

DIPLOMADOLGOZAT

Rémesi Péter

2013



Pannon Egyetem

Gazdaságtudományi Kar

Közgazdaságtan Intézeti Tanszék

Közgazdasági elemző

Árdiszkrimináció hatása az oligopol piacokon

Rémesi Péter

Dr. Badics Judit
Egyetemi docens

Veszprém

2013



PANNON EGYETEM
Közgazdaságtan Intézeti Tanszék
8201 Veszprém, Egyetem u. 10. Pf. 158
Dr. Csizmadia Tibor mb. intézeti tanszékvezető

Tel.: (88) 624-215 Fax: (88) 624-524

Rémes Péter

Közgazdász jelölt

diplomadolgozat feladatkiírása (2013-2014-es tanév)

Árdiszkrimináció hatása az oligopol piacokon

Feladat:

- Mutassa be az árdiszkrimináció hatását oligopol piacokon!
- Dolgozzon ki egy olyan modellt, amelyben az árdiszkrimináció hatását vizsgálja aszimmetrikus költségviszonyokkal rendelkező Stackelberg-duopólium esetén, K darab árkategóriával!
- Végezzen jóléti elemzést!

Teljesítés helye: Pannon Egyetem, Gazdaságtudományi Kar, Közgazdaságtan Intézeti Tanszék, 8200 Veszprém, Egyetem u. 10.

Tanszéki témavezető: Dr. Badics Judit egyetemi docens

Dr. Csizmadia Tibor
mb. intézeti tanszékvezető

A diplomadolgozati feladatok teljesítését igazolom:

Dr. Badics Judit
egyetemi témavezető

Érkezett

Nyomtatott	
Elektronikus	

Pannon Egyetem Gazdaságtudományi Kar

Eredetiségi nyilatkozat a diplomadolgozatról

Hallgató adatai											
Név, Neptun-kód	Rémesi Péter					L	3	9	8	C	D
Elérhetőség	+36709449116										
	remesi.peter@gmail.com										
Levelezési cím (ir. sz., város) (utca, házszám, stb.)	8	4	0	0	Ajka						
	Táncsics Mihály utca 7.										
Kar (rövidítve), szak	G	T	K	Közgazdasági elemző							

Diplomadolgozat adatai											
Diplomadolgozat címe	Árdiszkrimináció hatása oligopol piacokon										
Szakszeminárium-vezető	Dr. Badics Judit										
Beadási határidő	2	0	1	3	1	1	3	0	Oldalszám összesen		43

Alulírott Rémesi Péter nyilatkozom, hogy a csatoltan beadott diplomadolgozat teljes egészében a saját munkám. A felhasznált forrásokat az irodalomjegyzékben feltüntettem, a rájuk vonatkozó, szabályszerű hivatkozásokat a szövegben megtettem. A dolgozat más szakon vagy intézményben sem a saját nevemben, sem máséban nem került beadásra. Tudatában vagyok annak, hogy plágium (más munkájának sajátomként történő feltüntetése) esetén a dolgozat érvénytelen, ezért elutasításra kerül.

.....

(aláírás)

TARTALOMJEGYZÉK

1. BEVEZETÉS.....	1
2. SZAKIRODALOM BEMUTATÁSA	4
2.1 ÁRDISZKRIMINÁCIÓ COURNOT-NASH OLIGOPÓLIUM ESETÉN.....	5
2.2 ÁRDISZKRIMINÁCIÓ STACKELBERG-VERSENY ESETÉN.....	8
2.3 ÁRDISZKRIMINÁCIÓ ASZIMMETRIKUS OLIGOPÓLIUM ESETÉN.....	11
2.4 ÁRDISZKRIMINÁCIÓ ASZIMMETRIKUS COURNOT OLIGOPÓLIUM ESETÉN ..	16
3. ÁRDISZKRIMINÁCIÓ ASZIMMETRIKUS STACKELBERG DUOPÓLIUM ESETÉN.....	19
3.1 A MODELL LEVEZETÉSE	19
3.2 EREDMÉNYEK.....	29
3.3 JÓLÉTI ELEMZÉS	33
3.3.1 <i>Profitok</i>	33
Vezető vállalat profitja.....	34
Követő vállalat profitja	35
3.3.2 <i>Fogyasztói többlet</i>	38
3.3.3 <i>Teljes jóléti többlet</i>	41
4. ÖSSZEFOGLALÁS.....	42
FÜGGELÉK.....	44
IRODALOMJEGYZÉK	45

Ábrajegyzék

1. ábra: Fogasztói többlet árdiszkrimináció nélkül.....	38
2. ábra: Fogasztói többlet árdiszkriminációval	39

Kivonat

Az árdiszkriminációt általában a monopolista vállalatok egyik magatartásaként vizsgálják, pedig ez a viselkedési forma az oligopol piacok esetében is épp olyan jelentős. Az utóbbi években számos, a szakirodalom ezen területével foglalkozó publikáció jelent meg, azonban ezek szinte kivétel nélkül szimmetrikus költségviszonyokat feltételeztek. Az idő előrehaladtával megjelentek azok a publikációk, amelyek ezeket a feltevéseket oldották fel: Mukherjee [2010] cikkében Cournot és Stackelberg verseny alatt vizsgálja a harmadfokú árdiszkrimináció hatását kettő darab árkategória esetén, aszimmetrikus költségviszonyokat feltételezve. Dolgozatomban megvizsgálom a harmadfokú árdiszkrimináció hatását aszimmetrikus költségviszonyokkal rendelkező Stackelberg duopólium esetén, K darab árkategória és lineáris kereslet mellett. A modell eredményeit összehasonlítom a hagyományos modellek eredményeivel. Megmutatom, hogy a vezető vállalat aszimmetrikus költségviszonyok mellett csak az első (legmagasabb), illetve az utolsó (legalacsonyabb) árkategóriában termel outputot. Látni fogjuk, hogy bizonyos feltételek mellett a profitok és a teljes jóléti többlet nagyobb, a fogyasztói többlet pedig kisebb, mint az árdiszkrimináció nélküli Stackelberg verseny esetén.

Kulcsszavak: árdiszkrimináció, Stackelberg-oligopólium, aszimmetrikus költségek, jólét

Abstract

Price discrimination is generally examined as behaviour of the monopolistic firms although this attitude is as significant in case of oligopolistic markets as well. In the recent years many publications have been published dealing with this question, however almost all of them assumed symmetric firms. Later on, publications appeared in which these assumptions have been generalized: In his article Mukherjee's [2010] analyses the effect of third degree price discrimination under Cournot and Stackelberg competition with two different prices assuming asymmetric firms. In this paper I examine the effect of third degree price discrimination in the Stackelberg competition model for the linear demand case, with K different prices in case of asymmetric firms. The results of the model are compared with the results of the standard model. I show that the leader sells only to the high-valued and the low-valued consumer under Stackelberg competition with asymmetric firms. We will see that under certain conditions, profits and total welfare are larger and consumer surplus is smaller than those of the standard Stackelberg competition model.

Keywords: price discrimination, Stackelberg oligopoly, asymmetric firms, welfare

1. Bevezetés

A vállalatok számos technikát alkalmaznak arra, hogy a lehető legmagasabb profitot ériék el termékük eladásával. A leggyakrabban használt módszerek közé tartoznak a mennyiségi árengedmények, a kétrészes árképzés valamint a különböző árukapcsolások. Ezekben az esetekben a vállalatok közvetett módon tudnak különböző árakat alkalmazni a különböző rezervációs árakkal rendelkező fogyasztókkal szemben. Az életben arra is láthatunk példát, hogy a vállalatok képesek beazonosítani a különböző értékelésű fogyasztókat, így közvetlenül alkalmazzák az árdiszkriminációt, vagyis ugyanazt a terméket különböző árakon kínálják a különböző értékelésű fogyasztóknak. Ilyen az első- illetve a harmadfokú árdiszkrimináció. Első fokú árdiszkriminációról akkor beszélünk, amikor a vállalatok minden egyes vevőtől a rezervációs árát kérik. Ebben az esetben a teljes fogyasztói többlet a piacon jelenlévő vállalatok (vagy vállalat) profitjává válik. Ahhoz, hogy a vállalatok alkalmazni tudják ezt a módszert, képesnek kell lenniük beazonosítani minden egyes fogyasztót. A gyakorlatban ez nagyon ritka, ezért az árdiszkriminációnak ez a formája a profitnövelésnek inkább csak ideális semmint valóságos technikája. Harmadfokú árdiszkrimináció esetén, a vállalatok képesek a fogyasztókat különböző csoportokba osztani, rangsorolni őket fizetési hajlandóságuk szerint. Ebben az esetben, ha a fogyasztó rezervációs ára r_1 és r_2 közé esik, fizet egy árat, ha r_2 és r_3 közé, akkor ugyanezért a termékért egy másikat, és így tovább. A profit növelésének ezt a módszerét a gyakorlatban is gyakrabban használják, gondoljunk csak például a különböző diák és nyugdíjas kedvezményekre, a hétköznapiakra és a hétvégekre szóló belépőjegyekre, vagy éppen a last-minute utakra.

Azonban a valóéletbeli példák közül, talán a légitársaságok által alkalmazott árképzés szemlélteti a legjobban az árdiszkriminációnak ezt a formáját. Ebben az iparágban a vállalatok nem csupán kettő vagy három árat, hanem gyakran ennek a többszörösét alkalmazzák. Ezen a piacon a terméket egy ülőhely jelenti egy adott járatra, egy adott időpontban. Az árdiszkrimináció alapját az szolgáltatja, hogy a légitársaságok esetében a fogyasztók különböző időpontokban lépnek a piacra és az értékelésük fordítottan arányos a vásárlás és a repülés között eltelt idő hosszúságával. Például: az üzletemberek csak az utazás előtt egy-két nappal, vagy egy-két órával döntenek

el, hogy utazni fognak. Azért, hogy a kívánt helyszínre érkezzenek időben, hajlandóak sokkal magasabb árat fizetni, mint a turisták, akik a másik véglet. Az alacsonyabb rezervációs árral rendelkező turisták gyakran már az utazás előtt fél évvel tudják az útitervüket, ezért hamar le is foglalják a repülőjegyet. A lineáris kereslet miatt, folytonosságot feltételezünk ezek között a szélsőségek között. (Kutlu [2009] p. 2.)

Holmes [1989] összehasonlította a monopolista és a duopolista kibocsátásokat abban az esetben, amikor a piac kettő független részre osztható, vagyis harmadfokú árdiszkrimináció alkalmazható.

Hazeldine [2006] kiterjesztette a Cournot oligopol modellt arra az esetre, amikor a vállalatok különböző árakat szabnak meg a fogyasztók különböző csoportjainak számára, azok rezervációs ára szerint. Bizonyította, hogy az egyes árszinteken eladott mennyiségek mértani sorozat szerint növekednek. Az egy bizonyos áron eladott mennyiség n -szerese az azt megelőző alacsonyabb árkategóriában eladott mennyiségnek, ahol n a piacon szereplő vállalatok száma. Továbbá belátta, hogy a kibocsátással súlyozott átlagos ár független az árdiszkrimináció mértékétől.

Kutlu [2009] Hazeldine-hoz hasonló keretrendszerben vizsgálta a Stackelberg versenyt. Főbb eredményei közé tartozik, hogy a vezető vállalat csak a magas értékelésű fogyasztókat szolgálja ki, vagyis azokat, akik a legmagasabb rezervációs árral rendelkeznek. Ezzel szemben a követő egyenletesen terjeszti ki a kibocsátását az egyes csoportokban. Belátható tehát, hogy Stackelberg verseny esetén csupán a követő vállalat diszkriminálja árait, a vezető nem. Ezen túl megmutatta, hogy mind a vezető, mind a követő vállalat profitja magasabb ahhoz képest, amelyet az általános Stackelberg verseny során tudnának elérni. A standard modellhez képest a fogyasztói többlet alacsonyabb, azonban a teljes jólét magasabb árdiszkrimináció mellett. Mind Hazeldine, mind Kutlu szimmetrikus költségeket feltételezve dolgozott.

Mukherjee [2010] a szimmetrikus költségek feloldásával általánosította ezeket a modelleket, azonban bevezetett egy másik egyszerűsítést: Mukherjee $K=2$ darab árkategória mellett vizsgálta az árdiszkrimináció hatását Cournot és Stackelberg verseny alatt. Megmutatta, hogy az átlagos iparági ár megegyezik az általános modellben alkalmazott árral, valamint árdiszkrimináció esetén az független a két vállalat közötti költségkülönbségtől. Mukherjee megmutatta, hogy Stackelberg duopólium esetén,

aszimmetrikus költségek mellett, mindkét vállalat pozitív mennyiséget termel mindkét árkategóriába, azaz a vezető vállalat is alkalmaz árdiszkriminációt. Ezen túl igazolta azt is, hogy mindkettő vállalat nagyobb mennyiséget kínál a magasabb rezervációs árral rendelkező csoport számára. Mukherjee a két fogyasztói csoport alkalmazását azzal magyarázta, hogy Hazeldine és Kutlu eredményei szerint az eredmények függetlenek attól, hogy hány árkategóriát alkalmaznak a vállalatok. Dolgozatomban látható lesz azonban, hogy aszimmetrikus költségek mellett ezek az eredmények árnyaltabbak K darab árkategória esetén.

