

OTDK-DOLGOZAT

2015

**COURNOT OLIGOPÓLIUM ELEMZÉSE HÁLÓZATI EXTERNÁLIÁK
ESETÉN**

**ANALYSING COURNOT OLIGOPOLY WITH NETWORK
EXTERNALITIES**

Kézirat lezárva: 2014. május 12.

TARTALOMJEGYZÉK

1. BEVEZETÉS.....	1
2. HÁLÓZATI EXTERNÁLIÁK ÉS HATÁSAI	3
2.1. Hálózati externáliák jelenléte a piaci keresletben.....	4
2.2. A piaci egyensúly és a kritikus tömeg.....	6
2.3. Hálózatok működése.....	8
3. NEGATÍV KERESLETI FÜGGVÉNYT HASZNÁLÓ TANULMÁNYOK BEMUTATÁSA	10
3.1. Első tanulmány	10
3.2. Második tanulmány	11
3.3. Harmadik tanulmány	12
3.4. Negyedik tanulmány.....	12
3.5. Ötödik tanulmány	13
3.5.1. Az ötödik tanulmány modellje.....	14
3.5.2. A Cournot verseny	15
3.5.3. A Bertrand verseny	20
3.5.4. A Cournot és Bertrand verseny összehasonlítása	22
3.5.5. Az endogén módon választott verseny	24
3.5.6. A tanulmány összegzése	27
4. A MODELL	29
4.1. Hálózati externáliákkal bővített eset:	30
4.2. Hálózati externáliákat nélkülöző eset:	36
4.3. Az eredmények összehasonlítása.....	41
5. ÖSSZEFOGLALÁS.....	43
IRODALOMJEGYZÉK	45

Ábrajegyzék

1. ábra: Visszahajló piaci keresleti görbe	3
2. ábra: A stabil és instabil egyensúly	7
3. ábra: A hálózati csillag	9
4. ábra: Az aszimmetrikus verseny fogolydilemma-típusú modellje	27
5. ábra: Az üzembezárási feltétel	30
6. ábra: Az iparági keresleti görbe	35
7. ábra: Az inverz keresleti függvény hálózati externália nélkül	37
8. ábra: Az egyensúlyi kibocsátások hálózati externáliák mellett és nélkül	42

1. BEVEZETÉS

A hálózatos iparágak jelentős részét teszik ki a világ gazdaságának. Napjaink legkiterjedtebb hálózata a telekommunikáció, amely hang-, internet- és adatszolgáltatást közvetít világszerte. Az ilyen hálózatot képző piacon jelennek meg a hálózati externáliák, melynek fogalmát és hatásait a dolgozatunk elején mutatjuk be. Ezt követően rátérünk arra is, milyen lesz a hálózati külső gazdasági hatások mellett a piaci kereslet és a piaci egyensúly. Mivel a téma aktualitását tekintve jelentős, ezért számos közgazdász foglalkozik a hálózatos javak kérdéseivel. E cikkeket olvasva vetődött bennünk fel a dolgozat lényegi kérdése.

A dolgozat során látni fogjuk, hogy a hálózati externáliák jelenléte a piacon visszahajló keresleti görbéhez vezet, azaz nem mindenhol lesz a meredekség negatív. A hálózatos iparágakat kutató cikkek általában indoklás nélkül negatív meredekségű keresleti görbével számolnak, vagyis eltekintenek a hálózati externáliák jelenlététől. Ezek közül öt tanulmány kerül bemutatásra, amelyből négyet röviden fogunk áttekinteni.

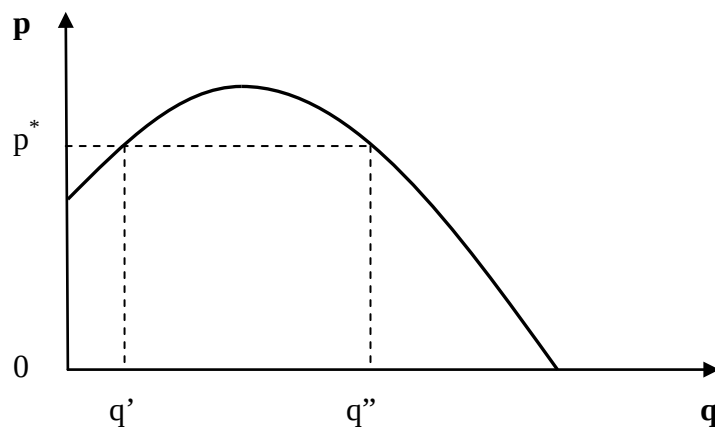
Pal [2013] tanulmányát azonban alaposabban fogjuk elemezni. A szerző hálózati externáliák feltételezése mellett, kétvállalatos duópól piac esetére vizsgálja a Cournot- és a Bertrand versenyt. Cournot versenyben a vállalatok szimultán, azaz egy időben hoznak döntést arról, hogy mennyit termeljenek. Bertrand versenyben pedig az árról döntenek szimultán a vállalatok. Elsőként a Cournot versenyt elemezi, ahol azt kapja eredményül, hogy hálózati externáliák mellett a vállalatok többet termelnek, magasabb áron és nagyobb profittal, mint a hálózati hatást nélkülöző esetben. A Bertrand verseny esetén is ugyanez az eredmény lesz látható. Látni fogjuk, hogy két verseny profitja függ a hálózati externáliák erősségétől. A két versenyben kapott egyensúlyi ár, mennyiség és profit összehasonlítása után egy olyan kétlépéses játékot elemez hálózati externáliák feltételezése mellett, ahol a döntési változót (az árat vagy a mennyiséget) endogén módon választják meg a vállalatok. Ennek következményeképp aszimmetrikus verseny alakulhat ki. A tanulmány ennek eredményeit nagy részletességgel elemzi, amit a dolgozatban be is fogunk mutatni.

Felvetődött bennünk a kérdés, jogosan élnek-e a hálózatos iparágakat kutató cikkek a feltevessel, miszerint eltekintenek a pozitív meredekségtől? Miután bemutatjuk a modell megértéséhez szükséges elméleti háttérrel, dolgozatunk második felében kísérletet teszünk egy olyan modell felállítására, amely segítségével választ adhatok a feltett kérdésre. Azt az esetet fogjuk tanulmányozni, amikor szimmetrikus költségviszonyokkal rendelkező vállalatok

Cournot oligopóliumként működnek a piacon. Elsőként megvizsgáljuk az egyensúlyi kibocsátásokat hálózati externáliákat feltételező keresleti függvény mellett, ahol látni fogjuk, hogy ilyen piaci keresleti függvény esetén az elsőrendű feltételeket több kibocsátás-kombináció teljesíti. Azonban a másodrendű feltétel segítségével könnyen kiválasztható a profitmaximumot jelentő kibocsátási szint. Ez után azt is megvizsgáljuk, hogy ez az egyensúlyi kibocsátás minden esetben az ereszkedő ágra esik-e. Ezt követően pedig azt az esetet elemezzük, amikor a keresleti függvénynek csak ereszkedő szakasza van, vagyis eltekintünk a hálózati externáliák jelenlététől. Látni fogjuk, hogy ha eltekintünk a keresleti függvény emelkedő szakaszától, az érdeken nem befolyásolja az egyensúlyi értékeket az általunk felállított modellben.

2. HÁLÓZATI EXTERNÁLIÁK ÉS HATÁSAI

Hálózati externáliákról beszélünk, ha a piacon egy adott termék annál értékesebb a vevő számára, minél többen használják. A hálózati külső gazdasági hatások olyan piacokon fordulnak elő, melynek szereplői valamilyen hálózatot képeznek. A telefonhálózat ennek példája, ahol csak akkor van értéke a telefonnak, ha más fogyasztók is használják, és annál értékesebb, minél többen veszik igénybe azt. Ha kevés embernek van telefonja, akkor nem lesz hasznunk a telefon előfizetéséből, hiszen nem biztos, hogy tudunk olyan ismerősökkel beszélni, akikkel szeretnénk. Ha viszont egyre több az új telefontulajdonos, nagyobb az esélye, hogy az ismerősünknek vagy családtagunknak is lesz telefonja, ezáltal egyre többet használjuk telefonálásra, amivel a haszna is nő. Az egyre bővülő hálózat értéke növekszik. A hálózatos javak efféle tendenciája visszahajló keresleti görbéhez vezet a piacon, vagyis a meredekség nem mindenhol lesz negatív, amit az 1. ábrán szemléltetünk: (Kiss *et al* [2011] p. 6.)



1. ábra: Visszahajló piaci keresleti görbe

Forrás: Kiss *et al* (2011) p. 6.

Az 1. ábra elemzését illetően tegyük fel, hogy nincsenek hálózati externális hatások. Ilyenkor alacsony ár mellett feltételezhetjük, hogy nagy a kereslet a termékre. Az utolsó vevő, aki épp megvenné a terméket, nem értékeli túl sokra azt, így az eladó nem emelheti az árat. Ha a piacon azonban léteznek externális hatások, akkor ez az egyik értelmezés. A másik szerint pedig azért alacsony az ár, mert alacsony a kereslet a termékre és a hálózati externália hatására a fogyasztók nem értékelik sokra a terméket, ezért megint nem lehetne áremeléssel próbálkozni. Az egyensúlyt tehát egy adott p ár mellett (p^*) kétféle eladott mennyiség jelenti:

egy alacsony (q'), és egy magas (q'') mennyiség. Beláthatjuk ezáltal, hogy a hálózati externáliák többszörös egyensúly kialakítására képesek a piacon. (Kiss *et al* [2011] p.7.)

2.1. Hálózati externáliák jelenléte a piaci keresletben

Tegyük fel, hogy egy termék piacán annyi potenciális vevő van, ahány valós szám a $[0,1]$ intervallumon. Ezen intervallumon végtelen sok, úgynevezett kontinuumszámosságú valós szám van, így végtelen lesz a potenciális vevők száma is. A fogyasztók e csoportját ezért hívhatjuk vevői kontinuumnak. Minden fogyasztót rendeljük hozzá az egyik 0 és 1 közötti valós számhoz, amit a fogyasztó sorszámának fogunk nevezni. Továbbá tegyük fel, hogy a fogyasztó egy termékből nem vásárolhat több egységet egy adott ár mellett, vagyis egyet vagy nullát vásárolhat. Legyen v_i az az ár, amely mellett az i sorszámú fogyasztó még éppen hajlandó megvásárolni egy egység terméket. Tehát ha a piaci ár magasabb, mint a v_i akkor nem vásárol; ha viszont kisebb vagy egyenlő, akkor vásárol egy egységet a termékből. A v_i a vevő rezervációs ára, amit ezentúl értékelésnek nevezünk. Feltesszük, hogy nagysága nem függ a fogyasztó jövedelmétől. (Kiss *et al* [2011] p. 8.)

A hálózatos javak jelenléte a piacon fontos szerepet játszanak: Az egyes vevők értékelése függ a terméket vásároló vevők összességétől – a q -tól –, ami között a következőkben lineáris kapcsolatot feltételezünk ($v_i(q) = qv_i$). A feltevés miatt a piac, ha nem éri el a megfelelő nagyságú fogyasztói kört, könnyen összeomolhat és megsemmisül. Az, hogy hogyan alakul a piaci kereslet hálózati externáliák esetén, elég nehéz levezetni az értékelések és a vevői tömegek közti kapcsolat problémája miatt. Vegyük például egy olyan terméket, amihez a vevők ingyen jutnak hozzá. Ekkor a $q=1$, vagyis a hálózat lefedettsége maximális, mindenki fogyaszt. Tegyük fel, hogy később erre a termékre kiszabnak egy pozitív p árat. Állítsuk csökkenő sorrendbe a vevőket értékelésük szerint, azaz az 1 sorszámot kapja, akinek a legmagasabb az értékelése; 2 pedig a második legmagasabb értékelésű vevőé, és így tovább. Jelölje a q^1 a két intervallum határát: $[0, q^1]$, vagyis a vásárlásra hajlandó vevőket tartalmazza, melynek vevői tömege q^1 . Amikor egy egyszerű keresleti görbére gondolunk, beláthatjuk, ha nő az ár, csökken a kereslet. Hálózati externáliák esetén, ha csökken a keresett mennyiség, akkor csökken a fogyasztói tömeg is: vagyis ebben az esetben v_i -ről $q^1 v_i$ -re. Tehát p ár mellett azok a fogyasztók vásárolnak, akik számára

$$q^1 v_i \geq p,$$

ami átrendezve

$$v_i \geq \frac{p}{q^1}.$$

Mivel $q^1 < 1$, ezért $\frac{p}{q^1} > p$, vagyis újabb potenciális vevő fog kilépni a piacról. Így az új fogyasztói tömeg q^2 -re módosul, ami megint csak csökkenti az összes potenciális vevő értékelését $q^2 v_i$ -re, amit egy újabb kilépési hullám követ, így az értékelések tovább csökkennek és így tovább.

