K+1)}{2(K+1)} - el$:

$$\begin{aligned}\pi_F &= \left(\frac{4K}{2}\frac{a - c_F}{2} - \frac{2K}{2}\frac{a - c_L}{2} - \frac{K}{2}\frac{a - c_F}{2}\right)\frac{a - c_F}{2(K+1)} \\ &\quad - \left(2(K+1)\frac{a - c_F}{2(K+1)} - K\frac{a - c_F}{2(K+1)} - \frac{a - c_L}{2}\right)\frac{c_F - c_L}{2}\end{aligned}$$

Összevonom a zárójelben lévő kifejezéseket. Az első zárójelben elvégzett összevonás triviális azonban a második zárójelben elvégzett művelet magyarázatra szorul: $2(K+1)\frac{a-c_F}{2(K+1)} - K\frac{a-c_F}{2(K+1)} - \frac{a-c_L}{2} = (K+1)\frac{a-c_F}{2(K+1)} + \frac{a-c_F}{2(K+1)} - \frac{a-c_L}{2}$, ebben a kifejezésben már lehet egyszerűsíteni $(K+1) - el$, majd $\frac{a-c_F}{2} - \frac{a-c_L}{2}$ összevonható. Ezek után a profit függvény a következőképpen írható fel:

$$\pi_F = \left(3K\frac{a-c_F}{4} - 2K\frac{a-c_L}{4} \right) \frac{a-c_F}{2(K+1)} - \left(\frac{a-c_F}{2(K+1)} - \frac{c_F-c_L}{2} \right) \frac{c_F-c_L}{2}$$

Miután elvégzem a zárójelek felbontását a törtet kiegészítem olyan formára, hogy ahol lehet, ott szorzattá alakíthassam (erre azért van szükség, hogy össze lehessen hasonlítani az általános modellben kapott eredménnyel):

$$\begin{aligned} \pi_F &= 3K\frac{(a-c_F)^2}{8(K+1)} - 2K\frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8(K+1)} - \frac{2(a-c_F)(c_F-c_L)}{8(K+1)} + \frac{2(K+1)(c_F-c_L)^2}{8(K+1)} = \\ &= \frac{Ka^2 + 2Kc_L^2 + 5Kc_F^2 + 2c_L^2 + 4c_F^2 + 2Kac_L - 4Kac_F - 6Kc_Lc_F + 2ac_L - 2ac_F - 6c_Lc_F + a^2 - a^2 - 2ac_F + 2ac_F}{8(K+1)} \end{aligned}$$

Ahol lehet, ott szorzattá alakítom a kifejezést:

$$\pi_F = \frac{(K+1)(a+c_L-2c_F)^2 + (K+1)(c_F-c_L)^2 - (a-c_F)^2}{8(K+1)}$$

Ahol lehet, egyszerűsíték $(K+1) - el$, végül a profit függvény végleges formája a következő:

$$\pi_F^{PD} = \frac{(a+c_L-2c_F)^2 + (c_F-c_L)^2}{8} - \frac{1}{K+1} \frac{(a-c_F)^2}{8} \quad (4.5)$$

4.1.2.3. A profitok összehasonlítása:

$$\pi_F^{PD} > \pi_F^S$$

$$\frac{(a+c_L-2c_F)^2 + (c_F-c_L)^2}{8} - \frac{1}{K+1} \frac{(a-c_F)^2}{8} > \frac{(a+c_L-2c_F)^2 + (c_F-c_L)^2}{8} - \frac{1}{2} \frac{(a-c_F)^2}{8} \quad (4.6)$$

A követő vállalat profitja árdiszkriminációval bővített esetben nagyobb, mint az általános modellben. Ha az árkategóriák számát növeljük, a követő profitja növekszik.