Bakó és Kálec-Simon [2012] megvizsgálta a Cournot oligopol modellben az árdiszkrimináció hatását aszimmetrikus költségviszonyok mellett, K darab árkategóriával. Megmutatták, hogy az egy bizonyos áron eladott mennyiség n -szerese az azt megelőző alacsonyabb árkategóriában eladott mennyiségnek, ahol n a piacon szereplő vállalatok száma. Ez összhangban áll Hazeldine [2006] szimmetrikus költségekre bemutatott eredményével. Továbbá belátták azt is, hogy a különböző termelési költségek mellett a vállalatok egyforma mennyiséget termelnek az első $(K-1)$ -edik árkategóriában, az aszimmetrikus költségekből adódó különbség csak az utolsó, legalacsonyabb rezervációs árral rendelkező fogyasztói csoportban jelentkezik. Ezen túl a kibocsátással súlyozott átlagár aszimmetrikus költségek mellett sem függ az árdiszkrimináció mértékétől.

Kutlu [2012] egy másik tanulmányában megmutatta, hogy Cournot oligopólium esetén, nem csak lineáris keresleti függvény mellett teljesül az, hogy a kibocsátásokkal súlyozott átlagos iparági ár független az árdiszkrimináció mértékétől, hanem a keresleti függvények egy sokkal szélesebb tartományán.

Látható, hogy az évek során, széles körben foglalkoztak az árdiszkrimináció hatásával, oligopol piacokon. Vizsgálták már a hatását Cournot és Stackelberg verseny alatt szimmetrikus költségekkel, K darab csoporttal. Később ezeket az eredményeket összehasonlították azzal az esettel, amikor a piacokon aszimmetrikus költségek vannak, de csak kettő darab árkategória. Megint egy másik tanulmányban megvizsgálták a hatását Cournot modellben, aszimmetrikus költségekkel és K darab árkategóriával. Mindeztáig azonban nem született olyan modell, amelyben a harmadfokú árdiszkrimináció hatását vizsgálják, aszimmetrikus költségviszonyokkal rendelkező

Stackelberg verseny alatt, K darab árkategóriával. Dolgozatom célja pótolni ezt a fennálló hiányt.

2. Szakirodalom bemutatása

Ebben a fejezetben bemutatom az árdiszkrimináció oligopol piacokra gyakorolt hatását vizsgáló szakirodalmat időrendi sorrendben. Vitatott kérdés, hogy a következőkben bemutatott tanulmányokban másod-, vagy harmadfokú árdiszkriminációról esik-e szó. Kutlu [2009] tanulmányában másodfokú árdiszkrimináció hatásának vizsgálatát jelölte meg. Bakó és Kálec-Simon [2012] tanulmányukban hasonló modellt állítottak fel, amelyben a harmadfokú árdiszkrimináció hatását vizsgálták, azonban ennek a tanulmánynak egy korábbi verziójában¹ még másodfokú árdiszkriminációként vizsgálták a problémát. Dolgozatom során a vizsgált problémát harmadfokú árdiszkriminációnak tekintem, ugyanis az itt használt modellekben ismert a fogyasztók értékelése a vállalatok számára. A problémát nehezíti, hogy az említett tanulmányokban használt keresleti függvény esetén, az egyes csoportokban eladott mennyiségek függenek egymástól, ez pedig a másodfokú árdiszkrimináció jellemzője. Ez a hatás másodfokú árdiszkrimináció esetén az információs járadékból (hogy a fogyasztók felfedjék értékelésüket) fakad. A dolgozatom során taglalt tanulmányokban azonban ismert a fogyasztók értékelése, az említett hatás (hogy az egyes csoportokban eladott mennyiségek függenek egymástól) a tökéletlen verseny itt használt modelljeinek bizonyos sajátosságaiból adódik.

Következő lépésben tisztázom azokat a feltevéseket, amelyek mindegyik tanulmányra érvényesek:

A vállalatok egységnyi meredekségű lineáris keresleti függvénnyel szembesülnek. A vállalatok konstans határköltséggel állítanak elő homogén termékeket, ismerik a fogyasztók értékelését és képesek meggátolni a termékek újraértékesítését. Továbbá feltételezem, hogy minden fogyasztó nullát vagy egyet vásárol a termékből és

¹ Bakó [2011]

a fogyasztás csupán a rezervációs ártól függ, így azok a fogyasztók, akiknek a rezervációsára magasabb a termék áránál, mind vásárolni fognak.

Az árkategóriák száma előre rögzített (endogén módon), K jelöli az árkategóriák számát, k pedig azok sorszámát, ahol $k = 1, 2, \dots, K$ értékeket veheti fel.

A dolgozatban mindvégig az alsó index a vállalatok sorszámát, a felső index pedig az árkategóriák sorszámát jelöli.

2.1 Árdiszkrimináció Cournot-Nash oligopólium esetén²

Hazeldine [2006] modelljében kiterjesztette a Cournot-Nash oligopól modellt arra az esetre, amikor a vállalatok különböző árakat szabnak meg a különböző rezervációs árral rendelkező fogyasztókból álló csoportok számára. Ebben az esetben n darab, azonos határköltséggel rendelkező vállalat működik a piacon, amelyek K darab különböző árkategóriát alkalmaznak.

A termék ára a k -adik csoportban:

$$p^k = a - Y^1 - Y^2 - \dots - Y^k \quad (2.1.1)$$

ahol $Y^k = \sum_{i=1}^n q_i^k$, a vállalatok által együttesen eladott mennyiség a k -adik árkategóriában.

Ekkor az i -edik vállalat profit függvénye:

$$\pi_i = (P^1 - c)q_i^1 + (P^2 - c)q_i^2 + \dots + (P^K - c)q_i^K \quad (2.1.2)$$

² Hazeldin [2006] tanulmánya alapján.

A q_i^j , $j = 1, 2, \dots, K$ változó szerint deriválva a (2.1.2) egyenletet megkapom az i -edik vállalat profitmaximumának első rendű feltételét minden csoportban.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_i}{\partial q_i^1} &= a - c - 2q_i^1 - Y_{-i}^1 - q_i^2 - q_i^3 - \dots - q_i^K = 0 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \frac{\partial \pi_i}{\partial q_i^K} &= a - c - q_i^1 - Y_{-i}^1 - q_i^2 - Y_{-i}^2 - \dots - q_i^{K-1} - Y_{-i}^{K-1} - 2q_i^K - Y_{-i}^K = 0 \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

Mivel azonos határkölségekkal rendelkeznek a vállalatok, az egyensúlyban mindenki egyforma mennyiséget fog termelni az egyes csoportokban:

$$q_i^k = \frac{Y_{-i}^k}{n-1} = q^k \quad (2.1.4)$$

A szimmetrikus egyensúly miatt az elsőrendű feltételek a következő formára redukálódnak:

$$\begin{aligned} a - c - nq^1 - \sum_{j=1}^K q^j &= 0 \\ a - c - (n-1)q^1 - nq^2 - \sum_{j=1}^K q^j &= 0 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ a - c - (n-1)q^1 - (n-1)q^2 - \dots - (n-1)q^{K-1} - nq^K - \sum_{j=1}^K q^j &= 0 \end{aligned} \quad (2.1.5)$$

Ezekből meghatározható az i -edik vállalat kibocsátása a k -adik árkategóriában, az utolsó csoportban kibocsátott mennyiség függvényében:

$$\left. \begin{array}{l} q^1 = nq^2 \\ q^2 = nq^3 \\ \vdots \\ q^{K-1} = nq^K \end{array} \right\} \rightarrow q^k = nq^{k+1} \text{ vagy } q^k = n^{(K-k)}q^K \quad (2.1.6)$$

1. Állítás: Szimmetrikus Cournot oligopólium esetén, az egyes árkategóriákban eladott mennyiségek mértani sorozat szerint növekednek: az egy bizonyos áron eladott mennyiség n -szerese az azt megelőző, alacsonyabb áron eladott mennyiségnek, ahol n a piacon szereplő vállalatok száma.³

Az utolsó csoportban kibocsátott mennyiség könnyen meghatározható a (2.1.5) és (2.1.6) egyenletekből:

$$q^K = \frac{1 - c}{n^K + n^{K-1} + \dots + n + 1}$$

Az egyensúlyi értékek segítségével meghatározható az átlagos iparági ár, továbbá belátható, hogy:

$$P_{\text{átl}}^K = P_{\text{átl}}^{K+1}$$

2. Állítás: A kibocsátással súlyozott átlagos ár nem függ az árdiszkrimináció mértékétől (vagyis a kibocsátással súlyozott átlagos ár megegyezik K és $K+1$ különböző ár esetében is)⁴

³ Hazeldine [2006]

⁴ Hazeldine [2006]

2.2 Árdiszkrimináció Stackelberg-verseny esetén⁵

Kutlu [2009] Hazeldine tanulmányához hasonló keretrendszerben vizsgálta az árdiszkrimináció hatását szimmetrikus költségviszonyokkal rendelkező Stackelberg duopólium mellett. Hasonlóan a korábbi esethez, a vállalat K darab különböző árkategóriát alkalmaz.

A termék ára a k -adik csoportban:

$$P^k = a - Q^k \quad (2.2.1)$$

ahol, $Q^k = \sum_{i=1}^k (q_L^i + q_F^i)$ a teljes eladott mennyiség minden csoportban egytől k -ig. Legyen $Q_L^j \equiv \sum_{i=1}^j q_L^i$, $Q_F^j \equiv \sum_{i=1}^j q_F^i$, $Q^j \equiv Q_L^j + Q_F^j$.

A követő vállalat profit függvénye a következő:

$$\pi_F = (P^1 - c)q_F^1 + (P^2 - c)q_F^2 + \dots + (P^K - c)q_F^K \quad (2.2.2)$$

A q_F^j , $j = 1, 2, \dots, K$ változó szerint deriválva a (2.2.2) egyenletet megkapom a követő vállalat profitmaximumának első rendű feltételét a j -edik csoportban.

$$\frac{\partial \pi_F}{\partial q_F^j} = a - c - Q_F^K - q_F^j - Q_L^j = a - (Q_L^j + Q_F^K + q_F^j) = 0 \quad (2.2.3)$$

A q_F^{j-1} , $j = 2, 3, \dots, K$ változó szerint deriválva a (2.2.2) egyenletet megkapom a követő vállalat profitmaximumának első rendű feltételét a $(j - 1)$ -edik csoportban.

$$\frac{\partial \pi_F}{\partial q_F^{j-1}} = a - c - Q_F^K - q_F^{j-1} - Q_L^{j-1} = a - (Q_L^{j-1} + Q_F^K + q_F^{j-1}) = 0 \quad (2.2.4)$$

Ezután a (2.2.3) egyenletből kivonom a (2.2.4) egyenletet:

$$\frac{\partial \pi_F}{\partial q_F^j} - \frac{\partial \pi_F}{\partial q_F^{j-1}} = -q_L^j - q_F^j + q_F^{j-1} = 0 \quad (2.2.5)$$

⁵ Kutlu [2009] tanulmánya alapján

A (2.2.3) egyenletből levezethető a követő vállalat legjobb válasz függvénye (implicit módon megadva) az első árkategóriában, illetve a (2.2.5) egyenletből az összes többi csoportban.

$$\begin{aligned} q_L^1 &= \alpha - q_F^1 - Q_F^K \\ q_L^j &= q_F^{j-1} - q_F^j \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

A vezető vállalat profitfüggvénye a következő:

$$\pi_L = (P^1 - c)q_L^1 + (P^2 - c)q_L^2 + \dots + (P^K - c)q_L^K \quad (2.2.7)$$

A vezető vállalat elsőrendű feltételei a j -edik és a $(j - 1)$ -edik árkategóriában:

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^j} = a - c - 2(Q_F^K + q_F^j) = 0 \quad (2.2.8)$$

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^{j-1}} = a - c - 2(Q_F^K + q_F^{j-1}) = 0 \quad (2.2.9)$$

Ezután a (2.2.8) egyenletből kivonom a (2.2.9) egyenletet:

$$q_F^j = q_F^{j-1} \quad j = 1, 2, \dots, K \text{ esetén} \quad (2.2.10)$$

A (2.2.8) egyenletet rendezve azt kapom, hogy:

$$Q_F^K + q_F^j = \frac{a-c}{2} \quad (2.2.11)$$

A (2.2.10) egyenletből adódik, hogy $Q_F^K = Kq_F^j$, tehát a (2.2.11) egyenlet az alábbi formában is felírható:

$$(K + 1)q_F^j = \frac{a-c}{2}$$

amelyből megkapom a követő vállalat kibocsátását a j -edik csoportban:

$$q_F^j = \frac{1}{K+1} \frac{a-c}{2} \quad (2.2.12)$$

Továbbá a követő vállalat teljes kibocsátása:

$$Q_F^K = \frac{K}{K+1} \frac{a-c}{2} \quad (2.2.13)$$

Ezeket visszahelyettesítve a követővállalat reakciógörbéibe megkapom a vezető vállalat egyensúlyi kibocsátásait:

$$q_L^1 = \frac{a-c}{2} \quad (2.2.14)$$

$$q_L^j = 0 \quad (2.2.15)$$

1. Állítás: Tegyük fel, hogy megengedett az árdiszkrimináció, szimmetrikus költségviszonyokkal rendelkező Stackelberg duopólim mellett, K darab árkategóriával. Egyensúlyi helyzetben csak a vezető vállalat diszkriminálja árait, a vezető vállalat csak az első (legmagasabb) csoportba termel.⁶