Ahhoz, hogy megvizsgáljuk ennek a körkörös folyamatnak a végét, fel tudunk írni egy két egyenletből álló egyenletrendszert, ahol p a piaci ár, q pedig a vásárlásra hajlandó vevői tömeg. A $\tilde{v}$ jelenti annak a fogyasztónak az értékelését (v_i -jét), aki a körkörös folyamat végén éppen közömbös azzal kapcsolatban, hogy vásárol vagy nem, akit ezentúl határon lévő vevőnek nevezünk. Az e fajta közömbösséget algebrailag így jelölhetjük:

$$q\tilde{v} = p,$$

Az egyenletrendszerünk első egyenletét kapjuk a fentiekben, vagyis a határon lévő vevő éppen annyit hajlandó a termékért fizetni, amennyi a termékegység ára. Másik egyenletünk a fogyasztók értékelésének eloszlásfüggvényét fogja reprezentálni, amit $F(\tilde{v})$ -vel fogunk jelölni. E függvény segítségével megkapjuk, a fogyasztók mekkora hányada nem vásárol a termékből, tehát akiknek kisebb az értékelésük (v_i), mint $\tilde{v}$. Minket most az a vevői tömeg érdekel, melynek nagyobb a v_i -je, mint a $\tilde{v}$: vagyis akik a körkörös folyamat végén vásárolni fognak a termékből. Tudjuk, hogy az összes vevő tömege 1, ezért ezt a mennyiséget a következőképpen írhatjuk fel:

$$G(\tilde{v}) = 1 - F(\tilde{v}).$$

A $G(\tilde{v})$ a határértékelési függvényt adja meg, amely azon fogyasztók tömegét adja meg, akiknek v_i -je magasabb, mint $\tilde{v}$. Vagyis mivel ez azt mutatja, hogy mely fogyasztók vásárolnak a termékből, ezért felírható a

$$q = G(\tilde{v})$$

egyenlettel, amely megmutatja a piaci kereslet q nagyságát p ár mellett, azaz a piaci keresleti görbét. (Kiss *et al*, [2011] pp. 11-14.) A piaci keresleti függvény meghatározásához természetesen ismernünk kell a fogyasztók értékeléseinek az eloszlásfüggvényét, vagyis

$F(v)$ -t. A továbbiakban kettő feltevessel fogok élni, amely a teljes dolgozat során érvényes lesz. Az első, hogy a fogyasztók várakozásai racionálisak, vagyis a fogyasztók a ténylegesen megvalósuló kereslettel számolnak, amikor értékeléseiket összevetik a termék vagy szolgáltatás piaci árával. A második, hogy a fogyasztók értékelései egyenletes eloszlást követnek a $[0, a]$ intervallumon, vagyis a fogyasztók értékeléseinek eloszlás függvénye a következőképpen alakul:

$$F(v) = \frac{v - 0}{a - 0} = \frac{v}{a}.$$

A határértékelési függvényre tehát azt kapjuk, hogy:

$$G(\tilde{v}) = 1 - \frac{\tilde{v}}{a}.$$

Mivel $q = G(\tilde{v})$, ezért a piaci keresleti függvényt meghatározó egyenletrendszer a következő formában is felírható:

$$q\tilde{v} = P$$

$$q = 1 - \frac{\tilde{v}}{a}.$$

Ha a második egyenletből kifejezzük $\tilde{v}$ -t ($\tilde{v} = a - aq$), és azt behelyettesítjük az első egyenletbe, megkapjuk az inverz keresleti függvényt: (Kiss *et al* [2011] pp. 15-17.)

$$P = aq(1 - q).$$

Dolgozatunk során az imént kapott keresleti függvénnyel fogunk számolni.

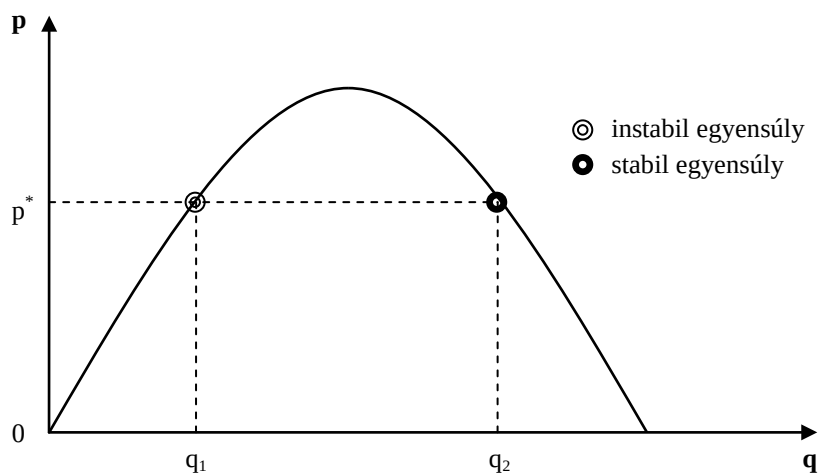
2.2. A piaci egyensúly és a kritikus tömeg

Egy hálózat kiépítése elég időigényes és költséges feladat lehet, a már meglévő hálózat fenntartása pedig még annál is bonyolultabb. Vizsgáljuk meg az utóbbi esetet, hálózati externáliák mellett! Tegyük fel, hogy a termék kontinuumszámosságú, 1 tömegű potenciális vevő a termék egy egységére tart igényt egyenletes eloszlás mellett. Mivel hálózati externáliák vannak a piacon, ezért az egyes vevők értékelése lineárisan függ a terméket vásárlók összlétszámától. A fogyasztók racionálisak, vagyis minden vásárló annyi vevőre

számít, mint amennyi ténylegesen van a piacon. Valamint tegyük fel, hogy a piaci egyensúly egy folyamat hatására bármikor felbomolhat. (Kiss *et al* [2011] p. 19.)

Ha a piaci ár (p) elmozdul az egyensúlyi szintjétől, a fogyasztók az árváltozás hatására módosítják keresletüket. A megváltozott kereslet ismét árváltozáshoz vezet, ezután a fogyasztók ráébrednek a vásárlói tömeg átalakulására. Tehát egy olyan folyamatot kapunk, ami a piaci ár változásával kezdődik, és árváltozással végződik. Amikor a végső árváltozás ellentétes előjelű a kezdetivel, stabil egyensúlyról beszélünk, ugyanis ilyenkor a piac képesnek tűnik arra, hogy korrigálja az apróbb kilengéseket. Amikor a végső árváltozás előjele azonos a kezdetivel, instabil egyensúlyról beszélünk. (Kiss *et al* [2011] p. 19.)

Tekintsük a következő ábrát (2. ábra):



2. ábra: A stabil és instabil egyensúly

Forrás: Kiss *et al* (2011) p. 21.

Amikor a piaci ár ingadozik, a keresleti görbe pozitív meredekségű részén az ár-mennyiség kombinációk instabilak, a negatív meredekségű részén pedig stabilnak bizonyulnak. Ha a fogyasztók az utóbbit, a negatív meredekségű szakaszon található egyensúlyt preferálnák, egyetlen kis megingás megszünteti ezt az állapotot. (Kiss *et al* [2011] p. 21.)

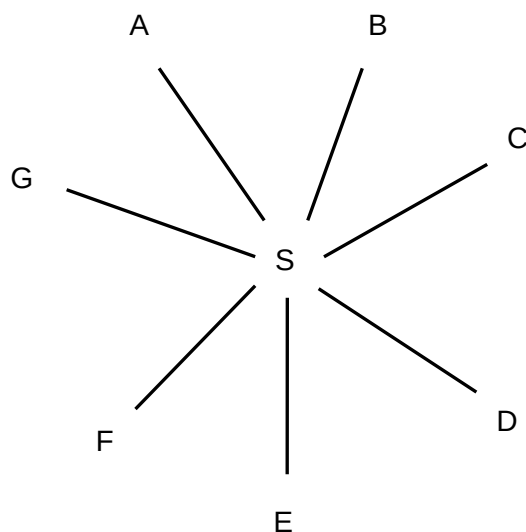
A fenti stabilitási eredmények segíthetnek a vállalatoknak is a megfelelő egyensúly kiválasztódásában, viszont akadályt is okozhatnak a hálózat kiépítése során. Amellett, hogy az utóbbi folyamat időigényes, a gyakorlatban úgy működne, hogy a vállalatok $q=0$ -ról indulva addig értékesítenének egyre több fogyasztónak, amíg el nem érik a számukra optimális

kibocsátási szintet. Azonban amíg a piaci mennyiség meghaladja a nullát, de kisebb, mint az adott árhoz tartozó stabil egyensúlyi kibocsátás, addig a piac egyetlen apró megingásra összeomolhat. A gyakorlatban ez tehát addig nem valósítható meg, amíg a kibocsátott mennyiség el nem éri a kritikus tömeget. A vállalat ezt úgy érheti el, hogy a kezdeti időszakban a terméket alacsonyabb áron, vagy ingyen kínálja. Vagy tegyük fel, hogy egy monopolista vállalat költségei lehetnek magasak vagy alacsonyak. A fogyasztók viszont hiányos információval rendelkeznek a monopolista költségviszonyairól. Az alacsonyabb költségű monopolista többet tud termelni alacsonyabb áron, mint a magas költségvetésű, ezért a fogyasztók is magasabb vevői tömegre számítanak ebben az esetben. Az alacsonyabb költségvetésű monopolista úgy tudja jelezni a fogyasztók irányába, hogy ő az alacsonyabb költségű, hogy olyan alacsony áron adja termékeit, amit a magasabb költségű monopolista már nem tud kigazdálkodni. (Kiss *et al* [2011] pp. 21-22.)

2.3. Hálózatok működése

A következő oldalon lévő 3. *ábra* egy hagyományos telefonos hálózatot mutat be, ahol az *A*, *B*, ..., *G* fogyasztók *S* központon keresztül vannak összekapcsolva. Amikor *A* felhívja *B* fogyasztót, ehhez az *AS* és a *BS* hozzáférési kapcsolatok szükségesek. (Economides [1996a] pp. 674-675.) Az *A* fogyasztó *S* központ nélkül nem tud eljutni *B* fogyasztóhoz, vagyis az *AS* és *BS* hálózati összetevők kiegészítik egymást. (A továbbiakban akkor beszélünk kiegészítő kapcsolatról, amikor az egyik tényező nem tud hálózatot kiépíteni a másik nélkül). Tehát egy hálózat működéséhez kettő vagy több hálózati összetevő (*A*, *B*, ...*G* és *S*) szükséges. (Economides [2004] p. 4.)

A hálózatok működésének megértéséhez tekintsük a 3. ábrát:



3. ábra: A hálózati csillag

Forrás: Economides (1996a) p. 675.

A hálózatok kiegészítő csomópontokból (az ábrán például S) és kapcsolatokból (az ábrán például AS, BS,...GS) állnak. A hálózati iparágak fő jellemzője, hogy növekvő a skáláhozadék a fogyasztásban, amit hálózati hatásoknak nevezünk. Akkor beszélünk a piacon hálózati hatásokról, ha a vevő számára nő a termék értéke minden egyes további eladott egység után. Vagyis hálózati hatások erősödnek a kiegészítő kapcsolaton keresztül: egy előfizető egy szélesebb hálózatban több másik előfizetőt tud elérni. (Economides [2004] pp. 4-5.)

A hálózatoktól függően megkülönböztetjük a közvetlen és közvetett külső gazdasági hatásokat. Közvetlen externália a mobil piacon jelentkezik, ahol egy kétirányú kommunikációs hálózat van. (Valentiny *et al* [2010] p. 25.) Ebben az esetben minél nagyobb a telefonhálózat, annál nagyobb egy új előfizető hasznossága, ha csatlakozik a hálózathoz (hiszen ilyenkor több hasznos hívást tud kezdeményezni és fogadni). Másrészt, az új előfizető csatlakozása, hasonló módon növeli a már meglévő előfizetők hasznosságát.

Közvetett externália olyankor jelentkezik, amikor a hálózati hatásnak kitett terméknek léteznek kiegészítő termékei (Valentiny *et al* [2010] p. 28.). Ilyen lehet például a telefonhálózat példájánál maradvia az okostelefonok és azok szoftverei. Gondoljunk csak bele az Android és IOS rendszerű telefonok térhódításába. Minél többen használnak Android

rendszerű okostelefont, a szoftverfejlesztők annál több szoftvert fejlesztenek rá, így még hasznosabb lesz a fogyasztók számára a készülék.