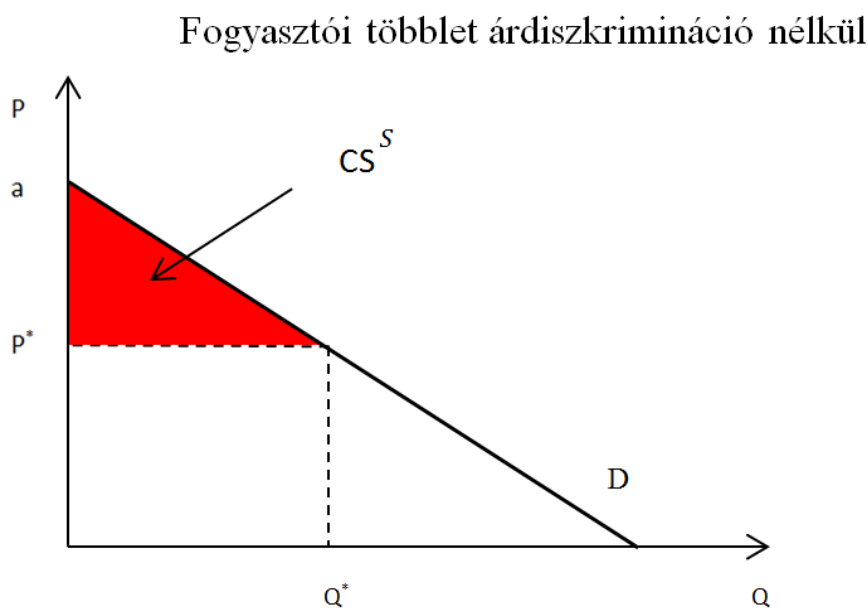
Mindkettő vállalat esetében növekszik a profit, ha növeljük az árkategóriák számát. Ez a hatás a követő vállalat esetében nem meglepő, hiszen ahogy növeljük az árkategóriák számát, úgy növekszik a vállalat kibocsátása: $Q_F^K = \frac{K}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{c_F-c_L}{2}$. A vezető vállalat kibocsátott mennyisége ugyanakkor független az árkategóriák számától: $Q_L^K = \frac{a-c_L}{2} + \frac{c_F-c_L}{2}$. A profitnövekedés oka az, hogy az első (legmagasabb értékelésű) fogyasztói csoportban érvényes ár növekszik, ha az árkategóriák számát növeljük: $P^1 = a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2}$.

4.2. Fogyasztói többlet

A fogyasztói többlet (Consumer Surplus=CS) a vevők rezervációs árának és a jószág tényleges árának a különbségéből adódik.

4.2.1. Árdiszkrimináció nélküli eset:

Az alábbi ábra (1. ábra) szemlélteti a fogyasztói többlet alakulását az árdiszkrimináció nélküli, általános esetben.



1. ábra: Fogyasztói többlet árdiszkrimináció nélkül

Forrás: saját szerkesztés

A fogyasztói többlet az alábbiak szerint alakul az általános esetben:

$$CS^S = \frac{(a-p)Q}{2} = \frac{\left(a - \frac{a+2c_L+c_F}{4}\right)\left(\frac{3a-c_F-2c_L}{4}\right)}{2} =$$

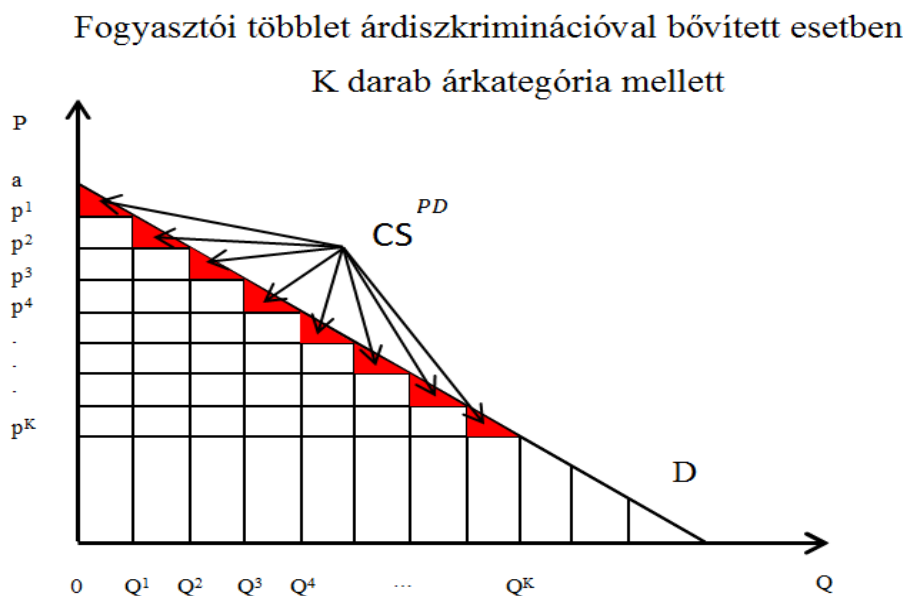
$$= \frac{(3a-c_F-2c_L)^2}{32}$$

amelyet az összehasonlíthatóság kedvéért átrendezve a következőt kapom:

$$CS^S = \frac{(a-c_L)^2}{8} + \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} + \frac{1}{4} \frac{(a-c_F)^2}{8} \quad (4.7)$$

4.2.2. Árdiszkriminációval bővített eset:

Az alábbi ábra (2. ábra) szemlélteti a fogyasztó többlet alakulását az árdiszkriminációval bővített esetben.