A piaci árak pedig:

$$P^j = a - \left(1 + \frac{j}{K+1}\right) \frac{a-c}{2} \quad (2.2.16)$$

Ha az árkategóriák száma a végtelenbe tart, akkor a piaci ár a határköltséghez tart.

$$\pi_L^{PD} = \frac{K}{K+1} \frac{(a-c)^2}{4} > \frac{1}{2} \frac{(a-c)^2}{4} = \pi_L^S$$

$$\pi_F^{PD} = \frac{K}{K+1} \frac{(a-c)^2}{8} > \frac{1}{2} \frac{(a-c)^2}{8} = \pi_F^S$$

$$CW^{PD} = \frac{K^2+5K+3}{(K+1)^2} \frac{(a-c)^2}{8} < \frac{9}{4} \frac{(a-c)^2}{8} = CW^S$$

$$TW^{PD} = \frac{4K^2+8K+3}{(K+1)^2} \frac{(a-c)^2}{8} > \frac{15}{4} \frac{(a-c)^2}{8} = TW^S \quad (2.2.17)$$

2. Állítás: Tegyük fel, hogy megengedett az árdiszkrimináció, szimmetrikus költségviszonyokkal rendelkező Stackelberg duopólium mellett, K darab árkategóriával. Mind a vezető, mind a követő vállalat profitja magasabb, mint az általános Stackelberg versenyben. A fogyasztói többlet alacsonyabb, azonban a teljes jólét magasabb.⁷

⁶ Kutlu [2009]

⁷ Kutlu [2009]

2.3 Árdiszkrimináció aszimmetrikus oligopólium esetén⁸

Mukherjee [2010] a szimmetrikus költségek feloldásával általánosította Hazeldine és Kutlu modelljét, azonban bevezetett egy másik egyszerűsítést: A szerző 2 darab árkategória mellett vizsgálta az árdiszkrimináció hatását Cournot és Stackelberg duopólium mellett, továbbá a költségelőnyben lévő vállalat határköltségét nullának feltételezte ($c_1 = 0 < c_2$).

Cournot duopólium

A termék árai az alábbi formában adottak:

$$\begin{aligned}P^1 &= a - q_1^1 - q_2^1 \\P^2 &= a - q_1^1 - q_2^1 - q_1^2 - q_2^2\end{aligned}\tag{2.3.1}$$

Az első vállalat profitfüggvénye:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= (P^1)q_1^1 - (P^2)q_1^2 \\ \pi_1 &= (a - q_1^1 - q_2^1)q_1^1 + (a - q_1^1 - q_2^1 - q_1^2 - q_2^2)q_1^2\end{aligned}\tag{2.3.2}$$

A második vállalat profitfüggvénye:

$$\begin{aligned}\pi_2 &= (P^1 - c_2)q_2^1 - (P^2 - c_2)q_2^2 \\ \pi_2 &= (a - q_1^1 - q_2^1 - c_2)q_2^1 + (a - q_1^1 - q_2^1 - q_1^2 - q_2^2 - c_2)q_2^2\end{aligned}\tag{2.3.3}$$

⁸ Mukherjee [2010] tanulmánya alapján

A (2.3.2) és a (2.3.3) egyenleteket a megfelelő változók szerint deriválva megkapom az elsőrendű feltételeket:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1^1} = a - 2q_1^1 - q_2^1 - q_1^2 = 0 \quad (2.3.4)$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1^2} = a - q_1^1 - q_2^1 - 2q_1^2 - q_2^2 = 0 \quad (2.3.5)$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2^1} = a - q_1^1 - 2q_2^1 - q_2^2 - c_2 = 0 \quad (2.3.6)$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2^2} = a - q_1^1 - q_2^1 - q_1^2 - 2q_2^2 - c_2 = 0 \quad (2.3.7)$$

A (2.3.4) egyenletből kivonva a (2.3.5) egyenletet megkapom az első vállalat első árkategóriában kibocsátott mennyiségét a második kategóriában kibocsátott mennyiségek függvényében.

$$q_1^1 = q_1^2 + q_2^2 \quad (2.3.8)$$

Hasonlóan eljárva a második vállalat esetében:

$$q_2^1 = q_1^2 + q_2^2 \quad (2.3.9)$$

A (2.3.8) és a (2.3.9) egyenletekből látszik, hogy mindkettő vállalat ugyanazt a mennyiséget termeli az első árkategóriában, ami megegyezik a második csoportban a két vállalat által együttesen eladott mennyiséggel.

$$q^1 = q_1^1 = q_2^1 = q_1^2 + q_2^2 \quad (2.3.10)$$

A (2.3.10) egyenletet behelyettesítve az alábbi formára redukálódnak az elsőrendű feltételek:

$$a - 3q^1 - q_1^2 = 0 \quad (2.3.11)$$

$$a - 2q^1 - 2q_1^2 - q_2^2 = 0 \quad (2.3.12)$$

$$a - 3q^1 - q_2^2 - c_2 = 0 \quad (2.3.13)$$

$$a - 2q^1 - 2q_2^2 - q_1^2 - c_2 = 0 \quad (2.3.14)$$

A (2.3.11) egyenletből kivonva a (2.3.13) egyenletet azt kapom, hogy:

$$q_1^2 = q_2^2 + c_2$$

Ezt visszahelyettesítve a (2.3.12) egyenletbe az első kategóriában kibocsátott mennyiségekre azt kapom, hogy:

$$q^1 = \frac{a - 3q_2^2 - 2c_2}{2}$$

Végül ezt visszahelyettesítve a (2.3.13) egyenletbe az alábbi eredményeket kapom:

$$q_1^1 = q_2^1 = \frac{2a - c_2}{7}$$

$$q_1^2 = \frac{a + 3c_2}{7}$$

$$q_2^2 = \frac{a - 4c_2}{7} \quad (2.3.15)$$

A piaci árak:

$$P^1 = \frac{3a + 2c_2}{7} \text{ és } P^2 = \frac{a + 3c_2}{7} \quad (2.3.16)$$

$$P_{\text{átl}} = \frac{P^1(q_1^1 + q_2^1) + P^2(q_1^2 + q_2^2)}{q_1^1 + q_2^1 + q_1^2 + q_2^2} = \frac{a + c_2}{3} \quad (2.3.17)$$

1. Állítás: Cournot verseny mellett, az átlagos iparági ár ugyanaz árdiszkrimináció mellett, mint nélküle, függetlenül a vállalatok közötti költségkülönbségektől.⁹

⁹ Mukherjee [2010]

Stackelberg duopólium

Az inverz keresleti függvények megegyeznek az előbbi esetben használtakkal:

$$\begin{aligned}P^1 &= a - q_1^1 - q_2^1 \\P^2 &= a - q_1^1 - q_2^1 - q_1^2 - q_2^2\end{aligned}\quad (2.3.18)$$

A követő vállalat profitfüggvénye:

$$\begin{aligned}\pi_2 &= (P^1 - c_2)q_2^1 - (P^2 - c_2)q_2^2 \\ \pi_2 &= (a - q_1^1 - q_2^1 - c_2)q_2^1 + (a - q_1^1 - q_2^1 - q_1^2 - q_2^2 - c_2)q_2^2\end{aligned}\quad (2.3.19)$$

A (2.3.19) egyenletet a megfelelő változók szerint deriválva megkapom a követő vállalat elsőrendű feltételeit:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2^1} = a - q_1^1 - 2q_2^1 - q_2^2 - c_2 = 0 \quad (2.3.20)$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2^2} = a - q_1^1 - q_2^1 - q_1^2 - 2q_2^2 - c_2 = 0 \quad (2.3.21)$$

A (2.3.20) egyenletet kivonva a (2.3.21) egyenletből azt kapom, hogy:

$$q_2^1 = q_1^2 + q_2^2$$

Ezt visszahelyettesítve a (2.3.20) egyenletbe, megkapom a követő vállalat reakciófüggvényeit:

$$q_2^2 = \frac{a - c_2 - q_1^1 - 2q_1^2}{3} \quad (2.3.22)$$

$$q_2^1 = \frac{a - c_2 - q_1^1 + q_1^2}{3} \quad (2.3.23)$$

A reakciófüggvények képleteit behelyettesítve a vezető vállalat profitfüggvényébe:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= P^1 q_1^1 + P^2 q_1^2 = (a - q_1^1 - q_2^1)q_1^1 + (a - q_1^1 - q_2^1 - q_1^2 - q_2^2)q_1^2 \\ \pi_1 &= \left(a - q_1^1 - \frac{a - c_2 - q_1^1 + q_1^2}{3}\right)q_1^1 + \left(a - q_1^1 - \frac{a - c_2 - q_1^1 + q_1^2}{3} - q_1^2 - \frac{a - c_2 - q_1^1 - 2q_1^2}{3}\right)q_1^2\end{aligned}$$

$$(2.3.24)$$

A (2.3.24) egyenletet a megfelelő változók szerint deriválva megkapom a vezető vállalat elsőrendű feltételeit:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1^1} = 2a - 4q_1^1 - 2q_1^2 + c_2 = 0 \quad (2.3.25)$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1^2} = a - 2q_1^1 - 4q_1^2 + 2c_2 = 0 \quad (2.3.26)$$

A (2.3.25) egyenletből kivonva a (2.3.26) egyenletet azt kapom a vezető vállalat első árkategóriában kibocsátott mennyiségére, hogy:

$$q_1^1 = \frac{a-c_2}{2} + q_1^2 \quad (2.3.27)$$

Ezt visszahelyettesítve a (2.3.26) egyenletbe megkapom a vezető vállalat egyensúlyi kibocsátásait:

$$q_1^1 = \frac{a}{2} \quad (2.3.28)$$

$$q_1^2 = \frac{c_2}{2} \quad (2.3.29)$$

A vezető vállalat kibocsátásait visszahelyettesítve a követő vállalat reakció görbéibe megkapom a követő vállalat egyensúlyi kibocsátásait:

$$q_2^1 = \frac{a-c_2}{6} \quad (2.3.30)$$

$$q_2^2 = \frac{a-4c_2}{6} \quad (2.3.31)$$

2. Állítás: Ha $0 < c_2 < \frac{a}{4}$, akkor mindkettő vállalat pozitív mennyiséget kínál mindkettő fogyasztói csoportnak, tehát mindkettő vállalat diszkriminálja árait. Ebben az esetben mindkettő vállalat többet termel az egyes (magasabb értékelésű fogyasztókból álló) csoportnak, tehát $q_1^1 > q_1^2$ és $q_2^1 > q_2^2$. Továbbá Stackelberg verseny esetén a kibocsátással súlyozott átlagos iparági ár magasabb árdiszkrimináció mellett.¹⁰

¹⁰ Mukherjee [2010]

2.4 Árdiszkrimináció aszimmetrikus Cournot oligopólium esetén¹¹

Bakó és Kálec-Simon [2012] a szimmetrikus költségek feloldásával általánosították Hazeldine modelljét, úgy, hogy K darab árkategóriát feltételeztek. Ebben az esetben n darab, különböző határköltséggel rendelkező vállalat működik a piacon.

A termék ára a k -edik árkategóriában:

$$P = a - Q^k \quad (2.4.1)$$

ahol Q^k a vállalatok által együttesen eladott mennyiséget jelöli minden csoportban egytől k -ig.