A kiegészítő termékek egymásra hatása azonban kétirányú: hiszen egyfelől az okostelefonok megnövekedett kereslete hat a szoftverek keresletére, ugyanakkor a megnövekedett szoftver kereslet is hat az okostelefonok keresletére. Jól példa erre az, hogy az Android és IOS rendszerű okostelefonok térhódítása mellett, egyidejűleg a Nokia drasztikus piacvesztést szenvedett el.

3. NEGATÍV KERESLETI FÜGGVÉNYT HASZNÁLÓ TANULMÁNYOK BEMUTATÁSA

A dolgozat fő célja annak a bebizonyítása, hogy a hálózatos iparágakat kutató cikkekben a negatív keresleti függvény használata jogos-e vagy sem. Azonban, mielőtt rátérünk az ehhez szükséges modell felállítására, bemutatunk néhány hálózatos iparággal foglalkozó tanulmányt, amelyben a szerzők eltekintenek a keresleti függvény emelkedő szakaszától.

3.1. Első tanulmány

Gans és King [2000] tanulmányában azt vizsgálta, hogy milyen hatással van a mobiltelefon hálózatok közötti verseny az árak alakulására, amikor vezetékes telefonhálózatról indítanak hívást, amely mobiltelefon hálózaton végződik. A vezetékes hálózatról indított és mobil hálózaton végződött hívások után végződtetési díjat kell fizetni. Mivel a fogyasztók általában nem képesek azonosítani ezeket a mobilhálózatokat, ezek a hálózatok számottevő piaci erővel rendelkeznek a vezetékes telefonhálózatról indított hívások végződtetési díjának meghatározásakor. Megmutatták, hogy:

1. A szabályozatlan mobilhálózatokon végződött hívások díja magasabb lesz, mint a hívások díja monopólium esetén.
2. A végződtetési díjak és árak szabályozása csökkenti a mobiltelefon előfizetések díját.
3. Bármely mobilszolgáltató végződtetési díjának szabályozása csökkenti a vezetékes hálózatról indított és mobil hálózaton végződött hívások díját, ugyanakkor növeli a szabályozatlan mobilszolgáltató végződtetési díját.

Amikor vezetékes telefonhálózatot használó fogyasztók képesek megkülönböztetni a különböző mobilhálózatokat, amelyet hívnak, akkor a vezetékes hálózatról indított és mobil hálózatra érkező hívás díja csökkenni fog ahhoz a szinthez képest, amely akkor áll fenn, ha a fogyasztók nem rendelkeznek ezzel a tudással. A közvetlen mobil végződtetési díjak is csökkentik a vezetékes hálózathoz mobil hálózatba kezdeményezett hívások teljes árát. A szerzők a tanulmányban eltekintenek a hálózati externáliáktól, és negatív meredekségű keresleti függvényt feltételeznek.

3.2. Második tanulmány

Kocsis [2005] a Közgazdasági Szemlében megjelent cikkében piacszerkezeti modellek segítségével kutatja a mobiltávközlés és az arra jellemző kétirányú hozzáférés (hívásvégződtetés) aszimmetrikus piacát. A költségalapú végződtetési díjat jóléti szempontból vizsgálja aszimmetrikus helyzet mellett. Eredményül azt kapta, hogy a vállalatok bármilyen árazása mellett sem a vállalatok egyensúlyi profitja, sem a jólét nem független a végződtetési díjtól. Az utóbbi vállalati szempontból az összejátszás eszköze is lehet. A fogyasztói többlet szempontjából vizsgálva a végződtetési díj belépéskor magasabb, a már piacon lévő vállalat végződtetési díja pedig költségalapú vagy annál alacsonyabb. A fogyasztói többlet lineáris kereslet és lineáris árazás esetében ellentétesen változik az iparági profittal.

A költségalapú végződtetési díj jóléti szempontból nem feltétlenül optimális megoldás. A cikkben két hálózat egymással összekapcsolva versenyez a fogyasztókért horizontálisan differenciált szolgáltatások piacán. Az inkumbens vállalat fogyasztói nagyobb hasznosságot élveznek, mint a belépőké, habár a belépő vállalat költségei alacsonyabbak. Amikor az inkumbens vállalat hírnévből származó előnye és a belépő vállalat költségelőnye együttesen van jelen a piacon, akkor az erős fogyasztókért folyik a verseny és olyankor a belépő vállalatnak megengedett pozitív végződtetési haszonkulcs növelheti a fogyasztói többletet és a jólétet. Érett, kevésbé aszimmetrikus piacon pedig költségalapú vagy negatív haszonkulcsot tartalmazó végződtetési díj vezet kedvező kimenetelhez. Kocsis a modellekben végzett számolások során nem számolt a keresleti függvény emelkedő szakaszával, vagyis eltekintett a hálózati externáliák jelenlététől.

3.3. Harmadik tanulmány

Kiss [2008] disszertációjában (III. fejezet 2. része) a végződtetési díj ösztönző szabályozását vizsgálja, homogén termékes mennyiségi verseny (Cournot vagy Stackelberg) esetén. A modell feltevései szerint a piacon két vállalat működik, amelyek homogén – távbeszélő – szolgáltatást nyújtanak a fogyasztók számára. Mindkettő vállalat rendelkezik saját hálózattal, illetve – összekapcsolás révén – a fogyasztók a másik vállalat hálózatát használva is kezdeményezhetnek hívást a másik vállalat hálózatát használó fogyasztókkal. A vállalatok összekapcsolásának határkölsége három értéket vehet fel: magas, közepes, alacsony; ennek megfelelően a vállalatok hatékonysága is három féle lehet: alacsony, közepes és magas. A szerző az összekapcsolási díj ösztönző szabályozását vizsgálta teljes informáltság illetve információs aszimmetria mellett (amikor a szabályozó nem ismeri a vállalat hatékonyságát). Megmutatta, hogy ha a legkisebb bizonytalanság is felmerül a szabályozó számára a vállalatok hatékonyságát illetően, akkor a társadalom számára nagyobb veszteséget okoz a költség-alapú árképzéssel, mint ha a vállalatokat ösztönzi költségeinek megfelelő működésre. A modellben negatív meredekségű inverz keresleti függvényt feltételez.

3.4. Negyedik tanulmány

Mu [2008] olyan modellt állított fel tanulmányában, ahol szabályozatlan verseny van a mobilhálózatok és a vezetékes hálózatok között, és tanulmányozta a vezetékes hálózathoz mobilhálózatba irányuló hívásvégződéseket, illetve a mobilhálózathoz vezetékes hálózathoz történő hívásvégződéseket (olyan rendszerben ahol a hívó fél fizet) kétrészes árképzés és végződés-alapú árdiszkrimináció mellett (amikor a hívás ára attól függ, hogy helyileg hol végződik a hívás). A tanulmány célja, hogy a hívásvégzések árának szabályozása tud e versenyt teremteni a teljes piacon, mind a mobilhálózaton, mind a vezetékes szektorban. Bemutatja, hogy a verseny egy irányba kényszeríti a hálózatok hívásvégződésének árait és a hálózatok kiskereskedelmi szolgáltatások árait. Továbbá a különböző piaci szerkezetek (vertikálisan szeparált és vertikálisan integrált piac) hatásait vizsgálja, valamint azt kutatja, hogy a versennyel rendelkező vertikálisan integrált piac a hívásvégződés díjának határkölségéhez vezet, és integrált vállalatok esetében a kiskereskedői árakhoz. Végül azt az esetet vette górcső alá, amikor nulla a hívásvégzések díja, valamint a jóléti hatásokat is megvizsgálta a különböző esetekben. Azt kapta eredményül, hogy a nulla hívásvégződési díj lehet a kívánatos megoldás, ha a piacot szabályozók nem hajlandóak átváltani a „fogadó fél

fizet” rendszerre, valamint ha nehezen megszerezhetőek az információk a hívásvégződések hálózatának árszínvonaláról. A korábban ismertetett tanulmányokhoz hasonlóan, a szerző eltekint a keresleti függvény emelkedő szakaszától.

3.5. Ötödik tanulmány

A következőkben Pal [2013] tanulmányát vesszük górcső alá, aki szintén eltekint a tanulmányában használt keresleti függvény emelkedő szakaszától. A szerző hálózati externáliák feltételezése mellett vizsgálja a Cournot- és a Bertrand versenyt, kétvállalatos duopól piac esetére. A Cournot versenyben a vállalatok szimultán, azaz egy időben hoznak döntést arról, hogy mennyit termeljenek. Bertrand versenyben pedig az árról döntenek szimultán a vállalatok. Elsőként a Cournot versenyt elemezi, ahol azt kapja eredményül, hogy hálózati externáliák mellett a vállalatok többet termelnek, magasabb áron és nagyobb profittal, mint a hálózati hatást nélkülöző esetben. A Bertrand verseny esetén is ugyanez az eredmény lesz látható. A hálózati externáliák erősségétől függetlenül megállapítható, hogy Cournot versenyben az egyensúlyi ár magasabb, az egyensúlyi mennyiség pedig alacsonyabb, mint Bertrand verseny esetén. Látni fogjuk, hogy ha a hálózati externáliák gyengék, a Cournot versenyben kapott profit lesz magasabb. Amikor az externális hatás erősebb, a Bertrand egyensúlyban kapott profit lesz nagyobb. A hálózati externáliákat nélkülöző piacon a Cournot verseny jár nagyobb haszonnal. A hálózati externáliák jelenléte mellett, Bertrand verseny alatt a vállalatok agresszívebben viselkednek, mint a Cournot verseny esetén.

A két versenyben kapott egyensúlyi ár, mennyiség és profit összehasonlítása után egy olyan kétlépéses játékot elemez hálózati externáliák feltételezése mellett, ahol a döntési változót (az árat vagy a mennyiséget) endogén módon választják meg a vállalatok. Az első lépésben a vállalatok szimultán és egymástól függetlenül döntenek arról, hogy mennyiségi- vagy árversenyt folytassanak. A második lépésben – miután megismerték a másik vállalat döntését –, mindkét vállalat egy időben és egymástól függetlenül határozza meg az első lépésben választott döntési változójának nagyságát. A második lépésben Cournot (Bertrand) versenyben vesznek részt a vállalatok, ha az első lépésben mindkét vállalat a mennyiségi (ár) szerződést választotta. Azonban, ha a vállalatok az első lépésben különböző döntési változót választottak, a piaci verseny a második lépésben aszimmetrikus lesz. A tanulmány ennek eredményeit nagy részletességgel elemzi, amit a következőkben fogunk bemutatni.

3.5.1. Az ötödik tanulmány modellje

Tekintsünk egy olyan helyzetet, ahol két vállalat versenyzik egymással. Mindkét vállalat különböző termékeket állít elő, és egységes c konstans határköltséggel termelnek ($c \geq 0$). Látni fogjuk, hogy a vállalatok keresleti függvénye lineáris és eltekint az emelkedő szakasztól.

A vállalatok keresleti függvénye a következő alakban írható fel:

$$q_i = \alpha + zq_i^e - p_i + \beta p_j, \quad (1)$$

ahol $i, j = 1, 2$ és $i \neq j$. A függvényben q_i jelöli az i -edik termék mennyiségét, a p_i pedig az i -edik termék árát. A q_i^e a fogyasztók várakozását mutatja meg az i -edik vállalat termeléséről, az $\alpha (> c)$, $\beta \in (0, 1)$, és a $z \in [0, 1)$ pedig a modell keresleti paraméterei. A β paraméter értéke minél kisebb, annál magasabb a termékdifferenciálás foka. A z paraméter a hálózati externáliák erősségét mutatja – minél kisebb, annál gyengébb a külső gazdasági hatás erőssége. A zq_i^e a hálózati hatások erősségét jelzi, Singh és Vives (1984) tanulmánya alapján. A $z = 0$ esetén nincsenek hálózati externáliák, a tanulmány ezt az esetet speciális esetként kezeli. (Pal [2013] pp. 2-3.)