2. ábra: Fogyasztói többlet árdiszkriminációval

Forrás: saját szerkesztés

A fogyasztói többlet az alábbiak szerint alakul az árdiszkriminációval bővített esetben:

$$\begin{aligned}
 CS^{PD} &= \frac{(a-P^1)Q^1}{2} \\
 &+ \frac{(P^1-P^2)(Q^2-Q^1)}{2} \\
 &+ \frac{(P^2-P^3)(Q^3-Q^2)}{2} \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &+ \frac{(P^{(K-1)}-P^K)(Q^K-Q^{(K-1)})}{2}
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

A korábban kiszámolt eredményeket behelyettesítve a (4.8) egyenletbe a kifejezés a következőképpen alakul:

$$\begin{aligned}
 CS^{PD} &= \frac{\left(a - a + \frac{a-c_L}{2} + \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right) \left(\frac{a-c_L}{2} + \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right)}{2} \\
 &+ \frac{\left(a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - a + \frac{a-c_L}{2} + \frac{2}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right) \left(\frac{a-c_L}{2} + \frac{2}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{a-c_L}{2} - \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right)}{2} \\
 &+ \frac{\left(a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{2}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - a + \frac{a-c_L}{2} + \frac{3}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right) \left(\frac{a-c_L}{2} + \frac{3}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{a-c_L}{2} - \frac{2}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right)}{2} \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &+ \frac{\left(a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{K-2}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - a + \frac{a-c_L}{2} + \frac{K-1}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right) \left(\frac{a-c_L}{2} + \frac{K-1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{a-c_L}{2} - \frac{K-2}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right)}{2} \\
 &+ \frac{\left(a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{K-1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - a + \frac{a-c_L}{2} + \frac{K}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right) \left(\frac{a-c_L}{2} + \frac{K}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{a-c_L}{2} - \frac{K-1}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right)}{2}
 \end{aligned}$$

Amelyből az összevonások után azt kapom, hogy:

$$CS^{PD} = \frac{(a-c_L)^2}{8} + \frac{2}{(K+1)} \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} + \frac{K}{(K+1)^2} \frac{(a-c_F)^2}{8} \quad (4.9)$$

4.2.3. A fogyasztói többletek összehasonlítása:

$$CS^{PD} < CS^S$$

$$\frac{(a-c_L)^2}{8} + \frac{2}{(K+1)} \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} + \frac{K}{(K+1)^2} \frac{(a-c_F)^2}{8} < \frac{(a-c_L)^2}{8} + \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} + \frac{1}{4} \frac{(a-c_F)^2}{8} \quad (4.10)$$

A fogyasztói többlet árdiszkriminációval bővített esetben alacsonyabb, mint az általános modellben. Az árkategóriák számának növelésével a fogyasztói többlet egyre kisebb. Ez az eredmény egyáltalán nem meglepő, hiszen az árdiszkriminációnak pontosan az a célja, hogy a fogyasztói többletet profitná alakítsa.

4.3. Teljes jóléti többlet

A társadalmi többlet, vagy teljes jólét (Total Welfare=TW) a vállalatok profitjainak és a fogyasztói többletnek az összege.

4.3.1. Árdiszkrimináció nélküli eset:

$$\begin{aligned} TW^S &= \pi_L^S + \pi_F^S + CS^S \\ &= \frac{3(a-c_L)^2 + 3(c_F-c_L)^2 + (a+c_L-2c_F)^2}{8} + \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} - \frac{5}{4} \frac{(a-c_F)^2}{8} \end{aligned} \quad (4.11)$$

4.3.2. Árdiszkriminációval bővített eset:

$$\begin{aligned} TW^{PD} &= \pi_L^{PD} + \pi_F^{PD} + CS^{PD} \\ &= \frac{3(a-c_L)^2 + 3(c_F-c_L)^2 + (a+c_L-2c_F)^2}{8} + \frac{2}{K+1} \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} - \frac{2K+3}{(K+1)^2} \frac{(a-c_F)^2}{8} \end{aligned} \quad (4.12)$$

4.3.3. A teljes jólét összehasonlítása:

$$TW^{PD} > TW^S$$

Ahhoz, hogy megmutassam a teljes jólét magasabb az árdiszkriminációval bővített modellben elegendő, ha bizonyítom a következő egyenlőtlenséget:

$$\frac{2}{K+1} \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} - \frac{2K+3}{(K+1)^2} \frac{(a-c_F)^2}{8} > \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} - \frac{5}{4} \frac{(a-c_F)^2}{8} \quad (4.13)$$