Az i -edik vállalat profit függvénye a következőképpen alakul:

$$\pi_i = (P^1 - c_i)q_i^1 + (P^2 - c_i)q_i^2 + \dots + (P^K - c_i)q_i^K \quad (2.4.2)$$

Az i -edik vállalat profitmaximalizáló kibocsátásának elsőrendű feltétele a k -edik árkategóriában a következőképpen alakul (deriválva a (2.4.2) egyenletet q_i^k változó szerint):

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_i^k} = a - c_i - q_i^k - \sum_{j=1}^k Y_{-i}^j - \sum_{j=1}^K q_i^j = 0 \quad (2.4.3)$$

Hasonlóan elvégezve a fenti műveletet, megkapjuk az elsőrendű feltételt a $(k + 1)$ -edik árkategóriára is:

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_i^{k+1}} = a - c_i - q_i^{k+1} - \sum_{j=1}^{k+1} Y_{-i}^j - \sum_{j=1}^K q_i^j = 0 \quad (2.4.4)$$

A (2.4.3) egyenletből kivonva a (2.4.4) egyenletet a következőt kapom:

$$q_i^{k+1} - q_i^k + Y_{-i}^{k+1} = Y_{-i}^k - q_i^k = 0$$

¹¹ Bakó és Kálec-Simon [2013] tanulmánya alapján

Amelyet rendezve a következőt kapom:

$$q_i^k = Y^{k+1}$$

Mivel a fenti kifejezés minden $i = 1, 2, \dots, n$ esetén teljesül, a következő formában is felírható a kifejezés:

$$Y^k = nY^{k+1} \quad (2.4.5)$$

Azaz Hazeldine modelljéhez hasonlóan, aszimmetrikus költségek esetén is teljesül az alábbi összefüggés:

$$Y^k = n^{K-k} Y^K \quad (2.4.6)$$

1. Állítás: Aszimmetrikus Cournot oligopólium esetén, az egyes árkategóriákban eladott mennyiségek mértani sorozat szerint növekednek: az egy bizonyos áron eladott mennyiség n -szerese az azt megelőző, alacsonyabb áron eladott mennyiségnek, ahol n a piacon szereplő vállalatok száma.¹²

Az első ($k = 1$) árkategóriára felírva az i -edik vállalat profitmaximalizáló kibocsátásának elsőrendű feltételét:

$$a - c_i - Y^1 - \sum_{j=1}^K q_i^j = 0$$

A fenti kifejezés minden $i = 1, 2, \dots, n$ esetén teljesül, tehát i' esetén is, ahol $i \neq i'$.

$$a - c_i - Y^1 - \sum_{j=1}^K q_i^j = a - c_{i'} - Y^1 - \sum_{j=1}^K q_{i'}^j$$

amelyet egyszerűbb alakban felírva:

$$\sum_{j=1}^K q_i^j + c_i = \sum_{j=1}^K q_{i'}^j + c_{i'} \quad (2.4.7)$$

A (2.4.7) és a (2.4.3) egyenletek felhasználásával a következő kifejezés írható fel:

$$q_i^k + \sum_{j=1}^k Y_{-i}^j = q_{i'}^k + \sum_{j=1}^k Y_{-i'}^j \quad (2.4.8)$$

¹² Bakó és Kálcz-Simon [2012]

Mivel $\sum_{j=1}^k Y_i^j \equiv \sum_{j=1}^k Y_{i'}^j$ amely felírható $q_i^k + \sum_{j=1}^k Y_{-i}^j + \sum_{j=1}^{k-1} q_i^j = q_{i'}^k + \sum_{j=1}^k Y_{-i'}^j + \sum_{j=1}^{k-1} q_{i'}^j$ alakban, ezért teljesül a következő kifejezés is:

$$\sum_{j=1}^{k-1} q_i^j = \sum_{j=1}^{k-1} q_{i'}^j \quad (2.4.9)$$

A (2.4.9) egyenletből következik, hogy minden $i, i' = 1, 2, \dots, n$ esetén

$$q_i^k = q_{i'}^k \quad k = 1, 2, \dots, K-1 \quad (2.4.10)$$

A (2.4.7) és a (2.4.10) egyenletekből pedig:

$$q_i^K + c_i = q_{i'}^K + c_{i'} \quad (2.4.11)$$

2. Állítás

*A költség aszimmetria ellenére a vállalatok egyenlő mennyiséget termelnek minden kategóriába, kivétel az utolsót, ahol a kibocsátások közötti különbségek megegyeznek a vállalatok határköltségének különbségével.*¹³

Az utolsó csoportban kibocsátott mennyiség meghatározható a (2.4.3) egyenletből ($k = K$ esetén):

$$Y^K = \frac{(na - \sum_{i=1}^n c_i)(n-1)}{n^{K+1}-1} \quad (2.4.12)$$

A (2.4.11) egyenletből következik, hogy $Y^K + \sum_{i=1}^n c_i = n(q_i^K + c_i)$. Ezt felhasználva a (2.4.12) egyenletben megkapom az i -edik vállalat egyensúlyi kibocsátásait a k -adik csoportban:

$$q_i^k = \frac{(n^{K-k-1})(na - \sum_{i=1}^n c_i)(n-1)}{n^{K+1}-1} \quad k = 1, 2, \dots, K-1 \text{ esetén}$$

$$q_i^K = \frac{\frac{(na - \sum_{i=1}^n c_i)(n-1)}{n^{K+1}-1} + \sum_{i=1}^n c_i - nc_i}{n}$$

¹³ Bakó és Kálec-Simon [2012]

Az egyensúlyi értékek segítségével meghatározható az átlagos iparági ár, továbbá belátható, hogy:

$$P_{\text{átl}}^K = P_{\text{átl}}^{K+1}$$

3. Állítás

Aszimmetrikus költségekkel rendelkező Cournot oligopólium esetén a kibocsátással súlyozott átlagos ár nem függ az árdiszkrimináció mértékétől (vagyis a kibocsátással súlyozott átlagos ár megegyezik K és $K+1$ különböző ár esetében is)¹⁴

3. Árdiszkrimináció aszimmetrikus Stackelberg duopólium esetén

3.1 A modell levezetése

Tekintsünk egy olyan helyzetet, ahol egy vezető (L) és egy követő (F) vállalat alkot egy Stackelberg duopóliumot, amelyek homogén termékeket állítanak elő. Belépési korlátok nincsenek. Legyen c_L konstans határköltsége a vezető (L) és c_F a követő (F) vállalatnak, valamint legyen $a > c_F > c_L > 0$. Feltételezzük, hogy minden fogyasztó nullát vagy egyet vásárol a termékből, és a fogyasztás csupán a rezervációs ártól függ, így azok a fogyasztók, akiknek a rezervációsára magasabb a termék áránál, mind vásárolni fognak.

Árdiszkrimináció nélküli eset:

Először röviden ismertetem a Stackelberg verseny eredményeit árdiszkrimináció nélkül, aszimmetrikus költségekkel. Az inverz piaci keresleti függvény a következő formában adott:

$$P = a - q_L - q_F \tag{3.1.1}$$

¹⁴ Bakó és Kálcz-Simon [2012]

ahol q_L a vezető vállalat és q_F a követő vállalat által kibocsátott mennyiséget, P pedig az árat jelöli. Az egyes vállalatok profit feltételei ekkor a következőképpen alakulnak:

$$\pi_L^S = (a - q_L - q_F - c_L)q_L \quad (3.1.2)$$

$$\pi_F^S = (a - q_L - q_F - c_F)q_F \quad (3.1.3)$$

A Stackelberg modell dinamikájából adódóan először a követő vállalat reakciófüggvényét határozzuk meg. A (3.1.3) egyenletet q_F változó szerint deriválva és átrendezve megkapjuk a követő vállalat reakció függvényét:

$$q_F = \frac{a - c_F}{2} - \frac{q_L}{2} \quad (3.1.4)$$

A (3.1.4) egyenletet visszahelyettesítve a (3.1.2) egyenletbe, majd azt q_L változó szerint deriválva és átrendezve megkapjuk a vezető vállalat egyensúlyi kibocsátását:

$$q_L = \frac{a - 2c_L + c_F}{2} = \frac{a - c_L}{2} + \frac{c_F - c_L}{2} \quad (3.1.5)$$

Ha a kezdeti $a > c_F > c_L$ feltétel teljesül, a vezető kibocsátása minden esetben pozitív.

A vezető vállalat kibocsátását visszahelyettesítve a követő vállalat reakciófüggvényébe, megkapjuk a követő vállalat egyensúlyi kibocsátását is:

$$q_F = \frac{a - 3c_F + 2c_L}{4} = \frac{1}{2} \frac{a - c_F}{2} - \frac{c_F - c_L}{2} \quad (3.1.6)$$

Ahhoz, hogy a követő vállalat kibocsátása pozitív legyen a következő egyenlőtlenségnek kell teljesülnie:

$$\frac{a + 2c_L}{3} > c_F \quad (3.1.7)$$

Az egyensúlyi kibocsátásokat visszahelyettesítve az inverz keresleti függvénybe a piaci ár:

$$P = \frac{a + 2c_L + c_F}{4} \quad (3.1.8)$$

Árdiszkriminációval bővített eset:

Most pedig megvizsgálom azt az esetet, amikor a vállalatok harmadfokú árdiszkriminációt alkalmaznak, azaz különböző árakat szabnak meg a fogyasztók egyes csoportjaink, a fizetési hajlandóságuk alapján. A korábbi feltevéseken túl feltesszük, hogy a vállalatok ismerik a fogyasztók értékelését és képesek meggátolni a termék újra értékesítését. A vállalatok felosztják a fogyasztókat K darab különböző csoportra, azok rezervációs áraik szerint.

A termék ára a k -edik csoportban:

$$P^k = a - Q^k \quad (3.1.9)$$

ahol, $Q^k = \sum_{i=1}^k (q_L^i + q_F^i)$ a teljes eladott mennyiség minden csoportban egytől k -ig. Legyen $Q_L^j \equiv \sum_{i=1}^j q_L^i$, $Q_F^j \equiv \sum_{i=1}^j q_F^i$, $Q^j \equiv Q_L^j + Q_F^j$, $\alpha_1 \equiv a - c_L$, és $\alpha_2 \equiv a - c_F$.

Az általános modellhez hasonlóan először a követő vállalat döntési problémáját vezetem le:

A követő profitfüggvénye a következő:

$$\pi_F = (P^1 - c_F)q_F^1 + (P^2 - c_F)q_F^2 + \dots + (P^K - c_F)q_F^K$$

A megfelelő árakat és $\alpha_2 - t$ behelyettesítve, a profitfüggvény a következőképpen alakul:

$$\pi_F = (\alpha_2 - Q^1)q_F^1 + (\alpha_2 - Q^2)q_F^2 + \dots + (\alpha_2 - Q^K)q_F^K \quad (3.1.10)$$

A q_F^j , $j = 1, 2, \dots, K$ változó szerint deriválva a (3.1.10) egyenletet megkapom a követő vállalat profitmaximumának első rendű feltételét a j -edik csoportban.

$$\frac{\partial \pi_F}{\partial q_F^j} = \alpha_2 - Q_F^K - q_F^j - Q_L^j = \alpha_2 - (Q_L^j + Q_F^K + q_F^j) = 0 \quad (3.1.11)$$

A q_F^{j-1} , $j = 2, 3, \dots, K$ változó szerint deriválva a (3.1.10) egyenletet, felírom az első rendű feltételt a $(j-1)$ -edik árcsoportban is.

$$\frac{\partial \pi_F}{\partial q_F^{j-1}} = \alpha_2 - Q_F^K - q_F^{j-1} - Q_L^{j-1} = \alpha_2 - (Q_L^{j-1} + Q_F^K + q_F^{j-1}) = 0 \quad (3.1.12)$$

Ezután, a (3.1.11) egyenletből kivonom a (3.1.12) egyenletet:

$$\frac{\partial \pi_F}{\partial q_F^j} - \frac{\partial \pi_F}{\partial q_F^{j-1}} = -q_L^j - q_F^j + q_F^{j-1} = 0 \quad (3.1.13)$$

A (3.1.11) egyenletből levezethető a követő vállalat legjobb válasz függvénye (implicit módon megadva) az első árkategóriában, illetve a (3.1.13) egyenletből az összes többi csoportban.

$$q_F^1 = \alpha_2 - q_L^1 - Q_F^K$$

$$q_F^j = q_F^{j-1} - q_L^j \quad j = 2, 3, \dots, K \text{ esetén} \quad (3.1.14)$$

A (3.1.14) egyenletekből látszik, hogy a követő vállalat a második árkategóriától kezdve úgy választja meg a kibocsátását, hogy az éppen aktuális csoportban eladott teljes mennyiség (beleértve a vezető vállalat kibocsátását is) megegyezzen az eggyel korábbi kategóriában a követő vállalat által értékesített mennyiséggel.

A követő vállalat reakciófüggvényeit nem tudom csupán a vezető vállalat kibocsátásával kifejezni. A (3.1.14) egyenletekből tisztán látszik, hogy az első árkategóriában a követő kibocsátott mennyisége függ a vezető vállalat első árkategóriában kibocsátott mennyiségétől és a követő vállalat összes többi árcsoportban kibocsátott mennyiségétől. A többi csoportban a követő egyensúlyi mennyisége függ a vezető vállalat ugyanabban a kategóriában kibocsátott mennyiségétől és a követő vállalat előző csoportban értékesített mennyiségétől.

Ha ezeket a reakciófüggvényeket ebben a formában helyettesítem vissza a vezető vállalat profitfüggvényébe, akkor a profitmaximalizáló kibocsátás megkereséséhez egy többszörösen implicit függvény deriválását kellene elvégeznem.

Dolgozatomban egy másik módszert választok az egyensúlyi kibocsátások meghatározásához. A követő vállalat reakció görbéinek veszem az inverzeit, azaz a vezető vállalat egyensúlyi kibocsátásait (q_L^1 és q_L^j) fejezem ki a követő vállalat kibocsátásainak függvényében. Ezeket az inverz reakciófüggvényeket visszahelyettesítem a vezető vállalat profitfüggvényébe, így azt a követő vállalat kibocsátásainak függvényében kapom meg. Ezután, a vezető vállalat profitfüggvényét a

követő vállalat kibocsátásai szerint deriválva keresem meg az egyensúlyi kibocsátásokat.

Következő lépésben azt mutatom meg, hogy a fent bemutatott módszert használva nem követek el elvi hibát.