A keresleti függvényből le tudom vezetni az inverz keresleti függvényt. Az i -edik és a j -edik vállalat inverz keresleti függvénye a következő:

$$p_i = \alpha + zq_i^e - q_i + \beta p_j,$$

és

$$p_j = \alpha + zq_j^e - q_j + \beta p_i.$$

Helyettesítsük be a j -edik vállalat inverz keresleti függvényét az i -edik vállalat inverz keresleti függvényébe, amiből a következő egyenletet kapjuk:

$$p_i = \alpha + zq_i^e - q_i + \beta(\alpha + zq_j^e - q_j + \beta p_i).$$

Ha felbontjuk a zárójeleket:

$$p_i = \alpha + zq_i^e - q_i + \beta\alpha + \beta zq_j^e - \beta q_j + \beta^2 p_i,$$

ahol ha kivonjuk a $(\beta^2 p_i)$ -t mindkét oldalból és átrendezem, azt kapjuk, hogy:

$$(1 - \beta^2)p_i = \alpha + zq_i^e - q_i + \beta\alpha + \beta zq_j^e - \beta q_j.$$

Az $(1 - \beta^2)$ -tel való osztás után megkapjuk a modell aggregált inverz keresleti függvényét:

$$p_i = \frac{\alpha(1 + \beta) - q_i - \beta q_j}{1 - \beta^2} + \frac{z(q_i^e + \beta q_j^e)}{1 - \beta^2}, \quad (2)$$

ahol $i, j = 1, 2$ és $i \neq j$. Az (1)-es és (2)-es képletből evidensen következik, hogy – adott ár (vagy mennyiség) és a fogyasztók bármely várakozása a vállalatok várható kibocsátása mellett –, minél erősebb a hálózati hatás, annál nagyobb a kereslet (vagyis a fogyasztók marginális fizetési hajlandósága az adott termékre). (Economides, [1996b]) Fontos megjegyezni, hogy

$$0 < \frac{\partial p_i}{\partial q_j^e} = \frac{\beta n}{1 - \beta^2} < \frac{\partial p_i}{\partial q_j^e} = \frac{n}{1 - \beta^2},$$

vagyis ha hálózati externáliák vannak jelen a piacon, akkor a magasabb várakozás az i -edik termékkel szemben magasabb marginális fizetési hajlandósághoz vezet mindkét termék esetén. A fizetési hajlandóság nagyobb az i -edik termékénél j -edik termékkel szemben, ha a két termék tökéletlen helyettesítői egymásnak. (Pal [2013] p. 3.)

3.5.2. A Cournot verseny

Cournot versenyben mindkét vállalat szimultán mennyiségi döntést hoz a profitjuk maximalizálása érdekében.

Az i -edik vállalat profitfüggvénye

$$\pi_i = (p_i - c)q_i,$$

ahol a p_i függvényt a (2)-es egyenlet adja meg. A vállalatok adottnak tekintik a másik vállalat kibocsátott mennyiségét. Ha a p_i függvényt behelyettesítjük a profitfüggvénybe, a következő függvényt kapjuk:

$$\pi_i = \left(\frac{\alpha(1 + \beta) - q_i - \beta q_j}{1 - \beta^2} + \frac{z(q_i^e + \beta q_j^e)}{1 - \beta^2} - c \right) q_i.$$

Közös nevezőre hozva, a profitfüggvény a következő alakban írható fel:

$$\pi_i = \frac{\alpha(1 + \beta) - q_i - \beta q_j + z(q_i^e + \beta q_j^e) - c(1 - \beta)(1 + \beta)}{(1 - \beta)(1 + \beta)} q_i.$$

Ahhoz, hogy megkapjuk az profitmaximalizáló mennyiséget, fel kell írunk az elsőrendű feltételt:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 0,$$

vagyis

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = \frac{\alpha(1 + \beta) - 2q_i - \beta q_j + z(q_i^e + \beta q_j^e) - c(1 - \beta)(1 + \beta)}{(1 - \beta)(1 + \beta)} = 0.$$

Ebből megkapjuk az i -edik vállalat reakciófüggvényét:

$$q_i = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + z(q_i^e + \beta q_j^e) - \beta q_j}{2},$$

ahol $i, j = 1, 2$ és $i \neq j$. Mivel a tanulmány két vállalat esetén vizsgálja az egyensúlyt, ezért legyen a következőkben az első és második vállalat reakciófüggvénye a következő:

$$q_1 = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + z(q_1^e + \beta q_2^e) - \beta q_2}{2},$$

és

$$q_2 = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + z(q_2^e + \beta q_1^e) - \beta q_1}{2}.$$

Egyensúlyban a várakozások megegyeznek a tényleges kibocsátással, ezért

$$q_1 = q_1^e \text{ és } q_2 = q_2^e,$$

így a két vállalat reakciófüggvénye:

$$q_1 = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + z(q_1 + \beta q_2) - \beta q_2}{2},$$

és

$$q_2 = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + z(q_2 + \beta q_1) - \beta q_1}{2}.$$

Az 1. vállalat reakciófüggvényét átrendezzük:

$$q_1 = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + zq_1 + \beta zq_2 - \beta q_2}{2}$$

$$(2 - z)q_1 = [\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + (z - 1)\beta q_2$$

$$q_1 = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + (z - 1)\beta q_2}{(2 - z)}.$$

Az előző elv alapján megkapjuk a 2. vállalat reakciófüggvényét is:

$$q_2 = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + (z - 1)q_1}{(2 - z)}.$$

Behelyettesítjük a 2. vállalat reakciófüggvényét az 1. vállalat reakciófüggvényébe:

$$q_1 = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + (z - 1)\beta \left[\frac{[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + (z - 1)q_1}{(2 - z)} \right]}{(2 - z)}.$$

A zárójelet felbontva a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned} (2 - z)^2 q_1 &= \\ &= (2 - z)[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + (z - 1)\beta[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + (z - 1)\beta q_1, \end{aligned}$$

ami tovább rendezve:

$$\begin{aligned} (2 - z)^2 q_1 &= \\ &= (2 - z)[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + (z - 1)\beta[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + (z - 1)^2 \beta^2 q_1. \end{aligned}$$

Ha mindkét oldalból kivonjuk a $(z - 1)^2 \beta^2 q_1$ -et:

$$\begin{aligned} (2 - z)^2 q_1 - (z - 1)^2 \beta^2 q_1 &= \\ &= (2 - z)[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta) + (z - 1)\beta[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta), \end{aligned}$$

és átrendezzük, a következő egyenletet kapjuk:

$$(2 - z)^2 q_1 - (z - 1)^2 \beta^2 q_1 =$$

$$= [(2 - z) + (z - 1)\beta][\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta)[(2 - z)^2 - (z - 1)^2 \beta^2].$$

Végül egyszerűbb alakban felírva, megkapjuk az 1. vállalat profitmaximalizáló kibocsátását:

$$q_1^* = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta)}{2 - z + (1 - z)\beta}.$$

Ugyanezen elv alapján, ha behelyettesítjük az 1. vállalat reakciófüggvényét a 2. vállalat reakciófüggvényébe, akkor megkapjuk a 2. vállalat egyensúlyi kibocsátását is:

$$q_2^* = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta)}{2 - z + (1 - z)\beta}.$$

Látható, hogy egyensúlyban a két vállalat kibocsátása megegyezik, azaz

$$q_1^* = q_2^* = q^* = q^c = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta)}{2 - z + (1 - z)\beta}.$$

Ahhoz, hogy megkapjuk az egyensúlyi kibocsátáshoz tartozó egyensúlyi árat, az egyensúlyi mennyiséget (q^* -ot) visszahelyettesítjük az inverz keresleti függvénybe (2-es egyenlet). Mivel a (2)-es egyenletben a $q_i = q_j = q$, ezért elsőként ezt átírjuk a következő formára:

$$p_i = \frac{\alpha(1 + \beta) - q(1 + \beta) + 2q(1 + \beta)}{(1 - \beta)(1 + \beta)}$$

$$p_i = \frac{\alpha - q + 2q}{1 - \beta} = \frac{\alpha - q(1 - z)}{1 - \beta}.$$

Az egyensúlyi mennyiséget behelyettesítjük az átalakított inverz keresleti függvénybe:

$$p_i = \frac{\alpha - (1 - z) \frac{[\alpha - c(1 - \beta)](1 + \beta)}{2 - z + (1 - z)\beta}}{1 - \beta}.$$

Szorozzuk be mindkét oldalt $(1 - \beta)$ -val és $[2 - z + (1 - z)\beta]$ -val, és rendezzük:

$$\begin{aligned} (1 - \beta)[2 - z + (1 - z)\beta]p_i &= \\ &= \alpha[2 - z + \beta - 2\beta - 1 - \beta + z + z\beta] + c(1 - 2)(1 - \beta^2). \end{aligned}$$

Miután felírjuk egyszerűbb alakban, megkapjuk az egyensúlyi árat:

$$p_i^* = p^C = \frac{\alpha + c(1 - z)(1 - \beta^2)}{(1 - \beta)[2 - z + (1 - z)\beta]}.$$

A kapott q^C és p^C -ből meghatározható a vállalatok profitja, a fogyasztói többlet (CS) és a társadalmi többlet (SW):

$$\begin{aligned} \pi_1^C &= \pi_2^C = \pi^C = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)]^2(1 + \beta)}{(1 - \beta)[2 - z + (1 - z)\beta]^2}, \\ CS^C &= \frac{(1 - z)[\alpha - c(1 - \beta)]^2(1 + \beta)^2}{(1 - \beta)[2 - z + (1 - z)\beta]^2}, \quad \text{és} \\ SW^C &= \frac{[\alpha - c(1 - \beta)]^2(1 + \beta)[3 - z + (1 - z)\beta]}{(1 - \beta)[2 - z + (1 - z)\beta]^2}, \end{aligned}$$

ahol a C felső index a Cournot-egyensúlyt jelöli. Az egyensúlyi mennyiség, ár, profitok és társadalmi jólét annál magasabb, minél erősebbek a hálózati externáliák. A fogyasztói többlet azonban ebben az esetben lehet alacsonyabb és magasabb is:

$$\frac{\partial p^C}{\partial z} > \frac{\partial q^C}{\partial z} > 0,$$

$$\frac{\partial \pi^C}{\partial z} > 0,$$

$$\text{és } \frac{\partial SW^C}{\partial z} > 0 \quad \forall z \in [0,1);$$

$$\frac{\partial CS^C}{\partial z} > (<)0 \text{ ha } 0 \leq z < \frac{\beta}{1+\beta} \left(\frac{\beta}{1+\beta} < z < 1 \right).$$

Hálózati externáliák mellett a vállalatok többlet termelnek magasabb áron és nagyobb profittal, mint a külső gazdasági hatás nélküli esetben. Ez a folyamat a hálózati externáliák keresletmódosító hatásának köszönhető. (Pal [2013] pp. 3-4.)

3.5.3. A Bertrand verseny

Bertrand versenyben mindkét vállalat szimultán dönt az árról a profitjuk maximalizálása érdekében. Az i -edik vállalat profitfüggvénye:

$$\pi_i = (p_i - c)q_i,$$

ahol q_i -t – az (1)-es egyenletből – behelyettesítve, az i -edik vállalat profitfüggvénye a következőképpen alakul:

$$\pi_i = (p_i - c)(\alpha + zq_i^e - p_i + \beta p_j).$$

Mivel Bertrand versenyt vizsgálunk, ezért ár szerint deriváljuk a profitfüggvényt ahhoz, hogy megkapjuk az i -edik vállalat elsőrendű feltételét:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} = \alpha + zq_i^e - 2p_i + \beta p_j + c = 0.$$

Ebből átrendezve az egyenletet megkapjuk az i -edik vállalat reakciófüggvényét:

$$p_i = \frac{\alpha + c + zq_i^e + \beta p_j}{2}.$$

Egyensúlyban a várakozások megegyeznek a tényleges kibocsátással, ezért

$$q_i = q_i^e,$$

vagyis ebből és az (1)-es egyenletet átrendezve következik, hogy

$$q_i = \frac{\alpha - p_i + \beta p_j}{1 - z}. \quad (3)$$

Az i -edik vállalat reakciófüggvénye pedig:

$$p_i = \frac{\alpha + c + zq_i + \beta p_j}{2}. \quad (4)$$

Ha a (4)-es egyenletbe behelyettesítjük a (3)-as egyenletet, az alábbi egyenletet kapjuk:

$$p_i = \frac{\alpha + c + z \left[\frac{\alpha - p_i + \beta p_j}{1 - z} \right] + \beta p_j}{2}.$$

Szorozzuk meg mindkét oldalt $2(1 - z)$ -vel:

$$2(1 - z)p_i = \alpha - z\alpha + (1 - z)c + 2\alpha - p_i + 2\beta p_j + \beta p_j - z\beta p_j.$$

Átrendezés után:

$$p_i(2 - z - \beta) = \alpha + (1 - z)c.$$

Mivel szimmetrikus egyensúlyban vagyunk, ezért $p_i = p_j$. Tehát azzal, hogy a q_i -t visszahelyettesítettük az i -edik vállalat reakciófüggvényébe, megkapjuk az egyensúlyi árat:

$$p_i^B = p_j^B = p^B = \frac{\alpha + (1 - z)c}{2 - z - \beta}.$$

Megjegyzendő, hogy adott vállalat bármely árazása mellett a másik vállalat magasabb áron fog termelni hálózati externáliák mellett, mint az azt nélkülöző esetben.