A (4.13) egyenletet megszorozva $32(K+1)^2$ -tel és osztva $(a-c_F)$ -el a következő egyenlőtlenséget kapom:

$$8(K+1)(a-c_L) - 4(2K+3)(a-c_F) > 4(K+1)^2(a-c_L) - 5(K+1)^2(a-c_F)$$

amelyből a zárójelek felbontása és az átrendezés után azt kapom, hogy:

$$\frac{(K^2+2K-3)a+(4K^2-4)c_L}{5K^2+2K-7} > c_F \quad (4.14)$$

Ha a fenti egyenlőtlenség teljesül a követő vállalat határkötségére, akkor árdiszkrimináció mellett magasabb a teljes jólét, mint az általános esetben. Korábban megmutattam, ahhoz, hogy árdiszkrimináció mellett a követő az utolsó árkategóriában is pozitív outputot kínáljon, a határkötségére a következő feltételnek kell teljesülnie:

$$\frac{a+(K+1)c_L}{K+2} > c_F \quad (4.15)$$

Ha a (4.15) feltétel erősebb korlát $c_F - re$, mint a (4.14) egyenlőtlenség, akkor árdiszkrimináció mellett magasabb a teljes jólét (feltéve, hogy a követő az utolsó csoportba is termel). Ehhez azt kell belátnom, hogy:

$$\frac{a+(K+1)c_L}{K+2} < \frac{(K^2+2K-3)a+(4K^2-4)c_L}{5K^2+2K-7}$$

$$(5K^2 + 2K - 7)(a + Kc_L + c_L) < (K + 2)(K^2a + 2Ka - 3a + 4K^2c_L - 4c_L)$$

$$(K^3 - K^2 - K + 1)(a - c_L) > 0$$

$$(K^2 - 1)(K - 1)(a - c_L) > 0 \quad (4.16)$$

A (4.16) egyenlőtlenségről belátható, hogy bármely $K > 1$ és $c_L < a$ esetén teljesül. Ezek a feltételek az alap modellhez képest nem jelentenek további korlátozásokat. Kijelenthető tehát, ha az iparági kibocsátás nagyobb, mint az általános modellben, akkor a teljes jólét magasabb árdiszkrimináció mellett, mint nélküle.

5. ÖSSZEFOGLALÁS

Dolgozatomban Kutlu [2009] és Mukherjee [2010] tanulmányát általánosítottam: aszimmetrikus költségviszonyokkal rendelkező Stackelberg duopólium mellett vizsgáltam az árdiszkrimináció hatását, K darab árkategóriát feltételezve. Megmutattam, hogy aszimmetrikus költségek mellett, a vezető vállalat nem csak az első (legmagasabb) árkategóriába termel, ugyanakkor nem is végez teljes mértékű árdiszkriminációt: a vezető vállalat csak az első (legmagasabb) árkategóriába és az utolsó (legalacsonyabb) csoportba értékesít. A vezető vállalat iparági kibocsátása megegyezik az árdiszkrimináció nélküli esetben termelt mennyiséggel, míg a követő vállalat teljes kibocsátása csak abban az esetben haladja meg az általános modellben kibocsátott mennyiséget, ha a határköltségére teljesül a következő feltétel: $c_F < \frac{a+(K+1)c_L}{K+2}$. Ebben az esetben a teljes iparági kibocsátás magasabb lesz az árdiszkrimináció hatására.

A jóléti elemzés során arra az esetre összpontosítottam, amikor az iparági kibocsátás meghaladja a standard modellben megtermelt mennyiséget, azaz teljesül a $c_F < \frac{a+(K+1)c_L}{K+2}$ feltétel. Megállapítottam, hogy mind a vezető, mind a követő vállalat profitja magasabb az árdiszkriminációval bővített modellben. A standard modellhez képest a fogyasztói többlet alacsonyabb, azonban a teljes jólét magasabb árdiszkrimináció mellett.

Irodalomjegyzék

- Bakó B. - Kálec-Simon A. (2012): Price Discrimination in Asymmetric Cournot Oligopoly. *Economics Letters*, Vol. 116, pp. 301-303.
- Holmes T.J. (1989): The effects of third-degree price discrimination in oligopoly. *American Economic*, Vol. 79, pp. 244-250.
- Hazeldine T. (2006): Price discrimination in Cournot-Nash oligopoly. *Economic Letters*, Vol. 93, pp. 413-420.
- Kutlu L. (2009): Price discrimination in Stackelberg competition. *Journal of Industrial Economics*, Vol. 57, pp. 364.
- Mukherjee A. (2010): Price discrimination in oligopoly with asymmetric firms.
<http://www.nottingham.ac.uk/economics/documents/discussion-papers/10-04.pdf>
(letöltve: 2013.03.19)