Matematikai kitérő

Hagyományos esetben a következő problémával állok szemben: Adott a vezető profitfüggvénye q_L és $q_F(q_L)$ szerint.

$$\pi_L(q_L, q_F(q_L))$$

Ezt a függvényt deriválom q_L (a vezető kibocsátása) szerint, és ahol a derivált értéke nullával egyenlő, ott található a profitfüggvény maximuma.

$$\frac{d\pi_L}{dq_L} = \frac{\partial \pi_L}{\partial q_L} + \frac{\partial \pi_L}{\partial q_F} \frac{dq_F}{dq_L} = 0 \quad (3.1.15)$$

Az új módszert alkalmazva a feladat a következőre módosul: Adott a vezető profitfüggvénye $q_L(q_F)$ és q_F szerint.

$$\pi_L(q_L(q_F), q_F)$$

Ezt a függvényt deriválom q_F (a követő kibocsátása) szerint, és ahol a derivált értéke nullával egyenlő, ott található a profitfüggvény maximuma.

$$\frac{d\pi_L}{dq_F} = \frac{\partial \pi_L}{\partial q_L} \frac{dq_L}{dq_F} + \frac{\partial \pi_L}{\partial q_F} = 0 \quad (3.1.16)$$

Azt kell megmutatnom, hogy a (3.1.15) és a (3.1.16) feltétel ekvivalens egymással. $q_F(q_L)$ és $q_L(q_F)$ egymás inverz függvényei, ezért $q_F(q_L(q_F)) \equiv q_F$ (tehát minden $q_F - re$ teljesül), ezért ennek az összetett függvénynek a teljes deriváltja egy¹⁵.

$$q_F(q_L(q_F))' = q_F'(q_L(q_F))q_L'(q_F) = 1$$

¹⁵ Az inverz függvény differenciálhatóságától szóló tétel hasonlóan bizonyítható be.

Az egyenlet minden oldalát osztva $q_F'(q_L(q_F))$ -el.

$$q_L'(q_F) = \frac{1}{q_F'(q_L(q_F))}$$

Azaz:

$$\frac{dq_L}{dq_F} = \frac{1}{\frac{dq_F}{dq_L}(q_L(q_F))} \quad (3.1.17)$$

Ha a két függvény deriválható, akkor a (3.1.17) egyenletből az következik, hogy $\frac{dq_L}{dq_F} \neq 0$ (azaz $\frac{dq_F}{dq_L} \neq 0$ is igaz). Ezért a (3.1.15) egyenlet minden oldalát eloszthatom (szorozhatom) $\frac{dq_F}{dq_L} \left(\frac{dq_L}{dq_F}\right)$ kifejezéssel.

$$\frac{d\pi_L}{dq_L} \frac{dq_L}{dq_F} = \frac{\partial \pi_L}{\partial q_L} \frac{dq_L}{dq_F} + \frac{\partial \pi_L}{\partial q_F} \frac{dq_F}{dq_L} \frac{dq_L}{dq_F} = 0 \frac{dq_L}{dq_F}$$

Elvégezve az egyszerűsítéseket a következőt kapom:

$$\frac{d\pi_L}{dq_F} = \frac{\partial \pi_L}{\partial q_L} \frac{dq_L}{dq_F} + \frac{\partial \pi_L}{\partial q_F} = 0$$

Amely pontosan a (3.1.16) feltételt adja. Mivel a (3.1.15) és (3.1.16) feltétel ekvivalens egymással, nem követek el hibát, ha nem a megszokott módszer segítségével kívánom meghatározni a profitmaximalizáló kibocsátást.

Az egyensúly meghatározása

Visszatérve a profitmaximalizáló kibocsátás meghatározásához, a (3.1.14) egyenletekből felírom a követő vállalat reakciógörbéinek az inverz függvényeit:

$$\begin{aligned} q_L^1 &= \alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K \\ q_L^j &= q_F^{j-1} - q_F^j \quad j = 2, 3, \dots, K \text{ esetén} \end{aligned} \quad (3.1.18)$$

Most megoldom a vezető vállalat profitmaximalizálási problémáját. A vezető profit függvénye a következő:

$$\pi_L = (P^1 - c_L)q_L^1 + (P^2 - c_L)q_L^2 + \dots + (P^K - c_L)q_L^K \quad (3.1.19)$$

Az inverz keresleti függvényeket és α_1 -et behelyettesítve a profitfüggvény a következőképpen alakul:

$$\pi_L = (\alpha_1 - Q^1)q_L^1 + (\alpha_1 - Q^2)q_L^2 + \dots + (\alpha_1 - Q^K)q_L^K$$

q_L^1 és q_L^j helyére behelyettesítve a (2.18) egyenleteket a következőt kapom:

$$\pi_L = (\alpha_1 - Q^1)(\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + (\alpha_1 - Q^2)(q_F^1 - q_F^2) + \dots + (\alpha_1 - Q^K)(q_F^{K-1} - q_F^K)$$

Q^j -t korábban definiáltam, $Q^j \equiv Q_L^j + Q_F^j$, ahol $Q_L^j \equiv \sum_{i=1}^j q_L^i$, és $Q_F^j \equiv \sum_{i=1}^j q_F^i$. Továbbá q_L^1 és q_L^j helyére behelyettesítve a (3.1.18) egyenleteket a profit függvény a következő formában írható fel:

$$\begin{aligned} \pi_L = & (\alpha_1 - ((\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + q_F^1))(\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + \\ & \left(\alpha_1 - ((\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + q_F^1 + Q_F^1) \right) (q_F^1 - q_F^2) + \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & \left(\alpha_1 - ((\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + q_F^1 + Q_F^{K-1}) \right) (q_F^{K-1} - q_F^K) \end{aligned}$$

A belső zárójeleket felbontva a profitfüggvény a következőképp alakul:

$$\begin{aligned} \pi_L = & (\alpha_1 - \alpha_2 + q_F^1 + Q_F^K - q_F^1)(\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + \\ & (\alpha_1 - \alpha_2 + q_F^1 + Q_F^K - q_F^1 - Q_F^1)(q_F^1 - q_F^2) + \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & (\alpha_1 - \alpha_2 + q_F^1 + Q_F^K - q_F^1 - Q_F^{K-1})(q_F^{K-1} - q_F^K) \end{aligned}$$

Korábban definiáltam α_1 -et és α_2 -t, ezek szerint $\alpha_1 - \alpha_2 = a - c_L - a + c_F = c_F - c_L$. Ezeket visszahelyettesítve a profitfüggvénybe:

$$\begin{aligned}\pi_L = & (\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K)(Q_F^K + c_F - c_L) + \\ & (q_F^1 - q_F^2)(Q_F^K + c_F - c_L - Q_F^1) + \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \\ & (q_F^{K-1} - q_F^K)(Q_F^K + c_F - c_L - Q_F^{K-1})\end{aligned}$$

Következő lépésként Q_F^K -t és $(c_F - c_L)$ -t kiemelem

$$\begin{aligned}\pi_L = & ((\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + (q_F^1 - q_F^2) + (q_F^2 - q_F^3) + \dots + (q_F^{K-1} - q_F^K))Q_F^K + \\ & ((\alpha_2 - q_F^1 - Q_F^K) + (q_F^1 - q_F^2) + (q_F^2 - q_F^3) + \dots + (q_F^{K-1} - q_F^K))(c_F - c_L) - \\ & ((q_F^1 - q_F^2)Q_F^1 + (q_F^2 - q_F^3)Q_F^2 + \dots + (q_F^{K-1} - q_F^K)Q_F^{K-1})\end{aligned}$$

A zárójelekben lévő kifejezés egyszerűbb alakra is hozható:

$$\begin{aligned}\pi_L = & (\alpha_2 - Q_F^K - q_F^K)Q_F^K + (\alpha_2 - Q_F^K - q_F^K)(c_F - c_L) \\ & - ((q_F^1 - q_F^2)Q_F^1 + (q_F^2 - q_F^3)Q_F^2 + \dots + (q_F^{K-1} - q_F^K)Q_F^{K-1})\end{aligned}$$

Végül a profitfüggvény az alábbi formában írható fel:

$$\pi_L = (\alpha_2 - Q_F^K)Q_F^K + (\alpha_2 - Q_F^K - q_F^K)(c_F - c_L) - \sum_{k=1}^K (q_F^k)^2 \quad (3.1.20)$$

A (3.1.20) egyenletből már tisztán látszik, hogy az utolsó, K -adik árkategóriában más lesz az elsőrendű feltétel. Ha a (3.1.20) egyenletet deriválom q_F^j változó szerint, megkapom a vezető vállalat profitmaximumának elsőrendű feltételeit:

A $j = 1, 2, \dots, K-1$ ($j \neq K$) árkategóriák esetén:

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^j} = \alpha_2 - 2(Q_F^K + q_F^j) - c_F + c_L = 0 \quad (3.1.21)$$

A $j = K$ árkategória esetén:

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^K} = \alpha_2 - 2(Q_F^K + q_F^K) - c_F + c_L - c_F + c_L = 0 \quad (3.1.22)$$

A (3.1.21) elsőrendű feltételt felírva q_F^{j-1} -re:

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^{j-1}} = \alpha_2 - 2(Q_F^K + q_F^{j-1}) - c_F + c_L = 0 \quad (3.1.23)$$

Ha a (3.1.21) egyenletből kivonom a (3.1.23) egyenletet azt kapom, hogy a követő vállalat j -edik árkategóriában meghatározott mennyisége éppen egyenlő az eggyel korábbi csoportban meghatározott mennyiséggel, az utolsó árkategóriát leszámítva ($j \neq K$):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^j} - \frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^{j-1}} &= -2q_F^j + 2q_F^{j-1} = 0 \\ q_F^j &= q_F^{j-1} \end{aligned} \quad (3.1.24)$$

Illetve a (3.1.21) egyenletből kivonva a (3.1.22) egyenletet azt kapom, hogy:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^j} - \frac{\partial \pi_L}{\partial q_F^K} &= -2q_F^j + 2q_F^K + c_F - c_L = 0 \\ q_F^K &= q_F^j - \frac{c_F - c_L}{2} \end{aligned} \quad (3.1.25)$$

A követő vállalat csoportonkénti kibocsátását összegezve megkapjuk a követő vállalat teljes kibocsátást. A (3.1.24) és a (3.1.25) egyenletekből látszik, hogy minden kategóriában azonos mennyiséget értékesít a vállalat, kivéve az utolsót. A teljes kibocsátás ezért a következőképpen írható fel:

$$Q_F^K = (K - 1)q_F^j + q_F^K$$

A (3.1.25) egyenletből az is látszik, hogy az utolsó csoportban értékesített mennyiség függ a többi kategóriában értékesített mennyiségtől. Ha a q_F^K -ra kapott (3.1.25) egyenletet behelyettesítem, majd q_F^j -t kiemelem, a követő vállalat teljes kibocsátása egyszerűbben is felírható:

$$Q_F^K = Kq_F^j - \frac{c_F - c_L}{2} \quad (3.1.26)$$

A (3.1.21) egyenletbe behelyettesítve a (3.1.26) egyenletet a következőt kapom:

$$a - c_F - 2 \left(K q_F^j - \frac{c_F - c_L}{2} \right) - 2 q_F^j - c_F + c_L = 0$$

Ezt egyszerűsítve és rendezve megkapom a követő vállalat optimális kibocsátását a j-edik árkategóriában:

$$q_F^j = \frac{1}{K+1} \frac{a - c_F}{2} \quad (3.1.27)$$

Ezt az eredményt visszahelyettesítve a korábban kapott (3.1.25) egyenletbe megkapom a követő vállalat optimális kibocsátását az utolsó, K-adik árkategóriában:

$$q_F^K = \frac{1}{K+1} \frac{a - c_F}{2} - \frac{c_F - c_L}{2} \quad (3.1.28)$$

Ismerve a követő vállalat egyensúlyi kibocsátását minden egyes csoportban, meghatározható a követő vállalat teljes kibocsátása is:

$$Q_F^K = \frac{K}{K+1} \frac{a - c_F}{2} - \frac{c_F - c_L}{2} \quad (3.1.29)$$

A (3.1.18) egyenletekbe visszahelyettesítve a most kapott egyensúlyi kibocsátásokat, megkapom a vezető vállalat optimális kibocsátását:

$$q_L^1 = \frac{a - c_L}{2} \quad (3.1.30)$$

A $j = 2, 3, \dots, K-1$ és $j \neq K$ árkategóriák esetén:

$$q_L^j = q_F^{j-1} - q_F^j = 0 \quad (3.1.31)$$

A $j = K$ árkategória esetén:

$$q_L^K = q_F^{K-1} - q_F^K = \frac{a - c_F}{2(K+1)} - \frac{a - c_F}{2(K+1)} + \frac{c_F - c_L}{2}$$

$$q_L^K = \frac{c_F - c_L}{2} \quad (3.1.32)$$

A vezető kibocsátásait összegezve megkapom a vállalat teljes kibocsátását:

$$Q_L^K = \frac{a - c_L}{2} + \frac{c_F - c_L}{2} \quad (3.1.33)$$

A j -edik árkategóriában a teljes, iparági kibocsátás a következőképpen írható fel:

$$Q^j = \frac{a-c_L}{2} + \frac{j}{K+1} \frac{a-c_F}{2} \quad (3.1.34)$$

A piaci árak pedig:

$$p^j = a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{j}{K+1} \frac{a-c_F}{2} \quad (3.1.35)$$

3.2 Eredmények

Az egyensúlyi kibocsátások és a piaci árak még egyszer egy helyen:

$$q_L^1 = \frac{a-c_L}{2}$$

$$q_L^j = 0 \quad j = 2, 3, \dots, K-1$$

$$q_L^K = \frac{c_F-c_L}{2}$$

$$Q_L^K = \frac{a-c_L}{2} + \frac{c_F-c_L}{2}$$

$$q_F^j = \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} \quad j = 1, 2, \dots, K-1$$

$$q_F^K = \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{c_F-c_L}{2}$$

$$Q_F^K = \frac{K}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{c_F-c_L}{2}$$

$$p^j = a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{j}{K+1} \frac{a-c_F}{2} \quad (3.2.1)$$

1. Állítás: A vezető vállalat csak az első (legmagasabb) és az utolsó (legalacsonyabb) árkategóriába termel.