Helyettesítsük vissza a (3)-as egyenletbe az egyensúlyi árat (p^B -t), így megkapjuk Bertrand versenyben az egyensúlyi mennyiséget, azaz:

$$q_i = \frac{\alpha - (1 - \beta)}{1 - z} \left[\frac{\alpha + (1 - z)c}{2 - z - \beta} \right].$$

A $(2 - z - \beta)$ -val való beszorzást és a zárójelek felbontását követően az következőt kapjuk:

$$(2 - z - \beta)q_i = \frac{(1 - z)\alpha}{1 - z} - (1 - \beta)c.$$

Az átrendezést követően eljutunk a profitmaximalizáló kibocsátáshoz:

$$q_i^B = q_j^B = q^B = \frac{\alpha - c(1 - \beta)}{2 - z - \beta}.$$

A kapott egyensúlyi árból (p^B) és a mennyiségből (q^B) meghatározható a vállalatok profitja, a fogyasztói többlet (CS) és a társadalmi többlet (SW):

$$\pi_1^B = \pi_2^B = \pi^B = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)]^2}{(2 - z - \beta)^2},$$

$$CS^B = \frac{(1 - z)[\alpha - c(1 - \beta)]^2}{(1 - \beta)(2 - z - \beta)^2},$$

és

$$SW^B = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)]^2(1 + \beta)[3 - z - 2\beta]}{(1 - \beta)(2 - z - \beta)^2},$$

ahol a B felső index a Bertrand versenyt jelöli. Mint ahogy a Cournot verseny esetében is láttuk, az egyensúlyi mennyiségek, árak, profitok és jóléti többletek magasabbak hálózati externáliák esetén, mint a hálózati externália nélküli esetben, de a fogyasztói többlet nem feltétlenül nagyobb: (Pal [2013] p. 5.)

$$\frac{\partial p^B}{\partial z} = \frac{\partial q^B}{\partial z} > 0,$$

$$\frac{\partial \pi^B}{\partial z} > 0,$$

$$\text{és } \frac{\partial SW^B}{\partial z} > 0 \quad \forall z \in [0, 1),$$

$$\text{de } \frac{\partial CS^B}{\partial z} > (<) 0 \text{ ha } 0 \leq z < \beta (\beta < z < 1).$$

3.5.4. A Cournot és Bertrand verseny összehasonlítása

A következőkben a Cournot- és a Bertrand egyensúly összehasonlítására kerül sorra, továbbra is hálózati externáliák feltételezése mellett.

1. tétel: $p^B < p^C$ és $q^B > q^C$, $\forall z \in [0, 1)$.

Az 1. tétel kimondja, hogy Cournot versenyben az egyensúlyi ár magasabb, az egyensúlyi mennyiség pedig alacsonyabb, mint Bertrand verseny esetén. Ez utóbbi állítás igaz függetlenül attól, hogy vannak-e jelen hálózati externáliák a piacon vagy sem. A mennyiségi döntést hozó vállalatok hálózati hatás alatt agresszívebben lépnek fel a piacon, mint a hálózati

externáliák nélküli esetben. Az árversenyt illetően ez a viselkedés kevésbé agresszív. Ennek ellenére – a hálózati hatás erősségétől függetlenül –, Bertrand verseny alatt a vállalatok agresszívebben viselkednek, mint Cournot verseny esetén. (Pal [2013] p. 6.)

Az 1. tételből következik továbbá, hogy hálózati externáliák mellett a fogyasztói többlet és a társadalmi jólét szintén magasabb árverseny esetén, a mennyiségi versenyhez képest. Az externális hatás nélküli esetben ennek ellenkezője igaz. Vagyis:

2. tétel: $CS^B > CS^C$ és $SW^B > SW^C$, $\forall z \in [0,1)$.

Most tekintsük át, milyen következtetéseket vonhatunk le a Cournot- és Bertrand verseny egyensúlyi profitjaiból!

1. állítás: A hálózati externáliák jelenléte mellett, ha a külső gazdasági hatások erősek ($z > z_0$), az egyensúlyi profitok magasabbak a Bertrand duopólium esetén, mint a Cournot duopóliumban. Ennek az ellenkezője pedig – hogy Cournot versenyben nagyobb az egyensúlyi profit –, gyenge hálózati externáliák ($z < z_0$) mellett igaz, ahol $z_0 = 1 - \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$, $0 < z_0 < 1$.

Ha a hálózati hatás gyenge, vagy nincs externália a piacon, akkor a Cournot verseny adja a nagyobb profitot a Bertrand versennyel szemben. Az 1. állítás Singh és Vives (1984) profitrangsorolása alapján azt mutatja azonban, hogy a kétvállalatos duopólium esetén a Bertrand verseny profitja magasabb a Cournot verseny profitjához képest, ha a hálózati externáliák erősek. Ennek az az oka, hogy a hálózati externáliák jelenlétében a vállalatok két hatás miatt, profitjuk maximalizálásának érdekében, agresszívebben viselkednek a piacon. Az első, hogy az agresszívebb viselkedés lejjebb nyomja az árakat, így negatív hatással van a profitra. Másodszor pedig, egy közvetett pozitív hatása van a profitra a fogyasztók várakozásain keresztül. Az agresszívebb viselkedés növeli a fogyasztók várakozásait az eladásokat illetően, és így kitolja a keresleti görbét. A közvetett pozitív hatás – ami erősebb, ha a hálózati externáliák is erősebbek –, dominál a közvetlen negatív hatás felett, amíg az externális hatások gyengék. Továbbá láttuk, hogy – függetlenül a hálózati externáliák erősségétől –, Bertrand verseny alatt a vállalatok agresszívebben viselkednek, mint Cournot verseny esetén. Vagyis azt kapjuk eredményül, ha a hálózati hatások erősek, akkor a Bertrand verseny nagyobb profittal jár, ha pedig gyengék, akkor a Cournot verseny adja a nagyobb profitot. (Pal [2013] p. 7.)

Fontos megjegyezni, hogy a hálózati externáliák pozitív hatásának nagysága mindig jobban növeli a Bertrand versenyben kapott egyensúlyi mennyiségeket, mint a Cournot verseny esetében:

$$0 < \frac{\partial q^C}{\partial z} < \frac{\partial q^B}{\partial z} \quad \forall z \in [0,1).$$

Az árak illetően ez nem minden esetben van így. A hálózati externáliák pozitív hatásának nagysága a Bertrand verseny esetén jobban növeli az egyensúlyi árat a Cournot versenyben kapott egyensúlyi árhoz képest, de ez csak akkor igaz, ha a hálózati externáliák erősek:

$$0 < \frac{\partial p^C}{\partial z} < \frac{\partial p^B}{\partial z}, \quad \text{ha } z_0 < z < 1;$$

ellenkező esetben pedig:

$$0 < \frac{\partial p^B}{\partial z} < \frac{\partial p^C}{\partial z}, \quad \text{ha } 0 \leq z < z_0.$$

3.5.5. Az endogén módon választott verseny

Az alábbiakban egy olyan versenyt elemzünk hálózati externáliák feltételezése mellett, ahol a döntési változó (az ár vagy a mennyiség) endogén módon van meghatározva a vállalatok számára. Ehhez egy kétlépéses játékot fogok vizsgálni. Az első lépésben a vállalatok szimultán és egymástól függetlenül döntenek arról, hogy mennyiségi- vagy árversenyt folytassanak. A második lépésben – miután megismerték a rivális vállalat döntését –, mindkét vállalat egy időben és egymástól függetlenül határozza meg az első lépésben választott döntési változójának nagyságát. A játékot visszagöngyölítéssel oldjuk meg. (Pal [2013] p. 8.)

A második lépésben Cournot (Bertrand) versenyben vesznek részt a vállalatok, ha az első lépésben mindkét vállalat a mennyiségi (ár) szerződést választotta. Azonban, ha a vállalatok az első lépésben különböző döntési változót választottak, a piaci verseny a második lépésben aszimmetrikus lesz. Az utóbbi esetben az egyensúlyi kibocsátások, árak és a profitok a következőképpen alakulnak:

- Annak a vállalatnak az esetében, aki az első lépésben az árversenyt választotta, miközben a második vállalat a mennyiségi versenyt:

$$q^P = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)](2 - z + \beta)(1 - \beta^2)}{(2 - z)^2 - [3 - (3 - z)z]\beta^2},$$

$$p^P = \frac{\alpha(2 - z + \beta) + c(1 - z)[2 - z(1 - \beta) - \beta^2]}{(2 - z)^2 - [3 - (3 - z)z]\beta^2},$$

és

$$\pi^P = \left[\frac{\{\alpha - c(1 - \beta)\}(2 - z + \beta)}{(2 - z)^2 - \{3 - (3 - z)z\}\beta^2} \right]^2 (1 - \beta^2),$$

ahol a P felső index arra utal, hogy az első lépésben az árat választja a vállalat.

- Annak a vállalatnak az esetében pedig, aki az első lépésben a mennyiségi versenyt választotta, miközben a második vállalat pedig az árversenyt:

$$q^Q = \frac{[\alpha - c(1 - \beta)][2 - z(1 - \beta) - \beta](1 + \beta)}{(2 - z)^2 - [3 - (3 - z)z]\beta^2},$$

$$p^Q = \frac{\alpha[(2 - \beta)(1 + \beta) - z(1 - \beta^2)] + c(1 - z)[2 - z(1 - \beta^2) + \beta(1 - \beta - \beta^2)]}{(2 - z)^2 - [3 - (3 - z)z]\beta^2},$$

és

$$\pi^Q = \left[\frac{\{\alpha - c(1 - \beta)\}\{2 - z(1 - \beta) - \beta\}(1 + \beta)}{(2 - z)^2 - \{3 - (3 - z)z\}\beta^2} \right]^2 (1 - \beta^2),$$

ahol a Q felső index arra utal, hogy az első lépésben a mennyiség mellett dönt a vállalat. (Pal [2013] p. 12.)

Összehasonlítva a Cournot-, a Bertrand-, és az aszimmetrikus egyensúlyokat, a következő eredményeket kaptuk:

3. tétel:

$$\text{a) } 0 < q^P < q^C < q^B < q^Q$$

$$\text{b) } c < p^B < p^Q < p^P < p^C$$

$$c) \quad 0 < \pi^P < \pi^B < \pi^Q$$

$$d) \quad \text{és } 0 < \pi^P < \pi^C.$$

A 3. tétel kimondja, hogy aszimmetrikus verseny esetén az egyensúlyi ár magasabb lesz annak a vállalatnak az esetében, aki az első lépésben az árat választotta döntési változójának (vagyis $p^Q < p^P$). Az egyensúlyi kibocsátás és az egyensúlyi profit pedig alacsonyabb lesz, mint azé a vállalaté, aki az első lépésben a mennyiséget választotta (vagyis $q^P < q^Q$; $\pi^P < \pi^Q$). Továbbá, a Cournot-, és az aszimmetrikus versenyben kapottakhoz képest a Bertrand versenyben kapott egyensúlyi ár a legalacsonyabb. A Bertrand egyensúlyban kapott kibocsátás és profit alacsonyabb (magasabb) az aszimmetrikus versenyben a mennyiség (ár) mellett döntő vállalatéhoz viszonyítva (vagyis $p^B < p^Q < p^P < p^C$; $q^B < q^Q$; $\pi^B < \pi^Q$). A relációk minden esetben teljesülnek, akár erősek a hálózati externáliák, akár nem. A profitok rangsorolása hasonló módon történt, mint Singh és Vives [1984] tanulmányában. (Pal [2013] p. 8.)

A stratégiai interakciót a két vállalat között egy 2x2-es játékkal reprezentálható. A játékosok a két vállalat. Stratégiáikat pedig aszerint adjuk meg, hogy az első lépésben az ár – *árverseny* –, vagy a mennyiség – *mennyiségi verseny* – a döntési változójuk.

		2. vállalat	
		árverseny	mennyiségi verseny
1. vállalat	árverseny	π^B, π^B	π^P, π^Q
	mennyiségi verseny	π^Q, π^P	π^C, π^C

4. ábra: Az aszimmetrikus verseny fogolydilemma-típusú modellje

Forrás: Pal (2013) p. 9.