Az 1. állítás szemben áll Kutlu [2009] eredményével, amely azt mutatja meg, hogy a vezető vállalat csak a legmagasabb értékelésű fogyasztóknak termel. Aszimmetrikus költségek mellett tehát nem igaz, hogy a vezető vállalat nem alkalmaz árdiszkriminációt.

Az 1. állítás azonban Mukherjee [2010] eredményével sem ekvivalens. Mukherjee [2010] megmutatta $K = 2$ árkategória esetén, hogy aszimmetrikus költségek mellett a vezető vállalat is alkalmaz árdiszkriminációt, hiszen mindkettő árkategóriába termel outputot. Az erre vonatkozó eredmény K darab árkategória esetén azonban láthatóan árnyaltabb: A vezető vállalat valóban nem csak az első (legmagasabb) árkategóriába termel, azonban nem végez teljes mértékű árdiszkriminációt, hiszen az elsőn kívül csak az utolsó (legalacsonyabb) árkategóriába kínálja a termékéből, a többi köztes csoportba nem.

A vezető vállalat első árkategóriába termelt mennyisége megegyezik azzal a kibocsátási szinttel, amelyet akkor kínál, ha szimmetrikus költségviszonyok vannak a modellben. Ha a vezető vállalat egyedül működne a piacon (monopolistaként) és nem alkalmazna árdiszkriminációt, akkor azt a mennyiséget termelné, amit jelen esetben termel az első árkategóriában: $\frac{a-c_L}{2}$. A vezető vállalat a költségelőnyéből származó többlet kibocsátását a K -adik, utolsó árkategóriában értékesíti. Ezen kívül az iparági kibocsátása megegyezik az árdiszkrimináció nélküli esetben termelt mennyiséggel.

Az egyensúlyi kibocsátásokat ismerve felvetődik egy fontos kérdés: A vezető vállalat, amely elsőként dönt a kibocsátásáról, a költségaszimmetriából adódó előnyét miért az utolsó (legalacsonyabb) árkategóriában érvényesíti? A kérdésre a válasz a követő vállalat reakció függvényéből olvasható ki. Mivel a vállalatok informáltságát illetően nem éltem feltevessel, azt a legegyszerűbb esetet vizsgáltam, amikor a vállalatok tökéletesen ismerik a másik vállalat technológiáját, költségfüggvényét. A vezető vállalat tehát ismeri a követő reakció függvényét, így azt figyelembe veszi, amikor meghozza a döntését a profitmaximalizáló kibocsátásáról. A folyamat rendkívül hasonlít Kutlu [2009] tanulmányában megfogalmazotthoz, ahol szimmetrikus költségviszonyok vannak: A vezető vállalat az első (legmagasabb) árkategóriába a monopolista kibocsátást határozza meg és hagyja a követőt diszkriminálni árait. A többi árkategóriába nem termel a vezető, hiszen ismeri a követő vállalat reakcióját. A (3.1.14) egyenletekből, azaz a követő vállalat reakciófüggvényeiből látszik, hogy ha a vezető vállalat kiterjeszti eladásait a többi árkategóriára, akkor a követőt ezzel arra készteti, hogy növelje kibocsátását az első árkategóriában. Ennek tudatában a vezető vállalat csak az első csoportba termel. Kutlu [2009] tanulmányában ezt a folyamatot írta le, szimmetrikus költségviszonyok mellett. Dolgozatomban azonban aszimmetrikus

költségekkel rendelkeznek a vállalatok, pontosabban a vezető vállalat költségelőnyben van a követővel szemben. Ez a költségelőny arra készteti a vezető vállalatot, hogy többet termeljen, mint szimmetrikus esetben. A vezető vállalat a költségelőnyéből adódó többletkibocsátását ($\frac{c_F - c_L}{2}$) az utolsó árkategóriában értékesíti, hiszen ez hat a legkevésbé az első árkategóriára. Ha a vezető vállalat az utolsó előtti kategóriában értékesítené a többlet kibocsátását, akkor a követő vállalat a reakciógörbéje szerint az utolsó két árkategóriában $q_F^{K-1} = q_F^K = \frac{1}{K+1} \frac{a - c_F}{2} - \frac{c_F - c_L}{2}$ mennyiséget termelne. Ezáltal a követő teljes kibocsátása csökkenne, ami arra ösztönözné a követőt, hogy növelje kibocsátást az első csoportban. Mivel a vezető számára fontosabb az első kategóriában elért nyereség, ezt a többlet kibocsátást a legkevésbé fontos csoportban értékesíti.

2. Állítás: A követő vállalat egyenletesen terjeszti ki a kibocsátását az első $(K - 1)$ árkategóriába, az utolsó, legalacsonyabb értékelésű fogyasztókkal rendelkező csoportba azonban más mennyiséget kínál.

A 2. állítás szemben áll Kutlu [2009] eredményével, amely azt mutatja meg, hogy a követő egyenlő mennyiséget értékesít minden árkategóriában. A költség aszimmetria azt okozza, hogy a követő vállalat (amelyik költséghátrányban van) az utolsó csoportba kevesebb mennyiséget kínál. Az utolsó árkategóriában a vezető többlet kibocsátása (a szimmetrikus esethez képest, ahol ez a mennyiség nullával egyenlő) éppen megegyezik azzal a mennyiséggel, amellyel a követő kevesebbet kínál ennek a fogyasztói csoportnak. A költség aszimmetriából adódó különbségek tehát, az utolsó árkategóriában jelentkeznek.

A vezető vállalat az első és az utolsó árkategóriába pozitív outputot termel, ha a kezdeti $a > c_F > c_L$ feltétel teljesül, míg a köztes árkategóriákba nem termel. A vezető teljes kibocsátása megegyezik az árdiszkrimináció nélküli esetben termelt mennyiséggel.

Ahhoz, hogy a követő vállalat a K -adik árkategóriában is pozitív mennyiséget termeljen, az alábbi egyenlőtlenségnek kell teljesülnie:

$$\frac{1}{K+1} \frac{a - c_F}{2} > \frac{c_F - c_L}{2}$$

Ezt átrendezve a következő egyenlőtlenséget kapom:

$$c_F < \frac{a+(K+1)c_L}{K+2} \quad (3.2.2)$$

Ha $0 < c_F < \frac{a+(K+1)c_L}{K+2}$, a követő vállalat minden árkategóriába pozitív mennyiséget kínál, ezen túl ebben az esetben a követő vállalat teljes kibocsátása nagyobb, mint az árdiszkrimináció nélküli esetben.

Ha $\frac{a+(K+1)c_L}{K+2} < c_F < \frac{a+2c_L}{3}$, a követő vállalat az utolsó árkategóriába nem termel pozitív mennyiséget, csak az első (K-1) csoportba.

Ha $c_F > \frac{a+2c_L}{3}$, a követő vállalat csak az első (K - 1) árkategóriába termel, az utolsóba nem, míg az árdiszkrimináció nélküli esetben a követő egyáltalán nem termel.

Következő lépésben azt mutatom meg, hogyan alakulnak az egyensúlyi kibocsátások és árak, ha K helyett K + 1 különböző fogyasztói csoport van.

$$q_L^1 = \frac{a-c_L}{2}$$

$$q_L^j = 0 \quad j = 2, 3, \dots, K$$

$$q_L^{K+1} = \frac{c_F - c_L}{2}$$

$$Q_L^{K+1} = \frac{a-c_L}{2} + \frac{c_F - c_L}{2}$$

$$q_F^j = \frac{1}{K+2} \frac{a-c_F}{2} \quad j = 1, 2, \dots, K$$

$$q_F^{K+1} = \frac{1}{K+2} \frac{a-c_F}{2} - \frac{c_F - c_L}{2}$$

$$Q_F^{K+1} = \frac{K+1}{K+2} \frac{a-c_F}{2} - \frac{c_F - c_L}{2}$$

$$p^j = a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{j}{K+2} \frac{a-c_F}{2} \quad (3.2.3)$$

Egy újabb árkategória bevezetésének hatására a vezető vállalat egyensúlyi kibocsátásai változatlanok maradnak, így a teljes kibocsátása sem változik. A követő vállalat az egyes csoportok számára kisebb mennyiséget értékesít egy újabb kategória

bevezetésének hatására, ugyanakkor a teljes kibocsátása növekszik. Ehhez elegendő annyit belátni, hogy $\frac{K+1}{K+2} > \frac{K}{K+1}$ azaz $(K+1)^2 > K(K+2)$. Ez az egyenlőtlenség minden $K > 1$ esetén teljesül, tehát igaz, hogy a követő iparági kibocsátása növekszik minden egyes újabb árkategória bevezetésének hatására. Mivel a vezető iparági kibocsátása változatlan marad, a követőé pedig növekszik, az is elmondható, hogy a kettő vállalat által együtt termelt mennyiség is növekszik.

Az újabb kategóriák bevezetésének hatására az egyes fogyasztói csoportok számára meghatározott ár is emelkedik. Ha K értéke tart a végtelenbe, az első csoportban alkalmazott ár tart a monopolista árhoz $\left(\frac{a+c_L}{2}\right)$, az utolsó csoportban alkalmazott ár pedig tart a határkölségek átlagához $\left(\frac{c_L+c_F}{2}\right)$, ez az eredmény egyébként kísértetiesen hasonlít a versenyzői árhoz, ami a határkölséggel egyenlő.

3.3 Jóléti elemzés

Ebben a részben azt vizsgálom meg, hogyan alakulnak a vállalati profitok, a fogyasztói többlet és a teljes jólét az árdiszkriminációval bővített modellben. Elsőként megmutatom az általános modell eredményeit, ez után az árdiszkriminációval bővített modell eredményeit, majd összehasonlítom azokat. Végül azt is megvizsgálom, mi történik akkor, ha az árkategóriák számát növelem. A jóléti elemzés során csak azzal az esettel foglalkozom, amikor $c_L < c_F < \frac{a+(K+1)c_L}{K+2}$, azaz a követő vállalat minden árkategóriába pozitív mennyiséget kínál és a teljes iparági kibocsátás meghaladja az árdiszkrimináció nélküli esetben kibocsátott mennyiséget.

3.3.1 Profitok

Elsőként a termelői többletre gyakorolt hatást vizsgálom meg. Ezen belül is a vezető vállalat nyereségének a vizsgálatával kezdem, majd ezután következik a követő vállalaté.

A számolások során, olyan összevonásokat fogok használni, amelyek azt követelik meg, hogy a piaci árat ne az összevont alakban (3.1.35) adjam meg. A számolás során mindvégig az inverz keresleti függvényt fogom használni, amikor az

egyensúlyi árra lesz szükségem, azonban ez nem okoz módszertani hibát, hiszen azok ekvivalensek egymással.

Vezető vállalat profitja

Árdiszkrimináció nélküli eset:

$$\pi_L^S = (P - c_L)q_L = \left(a - \frac{a+c_F-2c_L}{2} - \frac{a+2c_L-3c_F}{4} - c_L\right)q_L$$

$$\pi_L^S = \frac{(a+c_F-2c_L)^2}{8}$$

amelyet az összehasonlíthatóság kedvéért átrendezve a következőt kapom:

$$\pi_L^S = \frac{(a-c_L)^2 + (c_F-c_L)^2}{4} - \frac{1}{2} \frac{(a-c_F)^2}{4} \quad (3.3.1.1)$$

Árdiszkriminációval bővített eset:

$$\begin{aligned} \pi_L^{PD} &= (P^1 - c_L)q_L^1 + (P^K - c_L)q_L^K \\ &= (a - q_L^1 - q_F^1 - c_L)q_L^1 + (a - q_L^K - q_F^K - c_L)q_L^K \end{aligned}$$

Behelyettesítem a korábban kapott egyensúlyi kibocsátásokat:

$$\begin{aligned} \pi_L^{PD} &= \left(a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - c_L\right) \frac{a-c_L}{2} \\ &+ \left(a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{c_F-c_L}{2} - \frac{K}{K+1} \frac{a-c_F}{2} + \frac{c_F-c_L}{2} - c_L\right) \frac{c_F-c_L}{2} \end{aligned}$$

Mivel $a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{c_F-c_L}{2} + \frac{c_F-c_L}{2} - c_L = \frac{2a-a+c_L-c_F+c_L+c_F-c_L-2c_L}{2} = \frac{a-c_F}{2} + \frac{c_F-c_L}{2}$ és $\frac{a-c_F}{2}$ -t megszorozhatom $\frac{K+1}{K+1}$ -gyel a profit függvény a következő alakban is felírható:

$$\pi_L^{PD} = \left(\frac{a-c_L}{2} - \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right) \frac{a-c_L}{2} + \left(\frac{K+1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{K}{K+1} \frac{a-c_F}{2} + \frac{c_F-c_L}{2}\right) \frac{c_F-c_L}{2}$$

A zárójel felbontását követően azt kapom, hogy:

$$\pi_L^{PD} = \frac{(a-c_L)^2}{4} - \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{4(K+1)} + \frac{(a-c_F)(c_F-c_L)}{4(K+1)} + \frac{(c_F-c_L)(c_F-c_L)}{4}$$

Következő lépésben összevonom azokat a törteket, amelyeknek közös a nevezője. Mivel $-\frac{(a-c_L)(a-c_F)}{4(K+1)} + \frac{(a-c_F)(c_F-c_L)}{4(K+1)} = -\frac{(a-c_L)(a-c_F)}{4(K+1)} - \frac{(a-c_F)(c_L-c_F)}{4(K+1)} = -\frac{(a-c_F)(a-c_L+c_L-c_F)}{4(K+1)}$, ezért a profit függvény végleges formája:

$$\pi_L^{PD} = \frac{(a-c_L)^2 + (c_F-c_L)^2}{4} - \frac{1}{K+1} \frac{(a-c_F)^2}{4} \quad (3.3.1.2)$$

A profitok összehasonlítása:

$$\pi_L^{PD} > \pi_L^S$$

$$\frac{(a-c_L)^2 + (c_F-c_L)^2}{4} - \frac{1}{K+1} \frac{(a-c_F)^2}{4} > \frac{(a-c_L)^2 + (c_F-c_L)^2}{4} - \frac{1}{2} \frac{(a-c_F)^2}{4} \quad (3.3.1.3)$$

A vezető vállalat profitja árdiszkriminációval bővített esetben nagyobb, mint az általános modellben. Ha az árkategóriák számát növeljük, a vezető profitja növekszik. Ezen felül, ha K tart a végtelenbe, a vezető vállalat profitja tart a következő kifejezéshez: $\frac{(a-c_L)^2 + (c_F-c_L)^2}{4}$. Szimmetrikus költségek ($c = c_L = c_F$) esetén ez a határérték a monopolista profitot jelentené: $\frac{(a-c)^2}{4}$. Aszimmetrikus költségek esetén ez a határérték meghaladja a monopolista profitot, sőt a vezető vállalat költségelőnyének növekedésével egyre nagyobb mértékben haladja meg azt.

Követő vállalat profitja

Árdiszkrimináció nélküli eset:

$$\pi_F^S = (P - c_F)q_F = \left(a - \frac{a+c_F-2c_L}{2} - \frac{a+2c_L-3c_F}{4} - c_F\right)q_F$$

$$\pi_F^S = \frac{(a+2c_L-3c_F)^2}{16}$$

amelyet az összehasonlíthatóság kedvéért átrendezve a következőt kapom:

$$\pi_F^S = \frac{(a+c_L-2c_F)^2 + (c_F-c_L)^2}{8} - \frac{1}{2} \frac{(a-c_F)^2}{8} \quad (3.3.1.4)$$

Árdiszkriminációval bővített eset:

$$\begin{aligned}\pi_F &= (P^1 - c_F)q_F^1 + (P^2 - c_F)q_F^2 + \dots + (P^K - c_F)q_F^K = \\ &= (a - q_L^1 - q_F^j - c_F)q_F^j + (a - q_L^1 - 2q_F^j - c_F)q_F^j + \dots + (a - q_L^1 - \\ &(K-1)q_F^j - c_F)q_F^j + \left(a - q_L^1 - q_L^K - Kq_F^j + \frac{c_F - c_L}{2} - c_F\right)(q_F^j - \frac{c_F - c_L}{2})\end{aligned}$$

Kiemelem q_F^j -t, illetve felhasználok a következőt: $-q_F^j - 2q_F^j - 3q_F^j - \dots - Kq_F^j = -\frac{K(K+1)}{2}q_F^j$, ekkor a következőt kapom:

$$\begin{aligned}\pi_F &= \left[Ka - Kc_F - Kq_L^1 - \frac{K(K+1)}{2}q_F^j + \frac{c_F - c_L}{2} - q_L^K\right]q_F^j \\ &- \left[a - q_L^1 - q_L^K - Kq_F^j + \frac{c_F - c_L}{2} - c_F\right]\frac{c_F - c_L}{2}\end{aligned}$$

Behelyettesítem a korábban kapott egyensúlyi kibocsátásokat:

$$\begin{aligned}\pi_F &= \left[K(a - c_F) - K\frac{a - c_L}{2} - \frac{K(K+1)}{2}\frac{a - c_F}{2(K+1)} + \frac{c_F - c_L}{2} - \frac{c_F - c_L}{2}\right]\frac{a - c_F}{2(K+1)} \\ &- \left[a - c_F - \frac{a - c_L}{2} - K\frac{a - c_F}{2(K+1)} + \frac{c_F - c_L}{2} - \frac{c_F - c_L}{2}\right]\frac{c_F - c_L}{2}\end{aligned}$$

Egyszerűsítek $(K+1)$ -gyel ahol lehet, illetve közös nevezőre hozom a törtet. A második zárójelben $(a - c_F)$ -et megszorozom $\frac{2(K+1)}{2(K+1)}$ -tel:

$$\begin{aligned}\pi_F &= \left(\frac{4K}{2}\frac{a - c_F}{2} - \frac{2K}{2}\frac{a - c_L}{2} - \frac{K}{2}\frac{a - c_F}{2}\right)\frac{a - c_F}{2(K+1)} \\ &- \left(2(K+1)\frac{a - c_F}{2(K+1)} - K\frac{a - c_F}{2(K+1)} - \frac{a - c_L}{2}\right)\frac{c_F - c_L}{2}\end{aligned}$$

Összevonom a zárójelben lévő kifejezéseket. Az első zárójelben elvégzett összevonás triviális azonban a második zárójelben elvégzett művelet magyarázatra szorul: $2(K+1)\frac{a - c_F}{2(K+1)} - K\frac{a - c_F}{2(K+1)} - \frac{a - c_L}{2} = (K+1)\frac{a - c_F}{2(K+1)} + \frac{a - c_F}{2(K+1)} - \frac{a - c_L}{2}$, ebben a kifejezésben már lehet egyszerűsíteni $(K+1)$ -gyel, majd $\frac{a - c_F}{2} - \frac{a - c_L}{2}$ összevonható. Ezek után a profit függvény a következőképpen írható fel:

$$\pi_F = \left(3K\frac{a - c_F}{4} - 2K\frac{a - c_L}{4}\right)\frac{a - c_F}{2(K+1)} - \left(\frac{a - c_F}{2(K+1)} - \frac{c_F - c_L}{2}\right)\frac{c_F - c_L}{2}$$

Miután elvégzem a zárójelek felbontását a törtet kiegészítem olyan formára, hogy ahol lehet, ott szorzattá alakíthassam (erre azért van szükség, hogy össze lehessen hasonlítani az általános modellben kapott eredménnyel):

$$\begin{aligned}\pi_F &= 3K \frac{(a-c_F)^2}{8(K+1)} - 2K \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8(K+1)} - \frac{2(a-c_F)(c_F-c_L)}{8(K+1)} + \frac{2(K+1)(c_F-c_L)^2}{8(K+1)} = \\ &= \frac{Ka^2 + 2Kc_L^2 + 5Kc_F^2 + 2c_L^2 + 4c_F^2 + 2Kac_L - 4Kac_F - 6Kc_Lc_F + 2ac_L - 2ac_F - 6c_Lc_F + a^2 - a^2 - 2ac_F + 2ac_F}{8(K+1)}\end{aligned}$$

Ahol lehet, ott szorzattá alakítom a kifejezést:

$$\pi_F = \frac{(K+1)(a+c_L-2c_F)^2 + (K+1)(c_F-c_L)^2 - (a-c_F)^2}{8(K+1)}$$

Ahol lehet, egyszerűsítek $(K+1)$ -gyel, végül a profit függvény végleges formája a következő:

$$\pi_F^{PD} = \frac{(a+c_L-2c_F)^2 + (c_F-c_L)^2}{8} - \frac{1}{K+1} \frac{(a-c_F)^2}{8} \quad (3.3.1.5)$$

A profitok összehasonlítása:

$$\pi_F^{PD} > \pi_F^S$$

$$\frac{(a+c_L-2c_F)^2 + (c_F-c_L)^2}{8} - \frac{1}{K+1} \frac{(a-c_F)^2}{8} > \frac{(a+c_L-2c_F)^2 + (c_F-c_L)^2}{8} - \frac{1}{2} \frac{(a-c_F)^2}{8} \quad (3.3.1.6)$$

A követő vállalat profitja árdiszkriminációval bővített esetben nagyobb, mint az általános modellben. Ha az árkategóriák számát növeljük, a követő profitja növekszik.

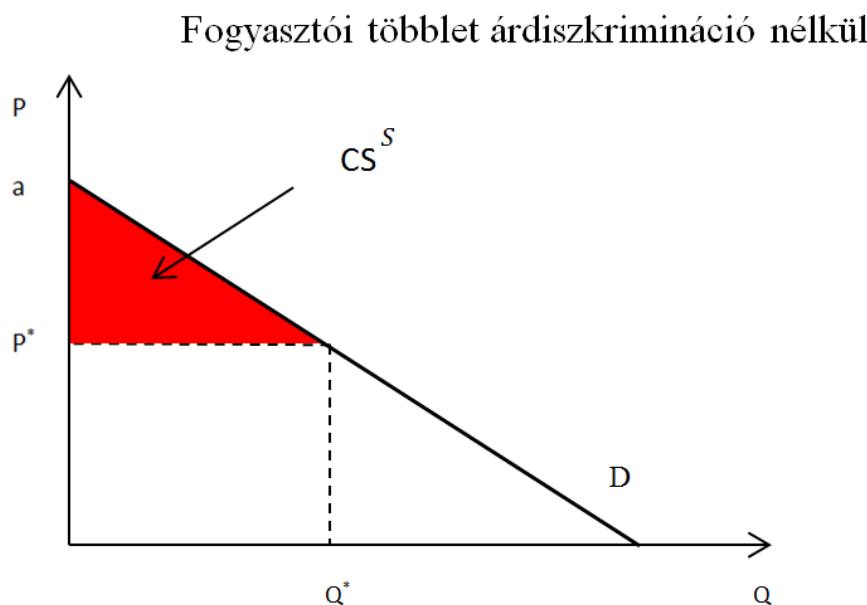
Mindkettő vállalat esetében növekszik a profit, ha növeljük az árkategóriák számát. Ez a hatás a követő vállalat esetében nem meglepő, hiszen ahogy növeljük az árkategóriák számát, úgy növekszik a vállalat kibocsátása: $Q_F^K = \frac{K}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{c_F-c_L}{2}$. A vezető vállalat kibocsátott mennyisége ugyanakkor független az árkategóriák számától: $Q_L^K = \frac{a-c_L}{2} + \frac{c_F-c_L}{2}$. A profitnövekedés oka az, hogy az első (legmagasabb értékelésű) fogyasztói csoportban érvényes ár növekszik, ha az árkategóriák számát növeljük: $P^1 = a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2}$.

3.3.2 Fogyasztói többlet

A fogyasztói többlet (Consumer Surplus=CS) a vevők rezervációs árának és a jószág tényleges árának a különbségéből adódik.

Árdiszkrimináció nélküli eset:

Az alábbi ábra (1. ábra) szemlélteti a fogyasztói többlet alakulását az árdiszkrimináció nélküli, általános esetben.