A 4. ábra első oszlopa az első vállalat stratégiáit, az első sor pedig a második vállalat stratégiáit mutatja. A táblázat cellái – ami a profitokat vizsgálja –, sorrendben az első, majd a második vállalat kifizetéseit tartalmazzák. Az eddigi eredményeket összevetve látható lesz, hogy egy fogolydilemma-típusú modelltől van szó. Vizsgáljuk meg, hogy miért!

Az 1. állításból tudjuk, hogy ha a hálózati externáliák erősek ($z > z_0$), akkor az egyensúlyi profit magasabb lesz Bertrand verseny esetén, mint Cournot versenyben, vagyis: $\pi^B > \pi^C$. Abban az esetben pedig, ha az externáliák gyengék, a Cournot verseny mellett lesz magasabb az egyensúlyi profit, azaz: $\pi^C > \pi^B$. A 3. tételből pedig tudjuk, hogy $\pi^Q > \pi^B$ és $\pi^C > \pi^P$. Ebből következik, hogy ha az első vállalat az *árverseny* stratégiát választja, akkor a második vállalat legjobb válasza a *mennyiségi verseny*. A π^B ugyanis nagyobb haszonnal jár a második vállalat szempontjából, mint a π^Q . Abban az esetben, amikor az első vállalat a *mennyiségi versenyt* választja, akkor a második vállalat legjobb válasza szintén a *mennyiségi verseny* stratégia. A második vállalat számára pedig a π^C jelent nagyobb hasznot a π^P -hez képest. Tehát, bármilyen stratégiával játszik az első vállalat, a második vállalat legjobb válasza az első vállalat döntésére, ha mennyiségi versenyt játszik. Ugyanez igaz az első játékosra. Ha a második vállalat *árversennyel* játszik, akkor az első vállalat legjobb válasza a *mennyiségi verseny*, mivel $\pi^Q > \pi^B$. Amikor pedig a második vállalat mennyiségi versenyt folytat, akkor az első vállalat legjobb válasza szintén a *mennyiségi verseny*, mivel $\pi^C > \pi^P$. Láthattuk, hogy mindkét vállalat – függetlenül a másik vállalat döntésétől –, a mennyiségi versenyt választja. Ez a játék részjáték tökéletes egyensúlya, ami azonban nem Pareto-hatékony megoldás. Ennek oka, hogy erős hálózati externáliák ($z > z_0$) esetén $\pi^B > \pi^C$, így jobban megérné a vállalatoknak, ha árversenyt játszanának, de érdemes eltérniük π^B -től, ekkor azonban rosszabb helyzetbe kerülnek. (Pal [2013] p. 9.)

2. állítás: Mindkét vállalat számára a *mennyiségi verseny* jelenti a domináns stratégiát függetlenül attól, hogy erősek-e a hálózati externáliák vagy sem.

3.5.6. A tanulmány összegzése

A tanulmány célja a Cournot és Bertrand verseny vizsgálata volt, ahol Pal [2013] duopóliumot és hálózati externáliák jelenlétét feltételezte. Láthattuk, hogy a hálózati externáliák jelenléte mellett előfordulhat, hogy a Bertrand verseny magasabb profitot eredményez, mint a Cournot verseny. Ha a hálózati hatások gyengék vagy nincsenek jelen a piacon, akkor a Cournot versenyben kapott egyensúlyi profit lesz a magasabb a Bertrand versenyben kapottakhoz képest. Ha a hálózati externális hatás erősebb, a Bertrand egyensúlyban kapott profit lesz a magasabb a Cournot egyensúlyi profitjához képest.

A kétlépéses játék elemzésekor láttuk, hogy a Cournot verseny adja a részjáték tökéletes egyensúlyt – függetlenül attól, hogy a hálózati externáliák erősek vagy gyengék. Az

egyensúly ebben az esetben nem volt Pareto-hatékony. A vállalatok a fogolydilemma problémájával szembesültek a döntési változó megválasztása közben. A hálózati externália nélküli esetben a Cournot verseny profitja lenne az egyensúlyi választás, ez jelentené a Pareto-hatékony megoldást is.

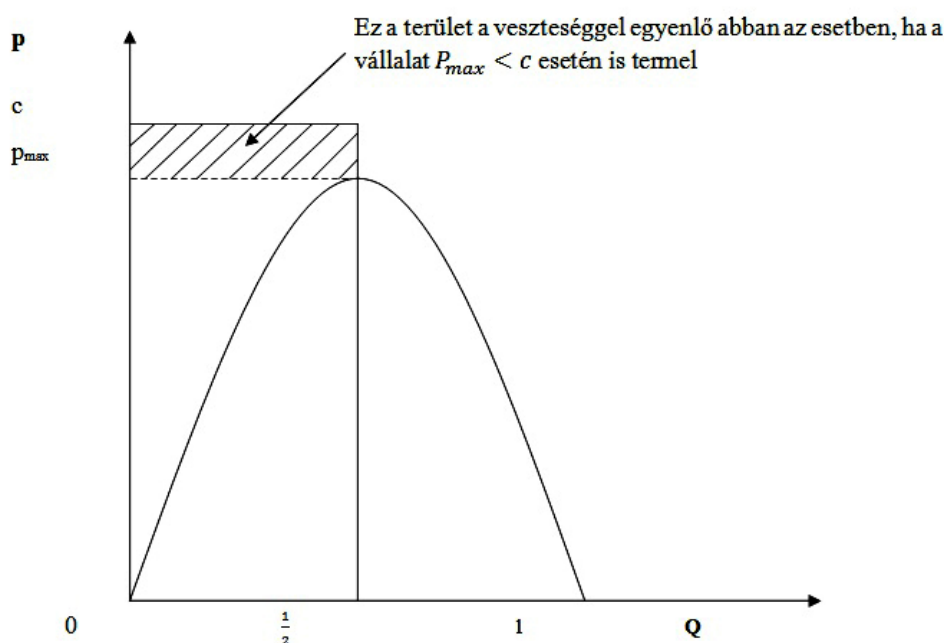
4. A MODELL

Az alábbiakban egy modell felállításának segítségével bemutatjuk saját elemzésünket arról, hogy vajon ugyanazokat az egyensúlyi eredményeket kapjuk-e, ha számolunk a hálózati externáliák jelenlétével, vagy sem. Tekintsünk egy olyan iparágat, ahol n darab vállalat homogén terméket állít elő a piacon. A piaci árat az határozza meg, hogy az n darab vállalat által együttesen megtermelt mennyiségért a fogyasztók mennyit hajlandóak fizetni. Mivel a piaci ár alakulását az összes vállalat együttes kibocsátási szintje befolyásolja, a vállalatok által realizálható nyereséget a saját kibocsátási szintjükön kívül az összes többi vállalat által megtermelt mennyiség is befolyásolja.

Tegyük fel, hogy a vállalatok szimultán – azaz stratégiai értelemben egy időben –, döntenek az általuk megtermelt mennyiség nagyságáról. Ez azt jelenti, hogy amikor a vállalatok megválasztják termelési szintjüket, nem tudják, hogy a többi vállalat mennyit fog termelni. Minden vállalatnak van azonban egy várakozása azt illetően, hogy a többi vállalat mekkora mennyiséget fog termelni. A vállalatok ezeket a várakozásokat figyelembe véve döntenek a kibocsátási szintjükéről. Amennyiben az összes vállalat olyan várakozásra alapozza döntését, amely a későbbiekben beigazolódik, akkor egyik vállalat sem érhetne el magasabb profitot, abban az esetben sem, ha ténylegesen ismerné a többi vállalat kibocsátását. Ilyenkor beszélünk az egyensúly kialakulásáról. Ezt a piacszerkezeti formát nevezzük Cournot oligopóliumnak.

Tegyük fel, hogy a vállalatok ugyanakkora konstans c határköltséggel állítják elő termékeiket, állandó költségük nincs. Továbbá feltesszük, hogy $c \leq P_{max}$. Utóbbi feltételre azért van szükség, hogy teljesüljön az üzembezárási feltétel.

Abban az esetben, amikor nem teljesül, akkor a vállalatok nem termelnek, amit a 5. ábrán szemléltetünk:



5. ábra: Az üzembezárási feltétel

Forrás: Saját szerkesztés

4.1. Hálózati externáliákkal bővített eset:

A piaci inverz keresleti függvény a következő:

$$p = aQ(1 - Q).$$

Ahogy azt korábban említettük, a vállalatok bizonyos várakozásokkal élnek a többi vállalat kibocsátási szintjéről, amikor meghozzák döntésüket a saját kibocsátásukról. Tehát, ha az i -edik vállalat arra számít, hogy az összes többi vállalat Q_{-i}^e mennyiséget termel (Q_{-i} az i -edik vállalaton kívül az összes többi vállalat együttes kibocsátását jelöli; az e felsőindex pedig a várakozásokra utal), akkor az i -edik vállalat $R_i(q_i, Q_{-i}^e) = p(q_i + Q_{-i}^e)q_i$ bevételre számít. Mivel minden vállalat konstans c határköltséggel rendelkezik, az i -edik vállalat cq_i határköltséggel néz szembe. Ezek alapján az i -edik vállalat a következő nyereséggel számol:

$$\pi_i(q_i, Q_{-i}^e) = R_i(q_i, Q_{-i}^e) - cq_i, \text{ ahol } i = 1, 2, \dots, n.$$

Korábban elmondtuk, hogy egyensúlyban a vállalatok várakozásai a többi vállalat kibocsátásáról megegyeznek a tényleges kibocsátásukkal. Tehát $Q_{-i}^e = Q_{-i}$. Az i -edik vállalat profitfüggvénye tehát a következőképpen alakul:

$$\pi_i(q_i, Q_{-i}) = a(q_i + Q_{-i})[1 - (q_i + Q_{-i})]q_i - cq_i,$$

amelyből a profitmaximum elsőrendű feltétele:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 0.$$

Behelyettesítve pedig:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a(2q_i + Q_{-i})[1 - (q_i + Q_{-i})] - a(q_i + Q_{-i})q_i - c = 0.$$

Szimmetrikus Nash-egyensúlyt keresek, amelyben minden vállalat ugyanazt a mennyiséget termeli, tehát: $q = q_1 = q_2 = \dots = q_n$ és $Q_{-i} = (n - 1)q$. Ezt behelyettesítve az elsőrendű feltételbe, megkapom az egyensúlyi kibocsátást:

$$a(2q + (n - 1)q)[1 - (q + (n - 1)q)] - a(q + (n - 1)q)q - c = 0,$$

amit ha rendezünk, a következő egyenletet kapjuk:

$$-an(n + 2)q^2 + a(n + 1)q - c = 0.$$

A másodfokú egyenlet gyökei meghatározhatóak a megoldó képlet segítségével:

$$q_{1,2} = \frac{-a(n + 1) \pm \sqrt{a^2(n + 1)^2 - 4an(n + 2)c}}{-2an(n + 2)}.$$

Látható, hogy az egyenlet négyzetgyökvonását nem lehet elvégezni, de egyszerűbb alakban felírható:

$$q_{1,2} = \frac{n + 1}{2n(n + 2)} \pm \frac{\sqrt{(n + 1)^2 - \frac{4n(n + 2)c}{a}}}{2n(n + 2)}.$$

Miután bevittük a $2n(n+2)$ kifejezést a gyök alá, a következőt kapjuk a kibocsátásra:

$$q_1 = \frac{n+1}{2n(n+2)} - \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)'}}$$

és

$$q_2 = \frac{n+1}{2n(n+2)} + \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)'}}$$

Ahhoz, hogy megkapjuk a profitmaximalizáló kibocsátást, meg kell határoznunk, hogy a két megoldás közül melyik jelenti a profitfüggvény maximumhelyét és melyik a minimumhelyét. A két megoldás közül az lesz a profitmaximumot biztosító kibocsátás, amelyre teljesül az másodrendű feltétel:

$$\frac{\partial \pi_i^2}{\partial q_i^2} = 2a[1 - (3q_i + 2Q_{-i})] \leq 0.$$

A másodrendű feltételhez a következő egyenlőtlenségnek kell teljesülnie:

$$3q_i + 2Q_{-i} \geq 1.$$

A szimmetrikus egyensúly miatt $q^* = q_i^* = q_1^* = q_2^* = \dots = q_n^*$ és $Q_{-1}^* = (n-1)q^*$. Behelyettesítve a következőt kapjuk:

$$3q + 2(n-1)q \geq 1,$$

amit ha rendezünk, azt kapjuk, hogy:

$$(2n+1)q \geq 1.$$

Először vizsgáljuk meg a $q_1 = \frac{n+1}{2n(n+2)} - \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)'}}$ megoldást.