1. ábra: Fogyasztói többlet árdiszkrimináció nélkül

Forrás: saját szerkesztés

A fogyasztói többlet az alábbiak szerint alakul az általános esetben:

$$CS^S = \frac{(a-P)Q}{2} = \frac{\left(a - \frac{a+2c_L+c_F}{4}\right)\left(\frac{3a-c_F-2c_L}{4}\right)}{2} =$$

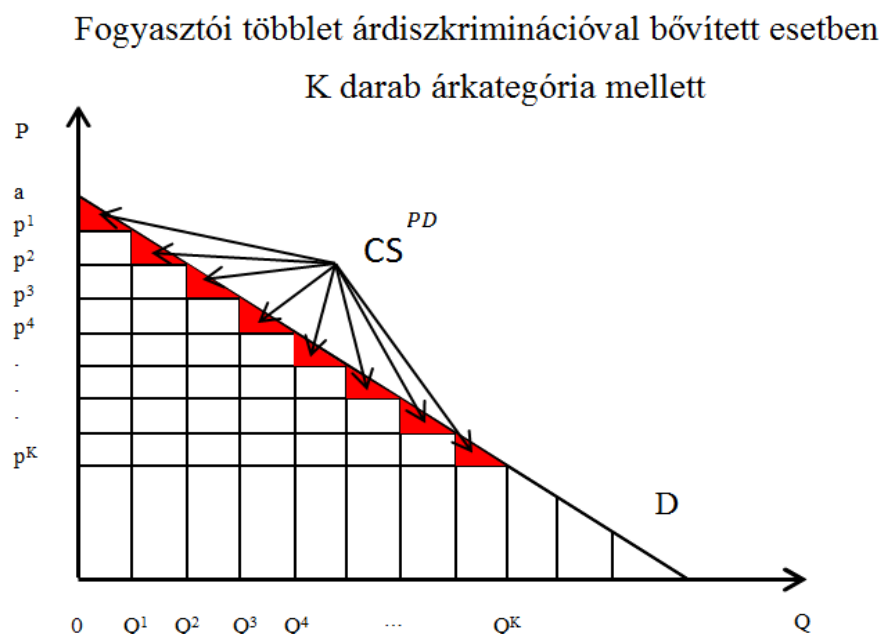
$$= \frac{(3a-c_F-2c_L)^2}{32}$$

amelyet az összehasonlíthatóság kedvéért átrendezve a következőt kapom:

$$CS^S = \frac{(a-c_L)^2}{8} + \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} + \frac{1}{4} \frac{(a-c_F)^2}{8} \quad (3.3.2.1)$$

Árdiszkriminációval bővített eset:

Az alábbi ábra (2. ábra) szemlélteti a fogyasztó többlet alakulását az árdiszkriminációval bővített esetben.



2. ábra: Fogyasztói többlet árdiszkriminációval

Forrás: saját szerkesztés

A fogyasztói többlet az alábbiak szerint alakul az árdiszkriminációval bővített esetben:

$$\begin{aligned}
 CS^{PD} &= \frac{(a-p^1)Q^1}{2} & (3.3.2.2) \\
 &+ \frac{(p^1-p^2)(Q^2-Q^1)}{2} \\
 &+ \frac{(p^2-p^3)(Q^3-Q^2)}{2} \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &+ \frac{(p^{(K-1)}-p^K)(Q^K-Q^{(K-1)})}{2}
 \end{aligned}$$

A korábban kiszámolt eredményeket behelyettesítve a (3.3.2.2) egyenletbe a kifejezés a következőképpen alakul:

$$\begin{aligned}
CS^{PD} = & \frac{\left(a - a + \frac{a-c_L}{2} + \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right) \left(\frac{a-c_L}{2} + \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right)}{2} \\
& + \frac{\left(a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - a + \frac{a-c_L}{2} + \frac{2}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right) \left(\frac{a-c_L}{2} + \frac{2}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{a-c_L}{2} - \frac{1}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right)}{2} \\
& + \frac{\left(a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{2}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - a + \frac{a-c_L}{2} + \frac{3}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right) \left(\frac{a-c_L}{2} + \frac{3}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{a-c_L}{2} - \frac{2}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right)}{2} \\
& \cdot \\
& \cdot \\
& \cdot \\
& + \frac{\left(a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{K-2}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - a + \frac{a-c_L}{2} + \frac{K-1}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right) \left(\frac{a-c_L}{2} + \frac{K-1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{a-c_L}{2} - \frac{K-2}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right)}{2} \\
& + \frac{\left(a - \frac{a-c_L}{2} - \frac{K-1}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - a + \frac{a-c_L}{2} + \frac{K}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right) \left(\frac{a-c_L}{2} + \frac{K}{K+1} \frac{a-c_F}{2} - \frac{a-c_L}{2} - \frac{K-1}{K+1} \frac{a-c_F}{2}\right)}{2}
\end{aligned}$$

Amelyből az összevonások után azt kapom, hogy:

$$CS^{PD} = \frac{(a-c_L)^2}{8} + \frac{2}{(K+1)} \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} + \frac{K}{(K+1)^2} \frac{(a-c_F)^2}{8} \quad (3.3.2.3)$$

A fogyasztói többletek összehasonlítása:

$$CS^{PD} < CS^S$$

$$\frac{(a-c_L)^2}{8} + \frac{2}{(K+1)} \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} + \frac{K}{(K+1)^2} \frac{(a-c_F)^2}{8} < \frac{(a-c_L)^2}{8} + \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} + \frac{1}{4} \frac{(a-c_F)^2}{8} \quad (3.3.2.4)$$

A fogyasztói többlet árdiszkriminációval bővített esetben alacsonyabb, mint az általános modellben. Az árkategóriák számának növelésével a fogyasztói többlet egyre kisebb. Ez az eredmény egyáltalán nem meglepő, hiszen az árdiszkriminációnak pontosan az a célja, hogy a fogyasztói többletet profittá alakítsa.

3.3.3 Teljes jóléti többlet

A társadalmi többlet, vagy teljes jólét (Total Welfare=TW) a vállalatok profitjainak és a fogyasztói többletnek az összege.

Árdiszkrimináció nélküli eset:

$$\begin{aligned} TW^S &= \pi_L^S + \pi_F^S + CS^S \\ &= \frac{3(a-c_L)^2 + 3(c_F-c_L)^2 + (a+c_L-2c_F)^2}{8} + \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} - \frac{5}{4} \frac{(a-c_F)^2}{8} \end{aligned} \quad (3.3.3.1)$$

Árdiszkriminációval bővített eset:

$$\begin{aligned} TW^{PD} &= \pi_L^{PD} + \pi_F^{PD} + CS^{PD} \\ &= \frac{3(a-c_L)^2 + 3(c_F-c_L)^2 + (a+c_L-2c_F)^2}{8} + \frac{2}{K+1} \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} - \frac{2K+3}{(K+1)^2} \frac{(a-c_F)^2}{8} \end{aligned} \quad (3.3.3.2)$$

A teljes jólét összehasonlítása:

$$TW^{PD} > TW^S$$

Ahhoz, hogy megmutassam a teljes jólét magasabb az árdiszkriminációval bővített modellben elegendő, ha bizonyítom a következő egyenlőtlenséget:

$$\frac{2}{K+1} \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} - \frac{2K+3}{(K+1)^2} \frac{(a-c_F)^2}{8} > \frac{(a-c_L)(a-c_F)}{8} - \frac{5}{4} \frac{(a-c_F)^2}{8} \quad (3.3.3.3)$$

A (3.3.3.3) egyenletet megszorozva $32(K+1)^2$ -tel és osztva $(a-c_F)$ -fel a következő egyenlőtlenséget kapom:

$$8(K+1)(a-c_L) - 4(2K+3)(a-c_F) > 4(K+1)^2(a-c_L) - 5(K+1)^2(a-c_F)$$

amelyből a zárójelek felbontása és az átrendezés után azt kapom, hogy:

$$\frac{(K^2+2K-3)a + (4K^2-4)c_L}{5K^2+2K-7} > c_F \quad (3.3.3.4)$$

Ha a fenti egyenlőtlenség teljesül a követő vállalat határkötségére, akkor árdiszkrimináció mellett magasabb a teljes jólét, mint az általános esetben. Korábban

megmutattam, ahhoz, hogy árdiszkrimináció mellett a követő az utolsó árkategóriában is pozitív outputot kínáljon, a határkötségére a következő feltételnek kell teljesülnie:

$$\frac{a+(K+1)c_L}{K+2} > c_F \quad (3.3.3.5)$$

Ha a (3.3.3.5) feltétel erősebb korlát c_F -re, mint a (3.3.3.4) egyenlőtlenség, akkor árdiszkrimináció mellett magasabb a teljes jólét (feltéve, hogy a követő az utolsó csoportba is termel). Ehhez azt kell belátnom, hogy:

$$\frac{a+(K+1)c_L}{K+2} < \frac{(K^2+2K-3)a+(4K^2-4)c_L}{5K^2+2K-7}$$

$$(5K^2 + 2K - 7)(a + Kc_L + c_L) < (K + 2)(K^2a + 2Ka - 3a + 4K^2c_L - 4c_L)$$

$$(K^3 - K^2 - K + 1)(a - c_L) > 0$$

$$(K^2 - 1)(K - 1)(a - c_L) > 0 \quad (3.3.3.6)$$

A (3.3.3.6) egyenlőtlenségről belátható, hogy bármely $K > 1$ és $c_L < a$ esetén teljesül. Ezek a feltételek az alap modellhez képest nem jelentenek további korlátozásokat. Kijelenthető tehát, ha az iparági kibocsátás nagyobb, mint az általános modellben, akkor a teljes jólét magasabb árdiszkrimináció mellett, mint nélküle.

4. Összefoglalás

Dolgozatomban Kutlu [2009] és Mukherjee [2010] tanulmányát általánosítottam: aszimmetrikus költségviszonyokkal rendelkező Stackelberg duopólium mellett vizsgáltam az árdiszkrimináció hatását, K darab árkategóriát feltételezve. Megmutattam, hogy aszimmetrikus költségek mellett, a vezető vállalat nem csak az első (legmagasabb) árkategóriába termel, ugyanakkor nem is végez teljes mértékű árdiszkriminációt: a vezető vállalat csak az első (legmagasabb) árkategóriába és az utolsó (legalacsonyabb) csoportba értékesít. A vezető vállalat iparági kibocsátása megegyezik az árdiszkrimináció nélküli esetben termelt mennyiséggel, míg a követő vállalat teljes kibocsátása csak abban az esetben haladja meg az általános modellben kibocsátott mennyiséget, ha a határkötségére teljesül a következő feltétel:

$c_F < \frac{a+(K+1)c_L}{K+2}$. Ebben az esetben a teljes iparági kibocsátás magasabb lesz az árdiszkrimináció hatására.

A jóléti elemzés során arra az esetre összpontosítottam, amikor az iparági kibocsátás meghaladja a standard modellben megtermelt mennyiséget, azaz teljesül a $c_F < \frac{a+(K+1)c_L}{K+2}$ feltétel. Megállapítottam, hogy mind a vezető, mind a követő vállalat profitja magasabb az árdiszkriminációval bővített modellben. A standard modellhez képest a fogyasztói többlet alacsonyabb, azonban a teljes jólét magasabb árdiszkrimináció mellett.

Függelék

Jelölés rendszer:

P^k – a termék ára a k -adik árkategóriában

$P_{\text{átl}}^K$ – az iparági átlagos ár

c – az i -edik vállalat határkölsége, szimmetrikus határkölségek esetén

c_i – az i -edik vállalat határkölsége, aszimmetrikus határkölségek esetén

c_L – a vezető vállalat határkölsége, aszimmetrikus határkölségek esetén

c_F – a követő vállalat határkölsége, aszimmetrikus határkölségek esetén

q_i^k – az i -edik vállalat kibocsátása a k -adik árkategóriában

$q_{i'}^k$ – az i' -edik vállalat kibocsátása a k -adik árkategóriában, ahol $i \neq i'$

q^k – az i -edik vállalat kibocsátása a k -adik árkategóriában, szimmetrikus költségek esetén

q_L^k – a vezető vállalat kibocsátása a k -adik árkategóriában

q_F^k – a követő vállalat kibocsátása a k -adik árkategóriában

Y^k – a vállalatok által együttesen kibocsátott mennyiség a k -adik árkategóriában

Y_{-i}^k – az i -edik vállalaton kívül, az összes többi vállalat által együttesen kibocsátott mennyiség a k -adik árkategóriában

$Y_{-i'}^k$ – az i' -edik vállalaton kívül, az összes többi vállalat által együttesen kibocsátott mennyiség a k -adik árkategóriában

Q^k – a vállalatok által együttesen kibocsátott mennyiség minden csoportban egytől k -ig

Q_L^k – a vezető vállalat kibocsátása minden csoportban egytől k -ig

Q_F^k – a követő vállalat kibocsátása minden csoportban egytől k -ig

Irodalomjegyzék

Bakó, B., 2011, Price discrimination in asymmetric Cournot oligopoly, Letölthető: http://unipub.lib.uni-corvinus.hu/622/1/price_discrimination.pdf

(letöltve: 2013.04.03)

Bakó, B. and Kálec-Simon, A., 2012, Price discrimination in asymmetric Cournot oligopoly, *Economics Letters*, 116, 301-303

Holmes, T.J., 1989, The effects of third-degree price discrimination in oligopoly, *American Economic*, 79, 244-250

Hazeldine, T., 2006, Price discrimination in Cournot-Nash oligopoly, *Economics Letters*, 93, 413-420

Kutlu, L., 2009, Price discrimination in Stackelberg competition, *Journal of Industrial Economics*, 57, 364

Kutlu, L., 2012, Price discrimination in Cournot competition, *Economics Letters*, 117, 540-543

Mukherjee, A., 2010, Price discrimination in oligopoly with asymmetric firms, Letölthető: <http://www.nottingham.ac.uk/economics/documents/discussion-papers/10-04.pdf> (letöltve: 2013.03.19)