Megszorozzuk q_1 -et $(2n+1)$ -el:

$$(2n+1)q_1 = \frac{(2n+1)(n+1)}{2n(n+2)} - (2n+1) \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)'}}$$

átrendezés után:

$$(2n+1)q_1 = \frac{2n^2+3n+1}{2n^2+4n} - (2n+1) \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)}}.$$

Cournot oligopólium esetén igaz, hogy $n > 1$, ezért $\frac{2n^2+3n+1}{2n^2+4n} < 1$. Mivel egy egynél kisebb számból vonok ki egy pozitív számot $(2n+1)q_1 < 1$, így a q_1 -re nem teljesül a másodrendű feltétel.

Vizsgáljuk meg a fentieket $q_2 = \frac{n+1}{2n(n+2)} + \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)}}$ esetére! Ha behelyettesítjük q_2 -t a másodrendű feltételbe, a következő egyenlőtlenséget kapjuk:

$$(2n+1)q_2 = \frac{(2n+1)(n+1)}{2n(n+2)} + (2n+1) \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)}} \geq 1.$$

A kifejezés első felében felbontjuk a zárójelet:

$$\frac{2n^2+3n+1}{2n^2+4n} + (2n+1) \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)}} \geq 1.$$

Az első törtet kibővítjük $2n^2+4n$ -re:

$$\frac{2n^2+4n}{2n^2+4n} + \frac{1-n}{2n^2+4n} + (2n+1) \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)}} \geq 1.$$

Az egyenlőtlenség mindkét oldalából kivonunk egyet és hozzáadunk $\frac{n-1}{2n(n+2)} - t$:

$$(2n+1) \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)}} \geq \frac{n-1}{2n(n+2)}.$$

A szorzást elvégezzük:

$$\sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)}} \geq \frac{n-1}{2n(n+2)(2n+1)}.$$

Az egyenlőtlenség mindkét oldalán pozitív szám áll, ezért az egyenlet két oldala négyzetre emelhető:

$$\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)} \geq \frac{(n-1)^2}{4n^2(n+2)^2(2n+1)^2}.$$

Rendezzük az egyenlőtlenséget:

$$\frac{(2n+1)^2(n+1)^2 - (n-1)^2}{4n^2(n+2)^2(2n+1)^2} \geq \frac{c}{an(n+2)}.$$

Ami végül c -re rendezve:

$$c \leq \frac{a \left[(n+1)^2 - \frac{(n-1)^2}{(2n+1)^2} \right]}{4n(n+2)}. \quad (5)$$

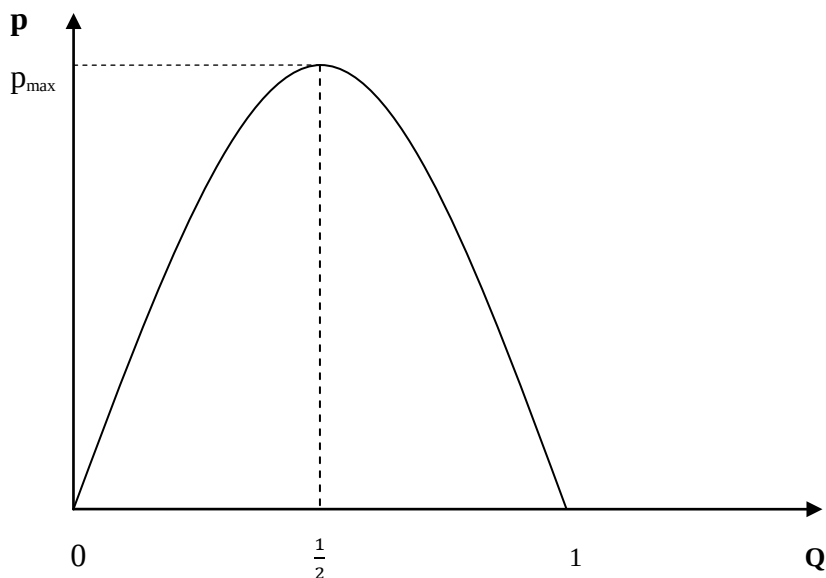
Tehát ahhoz, hogy a profitmaximalizáló kibocsátás létezzen, a határköltség nem lehet nagyobb, mint $\frac{a \left[(n+1)^2 - \frac{(n-1)^2}{(2n+1)^2} \right]}{4n(n+2)}$. Ekkor az i -edik vállalat egyensúlyi kibocsátása:

$$q_i = \frac{n+1}{2n(n+2)} + \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)}}.$$

A teljes, iparági kibocsátás:

$$Q = nq_i = \frac{n+1}{2(n+2)} + \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4(n+2)^2} - \frac{cn}{a(n+2)}}.$$

Miután megkaptuk a profitmaximalizáló kibocsátást, megvizsgáljuk, hogy egyensúlyban az iparági kibocsátás minden esetben a keresleti függvény ereszkedő ágára esik-e:



6. ábra: Az iparági keresleti görbe

Forrás: Saját szerkesztés

Az 6. ábra reprezentálja, hogy $Q \geq \frac{1}{2}$ egyenlőtlenségnek kell teljesülnie ahhoz, hogy az iparági kibocsátás a keresleti függvény ereszkedő ágára essen.

Behelyettesítve az egyensúlyi kibocsátásokat, a következőt kapjuk:

$$\frac{n(n+1)}{2n(n+2)} + \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4(n+2)^2} - \frac{cn}{a(n+2)}} \geq \frac{1}{2},$$

ami átalakítás után:

$$\frac{1}{2} \frac{n+1 + \sqrt{(n+1)^2 - \frac{4cn(n+2)}{a}}}{n+2} \geq \frac{1}{2}.$$

Ahhoz, hogy a fenti egyenlőtlenség teljesüljön, elég ha belátjuk, hogy

$$\sqrt{(n+1)^2 - \frac{4cn(n+2)}{a}} \geq 1.$$

Azaz

$$(n+1)^2 - \frac{4cn(n+2)}{a} \geq 1$$

$$(n+1)^2 - 1 \geq \frac{4cn(n+2)}{a},$$

c -re rendezve az egyenlőtlenséget:

$$c \leq \frac{a[(n+1)^2 - 1]}{4n(n+2)} \quad (6)$$

$$c \leq a \frac{n(n+2)}{4n(n+2)}$$

$$c \leq \frac{a}{4}.$$

Az 6. ábrán látszik, hogy a maximális ár $Q = \frac{1}{2}$ -nél lesz. Ha a p -be behelyettesítjük $Q = \frac{1}{2}$ -et, azt kapjuk, hogy $p_{max} = \frac{a}{4}$. Tehát a $c \leq p_{max}$ feltétel teljesülése esetén az iparági kibocsátás az ereszkedő ágra esik. Dolgozatunk elején éppen ezt a feltételt adtuk meg, az üzembezárási feltétel teljesüléséhez.

Most hasonlítsuk össze az (5)-ös és a (6)-os korlátot, amelyet a határköltségre kaptunk.

Az első a másodrendű feltételből jött ki ($c \leq \frac{a[(n+1)^2 - \frac{(n-1)^2}{2(n+1)^2}]}{4n(n+2)}$), a második pedig ahhoz szükséges, hogy a keresleti függvény ereszkedő ágára essen az iparági kibocsátás. Utóbbi nem jelent korlátot c -re, hiszen az megegyezik a kezdeti feltétellel: $c \leq p_{max}$. A másodrendű feltételből kapott korlát szintén nem vezet megkötéshez, hiszen $\frac{a}{4} = \frac{a[(n+1)^2 - 1]}{4n(n+2)} < \frac{a[(n+1)^2 - \frac{(n-1)^2}{2(n+1)^2}]}{4n(n+2)}$, tehát a másodrendű feltétel biztosan teljesül $c \leq p_{max}$ mellett. Tehát ha létezik pozitív egyensúlyi kibocsátás, az biztosan az ereszkedő ágon helyezkedik el.

4.2. Hálózati externáliákat nélkülöző eset:

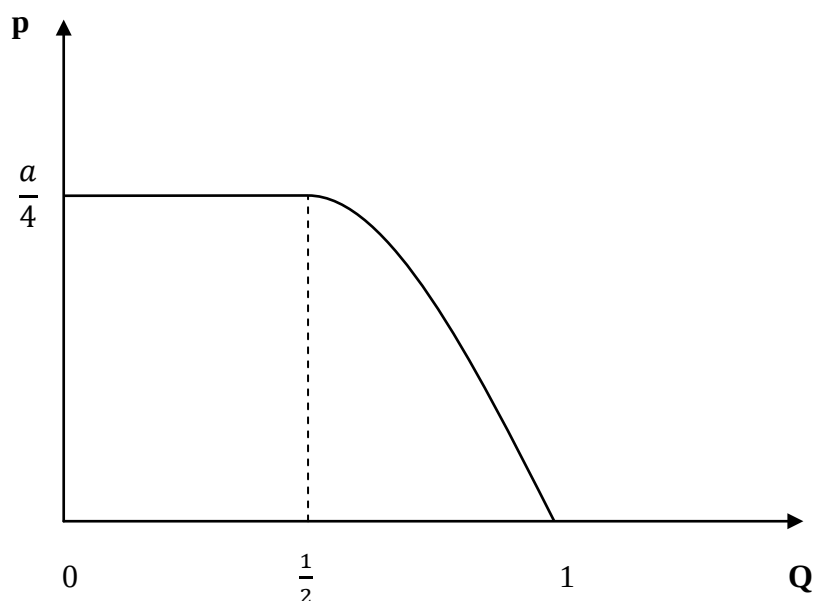
Most megvizsgáljuk azt az esetet, amikor eltekintek a hálózati externáliák jelenlététől, azaz amikor a keresleti függvénynek nincs emelkedő szakasza! Ahhoz, hogy az egyensúlyi

kibocsátásokat össze tudjuk hasonlítani, olyan keresleti függvényre van szükségünk, amelynek nincs emelkedő szakasza, de a legkevésbé különbözik a $p = aQ(1 - Q)$ függvénytől.

Ezeknek a feltételeknek tesz eleget az alábbi függvény:

$$p = \begin{cases} \frac{a}{4}, & \text{ha } Q \leq \frac{1}{2} \\ aQ(1 - Q), & \text{ha } Q > \frac{1}{2} \end{cases}.$$

E keresleti függvényt a 7. ábra mutatja be:



7. ábra: Az inverz keresleti függvény hálózati externália nélkül

Forrás: Saját szerkesztés

A 7. ábra az új keresleti függvényt reprezentálja. Annak érdekében, hogy eldöntsük, jogos-e a hálózati externáliák mellőzése (a tanulmányok elemzéseiben), megkeressük az új keresleti függvény mellett is az egyensúlyi kibocsátásokat. Ha ugyanaz lesz az egyensúlyi kibocsátás, nincs mit vizsgálnunk tovább, elfogadjuk a hálózati externáliák mellőzését a számítások során.

Ahhoz, hogy meghatározzam az egyensúlyi kibocsátásokat az új keresleti függvény mellett, meg kell vizsgálni a profitmaximumot biztosító kibocsátásokat $Q \leq \frac{1}{2}$ és $Q > \frac{1}{2}$ mellett. Végül a két esethez kapott eredmények közül ki kell választanunk az egyensúlyi esetet: azt ahol senkinek sem éri meg egyoldalúan eltérni.

Először tegyük fel, hogy $Q \leq \frac{1}{2}$ mellett van a profitmaximalizáló kibocsátás. Mivel a $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ intervallumon konstans $\frac{a}{4}$ a piaci ár, ezért biztosan $Q = \frac{1}{2}$ -nél lesz maximális az iparági profit. Ekkor az egyensúlyi mennyiségek és profitok:

Az i -edik vállalat egyensúlyi kibocsátása:

$$q_i = \frac{1}{2n}.$$

Az iparági kibocsátás:

$$Q = \frac{1}{2}.$$

Az i -edik vállalat profitja:

$$\pi_i = \frac{1}{2n} \frac{a}{4} - \frac{1}{2n} c.$$

Másodszor tegyük fel, hogy $Q > \frac{1}{2}$ mellett van a profitmaximalizáló kibocsátás. Ebben az esetben az egyensúlyi kibocsátások és profitok megegyeznek a hálózati externáliákkal bővített modellben kapottakkal.

Az i -edik vállalat egyensúlyi kibocsátása:

$$q_i = \frac{n+1}{2n(n+2)} + \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)}}. \quad (7)$$

Az iparági kibocsátás:

$$Q = nq.$$

Az i -edik vállalat profitja:

$$\pi_i = [aQ(1-Q) - c]q_i.$$

Végül azt kell eldönteni, hogy a két eset közül melyik jelenti az egyensúlyi megoldásokat. Mindkettő megoldás pontja a hálózati externáliákkal bővített keresleti függvénynek is.

Sejthető, hogy a két kibocsátás közül a

$$q_i = \frac{n+1}{2n(n+2)} + \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+1)^2} - \frac{c}{an(n+2)}}$$

lesz az egyensúlyi kibocsátás a hálózati externáliákat nélkülöző keresleti függvény mellett is. Vizsgáljuk meg azonban az elsőrendű feltételt $q_i = \frac{1}{2n}$ esetén:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a(2q_i + Q_{-i})[1 - (q_i + Q_{-i})] - a(q_i + Q_{-i})q_i - c = 0.$$

Ha $q_i = \frac{1}{2n}$ és $Q = \frac{1}{2}$, akkor

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a \frac{n+1}{4n} - a \frac{1}{4n} - c = \frac{a}{4} - c > 0,$$

tehát megéri az i -edik vállalatnak egyoldalúan eltérni ettől a kibocsátási szinttől.

A hálózati externáliákat mellőző (emelkedő szakaszt nélkülöző) keresleti függvény mellett is ugyanazt az egyensúlyi kibocsátást kaptuk, mint a hálózati externáliákat figyelembe vevő keresleti függvény mellett:

$$q_i = \frac{n+1}{2n(n+2)} + \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)}}.$$

Nézzünk meg egy speciális esetet, $n = 4$ és $c = 0$ mellett, ahol azt mutatom meg, hogy a hálózati externáliákat nélkülöző keresleti függvény mellett az ereszkedő ágon alakul ki az egyensúlyi kibocsátás (ugyanis ebben az esetben biztosan megegyezik az egyensúlyi kibocsátás a hálózati externáliákkal bővített esetben kapott eredménnyel). Ezeket a feltételeket az egyszerűbb számolás érdekében vezetem be ($n \geq 4$ – *re* azért van szükség, mert ebben az esetben igaz, hogy a profit magasabb $Q = \frac{1}{2}$ mellett). A korábbi eredmények $n = 4$ és $c = 0$ mellett a következőképpen alakulnak.

$Q \leq \frac{1}{2}$ mellett:

az i -edik vállalat kibocsátása:

$$q_i = \frac{1}{2n} = \frac{1}{8}.$$

A teljes, iparági kibocsátás:

$$Q = \frac{1}{2}.$$

A piaci ár:

$$P = \frac{a}{4}.$$

Az i -edik vállalat profitja:

$$\pi_i = Pq_i = a \frac{1}{32}. \quad (8)$$

$Q > \frac{1}{2}$ mellett:

Az i -edik vállalat kibocsátása a (7)-es egyenletből:

$$q_i = \frac{n+1}{n(n+2)} = \frac{5}{24}.$$

A teljes, iparági kibocsátás:

$$Q = nq_i = \frac{n+1}{n+2} = \frac{5}{6}.$$

A piaci ár:

$$P = aQ(1-Q) = a \frac{5}{36}.$$

Az i -edik vállalat profitja:

$$\pi_i = Pq_i = a \frac{25}{864}. \quad (9)$$

Ha összehasonlítjuk a két esetben kapott profitokat, amelyeket a (8)-as és a (9)-es egyenletek mutatnak, könnyen belátható, hogy $Q = \frac{1}{2}$ ($q_i = \frac{1}{8}$) mellett magasabb lenne a vállalatok profitja.

Az is belátható azonban, hogy ez nem egyensúlyi kibocsátás (ez akkor valósulna meg, ha a vállalatok összejátszanának), hiszen bármelyik vállalatnak érdemes egyoldalúan eltérnie (többet termelnie). Ebben az esetben pedig, értelemszerűen a $q_i = \frac{5}{24}$ mellett fog kialakulni az egyensúlyi helyzet.

4.3. Az eredmények összehasonlítása

Megvizsgáltuk az egyensúlyt hálózati externáliákat feltételező és nélküli keresleti függvény mellett. Azt kaptuk eredményül, hogy ha eltekintek a keresleti függvény emelkedő szakaszától (azaz a hálózati externáliák jelenlététől), az nem befolyásolja a vállalatok egyéni kibocsátásának egyensúlyi kimenetelét.

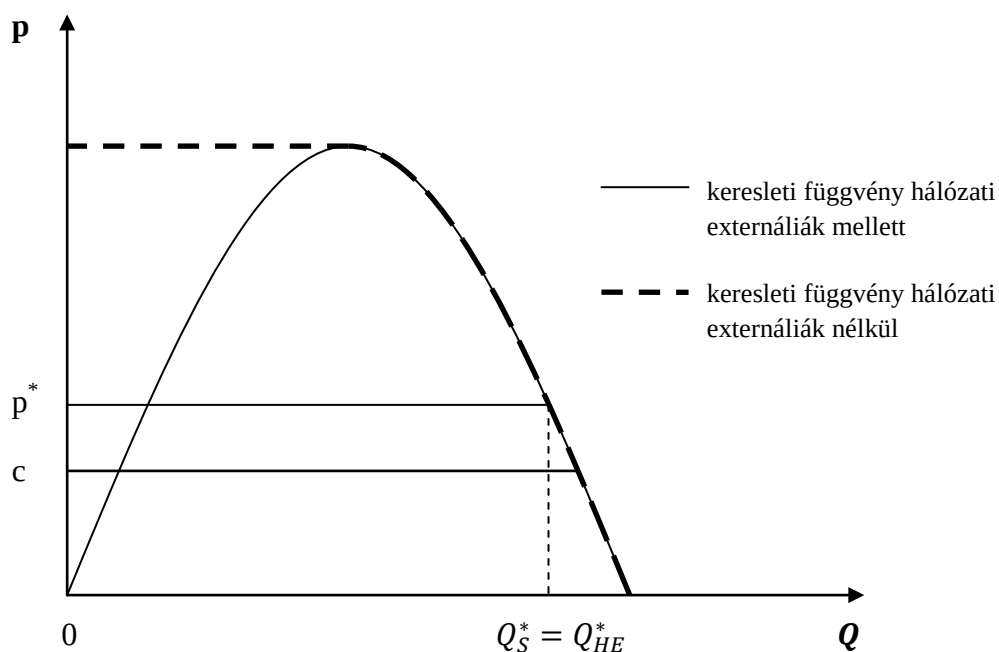
Mindkét esetben azt kaptuk eredményül, hogy az i -edik vállalat egyensúlyi kibocsátása a következőképpen alakul:

$$q_i = \frac{n+1}{2n(n+2)} + \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)}}.$$

Illetve a teljes iparági kibocsátás mindkét esetben:

$$Q = \frac{n+1}{2(n+2)} + \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4n^2(n+2)^2} - \frac{c}{an(n+2)}}.$$

A 8. ábrán az egyensúlyi kibocsátásokat (pontosabban az egyensúlyban kialakult teljes, iparági kibocsátásokat) szemléltetem, amelyek megegyeznek.



8. ábra: Az egyensúlyi kibocsátások hálózati externáliák mellett és nélkül

Forrás: Saját szerkesztés

A felállított modellben kapott eredményekből kiindulva tehát azt mondhatjuk, hogy a hálózatos iparágakat kutató cikkekben jogosan élnek a negatív meredekségű keresleti függvény feltevésével.

5. ÖSSZEFOGLALÁS

Dolgozatunk elején kitértünk a hálózati externália fogalmára, illetve annak hatásaira. Megmutattuk, hogy a hálózatos iparágakban hogyan alakul a piaci keresleti függvény, illetve az egyensúly; valamint azt, hogy a hálózati externáliák jelenléte a piacon visszahajló keresleti görbéhez vezet, azaz nem mindenhol lesz a meredekség negatív. A hálózatos iparágakkal foglalkozó tanulmányok általában eltekintenek ettől az emelkedő szakasztól. Ezután röviden bemutattunk néhány tanulmányt, amelyek olyan piaci keresleti függvényt feltételeznek, ahol nem számolnak a függvény emelkedő szakaszával.

Pal [2013] tanulmányát részletesebben vettük górcső alá. A tanulmány célja a Cournot és Bertrand verseny vizsgálata volt, ahol duopóliumot és hálózati externáliák jelenlétét feltételezi. Láthattuk, hogy a hálózati externáliák jelenléte mellett előfordulhat, hogy a Bertrand verseny magasabb profitot eredményez, mint a Cournot verseny. A kétlépéses játék elemzésekor láttuk, hogy a Cournot verseny adja a részjáték tökéletes egyensúlyt – függetlenül attól, hogy a hálózati externáliák erősek vagy gyengék. Az egyensúly ebben az esetben nem volt Pareto-hatékony. A hálózati externália nélküli esetben a Cournot verseny profitja lenne az egyensúlyi választás, a Pareto-hatékony megoldást is ez jelentené ebben az esetben.

A dolgozatban arra kerestük a választ, hogy a hálózati externáliákat feltételező, és azok jelenlététől eltekintő keresleti függvény eltérő egyensúlyi kibocsátáshoz vezet-e. Elemzésünkben egy olyan modell megalkotására tettünk kísérletet, amelyben választ kapunk a kérdésre. Azt az esetet vizsgáltam, amikor szimmetrikus költségviszonyokkal rendelkező vállalatok Cournot oligopóliumként működnek a piacon. Elsőként megvizsgáltuk az egyensúlyi kibocsátásokat hálózati externáliákat feltételező keresleti függvény mellett, ahol láthattuk, hogy ilyen piaci keresleti függvény esetén többszörös egyensúly alakul ki, amelyből a másodrendű feltétel segítségével könnyedén meg tudjuk határozni a profitmaximumot jelentő kibocsátási szintet. Ez után azt is megvizsgáltuk, hogy ez az egyensúlyi kibocsátás minden esetben az ereszkedő ágra esik-e. Ezt követően pedig azt az esetet elemeztük, amikor a keresleti függvénynek csak ereszkedő szakasza van, vagyis eltekintettünk a hálózati externáliák jelenlététől. Láthattuk, hogy ha eltekintünk a keresleti függvény emelkedő szakaszától, az érdeemben nem befolyásolja az egyensúlyi értékeket az általunk felállított modellben. A modellben kapott eredményekből kiindulva tehát azt mondhatjuk, hogy a

hálózatos iparágakat kutató cikkekben jogosan élnek a negatív meredekségű keresleti függvény feltevésével.

IRODALOMJEGYZÉK

- Economides N. (1996a): The Economics of Networks. *International Journal of Industrial Organization*, vol.14.
- Economides N. S. (1996b): Network externalities, complementarities, and invitations to enter. *European Journal of Political Economy*, 12(2):211-233
- Economides N. (2004): Competition Policy In Network Industries: An Introduction. *Working Paper*,
http://www.stern.nyu.edu/networks/Economides_Competition_Policy.pdf
(letöltve: 2013.10.15)
- Gans J. S. – King S. P. (2000): Mobile Network Competition, Customer Ignorance and Fixed-to-Mobile Call Prices.
http://fbe.unimelb.edu.au/__data/assets/pdf_file/0005/805982/734.pdf
(letöltve: 2013.09.29)
- Kiss K. M. (2008): Hozzáférési és összekapcsolási díj szabályozása a távközlésben. *PhD értekezés*, Pannon Egyetem, Veszprém
- Kiss K. M. – Badics J. – Nagy D. K. (2011): *Hálózat-gazdaságtan*. jegyzet, Pannon Egyetem, Veszprém
- Kocsis V. (2005): A hálózatok közötti aszimmetria hatása a mobilszolgáltatók végződtetési díjára. *Közgazdasági Szemle*, LII. évf., 663-685
- Mu H. (2008): Fixed-mobile Interconnection under Competition.
http://fbe.unimelb.edu.au/__data/assets/pdf_file/0005/805982/734.pdf
(letöltve: 2013.10.07)
- Pal R. (2013): The Cournot-Bertrand Profit Differential: A Reversal Result in Network Goods Duopoly.
<http://www.igidr.ac.in/pdf/publication/WP-2013-014.pdf>
(letöltve: 2014. 02.24.)
- Singh N. and Vives X. (1984): Price and quantity competition in a differentiated duopoly. *RAND Journal of Economics*, 15(4):546-554.

Valentiny P. – Kiss F. L. – Nagy Cs. I. (szerk.) (2010): Külső gazdaságosság (externália) a fogyasztási folyamatban. *Verseny és szabályozás 2009*, MTA Közgazdaságtudományi Intézet, Budapest